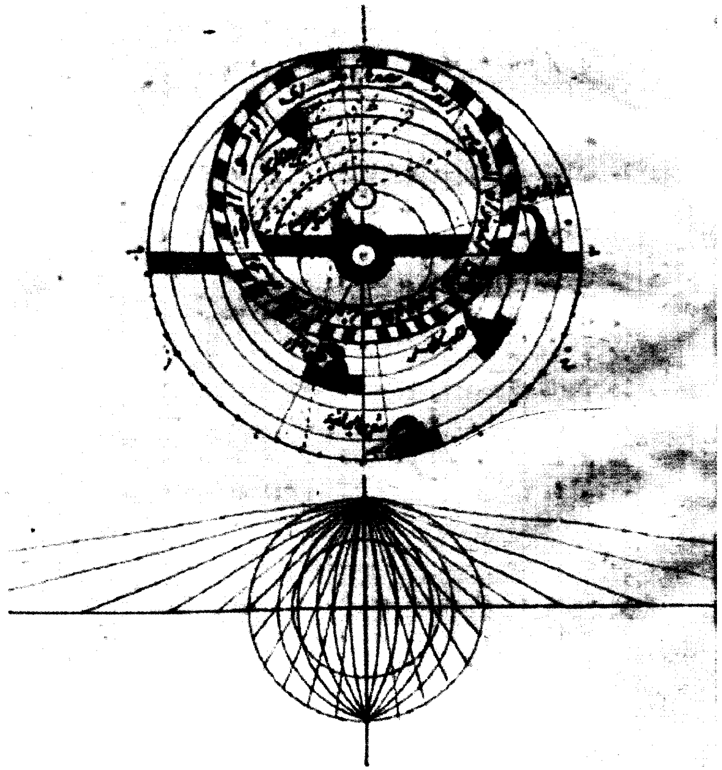
وقائع
الملتقى المغاربي الثالث عشر
حول تاريخ الرياضيات العربية
(تونس، 30-31 مارس و 1 أفريل 2018)

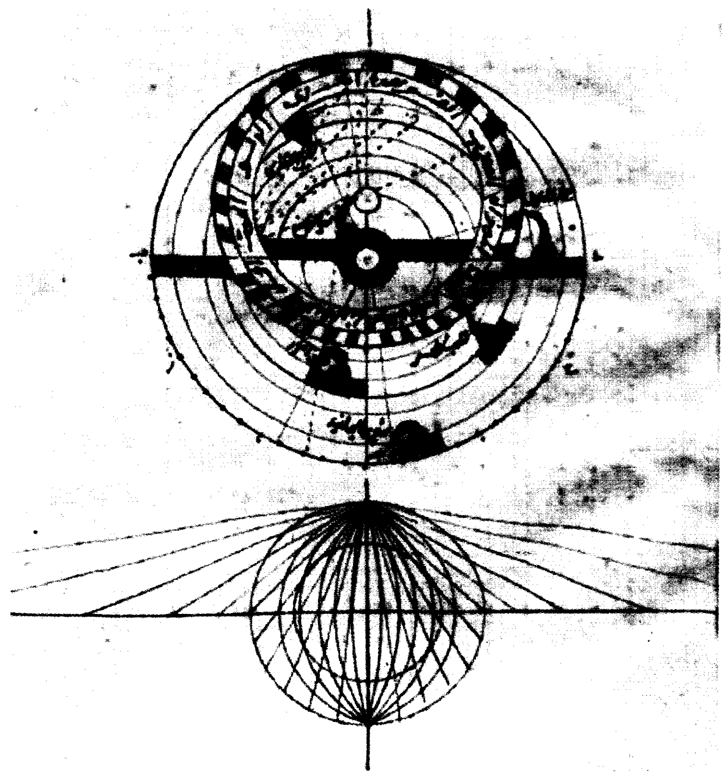


نشر حميده الهادفي و مهدي عبد الجواد

تونس ، ديسمبر 2018

Actes du XIII^{e} Colloque Maghrébin sur
l'Histoire des Mathématiques Arabes
Tunis, 30-31 mars et 1er avril 2018

(COMHISMA13)



MAHDI ABDELJAOUAD & HMIDA HEDFI

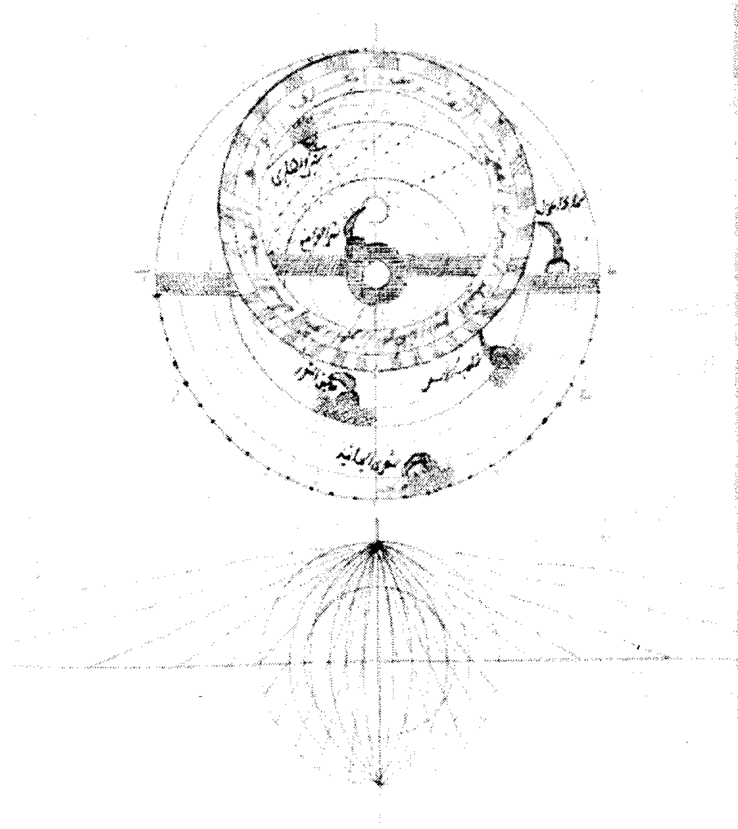
(EDITEURS)

TUNIS, Décembre 2018

Actes du XIIIe Colloque Maghrébin sur l'Histoire des Mathématiques Arabes

Tunis, 30-31 mars et 1er avril 2018

(COMHISMA13)



MAHDI ABDELJAOUAD & HMIDA HEDFI

(EDITEURS)

TUNIS 2018

ISBN 978-9938-40-399-2

*****

GRAPHIKA IMPRIMERIE

Le XIIIe Colloque Maghrébin sur l'Histoire des Mathématiques Arabes (COMHISMA 13) s'est tenu les 30-31 mars et 1e avril 2018 à Tunis. Cet important évènement culturel et scientifique constitue une étape importante dans le développement d'une jeune discipline de recherche universitaire : l'histoire des mathématiques arabes et son enseignement dans les pays arabes.

Douze colloques maghrébins sur l'histoire des mathématiques arabes ont déjà été organisés alternativement en Algérie (1986 – 1990 – 2000 – 2007 – 2013), au Maroc (1992 – 2002 – 2015) et en Tunisie (1988 – 1994 – 2004 – 2010) auxquels ont participé des universitaires maghrébins, moyens orientaux, européens et américains. Le premier colloque s'étant réuni à Alger sous la direction des Professeurs Mohamed Souissi et Ahmed Djebbar.

Ces colloques ont pour objectif d'une part, de renforcer l'intérêt pour l'histoire des mathématiques arabes en tant que phase fondamentale dans l'histoire générale des mathématiques et, d'autre part, d'offrir aux chercheurs maghrébins en histoire des mathématiques arabes un espace de rencontre entre eux et de confrontation de leurs travaux avec ceux de leurs collègues étrangers. En outre, ces rencontres entre des chercheurs et des spécialistes de différents pays constituent une opportunité pour diffuser et faire connaître les travaux réalisés sur l'histoire des mathématiques arabes, notamment à travers :

- la découverte, l'édition et la traduction de manuscrits importants.
- la mise en valeur de la relation entre les mathématiques et les besoins sociaux, économiques et culturels de la société.
- l'identification des traditions d'enseignement des mathématiques dans la civilisation arabo-islamique.
- la mise en relief des liens entre mathématiques et les autres domaines de la connaissance.
- la mise en évidence des contributions de l'Occident musulman dans la construction de l'édifice mathématique.

Un autre objectif assigné aux COMHISMA est de permettre à des jeunes chercheurs maghrébins de rencontrer régulièrement des chercheurs maghrébins et étrangers de renommée internationale et d'exposer, en leur présence, leurs travaux. Ces rencontres ont été à l'origine de la soutenance de plusieurs thèses de doctorat en histoire des mathématiques arabes.

Pour la première fois dans les COMHISMA, les séances de travail ont consisté en des conférences plénières, suivies de séances de communications. Six conférenciers avaient été invités à présenter l'état des savoirs dans leur domaine : Sonja Bretjès (Allemagne), Maria Calvo (Espagne), Ahmed Djebbar (Algérie-France), Driss Lakramti (Maroc), Mohamed Abattouy (Maroc) et Mustafa Mawaldi (Syrie) ; tous ont pu présenter leur conférence à l'exception du dernier car, malheureusement, il n'a pu venir en Tunisie, n'ayant pas obtenu de visa d'entrée dans notre pays ; son absence nous a privé également de la présence de son épouse, Maha Shaar, éminente spécialiste d'histoire de la physique arabe, qui devait présenter également une communication.

COMHISMA 13 a été présidé par notre ami Béchir Kachoukh, Président d'honneur de l'Association tunisienne des sciences mathématiques. La séance inaugurale a entendu le discours de bienvenue du Professeur Ahmed Djebbar, président du Comité scientifique du colloque.

Trente-quatre enseignants et chercheurs de différentes nationalités (Allemands, Algériens, Argentins, Danois, Français, Libanais, Marocains, Syriens et Tunisiens) étaient invités à présenter des communications, dans diverses disciplines en histoire des sciences (algèbre, arithmétique, astronomie, astrologie, géométrie pratique, transactions, sciences du ḥadith, sciences de l'héritage). Nous publions dans ces Actes les conférences et les communications que nous avons recues en un seul volume partagé en une section en langue arabe et une en langues étrangères.

Les séances de travail de COMHISMA 13 se sont déroulées dans d'excellentes conditions au Centre International de Formation des Formateurs et d'Innovation Pédagogique (CIFFIP) à Tunis, ainsi que l'hébergement des participants. Une journée spéciale a été dédiée à la Bibliothèque nationale de Tunis, sous la présidence de sa directrice générale, la Professeure Raja Slama. A l'occasion de la parution du Catalogue des manucrits du Fonds Ahmadi, les participants ont assisté à la présentation de ce catalogue, visité une exposition de précieux manuscrits arabes appartenant au Fonds Aḥmadī et ont été invité à un repas de gala.

Plusieurs institutions publiques et pivées ont soutenu l'organisation de cette rencontre :

- Université Tunis al-Manar
- Université de Carthage
- Université de La Manouba
- Université de Tunis
- Bibliothèque Nationale de Tunis (BNT)
- Centre International de Formation des Formateurs et de l'Innovation Pédagogique (CIFFIP)
- Institut Supérieur de l'Education et de la Formation Continue (ISEFC)
- Laboratoire du Monde Arabo-Islamique Médiéval (Université de Tunis) (LMAIM)
- Université privée ESPRIT
- Société OneTech BS

Pour la première fois en Tunisie, plusieurs associations de mathématiciens se sont associées pour organiser ce colloque maghrébin :

Association des Femmes Tunisiennes Mathématiciennes (AFTM)
Association Tunisienne des Sciences Mathématiques (ATSM)
Association Tunisienne de Didactique des Mathématiques (ATDM)
Association Tunisienne pour l'Industrie, l'Environnement et la Recherche (ATIER)
The Mediterranean Institute for the Mathematical Sciences (MIMS-Tunisia).
Société Mathématique de Tunisie (SMT)

Ces associations ont mis en place un comité local d'organisation :

- Béchir Kachoukh (Président d'honneur)
- Mahdi Abdeljaouad (Coordinateur)
- Hmida Hedfi (Trésorier)
- Taoufik Charrada et Salma Elaoud (ATSM)
- Mounir Dhieb et Rahim Kouki (ATDM)
- Faouzi Chaabane (ATIER)
- Ibtisem Aicha (AFTM)
- Salwa Aouadi (MIMS)

- Nedra Belhaj Rhouma (SMT)

Au nom du comité local d'organisation de COMHISMA 13 et de tous les participants, je remercie les partenaires institutionnels et privés (universités, laboratoires et entreprises) et les associations de mathématiciens pour leur contribution à l'exceptionnelle réussite de cette rencontre scientifique. J'exprime toute notre gratitude au directeur général du Centre International de Formation des Formateurs et de l'Innovation Pédagogique et à la directrice générale de la Bibliothèque nationale, ainsi qu'à tous leurs personnels administratifs et ouvriers qui se sont mobilisés pour faciliter le déroulement du colloque et aider à son succès.

Rendez-vous est pris pour COMHISMA 14 en 2020 à Skikda (Algérie).

Tunis, le 26 novembre 2018.

Mahdi Abdeljaouad (coordinateur).

SOMMAIRE DE LA PARTIE EN LANGUES ETRANGERES

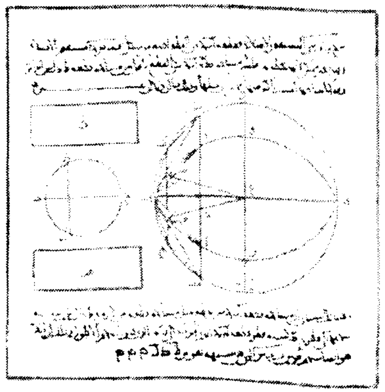
تاريخ الرياضيات العربية

وقائع الملتقى المغاربي الثالث

حول

تاريخ الرياضيات العربية

تيبازة (الجزائر) 1-3 ديسمبر 1990



الجمعية الجزائرية لتاريخ الرياضيات

قسم الرياضيات

المدرسة العليا للأساتذة القبة، الجزائر

MATHEMATIQUES ET SOCIETE : UN EXEMPLE DE PRATIQUES COMBINATOIRES EN SCIENCE DU ḤADĪTH

Ahmed DJEBBAR
Université des Sciences et des Technologies – Lille 1

ملخص. بعد استعراض سريع لنتائج الأبحاث التي جرت في العقود الأخيرة حول الممارسات التوافقية في البلدان الإسلامية ، سنقدّم عناصر جديدة حول استمرار بعض هذه الممارسات ، بعد القرن الثالث عشر الميلادي ، في مؤلفات رياضية مغاربية. وبعد ذلك ، سنقدم معلومات غير منشورة عن وجود هذه الممارسات نفسها في علم الحديث. وسنُمثّل هذه الظاهرة بتحقيق وترجمة وتحليل نصّ يعرض فيه مؤلّفه طرقًا مختلفة لعدّ أنواع الحديث الضعيف. وسنختتم عرضنا ببعض الملاحظات حول تنقّل الأفكار والعمليات التوافقية عبر الزمان والمكان."

Résumé : Après un rapide rappel des résultats de la recherche de ces dernières décennies concernant les pratiques combinatoires en pays d'Islam, on présentera de nouveaux éléments sur la persistance de certaines de ces pratiques, après le XIIIe siècle, dans des manuels de mathématiques maghrébins. Puis, on donnera des informations inédites sur la présence de ces mêmes pratiques dans la science du Ḥadīth en les illustrant par l'édition, la traduction et l'analyse d'un texte dans lequel l'auteur expose différentes méthodes pour dénombrer les différents types de Ḥadīth faibles. Nous conclurons notre présentation par quelques remarques sur la circulation des idées et des procédés combinatoires à la fois dans le temps et dans l'espace.

Mots-clefs : Combinatoire, Orient, Maghreb, science du Ḥadīth, circulation.

INTRODUCTION

Les investigations de ces dernières décennies (1970-2010) ont révélé la présence de pratiques combinatoires dans différents pays d'Islam. Dans le domaine de la linguistique arabe, on a tenté de dénombrer toutes les racines possibles (bilitères, ..., quintilitères) à partir des 28 lettres de l'alphabet arabe. Après l'obtention de quelques résultats partiels, auxquels a contribué al-Khalīl Ibn Aḥmad (m. 175/791)[1], le problème posé au IIe/VIIIe siècle a été étendu à toutes les langues et de nouveaux résultats, tout à fait généraux, ont été établis. C'est ce qu'a fait Ibn Munᶜim (m. 626/1228) dans son *Fiqh al-ḥisāb* [La science du calcul][2]. C'étaient là les premiers pas dans la constitution d'un chapitre nouveau qui allait être enrichi par d'autres investigations théoriques réalisées par Ibn al-Bannā' (m. 721/1321)[3].

En philosophie, c'est également par une démarche purement combinatoire que Naṣīr al-Dīn al-Ṭūsī (m. 673/1274) a explicité le contenu d'un problème traité par Ibn Sīnā (m. 429/1037). Dans le prolongement de cette contribution, on doit signaler celle d'un auteur postérieur, Ibrāhīm al-Ḥalabī (m. 1190/1776), qui s'inscrit dans la même problématique mais qui se préoccupe essentiellement de l'aspect combinatoire de la question[4].

Dans le domaine strictement mathématique, les pratiques combinatoires les plus significatives ont accompagné le développement de l'algèbre : résolution de systèmes d'équations par énumération des solutions possibles, dénombrement, par la même méthode, de toutes les équations de degré donné (indépendamment de leur résolubilité) ou d'une catégorie d'équations soumises à certaines contraintes[5]. Mais, il y a eu aussi intervention d'outils et de résultats combinatoires en théorie des nombres, comme l'a fait, au VIIe/XIIIe siècle, Kamāl al-Dīn al-Fārisī (m. 719/1319)[6].

---

[1] - Djebbar A. (2013). *Islamic Combinatorics*. In R. Wilson & J.-J. Watkins (édit.). *Combinatorics, Ancient and Modern*. Oxford : Oxford University Press, 82-107.

[2] - Djebbar A. (1985). L'analyse combinatoire au Maghreb : l'exemple d'Ibn Munᶜim (XIIe-XIIIe siècles). Paris : Publications Mathématiques d'Orsay, 85-01.

[3] - Djebbar A. (1980). *Enseignement et Recherche mathématiques dans le Maghreb des XIIIe-XIVe siècles*. Paris : Publications Mathématiques d'Orsay. 81-02, pp. 76-95. ; M. Aballagh M. (1988). *Rafᶜ al-ḥijāb d'Ibn al-Bannā*. Thèse Doctorat, Université de Paris I-Panthéon-Sorbonne, pp. 297-319.

[4] - Rashed R. (1999). *Science de l'antiquité à l'âge classique*. Louvain : Peeters, 61-86.

[5] - Djebbar A. (1980). *Enseignement et Recherche mathématiques*... Op. cit., 60-66 ; 107-112.

[6] - Rashed R. (1984). Nombres amiables, parties aliquotes et nombres figurés. In Rashed R. *Entre arithmétique et algèbre. Recherches sur l'histoire des mathématiques arabes*. Paris : Les Belles Lettres, 259-299.

Dans cette modeste étude, nous présentons de nouvelles informations sur les pratiques combinatoires en pays d'Islam. Trois d'entre elles concernent des écrits mathématiques produits au Maghreb. Elles renseignent sur la circulation dans le temps, à l'intérieur d'une même tradition scientifique, d'idées, de démarches et de résultats produits avant le VIIIe/XIVe siècle. Les autres, qui constituent l'essentiel de notre étude, sont plus importantes dans la mesure où elles révèlent une circulation de ces composantes de la pratique combinatoire dans un domaine encore plus éloigné des mathématiques que ceux de la linguistique et de la philosophie. Ces informations concernent la présence de ces pratiques dans des textes ayant un lien direct ou indirect avec un aspect de la science du *Ḥadīth*, celui de la caractérisation des *Ḥadiths* faibles et, surtout, du dénombrement de toutes leurs formes. Nous conclurons notre étude par quelques remarques sur les liens éventuels entre les pratiques combinatoires du Maghreb et celles qui ont lieu en Orient et plus particulièrement en Égypte.

UN PREMIER PROLONGEMENT DES PRATIQUES COMBINATOIRES

Le premier exemple de la tradition maghrébine se trouve dans le chapitre des fractions d'un ouvrage d'al-Ghurbī (m. après 751/1350) qui, comme son titre l'indique, est un commentaire sur le contenu du *Talkhīṣ* [L'abrégé], le célèbre manuel de calcul d'Ibn al-Bannā'[7].

Il commence par donner les figures des 10 fractions élémentaires, qui correspondent en écriture moderne à : $\frac{1}{n}$; $2 \leq n \leq 11$, puis celles des 55 fractions simples qui en découlent, soit : $\frac{p}{n}$ pour $2 \leq n \leq 11$ et $1 \leq p \leq n-1$. Puis, il affirme, sans aucune justification, que le nombre de combinaisons des dix premières est 17200 et que celui des combinaisons des 55 est de 68218. Il évoque également les combinaisons des dix fractions élémentaires pour former différentes catégories de fractions « *composées* ». Il donne l'exemple du *kasr*

---

[7] - Al-Ghurbī. *Takhṣīṣ ūlī l-albāb fī sharḥ Talkhīṣ aᶜmāl al-ḥisāb* [Commentaire à l'intention des élites sur l'Abrégé des opérations du calcul], Ms. Alger, B. N., n° 2712, ff. 71b-75b.

muntasib [fraction en relation] et du *kasr muba*^{cc}*aḍ* [fraction subdivisée][8], en affirmant, sans aucune explication, que le nombre d'éléments de la première catégorie est de 1.822.060 et, celui de la seconde, de 3.629.228. Mais il ne précise pas comment ces résultats ont été obtenus. De plus, il n'évoque aucune des sources maghrébines qui contiennent des procédés ou des formules permettant de réaliser ces dénombrements, en particulier le *Tanbīh al-albāb* [L'avertissement des élites] d'Ibn al-Bannā' qui, comparé au *Raf*^{c} *al-ḥijāb* [Le lever du voile], est une épître d'accès facile même pour les non-initiés à l'arithmétique théorique[9].

Au XVI^{e} siècle, c'est au tour d'Aḥmad Ibn al-Qāḍī (m.1025/1616) d'évoquer, dans son commentaire au poème d'Ibn Luyūn (m. 747/1346) sur le mesurage, l'aspect combinatoire lié aux éléments de différentes figures géométriques planes. Il commence par reprendre, mais sans le dire, le recensement qu'avait déjà fait Ibn al-Bannā', dans *Mukhtaṣar fī l-misāḥa* [Abrégé sur le mesurage], des éléments d'une figure donnée[10]. Puis il dénombre toutes les équations liées à une figure à n éléments lorsqu'on se propose de déterminer p de ses éléments supposés inconnus (avec $1 \leq p \leq n$-1), à partir des éléments connus. Sa méthode n'est autre que l'application de la formule arithmétique qu'avait établie bn al-Bannā' : si n est le nombre d'éléments à combiner p à p, le nombre de combinaisons cherchées est :

$$\binom{n}{p} = \frac{n(n-1)\ldots(n-p+1)}{p(p-1)\ldots 3.2.1}.$$

[8] - *Kasr muntasib* = fraction continue ; *kasr muba*^{cc}*aḍ* = produit de deux ou plusieurs fractions simples. Cf. Souissi M. (édit. & trad.) (1969). *Ibn al-Bannā al-Marrākushī, Talkhīṣ a*^{c}*māl al-ḥisāb*. Tunis, Imprimerie officielle, 69-72.

[9] - Djebbar A. (2003). Mathématiques et société à travers un écrit maghrébin du XIV^{e} siècle. Actes du colloque international « De la Chine à l'Occitanie, chemins entre arithmétique et algèbre » (Toulouse, 22-24 septembre 2000), Toulouse, Editions du C.I.H.S.O., pp. 29-54. Taïbi N. (2015). **Mathématiques et société au Maghreb: l'exemple du Tanbīh al-albāb d'Ibn al-Bannā'**. Mémoire de Magister, Alger, E.N.S.

[10] - Al-Khaṭṭābī M. A. (édit.) (1986). Risālatān fī ^{c}ilm al-misāḥa li Ibn al-Raqqām wa Ibn al-Bannā [Deux épîtres sur la science du mesurage d'Ibn al-Raqqām et Ibn al-Bannā], *Da*^{c}*wat al-ḥaqq* 256, 39-47.

Mais Ibn al-Qāḍī ne cite pas son prédécesseur[11].

Le dernier exemple connu de circulation des problèmes combinatoires à l'intérieur du Maghreb est fourni par le chapitre que leur a consacré Aḥmad Ṭfayyash (m. 1332/1914) dans son volumineux commentaire au *Kashf al-asrār* ^{c}*an* ^{c}*ilm ḥurūf al-ghubār* [Le dévoilement des secrets de la science des chiffres de poussière] d'al-Qalaṣādī (m. 892/1486). L'auteur reprend partiellement, mais parfois mot pour mot, la section du *Raf*^{c} *al-ḥijāb* d'Ibn al-Bannā'[12].

UN SECOND PROLONGEMENT DES PRATIQUES COMBINATOIRES : LE DENOMBREMENT D'UNE CATEGORIE DE ḤADĪTH

Dans la nomenclature traditionnelle des Ḥadīths, on distingue trois grandes catégories : le ṣaḥīḥ [authentique], le ḥasan [bon], le ḍa^{c}īf [faible]. Pour ce dernier groupe, les spécialistes de la discipline ont déterminé différentes causes de faiblesse. Certains se sont limités à six[13]. D'autres ont explicité deux de ces formes de faiblesse en remplaçant l'une d'elles par trois nouvelles[14] et l'autre par deux[15], soit, au total, neuf catégories. D'autres enfin en ont dénombré quatorze[16]. A partir de là s'est posé pour eux le problème du

[11] - Ibn al-Qāḍī A. *Fatḥ al-khabīr bi-ḥusn al- tadbīr li fakk rumūz al-iksīr fī ṣinā*^{c}*at al-taksīr* [Inspiration de l'expert dans la bonne entreprise pour dévoiler les symboles de l'élixir dans l'art du mesurage]. Ms. Rabat, B. N., n° K 1070, 439-441.

[12] - Ṭfayyash A. *Sharḥ al-Qalaṣādī* [Commentaire <du livre> d'al-Qalaṣādī]. Ms. Beni Izguen, Maktabat al-Quṭb, 469-471 ; Aballagh M. (1988). *Raf*^{c} *al-ḥijāb d'Ibn al-Bannā*, op. cit., 312-320.

[13] - *Faqd al-ittiṣāl* [Le défaut de continuité], *Faqd al-*^{c}*adāla* [Le défaut d'intégrité], ^{c}*Adam al-ḍabṭ* [Le défaut de précision], *Wujūd al-shudhūdh* [l'existence d'anomalie], *Wujūd al-*^{c}*illa al-qādiḥa* [l'existence d'une déficience évidente] et *Intifā' al-*^{c}*āḍid* ^{c}*inda l-ḥāja* [la perte de soutien en cas de besoin].

[14] - *Al-irsāl* [le détachement], *al-*^{c}*uḍl* [la défaillance], *al-inqiṭā*^{c} [la rupture de chaîne <de transmission>].

[15] - *Al-ḍu*^{c}*f* [La faiblesse] et *al-jahāla* [L'ignorance].

[16] - En ajoutant une subdivision, *al-mu*^{c}*allaq*, à la première catégorie, et quatre nouvelles à la seconde, en subdivisant le *ḍu*^{c}*f* en fonction des défauts suivants du transmetteur : *kadhib* [mensonge], *tuhma* [suspicion], *fasqa* [immoralité], *bid*^{c}*a* [innovation blâmable], *jahālat al-*^{c}*ayn* [ignorance de l'existence <du transmetteur>], *jahālat al-ḥāl* [ignorance du profil <du transmetteur>].

dénombrement des différents types de Ḥadīths faibles par combinaison des six, des neuf ou des quatorze cas que nous venons d'évoquer. La première initiative connue est venue de Zayn al-Dīn al-ᶜIrāqī (m. 806/1403), un spécialiste de la discipline devenu célèbre après la publication de son long poème de plus de mille vers entièrement consacré à la science du Ḥadīth. A la fin des cinq vers traitant des Ḥadīths faibles, il évoque un de ses prédécesseurs, Ibn Ḥibbān al-Bustī (m. 354/965), qui aurait estimé à 49 le nombre de types de Ḥadīths répondant à un ou plusieurs des six critères énoncés[17].

Le dénombrement par énumération

Dans son commentaire à ce poème, l'égyptien Zakariyā' al-Anṣārī (m. 926/1519)[18] détermine par énumération les combinaisons des six critères 2 à 2, 3 à 3, …, 6 à 6, et donne le résultat. Il utilise le même procédé pour le cas où on tient compte des 9 critères. Mais, il s'arrête aux combinaisons 4 à 4, probablement parce qu'il a jugé que la procédure était la même et qu'il n'était pas nécessaire de tout détailler pour des lecteurs dont la majorité n'avait pas son niveau mathématique[19].

En effet, cet auteur a étudié auprès d'Ibn al-Majdī (m. 851/1447) l'astronomie, la géométrie, la science du temps, la science des héritages, le calcul et l'algèbre[20]. Il a même publié un commentaire au poème d'Ibn Hā'im (m. vers 815/1412), *al-Muqniᶜ fī l-jabr wa l-muqābala* [Le suffisant en algèbre][21].

[17] - Al-ᶜIrāqī (2007). *Al-Tabṣira wa l-tadhkira fī ᶜulūm al-Ḥadīth* [L'information et le rappel sur les sciences du Hadith], Al-Firyātī A. D. (édit.). Riyad, Maktabat dār al-minhāj, 100-101.

[18] - Rosenfeld B. & Ihsanoglu E. (2003). Mathematicians, Astronomers and Other Scholars of Islamic Civilization and their Works (7th-19th c.). Istanbul, IRCICA, 311, n° 924.

[19] - Al-Anṣārī (2002). *Fatḥ al-Bāqī bi sharḥ alfiyat al-ᶜIrāqī* [L'inspiration de l'Éternel par le commentaire du poème de mille vers d'al-ᶜIrāqī]. Beyrouth, Dār al-kutub al-ᶜilmiya, pp. 167-171.

[20] - Al-Sakhāwī (non datée). *Al-Ḍaw' al-lāmiᶜ li ahl al-qarn al-tāsiᶜ* [La lumière scintillante sur les hommes du neuvième siècle]. Beyrouth, Dār al-jīl, 235.

[21] - Al-Anṣārī. *Al-Mubdiᶜ fī sharḥ al-Muqniᶜ fī l-jabr wa l-muqābala* [Le livre original sur le commentaire au <poème> convaincant en algèbre], Ms. Bibl. King Saᶜūd

A la même époque, Burhān al-Dīn al-Biqāᶜī (m. 885/1430) reprend la question des *Ḥadīths* faibles. Là encore, il s'agit d'un mathématicien. Il est originaire de Damas et il a été formé auprès d'Ibn Sharaf et de Zayn al-Dīn Māhir, deux élèves d'Ibn al-Hā'im. Il est l'auteur de deux écrits mathématiques. Le premier est un poème de 700 vers sur la science du calcul et sur la géométrie du mesurage, intitulé *al-Bāha fī ᶜilmay l-ḥisāb wa l-misāḥa* [L'Oasis des sciences du calcul et du mesurage][22]. Le second est un commentaire sur le contenu du poème[23]. Dans son ouvrage qui prolonge un commentaire de la *Alfiya* réalisée par son professeur, le célèbre Ibn Ḥajar al-ᶜAsqalānī (m. 853/1449), il reprend le travail d'al-Anṣārī (sans le nommer) et, pour le rendre plus compréhensible aux lecteurs non-initiés, il y ajoute le tableau suivant qui visualise le procédé d'énumération des différentes combinaisons[24] :

و	هـ	د	ج	ب	أ	أبجدهو
ب د	ب ج	أو	أهـ	أد	أج	أب
د و	د هـ	ج و	ج هـ	ج د	ب و	ب هـ
أ ج هـ	أ ج د	أ ب و	أ ب هـ	أ ب د	أ ب ج (١)	هـ و
ب ج و	ب ج هـ	ب ج د	أ هـ و	أ د و	أ د هـ	أ ج و
د هـ و	ج هـ و	ج د و	ج د هـ	ب هـ و	ب د و	ب د هـ
أ ج د هـ	أ ب هـ و	أ ب د و	أ ب د هـ	أ ب ج و	أ ب ج هـ	أ ب ج د
ب د هـ و	ب ج هـ و	ب ج د و	ب ج د هـ	أ د هـ و	أ ج هـ و	أ ج د و
ب ج د هـ و (٢)	أ ج د هـ و	أ ب د هـ و	أ ب ج هـ	أ ب ج د و	أ ب ج د هـ	ج د هـ و

University, n° 2174. Pour d'autres copies de ce commentaire, voir Rosenfeld B. & Ihsanoglu E. (2003). *Mathematicians, Astronomers…*, op.cit., 311, n° 924.

[22] - Rosenfeld B. & Ihsanoglu E. (2003). *Mathematicians, Astronomers…*, op. cit., 289, n° 853.

[23] - Al-Biqāᶜī. *Ibāḥat al-Bāḥa fī ᶜilmay al-ḥisāb wa l-misāḥa* [Le dévoilement de l'Oasis des sciences du calcul et du mesurage]. Ms. Le Caire, Dār al-kutub al-miṣriya, n° 3107.

[24] - Al-Biqāᶜī. *Al-Nukat al-wafiya bimā fī sharḥ al-Alfiya* [Les traits d'esprit fidèles au contenu du commentaire sur la Alfiya]. Al-Faḥl M. Y. (édit.). Riyad, Maktabat al-Rushd, 2007, 307-311.

Il faut enfin signaler, dans la tradition des auteurs qui n'ont utilisé que le procédé de l'énumération pour aboutir aux dénombrements cherchés, deux spécialistes des sciences religieuses qui ne semblent pas avoir eu une formation mathématique poussée.

Le premier est ᶜAlī al-Majdūlī (m. après 1140/1727), un professeur d'al-Azhar[25]. Le second est ᶜAlī al-Ajhūrī (m. 1194/1778)[26].

Le dénombrement par une formule arithmétique

Dans la question qui nous intéresse ici, le premier écrit connu qui est allé au-delà du dénombrement par énumération est celui de Sulṭān al-Mazzāḥī al-Shāfiᶜī (m. 1075/1664)[27]. C'est un spécialiste en droit et en « *science des lectures du Coran* ». Mais, d'après ses biographes, il a bénéficié d'une solide formation en mathématique. Il a même enseigné la science du calcul au Caire et il a eu comme étudiant Muḥammad al-Shabrāmallisī (m. 1087/1676) qui deviendra l'un des mathématiciens les plus en vue au XIe/XVIIe siècle[28]. Les aptitudes d'al-Mazzāḥī sont d'ailleurs confirmées par le contenu de son épître.

Dans son étude, al-Mazzāḥī fait une présentation mathématique sans aucune référence aux *Ḥadīths* faibles. C'est uniquement dans la conclusion qu'il évoque en ces termes la raison pour laquelle il a jugé utile de rédiger son épître : « *Grâce à cet [exposé], a été clarifié ce qu'a réalisé le savant de l'Islam, Zakariyā' al-Anṣārī, dans le commentaire du poème en mille vers sur les Ḥadiths (...). Et c'est ce qui [nous] a poussé à réaliser cette épître. Et c'est pour cela que nous l'avons illustrée avec six et neuf parce qu'ils y sont*

[25] - Al-Majdūlī. *Fatḥ al-laṭīf ᶜalā qisam al-ḍaᶜīf* [L'inspiration du Bienveillant sur les catégories de <Hadiths> faibles]. Mss. Le Caire, Bibl. Al-Azhar, Hadith n° 67995, Uṣūl n° 301773 ; Le Caire, Dār al-kutub, Hadith n° 267/1.

[26] - Al-Ajhūrī. *Risāla ᶜalā qawl shaykh al-Islām fī sharḥ al-fiyat al-ᶜIrāqī* [Epître sur le propos <d'al-Anṣārī> sur le commentaire au poème de mille vers d'al-ᶜIrāqī]. Ms. Le Caire, Bibl. Al-Azhar, Ḥadīth n° 47123, ff. 1b-4a.

[27] - Al-Mazzāḥī. *Risāla fī bayān al-ṭarīq al-mūṣala ilā maᶜrifat ḥaṣr mā fī aḥruf mafrūḍa min kalimāt* [Epître sur l'explication de la méthode qui aboutit à la connaissance du dénombrement des mots issus de lettres données], Ms. Istanbul, Laleli n° 2717, ff. 37b-42b.

[28] - Rosenfeld B. & Ishanoglu E. (2003). *Mathematicians, Astronomers...*, op. cit., pp. 353-354, n° 1074.

évoqués»[29]. Dans la première partie de son exposé, cet auteur suit la démarche de ses prédécesseurs en utilisant le procédé de l'énumération. Mais, dans la seconde partie, il propose une autre méthode, purement arithmétique, qui n'est autre que l'application de la formule donnant les combinaisons de n objets p à p, et qui est identique à celle qu'avait exposée Ibn al-Bannā' dans son *Rafᶜ al-ḥijāb* et dans son *Tanbīh al-albāb*. Comme on va le voir, d'autres auteurs suivront la même démarche. C'est la raison pour laquelle nous avons choisi l'épître d'al-Mazzāḥī comme modèle en donnant une transcription moderne de son contenu mathématique suivie de sa traduction française puis du texte arabe lui-même.

Le dernier auteur que nous avons retenu pour illustrer cette longue tradition de l'étude d'un chapitre du *Ḥadith* à l'aide de démarches et d'outils mathématiques est Aḥmad al-Damanhūrī (m. 1192/1778), un professeur d'al-Azhar qui en est devenu le recteur. En plus de sa formation dans les sciences religieuses, il a acquis des bases solides en logique. Il a d'ailleurs publié un commentaire sur le poème du maghrébin al-Akhḍarī (m. 953/1546), intitulé *al-Sullam al-murawnaq fī l-manṭiq* [L'échelle lustrée en logique][30].

Mais il a également acquis une formation en mathématique et il a rédigé une épître sur l'arithmétique et le calcul qui nous est parvenue[31]. C'est dans un autre écrit, consacré à la question des *Ḥadīths* faibles, qu'il regroupe les différentes démarches de ses prédécesseurs[32]. Il commence par exposer le procédé d'énumération, pour le cas $n = 6$, avant de donner le tableau qui visualise les différentes combinaisons p à p (et qui avait été construit par al-Biqāᶜī) [33]. Puis, il réitère le procédé pour $n = 9$ et donne le résultat final. En

[29] - Al-Mazzāḥī. *Risāla ...*, op. cit., f. 42b.

[30] - Al-Damanhūrī A. (2006). *Īḍāḥ al-Mubham fī mᶜānī al-sullam* [La clarification de ce qui est obscur dans les notions du Sullam]. Al-Ṭabbāᶜ U. F., Beyrouth, Maktabat al-Maᶜārif.

[31] - Al-Damanhūrī A. *Iḥyā' al-fu'ād bi maᶜrifat khawāṣṣ al-aᶜdād* [La revivification du cœur par la connaissance des propriétés des nombres]. Ms. Michigan, University of Michigan Library, n° 1786.

[32] - Al-Damanhūrī A. *Nihāyat al-taᶜrīf bi aqsām al-ḥadīth al-ḍaᶜīf* [L'ultime connaissance des catégories de Hadiths faibles]. Ms. Le Caire, Dār al-kutub, Taymūr, Muṣṭalaḥ n° 166.

[33] - Op. cit., f. 4a. A la place du tableau (qui est indiquée par l'auteur), le copiste a laissé une demi page vide.

conclusion de cette partie, il évoque la possibilité de faire le même calcul dans le cas où on devait tenir compte de 14 catégories de *Ḥadith* faibles. Mais il ne fait pas ce dénombrement, considérant que cela n'aurait pas beaucoup d'utilité. Dans la seconde partie de son exposé, il se propose de refaire le travail mais cette fois à l'aide de la formule arithmétique donnant les combinaisons de n objets p à p, exprimée, comme chez ses prédécesseurs, sous forme d'une fraction. A ce propos, il précise qu'il ne fait que reproduire ce qu'il avait déjà exposé dans son écrit sur les propriétés des nombres. On trouve en effet, dans le second chapitre de son épître, intitulé « *Quelques propriétés des nombres et détermination d'inconnues en relation avec cela* », un exposé détaillé de la méthode arithmétique de dénombrement. A la fin de sa présentation, l'auteur rappelle, en ces termes, l'origine du problème étudié : « *Et avec cela, s'est clarifié, gloire à Dieu, ce qu'a réalisé l'autorité de l'Islam Zakariyā' al-Anṣārī, que Dieu lui soit miséricordieux, dans le commentaire du poème de mille vers sur le Ḥadīth dans la troisième partie relative au* < *Ḥadīth* > *faible* »[34].

CONCLUSION

Au terme de cette courte présentation de différents exemples d'utilisation de procédés de dénombrement, la question qui vient naturellement à l'esprit est celle de la circulation de ces procédés. Dans la communauté des mathématiciens du Maghreb, cette circulation est attestée par les références explicites au *Rafᶜ al-ḥijāb* d'Ibn al-Bannā', comme celle d'Ibn Haydūr (m. 1816/1413) qui a rédigé un commentaire sur son contenu[35], et celle beaucoup plus tardive de Ṭfayyash que nous avons évoquée au début de cette étude. A cela, il faut ajouter, comme c'est souvent le cas, les références implicites qui consistent à emprunter des méthodes ou des résultats à des prédécesseurs sans les nommer et sans renvoyer à leurs écrits. C'est le cas d'Aḥmad Ibn al-Qāḍī dans son commentaire au poème d'Ibn Luyūn. Quant à la tradition du Ḥadīth de l'Occident musulman, nos recherches ne nous ont pas permis, jusqu'à ce jour, d'affirmer que des démarches mathématiques ont été introduites dans le chapitre des *Ḥadīths* faibles.

[34] - Op. cit., 30.

[35] - Moslih A. (édit.) (2006). *Tuḥfat al-ṭullāb fī sharḥ mā ashkala min Rafᶜ al-ḥijāb* [La parure des étudiants sur l'explication des difficultés du Rafᶜ al-ḥijāb]. Thèse de Doctorat. Rabat, Université Mohammed V.

La même question se pose pour les auteurs orientaux dont nous avons présenté les contributions. Aucun d'eux ne donne de référence explicite à un écrit antérieur à sa propre publication. Seul al-Damanhūrī reconnaît avoir repris « *ce qu'avait dit un savant* » avant lui[36]. Mais, compte tenu du profil scientifique des auteurs en question, et au vu de ce qui est connu aujourd'hui sur la production mathématique au Caire aux XVe-XVIe siècles, nous privilégions, pour le moment, l'hypothèse d'une circulation partielle des procédés et des résultats combinatoires établis au Maghreb entre la fin du XIIIe siècle et le début du XIVe. En effet, nous savons que parmi les écrits mathématiques de l'Occident musulman qui ont circulé en Orient, et plus précisément au Caire, il y a le *Rafᶜ al-ḥijāb* d'Ibn al-Bannā'. C'est ce que nous dit Ibn al-Majdī (m. 850/1447) dans l'introduction de son volumineux commentaire au *Talkhīṣ* du mathématicien de Marrakech[37]. Il nous dit aussi qu'il a mis dans son commentaire des développements qui concernent certains thèmes du *Rafᶜ al-ḥijāb*, en particulier l'étude des nombres figurés et l'exposé des contributions de son prédécesseur en analyse combinatoire, avec certaines de leurs applications[38].

Ainsi, et sans préjuger de l'existence d'une circulation anonyme d'autres écrits de mathématiciens d'Orient, antérieurs au XVe siècle, le *Ḥāwī l-lubāb* [Le recueil de la moelle] d'Ibn al-Majdī nous semble avoir été un relai à travers lequel la méthode arithmétique de dénombrement est parvenue à certains auteurs d'Égypte et de Syrie. Cette hypothèse est confortée par la circulation de cet ouvrage depuis sa publication en 834/1430 jusqu'au milieu du XII/XVIIIe siècle[39].

[36] - Al-Damanhūrī A. *Iḥyā' al-fu'ād bi maᶜrifat khawāṣṣ al-aᶜdād*. Op. cit., 25-30.

[37] - Ibn al-Majdī. *Ḥāwī l-lubāb fī sharḥ Talkhīṣ aᶜmāl al-ḥisāb* [Le recueil de la moelle sur le commentaire l'Abrégé des opérations du calcul]. Ms. Istanbul, Laleli n° 2741, f. 1b (copie datée de 834/1430).

[38] - Op. cit., ff. 24b-28a.

[39] - Ibn al-Majdī. *Ḥāwī l-lubāb* ... Mss. Istanbul, Laleli n° 2741 (copié en 1507) ; Tunis, B. N. Aḥmadī n° 10028/2 ; Londres, B. M., n° Add. 7469 ; Esat Efendi n° 3167 (copié en 1181/1767).

TRANSCRIPTION MATHEMATIQUE DE L'EPITRE DE SULṬĀN AL-MAZZĀḤĪ

Détermination du nombre de combinaisons de *n* lettres ou de *n* chiffres, 2 à 2, 3 à 3, etc…

Première méthode

Combinaison de *n* objets (lettres ou chiffres) *p* à *p* ($\mathbf{1 \leq p \leq n}$), avec : $n = 6$ ou 9

Si p = 1 : $\binom{6}{1} = 6$; $\binom{9}{1} = 9$

Si *p* = 2 : On combine, deux à deux, les 6 lettres *a, b, g, d, e, w*, ou les 9 premiers chiffres.

On a :

(a, b), (a, g), … (a, w) → 5 [combinaisons]

(1, 2), (1, 3), … (1, 9) → 8

(b, g), (b, d), … (b, w) → 4

(2, 3), (2, 4), … (2, 9) → 7

(g, d), … (g, w) → 3

(3, 4), … (3, 9) → 6

etc…

A chaque étape, le nombre de combinaison diminue de 1

Donc : $\binom{n}{2} = 1 + 2 + \cdots + (n-1)$

D'où : $\binom{6}{2} = 1 + 2 + \cdots + 5$ et : $\binom{9}{2} = 1 + 2 + \cdots + 8$

Or, on sait que : $1 + 2 + \cdots + k = (k+1)\frac{k}{2}$

D'où : $\binom{6}{2} = 6.\frac{5}{2} = \frac{6.5}{2} = 15$; et : $\binom{9}{2} = 9.\frac{8}{2} = \frac{9.8}{2} = 36$

Si p = 3 : Chaque bilitère (a_i, a_j) se combine avec a_k ($a_k \neq a_i$ et $a_k \neq a_j$).

Donc, le nombre [total] de combinaisons est : $\binom{n}{2}(n-2)$, puisque chaque bilitère (a_i, a_j) est combiné avec les (n-2) a_k restants ($k \neq i$ et $k \neq j$). Mais, comme il s'agit de déterminer les combinaisons sans les répéter, il faut multiplier $\binom{n}{2}$ par $\frac{(n-2)}{3}$, puisque chaque combinaison trilitère s'obtient 3 fois à partir de (a_i, a_j) :

(a_i, a_j, a_k) ; (a_i, a_k, a_j) ; (a_k, a_i, a_j) . D'où : $\binom{n}{3} = \binom{n}{2}\frac{(n-2)}{3}$

Donc : Si $n = 6 \rightarrow \binom{n}{3} = 20$; $n = 9 \rightarrow \binom{n}{3} = 84$

Si p = 4 : $\binom{n}{4} = \binom{n}{3}\frac{(n-3)}{4} = \frac{1}{4}\binom{n}{3}(n-3)$. D'où : $\binom{6}{4} = 15$; $\binom{9}{4} = 126$

Si p = 5 : $\binom{n}{5} = \binom{n}{4}\frac{(n-4)}{5} = \frac{1}{5}\binom{n}{4}(n-4)$. D'où : $\binom{6}{5} = 6$; $\binom{9}{5} = 6$

Si p = 6 : $\binom{n}{6} = \binom{n}{5}\frac{(n-5)}{6} = \frac{1}{6}\binom{n}{5}(n-5)$. D'où : $\binom{6}{6} = 1$; $\binom{9}{6} = 84$

Si p = 7 : $\binom{9}{7} = 84.\frac{3}{7} = 36$

Si p = 8 : $\binom{9}{8} = 36.\frac{2}{8} = 9$

Si p = 9 : $\binom{9}{9} = 9.\frac{1}{9} = 1$

Remarque de l'auteur :

Avec cette méthode, on ne peut déterminer $\binom{n}{p}$ qu'à partir de $\binom{n}{p-1}$

[Commentaire] : C'est à dire, d'après l'exposé de la méthode :

$$\binom{n}{p} = \binom{n}{p-1}\frac{[n-(p-1)]}{p}$$

Deuxième méthode

Remarque de l'auteur :

Avec cette méthode, la connaissance de $\binom{n}{p}$ ne dépend pas de celle de $\binom{n}{p-1}$.

Exemple 1 : Pour connaître $\binom{9}{2}$, on pose : $\frac{9.8}{1.2}$ puis on simplifie la fraction en supprimant les facteurs communs au numérateur et au dénominateur.

Exemple 2 : $\binom{9}{3} = \frac{9.8.7}{3.2.1} = \frac{3.4.7}{1} = 84$

Etc … [40]

[Commentaire] :

- La démarche générale exposée par l'auteur est la suivante :

$\binom{n}{p} = \frac{n(n-1)...(n-p+1)}{p(p-1)...2.1}$. Puis on effectue les simplifications nécessaires.

- A comparer avec la méthode exposée par Ibn al-Bannā dans le *Rafᶜ al-ḥijāb*.

Troisième méthode

[Elle évite l'étape de la simplification des facteurs communs au numérateur et au dénominateur]

On écrit la formule : $\binom{n}{p} = \frac{n(n-1)...(n-p+1)}{p(p-1)...2.1}$. On calcule, séparément :

N = $n(n-1)\ldots(n-p+1)$; P = $(p-1)\ldots 2.1$. D'où : $\binom{n}{p} = \frac{N}{P}$.

[40] - L'auteur expose tous les exemples pour $1 \leq p \leq 9$, puis pour $1 \leq p \leq 6$.

EPÎTRE DE SULṬĀN [AL-MAZZĀḤĪ] AL-SHĀFIᶜĪ SUR LE DENOMBREMENT DES MOTS [FORMÉS PAR] DES LETTRES DONNÉES[41]

[Manuscrit Istanbul Laleli 2717, ff. 37b-42b]

//37b// Au nom de Dieu, le Clément le Miséricordieux. En lui [je place] ma confiance.

Gloire à Dieu, le Maître des mondes. Que la prière de Dieu soit sur notre Maître Muḥammad, sur sa famille et sur l'ensemble de ses compagnons.

Cela étant [dit], voici une épître sur l'explication de la méthode qui mène vers la connaissance du dénombrement de ce qu'il y a, dans des lettres données, comme mots bilitères ou trilitères par exemple, ou ce qu'il y a, dans un [ensemble de] nombres donnés, de couples ou de triplets, du point de vue de la combinaison[42], non de celui de la différence de forme par la position, [selon que l'objet est] au début, au milieu ou à la fin, comme lorsqu'on combine [les lettres] *a*, *b* et *g*, quelle que soit la manière dont elles se combinent.

[La première méthode]

Nous disons : Sache que si nous voulons connaître ce qu'il y a comme combinaisons bilitères ou trilitères ou tout autres, à partir de lettres données, comme lorsqu'on dit '*combien a-t-on de combinaisons bilitères ou trilitères ou tout autres à partir des lettres a, b, g, d, e, w*', ou lorsqu'on dit '*combien a-t-on, à partir de neuf nombres, de couples ou de triplets ou tout autres, du point de vue de leur combinaison les uns avec les autres*'.

Il est connu que dans six chiffres, il y a six [éléments] et que dans neuf, il y en a neuf. Donc, ce qu'il y a comme [combinaisons] à un élément, c'est ce nombre même. Si //38a// nous voulons connaître ce qu'ils contiennent comme

[41] - Littéralement : « sur le dénombrement de ce qu'il y a comme mots dans des lettres données ».

[42] - Littéralement : « *la réunion* ».

combinaisons deux à deux, il est connu que le premier se combine avec le second puis avec tous ceux qui sont après lui. Ainsi, il y aura, dans le premier [cas], cinq [combinaisons] et dans le second huit. Puis [on combine] le second avec le troisième puis avec tous ceux qui sont après lui ; et on ne le combine pas avec ce qui le précède parce que cela a été déjà [fait]. Dans le premier [cas], il y aura quatre [combinaisons] et dans le second sept. Puis [on combine] le troisième avec le quatrième puis avec tous ceux qui sont après lui. Ce sera trois dans le premier [cas] et six dans le second. Et ainsi, le nombre ira en diminuant d'un [à chaque fois]. Donc, l'ensemble des combinaisons deux à deux c'est la sommation des nombres [entiers] successifs de « *un* » jusqu'au nombre qui précède le dernier. Dans le premier [cas], le dernier est six et dans le second neuf. Dans le premier [cas], celui qui précède [le dernier] c'est cinq et dans le second, huit. Donc, cinq est le dernier [chiffre] dans la première sommation, et huit est le dernier chiffre dans la seconde sommation.

Et il a été établi, dans la sommation des nombres [entiers] successifs, que tu ajoutes *un* au dernier [terme] et que tu multiplies la somme par la moitié du dernier [terme]. Et le dernier terme, qui est cinq ou huit, avec l'ajout de « *un* », est précisément les six ou les neuf donnés dont on cherche l'ensemble de leurs combinaisons deux à deux.

A partir de cela, si nous voulons obtenir les combinaisons deux à deux, nous multiplions le nombre donné, qui est *six* dans le premier [cas] et *neuf* dans le second, par la moitié de celui qui le précède, et c'est deux et un demi dans le premier [cas] et quatre dans le second. Dans le premier [cas], le résultat est quinze et dans le second trente-six. Et c'est ce qu'il y a comme combinaisons deux à deux. Et *six* ou *neuf*, c'est le nombre d'unités [contenues] dans chacun d'eux.

Nous avons donc multiplié le nombre de la combinaison qui précède le [nombre] donné par la partie dénommée d'un nombre dont la distance au nombre donné -qui est six ou neuf- équivaut au nombre de la combinaison, puisque le cinq que nous avons multiplié par sa partie [dénommée], dans le premier [cas], ou bien le huit qui est multiplié par sa partie [dénommée], dans le second, est un nombre qui précède le six ou le neuf et qui en est distant de deux, lequel est la valeur du nombre de la combinaison deux à deux.

Tu peux [aussi] multiplier le nombre donné, qui est *six* ou *neuf*, par ce nombre qui est cinq ou huit, et tu prends la moitié du résultat, qui est la [partie]

dénommée de la combinaison deux à deux, par l'idée, même si ce n'est pas par l'expression, comme cela est bien connu.

Et si nous voulons connaître le nombre de combinaisons trois à trois dans les deux exemples, il est connu qu'à chaque couple se combine un des [éléments] restants du nombre [d'éléments] donné. [Toutes] les combinaisons trois à trois résultent donc du produit [du nombre] de couples par le nombre donné moins deux. Et cela est ainsi parce que si le premier et le second se combinent avec tous ceux dont la distance à six ou à neuf est la même, ce sera quatre dans le premier [cas] ou sept dans le second. On a donc retranché deux de six et la même [chose] de neuf. Et il en est ainsi si on combine le premier et le troisième avec tous ceux qui sont après le troisième. Chaque couple est donc multiplié par le nombre donné moins deux. Donc le total des combinaisons trois à trois est le résultat, dans le premier cas, du produit de quinze par quatre et, dans le second, du produit de trente-six par sept, qui sont, dans chacun [des deux cas], le nombre donné moins deux. Et le quatre dans le premier [cas] et le sept dans le second sont précisément les nombres dont la distance au nombre antérieur au nombre donné est égale au nombre de la combinaison trois à trois cherchée.

Et comme le but de cette procédure est la connaissance de ce qu'il y a dans le nombre donné comme combinaisons trois à trois, sans la répétition que nous avons évoquée au début en disant "*selon la combinaison*", il est nécessaire de multiplier tous les couples par le tiers de quatre, dans le premier [cas], ou de sept dans le second, et c'est la partie dénommée de la combinaison trois à trois cherchée. Ou bien de multiplier le tiers des couples par quatre ou par sept. Dans le premier [cas], il en résulte vingt, et dans le second quatre-vingt-quatre. Et c'est ce qu'il y a, dans chacun des deux, comme combinaisons trois à trois.

Et il a été nécessaire de multiplier par un tiers ou de multiplier un tiers par [le reste], puisque, comme on le sait, il n'y a pas de différence, parce que chaque combinaison parmi les combinaisons trois à trois possède deux permutées, parce que ***a*** et ***b***, s'ils sont réunis avec ***g***, ***g*** est soit en dernier, soit au milieu, soit au début, selon cette figure : ***a, b, g*** ; ***a, g, b*** ; ***g, a, b***.

Ces [figures], malgré le fait qu'elles sont trois combinaisons, n'en sont qu'une. Et puisque le but est, comme on l'a dit, la non répétition et l'absence de position différente [pour la même figure], il était nécessaire de se limiter au tiers. Et cela s'obtient par le produit du tiers de la [combinaison] deux à deux par le nombre dont la distance au nombre antérieur au nombre donné est égale au nombre de la combinaison, ou bien par le produit de toutes [les combinaisons] deux à deux par le tiers de ce nombre.

Après cet éclaircissement, rien ne t'échappera des combinaisons quatre à quatre et celles d'après. Dans le [cas] des [combinaisons] quatre à quatre, tu multiplies le nombre des combinaisons trois à trois par le quart du nombre dont la distance au nombre antérieur au nombre donné est égale au nombre de la combinaison cherchée.

Dans le premier [cas], ce nombre est trois et son quart est trois quarts. Dans le second, c'est six et son quart est un et un demi. Si, dans le premier [cas], tu multiplies vingt par trois quarts, il résulte quinze, et c'est ce qu'il y a de combinaisons quatre à quatre dans six. Et si, dans le second [cas], tu multiplies quatre-vingt par un et demi, il résulte cent-vingt-six, et c'est ce qu'il y a comme combinaisons quatre à quatre dans les neufs [premiers entiers]. Ou bien, tu multiplies le quart [des combinaisons] trois à trois, et c'est cinq dans le premier [cas] et vingt-et-un dans le deuxième [cas], par ce nombre qui est trois ou six.

Pour les [combinaisons] cinq à cinq, tu multiplies le résultat des combinaisons autre à quatre, et c'est quinze dans le premier [cas] et cent vingt-six dans le second, par le cinquième du nombre qui est distant, du nombre antérieur au nombre donné, du nombre de la combinaison cinq à cinq, c'est-à-dire cinq. C'est deux dans le premier [cas], et son cinquième est deux cinquièmes ; et c'est quinze dans le second et son cinquième est un. Il résulte, dans le premier [cas], six et dans le second ce même [nombre], puisque le produit par « *un* » n'a aucun effet. Ou bien, tu multiplies le cinquième de quinze, et c'est trois dans le premier [cas], ou le cinquième de cent-vingt-six, et c'est vingt-cinq et un cinquième dans le second [cas], par deux dans le premier [cas] et par cinq dans le second. Il [en] résulte ce qui a été indiqué.

Pour les combinaisons six à six, tu multiplies le résultat des [combinaisons] cinq à cinq, dans le premier [cas], et c'est six, par le sixième de *un*. Et *un* est le nombre qui est éloigné du nombre supposé de la valeur du nombre des combinaisons. Il [en] résulte *un*. Ou bien tu multiplies le sixième du résultat des [combinaisons] cinq à cinq, et c'est *un*, par *un*. Le résultat est donc *un*. Et il est connu que, dans les combinaisons six à six, il n'y a qu'une seule figure de six [éléments].

Dans le second [cas], Tu multiplies le résultat des [combinaisons] cinq à cinq, et c'est cent-vingt-six, par le sixième de celui dont la distance est ce qui a précédé, et c'est quatre. Et son sixième est deux tiers. Il [en] résulte quatre-vingt-quatre. Ou bien tu multiplies le sixième de cent vingt-six, et c'est vingt et un, par quatre.

Pour les [combinaisons] sept à sept, tu multiplies les quatre-vingt-quatre par le septième du nombre dont la distance est ce qui a précédé, et ce nombre est trois. Et son septième est trois septièmes. Ou bien, tu multiplies le septième de quatre-vingt-quatre, et c'est douze, par trois. Il [en] résulte trente-six.

Pour les [combinaisons] huit à huit, tu multiplies les trente-six par le huitième du nombre dont la distance est ce qui précède, et c'est deux, et son huitième est un quart. Ou bien tu multiplies le huitième de trente-six par deux, il [en] résulte neuf.

Pour les [combinaisons] neuf à neuf, tu multiplies neuf par le neuvième de *un* ou bien le neuvième de neuf par *un*, il [en] résulte *un*.

Et [à partir de] cette règle que nous avons indiquée, on ne connaît ce qu'il y a dans chaque combinaison qu'après avoir connu ce qu'il y a dans celle qui la précède.

[Seconde méthode]

Il y a une autre méthode [avec laquelle] la connaissance de ce qu'il y a [dans une combinaison] ne dépend pas de celle qui la précède. Elle consiste [en ceci] : si tu veux [connaître] le total [des combinaisons d'un nombre] donné, comme les trilitères, les quadrilitères et leurs semblables, à partir d'un nombre donné, comme lorsque tu veux [connaître] le total des combinaisons deux à deux de neuf nombres, la méthode [consiste en ceci] : tu poses des nombres qui excèdent [l'un l'autre] de *un*, le plus grand [étant] égal au nombre supposé, et leur nombre [étant] égal au nombre de combinaisons que tu veux -comme les combinaisons deux à deux dans notre exemple- comme ceci, comme ce qui est sur la ligne qui est sous la barre :

—

9.8

Et tu poses, en dessous, des nombres s'excédant [l'un l'autre] de *un*, le plus grand étant égal au nombre de la combinaison, et c'est dans notre exemple *deux* :

——

9.8

1.2

Puis, tu supprimes ce qui est commun entre *huit*, *neuf* et ce qui est en dessous. *Neuf* est incommensurable avec *huit* et *un*. Et *huit* est commensurable à *deux* par le demi. Tu poses *neuf*, à cause de son incommensurabilité, et un demi de *huit*, qui est *quatre*, au-dessus de la barre :

9.4

——

9.8

1.2

Puis tu composes, par le produit, ce qui est au-dessus de la barre. Il [en] résulte trente-six. Et c'est ce qu'il y a dans *neuf*, comme combinaisons bilitères.

Et si tu veux [obtenir] ce qu'ils contiennent comme combinaisons trois à trois, pose des nombres selon la forme indiquée :

——

9.8.7

1.2.3

Neuf est commensurable à trois par le tiers. Tu poses son tiers, trois, au-dessus de la barre. Huit est commensurable à deux par le demi. Tu poses sa moitié quatre également. Et sept est incommensurable. Pose-le [tel quel] :

3.4.7

——

9.8.7

1.2.3

Compose ce qui est au-dessus de la barre par le produit, il [en] résulte quatre-vingt- quatre, et c'est ce qu'il y a, dans sept, comme combinaisons trois à trois.

Et si tu veux [obtenir] ce qu'elle contient comme combinaisons quatre à quatre, pose des nombres selon la forme indiquée, comme ceci :

——

9.8.7.6

1.2.3.4

Neuf est commensurable à *trois* par le tiers. Nous posons son tiers au-dessus de la barre. Huit est commensurable à quatre par le quart. Nous posons son quart, qui est deux, au-dessus de la barre. Sept est incommensurable [aux autres nombres] et six est commensurable à deux par le demi. Nous posons sa moitié, *trois* :

3.2.7.3

——

9.8.7.6

1.2.3.4

Et nous composons, par le produit, ce qui est au-dessus de la barre. Il [en] résulte cent-vingt- six, et c'est ce qu'elle contient comme combinaisons quatre à quatre.

Et si tu veux <obtenir> ce qu'elle contient comme combinaisons cinq à cinq, pose des nombres selon la forme indiquée, comme ceci :

——

9.8.7.6.5

1.2.3.4.5

Neuf est commensurable par le tiers. Nous posons le [tiers] au-dessus de la barre. Huit l'est par le quart. Nous posons le [quart] aussi. Sept est incommensurable. Nous le posons aussi. Six est commensurable à deux par le demi. Nous posons le [demi] aussi. Et nous supprimons cinq à cause de sa similitude avec ce qui est en dessous de lui :

3.2.7.3

—————

9.8.7.6.5

1.2.3.4.5

Et nous composons ce qui est au-dessus de la barre. Il <en> résulte cent vingt-six, et c'est ce qu'elles contiennent comme combinaisons cinq à cinq.

Et si tu veux [obtenir] ce qu'elle contient comme combinaisons six à six, pose des nombres selon la forme indiquée, comme ceci :

—————

9.8.7.6.5.4

1.2.3.4.5.6

Supprime le quatre, le cinq et le six pour leur similitude avec ce qui est en dessous d'eux. Conserve, au-dessus de la barre, sept à cause de son incommensurabilité, la moitié de huit pour sa commensurabilité avec deux par le demi et le tiers de neuf pour sa commensurabilité avec trois par le tiers :

3.4.7

—————

9.8.7.6.5.4

1.2.3.4.5.6

Et compose par le produit ce qui est au-dessus, il [en] résulte quatre-vingt. C'est ce qu'elle contient comme combinaisons six à six.

Et si tu veux [obtenir] ce qu'elle contient comme combinaisons sept à sept, pose des nombres, selon la forme indiquée, comme ceci :

—————

9.8.7.6.5.4.3

1.2.3.4.5.6.7

Et supprime *sept*, *six*, *cinq*, *quatre* et *trois* pour leur similitude avec ce qui est en dessous d'eux. Conserve la moitié de *huit* et *neuf* au-dessus de la barre :

9.4

—————

9.8.7.6.5.4.3

1.2.3.4.5.6.7

Et compose, par le produit, il [en] résulte trente-six, et c'est qu'elle contient comme combinaison sept à sept.

Et si tu veux [obtenir] ce qu'elle contient comme combinaisons huit à huit, pose [cela] comme ceci :

—————

9.8.7.6.5.4.3.2

1.2.3.4.5.6.7.8

Conserve le *neuf* au-dessus de la ligne et supprime ce qui est différent de lui, à cause de la similitude. Ce qui est au-dessus de la ligne, est ce qu'elle contient comme combinaisons *huit* à *huit* :

9

—————

9.8.7.6.5.4.3.2

1.2.3.4.5.6.7.8

Et il est connu que la combinaison *neuf* à *neuf*, c'est une seule figure.

Si tu veux [obtenir] ce qu'il y a dans six comme combinaisons deux à deux, pose des nombres selon la forme indiquée, comme ceci :

3.5

—————

6.5

1.2

Et compose ce qui est au-dessus de la ligne, il [en] résulte quinze.

Ou bien, ce qu'il y a comme [combinaisons] trois à trois. Pose [les nombres] comme ceci :

5.4

——

6.5.4

1.2.3

Supprime six et pose les autres [nombres] au-dessus de la ligne et compose par le produit. Il [en] résulte vingt.

Ou bien, ce qu'il y a comme [combinaisons] quatre à quatre, pose [les nombres] comme ceci :

3.5

——

6.5.4.3

1.2.3.4

Supprime le trois et le quatre, pose le cinq et la moitié de six [au-dessus de la ligne] et compose par le produit. Il [en] résulte quinze.

Ou bien, ce qu'il y a comme [combinaisons] cinq à cinq, pose [les nombres] comme ceci:

6

——

6.5.4.3.2

1.2.3.4.5

Supprime [tout] sauf six et pose-le au-dessus de la ligne, et c'est ce qui est demandé.

Et il est connu que les <combinaisons> six à six, c'est une seule forme.

[La troisième méthode]

Après que tu aies posé des nombres, selon la forme indiquée, tu composes, par le produit, ce qu'il y a dans chacune des deux lignes, et tu divises le résultat supérieur par le résultat inférieur, il [en] résulte ce qui est cherché.

Si tu veux [obtenir] ce qu'il y a dans les neuf [nombres] comme combinaisons deux à deux, fait le produit de *huit* par *neuf* et divise-le par le produit de deux par un. Il [en] résulte trente-six.

Et si tu veux obtenir [les combinaisons] trois à trois, compose, par le produit, *sept*, *huit* et *neuf*. Il [en] résulte cinq cent quatre. Divise cela par le produit de *trois* de *deux* et de *un*, et c'est *six*. Il [en] résulte quatre-vingt-quatre. Et procède ainsi pour les [combinaisons] quatre à quatre et pour les autres.

Et si tu veux [obtenir] ce qu'il y a dans les *six* [nombres] comme [combinaisons] deux à deux, divise le produit de *six* par *cinq*, et c'est *trente*, par le produit de deux par un, et c'est deux, il [en] résulte quinze.

Ou bien, ce qu'ils contiennent comme [combinaison] trois à trois : divise le produit de *quatre* par *six* et par *cinq*, et c'est cent vingt, par le produit de *trois* par *deux* et par *un*, et c'est *six*, il [en] résulte *vingt*.

Ou bien, ce qu'ils contiennent comme [combinaisons] quatre à quatre : Divise le produit de *trois* par *quatre* par *cinq*, par six, et c'est trois cent soixante, par le produit de *quatre* par *trois*, par *deux* et par *un*, et c'est vingt-quatre, il [en] résulte quinze.

Ou bien ce qu'ils contiennent comme [combinaisons] cinq à cinq : Divise le produit de *deux* par *trois* par *quatre* par *cinq* par *six*, et c'est *sept cent vingt*, par le produit de *cinq* par *quatre* par *trois* par *deux*, par *un*, et c'est *cent vingt*. Il [en] résulte *six*. Que Dieu [nous] accorde le succès.

Gloire à Dieu, grâce à cet [exposé], a été clarifié ce qu'a réalisé le savant de l'Islam, Zakariyā al-Anṣārī, dans le commentaire du poème en mille vers sur les *Ḥadiths* admis, dans la troisième partie concernant les [*Ḥadiths*] faibles. Et c'est ce qui [nous] a poussé à réaliser cette épître. Et c'est pour cela que nous l'avons illustrée avec *six* et *neuf* parce qu'ils y sont évoqués.

Que la prière et le salut de Dieu soit sur notre Maître Muḥammad, sur sa famille et sur ses compagnons.

C'est la fin de l'épître bénie du guide, du magnanime, du savant, celui dont la célébrité nous épargne d'exagérer dans nos louanges, l'autorité de l'Islam et des musulmans, le Maître Sulṭān al-Shāfiᶜī, que Dieu le très Haut lui soit miséricordieux et qu'il nous fasse profiter, nous et les Musulmans, de lui et de ses sciences. Amen.

رسالة سلطان الشافعي

في حصر ما في أحرف مفروضة من كلمات

(مخطوط اسطنبول، لالولي 2717، ص 37ظ – 42ظ)

// 37ظ// بسم الله الرحمن الرحيم وبه ثقتي.

الحمد لله رب العالمين، وصلى الله على سيدنا محمد وآله وصحبه أجمعين.

وبعدُ، فهذه رسالة في بيان الطريق الموصلة إلى معرفة حصر ما في أحرفٍ مفروضة من كلمات ثنائية أو ثلاثية، مثلا، أو ما في عددٍ مفروض من أعداد ثنائية أو ثلاثية، من حيث الاجتماع لا من حيث اختلاف الصورة في الوضع بالتقدّم أو التوسط أو التأخر، كما في إجتماع الألف والباء[43] والجيم، على أي حالة اجتمعت.

[الطريقة الأولى]

فنقول: اعلم أنّا إذا أردنا معرفة ما في أحرفٍ مفروضة من التراكيب الثنائية أو الثلاثية أو غيرهما، كما إذا قيل: كمْ في حروف أ، ب، جـ، د، هـ، و، من تركيب ثنائي أو ثلاثي أو غيره، أو قيل كم في التسعة من الأعداد من عدد ثنائي أو ثلاثي أو غيره، من حيث اجتماع بعضها مع بعض.

فمن المعلوم أن في الستة أعدادًا ستة وفي التسعة أعدادًا تسعة. فما فيها من الوحدات هو تلك العدّة بعينها. فإذا //38و// أردنا ما فيها من تركيب ثنائي[44]، فمعلوم أن الأول يُجمع مع الثاني، ثم مع كلٍّ مِمّا بعده. وهكذا، فيكون في الأول خمسة وفي الثاني ثمانية. ثم يُجمع الثاني[45] مع الثالث، ثم مع كل مما بعده. ولا يُجمع مع ما قبله لأنه مَرَّ. فيكون في الأول أربعة وفي الثاني سبعة. ثم الثالث[46] مع

43- الباء: البا. وهكذا فيما بعد.

44- ثنائي: ثناي. وهكذا فيما بعد.

45- الثاني: الأول.

46- الثالث: الأول.

الرابع، ثم مع كل مما بعده[47]. فيكون في الأول ثلاثة وفي الثاني ستة. وهكذا تتناقص العدّة بواحد. فجميع التركيب الثنائي هو جمع الأعداد على تواليها من الواحد إلى العدد الذي قبل المنتهى إليه. والمنتهى إليه في الأول ستة وفي الثاني تسعة. والذي قبله في الأول خمسة وفي الثاني ثمانية. وصارت الخمسة هي المنتهى إليه في الجمع الأول[48]، و[49]الثمانية هي المنتهى إليه في الجمع الثاني.

وتقرَّرَ في جمع الأعداد المتوالية أن تزيد على المنتهى[50] إليه واحدًا وتضرب المجتمع في نصف المنتهى إليه. والمنتهى إليه الذي هو الخمسة أو الثمانية، بزيادة واحد، هو بعينه الستة أو التسعة المفروضة التي تطلـُب جمع تركيباتها الثنائية.

فعلى هذا، إذا أردنا جمع التركيبات الثنائية، نضرب العدّة المفروضة، التي هي في الأول ستة وفي الثاني تسعة، في نصف ما قبله، وهو اثنان ونصف، في الأول، وأربعة في الثاني. فيكون الحاصل في الأول خمسة عشر وفي الثاني ستة وثلاثين. وذلك ما في كلٍّ من التراكيب الثنائية //38ظ//. والستة المضروبة أو التسعة هي عدّة الوحدات التي في كل واحد منهما[51].

فقد ضربنا عدّة التركيب الذي قبل المفروض في جزء سمي التركيب من عدد بُعدُه عن العدّة المفروضة التي هي الستة أو التسعة قبلها بقدر عدّة التركيب، إذْ الخمسة التي ضربنا في جزئها، في الأول، أو الثمانية المضروب في جزئها، في الثاني، عدد قبل الستة أو التسعة يبعُدُ عنها باثنين اللذين هُما قدر عِدَّة التركيب الثنائي.

ولك أن تضرب العدّة المفروضة، التي هي الستة أو التسعة، في ذلك العدد الذي هو الخمسة أو الثمانية، وتأخذ نصف الحاصل، الذي هو سمي التركيب الثنائي، من معناه وإن لم يكن من لفظه، كما هو معلوم.

وإذا أردنا معرفة ما في المثالين من تركيب ثلاثي، فمعلوم أن كل واحد من الثنائيات يجتمع معه واحد من بَقِيَة العدّة المفروضة. فتكون التركيبات الثلاثية حاصلة من ضَرب الثنائية في العدّة المفروضة إلا اثنين. وإنما كان كذلك لأنه إذا اجتمع الأول والثاني مع كل مما بُعدُه إلى الستة أو التسعة بعدّ واحد، كان ذلك

47- ثم مع كل مما بعده: الجملة ناقصة.

48- هي المنتهى إليه في الجمع الأول: الجملة ناقصة.

49- و: أو.

50- المنتهى: المنتهي. وهكذا فيما بعد.

51- في كل واحد منهما: في كل.

أربعة في الأول أو سبعة في الثاني. فقد نقص من الستة اثنان ومن التسعة كذلك. وكذا إذا جُمع الأول والثالث مع كل [الباقين][52]. فقد ضوعف كل واحد من الثنائيات بقدر العدّة المفروضة إلا اثنين. فمجموع التأليفات الثلاثية إذن هو //39و// الحاصل في الأول من ضرب خمسة عشر في أربعة، وفي الثاني من ضرب ستة وثلاثين في سبعة، التي هي العدّة المفروضة إلا[53] اثنين في كل منهما. والأربعة في الأول أو السبعة في الثاني هي بعينها العدد الذي بَعُدَ عن العدّة المفروضة قبلها بقدر عدّة التركيبة الثلاثية المطلوبة.

ولما كان الغرض من هذا العمل هو معرفة ما في العدد المفروض من التركيبات الثلاثية من حيث عدم التكرار[54]، الذي عبّرنا عنه في الأول بقولنا "من حيث الاجتماع"، وَجَبَ ضربُ كل الثنائيات في ثلث الأربعة، في الأول، أو السبعة في الثاني، وهو الجزء الذي هو سَمِيُّ التركيبة الثلاثية المطلوبة، أوضرب ثلث الثنائيات في الأربعة أو السبعة. فيحصل، في الأول، عشرون، وفي الثاني أربعة وثمانون. وذلك ما في كل منهما من التركيبات الثلاثية.

وإنما وَجَبَ الضربُ في الثُّـلُـث أو ضرب الثلث، إذ لا فرق كما عُلم، لأن لكل تأليفة من التأليفات الثلاثية مقلوبتين، لأن الألف والباء إذا جُمعا مع الجيم، فقد تكون الجيم متأخرة أو متوسطة أو متقدّمة على هذه الصورة: **ا ب جـ ، ا جـ ب ، جـ ا ب**.

فهذه، مع كونها ثلاث تأليفات، هي تأليفة واحدة. ولما كان المقصود، كما تقرر، عدم التكرار[55]، ولا[56] اختلاف الصورة //39ظ// في الوضع، وجب الاقتصار على الثُّـلُـث. ويحصل ذلك بضرب ثلث الثنائية في العدد الذي بَعُد عن العدّة المفروضة قبلها بقدر عدّة التركيبة، أو بضرب كل الثنائية في ثلث ذلك العدد.

وبَعْدَ هذا الإيضاح، لا يخفى عليك التركيب الرباعي وما بعده. ففي الرباعي تضرب عدّة التركيبة الثلاثية في ربع العدد الذي بَعُدَ عن العدّة المفروضة قبلها بقدر عِدّة التركيبة المطلوبة، وذلك العدد في الأول ثلاثة، ورُبعه ثلاثة أرباع واحد. وفي الثاني ستّة، ورُبْعُه واحد ونصف. فإذا ضربت، في الأول، عشرين في ثلاثة

52- مع كل ما بعد الثالث: مع كل.
53- إلا: إلى.
54- التكرار: التكرر. وهكذا فيما بعد.
55- التكرار: التكرر. وهكذا فيما بعد.
56- ولا: لا.

أرباع، حصل خمسة عشر، وهو ما في الستة من تركيب رباعي. وإذا ضربت، في الثاني، أربعة وثمانين في واحد ونصف، حصل مائة[57] وستة وعشرون، وهو ما في التسعة من تركيب رُباعي، أو تضرب ربع الثلاثية، وهو خمسة في الأول وواحد[58] وعشرون في الثاني، في ذلك العدد الذي هو ثلاثة أو ستة.

وفي الخُماسي، تضرب ما حصل من التركيب الرُّباعي، وهو خمسة عشر في الأول ومائة وستة وعشرون في الثاني، في خُمُس العدد الذي بَعُدَ عن العدّة المفروضة قبلها بقدر عدّة التركيبة الخُماسية، أي بخمسة، وهو اثنان في الأول //40و// وخمسها خُمُسان، وخمسة في الثاني وخُمُسها واحد، يحصل في الأول ستة وفي الثاني هي بعينها إذْ[59] الضرب في الواحد لا أثر له. أو تضرب خُمُس الخمسة عشر في الأول وهو ثلاثة وخُمُس المائة والستّة والعشرين، وهو خمسة وعشرون وخُمُس، في الثاني، في اثنين في الأول وفي خمسة في الثاني، يحصُل ما ذُكِر.

وفي التركيب السداسي، تضرب ما حصل من الخماسي في الأول، وهو ستة، في سدس واحد، والواحد هو العدد الذي بَعُد عن العدّة المفروضة بمقدار عدّة التركيبة، يحصل واحد، أو تضرب سدس ما حصل من الخماسي[60]، وهو واحد، في الواحد. فالحاصل واحد. ومعلوم أنه ليس في التركيبة السداسية إلا صورة واحدة على ستة.

وتضرب ما حصل من الخماسي، في الثاني، وهو مائة وستة وعشرون، في سُدُسُ ذلك الذي بَعُدَ بما تقدّم، وهو أربعة، وسدسه ثلثان[61]، يحصل أربعة وثمانون. أو تضرب سدس المائة والستة والعشرين، وهو واحد[62] وعشرون، في الأربعة.

وفي السباعي، تضرب الأربعة والثمانين في سُبع ذلك العدد الذي بَعُدَ بما تقدّم، وذلك العدد هو ثلاثة، وسُبُعُهُ[63] ثلاثة أسباع. أو تضرب سُبُع الأربعة والثمانين، وهو اثنا عشر، في ثلاثة، يحصل ستة وثلاثون.

57- مائة: ماية. وهكذا فيما بعد.
58- وواحد: واحد.
59- إذ: اذا.
60- الخماسي: الخماس.
61- وسدسه ثلثان: وسدسة وثلثان.
62- واحد: احد.
63- سُبُعُه: سبعة.

وفي الثُّماني //40ظ// تضرب الستة والثلاثين في ثُمُن ذلك العدد الذي بَعُدَ بما تقدّم، وهو اثنان، وثُمُنه رُبْع، أو تضرب ثُمُن الستة والثلاثين في الاثنين، يحصُل تسعة.

وفي التُّساعي، تضرب التسعة في تُسُع واحد أو تُسُع التسعة في واحد، يحصل واحد.

وهذه القاعدة التي ذكرناها لا يُعلم منها كل ما في تركيبة[64] من التراكيب إلا بعد معرفة ما في التي قبلها.

[الطريقة الثانية]

وهناك طريقة أخرى لا يتوقـّف معرفة ما فيها على التي قبلها، وهي أنك إذا أردت جملة تراكيب عدّة مفروضة، كالثلاثيات أو الرباعيات أو نحوها، من عدد مفروض، كما لو أردت جُملة التركيبات الثنائية من أعداد تسعة. فالطريق أن تضع أعدادًا متفاضلة بالواحد، أكثرها بقدر العدّة المفروضة، وعدّتها بقدر عدّة التركيب الذي تريده، كالثنائي في مثالنا، هكذا، كما في السطر الذي تحت الخط:

———

9.8

وتضع تحتها أعدادًا متفاضلة بالواحد، أعظمها بقدر عدّة التركيب، وهي في مثالنا اثنان :

———

9.8

1.2

ثم تزيل الاشتراك بين الثمانية والتسعة وما تحتهما. فالتسعة مباينة لكل من الاثنين والواحد[65]. والثمانية مشاركة للاثنين بالنصف. فتضع التسعة لمباينتها ونصف الثمانية، وهو أربعة، فوق الخط :

[64]- تركيبة: تركيبه.
[65]- والواحد: واحد.

9.4

———

9.8

1.2

ثم تركـّب ما فوق الخط بالضرب، يحصل ستة وثلاثون، وهو ما في التسعة من تركيب ثنائي.

//41و// وإن أردت ما فيها من تركيب ثلاثي، فضَعْ أعدادًا[66] بالصفة المذكورة:

3.4.7

———

9.8.7

1.2.3

فالتسعة[67] متشاركة للثلاثة بالثلث. فتضع ثلثها، ثلاثة، فوق الخط. والثمانية مشاركة للاثنين بالنصف. فتضع نصفها أربعة كذلك. والسبعة مباينة. فضعها :

3.4.7

———

9.8.7

1.2.3

وركـّب ما فوق الخط بالضرب، يحصل أربعة وثمانون، وهو ما في السبعة من تركيب ثلاثي.

وإن أردت ما فيها من رباعي، فضع أعدادًا بالصفة المذكورة، هكذا:

[66]- أعدادًا: أعداد.
[67]- فالتسعة: والتسعة.

9.8.7.6

1.2.3.4

والتسعة مشاركة للثلاثة بالثلث. فوضعنا ثلثها فوق الخط. والثمانية مشاركة للأربعة بالربع. فوضعنا ربعها، اثنان، فوق الخط. والسبعة مباينة والستة مشاركة للاثنين بالنصف. وضعنا نصفها ثلاثة :

3.2.7.3

9.8.7.6

1.2.3.4

وركّبنا ما فوق الخط بالضرب، حصل مائة وستة وعشرون وهو ما فيها من تركيب رباعي.

وإن أردت ما فيها من خُماسي، فضع أعدادًا بالصفة المذكورة[68]، هكذا:

9.8.7.6.5

1.2.3.4.5

فالتسعة مشاركة بالثلث. وضعناه فوق الخط. والثمانية بالربع، وضعناه كذلك. والسبعة مباينة، وضعناها كذلك. والستة مشاركة للإثنين بالنصف، وضعناه كذلك، وأسقطنا الخمسة لمماثلتها ما تحتها :

3.2.7.3

9.8.7.6.5

1.2.3.4.5

[68]- المذكورة: الكلمة ناقصة.

وركّبنا ما فوق الخط، حصل مائة وستة وعشرون، وهو ما فيها من تركيب خُماسي.

وإن أردت ما فيها من تركيب سُداسي، //41ظ// فضع أعدادًا[69] بالصفة المذكورة، هكذا[70]:

9.8.7.6.5.4

1.2.3.4.5.6

وأسقِط الأربعة والخمسة والستة لمماثلتها ما تحتها. وأثبت السبعة للمباينة، ونِصفُ الثمانية لمشاركتها الاثنين بالنصف، وثُلثُ التسعة لمشاركتها الثلاثة بالثلث، فوق الخط. وركّب ما عليه بالضرب، يحصل أربعة وثمانون، وهو ما فيها من تركيب سداسي.

وإن أردت ما فيها من تركيب سُباعي، فضع أعدادًا بالصفة المذكورة، هكذا:

9.8.7.6.5.4.3

1.2.3.4.5.6.7

وأسقط السبعة والستة والخمسة والأربعة والثلاثة لمماثلتها ما تحتها، وأثبت نصف الثمانية والتسعة فوق الخط، وركّب بالضرب، يحصل ستة وثلاثون، وهو ما فيها من تركيب سباعي.

وإن أردت ما فيها من تركيب ثماني، فضع كذلك هكذا:

9.8.7.6.5.4.3.2

1.2.3.4.5.6.7.8

وأثبت التسعة فوق الخط وأسقط ما عداها للمماثلة. فما فوق الخط هو ما فيها من تركيب ثُماني.

[69]- أعدادًا: أعداد.

[70]- المذكورة، هكذا: الجملة ناقصة.

ومعلوم أن التركيب التسُاعي صورة واحدة.

وإن أردت ما في الستة من تركيب ثنائي، فضع أعدادًا بالصفة المذكورة[71] هكذا:

3.5

———

6.5

1.2

وركّب ما فوق الخط، يحصل خمسة عشر.

أو ما فيها من [تركيب] ثلاثي، فضع [الأعداد] هكذا:

5.4

———

6.5.4

1.2.3

وأسقط الستة وضع ما عداها فوق الخط وركّب بالضرب، يحصل عشرون.

أو ما فيها من [تركيب] رُباعي، فضع [الأعداد] هكذا:

3.5

———

6.5.4.3

1.2.3.4

وأسقط الثلاثة //42و// والأربعة، وضع الخمسة ونِصْف الستة [فوق الخط] وركّب بالضرب، يحصل خمسة عشر.

أو ما فيها من [تركيب] خُماسي، فضع [الأعداد] هكذا:

[71]- المذكورة: الكلمة ناقصة.

6

———

6.5.4.3.2

1.2.3.4.5

فأسقط ما عدا الستة وضعها فوق الخط، وهي المطلوب.

ومعلوم أن السداسي صورة واحدة.

[الطريقة الثالثة]

ولك، بعد أن تضع أعدادًا بالصفة المذكورة، أن[72] تركّب ما في كل من السطرين، بالضرب، وتقسم الحاصل الأعْلى على الحاصل الأسفل، يخْرُج المطلوب.

فإذا أردت ما في التسعة من تركيب ثنائي، فسطّح الثمانية والتسعة وأقسمه على مسطح الاثنين والواحد، يخرج ستة وثلاثون.

وإن أردت [التركيب] الثلاثي، فركّب السبعة والثمانية والتسعة بالضرب، يحصل خمسمائة وأربعة. وأقسم ذلك على مسطح الثلاثة والاثنين والواحد، وذلك ستة، يخرج أربعة وثمانون. وهكذا، فافعل في [التركيب] الرباعي وغيره.

وإن أردت ما في الستة من ثـنائي، فمُسطّح الستة والخمسة، وهو ثلاثون، أقسمه على مسطح الاثنين والواحد، وهو اثنان، يخرج خمسة عشر.

أو ما فيها من الثلاثي، فمُسطّح الأربعة والستة والخمسة، وهو مائة وعشرون، أقسمه على مُسطّح الثلاثة والاثنين والواحد، وهو ستة، يخرج عشرون.

أو ما فيها من رباعي، فمُسطّح الثلاثة والأربعة والخمسة والستة، وهو ثلاثمائة[73] //42ظ// وستون، أقسمه على مُسطّح الأربعة والثلاثة الاثنين والواحد، وهو أربعة وعشرون، يخرج خمسة عشر.

[72]- أن: بان.

أو ما فيها من خُماسي، فمُسطـَّح الاثنين والثلاثة والأربعة والخمسة والستة، وهو سبعمائة وعشرون، أقسمه على مُسطـَّح الخمسة والأربعة والثلاثة والاثنين والواحد، وهو مائة وعشرون، يخرج ستة. والله الموَفـّق.

وقد اتـَّضح، ولله الحمد، بهذا، ما صنعه شيخ الإسلام زكريا الأنصاري في شرح ألفية مصطلح الحديث في القسم الثالث في الضعيف. وكان ذلك هو الحامل على وضع هذه الرسالة. ولذلك مثـَّلنا بالستة والتسعة لأنهما المذكوران هناك.

وصلى الله على سيدنا محمد وآله وصحبه وسلـَّم.

آخر الرسالة المباركة للإمام الهمام العالم العامل مَنْ شُهرته تُغني عن الإطناب في مدحه شيخ الإسلام والمسلمين الشيخ سُلطان الشافعي، رحمه الله تعالى ونفعنا والمسلمين به وبعلومه آمين.

[73] - ثلاثمائة: ثلثماية.

A MAMLŪK PERSPECTIVE ON THE MATHEMATICAL SCIENCES IN THE MAGHRIB IN THE FOURTEENTH AND FIFTEENTH CENTURIES

Sonja BRENTJES
Max Planck Institute for the History of Science (Berlin)

Summary – It is well known that Maghribī scholars from the religious and occult disciplines were well represented among the scholarly elite of Mamluk Cairo. With Abū 'Alī al-Ḥasan al-Marrakushī (d. 1281/2) we know of one important Maghribi author on *'ilm al-miqāṭ* in Cairo in the first decades of the Mamluk state. But we know little about his students, friends, and colleagues. We know even less about other Maghribī migrants who settled in Cairo and engaged with one or the other of the mathematical sciences. In my talk, I will trace some of them, primarily for the fifteenth century.

The development of history writing in individual Islamicate societies and on the perspectives taken by the authors of historical works has become a well-established research field among historians. Historians of science have paid significantly less attention to this kind of literature except for "factual" biographical data and some judgments by writers such as Ibn al-Nadīm (d. 995 or 998), Ibn al-Qifṭī (1172-1248), Ibn Abī Usaybī'a (1203-1270) or Ibn Khaldūn (1332-1406) considered in modernity as indispensable sources for such "facts" or as progressive, innovative thinkers. In my paper I will draw the attention to a historical writer of the fifteenth century, whom historians of science have by and large ignored - Shams al-Din al-Sakhāwī (1427-1497). I will address the question what he knew about scholars of those scholarly disciplines that historians of science have traditionally called the ancient sciences but that were regrouped and renamed a few centuries before al-Sakhāwī as the rational sciences and the mathematical sciences. The main rational sciences of al-Sakhāwī's times were *kalām*, *uṣūl al-dīn* and *uṣūl al-fiqh*, *falsafa* or *ḥikma*, and logic. Philological disciplines such as grammar, rhetoric or prosody were also considered as members of this group. Sometimes, medicine or alchemy were included under such a header too. The mathematical sciences encompassed the Neoplatonic quadrivium in different arrangements (number theory, geometry, astronomy, theory of music), various of the traditional branches of those four main mathematical disciplines such as optics, the pulling of heavy loads, calculation systems, algebra, planetary models or magic squares. More recent members of the mathematical sciences were geomancy, lettrism (i.e. science of letters) or astrology. The latter was seen to be the goal of all studies - theoretical and observational - of the heavens. In al-Sakhāwī's ten-volume biographical dictionary of the famous men and women of the ninth century *Hijra*, the boundaries marking this classificatory scheme are often blurred and the relationship between the various main and sub-disciplines of knowledge appears to be much closer than the classificatory scheme implies.

This is the reason that I neither will draw strict borderlines between them in my analysis of al-Sakhāwī's depiction of the mathematical sciences as exercised in the Maghrib or in Mamlūk territories by Maghribī scholars.

My paper belongs to the category of sociocultural history of science, an approach to the study of past scientific activities today widespread in the history of modern sciences at large or the history of pre-modern sciences in South and East Asia. With regard to Islamicate societies, sociocultural history of science is less often undertaken. Most studies of this type treat processes, people or institutions in societies of the Persianate world or the early modern Ottoman Empire with a particular focus on the capitals or seats of princes. My paper does not follow such an approach but tries to understand what a leading scholar of *ḥadīth* and author of a lengthy and in some respect innovative biographical dictionary of a neighboring state knew and believed about scholarship of a group of people from western territories in North Africa. I wish it to be understood as an offer and an invitation to pay more attention to historical sources composed outside the realms of the specific dynasties that ruled in the fourteenth and fifteenth centuries in regions of Tunisia, Algeria or Morocco. The main purpose of such an undertaking is to historicize the mathematical sciences in North Africa and to give them a richer societal and cultural texture than the study of the content of mathematical treatises alone allows for. Such a better knowledge about specific contexts of people engaged in the mathematical sciences be it through reading texts by themselves,

teaching and commenting on school texts, or solving problems can help us to understand why trends discovered in mathematical works appeared and disappeared and which institutional frameworks structured or regulated such processes of change.

Social Activities and Cultural Patterns

Two main areas that need to be investigated for achieving the goals just set forth are the social activities of the men practicing mathematical sciences and the cultural patterns that such activities created. Social activities can be understood in a narrower sense as activities that allow the production, reproduction and organization of mathematical knowledge. They also could be understood in a wider sense as all activities that lead to the production, reproduction and organization of all the knowledge acknowledged by the scholars, their clients and their patrons in a specific society. I tend to privilege the wider approach because it allows to uncover the general aspects that all activities producing, reproducing or organizing knowledge share and thus to determine the specificities of activities limited to mathematical knowledge.

In my studies of teaching processes which I consider as an important component of the cultural patterns created by social activities directed towards the production, reproduction and organization of knowledge I discovered that the modes used for teaching and learning mathematical knowledge as undertaken at madrasas or mosques adopted over time major features of the same processes undertaken at the same institutions with regard to the rational sciences like *kalām* or *falsafa* as well as the sciences of transmission like Qur'anic exegesis or *ḥadīth*.[1] The systematic study of a whole field of knowledge was replaced by the repeated study of a few, often introductory texts with several teachers in different cities. Learning a text by heart became a standard method also in arithmetic, algebra and geometry. Reading extracts instead of complete texts and summarizing a text taught by a teacher in form of a didactic poem became two further methods of learning and showing progress.

[1] Sonja Brentjes, 'Teaching the Mathematical Sciences in Islamic Societies. Eighth-Seventeenth Centuries,' in *Handbook on the History of Mathematics Education,* edited by Alexander Karp and Gert Schubring, (New York: Springer, 2014), 85-107; Sonja Brentjes, *Teaching and Learning the Sciences in Islamicate Societies (800-1700)*, (Turnhout: Brepols, 2018).

These forms of activities and the patterns they installed in a specific society for some period cannot be easily discovered in the mathematical manuscripts themselves, because the presence or absence of marginal or interlinear comments in any text or their distribution across a text do not allow to draw certain conclusions about how a text was taught, read or distributed. I have encountered manuscripts whose mathematical texts were free from any comment but had a remark at the end about who had taught the text to whom. On the other hand, I have seen many manuscripts with different layers of marginal comments that later copies of the same text continued to contain. This feature is another widely shared cultural pattern of reproducing knowledge across all disciplines present at the madrasa. The sequence of such comments produced at different times and places thus does not permit to differentiate between processes undertaken at a school, in a private home or for purposes of selling a manuscript at the book market. Hence, the interpretation of features marking the physical and intellectual content of any manuscript cannot be undertaken solely on the basis of either a single or a group of related manuscripts. Codicology offers an important set of methods and questions that need to be applied to the study of mathematical texts in manuscripts in order to elucidate their modes of production and usage. But for establishing the cultural patterns of producing, reproducing and organizing mathematical knowledge or knowledge in general we need to include as a further component the study of biographical dictionaries like the one compiled by al-Sakhāwī and the type of material that presents information about teachers, texts studied, classmates and travels and is called differently in different regions of the Islamicate world (*barnāmaj*, *fihrist*, *mu'jam*). These two kinds of sources tell us for instance that mathematical knowledge was not only taught in the manners described above. Repeatedly, in particular in material written by North African or Andalusian scholars, visualization, showing examples and question-and-answer exchanges are named as methods used for teaching geometry or arithmetic in classrooms with more than one student. In rare cases, models of solids were formed from wax when teaching Euclid's *Elements* during the seventeenth century in Damascus.[2]

Social activities in Islamicate societies concerned with producing and reproducing knowledge involved much textual work. In the last years, historians of the rational sciences and the sciences of transmission have

[2] Brentjes 2018, 171, 175.

increasingly paid attention to the history of paratextual features of scholarly treatises such as tables of content, colophons, forms of visualizing specific propositions or methods or ownership marks. Such studies allow to discover the distribution of texts as well as manuscripts between schools, libraries, professions and religious communities. For the mathematical sciences, comparative studies are mostly limited to diachronic investigations of geometrical diagrams as expressions of interdependence between copies of texts or of practices of copying or learning. Broader social questions have not yet received attention. The same applies to the study of literary genres such as commentaries, epitomes, editions, synopses or other types of teaching material. Here, historians of philosophy or medicine have gone much farther and achieved remarkable new results that revise our views about those fields of knowledge in Islamicate societies after 1200, the previous standard beginning point for decline.[3]

Social activities concerned with organizing knowledge can also be seen as involving textual work and as overlapping with the other two kinds discussed above. But they also encompass the construction and maintenance of institutions such as patronage, schools, intermarriage between scholarly families, rules for acquiring positions in administration, the judiciary, the educational system or other parts of the state apparatus or traveling for the sake of knowledge. Biographical dictionaries from the eleventh to the seventeenth centuries indicate that patronage at courts showed a broad spectrum of options as well as obstacles for both partners in such a relationship, the patron and the client. While often the more vulnerable side in the relationship, clients were by no means powerless. They could, under certain circumstances, choose their patron or reject an offer for patronage. They could entertain a more formal relationship of service or a companionship which entailed closer personal

[3] Asad Q. Ahmad & Margaret Larkin, The Ḥāshiya and Islamic Intellectual History, Oriens 41 (2013), 213-16 and the other articles in this volume; Heidrun Eichner, The Post-Avicennian Philosophical Tradition and Islamic Orthodoxy. Philosophical and Theological summae in Context, unpublished habilitation, (Halle 2009); Heidrun Eichner, Tracing changing Identities through static doxographical Representations. In: Theological Rationalism in Medieval Islam. New Sources and Perspectives, ed. by Lukas Mühlthaler, & Gregor Schwarb, (Leuven: Peeters 2016), 159-182; Robert Wisnovsky, "Avicenna's Islamic reception", in Peter Adamson, ed., Interpreting Avicenna: Critical Essays, (Cambridge: Cambridge University Press 2013), 190-213.

involvement. The most sought for scholars in the sciences were physicians and astrologers. But scholars with high reputation in the rational sciences were also a welcome asset to a court. Depending on the character of the ruling family or clan such offers were made by invitation, directly or indirectly through mediation, or by the exercise of force and violence. Mediation usually incorporated negotiations over position, rank and remuneration.

Specific mathematical knowledge in the stars, divination, lettrism, irrigation and architecture could entail patronage options with positions at a court or in an army.[4] The most regulated and regular organization of such a kind of professional activity can be seen in the Ottoman Empire for astrologers and timekeepers at the latest since the sixteenth century.[5] In those areas of the mathematical sciences that we consider today as belonging to mathematics patronage opportunities rarely existed, if at all. How patronage conditions for the mathematical sciences were shaped and which opportunities existed at Ḥafṣīd, Marinīd and other North African courts is unknown to me. It is here that work is needed from Tunisian, Algerian or Moroccan colleagues.

Aspects of organizing knowledge include methods to rank scholars, to evaluate their achievements, to include them into the entirety of the scholarly world, to inscribe them into specific groups such as knowledge fields, to mark them as outsiders or to deny to them the acknowledgement of scholarship. All such features can be found in biographical dictionaries for people and disciplines and in classificatory treatises or encyclopedias for fields of knowledge. Reading biographical dictionaries more or less systematically enabled me to show that practitioners of what we then were calling the ancient sciences were part and parcel of such historical works at the very latest in the

[4] Sonja Brentjes, 'Patronage of the mathematical sciences in Islamic societies: structure and rhetoric, identities and outcomes,' in *The Oxford Handbook of the History of Mathematics*, ed. by Eleanor Robson & Jackie Stedall, (Oxford: Oxford University Press 2008), 301-28, (Paperback 2010); Sonja Brentjes, 'Ayyubid Princes and their Scholarly Clients from the Ancient Sciences,' in *Court Cultures in the Muslim World: Seventh to Nineteenth Centuries*, ed. by Albrecht Fuess & Jan-Peter Hartung, SOAS/Routledge Studies on the Middle East, (London: Routledge 2010), 326-56.

[5] Miri Shefer-Mossensohn, Science among the Ottomans. The Cultural Creation and Exchange of Knowledge, (Austin, TX: University of Texas Press 2015).

thirteenth century independent of the disciplinary affiliation of the dictionary's author.[6] This can be seen in full measure in al-Sakhāwī's dictionary. He praises or scolds timekeepers, astrologers, physicians, philosophers or diviners with the same terms of excellence, usefulness, eloquence, virtue or lack of any of those characteristics that he applies to *muḥaddithūn*, exegetes, jurists or *mutakallimūn*.[7] Attributing official designations to specific sets of subject matters and methods as well as to their practitioners such as *'ilm al-miqāt* and *muwaqqit* or *miqātī* or *'ilm al-falak* and *falakī* and in later centuries also employing the personal *nisba riyāḍī* to people indicates processes of integration, institutionalization and stabilization of such processes of intellectual and social division of knowledge, labor and professionalization. In contrast to such an inclusive pattern of treatment, historical chroniclers of the Mamlūk period can be more often seen to exclude scholars who engage with alchemy. On the one hand, their reports reflect the replies of rulers to unsuccessful alchemists. On the other, they indicate negative attitudes towards squandering property and pursuing overly expensive and unproductive activities in search for questionable knowledge. The much greater number of alchemical texts authored by often unknown but scholarly writers than the number of alchemists named in biographical dictionaries and historical chronicles may also point to processes of marginalization of alchemical practitioners.

Even historians with clearly negative attitudes toward philosophy, medicine, the occult sciences or the mathematical sciences or some of them rank their scholarly representatives in the same terms as al-Sakhāwī does. They report well-established stories about Caliph al-Ma'mūn's (r. 813-833) alleged responsibility for the introduction of the ancient sciences into Muslim society or about the rejection of earlier engagements with such sciences by well-

[6] Sonja Brentjes, 'Courtly Patronage of the Ancient Sciences in Post-Classical Islamic Societies,' *Al-Qanṭara*, XXIX (2008), 403-436; Sonja Brentjes, 'The Language of 'Patronage' in Islamic Societies Before 1700,' *CEMYR* 20 (2012), 11-22.

[7] Sonja Brentjes, 'The study of geometry according to al-Sakhāwī (Cairo, 15th c) and al-Muḥibbī (Damascus, 17th c),' in *Mathematics Celestial and Terrestrial*, Festschrift for Menso Folkerts zum 65. Geburtstag, ed. by Joseph W. Dauben, Stefan Kirschner, Andreas Kühne, Paul Kunitzsch, Richard Lorch, *Acta Historica Leopoldina* 54, (Halle (Saale): Deutsche Akademie der Naturforscher Leopoldina 2008), 323-341.

established scholars of the religious sciences such as Fakhr al-Dīn al-Rāzī (1150-1210) giving the first type of story a negative evaluation and the second their approval. But we lack a systematic investigation of the spectrum of stories told by whom, where and when although they provide us with insights into how attitudes towards those fields of knowledge were shaped, reinforced, invigorated or dismantled.

Stories on the sciences and their practitioners are elements of the larger societal discourses on knowledge. To know which stories were told in North African sources is essential for understanding the frameworks for the ups and downs of the mathematical sciences in Maghribī societies. The same kind of relevance applies to modes of visualization and representation. There are sharp, extensive and substantive differences in those two areas of scholarly practices between Islamicate societies in the Maghrib, the Arab East, Saljūq to Ottoman Anatolia, Iran, Central Asia and Islamicate societies in India. In contrast to the many copies of 'Abd al-Rahmān al-Ṣūfī's (903-986) *Book on the Star Constellations* produced under numerous Muslim dynasties from Egypt to India, their usage in teaching, courtly display, princely gift-giving and politics, there are only two copies known from the Maghrib. Their iconographic style suggests that the second copy is distantly related to the first one which is signed by Abu l-Hasan al-Ghāfiqī (13th century) and was produced in 1224 in Sabta.[8] According to his *nisba*, this person was of Andalusian origin. But it is unlikely that he was the Andalusian vizier of the Hafṣīd ruler Abū Yahyā al-Wāthiq (r. 1277-1279).

[8] MSS Vatican, Biblioteca Apostolica, Rossiana 1033; Paris, BnF, Arabe 2488.

MS Vatican, Biblioteca Apostolica, Rossiana 1033, Hercules called the Dancer as seen on the Heavens.

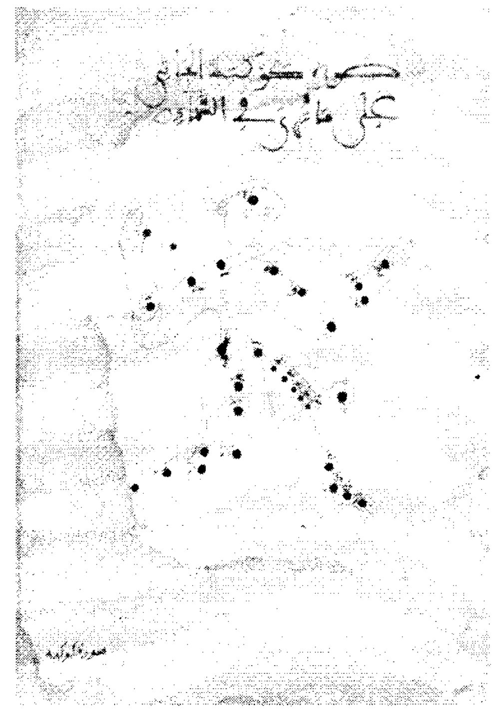
While al-Ghāfiqī's copy testifies to an uneven distribution of painting skills with Hercules being the exception to the rule of seemingly stylized and often wooden human or animal figures, a careful execution of calligraphy, an effort to provide the figures with bodily texture through the use of color and differently broad brush strokes, a peculiar attention to headgear and occasional deviations from the ideal types of the constellations, the anonymous copy held in the National Library of France and attributed to a copyist of the fourteenth century, shares with al-Ghāfiqī's copy only the second property. Its paintings of the constellations are much more schematic, dilettante, uneven and inelegant. In most instances, they are flat, two-dimensional outlines of often disproportional shapes.

But in one respect the copy today preserved in Paris outshines al-Ghāfiqī's more pleasing version. MS Paris, BnF, Arabe 2488 contains a few paratextual entries that indicate its arrival in Cairo where it was bought from some Shaykh Murād Sanah before 1736, when Joseph Assemani = Yūsuf al-Sam'ānī, a Maronite born in in 1687 in a small village near Tripoli in Lebanon and died in 1768 in Rome, introduced his description of the manuscript's content to one of the newly added folios.[9] Before the sale was terminated in Cairo the manuscript apparently belonged to some Abū Bakr b. Rustam b. Aḥmad b. Maḥmūd from Shirvan, who also may have lived in Cairo and added his acquisition note on the cover page of the manuscript.[10] On the same cover page another ownership mark states that the manuscript had belonged at some time to a eunuch who headed some library in Fusṭāt. In 1030-39/1620-30 the manuscript was sold to an unknown person, maybe the shaykh who later added his entry on one of the added folios before the cover page. Thus, the copy of 'Abd al-Rahmān al-Ṣūfī's astronomical work in a Maghribī hand was probably brought by some of the scholars from the Maghrib who visited Cairo to the Mamlūk capital or the Ottoman provincial center.

Afterwards, it spent a good portion of its lifecycle in Cairo in private libraries. There its lost first page was restored by a scribe writing a standard non-Maghribī *naskhī* on the back of the newly added cover page with an unusually extensive explanatory title of al-Ṣūfī's work. At least three different hands corrected the restored text obviously having had access to other copies.[11] One owner continued his collation on the subsequent folio in the Maghribī hand.[12] Another non-Maghribī reader added keywords on the bottom of the reverse of the folios thus controlling the smooth continuation of the text.[13] Later folios show corrections added by the hand of the Maghribī scribe as well as subsequent owners in Cairo.[14] The Maghribī corrector used sometimes a *qalam* of different size. This might suggest that he proofread the text twice.[15] The later non-Maghribī owners did not continue proofreading the text. But one of them occasionally added locations of stars and other comments outside the area demarcated by the constellations.[16] Due to the cropping of the paper size not all notes can be deciphered. There are also material features that are

[9] The *nisba* of the name remains unidentifiable to me. MS Paris, BnF, Arabe 2488, third and fourth added folio. The latter is placed immediately before fol. 1a.
[10] MS Paris, BnF, Arabe 2488, fol. 1a.
[11] MS Paris, BnF, Arabe 2488, fol. 1b.
[12] MS Paris, BnF, Arabe 2488, fol. 2a.
[13] MS Paris, BnF, Arabe 2488, fols. 2b, 3b etc.
[14] MS Paris, BnF, Arabe 2488, fols. 5a, 6a-b, 7b etc.
[15] MS Paris, BnF, Arabe 2488, fol. 26a.
[16] MS Paris, BnF, Arabe 2488, fols. 42a, 55a, 65b, 75b, 81b.

difficult to explain and need the help of an expert in codicology. Hence, a careful investigation of all aspects of this Maghribī copy of 'Abd al-Rahmān al-Ṣūfī's *Catalogue of Star Constellations* contributes several elements of its later lifecycle in the hand of its owners and users that the study of the scholarly content alone does not provide.



MS Paris, BnF, Arabe 2488, fol. 27b.

The artistic context of the mathematical sciences in the Maghrib was thus recognizably much weaker than those we can find in Ilkhanīd, Timurīd or Safavīd Iran, Mughal India, the Ottoman Empire or even in Mamlūk Egypt and Syria, although the latter are often seen as little interested in illustrated scientific manuscripts.

AL-SAKHĀWĪ'S DICTIONARY AND ITS INFORMATION ABOUT VISITORS FROM THE MAGHRIB

Lamrabet indicated that the primary mathematical interests of Maghribī scholars until the fifteenth century were directed towards arithmetic, algebra, timekeeping and astrology. Geometry as a separate topic of mathematical treatises, in contrast, is significantly less often present.[17] There is some similarity in this distribution of mathematical topics through specialized texts during the centuries covered by al-Sakhāwī for Mamlūk Egypt and Syria in so far as he mentions geometrical treatises studied there at madrasas much less often than works on the other mathematical fields. Some explanation might result from the inclusion of geometrical skills within the texts teaching timekeeping. Further to the East, in particular in Iran and Central Asia, many more treatises teaching geometry alone were compiled. But there, timekeeping as an independent astronomical field of knowledge did not exist, as far as we know for the moment. Djebbar's studies of mathematical sources from North Africa led him to conclude that productive mathematical activities petered out during the fifteenth century after they had flourished during the thirteenth and fourteenth centuries. The main centers of such activities were Tlemcen, Fez and Tunis followed by Marrakesh and Bejaya.[18]

Al-Sakhāwī's depiction of the scholarly interests of Maghribī visitors of Mecca, Medina, Jerusalem, Damascus and Cairo confirms to some degree those results. It also relativizes them because most of the Maghribī travelers al-Sakhāwī discusses came for undertaking their pilgrimage and not for educational purposes. In addition, al-Sakhāwī's intellectual interests focused on *ḥadīth* and to some degree on history. But since he had also read a few texts on medicine, arithmetic, timekeeping, inheritance calculations, some occult themes and perhaps even some philosophical topics, he was broadly interested in the studies and writings of many of the people he met or was informed about. Thus, he reports for a good number of them their activities in the rational and the mathematical sciences. Al-Sakhāwī's teacher in the

[17] Dris Lamrabet, *Introduction à l'histoire des mathématiques maghrébines*, Rabat 1994, 83, 110, 112 and elswhere.

[18] Ahmed Djebbar, 'Figurate Numbers in the Mathematical Tradition of Andalus and the Maghrib,' *Suhayl* 1 (2000), 57-70; Ahmed Djebbar, '*Du nombre pensé à la pensée du nombre: quelques aspects de la pratique arithmétique arabe et de ses prolongements en Andalus et au Maghreb*,' Actes de la "*Rencontre Internationale de Peiresc sur la pensée numérique*" (Peiresc, 7-10 Septembre 1999), ed. by C. Alvarez, J. Dhombres & J.-C. Pont, *Sciences et Techniques en Perspective*, IIe série, 8.1 (2004), 303-322.

mathematical sciences was the leading scholar in those fields in Mamlūk Cairo during the first half of the fifteenth century - Ibn al-Majdī (1359-1447). He dedicated to him a long entry in his dictionary full of appreciation. Hence, we can assume that al-Sakhāwī was capable of evaluating the solidity or weakness of the mathematical knowledge of any one whom he met, including visitors from the Maghrib.

Al-Sakhāwī's dictionary consists of nine volumes about men and one volume about women. Altogether, it contains more than 12.000 entries of very different length and content. The shortest entries contain only a few words, sometime only the name and a brief remark. Long entries like his own can contain some twenty pages in a printed edition. The people al-Sakhāwī included in his work were scholars, rulers of numerous Islamicate societies, members of ruling families, courtiers, secretaries, merchants and soldiers. The structuring axis of the entire dictionary is al-Sakhāwī's emphasis on himself. This is already highlighted by the length of his own biography and the network of teachers, colleagues, students and powerholders within which he situates himself. Its third level is a great number of people mentioned by him whom he met, taught or interacted with during his travels. Obviously, his personal acquaintance of the people he wrote about was the central criterion for their selection. This also applies to the Maghribī visitors al-Sakhāwī talks about as well as to descendants of such visitors who settled in Mecca, Medina, Jerusalem, Damascus or Cairo. This approach to collecting information yielded two results. On the one hand, al-Sakhāwī talked primarily to Maghribī visitors who were interested in the transmission of *ḥadīth*. On the other hand, the comparatively small number of cases where he also talked about other intellectual pursuits will reflect perspectives of his informants, summarized and retold by al-Sakhāwī. If this conclusion from al-Sakhāwī's focus on direct, oral information gathering is correct then al-Sakhāwī's entries on Maghribī visitors provide us with glimpses into Maghribī intellectual life, in particular educational practices, as experienced and perceived by scholars from the respective North African cities or smaller localities. This is of particular value as the picture drawn by al-Sakhāwī in those entries is positive and thus in conflict with the negative evaluation given by Ibn Khaldūn in the later fourteenth century.

In general, the longer biographical entries in al-Sakhāwī's dictionary indicate that the author had broader interests than the collection or teaching of *hadīth*. He inquired about families, education, travels, books, acquaintances, methods of earning one's livelihood, matters of health and curiosities. What he could not learn from conversations, he looked up in books, preferably those by his teachers such as Hajar al-'Asqalānī (1372-1449). He also used books, mainly earlier biographical dictionaries and less often other types of histories, to repeat and thus vet information and evaluations that he had offered.

MAGHRIBĪS IN THE MAMLŪK SULTANATE

According to Carl Petry, a leading specialist in Mamlūk Studies, al-Sakhāwī's entries on Maghribī visitors cover about 3-4% of the entire book.[19] This means we deal here with a group of about 360 to 500 men. He claims that most visitors came from two core regions. One covered Fez (10) and Marrakesh (27) and the other Tunis (36). This corresponds to the centers of the two leading Maghribī dynasties of the period. The Marinīd cities reached, however, only together the numbers of visitors from Ḥafṣīd Tunis. Three other cities outside those centers saw a higher number of travelers to the East: Ḥafṣīd Bejaya (32), Zayyanīd Tlemcen (31) and Ḥafṣīd Qusṭantīnā (33).[20] Altogether the visitors from those six urban hot spots remain visibly under 50% of all Maghribīs who came to the Mamlūk realm. This means that men from provincial towns and even tribal areas traveled with a higher frequence. This surprising relationship may point to a deeper piety among rural populations and small-scale urban settlements or a greater readiness to follow orthodox rules of behavior. The dominance of visitors from such areas may, perhaps, also constitute a further reason beside al-Sakhāwī's preference of oral information for the overwhelming percentage of Maghribis with interest in *ḥadīth* in this dictionary.

Moreover, Petry seems to have counted only a part of the entries linked to the Maghrib, namely those that contained more than a mere name and some meager information such as a death date. Descendants of earlier generations of Maghribī travelers were neither covered by Petry's statistics.[21] Among those he counted a good number stayed longer than they might have originally intended,

[19] Carl Petry, *The Civilian Elite of Cairo in the Later Middle Ages*, (Princeton: Princeton University Press, 1981), 74.
[20] Petry 1981, 74.
[21] Petry 1981, 74-77.

becoming successful merchants, physicians, theologians, jurists or teachers.[22] Some of them even rose to positions of prominence.[23] But apparently, this does not apply to travelers with interest in the mathematical sciences. The following table gives a survey on the most interesting Maghribī visitors to the Mamlūk realm with some mathematical activities described in their biographical entries.[24]

Table

nr.	name	time	places	topics/books	teachers/students
1	Ibrāhīm b. Kāmil	d. c. 889	Barshān, Wādī Āsh	excellent in fiqh, Arabic, farā'iḍ, ḥisāb	mudarris in Wādī Āsh/Aḥmad b. Yaḥyā = met Sakhāwī
2	Ibrāhīm	d. c. 870	Bejāya, Tunis	excellent in farā'iḍ	head of the court Ibn Ḥātim
3	Aḥmad b. Ḥātim	b. 851 Bāb al-Ḥisba, Fez	Fez, Tlemcen, Constantine, Tunis, Tripoli gharbī, Cairo ab 873, ḥajj, Alexandria; Sanhājī	fiqh, farā'iḍ, risāla, tafsīr, uṣūl; Isagoge, part of Shamsīyya, excellent in medicine	Yaḥyā al-'Uqbānī, M. b. al-Jallāb, Ibn Qāsim b. Abī Aḥdīd, M. b. Khiḍrī, Aḥmad al-Hulūlū al-Qarawī, etc. - Maghrib
4	Aḥmad b. Sā'id al-Jarīrī	b. 818 in Murād; d. 849	Murād, Malaga, Qayrawān, Tunis; Cairo, ḥajj, on the sea, difficulties with faranjīs; Medina, Mecca	fiqh, aṣlayn, ma'ānī, bayān, manṭiq; Arabic; farā'iḍ + ḥisāb	Al-Qāsim b. al-Birzālī (24 years), Ibn 'Abdus, 'Umar b. M. al-Qilshānī, M. b. Marzūq, Abī l-Qāsim al-'Uqbānī; Yūsuf al-Tūnusī + 'Uqbānī, Ibn Marzūq, Aḥmad al-Shamā'ī - Maghrib
5	Aḥmad b. 'Alī, Abū l-'Abbās, b.	b. before 774	Fez	excellent in ḥisāb + diwān	vizier of Sāḥib al-Maghrib Abū l-Ḥasan (1331-1351)

[22] Petry 1981, 74.
[23] Petry 1981, 74-76.
[24] Shams al-Dīn al-Sakhāwī, *Al-Ḍaw' al-lāmi' li-ahl al-qarn al-tāsi'* [The Gleaming Light on the People of the Ninth Century], 10 vols, (Beirut, nd.), vol. 1, 15, 118, 268; vol. 2, 47, 136-137, 163-164, 252-253, 264; vol. 3, 131, 211, 270; vol. 4, 18-19; vol. 5, 13; vol. 6, 3-4, 14-15; vol. 7, 3, 149; vol. 8, 117; vol. 9, 180-187, 240-242; vol. 10, 7.

	al-Ra'īs Abī l-Ḥasan				
6	Aḥmad b. Muḥammad, known as Abū l-'Abbās b. Kuhayl	b. 802 d. 867	Bejāya, Tunis, Cairo al-Azhar	Arabic, grammar, uṣūl, fiqh, bayan, ma'ānī - through reading, ḥadīth, handasa - through presence and listening; wrote on fiqh, taṣawwuf	Al-Qāsim b. al-Birzalī etc; handasa Ibn Marzūq; many other teachers in the Maghrib; met Ḥajar al-'Asqalānī in 846
7	Aḥmad b. Muḥammad al-Lajā'ī	b. 792	from a Berber tribe near Oran; Fez; ḥajj, Mecca, then Miṣr, Cairo	qirā'a, fiqh, Arabic, ma'ānī, bayan, uṣūl; excellent in Arabic, fiqh, farā'iḍ, ḥisāb with exploratory reading; read Ibn Ḥājib's farā'iḍ, Ibn al-Bannā's Talkhīṣ until the chapter on multiplication; received permission to read fiqh, Arabic, farā'iḍ, ḥisāb	15 years deputy of qāḍī, many teachers in Fez; unclear whether he studied with scholars on his travels
8	Aḥmad b. Yūnus al-Ḥumayrī al-Qusṭantīnī, known as Ibn Yūnus	b. 813 in Constantine, grew up there d. in 878 in Medina	Constantine, ḥajj 837 Mecca, Medina, settled in 847 in Mecca + married there, Cairo, Jerusalem, Damascus, Sakhāwī met him in Mecca + Cairo; earned his	fiqh, ḥadīth, Arabic, aṣlayn, ma'ānī, bayān, logic + other 'aqliyya + naqliyya, taṣawwuf, was imām in Arabic, ḥisāb, manṭiq with knowledge in fiqh, aṣlayn.	Abū l-Qāsim al-Birzalī, Ibn Marzūq; in Mecca something on 'aqliyya + others with several people; taught Arabic, ḥisāb + manṭiq in Mecca bi'l-qirā'a to people from Mecca + visitors, equally in Medina

			living with mu'āmalāt	ma'ānī, bayān, planetary theory + familiarity with the ancient sciences	
(9)	Aḥmad al-Fahmī	-	Tunis	muwaqqit	-
10	Ḥasan b. Yūsuf	came to Cairo c. 890, Damascus, ḥajj	Murcia in al-Andalus	medicine, hay'a, fiqh, grammar	met al-Sakhāwī in 892
11	Abū l-Jūd, Dā'ūd b. Sulaymān	b. 892 in Banāb in the West, close to the island of the Banū Naṣr	Banāb, Cairo	Arabic, fiqh, farā'iḍ, uṣūl, bayān, ma'ānī	had Maghribī teachers: al-Shihāb al-Sanhājī, Qāsim b. Sa'īd al-'Uqbānī; farā'iḍ with Shams al-Ghurāqī, other teachers in Cairo
12	Sulaymān b. Yūsuf	d. c. 887, was above 60	Bejāya	progressed in fiqh, aṣlayn, farā'iḍ, ḥisāb, Arabic, manṭiq + other things; wrote on farā'iḍ, ḥisāb, manṭiq in excellent manner	studied with his uncle + his cousin; headed 4 years the qāḍīs in Bejāya; taught at several madāris; wrote pieces for al-Sakhāwī
13	'Abbās b. Aḥmad al-Qurashī	from the Banū Mazūra, b. c. 837 in Saḥrū' Tamastū? d. 889	Shāwiya, Fez ?, Tlemcen; al-Andalus; Tunis; Cairo 867, settled there, ḥajj	fiqh, Arabic, 'urūḍ; farā'iḍ + ḥisāb; grammar; uṣūl, literature, medicine, logic, bayān + ma'ānī	his father was a shaykh of the Arabs + many fuqahā' came visiting; Ibn Yūnus + others; farā'iḍ + ḥisāb in Tlemcen with Aḥmad al-Kammād; studied medicine of Ibn Sīnā, al-Rāzī + Mu'jaz with al-Sharīf al-Ḥasanī etc.; in Cairo disciple of al-Kāfiyājī + al- Shamanī + others, studied with al-Sakhāwī
14	'Abdallāh b.	d. during	Tunis	fiqh, Arabic,	-

	Aḥmad al-Lakhmī al-Tūnusī	return from Mecca to Miṣr in 812		farā'iḍ; very good in ḥisāb	
15	'Alī b. Muḥammad al-Qalaṣādī	b. before 815	Basta, Meknes, Tlemcen; 847 to Tunis; left Tunis in 850 for Cairo	ḥisāb + farā'iḍ in Basta, fiqh, grammar, 'urūḍ; tafsīr, ḥadīth, fiqh, aṣlayn, farā'iḍ, ḥisāb, handasa, grammar, logic, ma'ānī, bayān; excellent in ḥisāb and farā'iḍ	Al-Qusṭurlī, Aḥmad b. Zāghū, Qāsim al-'Uqbānī, 'Īsā b. Amizzabān ?; wrote K. al-Tabṣira on ḥisāb + other books in Tlemcen; taught in Tunis ḥadīth, fiqh, tafsīr; wrote several books in Tunis: al-Qānūn fī l-ḥisāb, commentary, Kulliyāt fī l-farā'iḍ, Kashf al-julbāb fī 'ilm al-ḥisāb etc.; taught in Cairo in addition to ḥisāb + farā'iḍ 'aqliyyāt + people copied his works
16	Muḥammad b. Aḥmad b. 'Uthmān al-Tūnusī	b. c. 759 in Tunis, Mecca, Medina, d. in Mecca in 819	Tunis, grew up there, studied there	fiqh, tafsīr, aṣlayn, logic, ḥisāb, handasa, Arabic; was knowledgeable in tafsīr, aṣlayn, logic, Arabic, farā'iḍ, ḥisāb, algebra etc., but not so much in fiqh	Tunis: Ibn 'Urfa (6 disciplines)/taught many whom al-Sakhāwī knew
17	Muḥammad b. Bukhtī b. Muḥammad b. Yūsuf al-Sutūsī	from the Sutūsī tribe, origin in Tlemcen, b. c. 838 in Tunis	Tunis, ḥajj 866, came back to Cairo + stayed there for some time	got education in Tunis: fiqh, aṣlayn, logic, ma'ānī, bayān, ḥadīth, Arabic; farā'iḍ + ḥisāb	Tunis: Aḥmad al-Nukhlī, Ibrāhīm al-Akhḍarī, Qāḍī al-Jamā'a M. al-Qilshānī, Aḥmad al-Hulūlū ? + others; learned farā'iḍ + ḥisāb from Aḥmad al-Hawārī
18	Muḥammad b. 'Abdallah b. Yūsuf	Tunis, ḥajj, Jerusalem,	came to Cairo, settled there with al-Shihāb b. al-	fiqh, uṣūl, Arabic, farā'iḍ, ḥisāb, ma'ānī, bayān;	was disciple of al-Shihāb b. al-Aqīṭā' in fiqh, aṣlayn, farā'iḍ, ḥisāb, ghubār, Arabic, ma'ānī, bayān etc. +

	al-Tūnusī, origin al-Maghribī	Alexandria + married there d. 888	Aqīṭā'	wrote a book on Mukhtaṣar fī l-farā'iḍ of Ibn 'Urfa	was excellent; studied with others in Cairo; earned his living as a taylor
19	Muḥammad b. Muḥammad b. Abī l-Qāsim al-Maghribī	from the tribe Mashdalla in Zawāwa, b. 821 or 822 in Bejaya very long entry	Bejāya, in 840 travel to Tlemcen, there he studied in ten levels the various disciplines named on the right; in 844 return to Bejāya; Qusṭantīna, Tunis, travel by boat to Egypt with a Genoese crew, weather brought them to Cyprus, then Beirut, Damascus, Tus, Tripoli, Ḥamāh, Jerusalem, ḥajj 849, Cairo, close connection to Mamluk court + Ḥajar al-'Asqalānī (852)	fiqh, grammar, ṣarf, farā'iḍ (Urjūza of Tilimsānī), uṣūl, logic, 'urūḍ, ḥisāb (Talkhīṣ of Ibn al-Bannā'; Talkhīṣ al-Miftāḥ of al-Umarī), medicine, philosophy, jadal, geometry, taṣawwuf, algebra, taqwīm, mīqāt, astrolabes, burning mirrors, talismans, hay'a, number theory, magic squares, high praise for his healing competence	studied with his father long series of fields, including ḥisāb; studied through exploring texts with Abu Bakr al-Tilimsānī (Arabic, logic, uṣūl, mīqāt) + Ibn 'Īsā al-Wansharīsī (mīqāt), Mūsā b. Ibrāhīm al-Ḥasnāwī (ḥisāb)
20	Muḥammad b. Muḥammad b. 'Urfa = 'Ālim al-Maghrib	b. 716 village Wargham ma d. 803 in Tunis	Warghamma, Tunis, ḥajj, Cairo 796, Tunis	fiqh, uṣūl, qirā'āt, kalām, grammar, tafsīr, ḥisāb, farā'iḍ, excellent in naqliyya + 'aqliyya, well seen	Qāḍī al-Jamā'a, al-Hawārī, his father, al-Wādiyāshī + many more; in Cairo Ḥajar al-'Asqalānī asked for ijāza; gave ijāzat to many scholars

				by the sultan; wrote epitomes + synopses on aṣlayn, manṭiq	
21	Muḥammad b. Muḥammad al-Naqawāsī	849 in Naqawās west of Constantine	Naqawās, Qusṭantinā, Tunis, Misr after death of his father 869, Mecca	fiqh, uṣūl with logic, Arabic, ma'ānī	studied in Constantine + Tunis with Aḥmad al-Nukhlī + M. al-Wāṣilī; logic in Mecca with al-Taqī al-Ḥusnā + natural philosophy, divine science + mathematics with the commentary on the Tawāli' + other texts with al-Shirvānī; studied in Cairo with al-Kāfiyājī
22	Muḥammad Abū 'Abdallāh	d. after 890	Bejāya	studied farā'iḍ + ḥisāb + other things	-
23	Ya'qūb b. 'Abd al-Raḥmān = Ibn al-Mu'allim	b. 824 d. 877 on return per boat from Alexandria	Fez, Tāza, ḥājj 857 on the eastern route via Damascus, return via Cairo, Alexandria	fiqh, ḥisāb, farā'iḍ, ḥadīth, grammar; knew much from the different "sciences", participated in many majālis	memorized the Talkhīs of Ibn al-Bannā' + texts by al-Hassār, Ibn 'Urfā, M. b. 'Abdallāh al-Kināsī; he taught in Cairo

This table confirms features of the educational customs that are known for the Mamlūk realm and Islamicate societies further to the East. One of those customs is the combined study of logic with the philological disciplines. According to the analysis of debates on philosophical and *kalām* commentaries among Muslim scholars, the knowledge of this sequence of disciplines was a necessary requirement for any scholar who wished to achieve high standards in commenting and analyzing of other scholars' works.[25] If this bundling is not the result of al-Sakhāwī's perspectives on what acceptable patterns of education and scholarly practice were, this combination indicates that the debates among Iranian scholars had not only reached Ayyūbid and Mamlūk Syria and Egypt but had moved on to the West and shaped learning and teaching processes there too. Learning and teaching methods were further differentiated according to

[25] See footnote 3.

reading (*qirā'a*), listening (*samā'*), presence (*ḥuḍūr*) and explorative reading (*baḥth*). Al-Sakhāwī accepts with those terms that different levels of engagement with educational matters existed and that different students chose different modes of learning. Since he does not complement such methodical terms with titles of texts studied in those forms, it is difficult to judge whether they corresponded to differently difficult texts or texts with different formats. But examples from the East suggest that such terms emphasize on the one hand autodidactic studies and on the other studies undertaken with a teacher. In the same time, they suggest that texts of an elementary level were studied in combination with text of a higher level. It is not implausible to assume that similar educational practices were designated by those terms for studies in the Maghrib. Looking for examples among teaching texts, commentaries and paraphrases by Maghribī authors is necessary for consolidating or rejecting such a conclusion. Another feature of the registered entries suggests that learning customs of another kind were shared among the schools in the Maghrib and the Mamlūk territories. In a few entries al-Sakhāwī reports that the scholar had read only parts of a named text, while in other entries his language implies that the entire text had been studied. The move to studying only parts of a mathematical text or to use summaries of several disciplines instead of specialized texts followed behavioral patterns already well established in the other types of disciplines.

The examples collected in the table confirm Lamrabet's claim of a predominance of *farā'iḍ* and *ḥisāb* among the studies of the mathematical sciences by Maghribī scholars. But we also see that al-Sakhāwī encountered the occasional exceptions who told him that they had studied geometry and planetary theory. Unfortunately, in particular for planetary theory, al-Sakhāwī does not provide names of studied texts. As I have argued elsewhere, the terminology of praise and depreciation as applied to scholars of the sciences of transmission, *kalām* or the two *aṣl* were also used for evaluating scholars of the mathematical sciences without hesitation, remorse or caveats.[26] Al-Sakhāwī's entries show that he considered several Maghribī visitors as excellent in one or

[26] Sonja Brentjes, 'On Four Sciences and Their Audiences in Ayyubid and Mamluk Societies,' in Inḥiṭāṭ - *The Decline Paradigm: Its Influence and Persistence in the Writing of Arab Cultural History*, ed. by Syrinx von Hees, (Würzburg: Ergon Verlag 2017), 139-171.

two of the mathematical sciences alone or in combination with other disciplines. Surprisingly, this praise is not only given to people who had grown up in urban centers and received their education there, but also to members of tribes who had not received their entire education in the main cities. Thus, similarly to Mamlūk Egypt and Syria educational opportunities had spread beyond the main cities and become available in provincial towns and sometimes even villages, including a basic training in arithmetic, algebra and sometimes also geometry. In agreement with developments further to the East, a few of the entries in the table show that the study of the mathematical sciences could be combined with the study of Ṣūfī literature and doctrines. Against earlier believes, we see thus that some exposure to the non-religious disciplines had permeated all the legal schools as well as different Ṣūfī orders. More detailed and quantitatively richer studies of such combinations for the Maghrib are clearly a lacuna and hence a desirable research field of the future. The final two aspects of the collected information in the above presented table is al-Sakhāwī's indication of connections among the Maghribī scholars whom he included in his dictionary and his explicit confirmation that some of the visitors spent time at teaching institutions in Cairo or studied with individual teachers in Mecca and other cities, including the rational and the mathematical disciplines.

Postface

The picture of the educational practices in North Africa as drawn by al-Sakhāwī in his dictionary partially confirms what is known from mathematical manuscripts and partially enriches what we can learn from such sources. It contains the main centers of mathematical activities during the fourteenth and fifteenth century and the names of well-known scholars of the mathematical sciences. It adds provincial places and tribal groups rarely mentioned in mathematical manuscripts. It confirms the interconnectedness of the studies of religious and non-religious disciplines across the boundaries drawn in classifications of the sciences. It even implies that more recent developments in Iran, Central Asia, Syria and Egypt also had permeated some of the schools in the Maghrib. All in all, despite the small number of Maghribī visitors to the Mamlūk realm with interests in the mathematical sciences, al-Sakhāwī's informants apparently have painted a picture of continued scholarly life in North Africa until the second half of the fifteenth century.

L'ASTRONOMIE DANS LE MONDE ISLAMIQUE LA RECHERCHE SUR L'ACTIVITE ASTRONOMIQUE DANS L'ISLAM. REALISATIONS, SITUATION ACTUELLE ET PERSPECTIVES

Emilia Maria CALVO
Université de Barcelone

Résumé : À la suite des recherches réalisées au cours des dernières décennies, nos connaissances des activités astronomiques développées en langue arabe dans l'ensemble de la civilisation islamique tout au long du Moyen-âge ont changé notablement. Nous savons maintenant que ces activités étaient plus riches et qu'elles ont impliqué des aspects plus diversifiés que l'on pensait auparavant. Ils comportaient également des relations complexes avec d'autres cultures qui sont actuellement l'objet d'une étude plus approfondie. Parmi les domaines concernés, on peut citer les théories planétaires, la cosmologie, la mesure du temps (*mīqāt*), l'invention et la construction d'instruments astronomiques ou la transmission interculturelle. Un des aspects les plus intéressants de ce domaine est la transmission des connaissances astronomiques, soit à partir d'une culture vers une autre soit au sein du même monde islamique médiéval, de l'Est vers l'Ouest, mais aussi de l'Ouest vers l'Est. Dans tous ces domaines, il y a encore certains problèmes non résolus qui doivent faire l'objet de recherches à l'avenir.

Introduction

À la suite des recherches réalisées au cours des dernières décennies, notre compréhension des activités astronomiques développées en langue arabe dans l'ensemble de la civilisation islamique tout au long du Moyen Âge a changé notablement. Nous savons maintenant que ces activités étaient plus riches que ce que l'on pensait auparavant et qu'elles impliquaient des aspects plus diversifiés.

Dans cette présentation, je vais essayer de montrer comment les recherches récentes ont modifié, en tout ou en partie, quelques perceptions dans l'histoire de l'astronomie et comment de nouvelles recherches peuvent conduire à des futures modifications dans l'histoire de cette discipline.

Je vais me concentrer sur certains de ces aspects ayant fait l'objet d'études et recherches pendant ces dernières années et montrer comment, à partir de ces recherches, notre connaissance et notre perception de cette réalité ont été modifiées de façon plus ou moins profonde. Parmi les domaines concernés, on peut inclure la théorie planétaire, la cosmologie, la mesure du temps (*mīqāt*), l'invention et la construction d'instruments astronomiques ainsi que la transmission des connaissances astronomiques de l'Orient vers l'Occident, mais aussi de l'Occident vers l'Orient. Dans tous ces domaines, certains aspects ne sont encore résolus que partiellement, ou même non encore résolus ; ils pourront à l'avenir faire l'objet de nouvelles recherches.

EXEMPLES DE MODIFICATIONS DANS LA PERCEPTION DE L'HISTOIRE DE L'ASTRONOMIE DANS LE MONDE ISLAMIQUE SUITE A DES RECHERCHES RECENTES

Parmi les nombreux aspects possibles dans lesquels la recherche a été récemment développée en astronomie mathématique dans l'Islam médiéval, ceux que je considère les plus représentatifs sont les suivants :

- La traduction et la transmission des textes astronomiques.
- Le rôle de *Bayt al-ḥikma* [La Maison de la sagesse] (IX^e siècle)
- L'astronomie et l'astrologie
- La cosmologie et la cosmographie
- La mesure du temps (*Mīqāt*) : Détermination de la *qibla*
- Les instruments astronomiques : en particulier l'astrolabe

1. La traduction et la transmission des textes scientifiques

Les recherches dans ce domaine essayent de répondre à deux questions : pourquoi cette science s'est développée et comment. Deux exemples de cette recherche dans les décennies précédentes se trouvent dans l'ouvrage de Dimitri Gutas et dans celui de George Saliba. Chacun offre sa propre interprétation d'une tradition problématique sur l'évolution de la science dans l'Islam. Mais il

y a des différences significatives entre eux parce que, pour Gutas l'élan dérive de l'idéologie impériale adoptée par les califes abbassides et en particulier celle d'al-Manṣūr, tandis que pour Saliba l'impulsion pour le développement de la science réside dans l'arabisation de l'appareil administratif pendant le règne du calife omeyyade ^cAbd al-Malik. Une autre différence significative est que Gutas identifie l'intérêt pour l'astrologie politique comme un aspect de l'idéologie des Abbasides tandis que pour Saliba, l'astrologie a joué un rôle crucial dans le développement mais pas dans l'origine des sciences.

Dans son livre *Greek Thought Arabic Culture*,[1] Gutas souligne l'importance de la période abbasside dans le processus de transmission de la science gréco-arabe, tandis qu'à son avis l'étape précédente, celle du califat omeyyade, était moins importante. Quelques années plus tard, dans son livre *Islamic Science and the Making of the European Renaissance*[2], Saliba a défendu un point de vue différent considérant la période omeyyade comme essentielle pour la compréhension des débuts de cette transmission.

Ce second ouvrage possède deux principaux centres d'intérêt : d'une part, les origines de la science et de l'astronomie islamique, et d'autre part, l'influence que leurs développements plus tardifs, à partir de l'école de Maragha au XIII^e siècle, ont exercé sur l'astronomie européenne de la Renaissance et, en particulier, sur Copernic. Dans la première partie, Saliba défend l'idée que les connaissances scientifiques et la pratique en Iran et à Byzance étaient extrêmement limitées, représentant à peine une avancée par rapport à celles de l'Arabie préislamique, et les textes syriaques écrits par des auteurs tels que Sévère Sebokht (environ 660)[3] et d'autres étaient également élémentaires. Ainsi, même si les anciens textes grecs et iraniens étaient conservés, les érudits byzantins, syriaques ou persans n'auraient pas été en mesure de les comprendre et de devenir les maîtres des premiers érudits musulmans[4].

[1] Cf. D. Gutas, Greek Thought Arabic Culture.The Graeco-Arabic translation movement in Baghdad and early ^cAbbāsid society (2nd–4th/8th–10th centuries), London & New York, 1998. pp. 53–60.

[2] Cf. G. Saliba, Islamic Science and the Making of the European Renaissance, London, 2007.

[3] Sur Sévère Sebokht cf. M. McMahon, " Severus Sebokht" dans Thomas Hockey et al. (eds.), *The Biographical Encyclopedia of Astronomers*, New York : Springer, 2007, pp. 1044-1045.

[4] Cf. G. Saliba, *Islamic Science*, pp. 4-20.

Pendant le califat d'al-Ma'mūn, le niveau d'expertise des travaux scientifiques musulmans et des traductions en arabe suggère que la transmission n'était pas récente. Tout ceci conduit l'auteur à construire ce qu'il appelle le "récit alternatif". Le livre offre une explication des origines de l'appropriation des textes scientifiques grecs par les savants arabes, une justification du rôle de l'astronomie arabe dans l'histoire générale de l'astronomie, une synthèse du développement de la cosmographie (*hay'a*) et de l'apparition de nouveaux modèles planétaires à partir du XIII^e siècle, qui ont été influents sur Copernicus, et une nouvelle hypothèse sur un moyen de transmission possible par des arabisants européens de la Renaissance qui auraient lu les manuscrits astronomiques arabes.[5] Saliba insiste également pour rejeter les thèses traditionnelles sur un déclin de la science arabe provoqué par un conflit entre la science et la religion, symbolisé par le *Tahāfut al-falāsifa* [Réfutation des philosophes] d'al-Ghazālī (m.1111)[6] ou par la destruction de Bagdad par les Mongols en 1258.

La "Maison de la sagesse" (*Bayt al-ḥikma*)

Bayt al-ḥikma [La Maison de la sagesse] était la bibliothèque du palais des premiers califes abbasides, mentionnée dans les sources en rapport avec Hārūn al-Rashīd (r. 786-809) et al-Ma'mūn (r. 812-833). Les recherches menées au XX^e siècle considéraient *Bayt al-ḥikma* comme un bureau pour la traduction à grande échelle des livres grecs en arabe, fonctionnant selon les principes d'un institut de recherche moderne ou même d'une université.

D'après les recherches les plus récentes, cette idée semble maintenant incorrecte[7]: la Maison de la sagesse ne serait pas une fondation établie pour la traduction de textes en arabe, mais compte-tenu du peu d'informations connues sur la nature réelle de cette bibliothèque, il semble clair qu'elle aurait plus à

[5] Cf. G. Saliba, *Islamic Science,* pp. 64-72.

[6] Sur al-Ghazālī cf. M. Campanini, "Al-Ghazzali," dans S. H. Nasr et O. Leaman (eds.), *History of Islamic Philosophy,* London : Routledge, 1996, ch. 19, pp. 258-74; S. Yavuz "Al-Ghazali," dans O. Leaman (ed.), *The Biographical Encyclopedia of Islamic Philosophy* London : Bloomsbury, 2015, pp.117-124.

[7] Cf. D. Gutas et K. van Bladel, "Bayt al-Ḥikma", dans K. Fleet, G. Krämer, D. Matringe, J. Nawas, E. Rowson. (eds.) *Encyclopaedia of Islam,* 3, 2009. Consulté en ligne le 29 Mai 2018. Première publication en ligne : 2009; D. Gutas *Greek Thought Arabic Culture,* pp. 53-60.

voir avec la collecte et la préservation de livres de traditions préislamiques iraniennes et arabes précoces qu'avec la transmission de la science grecque.

Le terme *Bayt al-ḥikma* alterne avec *Khizānat al-ḥikma.* Al-Nadīm dans son *Kitāb al-Fihrist* [Index][8] utilise ces termes associés au calife Hārūn al-Rashīd et, plus particulièrement, au calife al-Ma'mūn. On y trouve par exemple le nom de Sahl ibn

Hārūn (m. 830) associé aux deux termes : *ṣāḥib bayt al-ḥikma*[9] et *ṣāḥib khizānat al-ḥikma*[10]. Parfois l'institution est désignée comme étant simplement *khizāna.*[11] On sait que les courtisans d'al-Mutawakkil (r. 847-61) dans la génération suivante ont eu leur propres *bayt* ou *khizānat al-ḥikma* avec un nombre inégal de livres montrant que les termes se réfèrent à une bibliothèque dans le sens conventionnel. Compte tenu de l'association d'al-Ma'mūn et d'al-Rashīd avec les califes sassanides et de l'origine des deux termes, il semble clair que les références sont à une bibliothèque du palais royal.

Le *Fihrist*[12] fournit des informations sur les activités réalisées dans la bibliothèque, dont la copie de livres comme moyen d'enrichir les collections. Certains noms mentionnés comme affiliés à la bibliothèque, pour la plupart iraniens, sont expressément mentionnés comme impliqués dans la traduction de livres du persan vers l'arabe.

Il semble clair que la fonction de cette bibliothèque sous les Abbasides était semblable à celle sous les Sassanides, c'est à dire, la préservation du patrimoine persan, au moins, à ce moment-là, dans sa traduction arabe. S'est ajoutée la fonction complémentaire de collecte et de préservation des livres "anciens" de la tradition arabe préislamique et spécialement celles commandées par al-Manṣūr portant sur l'histoire arabe et sur les guerres anciennes. Ce n'est seulement que sous al-Ma'mūn que l'on trouve des hommes au profils différents affiliés à la bibliothèque du calife, comme le

[8] Cf. Al-Nadīm (Abū'l-Faraj Muḥammad ibn Abī Yaʿqūb Isḥāq al-Warrāq al-Baghdadī), *Kitāb al-Fihrist*, ed. Gustav Flügel, 2 vols., Leipzig 1871, reimpr. Beirut 1964. Trad. anglaise: B. Dodge, *The Fihrist of Al-Nadim : A Tenth-Century Survey of Muslim Culture,* New York : Columbia University Press, 1970).

[9] Cf. Al-Nadīm, *Fihrist*, p. 10.

[10] Cf. al-Nadīm, *Fihrist*, p. 120.

[11] Cf. al-Nadīm, *Fihrist,* p. 19.

[12] Cf. al-Nadīm, *Fihrist*, p. 274.

mathématicien et astronome Muḥammad ibn Mūṣā al-Khwārizmī (m. ca. 847)[13], l'astronome et astrologue Yaḥyā ibn Abī Manṣūr al-Munajjim[14], l'astrologue Abū Sahl al-Faḍl ibn Nawbakht (fl. 775-809)[15] et les Banū Mūsā[16].

Les traductions latines

Un autre aspect de ce sujet est le processus de transmission à l'Occident latin des textes scientifiques écrits en arabe. Des recherches récentes ont également changé l'idée que l'on avait concernant ce processus et la manière de produire les traductions.

L'un des chercheurs sur ce sujet, Charles Burnett[17] a étudié dans plusieurs articles les textes astronomiques arabes traduits en latin ou basés sur eux. Par exemple, une traduction de *l'Almageste* de Ptolémée, une cosmologie latine décrivant le système ptolémaïque, appelée *Liber Mamonis*, et une version des tables astronomiques d'al-Ṣūfī. Deux caractéristiques sont communes à tous ces textes : la première est leur usage d'un langage technique identique et la deuxième est que, contrairement à la plupart des textes scientifiques arabes traduits en latin, venant directement d'Orient, ils ont été introduits en Europe par des traducteurs travaillant à Antioche et écrits pendant le deuxième quart du XII[e] siècle.

[13] Cf. S. Brentjes, "Muḥammad ibn Mūsā al-Khwārizmī", *The Biographical Encyclopedia of Astronomers*, pp. 631-633.
[14] Cf. B. van Dalen, "Abū ᶜAlī Yaḥyā ibn Abī Manṣūr al-Munajjim", *The Biographical Encyclopedia of Astronomers*, pp. 1249-1250
[15] Cf. Ch. Burnett, "Astrology", dans K. Fleet, G. Krämer, D. Matringe, J. Nawas, E. Rowson (eds.) *Encyclopaedia of Islam*, 3. Consulté en ligne le 29 Mai 2018. Première publication en ligne : 2007.
[16] Cf. J. Casulleras, "Banū Mūsā" , *The Biographical Encyclopedia of Astronomers*, pp. 92-24.
[17] Cf. par exemple Ch. Burnett, "The Transmission of Arabic Astronomy via Antioch and Pisa in the Second Quarter of the Twelfth Century" dans J.P. Hogendijk and A.I. Sabra (eds.) *The Enterprise of Science in Islam New Perspectives,* (Dibner Institute for the History of Science and Technology) London, 2003; Burnett, C. "Antioch as a Link between Arabic and Latin Culture in the Twelfth and Thirteenth Centuries." dans I. Draelants, A. Tihon, et B. van den Abeele (eds.) *Occident et Proche-Orient : Contacts scientifiques au Temps des Croisades.* pp., 1–78. Brepols : Turnhout, 2000.

Il s'agit, donc, d'un nouveau canal de transmission à l'Europe des textes astronomiques de la tradition scientifique islamique, qui peut être ajouté à ceux qui ont été étudiés jusqu'à présent comme Tolède, la Vallée de l'Ebro ou la Sicile, et il semble s'être produit avant l'émergence de Tolède en tant que centre du mouvement de traduction.

Cette découverte a ouvert un nouveau domaine de recherche centré sur la transmission. Burnett conclut que beaucoup plus de travail doit être fait sur ce sujet et que les mécanismes de la transmission des traductions de Tolède ne sont toujours pas suffisamment éclaircis.

Les traductions latines réalisées dans la Vallée de l'Èbre : *al-Zīj al-Sābī* d'al-Battānī

La vallée de l'Èbre est une autre voie de transmission et de traduction des textes arabes en latin non suffisamment étudiée jusqu'à présent. Dans cette région, et tout au long du XII[e] siècle, il y avait une importante activité de traduction après la chute de la dynastie des Banū Hūd et l'accès, par les autorités religieuses latines, aux fonds de sa bibliothèque.[18]

Platon de Tivoli est l'un des traducteurs ayant travaillé dans cette région.[19] Sa traduction en latin de l'œuvre astronomique d'al-Battānī peut être considérée comme la plus importante de ses traductions.[20] Elle est actuellement

[18] Cf. J. Samsó, "El procés de la transmissió científica al nord-est de la Península Ibèrica al segle XII : els textos llatins" dans J. Vernet, R. Parés eds., *La ciència en la història dels Països Catalans* Institut d'Estudis Catalans, Universitat de València. Valencia, 2004, pp.269-296.
[19] Cf. R. Comes, " Platone da Tivoli" *Dizionario Biografico degli Italiani* , vol. 84, 2015. Consulté en ligne le 28 et juin 2018; L. Minio-Paluello "Plato of Tivoli." *Complete Dictionary of Scientific Biography*, Scribner and Sons, 2008. Consulté en ligne le 28 juin 2018
[20] Cf. Nallino, C.A., "al-Battānī", in : *Encyclopaedia of Islam*, 2e edition, Vol. 1 Leiden : Brill, 1960, pp. 1104-1105; B. van Dalen, "Abū ᶜAbd Allāh Muḥammad ibn Jābir ibn Sinān al-Battānī al-Ḥarrānī al-Ṣābī'", *The Biographical Encyclopedia of Astronomers*, pp. 101-103; F.J. Ragep, "Al-Battānī, cosmology, and the early history of trepidation in Islam", in J. Casulleras and J. Samsó (eds.), *From Baghdad to Barcelona. Essays on the history of the Islamic exact sciences in honour of Prof. Juan Vernet*. Barcelona, 1996, vol.1, pp. 267-98.

en cours de réexamen et d'étude, car bien qu'elle fût largement diffusée dans la péninsule ibérique, elle n'avait pas été suffisamment étudiée jusqu'à présent.

Paul Kunitzsch a déclaré[21] que, d'après son expérience, le moyen idéal et le plus efficace d'éditer des textes scientifiques latins traduits de l'arabe était, toujours, d'éditer ensemble la version arabe et la version latine des textes[22] et qu'il était souhaitable que cette façon de travailler soit suivie à l'avenir par de nombreuses autres études du même style. Ce modèle de recherche est actuellement suivi pour l'étude de cette traduction latine à partir des 12 manuscrits existants, accompagnée d'une nouvelle édition du texte arabe incluant une copie manuscrite découverte récemment à la Bibliothèque Sbihi de Salé[23].

Un des résultats de cette recherche est la conclusion que la traduction latine a été très fidèle à l'original dans une large mesure, sauf pour quelques exceptions comme les descriptions de plusieurs constructions d'instruments, situées dans les deux derniers chapitres. Dans la traduction latine, certains paragraphes ont été déplacés et quelques-uns supprimés, probablement parce qu'il était difficile de suivre et de comprendre les instructions, souvent très techniques, trouvées dans le texte arabe original, ou parce que la copie du texte arabe était déjà corrompue. Par exemple, dans la première partie du dernier chapitre (57), consacré à la construction de l'instrument qu'al-Battānī appelle *bayḍa* « œuf », la description latine est différente de la version arabe. S'ajoutent ici des difficultés supplémentaires pour l'établissement du texte

[21] Cf. Paul Kunitzsch, "Science between East and West : a Domaine of translation" dans E. Calvo, M. Comes, R. Puig , M. Rius (eds.), *A Shared Legacy.* Barcelona, 2008, p. 126.

[22] Il y a plusieurs exemples de recherches faites suivant cette idée. Un d'eux est le traité d'astrologie d'al-Qabīṣī, Cf. Al-Qabīṣī (Alcabitius), *The Introduction to Astrology. Editions of Arabic and Latin texts and an English translation.* Édition et traduction de Ch. Burnett, K. Yamamoto, M. Yano. London : The Warburg Institute, 2004.

[23] Ms. 201,1 Cf. M. Hashy, *Fihris al-Khizanat al-ᶜIlmiya al-Ṣubayihiya bi-Sala.* Manshūrāt Maᶜhad al-Makhṭūṭāt al-ᶜArabiyya. Al-Kuwait 1406 H. /1985 JC., p. 484, n° 1045; *L'âge d'or des sciences arabes : exposition* Paris, I.M.A., 26 oct. 2005-19 mars 2006, Arles (Bouches-du-Rhône) : Actes Sud, 2005, p. 85.

parce que la première partie de ce dernier chapitre manque dans presque toutes les copies de la traduction latine.[24]

2. Transformation de *ᶜilm al falak* ou *ᶜilm al-nujūm* en *ᶜilm al-hay'a* à partir du *ᶜilm hay'at al-aflāk*

Tout au long de l'histoire des différentes disciplines, nous pouvons constater que l'approche des intellectuels qui les ont cultivées s'est modifiée en fonction des nouvelles découvertes et des nouveaux besoins de la société, générés par cette activité scientifique.

Cela se produit aussi dans le cas de l'astronomie cultivé en langue arabe dans l'Islam où l'on voit comment une science qui, au début était le préliminaire de l'astrologie ou son étape préalable nécessaire, devient une discipline autonome avec ses propres prémisses. Ce qui entraîne, à la suite de toutes sortes de changements, également la modification du nom qui la désigne.

Astronomie et astrologie

Alors qu'en Perse sassanide l'astrologie a joué un rôle fondamental dans la vie de la classe dirigeante, elle ne joue plus qu'un rôle mineur pour les Umayyades. Par suite des influences d'origine persane, l'astrologie devient sous les Abbasides une partie intégrale de la vie de la cour islamique. Imitant les rois sassanides, les califes abbasides se sont entourés d'astrologues pour calculer des horoscopes, prédire des événements, et pour glorifier leurs règnes en écrivant des histoires astrologiques.

L'astrologie a connu son âge d'or islamique au IXe siècle. Le calife et ses puissants conseillers ont recruté de nombreux astrologues, entraînant une demande démultipliée d'astronomie et de mathématiques. La relation entre mathématiques, astronomie et astrologie était forte et le terme arabe *munajjim* pouvait signifier astrologue ou astronome. Cependant, dès le Xe siècle, des philosophes et des théologiens attaquent l'astrologie, et plusieurs

[24] Cf. E. Calvo, R. Comes, "Scientific instruments in al-Battānī's *Zīj* in Plato of Tivoli's Latin translation. A comparative study of scientific terminology in Arabic and Latin associated to the construction of instruments". *Symposium S4 Local, Regional and Transregional Perspectives on Ancient and Medieval Astronomy. 25th International Congress of History of Science and Technology,* Rio de Janeiro, juillet 2017.

mathématiciens et astronomes ont eu tendance à se dissocier de l'astrologie, bien qu'ils aient souvent été attirés par les exigences de la cour. Par exemple, al-Khayyām (m. ca. 1123)[25] fut recruté comme astrologue même s'il ne croyait pas en l'astrologie.

Cosmologie et cosmographie

À partir du X^{e} siècle, commencent à apparaître des textes montrant la différence entre l'étude de l'astronomie et sa relation à l'astrologie. Dans cette ligne apparaissent des textes astronomiques dans lesquels on utilise le terme *hay'a / hay'at al-aflāk* "structure", "structure des sphères" au lieu de *^{c}ilm al falak,* "science de la sphère", ou *^{c}ilm al-nujūm*, "science des étoiles".

Ces textes suivent une structure similaire : ils sont divisés en deux parties, l'une consacrée au monde céleste et l'autre dédiée au monde sublunaire précédée dans ces traités d'une introduction précisant que l'objet des études est les corps célestes composant l'univers.

Le traité le plus représentatif de ce genre est, probablement, la *Tadhkira fī ^{c}ilm al-hay'a* [Mémoire sur la science de la structure <des sphères>, i.e. de l'astronomie] de Naṣīr al-Dīn al-Ṭūsī (m. 1274).[26]

Dans l'introduction de ce travail, l'auteur fournit ce qui deviendra la définition classique de la discipline : "L'astronomie a pour objet les corps simples, à la fois dans les régions supérieures et inférieures, en ce qui concerne leurs quantités, qualités, positions et mouvements intrinsèques."[27]

A partir d'un certain moment, les astronomes considèrent cette discipline, *^{c}ilm al-hay'a*, comme une science nouvelle et plus large pas seulement comme une subdivision de l'astronomie. Ce terme devient le moyen de définir toute la discipline et *hay'a basīṭa* [cosmographie simple] devient une de ses branches, intégrant la transformation des modèles mathématiques du mouvement céleste

[25] Cf. B. Hashemipour, "Ghiyāth al-Dīn Abū al-Fatḥ ^{c}Umar ibn Ibrāhīm al- Khayyāmī al-Nīshāpūrī", *The Biographical Encyclopedia of Astronomers*, pp. 627-628.

[26] Cf. F.J. Ragep, "Abū Ja^{c}far Muḥammad ibn Muḥammad ibn al-Ḥasan Naṣīr al-Dīn al-Ṭūsī", *The Biographical Encyclopedia of Astronomers*, pp. 1153-1155; F. J. Ragep, *Naṣīr al-Dīn al-Ṭūsī Mémoire on Astronomy* (*al-Tadhkira fi ^{c}ilm al-hay'a*) vol. I: *Introduction, Edition and Translation*. Vol II: *Commentary*, New York: Springer-Verlag, 1993.

[27] Cf. F.J. Ragep, Naṣīr al-Dīn al-Ṭūsī's Mémoire on Astronomy, vol. 1, pp. 90-91.

dans des corps physiques comme objet d'étude pour offrir une image de l'univers dans son ensemble.

Une autre différence entre la science des étoiles et la cosmographie est l'absence presque complète de l'astrologie dans cette dernière, en particulier celle liée à la prédiction des événements futurs. Cette séparation garantit à la cosmographie un espace d'études et d'enseignent dans les cercles religieux islamiques.

Le traité de référence de ces textes est le livre de Ptolémée intitulé *Hypothèses planétaires*. Ce travail, combiné avec *l'Almageste*, permet d'offrir des modèles géométriques ainsi que la structure physique d'une cosmographie unifiée du monde céleste et du monde sublunaire. Les deux œuvres sont complétées par sa *Géographie*, dans laquelle Ptolémée offre des informations sur les limites du monde habité.

Le premier astronome à écrire un ouvrage de ce type en langue arabe semble être Ya^{c}qub ibn Ṭāriq auteur de *Tarkīb al-aflāk* [Sur la structure des sphères]. Composé en 777, cet ouvrage n'est conservé qu'en fragments. Il aborde un sujet commun associé à la plupart des travaux de cosmographie : les distances et les dimensions des planètes et il utilise des techniques indiennes pour calculer les distances planétaires.

Un autre exemple d'un travail de cosmographie précoce est celui qui, dans sa version latine, est intitulé *Liber de orbe*, attribué à Māshā'allāh (m. 815)[28], un astrologue de la cour de la dynastie abbasside. Cette œuvre a été l'une des premières sources de la physique aristotélicienne utilisées dans le monde latin médiéval, et jusqu'à récemment, son original arabe n'a pu être identifié. En effet, il y a quelques années, Taro Mimura avait découvert deux manuscrits contenant le texte arabe correspondant à l'ouvrage latin[29]. Dans son étude[30], Mimura décrit ces deux manuscrits en détail, confirmant l'originalité du *Liber de orbe*, puis, analysant le contenu du texte arabe, il exclue son

[28] Cf. A. Belenkiy, "Māshā'allāh ibn Atharī (Sāriya)", *The Biographical Encyclopedia of Astronomers*, pp. 740-741.

[29] Ils se trouvent à Berlin, Staatsbibliotheque zu Berlin, 273, et Philadelphie, Pennsylvania University Library, MS LJS 439.

[30] Cf. T. Mimura, "The Arabic original of (ps.) Māshā'allāh's *Liber de Orbe* : its date and authorship" *The British Journal for the History of Science*, 48 (2015), pp. 321-352.

attribution à Māshā'allāh. Il identifie le titre comme *Le Livre sur la configuration de l'orbe* ainsi que l'auteur, Dounash ibn Tamīm[31], un astronome, philosophe et médecin tunisien du X^e siècle, également l'auteur d'un très long traité sur la sphère armillaire[32].

Il faut signaler que l'analyse détaillée de la relation entre le texte arabe et le texte latin devrait attendre une édition critique du texte latin du *Liber de orbe*, mais, déjà à partir de l'analyse et de la comparaison préliminaire, on peut établir avec assez de certitude que ces deux manuscrits arabes contiennent l'original arabe de ce travail latin. Si l'identification est correcte, ce travail peut être considéré comme l'un des premiers travaux sur *ᶜilm al-hay'a*, fournissant des matériaux utiles pour étudier la formation de la tradition de cette discipline dans le monde islamique avant l'époque d'Ibn al-Haytham. En tant qu'œuvre philosophique, c'est aussi une source textuelle très intéressante révélant le développement du système philosophique d'Isaac Israéli (ca.955)[33], un médecin et philosophe juif de la cour fatimide exerçant une immense influence sur l'aristotélisme latin. Il faut mentionner ici que Dounash ibn Tamīm était lui-même un disciple d'Isaac Israéli.

Quant à Ibn al-Haytham[34], l'une des figures les plus importantes et les plus influentes de l'histoire de la science, il a écrit sur des sujets tels que la logique, l'éthique, la politique, la poésie, la musique et la théologie (*kalām*), et a produit des résumés d'ouvrages d'Aristote et de Galien. Ses travaux existants

---

[31] Cf. Y.T. Langermann, "Dunash ibn Tamim", *The Biographical Encyclopedia of Astronomers*, p. 315.

[32] Avec le titre *Risāla fī l-ᶜamal bi l-āla al-falakiyya al-maᶜrūfa bi-dhāt al-ḥalaq*, "Traité d'utilisation de l'instrument astronomique connu sous le nom de sphère armillaire". Ce traité, préservé dans le ms. 4861 de la Bibliothèque Ayasofia Istambul, a été aussi étudié récemment, cf. M. Comes, *Historia de la esfera armilar su desarrollo en las diferentes culturas.* Madrid, Barcelona : Fundación Juanelo Turriano -Universitat de Barcelona, 2012, pp. 157-158. Il y a une traduction du texte faite par S.M. Stern. Cf. S. M. Stern, "A Treatise on the Armillary Sphere by Dunas ibn Tamīm" *Homenaje a Millás-Vallicrosa,* Barcelona : C.S.I.C., 1956. Vol. 2, pp. 373-382.

[33] Cf. A. Altmann, S. M. Stern, Isaac Israeli : A Neoplatonic Philosopher of the Early Tenth Century. His Works Translated with Comments and an Outline of His Philosophy, Oxford University Press, 1958, reimpr. Greenwood Press, 1979.

[34] Cf. Y. T. Langermann, "Ibn al-Haytham : Abū ᶜAlī al-Ḥasan ibn al-Ḥasan", *The Biographical Encyclopedia of Astronomers*, pp. 556-557.

sont principalement sur les mathématiques, l'optique et l'astronomie. Il a quitté l'Irak pour l'Égypte où il a participé à un projet d'ingénierie avorté sur la régulation du flux du Nil. Après ce bref essai de travail au gouvernement, Ibn al-Haytham a choisi une vie d'érudition tranquille. Il a gagné sa vie en copiant des manuscrits scientifiques et a effectué de nombreuses recherches et correspondances en philosophie et en sciences.

Son ouvrage : *Fī hay'at al- ᶜālam* [Sur la configuration du monde] est peut-être le plus ambitieux effort d'Ibn al-Haytham dans ce domaine de recherche et son le plus influent traité d'astronomie. Comme d'autres livres du genre connu sous le nom de *hay'a*, ce traité explique des concepts astronomiques de base (longitude, latitude) ainsi que la géographie mathématique. Ce travail, qui présente un rapport cohérent des idées philosophiques et mathématiques, a été très influent à la fois dans sa version arabe originale et à travers ses traductions puisqu'il a été traduit plusieurs fois en latin et en hébreu. Cette influence est évidente dans le travail des astronomes ultérieurs et notamment dans celui de Naṣīr al-Dīn al-Ṭūsī qui a travaillé sur la résolution la plus complète des problèmes soulevés par Ibn al-Haytham.

Après Ibn al-Haytham, deux ouvrages sur *al-hay'a* d'al-Kharaqi (m. 1139)[35], se situent dans la même tradition : le plus court, *al-Tabṣira fī ᶜilm al-hay'a* [Instruction sur la science de l'astronomie] a atteint une popularité considérable. En tout, environ une douzaine de manuscrits existent actuellement et, par contre, seulement quelques exemplaires manuscrits de son plus long ouvrage : *Muntahā al-idrāk fī taqāsīm al-aflāk* [L'accomplissement le plus élevé dans la configuration des orbes] survivent. Aucun de ces deux traités n'a été publié, ni même fait l'objet d'une étude approfondie.

Al-Kharaqī dit explicitement dans l'introduction de *Muntahā* que l'étude du *ᶜilm al-hay'a* est une approche rationnelle et noble pour atteindre une meilleure compréhension de Dieu à travers sa création. Vraisemblablement, il croyait encore cela quand il a composé *Tabṣira*, mais a estimé qu'il n'y avait pas besoin de l'énoncer explicitement.

---

[35] Cf. Y.T. Langermann, "Shams al-Dīn Abū Bakr Muḥammad ibn Aḥmad al-Kharaqī [al-Khiraqī]" , *The Biographical Encyclopedia of Astronomers*, p. 627; E. Wiedemann, & J. Samsó, "Al- Kharakī". *Encyclopaedia of Islam*. 2 ed. Vol. 4, Leiden: Brill, 1978, p. 1059.

Le contenu de *Tabsira*[36] suit le schéma traditionnel dans ce genre de textes : il est divisé en deux parties, précédées d'un prologue. La première partie, consacrée au ciel, se compose de 22 chapitres :

1. Sur la démonstration des parties des corps célestes
2. Sur les parties des sphères célestes
3. Sur la démonstration de la sphéricité des sphères célestes
4. Sur la preuve que la terre est située au centre du monde et elle n'a pas de mouvement
5. Sur la démonstration des deux mouvements, le premier et le second
6. Sur la division de la sphère des 12 signes
7. Sur la structure des sphères du soleil (trois sections)
8. Sur la structure des sphères de la lune (trois sections)
9. Sur la structure des sphères des planètes supérieures et de Vénus (trois sections)
10. Sur la structure des sphères de Mercure (trois sections)
11. Sur les cercles de la sphère céleste
12. Sur les latitudes des corps célestes (quatre sections)
13. Sur les limites
14. Sur les rétrogradations et les points stationnaires des planètes
15. Explication de la signification de *tashrīq* et *taghrib*
16. Explication de la parallaxe
17. Explication de la cause de l'augmentation et de la diminution de la lumière de la Lune
18. Sur la cause des éclipses solaires
19. Sur la cause des éclipses lunaires
20. Sur le temps entre deux éclipses solaires
21. Sur les étoiles fixes
22. Sur les demeures lunaires et la conclusion du livre

La deuxième partie est consacrée à la terre et se compose de 14 chapitres :

[36] J'ai utilisé pour cette description le m. 13053 / 166-268 de la Bibliothèque Nationale de Tunis. Cf. E. Calvo, "Chapitre 8. Astronomy Manuscripts" dans M. Abdeljaouad et H. Hedfi *Manuscrits Scientifiques du Fonds Ahmadi* Bibliothèque Nationale de Tunis. Tunis 2018, pp. 150-151.

1. Sur la structure de la terre
2. Sur les climats et sur la façon de diviser la terre
3. Sur les particularités de l'équateur
4. Sur les particularités des lieux qui ont la latitude jusqu'à la valeur complémentaire de la déclinaison maximale
5. Sur les particularités des lieux avec une latitude entre la complémentaire de la déclinaison maximale jusqu'à l'endroit où elle fait 90 degrés.
6. Sur l'explication de l'ascension des degrés de l'écliptique.
7. Sur la signification de l'ascendant et des ascensions.
8. Sur l'explication de l'amplitude ortive et de l'égalisation du jour.
9. Sur l'explication du degré de croisement
10. Sur les ombres.
11. Sur la détermination de la ligne méridienne.
12. Sur l'azimut de la *qibla*
13. Sur la signification de l'aube et du crépuscule.
14. Sur les dates, années, mois, jours, heures et la conclusion du livre.

Le travail d'al-Kharaqī constitue une étape importante dans les investigations physiques des astronomes islamiques. Il reconnaît le travail de prédécesseurs tels qu'Ibn al-Haytham. Pourtant, al-Kharaqī considère que les gens ne savent pas comment les étoiles effectuent leurs mouvements. Son propre travail vise à rectifier la situation. Bien qu'aucune nouveauté spécifique ne puisse encore être attribuée à al-Kharaqī, il est certains que ses écrits ont influencé des astronomes postérieurs comme Naṣīr al-Dīn al-Ṭūsī.[37]

La plupart des récits d'historiens du XIXe et du XXe siècle sur les *madrasas* ont affirmé que les « sciences des Anciens » ou les « sciences étrangères" n'y étaient pas enseignées. Cependant, dès les années 1990, des chercheurs ont montré qu'un tel enseignement a eu lieu vers 1200, et des rapports ainsi que des preuves manuscrites ont confirmé que certains manuels, tels que le travail cosmographique élémentaire, intitulé *al-Mulakhkhaṣ fī' l-hay'a al-basīṭa* [Résumé d'astronomie simple] écrit par Maḥmūd al-Jaghmīnī

[37] Cf., F.J. Ragep, *Naṣīr al-Dīn al-Ṭūsī's Memoir on Astronomy,* vol. 1, pp. 33, 36, 42, 54; S.
P. Ragep, "Fifteenth-Century Astronomy in the Islamic World" dans R. F. & F. J. Ragep (eds.) *Before Copernicus. The Cultures and Contexts of Scientific Learning in the Fifteenth Century.* Montreal: McGill-Queen's University Press, 2017; pp. 143-160.

(m. 1222)[38], ainsi que ses commentaires, ont été largement enseignés dans les *madrasas* en Afrique du Nord et jusqu'en Inde. Cette tradition incluant des textes comme celui d'al-Jaghmīnī s'est perpétuée dans les siècles suivants.[39]

L'ouvrage d'al-Jaghmīnī est une introduction à l'astronomie théorique ptolémaïque. Il a joué un rôle crucial dans l'enseignement et la diffusion de l'astronomie islamique et a été l'objet d'environ soixante commentaires, glossaires et traductions (en persan, turc et hébreu) qui ont été étudiées jusqu'au XIX^e^ siècle. Le contenu offre des définitions et des concepts astronomiques simples, des paramètres des mouvements des planètes ainsi que des descriptions de la zone habitée de la Terre et, surtout, une structure ou configuration (*hay'a*) de l'univers qui tente d'offrir une explication scientifique de la création de Dieu.

Al-Jaghmīnī fournit des informations cruciales pour comprendre l'image de l'univers. Il donne des définitions et des règles de base ainsi que des paramètres facilement accessibles pour rendre compte des différents mouvements planétaires : la plupart sont des mis à jour de l'*Almageste* de Ptolémée, du *Zīj* d'al-Battānī et des observations des astronomes d'al-Ma'mūn. Mais on ne trouve pas dans ce texte des démonstrations mathématiques, ni des informations que l'on pourrait trouver ailleurs. L'astrologie y est également absente, au moins comme une science qui interprète les signes célestes et fait des prédictions, bien que l'auteur était conscient de sa popularité. L'impact du *Mulakhkhas* est évident, car il y a aujourd'hui des milliers de copies du traité et de ses dérivés existantes dans le monde entier. Al-Jaghmīnī a composé en Asie centrale un corpus d'ouvrages scientifiques introductifs à la fin du XII^e^ et au début du XIII^e^ siècle, ce qui laisse penser qu'il existait une continuité de l'apprentissage scientifique dans cette région et, en outre, une demande pour des travaux en sciences mathématiques montrant l'intérêt porté à la promotion de l'éducation scientifique.

L'œuvre la plus connue dans ce genre est celle déjà mentionnée de Naṣīr al-Dīn al-Ṭūsī, *al-Tadhkira fī ^c^ilm al-hay'a.*[40]

[38] Sur cet auteur cf. S.P. Ragep, "Sharaf al- Dīn Maḥmūd ibn Muḥammad ibn ^c^Umar al-Jaghmīnī al- Khwārizmī", *The Biographical Encyclopedia of Astronomers,* pp. 584-585.

[39] Cf. S.P. Ragep, *Jaghmīnī's Mulakhkhaṣ. An Islamic Introduction to Ptolemaic Astronomy. Cham* : Springer, 2016.

Al- Ṭūsī avait étudié la philosophie et les mathématiques à Ṭūs, avant de voyager à Nishapur, afin de poursuivre son éducation dans les sciences des Anciens. Il a servi comme conseiller au monarque mongol Hulagu Khan, devenant astrologue de cour, ministre des dotations religieuses (*awqāf*), ainsi que directeur de l'observatoire astronomique construit à Marāgha (Iran), le siège mongol. Il a lui-même supervisé la construction de l'observatoire ainsi que celle des instruments. Cet observatoire peut être considéré comme le premier grand observatoire de l'Islam et il a attiré des scientifiques talentueux et des étudiants du monde islamique.

Parmi tous les travaux de Naṣīr al-Dīn al-Ṭūsī, le plus innovant a été son étude sur la théorie planétaire où il trouva le moyen de débarrasser le système ptolémaïque de quelques-unes de ses incohérences, en particulier de ses violations du principe fondamental du mouvement circulaire uniforme dans les cieux. Il a conçu une construction mathématique que l'on connait comme "le couple d'al- Ṭūsī", composé de deux cercles dont le plus petit était intérieurement tangent à l'autre, deux fois plus grand. Le cercle le plus petit tourne deux fois plus vite que le plus grand et dans la direction opposée de sorte qu'un point donné sur le plus petit oscille le long d'une ligne droite. Avec cette construction, al- Ṭūsī a reproduit la précision ptolémaïque tout en préservant le mouvement circulaire uniforme en incorporant ce dispositif dans ses modèles lunaires et planétaires. Les constructions d'al- Ṭūsī ont produit des modèles répondant aux exigences physiques et mathématiques.

Les nouveaux modèles d'al-Ṭūsī ont influencé le travail des astronomes islamiques et européens ultérieurs, jusqu'à Copernic. Le "couple d'al-Ṭūsī" apparaît également dans des textes sanscrits et byzantins[41]. Bien que l'auteur mentionne l'*Almageste* comme sa source, ses efforts pour décrire l'astronomie de façon cohérente et unifiée signifient que l'auteur s'appuie davantage sur les *Hypothèses planétaires.* En 1260, ^c^Izz al-Dīn Zanjanī (m. 1261), un des collègues d'al-Ṭūsī, lui demanda un résumé de sa pensée cosmologique (*hay'a*). En réponse à cette demande, al-Ṭūsī a écrit cet ouvrage dans lequel il a réaffirmé ce qu'il avait déjà écrit auparavant.

[40] Cf. n. 26.

[41] Cf. F. J. Ragep "Copernicus and his Islamic Predecessors: Some Historical Remarks." *History of Science* 45 (2007) pp. 65-81.

Il y a deux copies de ce traité conservées à la Bibliothèque Nationale de Tunis[42]. Le texte d'au moins l'un d'eux (Ms. 13855) correspond à la version considérée comme définitive, écrite à Bagdad à la fin de la vie de l'auteur.[43] On lui connaît également une première version écrite à Marāgha et au moins un manuscrit conservé constituant une version intermédiaire.

Un autre texte de ce genre sur l'astronomie théorique a fait l'objet d'une étude récente : *Nūr al-ᶜālam* [La Lumière du Monde] de Joseph Ibn Naḥmias[44], composé en judéo-arabe vers 1400 en Péninsule Ibérique. Ce traité montre la relation entre la pensée juive et la pensée islamique à la fin du XIVᵉ siècle et indique la persistance culturelle de la langue arabe dans la Péninsule bien après la conquête chrétienne. Dans son traité, l'auteur tente d'améliorer le contenu du *Kitāb al-hay'a* [Livre de Cosmographie] d'al-Biṭrūjī (fl. 1185-1192)[45]. Le contenu de *Nūr al-ᶜālam* reflète la résurgence dans la Péninsule Ibérique au XVᵉ siècle de l'aristotélisme qui avait motivé le travail d'al-Biṭrūjī. En plus, les théories astronomiques dérivées de la philosophie aristotélicienne et, dans certains cas, pratiquement identiques à celles trouvées dans La Lumière du Monde, ont proliféré en Italie au XVI ᵉ siècle. C'est un texte qui valorise les vérités de la métaphysique et de la religion, mais qui cherche, également, la précision mathématique ; c'est un texte originaire de la péninsule ibérique mais avec des liens avec les innovations théoriques des astronomes de l'Orient musulman.

Quel que soit l'impact du texte d'Ibn Naḥmias sur la science dans les sociétés islamiques et dans la civilisation juive, son influence la plus durable peut avoir été exercée par son passage à l'Italie de la Renaissance.

---

[42] Mss. Ahmadi 13855 (6256) et 13875 (5527). Cf. M. Abdeljaouad et H. Hedfi, *Manuscrits Scientifiques du Fons Ahmadi.* Bibliothèque Nationale de Tunis. Tunis, 2018, p. 235 (ar.).

[43] Ce manuscrit (Ms. Ahmadi 13855 -6256-) n'a pas été utilisé dans l'édition de J. Ragep. Sur ce manuscrit cf. E. Calvo, "Chapitre 8. Astronomy Manuscripts" dans M. Abdeljaouad et H. Hedfi *Manuscrits Scientifiques du Fons Ahmadi*, pp. 153-155.

[44] Cf. R. Morrison, The Light of the World. Astronomy in al-Andalus. London, Berkeley & Los Angeles : University of California Press, 2016.

[45] Cf. J. Samsó, "Nūr al-Dīn Abū Isḥāq [Abū Jaᶜfar] Ibrāhīm ibn Yūsuf al-Biṭrūjī", ,. *The Biographical Encyclopedia of Astronomers*, pp. 133-134; J. Samsó, *Las ciencias de los antiguos en al-Andalus*. Madrid : Mapfre, 1992, pp. 330-356.

3. Mesure du temps (*mīqāt*) : Instruments pour la détermination de la *qibla*

David King se distingue parmi les chercheurs qui se sont consacrés à la relation entre l'Islam et l'astronomie, dans son ouvrage intitulé : *Astronomy in the Service of Islam* [Astronomie au service de l'Islam]. Ses multiples recherches sur des traités d'astronomie scientifique, ainsi que sur des textes d'astronomie populaire (ce que l'on a appelé *folk astronomy*), nous ont permis de comprendre, par exemple, les raisons pour lesquelles les mosquées dans le monde arabe islamique ont été construites avec toutes sortes de directions différentes.

Un des derniers exemples de cette activité sont les découvertes en 1989, 1995 et 2001 respectivement, l'étude et la description de trois instruments d'origine iranienne safavide, construits au XVIIᵉ siècle avec l'objectif spécifique de déterminer la *qibla.* La projection de La Mecque est située au centre de l'instrument et le réseau de coordonnées en longitude et latitude permet de déterminer la direction et la distance à La Mecque de n'importe quelle partie du monde entre al-Andalus et la Chine. Le premier de ces instruments est anonyme et incomplet ; le second est signé par un Muḥammad Ḥusayn, qui pourrait être l'un des constructeurs d'instruments ayant travaillé à Ispahan au XVIIᵉ siècle, et le troisième est comme le premier complet et fini, et signé par Ḥassan Ḥusayn, un inconnu. Les données géographiques sont dérivées d'une table timuride anonyme du XVᵉ siècle.

D'après l'étude de ces instruments, J.P. Hogendijk a écrit[46]:

> "In conclusion, the three instruments fit naturally into the Islamic astronomical tradition of qibla determinations. Thus, it is not necessary to assume a European origin of the instrument, and it makes sense to continue searching for Arabic or Persian manuscripts in which the instrument is described. I have already found a reference to a method for finding the qibla by means of an ellipse in an Arabic text

---

[46] Cf. J. P. Hogendijk, *Three instruments for finding the direction and distance to Mecca: European cartography or Islamic astronomy?* Istanbul, IRCICA, Islamic Astronomy Panel, May 7, 2010, p. 14. http://compare-islam.com/files/Qiblah-Jan-Hogendijk.pdf. Consulté en ligne le 18 mai 2018.

from the early tenth century; unfortunately, the method itself is not explained[47]. The idea of the instrument may well date back to Ḥabash al-Ḥāsib in the ninth century, as was suggested by David King for different reasons[48]. In any case, I hope that museums of Islamic science and perhaps even metalworkers in Isfahan may start producing these qibla-finding instruments again, in ancient and modern versions. They can be used to show the splendor of medieval Islamic science to a wide audience".

4. Instruments astronomiques: l'astrolabe

Des recherches récentes ont permis de mieux préciser le début de la présence de l'astrolabe en al-Andalus. Il s'agit en particulier d'études portant l'une sur un manuscrit et l'autre sur un instrument.

Dans un manuscrit latin du XI^e^ siècle, on trouve un ensemble d'illustrations d'un astrolabe avec des inscriptions arabes.[49] Le nom du constructeur est Khālaf ibn Muᶜādh, mais ce personnage reste inconnu. C'est un astrolabe dans la tradition des astrolabes des IX^e^ et X^e^ siècles, mais celui-ci a été construit en al-Andalus, probablement au X^e^ siècle. Les inscriptions arabes originales sont reproduites fidèlement. Les équivalents latins sont également donnés. La mère et trois plaques sont dessinées pour chacun des sept climats, ce qui est habituel aussi dans les premiers astrolabes de l'Orient islamique. Sur le dos, il y a un carré d'ombres et un calendrier zodiacal.

[47] D. A. King, In Synchrony with the Heavens. Studies in Astronomical Timekeeping and Instrumentation in Medieval Islamic Civilization: vol. 1, The Call of the Muezzin. Leiden: Brill, 2004, pp. 842-846.

[48] Cf. David A. King, *World-Maps for Finding the Direction and Distance to Mecca*, Leiden, Brill, 1999, pp. 345-364; Sur Ḥabash cf. F. Charette, "Ḥabash al-Ḥāsib: Abū Jaᶜfar Aḥmad ibn ᶜAbd Allāh al- Marwazī", *The Biographical Encyclopedia of Astronomers*, pp. 455-457.

[49] Ms. Paris lat. 7412, fols. 19v - 23v, Bibliothèque Nationale de France. Cf. D.A. King, *In Synchrony with the Heavens. Vol. Two. Instruments of Mass Calculation.* Leiden : Brill, 2005, p. 383.

Quant à l'instrument, c'est un astrolabe du IX^e^ siècle attribué à Nasṭulus[50] qui se trouve actuellement au Musée d'art islamique de Qatar à Doha. Il se compose d'un tympan circulaire avec un trône au sommet équipé de son appareil de suspension original. Les marques principales, à utiliser avec une règle radiale, sont sur la face. L'alidade sur le dos peut tourner sur une échelle d'altitude. Autour du rebord de la plaque frontale, il y a un calendrier zodiacal. Les noms des signes du zodiaque sont standard, et les mois correspondent au calendrier syriaque /julien. Chaque ensemble est divisé et étiqueté pour chaque 5° de chaque signe zodiacal ou pour chaque 5 jours (avec ajustements pour les mois de plus ou moins de 30 jours) avec subdivisions pour chaque dégré et chaque jour. L'équinoxe vernal correspond au 15 mars et l'autre équinoxe et les deux solstices sont au milieu des mois appropriés.

Nous ne savons pas comment Nasṭūlus a nommé son instrument. Une possibilité est *ṣafīḥat al-sāᶜāt* [tympan pour les heures]. Les marques horaires en forme de citron sont d'un intérêt historique considérable, puisqu'elles sont les premières représentations graphiques connues des courbes sur métal, sur pierre ou sur marbre qui ne sont ni des cercles ni des coniques. L'exécution est très précise. Cet instrument change aussi notre perception concernant l'origine du calendrier zodiacal que l'on croyait d'origine andaluse.[51]

CONCLUSION

L'activité de recherche dans le domaine de l'astronomie médiévale en langue arabe nécessite encore de nouveaux travaux qui pourraient modifier et transformer notre perception dans ses dimensions et ses implications.

De nouvelles découvertes sont encore possibles, comme celle très récente du plus ancien astrolabe andalou vendu aux enchères à Sotheby's au

[50] Museum of Islamic Art (Qatar). Description complète dans D. King, "An Instrument of Mass Calculation made by Nasṭūlus in Baghdad ca. 900" *Suhayl*, 8 (2008) pp. 93-119. Sur l'auteur cf. M. Rius, "Nasṭūlus: Muḥammad ibn ᶜAbd Allāh", *The Biographical Encyclopedia of Astronomers*, pp. 822-823.

[51] Pendant longtemps, l'introduction du calendrier zodiacal dans l'Orient islamique avait été attribuée a à l'astronome Abū-l-Ṣalt al-Dānī (m. 1134). Sur cet auteur cf. M. Comes, "Umayya ibn ᶜAbd al-ᶜAzīz ibn Abī al-Ṣalt al-Dānī al-Andalusī", *The Biographical Encyclopedia of Astronomers*, pp. 9-10. Sur cette attribution cf. J. Samsó, *Las ciencias de los antiguos en al-Andalus* Madrid, 1992, p. 314.

printemps de 2017. Cet instrument fait partie maintenant de la collection du Musée d'Art Islamique de Qatar à Doha, comme l'instrument déjà attribué de Nasṭūlus. Il s'agit d'un rare astrolabe omeyyade en laiton signé par Muḥammad ibn al-Ṣaffār, daté dans *l'abjad* occidental 411/1020, avec une araignée ottomane tardive (XVI^e^ / XVII^e^ siècles). Si l'attribution est correcte, il s'agit de l'astrolabe arabe le plus ancien daté et connu jusqu'à présent.[52]

Muḥammad ibn al-Ṣaffār était un fabricant bien connu d'instruments de la plus haute qualité. Il était le frère d'Abū' l-Qāsim ibn al-Ṣaffār, mathématicien et astronome, disciple de Maslama al-Majrīṭī.[53] L'historien Ṣā^c^id al-Andalusī a écrit dans son histoire universelle que Muḥammad ibn al-Ṣaffār a construit des astrolabes comme personne avant lui.[54]

Dans ces pages, je voulais seulement montrer quelques exemples de recherches ayant modifié notre perception de l'activité astronomique à travers l'histoire de l'islam ; le travail à faire reste immense car, selon quelques spécialistes, moins du 5% du matériel disponible a été étudié. De nombreux chercheurs encouragent le renouvèlement des études dans les différents domaines de l'astronomie afin de mieux comprendre les réalisations en pays d'Islam, bien préciser les avancées, les échecs et les obstacles et permettre la découverte de nouveaux résultats.

[52] Cf. D. King, A Rare Umayyad Brass Astrolabe, Signed by Muhammad ibn al-Saffar, Spain, Cordoba, Dated in Western Abjad 411 AH/1020 AD, with Later Ottoman Turkish Rete, 16th/17th Century, Sotheby's web page, 26 April 2017. http://www.sothebys.com/en/auctions/ecatalogue/2017/arts-of-the-islamic-world-l17220/lot.170.html . Consulté en ligne le 18 mai 2018.

[53] Sur Ibn al-Ṣaffār cf. M. Rius, "Abū al-Qāsim Aḥmad ibn ^c^Abd Allāh ibn ^c^Umar al-Ghāfiqī ibn al-Ṣaffār al-Andalusī", *The Biographical Encyclopedia of Astronomers*, pp… 566-567. Sur Maslama cf. J. Casulleras, "Abū al-Qāsim Maslama ibn Aḥmad al-Ḥāsib al-Faraḍī al-Majrīṭī", *The Biographical Encyclopedia of Astronomers*, pp. 727-728.

54 Cf. Ṣācid al-Andalusī, *Kitāb Tabaqāt al-umam*. ed. L. Cheikho, Beirut, 1913, p.70; trad. R. Blachère, *Catégories des nations*. Paris, 1935, p.131. Sur Ṣācid cf. L. Richter- Bernburg, "Abū al- Qāsim Ṣācid ibn Abī al- Walīd Aḥmad ibn ^c^Abd al- Raḥmān ibn Muḥammad ibn Ṣā^c^id al - Taghlibī al- Qurṭubī" *The Biographical Encyclopedia of Astronomers*, pp. 1005-1006.

NOTICE SUR UN MANUSCRIT DE LA BIBLIOTHEQUE NATIONALE DE TUNIS : LE GRIMOIRE D'AL-KHWĀRIZMĪ

Mahdi Abdeljaouad
(Université de Tunis)

Résumé. Présentation du magnifique nanuscrit A-MSS-10081 [ff. 180b-228b].de la Bibliothèque nationale de Tunis (Fonds Aḥmadī). Illustré d'images multicolores, ce traité de magie est attribué à un auteur portant le nom d'al-Khwārizmī

Mots-clefs : al-Khwārizmī ; magie ; grimoire ; Fonds Aḥmadī, Tunis

La découverte dans le Fonds Aḥmadī d'un traité de magie n'aurait dû a priori poser aucun problème[1]. L'incipit du manuscrit nomme explicitement l'auteur dans une accroche classique : « *Qāla al-shaykh … Muḥammad ibn Ja^c^far b. Muḥammad al-Khwārizmī …* », et le titre du traité est clairement indiqué dans le prologue : « *Bulūgh al-murād al-man^c^ūt fī l-^c^ilm al-mustakhraj ^c^an hārūt wa mārūt* [La réalisation de ce qui est censé être arrêté dans la science extraite de Hārūt et Mārūt]. De lecture aisée et illustré de nombreuses images colorées, ce traité est un grimoire de quarante-huit feuilles décrivant des rituels visant à satisfaire un vœu ou une demande. Pourtant, la recherche du nom de l'auteur et du titre de l'ouvrage dans les biobibliographies et dans les catalogues des bibliothèques de manuscrits est, pour le moment, restée infructueuse ; nous présentons le traité et essayons d'en identifier l'auteur.

UN PROLOGUE EN DEUX PARTIES

L'ouvrage commence par un long prologue constitué de deux parties. Dans la première partie, l'auteur évoque les circonstances particulières et impérieuses l'ayant amené à rédiger ce traité : il indique être né dans la

[1] Manuscrit de la Bibliothèque nationale de Tunis, sous le numéro A-MSS-10081 [ff. 180b-228b].

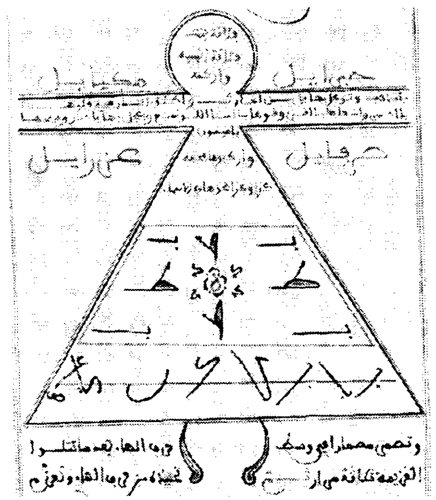
province de Khwārizm et y demeurant également, et il ajoute qu'après avoir participé à un pèlerinage à la Mecque et visité de nombreuses contrées, il a commencé son voyage de retour et s'est retrouvé en Anatolie [*bilād ar-rūm*] dépourvu de tout moyen de subsistance. Ses compagnons l'ont encouragé à composer cet ouvrage afin de subvenir à ses propres besoins et aux leurs [180b]. Il précise qu'il s'agit d'un traité faisant partie de *ᶜilm ad-daḥs*. Cette « science », dit-il, vise à soustraire un individu à un maléfice. Le terme « *daḥs* » est d'un usage rare. Dans les dictionnaires anciens, le verbe *da-ḥa-sa* signifie semer la discorde parmi les gens ou faire du mal à quelqu'un sans qu'il sache son origine. Pour l'auteur, *ᶜIlm ad-daḥs* vise à promouvoir les lois et les techniques pour conjurer le malheur ; la référence dans le titre aux anges Harūt et Marūt l'apparente directement à l'une des ramifications de la magie, mais ce nom là attribué à cette science est insolite car on ne le trouve pas dans les classifications détaillées des sciences arabes[2]. A la suite de la lecture du traité, on peut affirmer que *ᶜilm ad-daḥs* est un ensemble de rituels appartenant à diverses ramifications de la magie, car chaque recette contient des prières à Dieu ou à ses prophètes, des invocations de djinns et d'anges, la récitation de formules magiques, des conjurations (*ᶜazā'im*), des descriptions de charmes, d'amulettes et de talismans. Son contenu s'apparente bien à un grimoire. Outre Harūt et Marūt, l'auteur se réfère à des autorités classiques grecques (comme Ptolémée, Aristote ou Alexandre) ou quasi mythiques comme ᶜAraf b. Bakhatiya le ministre du Roi-Prophète Salomon ou à des auteurs arabes comme al-Maghrāwī.

Dans la deuxième partie du prologue, l'auteur énumère les treize conditions (choix pertinent de l'heure du jour ou de la partie du mois et dispositions personnelles du requérant ou de l'officiant) les plus propices pour préparer une recette et nécessaires pour que la requête aboutisse.

Il indique également que le grimoire se compose de sept chapitres, chaque chapitre traitant de dix couples de recettes (*masā'il*) ayant des effets opposés [182b]. Chaque situation peut être résolue à l'aide de recettes ou de formules spécifiques et mystérieuses décrites dans le texte, la récitation d'une prière ou d'une incantation (*ᶜazīma*) ou la fabrication d'un talisman. La

[2] Nous avons vérifié que le nom *daḥs* est absent chez Muḥammad al-Khwārizmī, Ibn Khaldūn, aṣ-Ṣanhājī, Tashkopruzade et Ḥājjī Khalīfā et également dans la thèse de Coulon [2013] et l'ouvrage de Bonmariage et Moureau [2016].

situation inverse décrit l'antidote visant l'annulation des effets obtenus. Nous avons décompté plus d'une centaine de recettes accompagnées de leurs antidotes ainsi que soixante et six images de talismans dont plusieurs occupent une page entière et avons constaté que l'auteur a dévié de son plan car le septième chapitre est en fait constitué de vingt recettes non suivies de leurs antidotes, mais toutes utilisant un même sceau (*khātim*).



Talisman pour l'amour (folio 183b)

EXEMPLE : LISTE DES RECETTES DU PREMIER CHAPITRE

1-Pour l'amour (*lil maḥabba*). 2-Pour l'incitation (*lit-tahyij*). 3-Pour l'attraction (*lil jalb*). 4-Pour l'acceptation (*lil qabūl*). 5-Pour la victoire sur l'ennemi (*lin-naṣr ᶜala l-aᶜda*). 6-Pour tenir sa parole (*tanfidh al-qawl*). 7-Pour vaincre l'adversaire (*lin-naṣr ᶜala l-khaṣm*). 8-Pour l'amener à détester son épouse (*li tukarrihuhu imra'atahu*). 9-Pour utiliser une tête de bétail (*taṣallut wajhu r-ra's*). 10-Pour faire appel aux esprits (*li-s tinzāl al-jān*).

Chaque recette comporte la description d'au moins une image évoquant soit une figure géométrique, soit un animal ou un humain et dessinée sur un anneau ou une feuille servant de talisman.

QUI EST L'AUTEUR DE CE TRAITE ?

Tous deux figurant dans l'incipit et répété par la suite une seconde fois dans le prologue, le nom complet de l'auteur, Muḥammad ibn Ja^{c}far ibn Muḥammad al-Khwārizmī et le titre du traité, *Bulūgh al-murād al-man^{c}ūt fī l-^{c}ilm al-mustakhraj ^{c}an hārūt wa mārūt,* ne figurent pas dans les listes d'auteurs et de titres d'ouvrages répertoriés dans les catalogues de manuscrits arabes connus à ce jour et consultés par nous.

Nous excluons l'attribution de cet ouvrage au grand mathématicien et astronome de la cour abbaside, Abū Ja^{c}far Muḥammad ibn Mūsā al-Khwārizmī. On l'accrédite de quelques travaux d'astrologie, en particulier sa présence parmi les astrologues réunis en l'an 847 au chevet du calife al-Wāthiq quelque temps avant sa mort et sa rédaction d'un traité de géographie basée sur l'astrologie dans lequel il a inclus des notices astrologiques de quelques personnages importants[3]. Quelques indices dans *Bulūgh al-murād* suffisent pour l'exclure: (1) l'auteur du grimoire est né dans la province de Khwārizm où se trouve sa résidence permanente, alors que le grand savant a vécu à Bagdad et y est mort, (2) il est le fils de Ja^{c}far alors que le mathématicien est le fils de Mūsā. (3) un témoignage et deux dates : les années 366/976 et 370/980 qu'on trouve respectivement dans le folio 201b et le folio 228a du grimoire.

Le troisième indice est un témoignage (*shahāda*) suffisamment explicite pour affirmer que l'auteur du grimoire ne peut pas être le mathématicien de Bagdad mort un siècle plus tôt. Ce témoignage se trouve au milieu de la sixième recette du chapitre 2 visant le moyen de rendre invisible (*al-istikhfā'*) aux yeux d'un ennemi [folio 201a]. L'auteur rapporte qu'un certain Ibn aṭ-Ṭallā^{c} est venu le consulter à Khwārizm avant de partir vers Boukhāra et Balkh, voyage périlleux car la route était dangereuse et infestée de soldats appartenant à trois armées (Barbares, Turkmènes et Arabes). Al-Khwārizmī lui a prescrit une recette qui lui permet de se rendre invisible en présence de soldats hostiles. Un mois plus tard, il revint le remercier car la recette avait bien fonctionné et lui avait permis de disparaître momentanément face à des brigands qui tentaient de le dépouiller. La deuxième date se trouve à la fin du

[3] Cf. Oaks [2016, 452].

grimoire annonçant l'achèvement du traité [folio 228a]. Qui est donc l'auteur du grimoire ?

Souvent considérés comme traitant de sujets illicites mais recherchés par les rois, les princes et les riches amateurs, les ouvrages de sciences occultes ont parfois amené leur véritable auteur à masquer leur identité, à choisir un pseudonyme ou à remplacer le nom véritable par celui d'une personnalité du passé renommée pour sa science. Les historiens modernes ont noté que la *nisba* « al-Khwārizmī » est parfois accolée aux noms d'auteurs traitant d'astrologie et de magie difficiles à identifier formellement[4].

Dans un ouvrage important, Bonmariage et Moureau [2016] présentent une édition critique de Dā'irat al-aḥruf al-abjadiyya [Le Cercle des lettres de l'alphabet]. Ils le traduisent en français, et analysent l'œuvre. Ce traité pratique de magie des lettres est attribué dans certaines versions à un personnage mythique de l'Antiquité Hermès, et dans d'autres à un certain « Imam al-Khwārizmī »5. S'interrogeant sur l'identité possible de ce personnage, ils écrivent [2016, 7-8] :

> Il pourrait faire penser à première vue à Abu cAbd Allah Muḥammad b. Aḥmad al-Katib al-Khwārizmī, auteur de Mafātiḥ al-culūm (Clefs des sciences) … Cet ouvrage a valu à son auteur une réputation dans divers domaines, notamment en alchimie, … . Dans le domaine de la magie toutefois, ce n'est habituellement pas le cas.
>
> De même, le célèbre mathématicien Abū Jacfar Muḥammad b. Mūsā al-Khwārizmī (c. 232/847) doit selon toute vraisemblance être écarté, car malgré la proximité entre le cilm al-ḥurūf et les mathématiques (surtout dans le domaine des carrés magiques), n'est pas habituellement considéré comme auteur de traités magiques.
>
> Nous avons trouvé la mention d'un Khwārizmī associé à la magie dans le Subḥ al-acsha [Aurore de l'Aveugle] de Qalqashandī (821/1418). Ce Khwārizmī aurait écrit un Kitāb al-Jamhara [Livre du rassemblement] à propos de la magie. Ce traité est également

[4] Par exemple : Alexander Fodor [1978], Taoufic Fahd [2002], Jaime Coullaut Cardero [2009] et Cécile Bonmariage & Sébastien Moureau [2016].

[5] Manuscrit de la Bibliothèque nationale de France, sous le numéro Arabe 2357 [ff. 207a-213b].

mentionné à deux reprises dans le Kashf al-dhunūn de Ḥājjī Khalifa, mais aucune copie ne semble être répertoriée à ce jour. Aucune information sur l'auteur n'est donnée dans les deux ouvrages cités.

Plus instructif, on trouve dans Shams al-macārif al-kubrā, attribué à Būni, pas moins de treize occurrences à al-Khwārizmī, dont plusieurs dans un contexte où il question de recherche de pouvoir ou de science. La forme du nom varie dans ces différents passages, sans qu'il soit possible de déterminer si Būni se réfère à divers personnages ou à un seul et même Khwārizmī : Fakhr al-Dīn al-Khwārizmī (p. 74) – ᶜAbd al-Samad al-Khwārizmī (p. 151) ; Muḥammad b. Idriss al-Khwārizmī (p. 161) ; Muḥammad al-Khwārizmī (p. 165) et Aḥmad al-Khwārizmī (p. 230).

Deux de ces occurrences présentent en outre une date et un lieu : un personnage appelé tantôt Fakhr al-Dīn al-Khwārizmī, tantôt Muhammad al-Khwārizmī aurait été présent à la Mecque en 670/1271-2. Ces deux passages laissent penser que Fakhr al-Dīn et Muhammad sont un seul et même personnage

Mais un autre extrait du *Shams al-maᶜārif al-kubrā* présente une conversation entre Aḥmad al-Khwārizmī and le sūfī Abū Suleyman al-Dārānī (c. 215/830). Il est donc question ici d'un autre Khwārizmī.

En établissant une édition critique d'une partie du Šams al-ma'ārif d'al-Būnī et en l'analysant, Jean-Charles Coulon [2013, 130 note β] découvre qu'al-Būnī assure qu'al-Khwārizmī a trouvé le plus long nom de Dieu chez un savant chinois. Pour Coulon, al-Khwārizmī peut correspondre à au moins deux des personnages cités plus haut : le fameux mathématicien, astronome et géographe Muḥammad ibn Mūssa ou le mystérieux Fakhr al-Dīn, mais il penche pour le premier car

> « dans le contexte de ce chapitre précisément, la première identification serait plausible : la référence correspondrait aux traités de géographie attribués à Muḥammad b. Mūsā al-Khwārizmī, les mentions de Hārūn ar-Rashīd et al-Ma'mūn dans cette même section renvoient à cet « âge d'or » du califat abasside. Jaime Coullaut Cordero signale les deux hypothèses sans se prononcer ».

Après avoir examené leurs noms, il nous semble qu'aucun des personnages précédents ne pourrait être l'auteur du grimoire de Tunis.

LA REPONSE SE TROUVE DANS DES CITATIONS INTERESSANTES

Dans le grimoire de Tunis, la cinquième recette du chapitre 2 permet de « découvrir une chose dissimulée autour de soi ou dans un lieu lointain ». En parlant des conditions astrologiques favorables à la préparation d'une telle recette, l'auteur cite des personnages sensés être connus du lecteur :

- Al-Maghrāwī. L'auteur dit que ce personnage a écrit : *al-Kanz al-mawjūd fi man ittaṣala kawkabuhu bi n-nuhūss wa s-suᶜūd.* [folios 200a – 211b – 216a]. Ce personnage qui est cité plusieurs fois comme référence en astrologie est difficile à identifier, car la *nisba* « al-Maghrāwī » est donnée aux personnes originaires de la tribu berbère des Maghrāwa. Quant au titre de son ouvrage, nous ne l'avons trouvé cité dans aucune des bibliographies consultées.

- Al-Ghurnāṭi *al-maᶜrūf bi l-khawwāṭ*. Nous n'avons pas pu identifier ce personnage qui raconte la dispute entre al-Khwārizmī, l'auteur du grimoire de Tunis, avec le « juriste, homme de lettres, grammairien et connaisseur des sciences diverses » Abū ᶜAbd Allah Muḥammad ibn as-Sarrāj, [200b]. Il est probable qu'il s'agisse du fameux grammairien, contemporain d'Al-Farābī et décédé à Bagdad en 316/928. Al-Ghurnāṭi ajoute que lorsque plusieurs années plus tard, al-Khwārizmī rencontra le fils de Muḥammad ibn Sarrāj, il lui raconta la dispute avec son père et s'expliqua. Par la suite les deux hommes devinrent amis.

CONCLUSION

Bien qu'aucun des historiens consultés n'ait eu connaissance du manuscrit de Tunis que nous présentons ici, leur conclusion concernant l'attribution vraisemblablement forgée de plusieurs traités de magie à des personnages mythiques comme Harut et Marut ou Hermès, ou à des auteurs célèbres par leurs œuvres comme al-Khwārizmī pourrait rester valable pour le grimoire de Tunis. Cependant, les informations très précises que cet ouvrage contient concernant l'auteur Muḥammad ibn Jaᶜfar b. Muḥammad al-Khwārizmī, le titre de l'ouvrage : *Bulūgh al-murād al-manᶜūt fi l-ᶜilm al-mustakhraj ᶜan hārūt wa mārūt* [La réalisation de ce qui est censé être arrêté dans la science extraite de Hārūt et Mārūt] et la date de sa composition ne peuvent être ignorés. L'excipit [folio 228a] clarifie ces informations et les synthétise dans un poème de 19 vers qui fixe la date de complétion du traité en l'an 370/980 ainsi que lieu, « une contrée de mécréants appelée *Rūma* ». Le copiste, qui ne s'identifie pas[6], mais précise qu'il achevé la retranscription de la copie le mardi 17 *Dhu l-qa^{c}da* 1242 de l'Hégire, ce qui correspond au 12 juin 1828.

Nous pensons que ce grimoire est intéressant et qu'il mérite d'être connu ; il devra faire l'objet d'une étude particulière par les spécialistes.

REFERENCES

Bonmariage C. et S. Moureau. 2016. Le Cercle des lettres de l'alphabet (Dā'irat al-aḥruf al-abjadiyya) : Un traité pratique de magie des lettres attribué à Hermès, Boston : Brill.

Būnī, Ahmad. 2000. *Šams al-macārif al-kubrā*, Beyrouth: Muassasa al-nūr li-l-mabūāt.

Coulon S. 2013. *La magie islamique et le « corpus bunianum » au Moyen Âge*. Thèse de doctorat de l'université de Paris IV – Sorbonne.

Lory P., J.-Ch. Coulon, S. Benjelloun, 2018. Al-Bûnî. *Talismans : Le soleil des connaissances*. Paris : Orients Editions.

Sabra, A.I. 1978. «al-Khwārazmī», in *Encyclopedia of Islam 2*. 1978, vol. 4, 1068–1069.

Fodor A. 1978, « The Rod of Moses in Arabic magic », *Acta Orientalia Academiae Scientiarum Hungaria*, 32 (1978), p. 9.

Fahd T. 2002, « Charme et sortilèges. Magie et magiciens. d'après l'œuvre d'al-Būnī », *Res Orientales XIV : Charmes et sortilèges. Magie et magiciens*, 2002, 135.

Coullaut Cardero J. 2009. Al-Būnī, El Kitāb Šams al-Maʿārif al-Kubrà (al-ŷuzʾ

[6] Tout le codex A-MSS-10081 a été recopié par deux copistes bien identifiés. La première partie traite de thèmes religieux. La seconde partie, qui ne contient que des traités d'astronomie et d'astrologie, commence folio 180b par le grimoire d'al-Khwārizmī et se termine à la fin du codex au folio 280a. Cette partie a été écrite entièrement par cUmar b. cAlī b. Aḥmad al-Ḥajjī aṣ-Ṣafī pendant le mois de Dhu l-qacda de l'an 1242 [mai-juin 1827]. L'écriture est maghrébine.

al-awwal) de Aḥmad b. ʿAlī al-Būnī : Sufismo y ciencias ocultas, Thèse de doctorat de l'Université de Salamanque ,

Oaks J. 2016. « Khwārizmī (-al) ». *Encyclopedia of Islam*, 451-459

TEXTE DU GRIMOIRE D'AL-KHWARIZMI : MANUSCRIT A-MSS-10081 DE LA BIBLIOTHEQUE NATIONALE DE TUNIS. (FF . 180B – 228A)

كتاب بلوغ المراد المنعوت في العلم المستخرج عن هاروت وماروت للخوارزمي. مخطوط المكتبة الوطنية بتونس. رقم 10081 (ص. 180ظ - 228و)

[180ظ] (بداية المخطوط)

" قال الشيخ الفقيه المهندس العارف الكيّس المدبّر المطّلع محمد بن جعفر بن محمد الخوارزمي منشأ ومسكنًا ، سبب تأليفي لهذا الكتاب أني خرجت من بلد خوارزم لحج بيت الله الحرام ، فلما قضيت حجّي تجوّلت في بلادهم يمينًا وشمالًا إلى أن آل الأمر بي فدخلت بلاد الروم أنا ورفقة لي ، فنفد ما عندنا ولم يكن لنا شيء نقتاتوا به ، وقاسينا في بالدهم شدّة من جورهم وظلمهم. فقال لي بعض أصحابي ما معك شيء من علم الدحس ، فإن علم الدحس يخرج من الجور المُنحّس؟ فقلت له : "معي ، لكن أنزّه نفسي عن ذلك ، وقد كنت تعلّمته في الصغر وتركته في الكبر ، وكنت أسافر الشهر والشهرين في طلب الفائدة الواحدة". فأكّد علي أن ألّف له مختصرًا مفيدًا.

فأخذت في تأليفه عن أصحاب الحكم والتجارب والمهندسين مثل اليوناني والاسكندري وأرسطاطالس وأرثانيم وحزقيل [181و] الأكبر ورود وآصف بن برخيا ، وزير سليمان عليه السلام. وكان رود من العفاريت الذي لا طاقة لأحد

عليه ، صاحب شمردل الطيار ، صاحب آصف ، وأخذ هذا العلم عن هاروت وماروت. (...) قلت إذا كان في آخر الزمان يأتي أقوام أعجام. (...)

[181ظ] (...) فأقول الحمد لله الذي أنبت في بستان العلم من العلماء أشجارا وكمّل غصونها اليانعة من فنونه أوراقًا وأزهارًا (...) .

[182و] ... وبعد فيقول العبد الفقير المذنب الحقير محمد بن جعفر بن محمد الخوارزمي منشأ ومسكنًا ، غفر الله له ذنبه وفرّج كربه. سألني بعض أصحابي وأقرابي وأترابي ممن جعله الله منزله روحي في جسدي أن أكتب له شيئًا مما يتعلّق ببعض الفوائد عن هاروت وماروت الملكين. فأقول أوّل ما أنطق به وأبدأ أن هذا العلم فيه ما يحتاج إلى بعض الساعات السعيدة ، وفيه ما يحتاج إلى بعض الساعات النحيسة ، وفيه ما هو موقوف على الكواكب ، وفيه ما هو موقوف على أوّل الشهر ، وفيه ما هو موقوف على آخره ، /182ظ/ وفيه ما لا يحتاج إلى شيء من ذلك كله ، والتباخير أرواحها ، والعزائم أجسادها ، والنية رأسها ، والمعرفة عينها، والتوكّل أيديها ، وحسن الخدمة أرجلها ، وقوة القلب نطقها. فهذه ثلاثة عشر فائدة ، فإذا بطلت فائدة من هذه الفوائد خشيت أن لا تقضي حاجتك لأن أهل هذا العلم مثّلوه للجسد القائم إذا بطل عضو من أعضائه أو شيء منه بطل الجسد. وعليك أيها الأخ بتقوى الله فإنها أصل من الأصول.

وإذا أردت مسألة من المسائل قدّم نيّتك وصفّي قلبك وحضّر ذهنك واخلو توكلك وبالغ في خدمتك واطلق دخنتك وشدّ في عزيمتك ، تنال مقصدك إن شاء الله.

واعلم أيها الأخ أني بوبت لك هذا المختصر على سبعة أبواب ، في كل باب عشرة مسائل. لكل عشرة من مسائل الأبواب عشرة أخرى تتبعها في كل مسألة فكها. فجملة مسائل الأبواب سبعون وتعقبها سبعون أيضًا. الجملة كلّها مائة وأربعون.

وسمّيتها **ببلوغ المراد المنعوت في العلم المستخرج عن هاروت وماروت**. ومن الله تعالى أطلب التوفيق والسداد. (...)

[200و] ... قاله المغراوي في تأليفه المعروف بـ **الكنز الموجود في من اتصل كوكبه بالنحوس والسعود**. وذكر فيه أن هذا العلم موقوف على ذلك حيث أنك تنظر لكوكبك إذا كان في نحس ففي نحس ، وإذا كان في سعد ففي سعد. ...

فإن قلت : ما معنى الاختصار ولأي شيء لم تطنب كما أطنب غيرك، مع أن هذا العلم أبوابه وفصوله وتصاريفه وعزايمه وعلومه كثيرة وأكثر من أن تحصى ، وألف فيه كثير من الناس وأطنب اطنابًا واضحًا.

فقلت : نعم ، وأنت صدوق أيها الأخ ، وما أنت عندي بالمتّهم. الاختصار عند العلماء جملة هو ما قل لفظه وكثرت معانيه.

[200ظ] قال الغرناطي المعروف بالخوا طهّر قول المؤلّف أيه الأخ ، في كل مرّة المراد بالأخ هو أبو عبد الله محمد اللفظ ابن السراج.

وكان والده ينكت على الخوارزمي في ابتداء أمره لأنه كان في صغره له معرفة في هذا العلم وشهرة في بلادهم به. وكان السراج فقيهًا أديبًا نحويًا عارفًا بأنواع العلوم. وكان وقع بينه وبين الخوارزمي في مشاجرة حتى أن الخوارزمي أظهر فيه عجايبا. ثم تركه وآل الأمر بدور الزمان إلى أن التقى بولده في سفرة وانقلبت عداوتهما صحبة. فلما وقع لهما ما وقع سأله في تأليف لهذا المختصر. فبذل جهده فيه اما أنه لله تعالى كما أخبر ، وإلا أنه لأجل ما وقع بينه وبين والده. (...) فانظر لابنك ما صنع بعد حجه وتقولت فيه اناس كثيرة لأنه ترك هذا. وأما الخوارزمي فقد نصحه فيه وتكلم فيه أناس. والله أعلم.

أي ذلك كان كثير المعاني. وقيل لفظ حقير ومعنى كثير. وقيل غير ذلك. وأما انّي لم أطنب في هذا العلم كما أطنب غيري ، فمعلوم ... لم يكن معي شيء من الكتب

. . . .

[216و] المسألة العاشرة من الباب الرابع للحفظ في السهم والرمح والسيف.

قال المغراوي في **الكنز** : "قال يحيى بن مروان رحمه الله إن لأهل الهند رقوات وللرقوات خواص ومنافع ..."

[228و] إنتهى المختصر المسمى ببلوغ المراد بحمد الله تعالى.

كتابي هذا حاز سبعين حكمة ∴ ويعقبها سبعين من قولنا الوفي

فيا رب زهر فيه من لم يكن له ∴ بأهل وباعده على قلل الخوف

...

وكان انتهاء تأليف كتبي ونقحه ∴ ثلاث مئين ثم سبعين تردف

بأرض لاهل الكفر تسمى برومة ∴ بدار لها حبس على المتعفف

...

وكان الفراغ من كتبه عشية يوم الثلاثاء السابع عشر من ذي القعدة الحرام سنة 1242.

EXEMPLES PRÉCOCES DE TRADUCTIONS SCIENTIFIQUES VERS L'ARABE EN AFRIQUE DU NORD

Pierre AGERON
Université de Caen Normandie

Résumé. Cette contribution rassemble quatre études de cas inédites concernant la traduction d'ouvrages mathématiques ou scientifiques européens. Nous démontrons que vers 1620, le sultan du Maroc ordonna au morisque al-Ḥajarī des traductions de la version française de l'*Atlas* de Mercator-Hondius et du *Tractatus de globis* de Hues. Nous analysons deux passages d'un manuscrit algérien de navigation composé vers 1790 consacrés respectivement au calcul du rhumb et à celui de l'épacte, et montrons qu'il dérivent indirectement de sources italiennes imprimées. Nous révélons et étudions deux traductions manuscrites partielles prouvant l'importance du *Cours de mathématiques* de l'école militaire de Saint-Cyr en Égypte au début du XIXe siècle. Enfin, nous révélons plusieurs manuscrits scientifiques de Sulaymān al-Ḥarā'irī composés en Tunisie vers 1850, et notamment la traduction inachevée d'un opuscule français de géométrie pratique que nous identifions. Nous nous demanderons enfin s'il est possible de penser de manière unitaire un mouvement de traduction qui s'est manifesté dans des contextes aussi dissemblables.

Mots-clefs : traduction, sciences modernes, manuscrits, Aḥmad al-Ḥajarī, Mercator, Hues, navigation, épacte, rhumb, Saint-Cyr, Sulaymān al-Ḥarā'irī, géométrie pratique

ملخص : تجمع هذه المداخلة أربع دراسات حالات إفرادية لم تنشر أي منها متعلقة بتراجم كتب أوروبية في العلوم الرياضية إلى اللغة العربية فيما بين عامي 1620 و1850 . الأول هو "كتاب ناصر الدين على قوم الكافرين" لأحمد بن قاسم الحجري المتوفى بتونس قبل 1643. والثاني "كتاب في الملاحة" مجهول المؤلف، موجود في مخطوط عدد 1491 بالمكتبة الوطنية الجزائرية. والثالث كتاب في الحساب مترجم من الفرنسية ومستعمل بمصر في أوائل عهد محمد على باشا (القرن 19م). أما الرابع فهو ترجمة إلى العربية لكتاب في الهندسة العملية بدأ في انجازها المثقف التونسي سليمان الحرائري (توفي سنة 1850).

INTRODUCTION

La traduction d'ouvrages scientifiques « modernes » des langues de l'Europe vers celles des pays d'Islam est un phénomène important et méconnu.

Pour ce qui est de l'Afrique du nord, c'est surtout le cas de l'Égypte qui a attiré l'attention. Dans le contexte de la politique de modernisation initiée par Muḥammad ʻAlī, une œuvre considérable de traduction et d'impression en arabe de livres européens, presque tous français, y fut menée. On a répertorié, entre 1835 et l'occupation britannique de 1882, une soixantaine de traductions relevant des mathématiques et sciences connexes (Crozet, 2008, p. 411–450).

Plus récemment, on a enregistré plusieurs découvertes ou identifications de traductions ou adaptations arabes de livres scientifiques européens, restées manuscrites. Ces traductions ont été réalisées en Égypte, Tunisie, Algérie ou au Maroc avant l'introduction de l'imprimerie dans ces différents pays (Abdeljaouad, 2011), (Abdeljaouad, 2018), (Ageron, 2015), (Ageron, 2017), (Abrougui, 2011), (Hedfi, 2019).

Plusieurs raisons expliquent que ces documents soient longtemps passés inaperçus. Ils ne se distinguent guère, au premier regard, des manuscrits traditionnels. La langue, le titre, et l'auteur de l'ouvrage original sont en général omis, ce qui en rend l'identification difficile même lorsqu'on a soupçon de se trouver devant une traduction.

Enfin, la réalité, l'ampleur et la précocité du phénomène de traduction scientifique relèvent encore largement de l'impensé.

Cette contribution rassemble quatre études de cas inédites : elles prennent place au Maroc vers 1620, en Algérie vers 1790, en Égypte vers 1815 et en Tunisie vers 1850. Ces contextes très dissemblables nourriront notre réflexion sur l'impact global du phénomène.

I. LES TRADUCTIONS PERDUES D'AḤMAD AL-ḤAJARI, PASSEUR DE SCIENCES DU XVII^E SIÈCLE

Aḥmad bin Qāsim al-Ḥajarī, alias Diego Bejarano, né en 1569 à Hornachos (Estrémadure), vécut un destin étonnant. Fuyant les persécutions subies par les morisques, il s'installa en 1599 à Marrakech où il fut employé

comme interprète. En 1611, il entreprit un périple en France et aux Pays-Bas, où il rencontra hommes politiques et intellectuels – dont Erpenius, le grand orientaliste de Leyde. Il revint à Marrakech fin 1613 et reçut du sultan Mawlāy Zaydān l'ordre de traduire en arabe des ouvrages scientifiques européens. Il partit vers 1635 pour la Mecque, passa par l'Égypte et se fixa avec sa famille à Tunis en 1637, où il reprit son activité de traduction ; c'est là qu'il mourut, pas avant 1643. Il a rédigé un livre de souvenirs, aujourd'hui perdu, mais dont un abrégé polémique très vivant, intitulé *Kitāb nāṣir al-dīn ʻalā al-qawm al-kāfirīn* [Livre du défenseur de la religion contre la nation des infidèles], nous est parvenu et a fait l'objet d'une utile édition (al-Ḥajarī, 1995, corrigée et augmentée en 2015).

Quels sont les livres traduits par Aḥmad bin Qāsim al-Ḥajarī ? Pour deux d'entre eux, les traductions nous ont été conservées et sont assez bien connues. Le premier est l'*Almanach perpetuum cœlestium motuum* d'Abraham Zacut, Juif de Salamanque, qui avait été traduit de l'hébreu à l'espagnol par Joseph Vizinus et imprimé à Leiria (Portugal) en 1496. Al-Ḥajarī le fit passer de l'espagnol à l'arabe à Marrakech vers 1624 sous le titre *Zīj Zakūt* [Tables astronomiques de Zacut]. Cinq copies manuscrites en sont conservées, auxquelles s'ajoutent divers commentaires (Parra Pérez, 2013). Le second est un *Manual de artillería*, composé vers 1631 à Tunis par Ibrāhīm bin Aḥmad Ghānim, dit Rivas, morisque de Nigüelas (Andalousie), à partir de sources espagnoles, principalement le *Platica Manual de artillería* de Luis Collado imprimé à Milan en 1592. Il fut traduit par al-Ḥajarī de l'espagnol à l'arabe à Tunis en 1638 sous le titre *al-ʻIzz wa-l-Manāfiʻ li-l-mujāhidīn fī sabīl Allāh bi-ālāt al-ḥurūb wa-l-madāfiʻ* [La Gloire et les Bénéfices pour ceux qui combattent sur le chemin de Dieu avec les machines de guerre et l'artillerie]. Si le texte espagnol est aujourd'hui perdu, dix copies de la version arabe sont conservées (James, 1978), dont certaines de la main du fils de al-Ḥajarī.

Ce n'est pas tout. Al-Ḥajarī rapporte dans son *Kitāb nāṣir al-dīn* que le sultan lui a donné ordre de traduire deux ouvrages cosmographiques européens. Ces traductions n'ont pas encore été retrouvées, et les ouvrages concernés n'avaient pu jusqu'ici être déterminés. Nous allons démontrer ici que les indications données à leur sujet par al-Ḥajarī sont suffisamment précises pour les identifier avec quasi-certitude. Voici d'abord notre traduction des passages concernés (al-Ḥajarī, 2015, p. 93 et 178 du texte arabe) :

[Extraits du chapitre IX.] Le sultan Mawlāy Zaydān – que Dieu lui fasse miséricorde – m'ordonna de traduire pour lui un gros livre étranger que son auteur avait appelé Darān en raison de l'immensité de la montagne qu'on appelle par ce nom – car elle est chez les géographes la plus grande des montagnes du monde connu. Nous n'avons rien vu dans les livres géographiques qui lui soit semblable. Il était en français, et l'auteur du livre était un Français dont le nom est le Capitaine (*al-Qabiṭān*). Toutes les localités du monde sont représentées (*muṣawwara*) dans ce livre, avec la longitude et la latitude de chacune, et les fleuves, chaque fleuve de chaque territoire, l'emplacement de sa source, son commencement et les villes qui sont sur ses rives, chacune par son nom, et toutes les mers, les îles et les climats. [...]

Le Capitaine français, lorsqu'il lui apparut que l'Ancien testament (*al-Tawriya*) se trompait, dit : « Cette affirmation au sujet des fleuves [de l'Éden] que nous avons dans l'Ancien testament selon laquelle ils prennent naissance en un unique endroit est visiblement fausse et mensongère, car ces quatre fleuves dont il est dit qu'ils sortent d'une unique source sortent au contraire [d'endroits différents]. Ceci est évident pour qui connait les emplacements du monde. Fin [de citation]. »

[Extrait du chapitre XIII.] Un jour, dans la ville de Marrakech, j'étais assis à traduire un traité (risāla) en latin qui parle du globe terrestre et [du globe] céleste, deux grands globes reposant chacun sur un piédestal ; sur le globe céleste sont dessinées les étoiles fixes, les signes du Zodiaque et les constellations connues parmi les astrologues (*al-munajjimīn*), avec leurs noms, et de même sont sur le globe terrestre chaque ville connue de ce bas-monde, les régions, les pays et les climats – le nom de chaque pays étant écrit au-dessus de lui –, ainsi que les mers et les cours d'eau. Le sultan Mawlāy Zaydān – que Dieu lui fasse miséricorde – m'ordonna de traduire ce traité. Je lui dis : il est en langue latine et nous ne la connaissons pas. Il demanda : qui connaît le latin ? Je répondis : un des captifs de ta haute Majesté, un prêtre. Il dit : qu'il s'installe avec toi.

Commençons l'analyse avec le livre de géographie intitulé *Darān*. Les éditeurs du *Kitāb nāṣir al-dīn* ont écrit « *We have not been able to identify this*

work », avançant néanmoins qu'il pourrait s'agir des *Estats et empires du monde* de Pierre Davity (al-Ḥajarī, 1995, p. 175). Cette hypothèse paraît difficilement compatible avec la description donnée, dans la mesure où l'ouvrage de Davity ne comporte aucune carte ou illustration. Nous en faisons ici une autre, inédite. Il se trouve que *Darān* est le nom, d'origine berbère, par lequel des auteurs arabes médiévaux comme al-Idrīsī ou Ibn Khaldūn ont désigné le massif montagneux que les Européens appellent le Haut-Atlas. Il nous semble donc extrêmement probable qu'al-Ḥajarī ait choisi le mot *Darān* pour désigner l'*Atlas* de Gerard Mercator, ce recueil de cartes géographiques imprimé en 1595 dont le titre deviendra un nom commun. Ceci est confirmé par une spécificité relevée par al-Ḥajarī et qui, de fait, est caractéristique du travail de Mercator : l'indication systématique des longitudes et latitudes des lieux décrits. En réalité, vu la chronologie, c'est certainement la révision de l'*Atlas* de Mercator par Josse Hondius qu'a consultée al-Ḥajarī. Celle-ci parut d'abord en latin à Amsterdam en 1606 au format in-folio, suivie en 1607 par une réduction au format in-quarto, dite *Atlas minor* ; les deux éditions furent rapidement traduites en français – d'abord l'*Atlas minor* (Mercator-Hondius, 1608), puis l'in-folio (Mercator-Hondius, 1609) – et l'*Atlas minor* fut traduit en allemand en 1609. Il devient alors possible de comprendre pourquoi al-Ḥajarī attribue l'*Atlas* à un Français qu'il nomme *al-Qabiṭān* : il s'agit en réalité de celui à qui Hondius avait confié l'élaboration de la version française de l'*Atlas*. Ce traducteur, un certain Lancelot du Voysin, plus connu sous le nom de La Popelinière (v. 1541-1608), était en effet à la fois homme de guerre et homme de lettres : fameux capitaine huguenot au temps des guerres de Religion, mais aussi annaliste et géographe.

Il est logique qu'al-Ḥajarī, ignorant le latin et l'allemand, mais comprenant le français, ait choisi la version française comme base d'une éventuelle traduction en arabe. Il n'a certes pas connu La Popelinière, mort depuis trois ans lorsqu'il entreprit son périple en Europe, mais a pu entendre parler de lui sous le sobriquet « le Capitaine » et le prendre à tort pour l'auteur principal de l'*Atlas*. L'allusion aux fleuves de l'Eden et le jugement irréligieux attribué au « Capitaine » ont une visée polémique anti-chrétienne ; elles semblent être un écho très déformé de la discussion sur la topographie du paradis terrestre qui se trouve dans le supplément historique de l'*Atlas minor*.

Venons-en au traité latin sur les deux sphères que le sultan a demandé à al-Ḥajarī de traduire. Ici, la consultation des listes d'ouvrages imprimés au début du XVIIe siècle ne laisse pas hésiter : il n'y guère d'autre candidat que le

Tractatus de Globis cœlesti et terrestri ac eorum usu [Traité des globes célestes et terrestre et de leurs usages] de Robert Hues. Paru à Londres en 1594, ce livre très estimé avait été réédité par Josse Hondius à Amsterdam en 1611. Comme pour l'*Atlas* de Mercator, al-Ḥajarī a pu le découvrir et l'acquérir lors de son séjour aux Pays-Bas. Mais contrairement à l'*Atlas*, aucune traduction française n'en était alors disponible : la première traduction française du *Tractatus de Globis*, due à Didier Henrion, ne sera publiée qu'en 1618. On comprend bien la nécessité pour le morisque de s'assurer le concours d'un prêtre captif, capable de lire le latin.

En l'absence de manuscrits, rien ne prouve que les traductions de l'*Atlas* de Mercator et du *Tractatus de Globis* aient été effectivement menées à terme. Elles présentaient d'importantes difficultés, peut-être insurmontables. D'un autre côté, il paraît difficile d'admettre qu'al-Ḥajarī ait pu ignorer des ordres du sultan. Quoi qu'il en soit, la simple existence de ces projets de traduction en arabe d'ouvrages européens très récents est en soi remarquable et fascinante. Ils préfigurent une entreprise qu'on a pour habitude de considérer comme pionnière en pays d'Islam : la traduction, en turc ottoman, de l'*Atlas minor*. Commencée en 1653, elle fut le fruit d'une étroite collaboration entre le grand érudit turc Kātib Çelebī et un prêtre français converti à l'islam, connu sous le nom de Şeyh Mehmet İhlāsī.

Certains auteurs créditent al-Ḥajarī d'une adaptation en arabe de l'*Arithmetica Algebratica* de Marco Aurel Alemán (1552), que d'autres attribuent à Ibrāhīm bin Aḥmad Ghānim. Un tel texte existe bel et bien : il a été retrouvé par Hmida Hedfi qui le présente brièvement dans ce volume (Hedfi, 2019) ; nous en préparons ensemble une étude complète et une édition critique, à paraître. Mais nous avons montré qu'il est l'œuvre d'Ibrāhīm bin 'Abdallāh, dit de Bellestar, morisque né à Barbués (Aragon) et exilé à Cherchell (Algérie).

II. LE MANUSCRIT DE NAVIGATION D'ALGER

La bibliothèque nationale d'Algérie conserve un inhabituel manuscrit de navigation en langue arabe, sans nom d'auteur, composé de 114 feuillets très illustrés (BNA, ms. 1491).

Seules deux notices, très courtes, lui ont été consacrées. La première est celle du catalogue, établi à l'époque coloniale. Elle signale des indices qui « peuvent faire croire que le rédacteur est un Européen » et précise que « l'on

peut, de certaines dates, conclure qu'il écrivait vers 1790 » (Fagnan, 1893, p. 411). La seconde, beaucoup plus récente, est due à des chercheurs algériens. Leur avis est différent : selon eux, le manuscrit « semble avoir été rédigé par un astronome maghrébin, probablement, d'après certaines dates, vers 1781 » (Bekli, Aissani et Chadou, 2011, p. 37-39).

D'après ces deux notices, le manuscrit contient entre autres un exposé des fondements de l'astronomie, des méthodes de calcul de la hauteur du soleil, des tables de logarithmes des sinus et tangentes, des tables des latitudes et longitudes de localités échelonnées de Bougie à Rotterdam. L'équipe algérienne a aussi publié sans commentaire des reproductions photographiques en couleurs de trois pleines pages du manuscrit (Bekli, Aissani et Chadou, 2011, p. 38 & 39 ; Aissani, Mechehed et Bekli, 2012, p. 72 & 74) et signalé : « de nombreux termes qui nous sont obscurs compliquent l'étude de ce texte ». Dans ce qui suit, nous nous proposons d'élucider le sens mathématique et d'étudier les sources possibles de ces trois pages. Comme nous n'avons pas pu encore examiner le manuscrit complet, notre analyse ne peut offrir qu'un caractère provisoire.

Le texte présente une hybridité linguistique frappante. Il est écrit dans une forme d'arabe moyen avec traits dialectaux algériens (notamment : annexion introduite par *imtā'*, maintien de voyelles longues dans l'impératif et l'apocopé des verbes assimilés, hamzés ou concaves). Mais il est parsemé de termes plus ou moins techniques pris aux langues romanes, écrits en caractères arabes ou latins selon les cas. Ces termes semblent surtout issus de l'italien, mais aussi, à l'occasion, de l'espagnol ou du français ; peut-être sont-ils à rattacher à la *lingua franca* en usage dans les ports des régences barbaresques à l'époque ottomane. Une seconde main, maghrébine comme la première, mais à l'écriture plus anguleuse, a copié dans les marges supérieures et latérales un traité de géomancie islamique (*'ilm al-raml*) que nous n'avons pu identifier précisément. Nous avons reconnu dans l'une des trois pages publiées le calcul du rhumb (*al-rumbū*) ou angle de course d'un navire, et dans les deux autres le calcul de l'épacte (*al-ībāṭa*) d'une année solaire ; nous allons maintenant détailler ces deux calculs.

Le calcul du rhumb

Le manuscrit contient une table numérique en chiffres arabes orientaux, intitulée en italien *Tavola per trovar le corse* [table pour trouver les courses]. Mathématiquement, elle ne fournit rien d'autre qu'une valeur approchée entière de $100 \tan(R)$ pour $R = 1°, 2°,..., 89°$, avec une forte imprécision quand R s'approche de 90° : elle donne 5882 au lieu de 5729 pour $R = 89°$. Elle a été conçue pour calculer l'angle de course ou rhumb de vent R suivi par un navire qui, en une journée, s'est déplacé de la distance L en longitude, c'est-à-dire entre est et ouest, et de la distance d en latitude, c'est-à-dire entre sud et nord. L et d sont exprimés en mille marin, unité de distance qui équivaut, par définition, à une minute d'arc à la surface du globe. On assimile le triangle sphérique à résoudre à un triangle plan, de sorte que $\tan(R) = L/d$. On calcule $100\, L/d$, valeur qu'on cherche dans les colonnes écrites en noir et marquées *nūmirū alladhī yakhruj min al-qisma* [nombre issu de la division]. Si elle n'y est pas, on prend la valeur la plus proche. On retient comme valeur de R l'angle correspondant dans les colonnes écrites en rouge et marquées *darajāt al-rumbū* [degrés du rhumb]. La forme *al-rumbū* semble dériver de l'italien *il rombo*. À côté du mot arabe *darajāt* [degrés] se trouvent les mots *iqrādūs* et *dīqrīs*, visiblement les transcriptions des équivalents en espagnol (*grados*) et en français ou anglais (*degrees*). Pour donner un exemple d'utilisation, supposons que le navire se soit déplacé vers l'ouest de 1°40' de longitude et vers le nord de 20' de latitude. Il vient : $100\, L/d = 100\,(100/20) = 500$. Or 500 n'apparaît pas dans la table, où les valeurs les plus proches sont 470 et 515, correspondant respectivement à 78° et 79°. L'angle R cherché est donc compris entre 78° et 79°, soit approximativement la direction O ¼ NO.D'où provient cette table, si caractéristique par son usage spécifique et ses valeurs imprécises ? Nous l'avons trouvée dans un *Seaman's Daily Assistant* imprimé à Londres (Haselden, 1757, p. 51, « *Numbers for the readier finding the Course in the foregoing* »). Puis dans un petit *Guida dei naviganti* imprimé à Naples (anonyme, 1788, p. 40, « *Tavola de' numeri quozienti per trovare l'angolo della corsa* »). Et enfin dans le volume de tables du *Trattato di navigazione* de Vincenzo Brunacci, professeur de mathématiques et hydrographie, imprimé à Livourne en 1795 et Milan en 1811 (Brunacci, 1811, p. 202-203, « *Tavola dei numeri quozienti per trovare l'angolo della corsa* ». Dans tous ces livres, elle est jumelée à des tables analogues résolvant des problèmes voisins, et elle présente une divergence avec le manuscrit d'Alger, donnant la valeur 103 pour $R = 46°$ là où celui-ci donne 104.

Le calcul de l'épacte

Voici notre traduction française du début de ce chapitre :

> Chapitre sur la notion d'épacte et son emploi. Si tu le souhaites, pose l'année dont on demande l'épacte et ajoute un à ce qui est désiré. Ceci concerne le nouveau calcul ; en ce qui concerne l'ancien calcul, ajoute deux à ce qui est désiré. Additionne. Après cela, pose le *nūmir*, c'est-à-dire 19, sous le nombre, et divise. Le surplus au-delà de la division est le *nūmir*. Après cela, entre la valeur du *nūmir* dans le cercle lunaire. Le nombre qui se trouve dans la case au-dessus du *nūmir* est l'épacte de cette année. En l'absence de cercle lunaire, décompte la valeur du *nūmir* sur le gros doigt de ta main droite, lequel a sur la jointure du dessous le nombre 29, sur la jointure du milieu 9 unités et sur la jointure du dessus, c'est-à-dire sur l'ongle, le nombre 19. Commence le décompte de la valeur du *nūmir* à partir de la jointure du bas, et là où le décompte du *nūmir* n'est plus possible, prends le nombre indiqué, ajoute-le au nombre d'or et le résultat numérique est l'épacte. Si le nombre atteint plus que 30, détruis les trentaines, et ce qui est laissé comme reste est l'épacte. Si le nombre est 30, il est connu que l'épacte est 29 [*sic*, c'est en fait 0]. Si le nombre atteint 40, ôte 30 et le reste est l'épacte. Salut !

Pour l'analyse, rappelons que l'épacte d'une année A du calendrier solaire grégorien est le nombre E de jours qui séparent la dernière nouvelle Lune de l'année $A - 1$ du 1er janvier de l'année A. On a par définition : $0 \leqslant E \leqslant 29$. Pour calculer E, l'auteur définit d'abord le nombre d'or ou rang dans le cycle de Méton, simplement appelé par lui le *nūmir*, d'une année A : c'est le reste N de la division de $A + 1$ par 19. Il affirme que selon « l'ancien calcul » (*al-ḥisāb al-qadīm*), expression par laquelle il vise à n'en pas douter le calendrier julien, c'est $A + 2$ qu'il faut diviser par 19 et non $A + 1$. Il dresse alors une double table du nombre d'or de 1781 à 1822, selon les deux calculs. Pour en déduire l'épacte (*al-ībāṭa*, probablement de l'italien *l'epatta*), il n'indique pas de procédé de calcul, mais fournit une volvelle lunaire (*dā'irat al-qamar*), table circulaire joliment dessinée ressemblant à celles qu'on peut trouver dans certains traités de navigation européens (Gietermaker, 1774, p. 1) Elle donne l'épacte en fonction du nombre d'or et est utilisable pour les deux calculs.

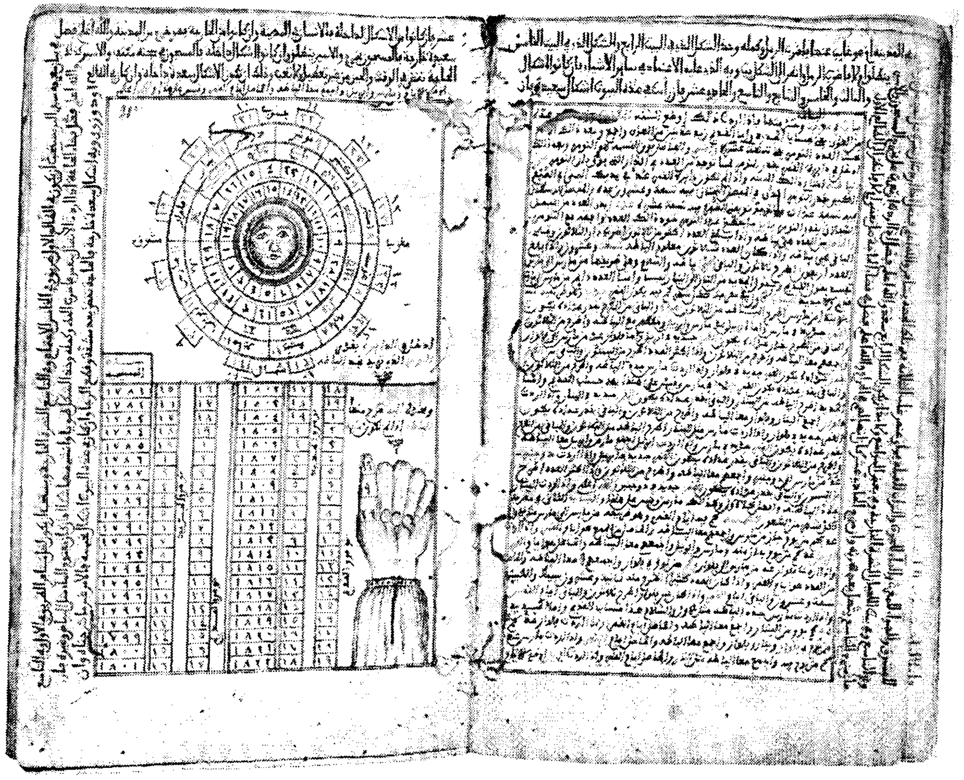


Figure 1. Bibliothèque nationale d'Algérie, ms. 1491

(reproduite d'après Aissani et al., 2012, p. 72)

Ce traitement mathématique, à première vue calqué sur celui des ouvrages publiés dans les pays chrétiens, présente un aspect inhabituel. Ordinairement, on considère que le nombre d'or est le même dans les calendriers julien et grégorien et que c'est le calcul de l'épacte qui diffère. Dans le calendrier julien, la formule est simple : $E \equiv 11N \pmod{30}$. Dans le calendrier grégorien, elle doit être modifiée en raison de la suppression de certains jours (5–14 octobre 1582, 29 février 1700, 1800, 1900, 2100…) et d'une correction du cycle de Méton, dite proemptose, concernant les années 1800, 2100…

Ce qui donne :

$E \equiv 11N - 10 \pmod{30}$ de 1582 à 1699,

$E \equiv 11N - 11 \pmod{30}$ de 1700 à 1899,

$E \equiv 11N - 12 \pmod{30}$ de 1900 à 2199.

Augmenter le nombre d'or du comput julien d'une unité apparaît alors comme un artifice qui permet, dans la période qui s'étend de 1700 à 1899, d'utiliser la même formule, ou la même volvelle, pour trouver épacte grégorienne et épacte julienne. Nous n'avons pu trouver l'origine de cette assez ingénieuse, mais contestable, simplification.

L'obtention de l'épacte par un décompte sur les jointures du pouce de la main droite est un classique du comput manuel européen. Pour trouver par exemple l'épacte grégorienne de 1800, on calcule son nombre d'or qui est 15 (reste de 1801 dans la division par 19), on écrit 29, 9 et 19 respectivement à la racine, au milieu et au bout de son pouce et on compte jusqu'à 15 en partant de la racine. Puisque 15 est divisible par 3, on termine au bout du pouce : on doit donc ajouter 19 à 15, ce qui donne 34 qu'on réduit enfin modulo 30 pour obtenir l'épacte 4. Le procédé est souvent représenté par un dessin de la main. Nous en avons examiné beaucoup et pouvons signaler que celui du manuscrit d'Alger est remarquablement proche de ceux des éditions de la seconde moitié du XVIIIe siècle du très populaire *Almanacco perpetuo* de Rutilio Benincasa (Benincasa et Beltramo, 1784, p. 232). L'auteur du manuscrit termine en signalant que l'épacte d'une année commence en fait le 1er mars, et consacre deux petites sections à deux applications de l'épacte : la connaissance pour chaque mois solaire du jour de la nouvelle lune, et celle de l'âge de la lune, ou nombre de jours écoulés depuis la nouvelle lune. À noter que les noms des mois solaires sont donnés sous la forme suivante : *yanār, falwār, mārs, abrīl, māyū, yunīh, yulīh, aghūst, istanbir, uktubnir, nuwanbir, dujanbir.*

Relevons maintenant que la volvelle du manuscrit contient une véritable erreur : l'épacte correspondant au nombre d'or 1 ne devrait pas être 29, mais 0 (qu'on préférait souvent noter 30, ou bien par une petite croix ou une étoile). La même erreur se retrouve à la fin des explications concernant le calcul manuel.

De cette analyse, nous concluons que les deux extraits du manuscrit 1491 d'Alger que nous avons étudiés sont composés d'éléments issus d'ouvrages européens, notamment italiens. Diverses anomalies rendent néanmoins l'existence d'une source imprimée *directe* improbable. En attendant de pouvoir étudier l'intégralité du texte, nous avançons l'hypothèse d'une traduction de leçons manuscrites rédigées par un pilote italien : ce manuscrit pourrait alors être le vestige d'un enseignement de navigation destiné aux marins de la Régence.

III. LE *COURS DE MATHÉMATIQUES* DE SAINT-CYR EN ÉGYPTE

En 1815, Muḥammad ʿAlī installa en 1815 à la citadelle du Caire une école d'ingénieurs moderne, hors système d'enseignement traditionnel, s'inspirant des expériences turques que la déposition et l'assassinat de Selim III avaient brutalement interrompues quelques années plus tôt. Élèves arabophones et turcophones y étaient mêlés. Pendant la première année scolaire, c'est le directeur lui-même qui enseigna les mathématiques : un certain Ḥasan al-Darwīsh al-Mawṣilī, intellectuel polyglotte qu'on ne savait pas trop d'où il venait. On s'accordait, raconte le chroniqueur al-Gabartī, à lui trouver un comportement quelque peu bizarre ; certains l'accusaient même d'hérésie.

Il était secondé par Muḥammad Rūḥ al-dīn b. Yaḥyā al-Nājī, un homme compétent en arithmétique, géométrie, turc et français qu'on avait recruté à Istanbul. L'un enseignait en arabe, l'autre en turc ; on sait qu'ils utilisaient ou traduisaient des livres français, mais on n'a guère de précisions sur les titres. On sait néanmoins que Muḥammad Rūḥ al-dīn al-Nājī traduisit en turc le *Traité élémentaire d'arithmétique* de Bossut. La Bibliothèque universitaire des langues et civilisations, dans le XIII^e^ arrondissement de Paris, conserve un manuscrit mathématique assez inhabituel, mais dépourvu de titre et passé jusqu'à présent inaperçu (BULAC, ms. Turc 133, fol. 24v-66v). Il contient un même texte en arabe sur les pages de droite et en turc ottoman sur celles de gauche, la version turque s'arrêtant cependant un peu plus tôt (au fol. 62r). Nous avons découvert qu'il s'agit d'une double traduction d'un fragment d'un cours de mathématiques français aujourd'hui fort oublié, celui d'Allaize, Billy, Boudrot et Puissant. Initialement publié en 1809 sous le titre *Cours de mathématiques à l'usage des écoles impériales militaires*, réédité sans

changement autre que son titre en 1813 et 1832, fidèlement traduit en italien en 1830, cet ouvrage élémentaire était l'œuvre de quatre professeurs de l'école spéciale impériale militaire de Fontainebleau, transférée en 1808 à Saint-Cyr. Il rassemblait quatre traités en un volume : arithmétique, algèbre, géométrie (de loin le plus long, divisé en six livres) et mécanique. Le manuscrit bilingue de la BULAC contient les traductions en arabe et turc des § 71 à 99 du traité d'arithmétique. Il est très tentant de le lier à l'enseignement dispensé en parallèle par les deux professeurs de l'École de la citadelle du Caire à sa création. Quoi qu'il en soit, son origine égyptienne ne fait guère de doute, comme on va le voir. La traduction est dans l'ensemble fidèle et complète. La principale omission est celle du § 92 sur la règle d'escompte, un simple oubli peut-être car son titre semble apparaître après le § 97. À l'usage des lettres *x*, *y*, *z*... pour désigner un nombre inconnu a été substitué celui de la lettre *sīn* (§ 91). On note l'insertion de la formule *wa-Allāh aʿlam* après « on y reviendra en Algèbre » (§ 89). Certains problèmes ont été adaptés à un contexte musulman, et plus spécifiquement égyptien. Ainsi, dans un problème de changes successifs (§ 94), Paris a été remplacée par *Miṣr,* surnom du Caire, Genève par *Islāmbūl*, surnom d'Istanbul, et Amsterdam par la Perse (*bilād al-ʿajam*). Beaucoup de sommes, dans le livre français, restaient exprimées en « monnaies anciennes », c'est-à-dire en livres, sols et deniers, avec 1 livre = 20 sols et 1 sol = 12 deniers : le traducteur les a transposées en *farānsa* (francs), *ghurūsh* (piastres) et *fiḍḍa* (paras), avec 1 *farānsa* = 15 *ghurūsh* (équivalence dont nous ignorons l'origine) et 1 *ghirsh* = 40 *fiḍḍa*, ce qui l'a conduit à reprendre patiemment tous les calculs. Ce cas pourtant ne doit pas faire illusion, car nombre d'autres situations de problèmes peu conformes aux prescriptions musulmanes n'ont pas été modifiées : prêt à intérêt, assemblage de vins, testament d'un mourant dont l'épouse est enceinte.

Il était secondé par Muḥammad Rūḥ al-dīn b. Yaḥyā al-Nājī, un homme compétent en arithmétique, géométrie, turc et français qu'on avait recruté à Istanbul. L'un enseignait en arabe, l'autre en turc ; on sait qu'ils utilisaient ou traduisaient des livres français, mais on n'a guère de précisions sur les titres. On sait néanmoins que Muḥammad Rūḥ al-dīn al-Nājī traduisit en turc le *Traité élémentaire d'arithmétique* de Bossut. La Bibliothèque universitaire des langues et civilisations, dans le XIII^e^ arrondissement de Paris, conserve un manuscrit mathématique assez inhabituel, mais dépourvu de titre et passé jusqu'à présent inaperçu (BULAC, ms. Turc 133, fol. 24v-66v). Il contient un même texte en arabe sur les pages de droite et en turc ottoman sur celles de

gauche, la version turque s'arrêtant cependant un peu plus tôt (au fol. 62r). Nous avons découvert qu'il s'agit d'une double traduction d'un fragment d'un cours de mathématiques français aujourd'hui fort oublié, celui d'Allaize, Billy, Boudrot et Puissant. Initialement publié en 1809 sous le titre *Cours de mathématiques à l'usage des écoles impériales militaires*, réédité sans changement autre que son titre en 1813 et 1832, fidèlement traduit en italien en 1830, cet ouvrage élémentaire était l'œuvre de quatre professeurs de l'école spéciale impériale militaire de Fontainebleau, transférée en 1808 à Saint-Cyr. Il rassemblait quatre traités en un volume : arithmétique, algèbre, géométrie (de loin le plus long, divisé en six livres) et mécanique. Le manuscrit bilingue de la BULAC contient les traductions en arabe et turc des § 71 à 99 du traité d'arithmétique. Il est très tentant de le lier à l'enseignement dispensé en parallèle par les deux professeurs de l'École de la citadelle du Caire à sa création. Quoi qu'il en soit, son origine égyptienne ne fait guère de doute, comme on va le voir. La traduction est dans l'ensemble fidèle et complète. La principale omission est celle du § 92 sur la règle d'escompte, un simple oubli peut-être car son titre semble apparaître après le § 97. À l'usage des lettres *x*, *y*, *z*... pour désigner un nombre inconnu a été substitué celui de la lettre *sīn* (§ 91). On note l'insertion de la formule *wa-Allāh a'lam* après « on y reviendra en Algèbre » (§ 89). Certains problèmes ont été adaptés à un contexte musulman, et plus spécifiquement égyptien. Ainsi, dans un problème de changes successifs (§ 94), Paris a été remplacée par *Miṣr,* surnom du Caire, Genève par *Islāmbūl*, surnom d'Istanbul, et Amsterdam par la Perse (*bilād al-'ajam*). Beaucoup de sommes, dans le livre français, restaient exprimées en « monnaies anciennes », c'est-à-dire en livres, sols et deniers, avec 1 livre = 20 sols et 1 sol = 12 deniers : le traducteur les a transposées en *farānsa* (francs), *ghurūsh* (piastres) et *fiḍḍa* (paras), avec 1 *farānsa* = 15 *ghurūsh* (équivalence dont nous ignorons l'origine) et 1 *ghirsh* = 40 *fiḍḍa*, ce qui l'a conduit à reprendre patiemment tous les calculs. Ce cas pourtant ne doit pas faire illusion, car nombre d'autres situations de problèmes peu conformes aux prescriptions musulmanes n'ont pas été modifiées : prêt à intérêt, assemblage de vins, testament d'un mourant dont l'épouse est enceinte.

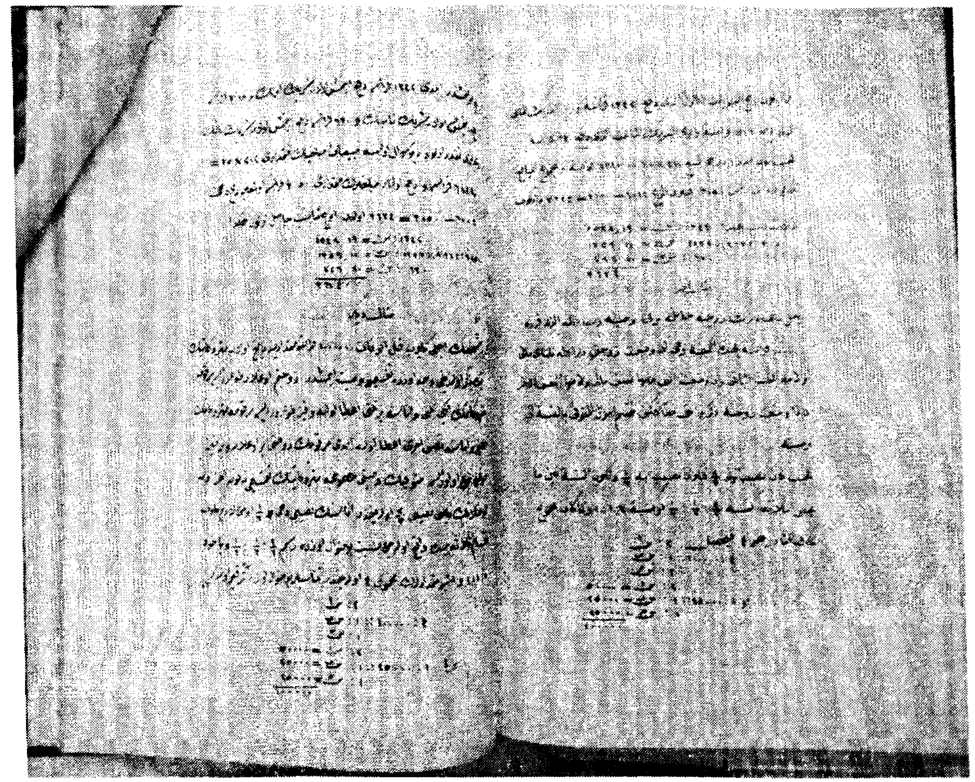


Figure 2 – Bibliothèque universitaire des langues et civilisations, Paris, ms. Turc 133

Nous avons exhumé un autre manuscrit contenant la traduction, en arabe seulement, d'un autre fragment du même cours français. Il s'agit d'un volume conservé à la bibliothèque nationale d'Autriche à Vienne (ÖNB, Codices Mixti 653, fol. 1r-38r) qui n'avait pas été identifié. Nous y avons reconnu la traduction de la première moitié du traité d'algèbre d'Allaize, Billy, Boudrot et Puissant, très précisément du § 1 au début du § 65 – ce qui exclut l'algèbre du second degré. Contrairement au manuscrit précédent, aucune adaptation au contexte n'a ici été tentée : Paris, Fontainebleau et Lyon sont demeurées *Bārīz*, *Funtinblū* et *Liyūn* ; les francs sont restés des *franj*. On lit en haut de la première page que c'est un certain Ibrāhīm qui a fait copier ce texte, mais la suite du nom a été rendue illisible. Malgré le manque d'indices, il semble très probable qu'il s'agisse aussi d'une traduction égyptienne.

Les deux manuscrits que nous avons découverts suggèrent l'importance du *Cours de mathématiques* d'Allaize, Billy, Boudrot et Puissant dans la formation des étudiants égyptiens au temps de Muḥammad 'Alī. Ce rôle est confirmé par l'existence d'une troisième traduction : en 1831, on créa à Ṭura, au sud du Caire, une École d'artillerie ; Rifa'a al-Ṭahṭāwī, un des jeunes gens que Muḥammad 'Alī avait envoyé étudier pendant cinq ans à Paris, y travailla en 1833-1834, en même temps qu'on publiait son fameux *Or de Paris*. Là, il réalisa à l'usage des élèves une traduction arabe des livres I, II et IV du traité de géométrie d'Allaize, Billy, Boudrot et Puissant. Elle fut imprimée en 1842 (Crozet, 2008, p. 425-426).

IV. L'ŒUVRE MATHÉMATIQUE DE SULAYMĀN AL-ḤARĀ'IRĪ [1]

Sulaymān al-Ḥarā'irī (1824-1877) fut un intellectuel tunisien aux multiples talents, intéressé tant par les sciences religieuses, la littérature et les sciences du langage que par les mathématiques et les sciences appliquées (Chebbi, s.d.). Extrêmement cultivé, il connaissait à fond auteurs arabes et auteurs français. Né à Tunis en 1824, il y travailla d'abord comme secrétaire au consulat de France. Il s'installa en 1856 à Paris, et y publia de nombreux livres en arabe. Le plus connu est sa traduction des *Élémens de la grammaire française* de l'abbé Lhomond, soigneusement adaptés pour le lecteur arabophone, publiée en 1857. En 1862, il fit aussi imprimer une *Risāla fī ḥawādith al-jaww*, ou *Traité de météorologie, de physique et de galvanoplastie*, en précisant : « je l'ai prélevée à partir des livres des auteurs récents et des plus habiles savants français » (*iqtaṭaftuhā min kutub al-muta'akhkhirīn wa-l-ḥukamā' al-ifransiyyīn al-māhirīn*). De 1859 à 1866, il fut le principal rédacteur du *Birjīs Bārīs* [L'Aigle de Paris], le journal en arabe fondé par l'abbé Bourgade. Il mourut précocement dans la pauvreté en 1877. Un important ensemble formé de ses papiers personnels et de brouillons manuscrits est conservé à la BULAC ; il est en cours d'étude par Mahdi Abdeljaouad et moi-même. Nous y avons notamment découvert les traces de plusieurs projets, apparemment inaboutis, de traduction ou d'adaptation en arabe d'ouvrages

[1] Cette section a été préparée à l'occasion d'un travail commun avec Mahdi Abdeljaouad.

scientifiques européens. Étant tous dédicacés au bey Aḥmad, mort en 1855, ils sont antérieurs à l'installation de Sulaymān al-Ḥarā'irī à Paris.

Le manuscrit arabe 891 de la BULAC, par exemple, est l'amorce d'un traité de chimie en une introduction, dix chapitres et une conclusion, intitulé *Miftāḥ al-falāḥ* [La clef du succès]. L'auteur indique qu'il utilise une terminologie moderne et a composé son traité « en s'appuyant sur l'abrégé de Lefranc le Français, avec des additions indispensables » (*mu'tamad^{an} fīhi 'alā mukhtaṣar Līfrānk al-ifransiyy ma'a ziyādāt lā ghanā' 'anhā*). Nous avons pu identifier l'abrégé en question comme étant le chapitre consacré à la chimie dans le *Nouveau manuel complet et méthodique des aspirants au baccalauréat ès-lettres* publié sous le nom d'Émile Lefranc, dans une édition des années 1840 (par exemple la 14e édition, Paris, Delalain, 1844, p. 364-388). Le manuscrit contient de très nombreuses corrections et modifications ; le nom du bey Aḥmad a ainsi été raturé pour le transformer en celui de son successeur Muḥammad.

Le manuscrit arabe 892 de la BULAC est l'amorce d'un grand traité mathématique intitulé *al-Natā'ij al-'aqliyya fī al-handasa al-'amaliyya* [Résultats rationnels en géométrie pratique]. Le plan annonce une introduction, quatre parties (dessin géométrique, mesure des lignes, mesurage des surfaces et volumes, division des surfaces) et une conclusion. Si l'influence européenne est certaine, le projet ressemble plus à une compilation ou une synthèse qu'à une traduction simple. Mahdi Abdeljaouad en proposera ailleurs une analyse.

Le manuscrit arabe 1411 de la BULAC retiendra davantage notre attention ici, car il se présente explicitement comme la traduction d'un livre français de géométrie pratique. Voici la translittération et notre traduction française de l'introduction :

Translittération de l'introduction

bi-sm Allāh al-raḥmān al-raḥīm wa-ṣalā Allāh ʻalā sayyidinā Muḥammad wa-salām

ḥamd^{an} *li-man basaṭa ẓilāl nuʻamā'ihi wa-ḍāʻafa ashkāl ālā'ihi wa-ṣalāt*^{an} *wa-salām*^{an} *ʻalā man zuwiyat lahu al-arḍ wa-balagha mulk ummatihi minhā al-ṭawl wa-l-ʻarḍ* [8]

ammā baʻd *fa-yaqūl rāji ʻafū rabbihi al-laṭīf Sulaymān bin ʻAlī al-Ḥarā'irī al-sharīf lammā kānat fawā'id al-handasa ʻadīda wa-maʻrifatuhā wājiba akīda* ***wa-****ra'aytu al-kitāb alladhī allafahu Ūlīviyy al-Ifransī muʻallim al-riyāḍī al-maṭbūʻ sana alf wa-thamān mi'a wa-sitta wa-thalāthīn masīḥiyya al-muwāfiqa li-sana iḥdā wa-khamsīn wa-mi'atayn wa-alf hijriyya fī al-handasa al-ʻamaliyya maʻ ṣighar ḥajmihi ghazīr al-fawā'id jāmi*^{an} *li-akthar al-aʻmāl wa-l-shawāriʻ*

fa-aradtu *an utarjimahu min al-lugha al-ifransiyya ilā al-ʻarabiyya. muhādhiy*^{an} *ʻibārat al-mu'allif min ghayr ziyāda wa-lā nuqṣān illā al-mukarrar fa-man qābilahu bi-aṣlihi alfāhumā naṣṣ*^{an} *sawā wa-innamā faʻaltu dhālik ṣawn*^{an} *lahu min al-ṭaʻn wa-li-yakun in shā' Allāh ka-l-dustūr al-muʻawwal ʻalayhi al-rājiʻ fī akthar al-mahammāt ilayhi*

khādim^{an} *bihi ḥaḍrat mawlānā al-amīr wa-sayyidanā al-****mushīr*** *Aḥmad Bāshā Bāy ṣaḥib al-iyāla al-tūnisiyya lā-zālat bi-bawāriq suyūfihi maʻnūsa wa-bi-ṣawāʻiq madāfiʻihi maḥrūsa wa-sūq al-maʻārif fī ayyāmihi nāfiʻa wa-ṣufūf al-juyūsh mutanāsiqa wa-llāh as'al an yanfaʻ bihi innahu karīm wahhāb wa-ilayhi al-marjiʻ al-ma'āb*

qāla *al-mu'allif hādhā kitāb fī-fann kayl al-aṭwāl yumkin al-wuṣūl ilā masqaṭ ʻamūdihā wa-llatī lā yumkin wa-l-suṭuḥ wa-l-ajsām*

Traduction française de l'introduction

Au nom de Dieu, le compatissant, le miséricordieux. Que la prière et le salut de Dieu soient sur notre Seigneur Muḥammad.

Louange à celui qui a déployé les protections de ses grâces et multiplié les formes de bienfaits. Que la prière et le salut soient sur celui pour qui a été repliée la Terre, celui dont la nation régnera jusqu'à ses extrémités en longueur et largeur[2].

Après quoi, plein d'espoir dans le pardon de son Seigneur bienveillant, le chérif Sulaymān b. ʻAlī al-Ḥarā'irī dit : étant donné que les applications utiles de la géométrie sont nombreuses, et que sa connaissance est une évidente obligation, j'ai vu le livre composé par le Français Olivier, enseignant de mathématiques, sur la géométrie pratique. Il a été imprimé en l'année chrétienne 1836, correspondant à l'année hégirienne 1251. Bien que petit par la taille, il abonde en choses utiles et renferme la plupart des pratiques et des méthodes.

J'ai voulu le traduire de la langue française à la langue arabe. La traduction arabe est vis-à-vis de la formulation de l'auteur, à laquelle je n'ai rien ajouté, ni rien retranché – sauf les répétitions : quiconque la comparera à l'original constatera qu'elle lui équivaut du point de vue du texte. Je n'ai fait cela que pour la mettre à l'abri de la contestation. Et si Dieu le veut, que cela soit comme la charte qui fait autorité, à laquelle on revient pour régler la plupart des difficultés.

Je l'ai fait au service de son Excellence notre maître le commandant et notre seigneur le maréchal Ahmed Pacha bey, détenteur de la régence de Tunis, toujours accoutumée au chatoiement de ses sabres et protégée par les foudres de ses canons. De ses jours, l'offre des savoirs est profitable, les rangs des armées bien ordonnés. J'implore Dieu, qui est bienfaisant et généreux, de lui venir en aide ; en Lui est le refuge et le recours.

L'auteur a dit : ceci est un livre sur l'art de mesurer les longueurs pour lesquelles il est possible d'accéder au pied de leur perpendiculaire et celles pour lesquelles c'est impossible, ainsi que les surfaces et les corps solides.

[2] Nous pensons qu'il s'agit ici d'une allusion à un *ḥadīth*, présent dans plusieurs recueils. Dans le *Ṣaḥīḥ* de Muslim b. al-Ḥajjāj, il est libellé ainsi : *inna-llāh*^{u} *zawā lī*^{a} *al-arḍ*^{a} *fa-ra'aytu mashāriqahā wa-maghāribahā wa-inna ummatī sa-yablugh*^{u} *mulkuhā mā zuwiya lī minhā.*

Malgré l'inhabituelle précision des indications, l'identification du livre traduit s'est avérée assez difficile. Il s'agit de :

> G. F. Olivier, Toisé théorique et pratique ou Art de mesurer les longueurs, tant accessibles qu'inaccessibles, ainsi que les surfaces et les volumes, accompagné de problèmes de dessin linéaire, avec beaucoup de figures et d'exemples, deuxième édition, Paris, Maire-Nyon/Delalain/Roret, 1836, in-8°, 40 pages + 16 planches.

G. Frédéric Olivier, né près d'Auxerre, bachelier ès-sciences, était professeur de mathématiques et humanités en classe de mathématiques élémentaires au collège de Troyes. Il fut l'auteur de toute une série de manuels de mathématiques et de physique, dont certains eurent un succès durable : sa *Géométrie usuelle* connut ainsi dix éditions, de 1826 à 1860. Mais tel ne fut pas le cas de son *Toisé théorique et pratique*. Nous n'avons pu déterminer la date de la première édition, qui fut probablement confidentielle et est aujourd'hui introuvable. De la seconde édition, qui se présente comme « augmentée de plus du double », nous n'avons pu localiser que deux exemplaires, dont aucun n'a encore été numérisé. L'un d'eux est à Paris (BnF V 48358) ; l'autre, autrefois à l'Institut national d'agronomie, est déposé à l'université de Caen (MRSH, fonds ancien du ministère de l'Agriculture, B 1264). Il s'agit d'un petit manuel à l'usage des écoles primaires supérieures que la loi Guizot avait créées en 1833 et dont les programmes prévoyaient une étude approfondie de la géométrie, « spécialement le dessin linéaire et l'arpentage ». Il est organisé en cinq parties et 264 énoncés : définitions (1-71), problèmes de dessin linéaire (72-148), longimétrie (149-192), planimétrie (193-213), stéréométrie (214-264).

La traduction entreprise par al-Ḥarā'irī est inachevée : seuls sont traduits les énoncés 1 à 75. Elle est dans l'ensemble fidèle ; cependant, pour se conformer à l'usage, les notes de bas de page de l'auteur ont été intégrées dans le texte principal, de même que les figures ont insérées au fil du texte, avec l'aspect d'esquisses maladroites, et non regroupées en planches finales comme dans l'ouvrage français.

Quel pouvait être l'objectif du jeune savant en entreprenant de traduire un opuscule de géométrie finalement très élémentaire ? Sans doute était-il conscient que, sur le fond, il n'allait guère au-delà des connaissances des savants musulmans des siècles passés. Mais il était aussi inquiet de constater

qu'en pays d'Islam, ce savoir n'était presque plus enseigné. Ce qu'il déplora, quelques années plus tard, en ces termes : « On regarde comme inutile l'étude de l'arithmétique, de la géométrie, de la géographie, de la médecine et de l'histoire etc. Les ouvrages qui traitent de ces matières sont mis de côté ; on blâme celui qui y jette les yeux. » (al-Harairi, 1857, p. xxii). Choisir un manuel étranger pouvait être une manière de montrer que les Européens, eux, n'avaient pas cessé de cultiver les sciences et d'en tirer profit dans les techniques. Par ailleurs, le manuel d'Olivier mettait en œuvre un certain nombre d'innovations qui, au début du XIXe siècle, n'avaient pas encore trouvé grand écho en pays d'Islam. C'est le cas du calcul avec les fractions décimales – pourtant inventé une première fois par les musulmans – et de son aboutissement dans le système métrique. C'est le cas aussi d'instruments mis au point au XVIIe siècle, comme l'échelle de dixme – qu'al-Ḥarā'irī traduit par *al-sullam al-'ashrī* –, avec sa graduation décimale bidimensionnelle permettant la mesure précise de longueurs par le principe des triangles semblables, ou encore le graphomètre (*al-krāfūmītr*), instrument de mesure angulaire en forme de demi-cercle.

Il n'est pas indifférent que deux autres manuels comparables aient été traduits en Tunisie dans les décennies suivantes : en 1850, Antūn Būlād, chrétien d'origine syrienne né à Alexandrie en 1817 et vivant à Tunis, traduisit l'*Abrégé de géométrie pratique appliquée au dessin linéaire, au toisé et au levé des plans* des Frères des écoles chrétiennes et le dédia au puissant ministre Muṣṭāfā Khaznadar (Abdeljaouad, 2018) ; en 1880, 'Umar Ibn Barakāt, ancien élève de l'École militaire du Bardo devenu sous-directeur du collège Ṣādiqī, traduisit le *Cours de géométrie élémentaire [...] suivi de notions sur le levé des plans et l'arpentage* d'Adrien Guilmin (Abrougui, 2011).

CONCLUSION

Les traductions d'ouvrages mathématiques européens survenues dans les pays d'Islam du XVIIe siècle au XXe siècle sont infiniment plus nombreuses qu'on ne pouvait même l'imaginer il y a vingt ans. Chaque année apporte de nouvelles et excitantes trouvailles. En ampleur, il est possible de comparer ce mouvement de traduction à ceux qu'a connus l'époque médiévale – l'un du grec à l'arabe, parfois via le syriaque, au VIIIe et IXe siècles, l'autre de l'arabe au latin, à l'hébreu ou au castillan aux XIe et XIIe siècles. La grande diversité des contextes et des contenus pourrait faire objecter un manque d'unité ou de cohérence du corpus. Les mouvements de traduction du Moyen Âge présentent cependant la même hétérogénéité, ce qui n'en empêche pas une lecture globale. De plus, les mêmes problématiques se retrouvent tout au long de la période : elles sont relatives d'une part à l'initiative de la traduction, aux objectifs poursuivis par le traducteur et aux débats touchant à l'utilité et la légitimité religieuse de la traduction, d'autre part aux choix en matière de lexique scientifique, de notations, de figures et d'adaptations culturelles.

La question cruciale nous semble être celle de l'impact : quelles ont été la circulation et l'influence de ces traductions ? Avec d'autres, les différents cas étudiés dans cet article incitent à remonter les débuts du phénomène de traduction bien avant l'apparition de l'imprimerie en Égypte et à l'étendre à toute l'Afrique du nord. Mais ils suggèrent aussi une circulation chaotique : des traductions semblent avoir été perdues, d'autres sont restées confidentielles, des projets sont restés inachevés. L'aspect individuel des initiatives, même soutenues par le pouvoir, le défaut d'adaptation au contexte ou les adaptations malencontreuses ont pu freiner la diffusion et l'influence de ces textes. Il reste que tous ces traducteurs étaient porteurs d'un même désir : élargir l'horizon scientifique des pays musulmans et ranimer une flamme qu'ils sentaient éteinte. Ils construisaient le socle d'une possible renaissance de l'intérieur.

BIBLIOGRAPHIE

Abdeljaouad, M. (2011) « The First Egyptian Modern Mathematics Textbook ». *International Journal for the History of Mathematics Education* 6/2, 1-22.

Abdeljaouad, M. (2015) « L'introduction des mathématiques européennes en Tunisie au XIX^e siècle ». In Barbin, É. et Maltret, J.-L (dir.), *Les Mathématiques méditerranéennes : d'une rive et de l'autre*. Paris : Ellipses, 235-246.

Abdeljaouad, M. (2018) « Discovery of an Unknown 1850 Tunisian Geometry Textbook ». In Laabid, E. (dir.), *Actes du XII^e colloque maghrébin sur l'histoire des mathématiques arabes*. Marrakech : École normale supérieure, 10-24.

Abrougui, H. (2011) « *Uṣūl al-handasa* de 'Umar Ibn Barakāt (1880) » in *Actes du X^e colloque maghrébin sur l'histoire des mathématiques arabes*. Tunis : Publications de l'Association tunisienne des sciences mathématiques, 34-61.

Ageron, P. (2015) « Des ouvrages mathématiques européens dans le Maroc du XIX^e siècle ». In Barbin, É. et Maltret, J.-L (dir.), *Les Mathématiques méditerranéennes : d'une rive et de l'autre*. Paris : Ellipses, 247-265.

Ageron, P. (2017) « Le rôle des « renégats » dans le transfert des sciences modernes de l'Europe aux pays d'Islam ». In Preveraud, T. (éd.), *Transferts de savoirs et de pratiques scientifiques, techniques et culturels entre l'Europe et le monde (XVII^e-XX^e siècles)*. Rennes : Presses universitaires de Rennes, 31-58.

Aissani, D., Mechehed, D.-E. & Bekli, M.R. (2012) « Mesure du temps au Maghreb à l'époque médiévale ». In *Les manuscrits scientifiques du Maghreb*. Alger : ministère de la Culture, 53-74.

al-Ḥajarī, A. (2015) *Kitāb nāṣir al-dīn 'alā al-qawm al-kāfirīn* (The supporter of religion against the infidels), édition, présentation et trad. anglaise par Van Koningsveld, P.S., Al-Samarrai, Q. & Wiegers, G. A. Madrid : Consejo Superior de Investigaciones Científicas. 1^e éd., 1997, 2^e éd. 2015.

Al-Harairi, S. (1857) Grammaire française de Lhomond traduite en arabe. Paris : Duprat.

Anonyme (1788) Guida dei naviganti, o sia Pratica usuale della navigazione piana, con la spegazione della tavole marine. Naples : Pietro Perger.

Bekli, M.R., Aissani, D. & Chadou, I. (2011) « Manuscrits scientifiques du Maghreb », *L'Astronomie* 125/5, 4-39.

Benincasa, R. & Beltramo, O. (1784) *Almanacco perpetuo (...) edizione novissima*. Venise : Bassaglia.

Brunacci, V. (1811) Raccolta di tavole nautiche per uso del Trattato di Navigazione, terza editione. Milan : Stamperia Reale.

Chebbi, M. (s. d., vers 2013) *Soliman al Hrairi*. Tunis : Arabesques.

Crozet, P. (2008) Les Sciences modernes en Égypte. Transfert et appropriation (1805-1902). Paris : Geuthner.

Fagnan, E. (1893) Catalogue général des manuscrits des bibliothèques publiques de France : t. XVIII, Alger. Paris : Plon.

Gietermaker, K. H. (1774) *'T Vergulde Licht der Zee-vaard (...) laatste Druk*. Amsterdam : Van Keulen en Zoonen.

Haselden, T. (1757) The Seaman's Daily Assistant, Being a Short, Easy, and Plain Method of keeping a Journal at Sea, Londres : Mount & Page.

Hedfi, H. (2019)
« كتاب في الصناعة الحسابية لإبراهيم بن عبد الله بن محمد البلشطار الثغري ».
Dans la section arabe de ce volume.

James, D. (1978) « The Manual de artillería of al-Ra'īs Ibrāhīm b. Aḥmad al-Andalusī withparticular reference to its illustrations and their sources », *Bulletin of the School of Oriental and African Studies* 41-2, 237-257.

Mercator, G. & Hondius, J. (1608) *Atlas Minor (...) plurimis aeneis tabulis auctus et illustratus,* traduit « en la langue françoise par le seigneur de la Popelliniere, gentilhomme françois », Amsterdam.

Mercator, G. & Hondius, J. (1609) *L'Atlas, ou Méditations cosmographiques de la fabrique du monde et figure d'iceluy,* traduit en françois par le sieur de la P., Amsterdam.

Parra Pérez, M. J. (2013) *Estudio y edición de las traducciones al árabe del Almanach perpetuum de Abraham Zacuto.* Thèse de doctorat, université de Barcelone.

TECHNIQUES MATHEMATIQUES APPLIQEES A L'USAGE DU QUADRANT-SINUS CHEZ LES ARABES

BOULAHIA Nejib
Université de Tunis

Résumé. Nous présentons un manuscrit sur le quadrant-sinus de Abū l-Qāsim al- Ansārī surnommé Abū l-Faḍl al-Muaḫḫar né en 1661 à Sfax. L'auteur présente cet instrument pratique et précise son mode d'emploi pour résoudre certains problèmes d'astronomie sans apporter des preuves mathématiques aux formules utilisées. Nous proposons de démontrer certaines formules utilisées dans l'épître et justifier ainsi les manipulations du quadrant-sinus pour la solution des problèmes.

Mots-clefs: al-Muaḫḫar - Quadrant-sinus, proportions, théorème des sinus, méridien astronomique.

I. INTRODUCTION

Le quadrant-sinus fut très populaire au XIV^e siècle, et tendit à partir du XVI^e siècle à remplacer l'astrolabe. Il permet de résoudre des problèmes d'horaire, d'orientation, d'arpentage, et de navigation. Ce travail présente le manuscrit intitulé " Épître comprenant des règles de calcul et des méthodes géométriques pour se servir du quadrant à sinus" datant du XVII^e siècle. C'est un traité d'usages précédés d'un agencement didactique.

L'examen de plusieurs manuscrits de la collection de la Bibliothèque Nationale de Tunis portant sur l'usage du quadrant-sinus permet d'apporter deux précisions pour mieux connaitre l'auteur.

II. BIOGRAPHIE D'ABŪ L-QĀSIM AL-MUAḪḪAR

Abū l-Qāsim Abū l-Faḍl al-Ansārī, surnommé al-Muaḫḫar, est né à Sfax au XVI^e siècle ; il y a appris le Coran et y a suivi les enseignements de l'imam ^cAli al-Nourī (m.). Par la suite, il a séjourné pendant vingt-cinq ans à Jerba pour étudier, auprès de l'imam Ibrahim Ǧomnī (m.), les concis de Ḫalil, le calcul successoral et l'arithmétique et y enseigner à son tour. Il s'installe ensuite à Tunis où il s'attache à l'imam ᶜAli b. Māmī Karbaṣa (m. 1663) pour apprendre la science du temps et l'astronomie. Il acquiert dès lors une importante expertise dans la fabrication des quadrants horaires, des quadrants-sinus et les lignes de hauteur du soleil (المقنطرات).

En 1705, le prince Hussein ben ᶜAli Bey ordonne la transformation de la *Zaouïa Qādiriya* de Sousse en une madrasa et y désigne Abū l-Qāsim al-Muaḫḫar comme enseignant. Il y enseigne l'arithmétique, le calcul successoral et la science du temps[4].

D'après Mercier [2014], Abū-l-Qāsim était un expert dans le tracé des quadrants horaires islamiques. Il aurait fabriqué le quadrant horaire de la mosquée de Sidi Brahim l-Ğomnī en 1701 et, vraisemblablement, le quadrant horaire datant de 1722 et exposé au Musée islamique du Ribat de Monastir.[1]

Abū l-Qāsim est l'auteur de plusieurs épitres concernant l'usage des quadrant : (1) *Risāla fī rasm al-baṣīta fi l-handasa* [Epître sur le dessin géométrique sur le plan] ; (2) *Ḫulāṣat al-ma-ᶜalim ᶜalā manẓūmat Ibn Ġānim* [L'Abrégé des connaissances à propos du poème d'Ibn Ġānim][2] et (3) *Risāla mushtamila 'alā qawā'id ḥisābiyya wa a'māl handasiyya fī l-'amal bi rubuᶜ l-juyūb* [Épître comprenant des règles de calcul et des méthodes géométriques pour se servir du quadrant-sinus]. C'est cette dernière épître qui fait l'objet de notre étude.

III. PRÉSENTATION DE L'ÉPÎTRE

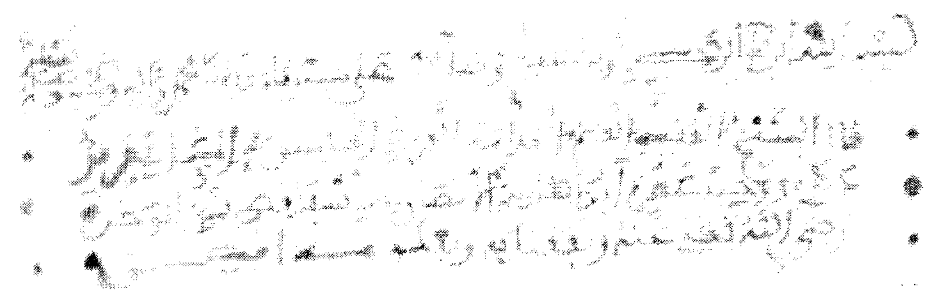
[1] D'après Mercier [2014. 70]. A partir de la deuxième moitié du 17e siècle, la rigueur des résultats donnés par le quadrant-sinus a fait que les mosquées construites en Tunisie avaient des orientations vers la Mecque quasi correctes. Cette orientation est autour de 120^0 N, peu différente de ce qui peut être mesuré sur une carte (la Qibla se trouve à 117^0 N par la projection de Mercator et à 123^0N par la projection canonique tangente à la latitude de Tunis

[2] Abū-l-Ḥassan Ali Ibn Ġānim (m. 1596). La Bibliothèque nationale de Tunis possède actuellement au-moins sept copies manuscrites de ce traité : A-MS-00238 ; 03827 ; 00875/1 ; 09065/2 ; 08971/3 ; 11923/3 et 13868/5.

Il existe actuellement sept copies manuscrites connues de l'épitre Risāla mushtamila 'alā qawā'id Ḥisābiyya wa a'māl handasiyya fī l-'amal bi rubuc l-juyūb :

Trois copies sont disponibles à la Bibliothèque nationale de Tunis sous les numéros 08971/2 (ff. 3b-17b) ; 13051/12 et 17905/2
La copie de l'Université de Michigan sous le nom d'auteur : Isfāqiṣī, Abū al-Qāsim 'Amr al-Anṣārī. (ff. 2b-18b). La copie est datée de 1739.
https://catalog.hathitrust.org/Record/002631723.. (consulté le 15/09/2018).
Une copie incomplète, signalée par Lamrabet, se trouvant à l'Université de Um al-Qura en Arabie Saoudite, mais elle est inaccessible actuellement.
Deux autres manuscrits, signalées également par Lamrabet et se trouvant au Centre Jum'a al-Mājid à Abu Dhabi, sous les nos 90 et 91 du catalogue. Il indique qu'elles sont attribuées à un 'Umar al-Maghribī. Nous n'avons pas pu confirmer cette information.

L'état du manuscrit de Michigan étant excellent, nous l'utilisons principalement dans notre description du traité.



Titre du manuscrit de l'université de Michigan (f. 2b)

L'épitre occupe 17 folios (2b-18b) avec 28 lignes par folio. L'écriture est maghrébine. Les figures sont grossièrement dessinées. Treize illustrations accompagnent le texte.

Début du texte ;

Louange à Dieu qui a élevé le ciel avec son habileté, a fait tourner les cercles sidéraux et a étendu la terre à sa guise ... Ceci est une épître comprenant des règles de calcul et des méthodes géométriques pour se servir du quadrant-sinus, car c'est l'un des meilleur instruments en astronomie. ...[3]

Fin du texte :

Puis, regarde le point de l'équinoxe : s'il se trouve à l'intérieur du compas, agrandi le cercle et s'il est de l'extérieur rapetisse-le et tu obtiens le résultat.[4]

L'épître se compose d'une introduction, vingt trois chapitres et une conclusion, répartis de la manière suivante dans le manuscrit de Michigan :

Sommaire de l'épitre		فهرس الرسالة
pp	Titre du chapitre[5]	عنوان الفصل
3	Préface Introduction Chap. 1 : Sur de la hauteur Chap. 2 : Sur le sinus d'un arc et sur l'arcsinus	التوطئة والمقدمة في معرفة أخذ الارتفاع في معرفة جيب القوس وعكس الجيب
4	Chap. 3 : Sur l'ombre à partir de la hauteur et inversement Chap. 4 : Sur la déclinaison en fonction du degré du soleil et inversement	في معرفة الظل من الارتفاع وعكسه في معرفة الميل الاول من درج الشمس وعكسه
5	Chap. 5 : Sur la latitude et de la culmination en fonction de la déclinaison	في معرفة العرض والغاية
6	Chap. 6 : Sur la mesure du diamètre de l'orbite Chap. 7 : Sur l'asle absolu et l'asle moyen	في معرفة بعد قطر دائرة المدار في معرفة الأصل المطلق والمعدل

[3] « الحمد لله الذي رفع السماء بقدرته وأدار دوائر الأفلاك وبسط الأرض بمشيئته ... وبعد فهذه رسالة مشتملة على فوائد حسابية وأعمال هندسية في العمل بربع الجيوب لأنه من أحسن الآلات الفلكية » .

[4] « ... وانظر إلى نقطة الاعتدال ان كانت من داخل البيركار فوسع الدائرة وإن كانت خارجة عنه فضيق البيركار يحصل المطلوب » .

[5] Pour tous les titres des 23 chapitres, l'auteur utilise l'expression « *fi maᶜrifat* ... » qui pourrait être traduite en « sur la connaissance de ... » ou par « sur la détermination de ... ». Nous avons choisi , par économie, d'abréger l'expression en « sur ... ».

7	Chap. 8 : Sur le demi-arc diurne	في معرفة نصف القوس والتعديل
8	Chap. 9 : Sur l'arc décrit par le soleil et l'angle horaire en fonction de la hauteur et inversement Chap. 10 : Sur la hauteur du ᶜasr et son angle horaire et ce qui reste pour le coucher du soleil Chap. 11 : Sur les durées de l'aurore et du crépuscule	في معرفة الدائر وفضله من الارتفاع وعكسه في معرفة ارتفاع العصر وفضل دائره والباقي في الغروب في معرفة حصى الفجر والشفق
9	Chap. 12 : Sur la largeur du lever et du coucher du soleil Chap. 13 : Sur la hauteur sans azimut Chap. 14 : Sur l'azimut à partir de la hauteur	في سعة المشرق والمغرب في معرفة الارتفاع الذي لا سمت له في معرفة السمت من الارتفاع
10	Chap. 15 : Sur l'azimut de la Qibla	في سمت القبلة
11	Chap. 16 : Sur la détermination des 4 points cardinaux Chap. 17 : Sur les ascensions sidérales	في معرفة استخراج الجهات الأربعة في معرفة المطالع الفلكية
12	Chap. 18 : Sur les ascensions locales	في معرفة المطالع البلدية
13	Chap. 19 : Sur la partie passée et la partie restante de la nuit en fonction de la culmination d'un astre Chap. 20 : Sur la position d'un astre à un moment donné Chap. 21 : Sur l'arc décrit par le soleil et l'angle horaire dans un lieu différent du notre	في معرفة الماضي والباقي من الليل من قبل توسط الكوكب في معرفة حال الكوكب في وقت مفروض في معرفة الدائر وفضله في غير بلدنا
14	Chap. 22 : Sur la hauteur de tout objet vertical Chap. 23 : Sur la largeur des rivières et la profondeur des puits	في معرفة ارتفاع كل قائم على بسيط الأرض في معرفة سعة الأنهار وعمق الآبار
15	Conclusion sur le traçage des courbes horaires	الخاتمة : في تخطيط سطوح فضل الدائر
18	Fin de l'épître	آخر الرسالة

IV. ANALYSE DE L'ÉPÎTRE

Le texte d'Abū l-Qāsim contient une description précise de la manière de fabriquer un quadrant-sinus, des indications sur son utilité et l'illustration de la manière de l'utiliser pour résoudre des problèmes particuliers. L'auteur présente les définitions et les formules à utiliser dans la pratique. Il invite le lecteur à appliquer un procédé de manipulation du quadrant-sinus pour résoudre lui-même les problèmes posés.

Comme l'affirme l'auteur, cette épître contient des règles de calcul et des techniques géométriques pour l'usage du quadrant-sinus. La principale règle de calcul utilisée consiste à déterminer la quatrième proportionnelle. Les termes des proportions géométriques sont des nombres compris entre zéro et un. A chaque terme, on fait correspondre un angle de mesure comprise entre 0^0 et 90^0. Supposons que $a/b=c/d$ avec a, b et c connus, et d inconnu. Soit α l'angle tel que $\sin \alpha=\max(a,b)$, b par exemple. Soit $L=a/\sin \alpha = a/b$, on cherche l'angle β tel que $L.\sin \beta=c$, nous obtenons alors $d=\sin \beta$.

Le but de l'épître est purement technique. L'auteur vise à présenter le quadrant-sinus comme un instrument pratique et à préciser son mode d'emploi dans des situations différentes. Cependant il ne donne pas des preuves mathématiques aux formules utilisées. Nous nous proposons de fournir des explications pour ces formules. Quelques problèmes sont étudiés, où les formules utilisées sont indiquées en précédant la manipulation du quadrant relative à chaque situation.

Les méthodes géométriques employées par l'auteur sont celles de la trigonométrie plane et sphérique. L'usage des triangles rectangles, du théorème des proportions (appelé aujourd'hui théorème de Thalès) et le théorème des sinus pour un triangle sphérique donne des explications aux formules utilisées par l'auteur pour résoudre les problèmes. Les illustrations accompagnant le texte manuscrit sont obtenues par projection orthogonale ou stéréographique de certains arcs de cercle de la sphère locale ou de la sphère céleste sur certains plans particuliers.

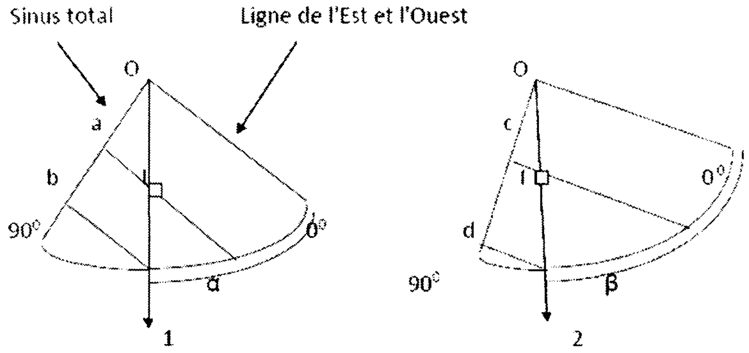
Le quadrant-sinus permet de trouver des solutions aux problèmes que se pose le *muwaqqit* , mais également ceux que rencontre l'arpenteur, comme par exemple ;

- Les coordonnées horizontales d'une étoile: hauteur et azimut.

- Les coordonnées horaires d'une étoile: angle horaire et déclinaison.
- Les coordonnées équatoriales: l'ascension droite et la déclinaison.
- La latitude d'un lieu, l'arc diurne et l'arc nocturne.
- Les durées de l'aurore et du crépuscule.
- Les quatre points cardinaux et l'azimut de la qibla.
- La hauteur d'une maison ou d'une montagne, la largeur d'une rivière et la profondeur d'un puit.es quatre points cardinaux et l'azimut de la qibla.

V. DESCRIPTION DU QUADRANT-SINUS

Pour construire un quadrant-sinus, on considère un quart de cercle de rayon unité, tracé sur un plan, délimité par deux lignes perpendiculaires qui se rencontrent en un point centre du quadrant. Un trou en ce centre permet de passer un fil. La bordure en arc du quadrant est subdivisée en quatre vingt dix parties égales, numérotées dans les deux sens de rotation. Les rayons extrêmes se nomment l'un le sexagène ou sinus total (rayon méridien) et l'autre le cosinus ou ligne de l'Est et l'Ouest; chacun est divisé en soixante parties égales. Sur le fil, sont placés un indicateur (curseur) et un plomb à l'extrémité. La première opération consiste à sous-tendre le fil en position verticale, écarté d'un angle α de la ligne du cosinus tel que $b=\sin \alpha$ et fixer l'indicateur dans la position I telle que $a=OI.\sin \alpha$, O désigne le centre du quadrant. L'indicateur étant fixé dans sa position sur le fil, on passe à la deuxième opération. On déplace le fil à la position telle que la projection orthogonale de [OI] sur la ligne du sinus soit de longueur c. Le fil fait un angle β avec la ligne du cosinus. Le théorème des proportions permet d'écrire dans la première situation: $a/b =OI/1$ et $b= \sin\alpha$; et dans la deuxième situation: $c= OI. \sin \beta$ et $c/\sin \beta = OI/1$. D'où: $a/b= c/\sin \beta=c/d$; dès lors $d= \sin \beta$.



a/b=OI/1 ; b=sin α   c=OI. Sin β ; d= sin β

VI. EXEMPLES DE PROBLÈMES RÉSOLUS GRÂCE AU QUADRANT-SINUS

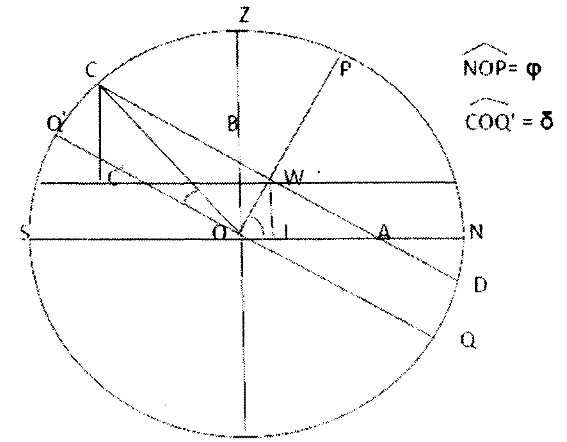
Nous présentons six exemples d'utilisation du quadrant-sinus.

1. Calcul de "l'asle absolu" et du "sinus de la distance du diamètre"

On considère le méridien astronomique d'un lieu (cercle intersection du plan déterminé par l'axe du monde et la verticale du lieu avec la sphère céleste) de centre O et de rayon 1, on désigne par P, Z, N et S respectivement le pôle céleste nord, le zénith, le nord et le sud relatifs en ce lieu. Dans le plan de ce cercle on note QQ' la projection orthogonale de l'équateur céleste, DC le diamètre de l'orbite d'un astre, W le centre de l'orbite, I désigne la projection orthogonale de W sur le diamètre SN. Le point C désigne la position de l'astre à sa culmination et le point C' désigne la projection orthogonale de C sur la corde passant par W et parallèle à SN. Le segment WI est appelé le sinus de la distance du diamètre de l'orbite, CC' est appelé " l'asle absolu " de l'astre. Le rayon OZ coupe DC en B, le segment OB est appelé le sinus de la hauteur dont l'azimut est nul. Notons par φ la latitude du lieu (la hauteur du pôle P) et par δ la déclinaison de l'astre.

Les relations suivantes sont obtenues :

(1) $OB=\sin\delta/\sin\varphi$ (2) $CC'=\cos\delta.\cos\varphi$ (3) $WI=\sin\delta.\sin\varphi$

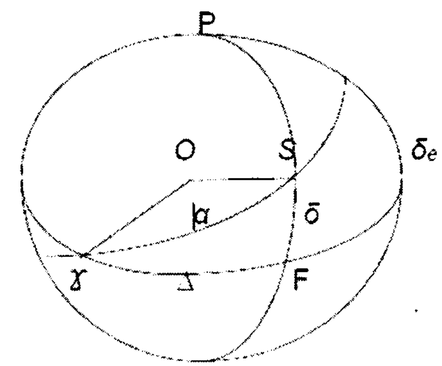


2. Déclinaison du soleil en fonction de son degré (chapitre 4)

Dans le Chapitre 4, l'auteur utilise l'équation suivante:

(4) $\sin\delta = \sin\lambda \sin\delta_e$

Le théorème des sinus appliqué au triangle sphérique ϒSF donne la formule sus-indiquée.



δ:= déclinaison du Soleil

λ:= degré du soleil

δ_e:= déclinaison de l'écliptique

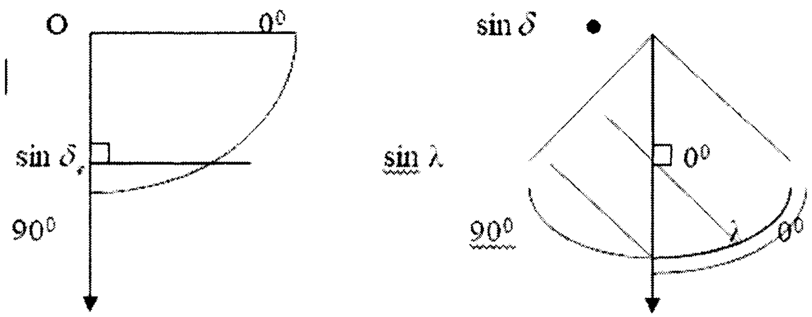
Pour l'utilisation du quadrant, l'auteur suggère la méthode suivante:

"Si tu veux tu poses le fil sur le sexagène et le murī'i sur le sinus de la déclinaison de l'écliptique puis tu déplaces le fil jusqu'à ce que le murī'i tombe sur le sinus mabsout de la déclinaison, alors la position du fil indiquera le degré". [6]

---

[6] "وإن شئت ضع الخيط على الستيني والمريء على جيب الميل الكلي وانقل الخيط إلى الدرجة يقع المريء على جيب الميل الجزئي ".

Manipulation du quadrant à sinus par la formule (4).



$$\frac{\sin \delta}{\sin \lambda} = \frac{\sin \delta_e}{1}$$

Position 1 Position 2

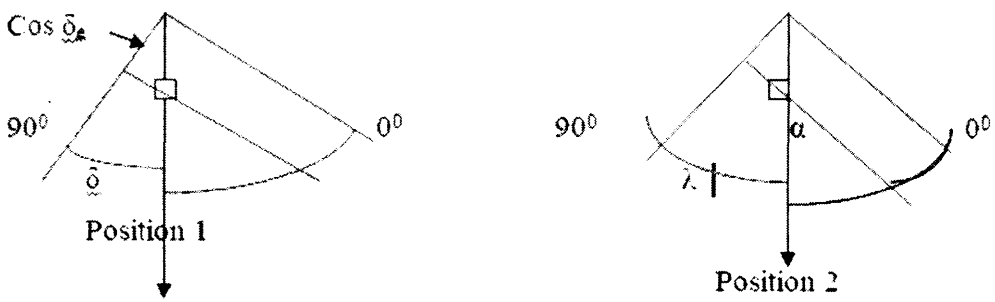
3. Détermination de l'ascension droite (chapitre 17)

Notons par α = ♈F, l'ascension droite de S. le théorème des sinus appliqué au triangle SP♈ donne la formule :

(5) $\sin \alpha = \sin \lambda . \cos \delta_e / \cos \delta$

Manipulations du quadrant à sinus pour trouver α :

"Pour connaître l'ascension droite, tu poses le fil sur le complément de la déclinaison et le muri sur le cosinus de la déclinaison totale, puis tu déplaces le fil sur le degré du soleil et tu descends du muri à l'arc de hauteur..., ce que tu trouves est l'ascension droite du degré demandé ... "

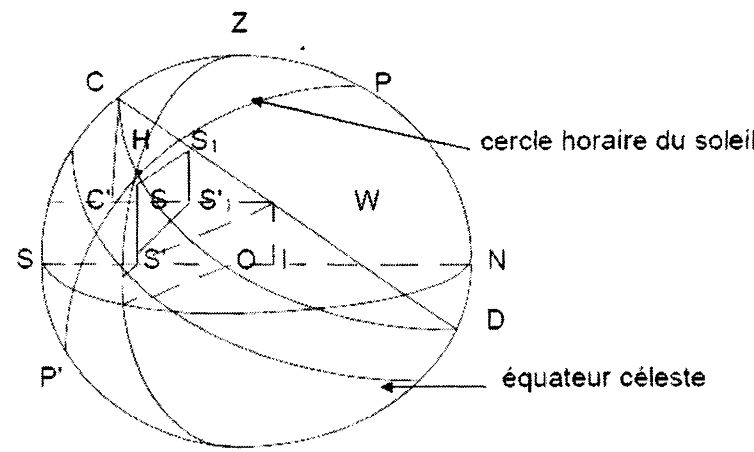


4. Détermination de l'angle horaire (chapitre 9)

Définitions: Soit A une étoile sur la sphère locale. Le point P désigne le pôle céleste nord et le point P' désigne le pole céleste sud. On appelle cercle horaire de A le demi grand cercle PAP'. La position de l'étoile A sur la sphère locale est déterminée si l'on connait ses coordonnées horaires: 1) l'angle que fait son cercle horaire avec le méridien céleste contenant le sud, compté en heures de 0h à 24h du sud vers l'ouest; cet angle est appelé angle horaire de A, noté H.

2) la déclinaison δ de A.

Désignons par S le soleil sur son orbite apparent, notons par C sa position de culmination, par h la hauteur de S et CC' l'asle absolu, SS' l'asle moyen et H l'angle horaire de S.



Les points S_1 et S'_1 sont les projections orthogonales respectivement des points S et S ' sur le plan du cercle méridien PZS. Il est clair que $SS' = S_1S'_1$ et $H = CWS$ et $WS_1 = \cos H$.

Le théorème de Thalès appliqué au triangle CWC' donne:

(6) $\cos H = S_1S'_1 / CC' = SS' / CC'$

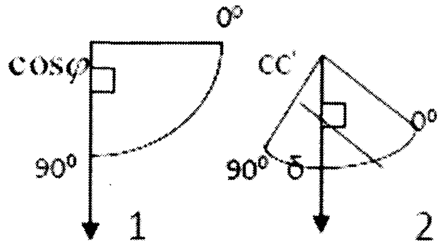
Aussi $SS' = \sin h - wI = \sin h - \sin \delta . \sin \varphi$ et $CC' = \cos \delta . \cos \varphi$

D'où la formule: (7) $\cos H = (\sin h - \sin \delta . \sin \varphi) / \cos \delta . \cos \varphi$

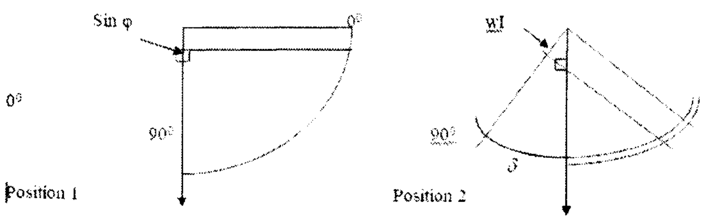
Cette formule peut s'obtenir moyennant les relations trigonométriques dites du groupe de Gauss[7] au triangle sphérique PZS. Ces formules sont connues depuis le 10esiecle, présentées par Al-Battāni (m. 920) dans *Islaḥ al-mağisti*. Cependant, Abu l-Qasim présente des éléments intermédiaires (l'asle absolu, l'asle moyen et le sinus de la distance du diamètre) pour faire apparaitre des proportions géométriques adaptées à la manipulation du quadrant.

Manipulations du quadrant à sinus pour trouver l'angle horaire H:

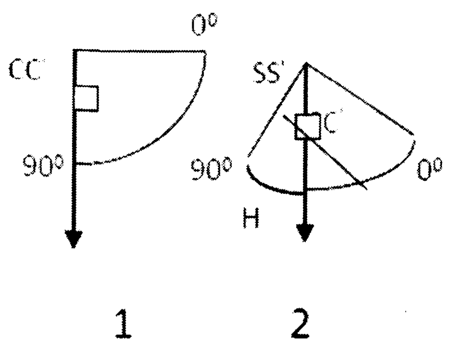
Etape 1 : Déterminer CC' par la formule (2)



Etape 2 : Déterminer WI par la formule (3)



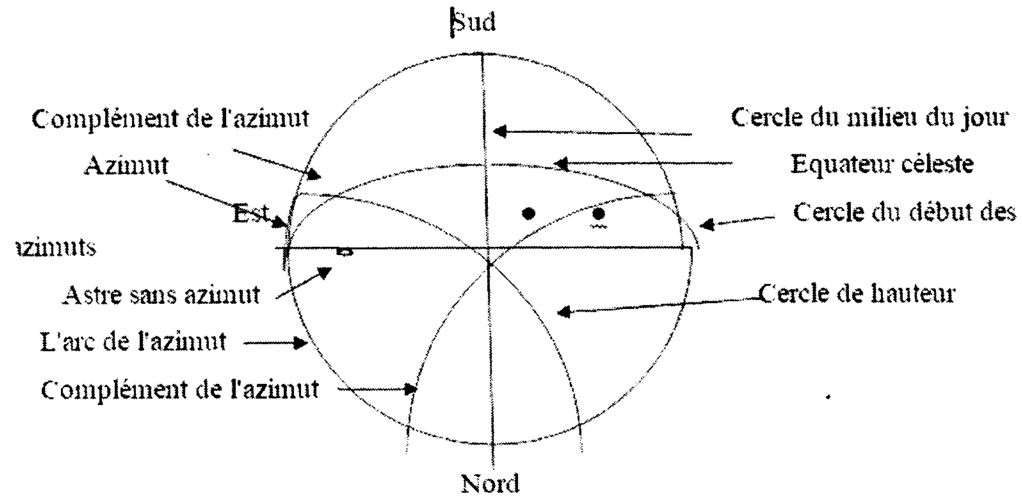
Etape 3 : Déterminer H par la formule (6).



[7] Moreau [1997, 101]

5. Déterminer l'azimut à partir de la hauteur (chapitre 14)

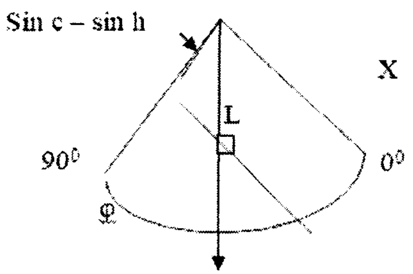
L'azimut est l'arc du cercle de l'horizon compris entre les intersections des deux cercles, celui de l'équateur céleste et celui de la hauteur, avec le cercle de l'horizon; comme l'indique le schéma suivant:



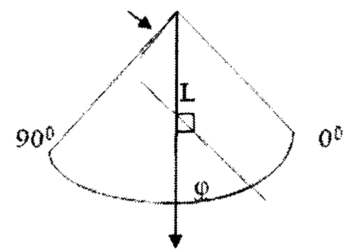
« Pour trouver l'azimut tu poses le fil sur le complément de la latitude et tu fixes le *murī'i* dans la position qui indique la valeur de la différence entre le sinus de la *ghaya* (hauteur de la culmination) et le sinus de la hauteur, puis tu déplaces le fil sur la latitude et tu descends du *murī'i* i au sinus total, tu ajoutes ce que tu trouves comme parties au cosinus de la *ghaya* si celle-ci était du nord, je veux dire du côté du nord. Tu prends la différence entre elles si la *ghaya* était du sud. Ce que tu trouves dans les deux cas est la correction de l'azimut. Puis tu poses le fil sur le sinus total et tu fixes le muri sur le cosinus de la hauteur, puis tu déplaces le fil jusqu'à ce que le muri tombe sur le sinus Mabsout qui indique la correction de l'azimut, alors le fil délimitera l'arc de l'azimut. Son côté est le côté de la latitude si l'astre est du nord et la hauteur est inferieur à la hauteur dont l'azimut est nul, sinon il sera du côté contraire à la latitude. Il est de l'Est si l'astre est de l'Est, il est de l'Ouest si l'astre est de l'Ouest, et Dieu sait tout. »

Explications ;

Soit a l'arc de l'azimut, h la hauteur de l'astre, c la hauteur de culmination de l'astre, et φ la latitude du lieu.



Position 1

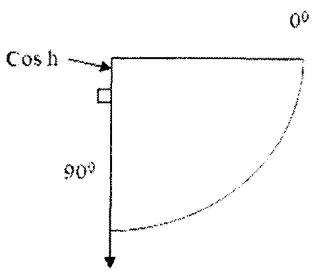


Position 2

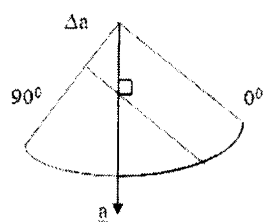
(sin c – sin h)/ sin ($\frac{\pi}{2}$ - φ) = L = X/sin φ → X= (sin c – sin h).tg φ

Soit Δa la correction de l'azimut, alors: Δa= X+ cos c, si l'astre est du coté nord

Δa= X – cos c, si l'astre est du coté sud



Position 3



Position 4

On obtient ainsi:

$$(8)\quad \sin a = \Delta a / \cos h = \begin{cases} [tg\varphi(\sin c - \sin h) + \cos c]/\cos h, & si\ c\ est\ entre\ \ Z\ et\ P \\ [tg\varphi(\sin c - \sin h) - \cos c]/\cos h, & si\ c\ est\ entre\ \ S\ et\ Z \end{cases}$$

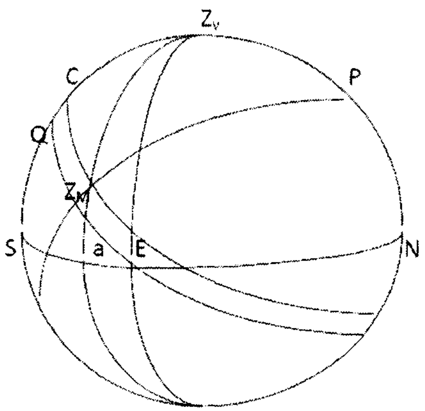
Cette formule est vérifiée.

6. L'azimut de la Qibla (chapitre 15)

"L'azimut de la Qibla est un arc du cercle de l'horizon compris entre l'équateur céleste (دائرة معدل النهار) et le cercle passant par les pôles des deux horizons, je veux dire, ceux de la Mecque et de la ville, dans laquelle se fait l'opération. La distance entre les deux villes est l'arc du cercle passant par les pôles des deux horizons, situé entre les zéniths des deux villes. La longitude de la ville est l'arc de l'équateur céleste situé entre le cercle du milieu du jour (méridien astronomique du lieu) de la ville et le cercle du milieu du jour du dernier point de l'ouest. La différence entre les deux longitudes est l'arc de l'équateur céleste compris entre les cercles du milieu du jour des deux villes.

Pour trouver l'azimut de la Qibla, tu considères la latitude de la Mecque comme une déclinaison du coté nord, et tu détermines la distance du diamètre et l'asle (absolu). Puis tu poses le fil sur le sinus total et le *murī'i* sur l'asle (absolu). Tu considères la différence entre les deux longitudes comme un angle horaire, et tu poses le fil sur une quantité qui lui est égale à partir de l'extrémité de l'arc. Alors le *murī'i* indiquera un sinus, tu lui ajoutes la distance du diamètre, aussi tu obtiens le sinus de la hauteur de l'azimut de la Qibla. Tu en déduis l'azimut de cette hauteur qui est l'azimut de la Qibla. Si tu veux, tu peux poser le fil sur le complément de la hauteur et le muri sur le sinus de la différence des deux longitudes, puis tu déplaces le fil sur le complément de la latitude de la Mecque alors le muri indiquera le cosinus de l'azimut. Si le muri indique plus de soixante alors tu le retranches de cent vingt et il te reste le cosinus de l'azimut, puis tu descends par une ligne Mankous sur l'arc de hauteur. Tu trouves l'azimut. De la même manière tu peux connaitre l'azimut des autres villes. Tu considères la latitude de la ville comme déclinaison du coté nord et tu détermines l'asle et la distance du diamètre et tu considères la différence entre les deux longitudes comme un angle horaire. Tu détermines la hauteur comme précédemment, puis tu en déduis son azimut par l'une des deux méthodes et ça sera l'azimut de la ville demandée. En ce qui concerne la direction, la ville, qui a la plus grande longitude est le l'Est et celle qui a la plus grande latitude est du nord, ainsi tu sais dans quel quart se trouve la ville demandée. Pour trouver la distance entre les deux villes, tu cherches la hauteur de leurs azimuts. Le complément de cette hauteur est la distance (zénithale), tu la multiplies par cinquante six et deux tiers tu auras la distance en milles entre les deux villes, et Dieu sait tout."

La longueur (56+2/3) Milles est égale à 111,810 km et correspond à la longueur d'un arc mesurant un degré d'un grand cercle de la terre. Cette mesure a été effectuée au temps du Califat al-Mamoun (786 à 808). Les mesures modernes donnent 111,644 km.



Z_V : zénith de la ville

Z_M : zénith de la Mecque

a: l'azimut de la Mecque

$H=CZ_M$: L'angle horaire

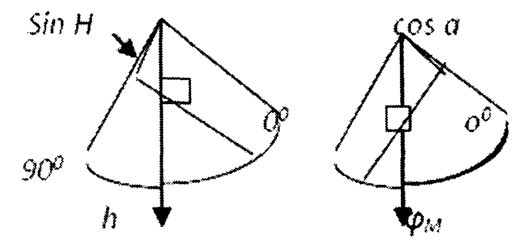
$\varphi_M = CQ$

φ_M:= la latitude de la Mecque. Elle est considérée comme une déclinaison du coté nord. φ_V:= la latitude de la ville. Le sinus de la distance du diamètre: $WI=\sin\varphi_M.\sin\varphi_V$. L'asle absolu = $\cos\varphi_M.\cos\varphi_V$.

H:= CZM = /Long V – Long M/, elle est Considérée comme un angle horaire. La hauteur du point C est noté c. La hauteur h de l'azimut est donné par:

$\sin h= \cos H. \cos\varphi M.\cos\varphi V + \sin\varphi M.\sin\varphi V$. La formule (8) donne l'azimut de la qibla.

Deuxième méthode: La formule suivante : (9) $\sin H/\cos h = \cos a/\cos\varphi_M$, peut aussi s'appliquer:



V. CONCLUSION

Dans la littérature en langue arabe, la description d'un instrument basé sur la trigonométrie sphérique remonte à al-Khwārizmi (vivant au IXe siècle) ; parla suite, elle s'est développée et prospérée grâce aux travaux d'éminents savants comme par exemple al-Khāzin (Xe siècle) et al-Ḥasan al-Marrakuši (XIIIe siècle). Dès le XIVe siècle, tant au Caire qu'à Damas, de nombreux auteurs Mameluks et Ottomans ont décrit et fabriqué des quadrant-sinus plus ou moins complexes[8]. Nombreux sont leurs travaux qui nous sont parvenus, comme par exemple en Orient les ouvrages d'al-Mizzī (m. 1349), Ibn al-Sarrāj (viv. 1347), Ibn al-Šatir (m. 1375), Ǧamāl al-Dīn l-Māridīnī (m. 1447), Ibn Maǧdī (1447), al-Wafā'ī (m. 1471) et Sibṭ al-Māridīni (m. 1527)[9]. En Andalousie et au Maghreb, les ouvrages sur le quadrant-sinus d'Ibn al-Bas (m. 1316), Al-Tuzuri (m. 1454), al-Tajuri (m. 1552), Ali Karbasa (viv. 1663) se trouvent à la Bibliothèque nationale de Tunis.[10]

Nous comptons, dans de prochains articles, comparer l'épître d'Abū l-Qāsim al-Muahhar aux ouvrages de ses prédécesseurs et le situer par rapport à eux.

---

[8] Voir par exemple King A.D. (2005) *In Synchrony with the Heavens* vol. 2 (pp. 162-168). Leiden : Brill. On trouve également l'historique des quadrant-sinus dans l'ouvrage de François Charrette [2003, 209-211] consacré aux instruments astronomiques en Egypte et en Syrie.

[9] On retrouve à la Bibliothèque nationale de Tunis presque tous leurs ouvrages. Voir par exemple Abdekjaouad et Hedfi [2018, partie arabe page 194].

[10] Voir par exemple le *Catalogue des manuscrits du Fonds Ahmadi* [Abdekjaouad et Hedfi 2018, partie arabe pp. 237-286].

BILIOGRAPHIE

Maḥfouḍ, M. (1994). تراجم المؤلفين التونسيين، دار الغرب الإسلامي- بيروت 1994

Mercier, M. (2014). « Cadrans islamiques anciens de Tunisie ». *Cadran info* 29, p. 61. Mai 2014.

Mercier, M. (2014). « Qibla des cadrans islamiques anciens de Tunisie ». *Cadran info* 30, p. 70. Octobre 2014.

King, D.A. (1988). "An Overview of the sources for the History of astronomy in the Medieval Maghrib". *II*[e] *Colloque Maghrébin sur l'histoire des Mathématiques Arabes*. Tunis : ATSM..

King, D.A. (1986). A survey of the Scientific Manuscripts in the Egyptian National library

King A.D. (2005) *In Synchrony with the Heavens* vol. 2 (pp. 162-168). Leiden : Brill.

Charrette F. (2003). Mathematical instrumentation in XIVth century Egypt and Syria. Leiden : Brill.

ERUDITE MATHEMATICS IN THE SYMBOLIC CODE OF THE ZILLIJ OF THE MERINIDS IN FEZ

Ma. Antonieta EMPARAN
Albert-Ludwigs-Universität Freiburg

Summary. After performing a symbolic interpretation through sacred geometry of the Zillij of al-Aṭṭārin and using the Euclidean plane symmetry as a formal and symbolic tool for the study of the Alhambra, the question arises of the transfer of scholarly to traditional knowledge. The mathematical advances and the obvious geometric knowledge reflected in ornaments' designs point to a knowledge beyond the merely artisanal on the part of the artists. Considering this, our working hypothesis is based on the possibility that an interaction and transfer of knowledge would have existed between mathematics and scholarly and artisan geometry. In this way, certain metaphors and symbolic codes could have been represented in the geometric ornament of the Merinid *madāris* in Fez. This would have been possible thanks to the space of the *madāris* shared between artists, artisans and mathematical philosophers teachers, as a center of exchange and interaction.

I will try to demonstrate if there really was a flow of knowledge from erudite mathematics: geometry, arithmetic, numerology, astronomy, etc. towards the traditional craft and ornamental geometry and the possible existence of a metaphorical language in the geometrical art.

Mots-clefs : Mérinides – zillij – iconographie – géométrie - ornement métaphorique

The aim of this paper is to present a research proposal about the geometry that can be found in the zillij of the Marinid *madāris* in the city of Fez (*Figure 1*). This study, framed within Art History, seeks to establish possible iconographic interpretations throughout the suspected transfers of theoretical mathematical knowledge to traditional, artistic-artisan knowledge.

When reading the work of some authors regarding Islamic geometric art, we should, hence, always bear in mind that the ornament within the *madāris* is part of the official message emanated from the sultanate both to legitimize its power and/or educate future state agents.

Among the authors who have approached the Islamic geometric art from a symbolic perspective, we find Keith Critchlow. He proposes an interpretation for the various polygonal figures including the circle. Using magic squares, astrology, and neo-Pythagorean interpretations, he establishes various symbolic meanings for geometric designs based on the use of polygonal figures as the basis of construction.

From a Mathematical perspective, there are several who have studied the geometric patterns of Islamic art. However, these works are always approached from the study of Archimedean tiling. And, therefore, what is done through these[1] is a development of algebraic equations to systematize various construction nomenclatures.

However, we can also find Eva Wilson, who has focused her research on the need to have primary sources that reveal the creative processes of artists and craftsmen. Wilson states that the design work of the geometric ornaments in the Islamic world was carried out only with the knowledge of the use of tools such as the ruler, compass, and set-square (Wilson, 15).

If we agree with her statement, then it wouldn't be relevant, from a constructive analysis of the different geometric ornaments, to consider Mathematical Studies, since they are based on contemporary Mathematics and don't consider historical circumstances. However, and thanks to these mathematical studies we can find that in some cases Wilson's sentence is false since for the bisection of some angles it is not enough to use the ruler and compass, but the use of quadratic equations.

[1] Among these we find the important contribution of Issam El-Said and Ayse Parman (El-Said, 2001; El-Said & Parman, 1976). We also find many others who are dedicated to the study of tiling, among them we would like to mention: Rafael Pérez Gómez, Banko Grünbaum, Jean-Mark Castéra, Lynn Bodner, José María Montesinos and W. K. Chrobachi, among others.

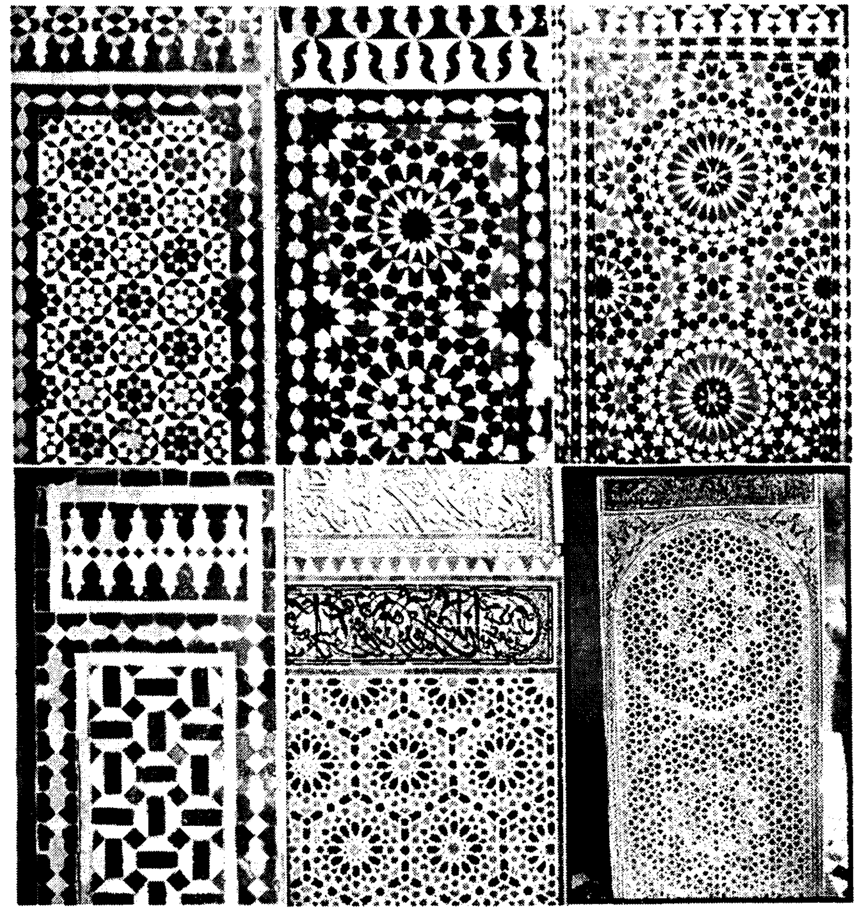


Fig.1 Zillij Marinids

Although it would be an anachronism to consider Mathematics Studies in the making of Islamic geometrical ornament in Art History, this field puts, as do other disciplines, the focus on issues ignored and unnoticed by Art History. Oleg Grabar himself in his work dedicated to the palatine ensemble of the Alhambra drew attention to the research carried out on the appearance of the seventeen crystallographic groups in it, pointing out that at some point Art History would have to take charge of this. Even though Grabar himself differed from the possibility of making an iconographic analysis of Islamic art yielding later to the *Gestalt* studies, his suggestion regarding the seventeen crystallographic groups may lead to the possibility of rehearsing symbolic interpretations instead of remaining only in the formal classification of the pieces.

On the other hand, and in relation to the possibility of rehearsing iconographic interpretations even in spite of the lack of primary sources so far, we must consider the magnificent work of Darío Cabanelas regarding the Comares Hall Ceiling. Undoubtedly, this iconographic interpretation shows us that far from the absence of primary sources, the work is itself. In this way, the list of colors found after the zafate uncovered in the tasks of conservation of the palace triggered the development of a large study that evaluates the design itself as evidence of its own interpretation as a whole to the epigraphic texts that accompany the geometric ornament.

Back to Metamathematics, specifically to the seventeen crystallographic groups, we find that, from the branch of Anthropology, Dorothy Washburn has focused her studies on the classification and symbolic interpretation of ornamental geometrical patterns. With an emphasis on pre-Columbian American cultures, Washburn analyzes various elements of daily use as ritual. Her research has been done using the symmetry of the Euclidean plane as well as the band patterns for her studies. After having established a system for classifying geometric patterns based on band symmetry and planimetric symmetry, she has established several conclusions (Washburn, *Analysis of Pattern...*, 13). The most important of these for the development of my own work is the one in which all geometric patterns have a symbolic and/or metaphorical background. This symbolic content, according to what the anthropologist points out, can only be observed and understood by those who possess the cultural codes of the society from which they come. In this way, only those who have received an education within the symbolic and metaphorical tradition in question can access the deeper meaning of the ornaments.

Let us consider the following example: Diaguita (*Figure 2*) and Mapuche (*Figure 3*) cultures, originated in Chile, developed in their ornamental corpus the symmetry of four. Carrying out an extensive investigation into the geometric designs and their symmetry patterns, we find that there is no symmetry of six or of seven, for example.

Fig, 2 : Diaguita pottery

Fig, 3: Mapuche Trarichan makuñ (shawl) and kultrún (drum)

And the reason seems very simple: the cosmos for both cultures consisted of five directions: north, south, east, west, and center. Hence, the world to them was square and this is why the square is the basis of the great majority of its geometric patterns.

This brings with it other consequences that are not so evident in other disciplines such as Art History or Anthropology: it is the fact that they didn't need complex geometry nor Maths. The geometric development achieved by such cultures is determined by their own worldview, restricting it to the square. For this reason, it is so impressive that the seventeen crystallographic groups are present in the Alhambra, which were discovered only in 1891 and rediscovered in 1924. This means that necessarily, even though there is no text that can be used as a primary source, the geometric development among the Nasrids was very advanced. The reasons for this advance still remain hidden.

Considering such reference from Anthropology, not necessarily all society pertaining to a certain culture possessed the necessary tools to decode the symbolism and/or metaphors present in the ornaments that culture made. However, it is possible that a small social group possessed the metaphorical codes to interpret a geometric ornament. Among the members of this, we would naturally find the artists and artisans themselves and the target audience for whom the ornamental object was designed. In this way, the symbolic and/or metaphorical content that may have been found in the *zillij* of the Marinid *madāris* of Fez could have been decoded by the geometric artist, as well as by the teachers and students residing in the *madāris*. Consequently, when contemplating and understanding the metaphorical content of the forms, its spectators suffered a certain aesthetic experience, as Oleg Grabar proposes when establishing *Gestalt* as the method of analysis.

We must consider two levels of restriction when evaluating the aesthetic experience: the first one is the access to the work. These patterns could only be contemplated by those who lived in the *madāris*: teachers, students, and servants. On the other hand, the ability to read, which not only requires literacy but also the necessary knowledge to read artistic calligraphy writing. Therefore, reading requires the viewer to master the linguistic and calligraphic codes for decoding. In the same way, it is probable that the reading of the ornamental geometric design required the viewer to master his own codes. These codes have remained hidden to this day and we believe they should be revealed.

The present research proposal addresses the possible interaction between the development of Mathematics, Geometry, and Numerology (erudite sciences) with the artistic and artisanal production of the zillij of the Marinid *madāris* of Fez (traditional knowledge). Is it possible that the geometrical craftsmen have based their designs on scholarly knowledge in both the formal and symbolic elements? Is there any chance that the authorship of some of the geometric designs of the ornaments of the Marinid *madāris* of Fez corresponds to some great scholar, maybe a teacher of that time? Can Mathematics History and its development be a tool for the symbolic interpretation of the Marinid *Zillij* in the absence of sources that reveal the artistic intention behind the design of these? I will investigate the possible knowledge transfers, which could have generated the complex ornamental designs. The latter would have established the Marinid *madrasa* in a place of diffusion and transfer of erudite knowledge to a traditional one.

Therefore, our working hypothesis is that the ornamental geometric designs of the Marinid *madāris* in Fez may have a symbolic and/or metaphorical meaning. This meaning would be linked to the symbolic development of Mathematics through geometry, numerology, astronomy and Islamic worldview.

As a result of the probable interaction between scholarly scientific knowledge and traditional artistic knowledge, thus, a metaphorical code of geometric forms would have been generated.

We have mentioned before the fact that we do not have primary sources that tell us about the creative process of those we will call artists-craftsmen for the elaboration of geometric ornament in the Islamic world. However, we have some documents that suggest the type of geometric work that artisan-artists carried out.

Mathematicians such as Abū l'-Wafā and Omar Khayyam left writings that could be an evidence of a series of meetings between mathematical geometers and artist-artisan geometers. In these meetings, they would have referred to correct geometric construction in mathematical terms so that a right design of the geometric ornament was approached.

Alpay Ozdural shows that Abū l'-Wafā was interested in the correct bisection or trisection of a square (Ozdural 2000). He corrected the mistakes of the craftsmen when trying to perform this. He made his corrections through quadratic equations since the mere use of ruler and compass was insufficient in mathematical terms. In other words, the artisans' way of working was intuitive. The geometric errors in the design produced by this working methodology were corrected in the meetings held between mathematicians and artisans. Therefore, we can infer from these meetings that the artists' intentions were not only to get a nice design but also, in consulting the mathematical construction, they wanted to get the right way in which to do things.

We can conjecture two reasons why artisans pursued not only aesthetic perfection but also mathematics. The first is that "Some of the artisans draw this pattern in such a way that the length [of the frame] is divided into seven parts and the width into six parts. This is a very close [approximation]. Allah knows best." (Özdural 1996, 200) The first spectator of the artistic-craft work will always be Allah and, as the newly-made quotation points out, He knows the best, hence, the best should be done. The second reason would be related to the second audience that will have the works of art-craft, we refer to the teachers and students of the Marinid *madāris*. No doubt these would notice any mistake in the design of the geometric patterns living together with them constantly. Due to this last reason, we can infer a possible dialogue, such as the one described above, between Marinid artists-craftsmen and master geometers who would later inhabit the *madāris* that adorned the first ones. The same Abū l'-Wafā sentence: "Someone who does not have experience in geometry and proofs may imagine this to be correct, but if one examines it, it is clearly false and incorrect." (Özdural 2000, 180)

Faced with this question I would like to stop here and think about what would have happened in such meetings: it is likely that we are currently having a dialogue as Abū l'-Wafā, ᶜUmar al-Khayyām and some other mathematicians held with artisans of their time. Currently, the disciplines linked to art and design are quite separated from mathematics and geometry, making indeed some mistakes that are similar to those reported by Abū l'-Wafā.

Just as Jean Hogendijk wonders about the type of mathematical method that artists-craftsmen used for the design of their ornaments (Hogendijk 2010), our research project considers the same question for the specific case of the Merinid *madāris* in Fez. In order to make an iconographic interpretation of the zillij of the Marinid *madāris* we will approach this question through two ways:

First, we will look for primary sources, whether they reveal a certain type of interaction between geometers and artists-artisans, or that they were available during that period in Fez. Second, we will conduct a formal analysis seeking the obligatory use of scholarly knowledge for the construction of ornamental designs. The data of both processes will be contrasted to verify the real possibility of the existence of an interaction between geometers and artists-craftsmen. This method is necessary, since beyond investigating the history of mathematical development and the use of these by Merinid artisans, what is ultimately sought with this research is to propose an iconographic interpretation of the ornaments of the Marinid *madāris* of Fez.

As Hoegendijk points out, we do not know how the literature of Abū l'-Wafā or ᶜUmar al-Khayyam was received by the artists-craftsmen. This statement is based on the fact that naturally, the craftsmen did not leave their comments about the work of the geometers in texts such as the ones mentioned since even for mathematicians it was not relevant to write about the type of geometry that could be used only for the ornamental design. What the artisans left behind and that should be considered as a commentary on the texts and/or encounters with geometers is the work they did themselves; it is in these pieces that we must look for the diverse exchanges of knowledge that had taken place with geometers. Thus, the zillij design not only contains a symbolic language, but also a comment on the various meetings between geometers and artists-craftsmen.

To consider such a question, we must, therefore, differentiate between the tiling and the *zillij*, since the second one is only the support of the first one, while the first one

refers to the geometric design itself. Thus, in the elaboration of the ornament we will see that there could be two phases: the first consists of the tiling's design, requiring a scholarly knowledge of geometry or an intuitive inspiration in search only of the aesthetic effect to achieve. Whereas in the development of the zillij, what comes into play is the traditional knowledge of craft techniques. This is why we can suggest that in the process of making the ornament there is a specialized work in each of these phases. Consequently, it could be possible that the artist-craftsman who designs the geometric ornament is responsible only for his field, without having knowledge about the way of making the ceramic pieces. Or, it could be the case that this artist-craftsman also played a role in the workshop in the making of ceramics, the cutting and setting of these.

From a constructive point of view, we have primary sources[2] in the Persian world, however, what about the symbolic perspective? Is it possible that our artists-craftsmen attended this type of meetings and conversations with astrologers, astronomers, numerologists and/or mystics of the character of Ibn Arabī, for example? We can conjecture that sometimes the mathematical geometry would be abandoned due to the symbolic needs, as it could be the case of the colors in the Alhambra tiles, those that break with the symmetry in the Euclidean plane -if it was known at that time the seventeen possibilities to fill the plane symmetrically.

Daoud Kasir points out that "Omar Khayyam followed the tradition of Muslim writers by pursuing mathematical investigations only so far as they were needed to express and interpret problems arising from research in such sciences as astronomy and surveying and from commercial transactions and inheritance law" (Ozdural 1995, 60). However, thanks to the untitled treatise we see that the geometry used in the architectural ornamentation was indeed an interesting element for al-Khayyām. Undoubtedly, geometry for design purposes was not something that was worthwhile for mathematicians to write and preserve. What I have just said may have the following possible reasons: the first one has to do with the ways in which knowledge was transferred

[2] Cfr. Supra.

within the artisanal tradition. As we already know, we have not received treatises on the process of artisanal construction, at least in Western Islam. Ergo, we know that the method of transfer of knowledge was oral. It is to be expected that even mathematicians would use the same method of knowledge transfer about Euclidean and quadratic geometry for the design of geometric ornamentation to artists-craftsmen, who in turn would replicate what they learned to their own disciples. The second reason is mentioned by Ibn Khaldūn when he points out the different types of mathematics existing in his time and before. Ibn Khaldūn clearly refers to the existence of a practical mathematics and another of a philosophical or theoretical nature. Practical mathematics would be of lesser importance than the first one and would not deserve the same dedication as the second one to disseminate its research and results, as they were relevant issues only for the Sāni^{c}, and we already know their status within Islamic Society. To verify this, it is enough to quickly review the biographical list of the mathematicians of al-Ándalus that José Augusto Sánchez made in 1921. In this work we can see that there are very few cases of geometers mentioned in comparison to experts in the calculation of inheritances and/or astronomy; Geometry for those who developed it was always a secondary issue in relation to their main task.

The objectives of this project, as we have already outlined throughout our presentation, focus on establishing connections between the artistic and creative tradition of the *zillij* of the *madāris* in Fez with the erudite knowledge of Sciences such as Mathematics, Geometry, and Numerology. At the same time, we will try to verify possible symbolic relations between the geometric design of the *zillij* in the Marinid *madāris* of Fez and the development of symbolic Mathematics and Numerology.

Moreover, we will also try to establish connections between the historical, political and religious contexts that could justify the need of a symbolic background in the geometric ornament design found in the *madāris* of Fez, considering also the textual sources found in the epigraphic fringes.

THE TECHNICAL CONTENT OF EARLY MEDIEVAL ISLAMIC INTRODUCTIONS TO ASTROLOGY

Margaret GAIDA
University of Oklahoma

Summary. In the ninth, tenth, and eleventh centuries CE, astrology was flourishing in the medieval Islamic world. During this period, several popular introductions to astrology were composed by experts of the art: Abū Maʿshar, al-Qabīṣī, Kūshyār ibn Labbān, ʿAlī ibn Abi al-Rijāl, and al-Bīrūnī. The other extant works of these illustrious individuals indicate their high level of competence in astronomical calculations and the construction of tables. However, their introductions to the art of astrology covered the most basic aspects of astrological theory, and often did not include instructions on the most important astrological calculation: the determination of house cusps for the construction of a horoscope. This paper addresses the level of technical detail involved in making several calculations that were included in these introductions, including the *haylāj, kadkhudhāh*, and *tasyīr*. With this analysis, we may better understand how these introductions may have been used, and the extent to which students of astrology would have relied upon additional texts or instructional methods to gain competence in the art.

The tenth-century astrologer Abū al-Ṣaqr ʻAbd al-ʻAzīz Ibn ʻUthmān al-Qabīṣī wrote a treatise in which he sought to distinguish true, legitimate astrologers from incompetent imposters.

The treatise, *Risāla fī imtihān al-munajjimīn* (*Epistle on the Testing of the Astrologers*), provides several questions which enable one to determine the level of technical ability in mathematical astrology.[1] A highly technical text which includes trick questions, this work speaks extensively about the depth of astronomical and astrological knowledge expected of what al-Qabīṣī terms the

[1] A modern edition is available. See S. Shalhoub and A. al-Qadri, "Taḥqīq wa dirāsa makhtūt 'risāla fī imtihān al-munajjimīn'" *Journal for the History of Arabic Science* 15 (2002): 105-186. See also A. Regourd, "L'Epître ayant pour objet la mise a l'épreuve de ceux qui n'ont d'astrologue que le nom d'al-Qabīṣī (IVe/Xe s.)," *Politica Hermetica* 17 (2003): 24-53.

"complete astrologer." As al-Qabīṣī also wrote an introduction to astrology, the *Kitāb al- mudkhal ilā ṣinā'at aḥkām al- nujūm* (*Introduction to the Art of Astrology*, henceforth *Introduction*), one wonders how much the *Introduction* provided readers with any instruction in these technical calculations.[2] In evaluating the technical content of al-Qabīṣī's *Introduction*, we find that his text primarily provides qualitative explanations of basic astrological principles and terms, rather than any quantitative methods for astrological calculations such as the determination of the house cusps in the construction of a horoscope.

Medieval Islamic astrology used the complex Ptolemaic framework of the heavens and heavenly influence to create a meaningful connection between individual lives and the cosmos. In the early Islamic world, the casting of horoscopes was one of the most common and important astrological techniques. The horoscope enabled the astrologer to predict a variety of different factors related to the life of an individual: his potential marriage, family life, health and disease, career, journeys, successes and failures, and, interestingly, the length of his life.

In order to cast the horoscope, there are several preliminary calculations that must be made. The sky is divided along the ecliptic into 12 equal parts, each of thirty degrees, which is known as the zodiac. The divisions are each assigned a sign—Aries, Taurus, Gemini, etc. Astrologers also divided the sky into houses (*bayūt*), with the divisions known as a cusps (*marākaz*). The astrological houses are what enabled the astrologer to make predictions about the various factors of the individual's life, and so the first house was devoted to the life of an individual, the second to wealth and estates, the third to brothers and sisters, and so on. There were several methods for calculating the cusps, and the divisions did not usually align with the thirty-degree divisions of the zodiac. After the calculation of the cusps, the astrologer would usually use a table of planetary positions (zīj), and assign each of the planets to its place in the horoscope chart. For their interpretations, astrologers were interested in the position of the planet in both the house and the sign, and the planetary relationships with each other and their positions in the signs.

---

[2] Al-Qabīṣī/Alcabitius, *The Introduction to Astrology: editions of the Arabic and Latin texts and an English translation*, ed. and trans. by Charles Burnett, Keiji Yamamoto, and Michio Yano, Warburg Institute Studies and Texts 2, (London: Warburg Institute, 2004).

BIBLIOGRAPHY

Bodner, B. L. (2013). The Planar Crystallographic Groups Represented at the Alhambra. In G. W. Hart & R. Sarhangi (Eds.), *Proceedings of Bridges 2013: Mathematics, Music, Art, Architecture, Culture* (pp. 225–232). Phoenix: Tessellations Publishing. Retrieved from http://archive.bridgesmathart.org/2013/bridges2013-225.pdf

Cabanelas, D. (1988). El Techo del Salón de Comares en la Alhambra, Decoración, Policromía, Simbolismo y Etimología. Granada: Junta de Andalucía.

Castéra, J.-M. (1999). *Arabesques, Decorative Art y Morocco*. París: ACR Edition.

Chorbachi, W. K. (1989). In the tower of Babel: Beyond symmetry in islamic design. *Computers Math. Applic*., 17(4), 751–789.

Critchlow, K. (1999). Islamic Patterns an analytical and Cosmological Approach. Londres: Inner Traditions.

El-Said, I. (2001). Islamic Art and Architecture: The System of Geometric Design. Londres: Garnet Publishing.

El-Said, I., & Parman, A. (1976). *Geometric Concepts in Islamic Art*. Londres: World of Islam Festival Publishing Company Ltd.

Emparán, M. A. (2016). Los Zillij de al-Attarin. La madrasa como estrategia política, el geómetra como comentarista del Corán. Coquimbo: Centro Mohammed VI.

Emparán, M. A. (2018). Lo que olvidan los matemáticos. La asimetría cromática como representación simbólica en la Alhambra de Granada. Editorial Académica Española.

Grabar, O. (1978). *La Alhambra: iconografía, formas y valores*. Madrid: Alianza Forma.

Grabar, O. (1992). *The Mediation of Ornament*. Washington: Princeton University Press.

Grünbaum, B. (2006). What symmetry groups are present in the Alhambra? *Notices of the American Mathematical Society*, (ICM), 2–5. Retrieved from http://www.ams.org/notices/200606/comm-grunbaum.pdf

Grünbaum, B., Grünbaum, Z., & Shephard, G. C. (1986). Symmetry in moorish and other ornaments. Methods, *Computer Applied*, I N, 12B, 641–653.

Grünbaum, B., & Shephard, G. C. (1977). Perfect colorings of transitive tilings and patterns in the plane. *Discrete Mathematics*, 20.

Hogendijk, J. P. (2012). Mathematics and geometric ornamentation in the medieval Islamic world. *European Mathematical Society Newsletter*, 86, 37–43.

Irving, W. (2002). Cuentos de la Alhambra. Madrid: Alianza Editorial.

Jaldún, I. (1977). *Introducción a la Historia Universal, Al-Muqaddimah*. D.F.: Fondo de Cultura Económica.

Marzuq, I. (1977). *El Musnad: Hechos memorables de Abu l-Hasan, Sultán de los Benimerines*. (M. J. Viguera, Trans.). Madrid: Instituto Hispano-Árabe de Cultura.

Montesinos, J. M. (1987). *Classical Tessellations and Three-Manifolds*. Berlín: Springer-Verlag.

Montesinos Amilibia, J. M. (1987). Caleidoscopios en La Alhambra. *Memorias de La Real Academia de Ciencias*. Madrid: Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales de Madrid.

Özdural, A. (1995). Omar Khayyam, Mathematicians, and "Conversazioni" with Artisans, *Muqarnas*, *54*(1), 54–71.

Özdural, A. (1996). On Interlocking Similar or Corresponding Figures and Ornamental Patterns of Cubic Equations. *Muqarnas*, *13*, 191–211.

Özdural, A. (2000). Mathematics and Arts: Connections between Theory and Practice in the Medieval Islamic World. *Historia Mathematica*, *27*(2), 171–201.
https://doi.org/10.1006/hmat.1999.2274

Papadopoulo, A. (1977). *El Islam y el Arte Islámico*. Barcelona: Editorial Gustavo Gilli.

Pérez Gómez, R. (2004). Un matemático pasea por la Alhambra.

Sánchez Pérez, J. A. (1921). *Biografías de matemáticos árabes que florecieron en España*. Madrid: Reprints from the collection of the University of Michigan Library.

Washburn, D. K. (n.d.). Analysis of pattern structure by geometric symmetries.

Washburn, D. K. (1986). Pattern symmetry and colored repetition in cultural contexts. *Computers & Mathematics With Applications*, *12B*, 767–781.

Washburn, D. K., & Crowe, D. W. (2006). Cultural Insights from Symmetry Studies. In R. Sarhangi & J. Sharp (Eds.), *Bridges London: Mathematics, Music, Art, Architecture, Culture* (pp. 19--24). Londres: Tarquin Publications.

Wilson, E. (1988). *Islamic Designs for Artist and Craftspeople*. Nueva York: Dover Publications.

Once these astronomical elements of the chart were established, the astrologers' interpretative work began. Several introductions composed from the ninth to eleventh centuries provide the astrological information necessary for the interpretation of a horoscope. These include al-Qabīṣī's Introduction, as well as Abū Maʿshar al-Balkhī's (787-886 CE) *Kitāb al-mudkhal al-kabīr ilā ʿilm aḥkām al-nujūm* and *Mukhtaṣar al-mudkhal*, and Kūshyār ibn Labbān's *Al-mudkhal fī ṣināʿat aḥkām al-nujūm*, also known as *Mujmal al-uṣūl fī aḥkām al- nujūm*. However, while these introductions provide the relevant astrological information for interpretation, they do not include instructions for the interpretative process, nor do they give the technical details for calculating the house cusps. Indeed, the technical content usually involves very basic arithmetical calculations related to establishing qualitative parameters. The introductions are very clearly not handbooks or manuals. Rather, they often contain explanations for some technical calculations associated with the horoscope, especially related to calculating the length of life. They are the *haylāj*, *intiha* (terminal point), *kadkhudhāh*, and *tasyīr*. In this paper, we will look more closely at the explanations of these technical terms in al-Qabīṣī's *Introduction*, in order to understand how introductory texts may have been used in conjunction with a *zīj* so that an astrologer could determine both the quantitative and qualitative astrological parameters for constructing a horoscope within his interpretative framework.

Composed in the middle of the tenth century, al-Qabīṣī's *Introduction* provides a brief introduction to the principles of astrology.[3]

The well-known bibliographer al-Nadīm mentions in his *Fihrist* that al-Qabīṣī was a student of al-ʿImrānī (d. 955/6 CE) in Mosul, with whom he studied Ptolemy's *Almagest*, and that he was "of our time," (dating to around 980 CE).[4] Al-Qabīṣī wrote several geometrical, astronomical and astrological treatises, and dedicated four of them (including the *Introduction*) to the

[3] The text has been edited and translated in Abū-'ṣ-Ṣaqr 'Abd-al-'Azīz Ibn-'Uṯmān al-Qabīṣī, *The introduction to astrology: editions of the Arabic and Latin texts and an English translation*, ed. Charles Burnett, Keiji Yamamoto, and Michio Yano, Warburg Institute Studies and Texts 2 (London: Warburg Institute, 2004). References to this edition in the notes are abbreviated BYY.

[4] Muḥammad ibn Isḥāq al-Nadīm, *The Fihrist of Al-Nadim; a Tenth-Century Survey of Muslim Culture*, trans. Bayard Dodge (New York: Columbia University Press, 1970), 635.

Ḥamdānid Emir of Aleppo, Sayf al-Dawla, who reigned from 945 to 967 CE.[5] There are twenty-seven extant Arabic manuscripts of the *Introduction*, dating from 1191 until 1745, one of which has been recently discovered in the Aḥmadi Collection in the Bibliothèque Nationale de Tunisie.

The *Introduction* is mostly concerned with understanding the qualitative aspects of planetary positions and relationships. It is divided into five chapters, and al-Qabīṣī treats the accidental and essential conditions of the zodiac and the planets, technical terms of astrologers, and astrological lots. In the second chapter, for example, there are lengthy descriptions of the indications of the planets, or what they signify by themselves and in relation to each other. In the case of Mars, al-Qabīṣī writes,

> "Mars is a malefic, masculine, nocturnal. It favours heat and dryness. It indicates brothers and journeys. Of the ages of life it has youth up to the age of adolescence. Its nature is choler; its taste is bitter. Of professions it has every profession involving fire, or what is done with iron, such as beating with hammers and pressing out swords".[6]

In terms of what is indicated when Mars mixes with other planets, al-Qabīṣī first mentions information relevant to the professions: "If Saturn mixes with it [Mars], it indicates the beating out of iron."[7] In the case of medical applications, al-Qabīṣī adds, "If Saturn mixes with it [Mars], it indicates, of the activities of medicine, the practice of surgery."[8] Medicine in this case is broadly construed, as other planets mixing with Mars indicate the practice of beauticians (Venus) and the pulling of teeth and cleaning of ears (the Moon). These astrological classifications overlap substantially with other early Arabic authors such as Abū Maʿshar, and the Greek works of Ptolemy and Dorotheus.

Al-Qabīṣī is unique in devoting a full chapter to what he calls the "explanation of the [technical] terms of the astrologers," (*tafsīr samāt al-munajimīn*) which among other things include the *haylāj*, *kadkhudhāh*, and *tasyīr*. In this fourth chapter of the *Introduction*, he describes the determination of the *haylāj*. The *haylāj* is essentially the position of either one of the planets

[5] Thierry Bianquis, "Sayf al-Dawla," *Encyclopaedia of Islam*, 2nd Edition, ed. P. Bearman et al. (Leiden: Brill, 1997).
[6] BYY, *Introduction*, 2:[13], 69.
[7] BYY, *Introduction*, 2:[14], 69.
[8] BYY, *Introduction*, 2:[14], 69.

or an important astrological point. To determine the *haylāj*, the astrologer examines the planetary positions and goes through a process of questioning in order to determine which celestial element (the Sun, the Moon, the degree of the last conjunction or opposition prior to birth, the degree of the Lot of Fortune, and the degree of the ascendant) is most suitable, usually according to the house in which it appears. After considering the conditions whereby each of these points would or would not be suitable for the *haylāj*, al-Qabīṣī references the calculation of the division of the house cusps. He writes,

> "Concerning the *haylāj* you look in the cardines and the succedents according to <the way that> the 12 places are equalized by the time degrees of ascension, <namely,> acccording to what is explained in the *Zīj*." [9]

This reference includes a specific method for calculating the house cusps, i.e. when they are "equalized by the time degrees of ascension," that is not explained at all in this *Introduction*. This method allots thirty degrees to each of the houses, beginning with the degree of the ascendant. The determination of the *haylāj* depends on precisely where *haylāj* falls within the houses, which depends upon how the houses are divided. Without a *zīj* at hand and a consistent method for dividing the houses, this calculation would be impossible.

The case is similar for the *kadkhudhāh*, which is related to the *haylāj*. This point is chosen based on a set of factors relevant to the *haylāj*. In this case, however, the explanation is contained within the Introduction. The text reads:

> Another is the *kadkhudhāh*. It is the indicator of the length of life. When you want to know this and you already know the *haylāj* by the method which we have described above, you look at the lord of the place of the *haylāj* or its exaltation or its term or its triplicity or its decan, and whichever of them has the most leadership in the degree of the haylaj and is aspecting the *haylāj* is the first choice for the *kadkhudhāh*ship.[10]

In this case, al-Qabīṣī has already explained how to determine which astrological feature (lord, exaltation, term, triplicity, or decan) has the most

[9] BYY, Introduction, 4: [4], 115.
[10] BYY, Introduction, 4: [5], 115.

leadership in a degree. This simple arithmetic calculation is demonstrated in the first chapter of the introduction.[11] Whether or not the *haylāj* or *kadkhudhāh* are aspecting each other is easily determined from the knowledge of their degrees, since an aspect is just defined by the positional relationship between the planets as defined by degrees (be it trine, quartile, sextile, opposition, or conjunction).

The calculation of the *haylāj* and *kadkhudhāh* are not complicated once the degrees of the house cusps are known. However, these elements play key roles in the calculation of the *tasyīr*, known as primary progression or prorogation. The difference in degrees between the *haylāj* and *kadkhudhāh* or the terminal point (*intiha*), once converted into solar years, provides the length of life and is known as the *tasyīr*. In order to make this calculation, however, one needs access to tables of right and oblique ascension that are recorded in a *zīj*. Whereas in his discussion of the *haylāj*, al-Qabīṣī makes explicit mention of the *zīj*, his explanation of the *tasyīr* assumes that the reader would have access to tables without mentioning them directly.

In fact, al-Qabīṣī solely provides reference to their rising-times of the points in question (the *haylāj*, *kadkhudhāh*, or *intiha*). Indeed, rather than explaining the methodology behind the *tasyīr* calculation, he merely gives a list of conditions for the position of the indicator (the *haylāj* or *kadkhudhāh*), and then instructs the reader to add or subtract the corresponding rising times in right or oblique ascension to the degree of the ascendent or the indicator, depending on the conditions. In the simplest example, al-Qabīṣī wrote:

> "Pertaining to this is the *tasyīr* (prorogation). This is that you move an indicator to a position on the ecplictic, and you <want to> know what is <the distance> between the two in equatorial degrees—that is, what is rotated of the time-degrees of the equator with regard to the position from which it is moved until it is in the position to which it is moved. One takes a year for each degree. If you want this and the indicator which you want to move to a degree of the ecliptic is in the ascendant, you subtract the rising-times of the degree of that which you want to

[11] For an example determining the ruling planet for the house of property, see BYY, *Introduction*, 1:[77], 61.

> move from the rising-times of the degree to which you want to move it. What remains are the degrees of the motion (*tasyīr*)." [12]

Depending on where the indicator lies (in the ascendant, the seventh place, the midheaven, etc.), there are different instructions for arithmatic calculations involving the rising times in right or oblique ascension of various points (the indicator, degree of midheaven, degree of the ascdendant, etc.). The result will be the *tasyīr*. Some conditions are more complicated than others, but the basic instruction is the same. There is no real explanation for a method of *tasyīr* computation beyond the consultation of tables.

There is some added detail in the calculation of the *tasyīr* in the Mudkhal of Kūshyār ibn Labbān, who includes additional examples as well as two *tasyīr* tables.[13]

Both of these introductory texts do not include the technical details and explanation of method, however, in al-Bīrūnī's *Masudic Canon*. As Jan Hodendijk has shown, al-Bīrūnī gives four different methods for *tasyīr* calculation and compares their merits.[14] In this text, al-Bīrūnī himself remarks that the *tasyīr* computation has not been adequately explained in previous works, although he makes no explicit mention of the names of his predecessors. He wrote:

> "The astrologers find it sufficient to slavishly follow the relevant rules without critical investigation. But since that [i.e. such rules] cannot be reduced to [logical]necessity, it is possible to have differences [i.e. different opinions] in it, so the methods in it have become manifold. This book describes most of them, so it is distinguished from the earlier [works on the subject]. " [15]

[12] BYY, *Introduction*, 4:[11], 121-2.

[13] M. Yano and M. Viladrich, "Tasyīr computation of Kūshyār ibn Labbān," *Historia Scientarum* 41 (1991): 1-16.

[14] J.P. Hogendijk, "Al-Bīrūnī on the Computation of Primary Progression (*tasyīr*)," in Charles Burnett and Dorian Gieseler Greenbaum, eds., *From Masha'allah to Kepler. Theory and Practice in Medieval and Renaissance Astrology* (Ceredigion, Wales: Sophia Centre Press 2015), 279-307.

[15] Quoted in Hogendijk, "Al-Bīrūnī," 292.

We ask, then, in the absence of the more basic calculations such as the house cusps, how would students of astrology make sense of the more complex calculations related to the *tasyir*? The answer must be that students of astrology used their introductions hand-in-hand with their *zījes*, some of which may have provided additional explanation for the calculation of the cusps and other techniques.

In E.S. Kennedy's survey of Islamic astronomical tables, there are several subjects that could be included in a *zīj*, including chronology, trigonometric functions, spherical astronomical functions, equations of time, mean motions, planetary equations, planetary latitudes, and many others.[16] Historians of astronomy, however, have identified very little explicit evidence contained within the *zīj*es that link specific astronomical tables to their astrological uses. We wouldn't find a reference to the *tasyīr*, for example, next to the tables of right and oblique ascension. Kennedy also lists "astrological tables," and gives several examples of these: the equalization of the houses or determination of the house cusps, the projection of the rays, tables for year-transfers (when the sun crosses the vernal equinoctial point) or nativity-transfers (determined for each year when the sun crosses the same zodiacal point that it occupied at the moment of birth), and tables of progressions, which we know as the *tasyīr*. While Kennedy mentions that oftentimes tables were accompanied by explanatory principles, in his discussion of astrological tables there is no information about what these explanations actually looked like. There is therefore still much work to be done in determining the precise relationshp between texts written in the genre of *mudkhal*, or introduction, and the very well-known and well-studied *zīj*es.

To conclude, it is well-known that many of the authors of astrological introductions also composed astronomical tables or texts within more strictly astronomical genres, such as al-Qabīṣī's work on the sizes and distances of the

[16] E.S. Kennedy, "A Survey of Islamic Astronomical Tables," *Transactions of the American Philosophical Society* 46, 2 (1956): 123-177.

planets.[17] While some Islamic astronomical authors maintained a firm distinction between *'ilm al-falak* or *'ilm al-hay'a* (astronomy), and *'ilm aḥkām al-nujūm* (astrology), other authors upheld the Ptolemaic tradition, as stated in the *Tetrabiblos*, that the two sciences of astronomy and astrology worked in tandem. In examining the genre of the *mudkhal*, we find that the astronomical information necessary for making technical astrological calculations is missing. We must therefore turn our attention to other genres more often linked with the history of astronomy, especially the *zīj*, to gain a fuller appreciation for both mathematical astrology and the relationship between Islamic astrological and astronomical texts.

[17] Jan Hogendijk, "Al-Qabīṣī's Treatise on the Distances and Sizes of the Celestial Bodies," *Zeitschrift für Geschichte der arabisch-islamischen Wissenschaften* 20-21 (2012-2014): 169-233.

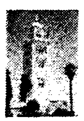
Ecole Normale Supérieure
Marrakech

Actes du 7ème Colloque Maghrébin sur

l'Histoire des Mathématiques Arabes

Volume 1

Ministère de l'Education Nationale



Marrakech
30 mai - 1 juin 2002

Agence universitaire de la francophonie

THE SUMMIT OF ANCIENT LATIN MATHEMATICAL COMPETENCE: APULEIUS AND AUGUSTINE

Jens HØYRUP
Roskilde Universitetscenter (Danemark)

Dedicated to

Samia Ahasniou and Saliha Mostefai

Abstract. According to all we know, Latin Antiquity was utterly unfamiliar with the theoretical aspects of mathematics; Quintilian did not know finger reckoning from geometry, while Cicero explains that the Romans were not interested. Authors of handbooks in the liberal arts may know some definitions from the *Elements* and perhaps some enunciations, but hardly understood what a proof is. Symptomatic is what Latin authors have to tell about Archimedes: the story about his death and his defense of Syracuse; the anecdote about Hieron's crown and Archimedes's exposure of the fraud; his mechanical model of the heavenly system; at most they know that he drew figures. There is never a hint that such figures were connected to geometrical or mechanical *proofs*, *theorems* or *theory*. But there are two exceptions to this rule, both Berbers (*Africani*), and both conscious of being so: Apuleius of Madaura, and Augustine of Hippo (and both obviously much better known for other things). Even though the Western part of Northern Africa acquired the Latin tongue while the Eastern part spoke Greek, some of its intellectuals were drawn to advanced Greek thought in a way those of the remaining Latin world were not, spellbound as the latter were in the charms of rhetoric.

Keywords: Archimedes , Apuleius , Augustine , Latin mathematical culture, pre-Islamic Maghreb

PREAMBLE ON TWO LEGS

1. At the 3[ième] Colloque Maghrébin, held in Tipaza in December 1990, the two Algerian colleagues to whom this essay is dedicated asked me whether I knew anything about pre-Islamic mathematics in the Maghreb. Spontaneously I mentioned Augustine of Hippo, though at the moment I only knew his apparent familiarity with the *Elements* – admittedly a somewhat meagre foundation.
2. In 1595, Bernardino Baldi (ed. Narducci, p. 453) quoted Federico Commandino for the opinion that "that one can hardly call himself a mathematician who has not studied the works of Archimedes".[1]
3. Accordingly (and since Commandino was not alone with this opinion), familiarity with *Archimedes the mathematician* (as distinguished from the engineer, the good servant to king and country, and the fatally distracted genius) may thus be taken as an indicator of mathematical competence.
4. Having for other reasons had to work on references to Archimedes in the Latin world, I discovered supplementary reasons to ascribe mathematical competence to Augustine – but also to consider Apuleius.

ITALO-LATIN AUTHORS[2]

Let us begin with *Cicero* (106 BCE – 43 BCE) – not so much because he was, from later Antiquity and the Middle Ages onward, to embody the very idea of Latin polite style and culture but because he referred more often to Archimedes than any other ancient Latin writer.[3]

Cicero was evidently captivated by the Archimedes figure. In *Tusculanae disputationes* V.xxiii he tells how, being made a quaestor in Sicily, he was curious about the tomb of Archimedes, about which he knew "from some trifling verse lines inscribed upon" the monument that this monument should carry a sphere together with a cylinder (thus not from any knowledge about *De sphaera et cylindro*). After this aside, Cicero continues with a praise of the felicity of the philosopher and the mathematician as compared to that of the tyrant Dionysios.

Also in the *Tusculanae disputationes*, namely in I.xxv, Cicero expresses the opinion that without divine genius Archimedes would not have been able to imitate by his *sphere* – a mechanical model of the planetary system – the irregular motions of the heavenly system, themselves according to Plato's *Timaeus* a divine creation. In an intelligent-design argument against the Epicureans, *De natura deorum* II.xxxv castigates those who claim Archimedes's imitation to surpass the original (the latter being in their opinion an outcome of mere accident). *De republica* I.xiv once more describes the wondrous mechanism.

Academica II.xxxvi calls in a hypothetical "Archimedes" (a representative of the category of geometers with their knowledge beyond dispute) proving by drawings that the sun is much larger than the earth. Real though quite unspecified drawings (geometrical or astronomical?) occur when *De finibus* V.xix cites the story of Archimedes being so occupied with "something he was tracing in the dust" that he did not notice his native city was taken.

De oratore III.xxxiii speaks of the time in which Euclid and Archimedes cultivated geometry and where knowledge was not compartmentalized. *Actio in Verrem II*, IV.lviii, refers in passing and *hors propos* to Marcellus's admiration for Archimedes and his distress when he learned the genius had been killed. *Oratio pro Cluentio* xxxii performs the multiplication $16 \times 40000 = 640000$ correctly and then claims that Archimedes could have done no better. Two letters to Atticus (XII.4, XIII.28) refer to a tangled problem – how to make the funerary oration for an arch-enemy of Caesar in the presence of Caesar himself (Simms 1989) – as a "problem for Archimedes". Archimedes's unspecific ingenuity was apparently proverbial at the moment, in Cicero's circle at least.

No other Italo-Latin author returns to Archimedes nearly as often. In Augustus's time, Vitruvius (* before c. 70 BCE, † c. 25 BCE or later) speaks in

[1] This is my translation, as all translations not otherwise identified in what follows.

[2] This section draws upon (Høyrup, pp. 2–5), contracting and expanding as appropriate.

[3] Obviously, this statement as well as the whole subsequent analysis refers to writings that have survived. However, the only writer who *possibly* knew more than Cicero about Archimedes and may even have known about his mathematics is Cicero's contemporary Marcus Terentius Varro (116 BCE – 27 BCE) ; but what little can be reconstructed from fragments and hearsay – see (Boissier, pp. 327–331) – speaks definitely against this assumption.

De architectura I.i about technical manuals written by Ctesibios, Archimedes and others, which however one cannot understand without having learned natural philosophy; given Vitruvius' profession as a supervisor of military engineering, this piece of information, not found elsewhere, could be trustworthy. In the same chapter Vitruvius speaks again of mechanics writings by Aristarchos, Philolaos, Apollonios, Archimedes and others. Book IX tells in its introduction the anecdote of Hieron's crown and Archimedes's exposure of the fraud.

Titus Livius (59 or 64 BCE – 17 CE, thus also Augustean) refers to Archimedes as a unique observer of the heavens and stars in *Ab urbe condita* XXV.xxxiv and then goes on with details about Archimedes's war machines and stratagems. XXV.xxxi tells how Archimedes was killed while "eagerly describing some shapes in the dust". In *Fasti* VI.277, Ovid (43 BCE – 18 CE) speaks about the sphere "made by Syracusan art" without identifying the creator by name.

Under Tiberius, Valerius Maximus (fl. 27 CE) speaks in *Facta et dicta memorabilia* VIII.vii.7 generically about Archimedes's efficient war machines, about Marcellus's admiration for his genius, and about Archimedes's death. In agreement with the character of the work, all of this could be drawn from Cicero and Livius.

In the introductory description of his *Historia naturalis*, the Elder Pliny (23 – 79 CE) lists Archimedes as one of his many sources for the cosmology of book II; the text of that book, however, does not cite Archimedes. In VII.xxxvi.125, Pliny calls Marcellus in as witness of Archimedes's knowledge of the sciences of geometry and machines. In the later first century CE, Quintilian (c. 35 – c. 100 CE) speaks in *Institutio oratoria* (I.x) of the cosmological insights provided by geometry, adding that he will not go into the details of tactics nor speak about Archimedes's single-handed defense of Syracuse; the line of thought must be that the use of geometry in astronomy makes Quintilian think of Archimedes, but Archimedes he associates primarily with his military work. More or less at the same time, Florus (c. 74 CE – c. 130 CE) refers to Archimedes's ultimately failing defense of Syracuse in *Epitome* I.xxii.33 without saying anything more; as in general in this "epitome of Titus Livius", Florus almost certainly draws on and abbreviates Livius for this.

Probably in the early to mid-third century CE, the compiler Gaius Julius Solinus mentions Archimedes's knowledge of stars and machines in his *De mirabilibus mundi* V.13, adding no details. Since much of the work in general is borrowed from the Elder Pliny, Pliny might also be the source here.

In *Res gestae* XXVI.i.8, Ammianus Marcellinus (c. 330 CE – c. 395 CE) lists Meton, Euctemon, Hipparchos and Archimedes as the most distinguished students of the stars. Ammianus was Greek-born and settled in Rome around 380 after a long military career; the last part of his historical work (beginning precisely with book XXVI) was published in 394 CE or later. As a historian, he draws not only on Latin but also on

Greek material, which probably explains that he knows about Meton, Euctemon and Hipparchos, not appearing together with Archimedes in earlier Latin writings.

Already between 335 and 337 CE, Firmicus Maternus (*Matheseos libri VIII* VI.xxx.26, ed. Kroll & Skutsch, II p. 148) had spoken briefly about Archimedes's ingenious sphere and the efficacy of his machines, for which he could have taken inspiration from a variety of earlier Latin writings – but since he almost certainly used Greek sources for this astrological handbook, Greek lore is also possible.

Somewhere around 400 CE, Claudianus (*Shorter Poems*, LI) disparages Archimedes sphere as a poor imitation of the divine creation – probably an echo of Cicero's *De natura deorum*, as befits an Alexandrian-born writer eager to work himself into the Roman elite.

Macrobius's Neoplatonic *Commentarii in Somnium Scipionis* I.xix from the earlier fifth century CE enrolls Archimedes and the Chaldaeans as supporting Cicero's opinion about the order of the spheres of the planets. Martianus Capella's similarly Neoplatonic and similarly badly dated but in any case roughly contemporary *De nuptiis* speaks in II.213 about Plato and Archimedes who rotate golden spheres. This could but need not go back to distorted memories of various Ciceronian passages. Pseudo-Priscian, *Carmen de ponderibus* (ed. Hultsch II, pp. 95–97), probably a product of the fifth century CE, tells the story of the crown, which could be inspired by Vitruvius.

Leaving out Augustine for the moment, the Patristic (Christian) Latin material, not exclusively Italo-Latin, is even more meagre. Tertullian (c. 160 CE – 220 CE or later) ascribes in *De anima* (PL 2, col. 669) a wonderful hydraulic organ to Archimedes. In the earlier fourth century CE, Lactantius seems to borrow in *Divinarum institutionum* II (PL 6, col. 297) from what Cicero writes in *Tusculanae disputationes* I.xxv about the sphere – as a prestigious teacher of rhetoric he will have known his Cicero well. In *Historia* IV.xvii (PL 31, col. 896), Orosius speaks in the earlier fifth century CE about Archimedes's machines and their efficiency in the defense of Syracuse – according to the wording a borrowing from Valerius Maximus; however, Valerius's account of Archimedes's death is omitted.

Claudianus Mamertus († c. 474 CE) refers to Archimedes's use of the *radius* (PL 52, col. 781), in parallel to Orpheus's use of the plectrum (etc.); since the *radius* goes together with drawing in the dust (which was the standard medium for geometric and similar drawings), this could come from Cicero's *De finibus*, but also from other sources.[4]

Cassiodorus's (* c. 480 CE, † perhaps c. 550 CE (Neugebauer 1982)) *Institutiones* II.vi.3 mentions Archimedes along with Euclid and Apollonios "and other writers" as Greeks who have written about geometry (ed. Mynors, p. 152). His *Epistola* XLV (ed. Mommsen, p. 40) states that Boethius translated "the mechanician Archimedes". This is almost certainly false, and if so, Cassiodorus will have known it to be; the letter to Theodoric may have had a political purpose – which *could* indicate that the Byzantine-bred Theodoric was supposed to respect Archimedes's name.

In summary we see that few of the authors after Cicero and Livius go beyond what they could read in these two about Archimedes. The exceptions are,

–Vitruvius, who through his profession may actually have known or known about mechanical technical writings that have gone lost ;[5]

[4] The passage is also found in a letter to Claudianus from Sidonius Apollinaris (* c. 430 CE; *Epistulae* IV.iii.5), which is thus likely to be Claudianus's direct source.

[5] We should always remember that the surviving Greek corpus has been filtered through what the Byzantines found worth-while copying at least until it was saved in Arabic during the Abbasid translation wave, and that the survival of Latin material is equally conditioned by what some monk found it worthwhile to copy during the precarious pre-Carolingian Middle Ages, or what had at least been in the possession of some private landowner and gone with a younger son to a monastery.

–Ammianus Marcellinus, whose Greek background may have allowed him to know the names of some early Greek astronomers;

–Tertullian the Carthaginian, who may have drawn on sources unknown to us for his Archimedean *organum hydraulicum* – not totally to be discarded according to (Farmer, p. 13).

In any case, none of them, nor Cicero nor Livius, know about Archimedes as a producer of mathematical *theorems* or *theory*.

We may even ask ourselves whether they had any idea about what mathematical theory should be. An oft-quoted passage from Cicero (*Tusculanae disputationes* I.ii.5, trans. King, p. 7) states that

> With the Greeks, geometry was regarded with the utmost respect, and consequently none were held in greater honour than mathematicians, but we Romans have restricted this art to the practical purposes of measuring and reckoning.

The consequences of this attitude are encountered in Quintilian's *Institutiones* I.x.34–37. According to Quintilian, geometry deals with finger reckoning as well as figures – probably because the teacher of both in elementary teaching was called a "geometer". Figures should be taught because law-suits often regard boundaries and measurement of landed property.

Finally, Aulus Gellius's (c. 125 CE – 180 CE or later) *Noctes atticae*, collecting all a well-bred Roman ought to know about Roman as well as Greek culture, reveals what would already be considered at the limits of Roman understanding in mathematics. The preface asks the readers not to skip the passages where geometry is spoken of, and promises that they will not be difficult. Indeed they are not. The only substance is found in I.xx, where the meanings of "plane" and "solid figure" are explained together with those of "cube", "line" and "square number"; and II.xviii, in which optics is told to explain the working of mirrors, and harmonics to deal with rhythm and melody, which gives rise to a citation of Varro about the utility of metrics (trans. Rusca

1968: I, 37; I, 71*f*; II, 513*f*). That was thus what could already be supposed to scare a Roman gentleman.

Obviously, ancient Latin culture had no space for Archimedes the theoretician.

TWO BERBERS

Latin culture of Western North Africa may be the exception. The witnesses are two outstanding figures: Apuleius of Madaura (c. 125 CE – 170 CE) and Augustine of Hippo (354 CE – 430 CE). None of them is known as a practising mathematician, but both give offhand references to Archimedean theory suggesting that they expected that at least knowledge of its existence could be taken for granted. Moreover, as we shall see, they were not mathematical ignoramuses.

First the offhand references. In 158 CE, Apuleius was accused by the parents of his wealthy and much older wife to have attracted her by magic (he was absolved). In one point of the *Apology* he prepared at that occasion he ascribes to Archimedes a huge volume explaining rainbows and other optical phenomena, adding (ed. Krüger, p. 24) that this figure – "in everything geometric of more admirable subtlety than anybody else" – may still perhaps deserve even greater fame because of his investigations of (convex and concave) mirrors.[6]

Augustine wrote *De utilitate credendi* in 391/92 CE (O'Donnell, I p. lxix), a few years only after his conversion in 387 CE, and hence when his pre-conversion teaching and philosophical studies were in fresh memory. In Chapter 6 of these early confessions he asks rhetorically (against the habit of his youth to take the enemies of Faith as guides to the Scripture) (ed. Perl, p. 30):

Who would think of having the concealed and obscure books of Aristotle explained to him by one of Aristotle's enemies? [...] And who would read or learn with Epicuros as his master the geometrical writings of Archimedes, against which Epicuros spoke stubbornly, in my opinion without having understood them?

[6] Such a work has not survived, but Theon of Alexandria and others also refer to it – cf. (Heiberg, II p. 550); even though lost, such a treatise is thus likely to have existed.

Epicuros being earlier than Archimedes, Augustine must refer to Epicurean objections to the foundations of theoretical geometry which Archimedes shared, perhaps more specifically to Eudoxean theory – cf. (Sedley) and (Cambiano, pp. 587–590).[7]

Augustine thus knew that Archimedes was engaged in a theoretical field with foundations and was not merely making drawings.

What else do we know that links Apuleius and Augustine to mathematics? As regards Apuleius, from his extant writings not too much. In *Florida* II.xv (ed. Hildebrand 1842: II, 60), Pythagoras is stated to have learned about numbers and geometry from the Egyptians; in *Florida* IV.xviii that Thales explored geometry as well as the stars (etc.) (ed. Hildebrand, II p. 87); in *Florida* IV.xx, that Apuleius himself drunk from the "Athenian cups" the fictions of poetry, limpid geometry, sweet music, harsh dialectic (ed. Hildebrand, II p. 96); and in *De dogmate Platonis* I.iii, that after Socrates had passed away, Plato studied geometry with Theodoros; astrology (probably meant in the double sense) with the Egyptians; etc. Most are doxographic commonplaces, but the "Athenian cups" show that Apuleius himself studied these disciplines, finding geometry limpid but dialectic harsh. Moreover, Cassiodorus's *Institutiones* II.iv.7 (ed. Mynors, p. 140) ascribes to Apuleius a translation of Nicomachos's *Introduction to Arithmetic*, which would fit his kind of Platonizing philosophy – say, Neoplatonism *ante litteram* – and can therefore be considered reliable (normally, indeed, it is considered so).[8] Nicomachos is obviously a far cry from Archimedean mathematics, but at least evidence of mathematical interest and competence well beyond what can be found in any surviving Italo-Latin writer before Boethius.

From Augustine's *Confessions* IV.xvi we know that he found no competent teacher beyond rhetoric (and even for that nobody who understood

[7] The passage in Cicero, *Academica* II.xxx, about Polyaenos the geometer converted to Epicureanism and then claiming the whole of geometry to be false, cannot be Augustine's source.

[8] From hearsay, Cassiodorus also ascribes to Apuleius a treatise on music (*Institutiones* II.iv.10, ed. Mynors, p. 149).

Aristotle's *Categories* without difficulty); however, whatever "was written, either of the art of rhetoric, of logic, whatever of geometry, music, and arithmetic, I attained the understanding of by myself" (trans. Rouse & Watts, I p. 199). The outcome of this reading about mathematical subjects is shown, on one hand by a casual remark in *De civitate Dei*, on the other by his treatise on music.

De civitate Dei XI.30 explains how the six days of the Creation symbolize the perfection of this very creation, six being a perfect number. The same point had already been made by Philo of Alexandria and was hardly original. Augustine's explanation of what a perfect number is seems to reflect his pedagogical skills, but might still be borrowed from some handbook. Most interesting is his distinction between two meanings of the word "part" – one corresponding to what we find in the common notions of *Elements* I, the other one defined in *Elements* VII.

This, however, is only a trace of thoughtful reading (of Euclid or of some epitome). Stronger evidence of genuine mathematical competence might have been offered by the dialogue *De musica* (PL 32, col. 1081–1194), written in 388/90 CE (O'Donnell, I p. lxviii), if only this work had been finished. The six books that were written deal with other things than mathematical harmonics – the nature and metaphysics of music, metrics, rhythm. Nonetheless, even the treatment of rhythm betrays an underlying aim of mathematical treatment, as also summed up in book VI (meant to lead from the inferior numbers regarding mutable things to immutable divine numbers).

Apuleius and Augustine were not typical representatives of their intellectual environment. Apuleius had travelled extensively to the East, including Athens, and Augustine during the typical study of rhetoric discovered philosophy on his own. But they show that such initiatives and discoveries were at least *possible* in their world, as they were apparently not in the rest of the ancient Latin world; certainly, its elite intellectuals were supposed to learn Greek, but this did not influence what they wrote in Latin in the area we have considered. Differently, according to Apuleius (*Florida* IV.xx, ed. Hildebrand II p. 96), in Carthago "our venerable teacher, the celestial muse of Africa", "the kids learn all disciplines, the youngsters display them, the old teach them".

HERITAGE?

In the earlier ninth century CE, al-Jaḥiẓ wrote as follows (trans. Gutas, pp. 86*f*):

> The difference between the Christians and the Jews is that the latter consider that the study of philosophy is a cause of unbelief, that the application of dialectic to the study of religion is a heresy and the very fountainhead of doubt, that the only true learning is that contained in the Pentateuch and the writings of the Prophets, and that the belief in the efficacy of medicine and faith in astrologers' predictions are likewise causes of heresy, leading towards heterodoxy and away from the path trodden by their forefathers and models. They go to such extremes in the matter that they suffer the blood of those who do those things to be spilt with impunity, and silence any who are tempted to follow their example.
>
> Had the common people but known that the Christians and the Byzantines have neither wisdom nor clarity [of mind] nor depth of thought but are simply clever with their hands in wood-turning, carpentry, plastic arts, and weaving of silk brocade, they would have removed them from the ranks of the literati and dropped them from the roster of philosophers and sages because works like the *Organon*, *On Coming to Be and Passing Away*, and *Meteorology* were written by Aristotle, and he is neither Byzantine nor Christian; the *Almagest* was written by Ptolemy, and he is neither Byzantine nor Christian; the *Elements* was written by Euclid, and he is neither Byzantine nor Christian; medical books were written by Galien, who was neither Byzantine nor Christian; and similarly with the books by Democritus, Hippocrates, Plato, and on and on. All these are individuals of one nation; they have perished but the traces of their minds live on: they are the Greeks. Their religion was different from the religion of the Byzantines, and their culture was different from the culture of the Byzantines. They were scientists, while these people [the Byzantines] are artisans who appropriated the books of the Greeks on account of the geographical proximity.

The first part of the diatribe may be explained away if one wants to as an oblique attack on al-Jaḥiẓ's Ḥanbalite enemies. The second part, however, cannot be reinterpreted in this way; it also corresponds quite well to the 600 years' suppression of everything philosophical not controlled by Christian orthodoxy in the Byzantine theocracy. In spite of this, our present-day modern Greek colleagues understand ancient Greek philosophy and mathematics as *their* heritage – and not only because it facilitates funding.

Can the Berbers Apuleius and Augustine – or the environment they represent – similarly be counted as part of Maghreb heritage? That question I leave to those who are concerned.

REFERENCES

Greek and Latin classics, where the text makes use of standard reference systems, are not included unless I quote a translation. Any scholarly edition will do.

Dates and basic biographic information can be found in any major handbook about classical Antiquity. I have mostly relied on *Der kleine Pauly*.

Boissier, Gaston, 1861. Étude sur la vie et les ouvrages de M. T. Varron. Paris: Hachette.

Cambiano, Giuseppe, 1999. "Philosophy, Science and Medicine", pp. 585–613 *in* Keimpe Algra et al (eds), *Cambridge History of Hellenistic Philosophy*. Cambridge: Cambridge University Press.

Der kleine Pauly. Lexikon der Antike. Auf der Grundlage von Pauly's *Realencyclopädie der classischen Altertumswissenschaft*, bearbeitet und herausgegeben von Konrat Ziegler und Walther Sontheimer. 5 Bände. Stuttgart: Alfred Druckenmüller, 1964–1975.

Farmer, Henry George, 1931. The Organ of the Ancients from Eastern Sources (Hebrew, Syriac and Arabic). London: Reeves.

Gutas, Dimitri, 1998. Greek Thought, Arabic Culture: The Greco-Arabic Translation Movement in Baghdad and Early ʿAbbāsid Society (2nd-4th/8th-10th Centuries). London & New York: Routledge.

Heiberg, Johan Ludvig (ed., trans.), 1972. Archimedis *Opera omnia* cum *Commentariis* Eutocii. Corrigenda adiecit Evangelos S. Stamatis. 2 vols. Stuttgart: Teubner.

Hildebrand, G. F. (ed.), 1842. L. Apuleii *Opera omnia*. 2 vols. Leipzig: C. Cnobloch.

Høyrup, Jens, 2017. "Archimedes – Knowledge and Lore from Latin Antiquity to the Outgoing European Renaissance". *Gaṇita Bhāratī*. 39, 1–22.

Hultsch, Friedrich (ed.), 1864. Heronis Alexandrini *Geometricorum* et *Stereometricorum* reliquiae. Accedunt Didymi Alexandrini *Mensurae marmorum* et anonymi variae collectiones ex Herone Euclide Gemino Proclo Anatolio alliisque. Berlin: Weidmann.

King, J. E. (ed., trans.), 1971. Cicero, *Tusculan Disputations*. (Loeb Classical Library). London: Heinemann / New York: Putnam, 1927.

Kroll, Wilhelm, & F. Skutsch (eds), 1897. Iulii Firmici Materni *Matheseos libri VIII*. 2 vols. Leipzig: Teubner.

Krüger, Gustav (ed.), 1864. L. Apulei Madaurensis *Apologia* sive *De magia*.

Berlin: Weidmann.
Mommsen, Theodor (ed.), 1894. Cassiodori Senatoris *Variae*. Berlin: Weidmann.
Mynors, Roger Aubrey Baskerville (ed.), 1937. Cassiodori Senatoris *Institutiones*. Oxford: Clarendon Press.
Narducci, Enrico (ed.), 1886. "Vite inedite di matematici italiani scritti da Bernardino Baldi". *Bullettino di Bibliografia e di Storia delle Scienze matematiche e fisiche*. 19, 335–406, 437–489, 521–640.
Neugebauer, Otto, 1982. "On the Computus Paschalis of 'Cassiodorus'". *Centaurus*. 25, 292–302.
O'Donnell, James J. (ed.), 1992. Augustine, *Confessions*. 2 vols. Oxford: Clarendon.
Perl, Carl Johann (ed., trans.), 1966. Aurelius Augustinus, *Nutzen des Glaubens – De utilitate credendi. Die Zwei Seelen – de duabus animabus*. Paderborn etc.: Schöningh.
PL: *Patrologiae cursus completus, series latina*, acccurante J. P. Migne. 221 vols. Paris, 1844–1864.
Rouse, W. H. D. (ed.), William Watts (trans.), 1912. Augustine, *Confessions*. 2 vols. (Loeb Classical Library). London: Heinemann / New York: Macmillan.
Rusca, Luigi (ed., trans.), 1968. *Aulo Gellio, Le notte attiche*. 2 vols. Milano: Rizzoli.
Sedley, David, 1976. "Epicurus and the Mathematicians of Cyzicus". *Cronache Ercolanesi*. 6, 23–54.
Simms, D. L., 1989. "A Problem for Archimedes". *Technology and Culture*. 30, 177–178.

LES PROBLÈMES D'ALGÈBRE DE BUGHYAT AṬ- ṬĀLIB AL-MUSTAFĪD WA 'UMDAT AR-RĀGHIB AL-MUSTAZĪD D'IBN ZAKARIYĀ AL-AWSĪ (M.1404)

Ezzaim LAABID
Université Cadi Ayyad, Maroc

Résumé. Ce texte manuscrit d'environ six folios semble être un extrait d'un ouvrage d'Ibn Zakariyā al-Awsī (m.1404) intitulé *Bughyat al-ṭālib al-mustafīd wa'umdat al-rāghib al-mustazīd* qui ne nous est pas parvenu. Ce texte, qui traite uniquement des problèmes d'algèbre et réalisé par un auteur anonyme, pourrait nous éclairer sur le contenu de l'ouvrage d'Ibn Zakariyā. Nous tentons dans cette communication de présenter une analyse historico-mathématique de ce texte en mettant en évidence ses liens avec les autres textes connus d'Ibn Zakariyā et avec les mathématiques de l'Occident musulman étudiées à son époque.

Mots clefs : Ibn Zakariyā al-Awsī , algèbre, suites arithmétiques, XVIe siècle, Maghreb.

IBN ZAKARIYĀ AL-AWSĪ ET SON ŒUVRE

Malgré quelques divergences dans les études récentes présentant Ibn Zakariyā[1], il semble que son nom complet soit : Yaḥyā b. 'Abd Allāh b. Muḥammad ibn Muḥammad b. Zakariyā al-Awsī al-Gharnāṭī, al-Qaḍī Abū Bakr, Ibn Zakariyā al-Gharnāṭī [2]. Nous possédons peu d'informations sur sa vie et sur ses études. On sait par exemple qu'il a vécu durant le XIVe siècle, qu'il

[1] Al-Manūnī (1985, 85) s'y réfère comme Mohammed ibn Zakariyā al-Gharnāṭī. Il signale par ailleurs que selon l'un des livres d'Ibn al-Qāḍī (*Laqṭ al-farā'id*), son nom est Abū Bakr Yaḥyā b. Abdallāh b. Zakariyā al-Gharnāṭī. De plus, il est cité dans Aballagh et Djebbar (2005, 92-93) comme étant Ibn Zakariyā Abū Abdallāh Muḥammad al-Gharnāṭī ou Abū Bakr Yaḥyā Ibn Abdallāh. En outre, l'auteur du manuscrit étudié ici ainsi qu'un commentateur anonyme d'al-Ḥūfī se réfèrent à lui comme étant ibn Zakariyā al-Awsī.
[2] Lamrabet (2014, 136)

aurait rencontré Ibn Qunfudh[3] à Fès en 773/1371 et qu'il est également l'un des commentateurs non maghrébins du *Talkhīs* d'Ibn al-Bannā'. Il est mort en 806/1406. (al-Mannūnī 1985, Djebbar 1988, Lamrabet 2014)

Il n'est connu jusqu'à présent de l'œuvre d'Ibn Zakariyā que deux ouvrages en mathématiques :

- Ḥaṭṭ al-niqāb ba'da Raf' al-ḥijāb 'an wujūh a'māl al-ḥisāb[4]
- Bughyat aṭ-ṭālib al-mustafīd wa 'umdat ar-rāghib al-mustazīd[5]

et deux écrits en science des héritages :

- al-Miftāḥ
- Khulāṣat al-bāḥitīn fī ḥaṣr ḥāl al-wārithīn[6].

L'œuvre mathématique d'Ibn Zakariyā a permis d'avoir des informations sur des ouvrages importants mais non encore retrouvés tels : (1) *Kitāb al-jabr* d'al-Qurashī (m. 580/1183)[7], (2) *Thimār al-ᶜadad* d'az-Zahrāwī (m. 398/1007)[8] et (3) *Kitāb al-Kāmil* d'Ibn as-Samḥ (m. 426/1034)[9].

Ibn Zakariyā contribue à mieux connaître la circulation des ouvrages d'algèbre en Occident musulman, car il précise certaines différences entre le livre d'al-Qurashī et celui d'Abū Kamīl. A ce propos, Djebbar (1988, 107) écrit :

[3] Pour une courte biographie d'Ibn Qunfudh, voir Lamrabet (2014, 195).

[4] *Ḥaṭṭ al-niqāb* est un important commentaire du *Talkhīs* d'Ibn al-Bannā', auquel Djebbar (1988) se réfère comme le grand commentaire (*ash-Sharḥ al-kabīr*), et dont il existe plusieurs copies (Escurial, 924, recueil 251 ; Rabat microfilm 873, Tunis 00561/6, Fondation al-Saoud à Casablanca 394, BnF 5450 et 5600).

[5] Le texte étudié ici est un extrait de cet ouvrage dont une copie complète n'a pas encore été retrouvée.

[6] Ces deux écrits sur les héritages auraient très vraisemblablement circulé en Occident musulman puisque l'un des commentateurs du *mukhtaṣar* d'al-Ḥūfī s'y réfère à deux reprises en lui attribuant une critique de l'un des procédés de résolution utilisés par al-Ḥūfī (Ms. Privé, f.52 et f.60).

[7] Lamrabet (2014, 143). Noter que l'ouvrage d'algèbre d'al-Qurashī est cité comme une œuvre importante par Ibn Khaldūn qui le considère comme l'un des meilleurs commentaires de l'algèbre d'Abū Kāmil.

[8] Lamrabet (2014, 82). Al-Zahrāwī est également cité par Abū Bakr al-Hassār (v. 552/1153) (cf. Lamrabet, 136).

[9] Lamrabet (2014, 64).

D'après les informations fournies par Ibn Zakariyā al-Gharnāṭī, dans son *ash-Sharḥ al-Kabīr*, al-Qurashī n'a pas fait un commentaire classique du traité d'Abū Kāmil. Il en a pris la matière et y a introduit quelques modifications : en premier lieu au niveau de l'agencement des sujets exposés, en commençant par exemple par les opérations sur les monômes et les polynômes, avant la résolution des équations. Ibn Zakariyā affirme : « le livre d'Abū Kāmil ne suit pas cet ordre mais al-Qurashī a suivi l'ordre théorique ». En second lieu, au niveau des équations canoniques, en changeant l'ordre traditionnel de leur exposition et de leur résolution. »

Par ailleurs, c'est dans *Ḥaṭṭ al-niqāb* qu'Ibn Zakariyā rejette les arguments d'Ibn al-Bannā'concernant sa décision de ne pas traiter les racines cubiques dans l'enseignement. Il y déclare :

> « **Correction d'une omission.** Il est à propos de traiter ici l'extraction de la racine cubique, comme il en est d'usage chez les spécialistes de cet art, mais l'auteur <i.e. Ibn al-Bannā'>, que la miséricorde d'Allah soit sur lui, a omis de traiter cette technique, car elle fait partie du domaine de la science théorique, mais n'est utilisée dans cet art que rarement. Il s'en est excusé dans *Rafᶜ al-ḥijāb* en arguant de la longueur des calculs et de leur utilité restreinte. Concernant l'argument de l'utilité restreinte, <j'affirme que> cette technique peut être sollicitée pour la détermination des inconnues et pour lever les ambigüités dans les problèmes d'arpentage, de transactions ou de même nature. Quant à la longueur des calculs nécessaires, elle ne peut empêcher leur usage, car il n'est nul doute que la résolution des problèmes algébriques composés, la détermination des inconnues et l'utilisation d'astuces pour obtenir leurs solutions, comportent <un travail> plus long et plus fatigant ». (notre traduction Manuscrit de Tunis, 561/6, folio 114a)[10]

[10] La citation extraite du texte d'Ibn Zakaryā est celle-ci:

استدراك : فيتعلق بهذا الموضع ذكر استخراج ضلع المكعب على ما جرت به عادة المؤلفين في هذه الصناعة ولم يذكره المؤلف رحمه الله ، اذ هو من جملة المطالب العلمية واستعماله في هذه الصناعة قليل ، وقد اعتذر هو عليه في رفع الحجاب بكونه طويل العمل قليل الجدوى. وأما اعتذاره بقلة جدواه ، فقد تدعو اليه الحاجة في اخراج المجهولات وغوامض

Signalons, en outre, qu'Ibn Qunfudh mentionne dans son *Sharaf al-ṭalib ilā asmā al-maṭālib* que son commentaire du *Talkhīṣ* a été rédigé avant celui d'Ibn Zakaryā et qu'il en a prêté une copie à ce dernier[11]. Dans la section de cet ouvrage consacrée à la liste des ouvrages qu'il a composés, Ibn Qunfudh affirme :

> Il y a <aussi> le *Ḥatt an-niqāb can wujūh acmal al ḥisāb*, qui est un commentaire du *Talkhīs* d'ibn al Bannā'. Je l'ai composé avant <celui> de l'Andalous Ibn Zakaryā. Lors de son passage à Fès après l'an sept cent soixante treize <de l'Hégire>, ce dernier en a pris une copie.[12]

A notre connaissance, il ne semble pas que cette information donnée par Ibn Qufundh aurait initiée une polémique sur l'originalité du commentaire d'Ibn Zakariyā. Une des raisons qui a poussé Ibn Qunfudh à apporter cette précision serait probablement la ressemblance des titres des deux commentaires et il ne s'agirait alors que d'avertir le lecteur d'un risque de confusion.

PRÉSENTATION DU MANUSCRIT ET DE SON CONTENU

Le texte étudié ici est le commentaire sur un chapitre de *Bughyat aṭ-ṭālib al-mustafīd wa'umdat ar-rāghib al-mustazīd* d'Ibn Zakariyā dont aucune copie complète n'a été encore retrouvée. La copie unique de ce commentaire manuscrit de six folios, sur laquelle nous nous basons, se trouve au British

الأعمال من المساحات والمعاملات وما جانسها. وأما طول عمله فغير مانع من ذكره ، ولا شك ان العمل في مسائل الجبر المركبة وفي استخراج المجهولات واستعمال الحيلة في الوصول الى معرفته بهذا (هو) أطول واتعب .(مخطوط تونس عدد 6/561 ، صفحة 114و)

[11] Je remercie mes professeurs Ahmed Djebbar et Driss Lamrabet qui m'ont communiqué aimablement la source de ces informations.

[12] C'est une traduction de :

"ومنها حط النقاب عن وجوه أعمال الحساب. وهو شرح تلخيص ابن البناء. وقد سبقت به ابن زكريا الاندلسي ، وكان قد أخذ من كتابي نسخة عند جوازه إلى مدينة فاس بعد سنة ثلاث وسبعين وسبعمائة ". (شرف الطالب في اسنى المطالب ، تحقيق عبد العزيز دخان ، مكتبة الرشد ، ناشرون ، 2003، ص،2003. ايضا ، ضمن "الف سنة من الوفيات " ، تأليف محمد حجي ، مطبوعات دار التاليف للترجمة والنشر ، سلسلة تراجم ، الرباط ، 1976 ، ص،92.

Museum sous le numéro 420/2 ; son écriture est assez lisible, mais le nom de l'auteur et celui du copiste sont absents, ainsi que les dates de rédaction et de copie. Le texte contient des espaces vides, dont un signalé en marge du folio 3 recto par une note du copiste disant : «le blanc que j'ai gardé, je n'ai pas pu le compléter»[13]. Le texte ne contient ni symboles ni tableaux.

Le commentaire anonyme débute ainsi:

> Je veux avec la puissance de Dieu et sa force noter ici les problèmes d'algèbre du livre composé par d'Ibn Zakariyā al-Awsī, que la miséricorde de Dieu soit sur lui ; <je l'ai> nommé *Bughyat aṭ-ṭālib al-mustafīd wa ᶜumdat ar-rāghib al-mustazīd.* (f. 37v)

Le manuscrit se termine ainsi:

> Ici se termine les sommes de nombres et celles de leurs carrés. Il reste à traiter la somme des cubes de nombres, vous la retrouverez à la fin de l'ouvrage < d'Ibn Zakariyā>. Louange à Allah, le Seigneur des deux mondes. (f. 39v)

CONTENU MATHEMATIQUE DU MANUSCRIT

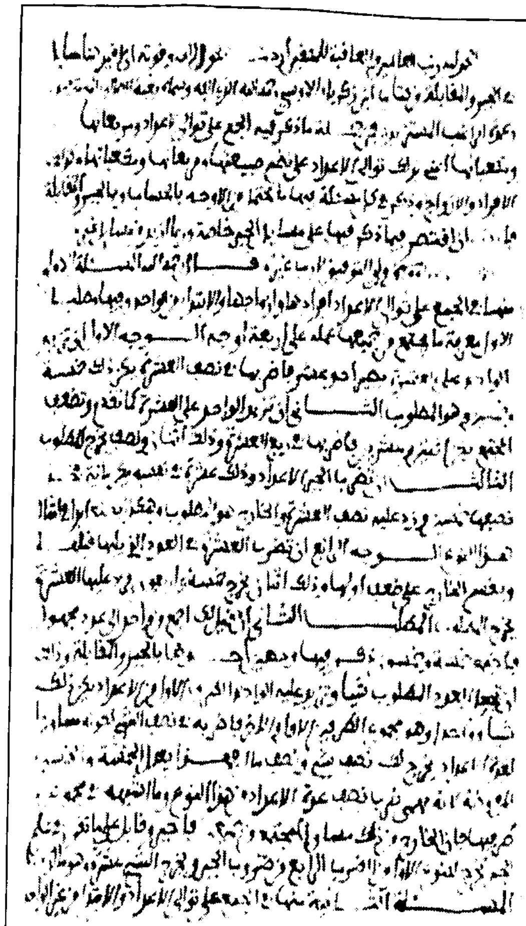
Le contenu mathématique du manuscrit est décrit par l'auteur en ces termes :

> Parmi ce qu'il a mentionné <dans ce livre> les sommes des nombres (respectivement des impairs et des pairs) successifs, de leurs carrés et de leurs cubes. Il a mentionné pour chaque problème plusieurs procédés arithmétiques et algébriques. <Quoique> je veux me limiter uniquement aux problèmes d'algèbre, il se peut que j'y ajoute d'autres problèmes. (folio 37v)

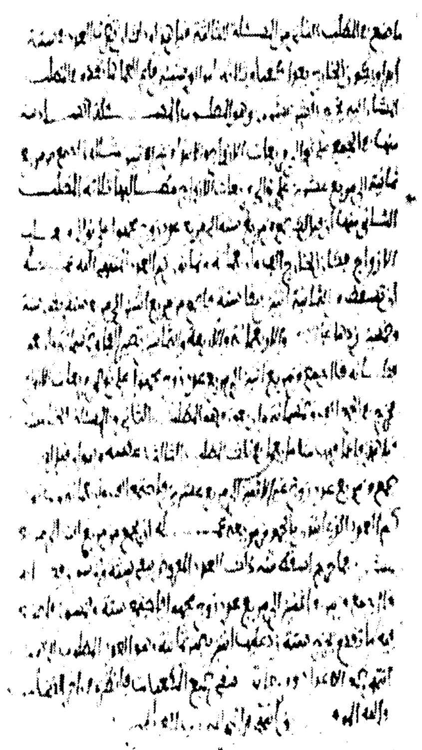
D'une façon plus détaillée, le texte contient sept problèmes et quelques procédés de résolution qui leur sont appliqués. Chaque problème donne lieu à 2 ou 3 sous-problèmes – que nous appellerons problèmes secondaires – en fonction du nombre d'inconnues potentielles qu'il contient. Comme ces problèmes concernent les sommes de nombres successifs, les inconnues

[13] " البياض الذي تركته ، الم نجد تكميله ... " .

peuvent être : la somme des termes, le dernier terme ou le premier terme. Trois concernent les sommes de nombres entiers naturels successifs et quatre ont trait à la somme de carrés.



Br.museum 420/2 (folio 37v)



Br.museum 420/2 (folio 39v)

Les problèmes relatifs à la somme des cubes ne sont pas traités dans le texte, l'auteur s'est contenté de renvoyer au livre d'Ibn Zakariyā comme on le constate dans l'excipit du manuscrit.

Pour certains problèmes, l'auteur indique le nombre de procédés pouvant être utilisés pour leur résolution, mais il n'en retient que quelques-uns qu'il présente. Il est probable qu'Ibn Zakariyā ait détaillé tous ces procédés et les a utilisés pour résoudre ces problèmes. C'est ce que l'on retient, par exemple, du problème 1.1, pour la résolution duquel quatre procédés sont envisagés.[14]

Le tableau suivant présente les problèmes et le nombre de procédés utilisés par Ibn Zakariyā et ceux retenus par l'auteur de ce texte. Dans ce tableau, k et n sont les premiers et derniers de termes, S la somme des termes.

ANALYSE DESCRIPTIVE DES PROCÉDÉS DE RÉSOLUTION

Problèmes		Nombre de procédés utilisés par Ibn Zakariyā	Procédés retenus dans ce texte
Problème 1 : S = 1 + 2 + ... + n.	Problème 1.1 : n donné et S inconnu.	Quatre procédés.	Tous présentés
Il donne lieu à deux problèmes secondaires	Problème 1.2 : S donné et n inconnu.	Deux procédés dont un algébrique.	Le procédé algébrique est présenté
Problème 2 Le genre tronqué (النوع المقطوع)	Problème 2.1 : k et n donnés et S inconnu.	Non mentionné	Non traité
S = k + (k+1) +...+ n. (k≠1).	Problème 2.2 : k et S donnés et n inconnu.	Quatre procédés, le 4e étant algébrique.	Deux variantes du 4e sont présentées
Il donne lieu à trois problèmes secondaires.	Problème 2.3 : S et n donnés et k inconnu.	Deux procédés, le 2e étant algébrique.	Les deux sont présentés.
Problème 3 : S = 1 + 3 + ... + (2n+1).	Texte incomplet. Le copiste mentionne dans la marge qu'il a laissé un blanc qu'il n'a pas pu compléter. La suite débute par solution du problème relatif à la somme des carrés des nombres impairs.		
Problème 4 : $S = 1^2 + 3^2 + ... + (2n+1)^2$	Problème 4.1 : n donné et S inconnu.	Six procédés	Seul le sixième procédé est présenté

[14] " الأول ما يجتمع من جميعها ، عمله على أربعة أوجه."

Problèmes		Nombre de procédés utilisés par Ibn Zakariyā	Procédés retenus dans ce texte
Il donne lieu à deux problèmes secondaires.	Problème 4.2 : S donné et n inconnu.	Problème qui ne peut être résolu ni par l'algèbre ni par la multiplication	Le procédé attribué à Abū Bakr Ibn Bendūd est présenté.
Problème 5 : $S = k^2 + (k+2)^2 + \ldots + n^2$, (k et n impairs et $k \neq 1$). Il donne lieu à trois problèmes secondaires	Problème 5.1 : calcul de S sachant n et k non donnés	Non mentionné	
	Problème 5.2 : k et S donnés et n inconnu.	Nombre de procédés utilisés non mentionné	Un seul procédé présenté
	Problème 5.3 : S et n donnés et k inconnu.		Traitement clair d'après ce qui précède.
Problème 6 : $S = 2^2 + 4^2 + \ldots + n^2$, (avec n pair). Il donne lieu à deux problèmes secondaires.	Problème 6.1 : S en fonction de n	Non mentionné	
	Problème 6.2 : S donné et n inconnu,	Problème qui ne peut être résolu ni par l'algèbre ni par la multiplication .	Un seul procédé est présenté.
Problème 7 : $S = k^2 + (k+2)^2 + \ldots + n^2$, (avec k, n pairs et $k \neq 2$). Il donne lieu à trois problèmes secondaires.	Problème 7.1 : « calculer S sachant k et n » n'est pas mentionné	Non mentionné	
	Problème 7.2 : S et k donnés et n inconnu.	Le texte n'a pas mentionné le nombre de procédés utilisés.	Un seul procédé est présenté
	Problème 7.3 : S et n donnés et k inconnu .		Un seul procédé est présenté

Contrairement à ce que peut laisser penser la formulation générale que nous avons donnée aux problèmes dans le tableau ci-dessus, l'auteur travaille, en

conformité avec la démarche de son époque, sur des exemples numériques génériques[15]. Ces derniers peuvent être formulés en notations modernes ainsi :

Problème 1 : pour $S=1+2+\ldots+n$, calculer S pour n=10 et déterminer n pour S=55 ;

Problème 2 : pour $S = k + (k+1) + \ldots + n$, ($k \neq 1$), calculer S pour k=5 et n=14 ; déterminer n pour k=5 et S=95 ; déterminer k pour n=14 et S=95.

Problème 3 : $S=1+3+\ldots+13=64$ (texte incomplet)

Problème 4 : pour $S = 1^2 + 3^2 + \ldots + n^2$, calculer S pour n=13 et déterminer n pour S=455.

Problème 5 : pour $S = k^2 + (k+2)^2 + \ldots + n^2$, (k et n impairs et $k \neq 1$), calculer S pour k=5 et n=15 ; déterminer n pour k=5 et S=670.

Problème 6 : pour $S = 2^2 + 4^2 + \ldots + n^2$, (avec n pair), calculer S pour n=20 et déterminer n pour S=1540.

Problème 7 : pour $S = k^2 + (k+2)^2 + \ldots + n^2$,(avec k , n pairs, et $k \neq 2$), déterminer n pour S=1480 et k=8 ; déterminer k pour S=1480 et n=20.

Les procédés de résolution utilisés dans ce texte peuvent être classés en trois catégories : (1) procédés arithmétiques « standards », (2) procédés algébriques et (3) procédés arithmétiques « astucieux »[16]. Les procédés des

[15] Notons qu'on trouve par ailleurs les mêmes exemples dans les livres de l'époque ayant abordé cette question. Voir par exemple, une comparaison dans ce sens dans Abdeljaouad et Oaks (2013, 240)

[16] Ibn Haydūr affirme que différents types de procédés sont utilisés pour la résolution des problèmes découlant des situations de suites. Il explique dans sa *Tuḥfat aṭ-ṭullāb* que : « <Certains de ces problèmes> sont résolus par le « calcul ouvert », d'autres ne sont résolus que par l'algèbre et d'autres sont résolus par les deux types de procédures. Nous l'avons signalé dans notre commentaire du *Talkhīṣ* et y avons mentionné quelques exemples. Regarde-les là bas ». (ma traduction)

" فمنها ما يخرج بالحساب المفتوح ، ومنها ما لا يخرج إلا بالجبر ، ومنها ما يخرج بالوجهين ، وقد نبهنا عليها في شرحنا للتلخيص وذكرنا من بعض امثلتها ، فأنظرها هنالك ." (مصلح 2018 ، صفحة 377)

et dans son *Tamḥīṣ*, il précise que : « L'inconnue dans les cinq cas de rapports numériques ; certaine peut être déterminée par l'arithmétique uniquement ; certaine peut être résolue par l'algèbre et par l'arithmétique ; d'autre ne peut être résolue que deux premières catégories sont adoptés pour les problèmes relatifs aux sommes des nombres, alors que ceux de la troisième catégorie sont utilisés pour les problèmes ayant trait aux sommes des carrés. Nous présentons ci-dessous une description des procédés utilisés dans le texte.

Procédés arithmétiques « standards »

Comme on peut le constater, ces procédés sont utilisés pour les problèmes 1.1 et 2.3. Ainsi, pour le problème 1.1, où l'objet est la détermination de la somme :

$S = 1 + 2 + \ldots + n$, le texte présente quatre manières d'effectuer cela. Celles-ci peuvent être formulées en termes actuels ainsi:

$$\text{i) } S = \frac{n}{2}(n+1)\ ;\ \text{ii) } S = 2(n+1)\frac{n}{4}\ ;\ \text{iii) } S = \frac{n.n}{2} + \frac{n}{2}\ ;\ \text{iv) } S = \frac{n\,(n-1)}{2} + n.$$

Pour le problème 2.3, où il s'agit de « calculer le premier terme d'une somme connaissant le dernier terme et la valeur de la somme », l'auteur adopte un procédé que l'on peut présenter en écriture symbolique moderne comme suit:

Soit à trouver un entier n tel que $n + (n+1) + \ldots + 14 = 95$, on sait que :

$1+2+\ldots+(n-1)+n+\ldots+14= \frac{14}{2}\times 15=105 \Rightarrow 1+2+\ldots+(n-1) =105 - 95=10$;

et par suite, on se ramène au cas où c'est le dernier terme qui est inconnu.

On trouve n=5.[17]

par induction ou par quelque procédé astucieux basé sur la géométrie et ne répondant pas aux principes de l'algèbre». (ma traduction)

" المجهول في المطالب الخمسة للنسبة العددية ، منه ما يستخرج بالحساب فقط ، ومنه ما يستخرج بالجبر والحساب ، ومنه ما لا يستخرج إلا بطريقة الاستقراء ، او ببعض الأعمال الحيلية المركبة على الهندسة الخارجة عن قوانين الجبر." (مصلح 2018 ، صفحة 377 ملاحظة عدد 312)

[17] Notons que ce cas a été abordé par l'auteur dans le problème 1.2, mais il n'en a présenté que le procédé algébrique quoiqu'il ait mentionné qu'il peut être résolu par deux procédés dont l'un est algébrique. Notons, par ailleurs, que certains commentateurs du *Talkhīs* d'Ibn al-Bannā' ont mentionné que ce procédé ne figure pas dans le Talkhīs. Par exemple, al-Qalasādī a fait le commentaire suivant à ce propos :

Pour le problème 4.2, explicité à l'aide de l'exemple $S=1^2+3^2+5^2+\ldots+n^2$ avec S=455 et n inconnu, l'auteur affirme qu'il ne peut être résolu ni par la multiplication ni par l'algèbre, mais le nombre cherché peut être déterminé, selon le professeur Abū Bakr ibn Bundūd[19], par la relation : $6S=n^3+3n^2+2n$.[20] L'auteur anonyme ajoute «pour résoudre ce problème, il faut utiliser les mêmes procédures (*ḥiyal*) indiquées précédemment dans la deuxième demande du premier problème <i.e. le problème 1.2>[21] ; il conclue que pour S=455 on trouve n=13.

Pour le problème 5.2, explicité à l'aide de l'exemple

$5^2+7^2+9^2+\ldots+n^2=670$ (n impair, inconnu et S=670), l'auteur ramène au cas où la somme débute par 1 et son dernier terme est inconnu. L'auteur explique:

> Si on dit: on a fait la somme des carrés des nombres impairs situés entre le carré de cinq et celui d'un nombre impair inconnu et le résultat de la somme était six cent soixante-dix. Quel est ce nombre

somme, c'est-à-dire $S=\frac{1}{6}n(n+1)(n+2)$ qui donne $1^2+3^2+5^2+7^2+9^2+11^2+13^2 = \frac{1}{6}\times 13\times 14\times 15=13\times 5\times 7=455$. En fait, le procédé de l'auteur anonyme se ramène à celui du *Talkhīs* car, en notations modernes, $6S = n(n+1)(n+2) = n^3 + 3n^2 + 2n$. L'étrangeté de la solution est qu'elle oblige l'étudiant à une solution arithmétique qui fait intervenir le calcul de cubes et de carrés de nombres entiers alors que la solution « habituelle » consiste à multiplier trois entiers consécutifs, comme l'explique clairement Ibn Haydūr (cf. Moslih 2018, 387).

[19] Lamrabet (2014, 109 note 11) rapporte qu'il s'agit probablement d'un disciple d'Ibn Rushd (m.1198) nommé Abū Bakr Bundūd ibn Yaḥyā al-Qurṭubī (XIIIe s.) auquel Ibn Zakariyā se réfère en renvoyant à l'un de ses livres.

[20] L'auteur anonyme n'a pas plus explicité la manière choisie par Ibn Bandūr pour obtenir la solution. On trouve chez Ibn Haydūr une proposition de solution numérique dans deux situations dont celle-ci : En fait Ibn Haydūr revient à la solution classique d'Ibn al-Banna' et l'explicite numériquement.

" واذا قيل لك: اجمع من مربع واحد الي مربع عدد فرد مجهول على توالي الافراد، اومن مربع اثنين الى مربع عدد مجهول على توالي الازواج، فبلغ كذا. فاضرب ما ذكر في ستة ابدا وحل الخارج لثلاثة ائمة ، يزيد الاكبر على الاوسط بواحد ، ويزيد الاوسط على الاصغر بواحد. فالاصغر هو العدد المجهول المطلوب." (مصلح 2018 ، صفحة 387)

[21] La référence de l'auteur anonyme à la méthode de la solution du problème 1.2. reste – pour nous – énigmatique.

inconnu ? Son procédé est que tu retranches de cinq deux, il reste trois, puis tu fais la somme du carré de un au carré de trois et tu ajoutes le résultat au nombre donné <soit six cent soixante dix>, il devient six cent quatre vingt. C'est comme si on avait dit, la somme du carré de un jusqu'au carré d'un nombre impair inconnu est égale à six cent quatre vingt. Tu fais comme ce que tu as fait précédemment. (f. 39a)

Ce procédé se décline en termes actuels ainsi : on a $5^2+7^2+9^2+\ldots+n^2=670$ (n impair), or : $1^2+3^2=10 \Rightarrow 1^2+3^2+5^2+7^2+9^2+11^2+13^2+n^2 = 10 + 670 = 680$ (*). De (*), il découle : $n^2 = 680 - [1^2+3^2+5^2+7^2+9^2+11^2+13^2] = 680 - 455 = 225 \Rightarrow n = 15$.

Pour le problème 6.2, explicité à l'aide de l'exemple

$S = 2^2+4^2+6^2+8^2+\ldots+n^2$, avec n pair inconnu et S=1540,

l'auteur anonyme indique qu'il ne peut être résolu ni par la multiplication ni par l'algèbre. On y procède comme ce qui a été fait comme précédemment au problème 3.2. On a $6\times S = 6\times 1540 = n^3+3n^2+2n \Rightarrow 9240 = n^3+3n^2+2n$. Après avoir effectué les calculs similaires, on trouve : n=20.

Pour le problème 7.2, explicité à l'aide de l'exemple

$S= (k)^2+10^2+\ldots+n^2$ (k =8 , S=1484 et n inconnu pair),

l'auteur procède ainsi : $2^2+4^2+6^2=56$

$\Rightarrow 2^2+4^2+6^2+8^2+\ldots+x^2 = 56 + [8^2+\ldots+x^2] = 56 + 1484= 1540$.

Le problème se ramène au problème 6.2 ci-dessus. On y procède alors comme précédemment.

Pour le problème 7.3, explicité à l'aide de l'exemple

$S = (2k)^2+(2k+2)^2+\ldots+20^2$ (k inconnu, S=1484 et n=20). On calcule la somme des entiers pairs débutant en 2 qu'on calcule

$[2^2+4^2+6^2+\ldots+20^2] - [k^2+\ldots+20^2] =1540 - 1484 = 56$.

Leproblème se ramène ainsi au calcul du dernier terme de :

$2^2+\ldots+(k-2)^2=56$. Or, on sait que $2^2+4^2+6^2=56$ et par suite $(k-2)^2=36$, d'où k-2=6 et k=8.

Procédés algébriques

Des procédés algébriques sont utilisés pour le traitement des problèmes 1.2, 2.2 et 2.3. Notons d'emblée que ces procédés aboutissent à deux types d'équations canoniques: le 4[e] type et le 3[e] type.

Pour le procédé algébrique appliqué au problème 1.2, l'auteur procède ainsi :

Tu mets le nombre cherché <égal à > une chose, tu lui ajoutes un, le premier terme, ce qui donne une chose et un, qui est la somme des premier et dernier termes, tu multiplies ceci par la moitié des choses, car la chose est égale au nombre de termes, il vient la moitié d'une chose et la moitié d'un māl ; ceci est égale à cinquante cinq, le nombre donné. Car, dans ce genre de problème, on a le produit de la somme du premier et du dernier terme par la moitié du nombre de termes est toujours égale à la somme des termes. Par les règles d'algèbre, comme *al-jabr* et la *muqābala*, on aboutit au quatrième type d'équations. Il en résulte alors que la chose vaut dix. C'est ce que nous voulions. (f. 37v)

En langage symbolique actuel, la procédure de l'auteur se transcrit ainsi : n le dernier terme de la somme étant l'inconnue on a :

$1+2+\ldots+n= (n+1)\times\frac{n}{2} = \frac{n^2}{2} +\frac{n}{2}$ et comme $1+2+\ldots+n=55$ d'après l'énoncé du problème, il vient : $\frac{n^2}{2} + \frac{n}{2} = 55 \Rightarrow n^2+ n=110$. C'est le 4[e] type d'équations. Il a pour solution n=10.

« Si l'on te dit : additionne <à partir> d'un nombre différent de un et de deux, suivant cette sommation de la suite. La méthode de calcul ici consiste à fixer l'addition de un ou de deux, tu soustrais ensuite de la somme ce qui résulte de l'hypothèse du problème. Ceci n'a pas été montré par l'auteur <i.e. Ibn al-Bannā'> dans ce livre-ci, alors qu'il l'a faite dans <son livre> *al-Maqālāt*. (Qalasādī 1999, partie française p. 90).

" اذا قيل لك : اجمع من عدد غير الواحد وغير الاثنين على مثل هذا الجمع ، فالعمل في ذلك أن تقدر الجمع من الواحد أو من الاثنين ثم بعد ذلك تطرح من المجتمع ما خرج عن فرض المسالة. وهذا لم يُنبّه عليه المصنف في هذا الكتاب وبيّنه في المقالات." (القلصادي 1999، صفحة 58)

Pour la résolution du problème 2.2, avec S=95 et k=5 (et dernier terme n inconnu), l'auteur présente deux procédés algébriques.

Procédé 1 : Soit n le dernier terme, 5 étant le premier terme et 10 le nombre de termes (=le dernier terme), on a alors : $\frac{10}{2}(n+5)=95 \Rightarrow 5n+25=95 \Rightarrow 5n=70 \Rightarrow n=14$.

Procédé 2 : Soient n_1 à n_{10} les termes de la somme, posons $n_{i+1}-n_i=x$ (pour i variant de 1 à 9) ; d'où, en faisant la somme terme à terme : $n_{10}-n_1=9x \Rightarrow n_{10}=9x+n_1 \Rightarrow n_{10}=9x+5$ (car $n_1=5$). Par ailleurs, on sait que : $\frac{10}{2}(n_{10}+n_1)=95$, or $n_{10}+n_1=9x+10 \Rightarrow 5(9x+10)=95 \Rightarrow 45x+50=95 \Rightarrow 45x=45 \Rightarrow x=1 \Rightarrow n_1=5$, $n_2=6$,…., $n_{10}=14$.

Pour la résolution du problème 2.3, <k+(k+1)+…+14 = 95 où c'est k qui est inconnu>, par l'algèbre, l'auteur utilise une démarche que l'on peut formuler en langage moderne comme suit : soit k=x le premier terme, on a : $x+(x+1)+\ldots+14=\frac{10}{2}(x+14) \Rightarrow \frac{10}{2}(x+14)=95 \Rightarrow 5x+70=95 \Rightarrow 5x=25 \Rightarrow x=5$.

Procédés arithmétiques « astucieux »

Pour la résolution du problème 4.1, explicité à l'aide de l'exemple $S=1^2+3^2+5^2+\ldots+n^2$ avec S inconnu et n=13, l'auteur procède comme suit :

> Quant à la somme des carrés des nombres impairs successifs, elle peut être déterminée par six procédés. Selon le sixième : tu prends le sixième du cube de treize, soit trois cent soixante six et un sixième, tu lui ajoutes la moitié du carré de treize, soit quatre-vingt-quatre et trois sixièmes, et tu ajoutes au résultat obtenu le tiers de treize, soit quatre et deux sixièmes. Il en résulte ce qui est demandé. Ce procédé est bon et étrange. (f. 39r)

Cette méthode de calcul se laisse transcrire facilement en termes symboliques ; $S=1^2+3^2+\ldots+13^2 \Rightarrow S=\frac{1}{6}\times 13^3+\frac{1}{2}\times 13^2+\frac{1}{3}\times 13=366+\frac{1}{6}+84+\frac{3}{6}+4+\frac{2}{6}=455$.[18]

[18] L'auteur a qualifié ce procédé de « bon et étrange ». L'aspect étrange découlerait du fait que ce procédé parait différent du procédé « habituel » pour le calcul de cette

EN GUISE DE CONCLUSION

1. Ce texte donne une idée très fragmentaire sur une partie du contenu de *Bughyat aṭ- ṭālib* d'Ibn Zakariyā. Son ouvrage contient probablement d'autres thèmes que les sommations de nombres, présentées par notre auteur anonyme dans cette étude. Par ailleurs, le témoignage, relatif à l'abandon de la racine cubique par Ibn al-Bannā', relaté dans la section I.2) ci-dessus pourrait être l'une des raisons ayant amené l'auteur à composer cet ouvrage. Il viserait alors à réhabiliter les aspects théoriques des mathématiques, et notamment de l'algèbre, dans l'enseignement et sortir du cadre strictement utilitaire.

2. Le contenu de ce texte s'inscrit dans la continuité de celui du *Talkhīs* par rapport au traitement des sommations finies des entiers, de leurs carrés et de leurs cubes. On peut néanmoins signaler quelques différences dans le traitement de ce thème par rapport aux textes qui ont circulé à la même époque au Maghreb. Ainsi, on peut noter que tous les exemples traités ne concernent que des sommations où la raison est égale à 1 pour les nombres ou 2 pour les nombres pairs et les impairs. Dans d'autres ouvrages de la même époque il y a des exemples où la raison est différente de un ou deux (par exemple, al-Misrātī, p.79). Aussi, à l'exception du premier exemple où l'auteur présente quatre manières de calculer la somme S=1+2+…+n ; pour la sommes des carrés il s'est contenté d'une seule formule pour les autres cas. Par exemple, Ibn al-Bannā s'est aussi intéressé, dans *Rafʿ al-ḥijāb*, à mettre en évidence les différentes manières d'écrire les formules donnant les résultats des sommations. Ainsi, le calcul des sommes des carrés des nombres pairs et celui des sommes des nombres impairs est explicité de différentes manières, comme lorsqu'il écrit que :

$$S=1^2+3^2+\ldots+n^2=\frac{1}{6}n(n+1)(n+2)=\frac{n}{6}.[(n+1)(n+2)]=\frac{n}{2}\times\frac{n+1}{3}\times(n+2),$$

et en donne des justifications se basant sur les propriétés des nombres proportionnels (Aballagh 1994, p.227).

3. Ce texte nous est parvenu d'une époque où la production d'ouvrages mathématiques au Maghreb était dominée par la composition des manuels d'enseignement. Ceux-ci, qui étaient vraisemblablement écrits dans le but de répondre aux besoins des *medersas* alors récemment créées, étaient destinés à rendre accessibles aux étudiants les techniques de calculs arithmétique et

algébrique, la répartition des héritages, l'arpentage, le calendrier et la détermination du temps (*tawqīt*). (Lamrabet 2007, p.27)

Bibliographie

Aballagh M. 1994. *Raf*ᶜ *al-Ḥijāb* ᶜ*an wujūh a*ᶜ*māl al-ḥisāb li ibn al-Bannā' al-Murrākushī*, Rabat : *Maṭba*ᶜ*at al-ma*ᶜ*ārif al-jadīda*.

Aballagh M. et Djebbar A. 2001: *Ḥayāt wa mu*ᶜ*llafāt al-Bannā' al-Murrākushī. Rabat : Manshūrāt kulliat al-ādāb, Silsilat buḥuth wa dirāsāt raqm* 29.

Abdeljaouad M. et Oaks J. 2013. Al-Lubāb fī talkhīs aᶜmal al-ḥisāb d'al-Huwārī al-Maṣrātī, Tunis : *Manshūrāt al-jām*ᶜ*iyya at-tūnusiya li didāctīc ar riyyādiyyāt*.

Djebbar A. 1988. Quelques aspects de l'algèbre dans la tradition mathématique arabes de l'occident musulman, in *Actes du 1*er *Colloque international sur l'histoire des mathématiques arabes*, Alger, 1-3 décembre 1986, 101-123.

Ibn al-Bannā'. 19691969, *Talkhīṣ a*ᶜ*māl al ḥisāb*. Edition, traduction et analyse de Mohamed Souissi. Tunis : Publications de l'université de Tunis.

Lamrabet D. 2007. Ecrits mathématiques en circulation au Maghreb à l'époque d'Ibn Khaldūn, in *Les constructions intellectuelles à l'époque d'Ibn Khaldūn*. Rabat : Publication de la Faculté des lettres et sciences humaines. Colloques et séminaires, n°140, 27-57.

Lamrabet D. 2014. *Introduction à l'histoire des mathématiques maghrébine*, Seconde édition (version numérique)

Manūnī (Al-) M. 1985. « *Nashāṭ ad-dirāsa ar-riyyāḍiyya fī Maghrib al* ᶜ*aṣr al-wasīṭ* », *Al-manāhil* 33, 77-115.

Moslih, A, 2018 : *Ar riyyādiyyāt fi Maghrib al-qarn ar-rābi*ᶜ ᶜ*ashar. Tuḥfat aṭ-ṭullāb li ibn Haydūr at-Tādilī* (m.816/1413), Rabat: *Dār an-nashr al-ma*ᶜ*rifa*.

Qalasādī (al-). 1999. *Sharḥ talkhīs a*ᶜ*māl al-ḥisāb ibn al-Bannā' d'al-Qalasādī*. .Edition et traduction de Farès Bentaleb. Beyrouth : *Dār al-gharb al islamī*.

رسالة منقولة من كتاب " بغية الطالب المستفيد وعمدة الراغب المستزيد "

لابن زكريا الغرناطي

(مخطوط British Musuem 420/2)

// 37ظ// بسم الله الرحمن الرحيم وبه ثقتي.

الحمد لله رب العالمين والعاقبة للمتقين.

أردت بحول الله وقوته أن أقيّد هنا مسائل في الجبر والمقابلة من كتاب **ابن زكريا الأوسي** رحمه الله الذي ألفه وسماه **بغية الطالب المستفيد وعمدة الراغب المستزيد.**

فمن جملة ما ذكر فيه الجمع على توالي الأعداد ومربعاتها ومكعباتها. أعني بذلك توالي الأعداد على نظم طبيعتها ومربعاتها ومكعباتها وكذلك الأفراد والأزواج ، وذكر في كل مسألة فيها ما تحتمل من الأوجه بالحساب وبالجبر والمقابلة. فأردت أن أقتصر فيما ذكر فيها على مسائل الجبر خاصة ، وربما أزيد من مسائل غيره. (...)[22] ولي التوفيق لا رب غيره.

قال ، رحمه الله ، المسألة الأولى منها في الجمع على توالي الأعداد ، أفرادها وأزواجها والابتداء من الواحد. وفيها مطلبان :

الأول ما يجتمع من جميعها. عمله على أربعة أوجه :

الوجه الأول ، أن تزيد الواحد على العشرة يصير أحد عشر. فاضربها في نصف العشرة ، يكون ذلك خمسة وخمسين. وهو المطلوب.

الثاني ، أن تزيد الواحد علي العشرة كما تقدم وتضعف المجتمع. يكن اثنين وعشرين ، فاضربها في ربع العشرة وذلك اثنان ونصف. يخرج المطلوب.

الثالث ، أن تضرب أكبر[23] الأعداد ، وذلك عشرة ، في نفسه يكن مائة ، فخذ نصفها خمسين وزد عليه نصف العشرة. والخارج هو المطلوب. وهكذا يصنع أبدا في أمثال هذا النوع.

[22] بياض مقدار كلمتين أو ثلاث كلمات

[23] في النسخة " الجبر "، وهذا خطأ.

الوجه الرابع ، أن تضرب العشرة في العدد الذي يليها قبلها وتقسم الخارج على ضعف أولها ، وذلك اثنان ، يخرج خمسة وأربعون ، فزد عليها العشرة. يخرج المطلوب.

المطلب الثاني ، إن قيل لك اجمع من واحد إلى عدد مجهول فاجتمع خمسة وخمسون.

ذكر فيها وجهين ، أحدها بالجبر والمقابلة. وذلك أن تجعل العدد المطلوب شيئا وتزيد عليه الواحد ، الطرف الأول من الأعداد. يكن ذلك شيئا وواحدا ، وهو مجموع الطرفين الأول والآخر ، فاضربه في نصف الشيء لكونه مساويا لعدة الأعداد ، يخرج لك نصف شيء ونصف مال ، فهذا يعدل الخمسة والخمسين المفروضة ، لأنه مهما[24] ضرب نصف عدة الأعداد في هذا النوع وما أشبهه في مجموع طرفيها فإن الخارج من ذلك مساو للمجتمع من جميعها. فاجبر وقابل على ما تقرر في علم الجبر ، تخرج للنوع الأول من الضروب الأربع[25] من ضروب الجبر ، ويخرج الشيء عشرة. وهو ما أردنا.

المسألة الثانية منها : في الجمع على توالي الأعداد والابتداء من غير الواحد. //38و//

مثاله، اجمع من خمسة إلى أربعة عشر على توالي الأعداد. فهذا النوع يسمى بالمقطوع ، ومطالبه ثلاثة.

المطلب الاول : معرفة ما يجتمع من تلك الأعداد جميعها.

المطلب الثاني : إذا قيل لك اجمع من خمسة إلى عدد مجهول ، واجتمع من ذلك خمسة وتسعون. وعمله على أربعة أوجه.

الوجه الرابع بالجبر والمقابلة. وذلك أن تجعل المجهول شيئا وتزيد[26] عليه خمسة ، التي هي أول الأعداد ، تصير شيئا وخمسة. فهذا مجموع العددين[27] الأول والآخر. فاضربه في نصف عدة الأعداد وذلك خمسة ، (لأنه قد تقدم أن عدة

24 في النسخة " مهمى ".
25 في النسخة " الضرب الرابع ".
26 سقطت العبارة " وتزيد " في النسخة
27 في النسخة " الأعداد "وهو خطأ نحوي.

الأعداد عشرة)[28]. يخرج لك في الضرب خمسة أشياء وخمسة وعشرون[29]. فهذا يعدل الخمسة والتسعين المفروضة ، لأنه مهما ضرب نصف عدة الأعداد أبدا (...)[30] على نسبة عدّته[31] في مجموعي طرفيها ، فإن الخارج مثل المجتمع من جمعها. والعمل على ما[32] تقرر في الجبر في مثل ذلك ، بأن تسقط الخمسة والعشرين التي في أحد المتعادلين في الثاني ، يبقى خمسة أشياء تعدل سبعين. وذلك من الضرب الثالث من الضروب البسيطة من ضروب الجبر. فالشيء أربعة عشر ، وهو العدد المجهول.

وإن شئت فاجعل تفاضل الأعداد شيئا ، واضربه في عدة الأعداد إلا واحدا ، وذلك تسعة. لأن عدة الأعداد قد تقدم أنها عشرة ، يخرج لك تسعة أشياء. وذلك مبلغ مابين الطرف الأول والآخر من الأعداد ، لأنه إذا ضرب التفاضل في عدة الأعداد إلا واحدا ، خرج أبدا فضل ما بين أولها وآخرها. فزد على الأول المعلوم ، وذلك خمسة ، يكن مجموع الطرفين. وذلك خمسة ، يكن الطرف الآخر وهو المجهول. فاحمل عليه الطرف الأول ، وذلك خمسة. يكن مجموع الطرفين ، وذلك تسعة أشياء وعشرة عددا. اضرب ذلك في خمسة ، نصف عدة الأعداد ، يخرج لك في الضرب خمسة وأربعون شيئا وخمسون عددا. فهذا يعدل الخمسة والتسعين المفروضة. فأتم العمل كما تقدم. يخرج الشيء واحد ، وهو التفاضل بين الأعداد ، فزده على الأول يكن الثاني. ثم على الثاني ، يكون الثالث. هكذا عشرة أعداد ، فتصل إلى أربعة عشر. وهو المطلوب.

المطلب الثالث، عكس الذي //38ظ// قبله. وهو إن قيل لك جمع من عدد مجهول غير الواحد إلى أربعة عشر،عشرة أعداد فكان خمسة وتسعين ، كم العدد الأول الذي ابتدأ بالجمع منه.

عمله على وجهين :

الأول ، أن تجمع من واحد إلى أربعة عشر بالعمل المتقدم في ذلك. يخرج لك مائة وخمسة. فاسقط منها الخمسة والتسعين ، يبقى عشرة. فكأنه قال : جمع من

28 هذه المعلومة غائبة من نص المسألة وذلك يدل على سقوط بعض الفقرات.
29 في النسخة " عشرين "وهو خطأ نحوي.
30 سقطت كلمة أو كلمتين .
31 في النسخة " عددته ".
32 سقطت " ما " في النسخة

واحد إلى عدد مجهول ، فاجتمع عشرة. فاصنع فيه ما تقدم. يخرج أربعة. زد عليها واحدا ، يصير خمسة. وهو المطلوب.

الوجه الثاني، بالجبر والمقابلة. وذلك أن تجعل المجهول شيئا وتزيده على الأربعة عشر ، يخرج مجموع الطرفين. اضربه في خمسة ، نصف عدة الأعداد ، وأتم العمل كما تقدم. يخرج الشيء خمسة ، وهو ما أردت.

المسألة الثالثة من الجملة الأولى في الجمع على توالي الأفراد دون الأزواج والابتداء من الواحد. مثاله اجمع من واحد إلى ثلاثة عشر على توالي الأفراد ، يجتمع أربعمائة وخمسة وخمسون.

//39و// [...][33]

[المسألة الرابعة في الجمع على توالي مربعات الأعداد] [34]

وفيها مطلبان.

المطلب الأول[35] ، معرفة ما يخرج من جميع تلك المربعات. عمله على ستة أوجه.

الوجه السادس منها، أن تأخذ مكعب سدس لكعب الثلاثة عشر وذلك ثلاثمائة وستة وستون وسدس ، وتحمل عليه نصف مربعها ، وذلك أربع وثمانون وثلاثة أسداس ، وتزيد على المجتمع من ذلك كله ثلث الثلاثة عشر أيضا ، وذلك أربعة وسدسًا ، يكون الخارج من ذلك هو المطلوب. وهذا الوجه حسن غريب.

المطلب الثاني، إن قيل لك جمع من مربع واحد إلى مربع عدد مجهول ، فاجتمع أربعمائة وخمسة وخمسون ، كم العدد المنتهى إليه بجمع المربعات.

فهذه المسألة أيضا لا تخرج لا بالجبر ولا بالضرب إلا أن الأستاذ **أبا بكر بن بندود** ، رحمه الله ، ذكر فيها من هذا النوع وجها من الحيل (...) أن تضرب هذا العدد في ستة أبدا وتعلم أن الخارج أبدا يعدل كعبا وثلاثة أموال وشيئين. فاصنع فيه

33 في هذه النسخة ، سقطت عدّة فقرات. وعلي الهامش العبارة التالية : "البياض الذي تركته ، الم نجد تكميله".

34 في هذه النسخة ، سقط هذا العنوان المحتمل.

35 يقصد هنا : "المطلب الأول من المسألة الرابعة".

كم الحيل مثل ما تقدم في المطلب الثاني من المسألة الأولى من هذه الجملة يخرج الشيء ثلاثة عشر ، وهو المطلوب.

المسألة (الخامسة)[36] منها في الجمع على توالي مربعات الأفراد والبدء من غير الواحد.

ومثاله ، اجمع من مربع خمسة إلى مربع خمسة عشر على توالي مربعات الأفراد.

مطالبها ثلاثة :

المطلب الثاني ، منها إن قيل جمع من مربع خمسة إلى مربع عدد فرد مجهول على توالي مربعات الأفراد ، فكان الخارج في الجمع ستمائة وسبعين ، كم العدد الذي انتهى إليه بجمع مربعه.

عمله أن تسقط من الخمسة اثنين ، يبقى ثلاثة ، ويجمع من مربع واحد إلى مربع ثلاثة وتزيد الخارج على العدد المفروض يكون ستمائة وثمانون. فكأنه قيل جمع من مربع واحد إلى مربع عدد مجهول على توالي مربعات الأفراد ، يصنع فيه مثل ما صنع في مثل ذلك قبل.

المطلب الثالث ، عكس هذا المطلب وعمله ظاهر مما تقدم.

المسألة (السادسة)[37] منها في الجمع على توالي مربعات الأزواج. والابتداء من الاثنين ، لان الاثنين في الأزواج بمثابة الواحد في الأفراد وفي الأعداد على تواليها.

مثالها اجمع من مربع اثنين إلى مربع عشرين على توالي مربعات الأزواج .

مطالبها اثنان.

المطلب الثاني، إن قيل لك جمع من مربع اثنين إلى مربع عدد زوج مجهول ، فاجتمع ألف وخمسمائة وأربعون. كم العدد المنتهى إليه.

فهذه المسألة أيضا لا تخرج لا بالضرب ولا بالجبر. (؟) يصنع فيها //39ظ// ما صنع في المطلب الثاني من المسألة الرابعة[38] قبل هذا. وذلك أن

36 " الرابعة " وأخطأ المؤلف المجهول في ترتيبه المسائل.

37 " الخامسة " وأخطأ المؤلف المجهول في ترتيبه المسائل.

38 في النص : " االثالثة " وأخطأ المؤلف المجهول في ترتيبه المسائل.

تضرب العدد في ستة أبدا ، ويكون الخارج يعدل كعبا وثلاثة أموال وشيئين. فأتم العمل كما تقدم في المطلب المشار إليه ، يخرج الشيء عشرون ، وهو المطلوب.

المسألة (السابعة)[39] منها في الجمع على توالي مربعات الأزواج والابتداء من غير الاثنين. مثالها ، اجمع من مربع ثمانية إلى مربع عشرين على توالي مربعات الأزواج. مطالبها ثلاثة.

المطلب الثاني منها ، إن قيل لك جمع من مربع ستة إلى مربع عدد زوج مجهول على توالي مربعات الأزواج ، فكان الخارج ألف وأربعمائة وأربعة وثمانون، كم العدد المنتهى إليه.

عمله أن تسقط من الثمانية اثنين يبقى ستة ، فاجمع من مربع اثنين إلى مربع ستة ، يكون ستة وخمسين ، زدها على الألف والأربعمائة والأربعة والثمانين ، تصير ألفا وخمسمائة وأربعون. فكأنه قال : جمع من مربع اثنين إلى مربع عدد زوج مجهول على توالي مربعات الأزواج ، فخرج في الجمع ألف وخمسمائة وأربعون. وهو المطلب الثاني في المسألة السادسة[40] قبل هذا. فاعمل فيها مثل ما يعمل في تلك.

المطلب الثالث عكسه ، وهو إن قيل لك جمع من مربع عدد زوج غير الاثنين إلى مربع عشرين ، فاجتمع ألف وأربعمائة وثمانون من العدد الذي ابتدأ بالجمع من مربعه.

عمله أن تجمع من مربع اثنين إلى مربع عشرين. فما خرج اسقط منه ذلك العدد المفروض ، يبقى ستة وخمسون. فكأنه قال : اجمع من مربع اثنين إلى مربع عدد زوج مجهول ، فاجتمع ستة وخمسون. فاصنع فيه ما تقدم. يخرج ستة ، زد عليها اثنين ، يصير ثمانية. وهو العدد المطلوب.

إلى هذا انتهى جمع الأعداد ومربعاتها. يبقى جمع المكعبات ، فأنظره في آخر الكتاب. والله الموفق. انتهى. والحمد لله رب العالمين.

[39] في النص : " السادسة " وأخطأ المؤلف المجهول في ترتيبه المسائل.

[40] في النص : " االخامسة " وأخطأ المؤلف المجهول في ترتيبه المسائل.

L'ABRÉGÉ EN ARPENTAGE (*MUKHTAṢAR FĪ L-MISĀḤA*) DE 'ABD ALLĀH AL-'ALWĪNĪ AL-TŪNISĪ (871/1466)

Driss LAMRABET
Université de Rabat

Résumé. L'exposé est une brève présentation d'une épître en *'ilm al- misāḥa* [l'arpentage] composée par Abū Muḥammad al-'Alwīnī, un savant vivant à Tunis au XVe siècle. L'auteur s'adresse à des praticiens et laisse de côté les demonstrations et les développements théoriques.

Mots-clefs : cAlwīnī, géométrie; mesurage; métrologie; polygones; *misāḥa*.

INTRODUCTION GÉNÉRALE

L'épître d'al-cAlwīnī fait partie des traités de *cilm al- misāḥa* [science de l'arpentage]. Dans cette discipline, l'ouvrage le plus ancien en Occident musulman mentionné à notre connaissance, est celui d'Ahmad b. Naṣr (m. 332/944), intitulé *Kitāb al-misāḥa al-majhūla* dont Ibn Ḥazm (m.456/1064) fait l'éloge dans son épître sur les vertus des gens d'al-Andalus. Les textes le plus anciens qui nous sont parvenus sont celui d'Ibn 'Abdūn al-Jabalī (voir Djebbar, 2005), et celui d'Ibn Fiṭra (voir Lamrabet, 2013). Ibn Rashiq al-Qayrawānī (m.463/1071) cite un poète de Kairouan qui excellait en science de l'arpentage et en philosophie : Ibrāhīm b. Ghānim b. 'Abdūn al-Qayrawānī (m.421/1030). Les écrits sur le sujet son assez rares comparativement à ce qu'on rencontre dans les domaines du calcul, de la science des héritages ou de la détermination du temps. Citons en particulier les épîtres d'Ibn al-Bannā (m.721/1321), Ibn al-Raqqām (m. 715/1315) et Ibn Liyūn (m. 750/1349), qui ont fait l'objet de publications, outre ce qui a été mentionné juste ci-dessus[1].

[1] Voir successivement les notices A51, M126, M134 et A319. Les numéros renvoient à notre ouvrage *Introduction à l'histoire des mathématiques maghrébines* (nouvelle édition) cité en bibliographie.

BIOGRAPHIE SOMMAIRE D'AL –^{c}ALWĪNĪ

Abū Muḥammad Abd Allāh al-^{c}Alwīnī at-Tūnusī est connu grâce à son épître sur le calcul des aires et des volumes (*misāḥa*). Il n'est mentionné dans aucune des sources biobibliographiques usuelles, tant celles d'Afrique du Nord en général que celles consacrées aux auteurs tunisiens en particulier, dont *Kitāb al-'umr* [Le Livre d'une vie] de Ḥasan Ḥusnī Abdelwahhab ou *Tarājim al-mu'allifīn al-tūnisiyyīn* [Biographies des auteurs tunisiens] de Muḥammad Maḥfudh. Son cas n'est pas unique, car d'autres mathématiciens d'Afrique du Nord, avant et après lui, auraient sombré dans l'oubli total si certains de leurs écrits n'avaient pas résisté aux aléas du temps et n'étaient pas, parvenus jusqu'à nous.

L'épître d'al-'Alwīnī contient quelques éléments permettant de situer son lieu de résidence et la période durant laquelle il était actif. En effet, dès l'introduction de l'ouvrage, il fait explicitement référence aux unités de mesure en usage à Tunis à son époque, référence accompagnée de la formule « *ḥarasahā Allāh* » [que Dieu la protège]. Ceci permet d'affirmer que notre savant vivait à Tunis. Pour ce qui concerne la période, le manuscrit numéro 4748 de la Bibliothèque Hassania (Rabat) contient, à la fin de l'épître, l'indication que l'œuvre a été composée en 871/1466.

BRÉVE DESCRIPTION DE L'ÉPITRE

L'épître d'al-'Alwīnī s'inscrit dans le cadre de la tradition andalo-maghrébine relative à l'arpentage. Cette tradition, dont les premières traces se retrouvent chez Ibn Abdūn al-Jabalī (366/976), Ibn Fiṭra (715/1315), ainsi que plus tard chez Ibn al-Raqqām (n°M126), Ibn al-Bannā' al-Marrākushī (721/1321), Ibn Liyūn (750/1349) et d'autres.

Al-'Alwīnī traite les chapitres classiques dans la tradition andalo-maghrébine comme on le verra plus loin. Il s'intéresse en outre à certaines questions pratiques qui ne sont pas abordées par les auteurs que nous avons cités. En particulier, il traite le problème de la détermination pratique sur le terrain de la mesure d'un côté d'un triangle dont des éléments sont inaccessibles, ou encore la hauteur d'un triangle sur le terrain, questions

traditionnellement traitées dans les ouvrages consacrées à l'usage d'instruments tels l'astrolabe ou le quadrant-sinus.

Quatre exemplaires de l'épître nous sont parvenus : trois se trouvent à Rabat, dont deux à la Bibliothèque Hassania (numéro 5415 et numéro 4748), la troisième à la Bibliothèque Nationale du Royaume du Maroc (numéro D2215, recueil, pp.329-341) et la quatrième conservée à l'université du Michigan (site Hathi Trust, collection Max Meyerhof, recueil, pp. 2-30). Toutes les copies sont en écriture *maghribi*. Nous désignerons par BH le manuscrit numéro 4748, folios 1-9, copie datée du 23 Safar 1214/27 juillet 1799. Cette copie comporte quelques figures géométriques en marge, alors que celle du Michigan, d'une belle main *maghribi mujawhar*, n'en contient aucune.

APERÇU SUR LE CONTENU DE *MUKHTASAR FI AL-MISĀḤA*[2]

L'auteur commence par présenter l'objet de la discipline *misāḥa* en la décrivant brièvement comme l'art (*ṣinā'at*) de déterminer les mensurations des configurations géométriques planes ou solides selon les normes en usage dans une contrée donnée. Il enchaîne par des considérations de métrologie en mentionnant des unités de mesures ayant cours à Tunis à son époque, tout en signalant la variation de ces unités selon les contrées. Par exemple, une unité de longueur vaut 50 coudées moyennes (*dhirā^c wasaṭ*) ; 1 coudée moyenne = 2 empans moyens (*shibr wasaṭ*) ; 1 empan = 12 doigts (*iṣba*), 1 doigt = 6 poils de la queue du *birdhawn* (cheval de trait) ; 1 référence (*marji^c*) = 50×50 coudées² ; dans certains pays, 1 référence = 80×80 ou encore 72×72 coudées². Autres unités : *ashull, bāb* et *qaṣaba*.

Classification des figures selon le nombre de lignes[3]

Al-'Alwīnī procède à une classification des figures géométriques suivant le nombre de lignes, des droites ou des courbes qui les composent :

[2] Pour ne pas alourdir le texte, nous avons placé en annexe les figures géométriques les plus importantes.

[3] Pour ne pas alourdir le texte, nous avons placé en annexe les figures géométriques les plus importantes.

- Figures entourées d'une seule ligne : cercle et segment de cercle

- Triangles : classification selon les côtés (équilatéral, isocèle, scalène), puis suivant les angles (rectangle, acutangle, obtusangle).

- Quadrilatères : cinq classes (*aqsām*): carré, rectangle, losange, parallélogramme, quadrilatère scalène dont le trapèze.

- Polygones : hexagone, heptagone, octogone, … : l'auteur recommande de les diviser en triangles en citant des exemples: le carré en deux triangles, puis plus généralement le n-gone en (n-2) triangles. Par exemple : le pentagone en 3 triangles, l'hexagone en 4 triangles, l'heptagone en 5 triangles. Nombre d'angles: deux (n-2) droits. Par exemple : l'hexagone en 8 droits.

- Figures complexes : à découper en triangles ou en segments circulaires.

- Figures à côtés non rectilignes, figures convexes ou concaves, telles la lunule, la surface ovale, …

AIRES DES SURFACES

Aires des triangles (Taksīr al-muthallathāt)

- Triangle rectangle : son aire est le produit de l'un des côtés de l'angle droit par la moitié de l'autre. Exemple : triangle ABC avec A angle droit et AB=6, AC=8. On trouve S=24. L'auturl s'intéresse à l'irrationalité des mesures des côtés et signale que si les côtés égaux d'un triangle rectangle isocèle sont mesurés par des rationnels, alors la longueur de l'hypoténuse est un nombre irrationnel.

- Triangle équilatéral : al-'Alwīnī commence d'abord par déterminer la hauteur, en choisissant l'un des côtés comme base et en prenant son milieu ; la projection de la hauteur (*masqaṭ al-^{c}amūd*) tombe au milieu de la base. L'auteur nomme "projection de la hauteur" les segments déterminés par la projection orthogonale du sommet sur le côté pris comme base. Il calcule la hauteur h en fonction du côté a par le théorème de pythagore[4] par :

[4] Dans tout ce qui suit, nous utilisons, sans à chaque occasion, les notations modernes pour exprimer les formulations de l'épître.

$h=\sqrt{a^2-(\frac{a}{2})^2}$. Il donne un exemple où la hauteur est un nombre irrationnel ($a=10;\ h=\sqrt{75};\ S=\sqrt{1875}$) et un autre où il est rationnel ($a=\sqrt{12};\ h=3$).

- Triangle isocèle : choisir comme base le côté non égal et prendre son milieu.

- Triangle scalène : choisir l'un des côtés comme base et déterminer la hauteur correspondante. Si on note H la projection de A sur la base [BC], on a: $BH=\frac{c^2-a^2}{2b}-\frac{b}{2}$ (a<c) (plus petite projection), $CH=\frac{c^2-a^2}{2b}+\frac{b}{2}$ (plus grande projection) (*). L'auteur fournit l'exemple « classique » retrouvé chez Abū Bakr, Ibn Fiṭra et d'autres : a = 13, b = 14, c = 15. Il utilise $CH=\frac{(b^2+c^2)-a^2}{2b}$ qui, exprimée en notations modernes, est équivalente à (*).

- Une règle générale pour calculer l'aire des triangles :

$$S=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}.$$

(**) (formule de Héron appelée ici *taksīr al-fuḍūl* [se traduit approximativement par aire au moyen des excédents] avec 2p=a+b+c). Deux exemples :

Exemple 1 : a=150, b=140, c=130, p=210 ; p-a=60, p-b=70, p-c=80 ;

$$S=\sqrt{210\times60\times70\times80}=8400.$$

Exemple 2 : ABC rectangle isocèle, AB=AC=6, BC= $\sqrt{72}$; p= $6+\sqrt{18}$. al-'Alwīnī signale que p est le quatrième binôme et que p-a= $\sqrt{18}$, p-b= $\sqrt{18}$ et p-c= $6-\sqrt{18}$. D'où $S=18$.

L'auteur signale que l'on peut obtenir les hauteurs pour chaque côté à partir de la formule (**).

- Détermination de la hauteur par voie technique (*wajhu^n ṣinā^{c}ī*) : le procédé est indiqué pour l'emploi sur le terrain au moyen d'une corde tendue entre le sommet et dépassant légèrement la base.

- Détermination technique d'un côté à partir des deux autres : lorsque l'un des côtés est inaccessible à la mesure sur le terrain et que les deux autres sont connus, al-'Alwīnī indique une méthode pratique pour le mesurer avec les proportions. On connait AB=c et AC=b et on veut déterminer BC=a. On prend AB'=AB/m et AC'=AC/m puis on joint et on mesure a'=B'C'. Alors BC=a=a'×m.

Exemple fourni : AC=150, AB=130 et m=10. On cherche BC. On prend AB'=AB/10 et AC'=AC/10.

- Autre règle générale pour calculer l'aire d'un triangle :

Al-'Alwīnī énonce que si a, b et c sont les longueurs des trois côtés (avec b>a), on calcule $a_1 = (\frac{a+b}{2})^2 - (\frac{c}{2})^2$ et $a_2 = (\frac{c}{2})^2 - (\frac{b-a}{2})^2$, alors $S = \sqrt{a_1.a_2}$. Il fournit comme exemple: a=10, b=17, c=21, etil explicite les étapes de calcul. Alors : $a_1 = 72$ et $a_2 = 98$. D'où, $S = 84$.

Nous n'avons pas trouvé mention de cette formulation dans les écrits de *misāḥa* que nous avons pu consulter. Sur le plan du calcul, elle se justifie en remarquant que a_1 et a_2 se réduisent respectivement à $a_1 = p(p-c$ et $a_2 = (p-a)(p-b)$, ce qui nous ramène à la formule de Héron.

Aires des quadrilatères

- Aire du carré (*murabba^c muṭlaq*) : S = c×c ; rectangle (*murabba' mustaṭīl*) : S= L×ℓ; losange (*mu^{c}ayyan*): si D est la plus grande diagonale et d la petite : $S = \frac{D \times d}{2}$; parallélogramme (*shabīh bi l-mu^{c}ayyan*) : découper en deux triangles, ou bien utiliser le trapèze comme il sera vu plus loin.

- Aire du quadrilatère scalène (*al-munḥarif*). Calcul exact: découper en deux triangles. Calcul approché lorsque les angles sont voisins d'un angle droit:

$S = \frac{(a+c)}{2} \times \frac{(b+d)}{2}$, a et c (resp. b et d) étant des côtés opposés. Cette formule est classique en arpentage.

L'exemple donné par l'auteur est a=99, c=101, b=30 et d=32. La formule approchée proposée donne S=3100. Ce même exemple est retrouvé plus tard chez Aḥmad Ibn al-Qāḍī (m. 1616).

- Trapèze (*al-^{c}araiḍ*) : Les trapèzes sont classés (1) selon les côtés : trapèze isocèle, trapèze scalène (*mukhtalifa*); (2) selon la position de la hauteur (intérieure ou extérieure): obtusangle, rectangle (le cas acutangle n'est pas cité). La méthode générale fournie revient à l'utilisation de la formule classique $S = \frac{(B+b)h}{2}$.

Exemple (trapèze isométrique): B=16, b=4, c=10. La hauteur est calculée selon la formule $h = \sqrt{c^2 - (B-b)}$ .D'où, h=8; S=80. Cet exemple se trouve chez Ibn Fiṭra (XI^e s.) et Abū Bakr (XI^e ou XII^e s.) et d'autres.

Exemple (trapèze scalène) : B=18, b=4, c_1=15 (plus grand côté latéral), c_2=13.

Exemple (trapèze obtusangle) : B=12, b= 8.

Calculer b'=B-b=4; on obtient alors un triangle scalène dont le plus grand côté est a=15, le plus petit b'=4 (base) et le côté moyen c=13. On obtient la petite projection p_1=9 en opérant comme auparavant et la hauteur h=12; S=120.

L'autre méthode, basée sur la proportionnalité, consiste à restaurer (*tujbar*) en un triangle, puis prendre la différence des aires des deux triangles obtenus. Pour ce faire, calculer b'=B-b, puis m=b/b', $c'_1=c_1 \times m$ et $c'_2=c_2 \times m$ (c_1 et c_2 étant les côtés non parallèles), h'= h×m, $c_1+c'_1$, $c_2+c'_2$ et h+h'; puis de calculer les aires des triangles et d'en soustraire l'aire du triangle ajouté, le reste est l'aire du trapèze.

Exemple: reprendre le trapèze obtusangle déjà considéré, b'=B-b=4, m=b/b'=2, prolonger c_1, c_2 et h de leurs doubles, ce qui donne un triangle dont deux côtés sont 45, 39, avec 36 pour hauteur et 12 comme base; l'aire de ce triangle est 216. Celle du triangle complétant est 96, et enfin l'aire du trapèze S=120.

Polygones de plus de quatre côtés

Polygones quelconques : diviser en triangles. Polygones réguliers: diviser en triangles ou en triangles et carrés lorsque les angles sont de même mesure.

Méthode approchée pour les polygones réguliers : multiplier la somme des n côtés par la moitié de la hauteur issue du centre (du cercle circonscrit). $S = \frac{n \times c}{2}$ h, (où h est l'apothème, appelé ici "hauteur issue du centre"); la formule ici est exacte; l'auteur parle d'approximation à propos de l'apothème.

Une autre méthode plus précise : multiplier le nombre de côtés par un des côtés, élever le résultat au carré et en soustraire la racine, qui est la somme des côtés, puis diviser le reste par $13\frac{1}{2}$. Le résultat final est l'aire approchée. $S = [(nc)^2 - nc]\times 13\frac{1}{2}$.

L'auteur note qu'elle diffère de l'aire exacte de six dixième.

Exemple cité : un hexagone régulier : n=6, c=6 et apothème approchée h=$5\frac{2}{9}$. Par la 1ière méthode : $S = 94$ et par la 2ième : $S = 93\frac{1}{3}$. Cette seconde méthode est citée en particulier par Ibn Liyūn (m.1349) dans son *rajaz* et reprise par Aḥmad Ibn al-Qāḍī qui dans son commentaire du *rajaz* fournit également l'exemple cité.

Aire approchée (*taqrīb*) du cercle

L périmètre et D diamètre et $\pi \approx 3\frac{1}{7} = \frac{22}{7} \quad \rightarrow A = D^2 - (\frac{1}{7} + \frac{1}{2}\frac{1}{7})D^2$; $S = \frac{D}{2}.\frac{L}{2}$ ou $S = \frac{D}{4}L$; $L = D \times 3\frac{1}{7}$. Exemple cité: $D = 7$, $S = 38\frac{1}{2}$.

Pour l'ellipse (*dā'ira mustaṭīla* : le cercle allongé) d'axes a et b, considérer (a+b)/2 comme le diamètre d'un cercle.

Le segment de cercle (*qiṭᶜa*) de flèche f, de corde de l'arc c avec s sa longueur. Si f=r on a un demi-cercle, f>r : segment supérieur et f<R segment inférieur au demi-cercle. Formule énoncées: $\Sigma_0 = \frac{s}{2}.\frac{D}{2}$ ou $\Sigma_0 = \frac{1}{2}\left(D^2 - (\frac{1}{7} - \frac{1}{2}\frac{1}{7})D^2\right)$ pour un demi-cercle. $\Sigma_i = \frac{s}{2}.\frac{D}{2} - \left|\frac{D}{2} - f\right|\frac{c}{2}$ si l'arc est inférieur au demi-cercle, $\Sigma_s = \frac{s}{2}.\frac{D}{2} + \left|\frac{D}{2} - f\right|\frac{c}{2}$ pour le cas supérieur au demi-

cercle. L'auteur appelle la quantité $D - f$ « complément au diamètre » et donne sa valeur $D - f = \frac{1}{f}(\frac{c}{2})^2$ (théorème de Pythagore). Pour trouver l'arc s, al-'Alwīnī fait usage de la propriété exprimée par la formule: $s = (f + \frac{f}{7} + D) \pm \left|\frac{D}{2} - f\right|$ (+ pour le cas supérieur au demi-cercle, - pour l'autre cas).

Exemple pour le demi-cercle : c=7, s=11 : $\Sigma_0 = \frac{s}{2}.\frac{D}{2} = 19\frac{1}{4}$.

Dans les deux autres exemples, l'auteur donne la corde et la flèche et calcule le complément au diamètre, puis le diamètre, l'arc et enfin l'aire. Il considère en fait un seul cercle coupé par une corde et traite en même temps les deux cas du segment.

Exemple pour le cas inférieur à un demi-cercle: on connaît la corde c=42 et la flèche f=7. Alors $D - f = \frac{1}{f}(\frac{c}{2})^2$=63 et D=70. Pour le cas supérieur au cercle, l'auteur considère la flèche est f'=63, la divise par le carré de la moitié de la corde et obtient $D - f' = \frac{1}{f}(\frac{c}{2})^2$=7 qui est le complément au diamètre du cercle dont est extrait le segment. Il trouve $s_i = (f + \frac{f}{7} + D) - \left|\frac{D}{2} - f\right|$=50 pour l'arc correspondant au cas inférieur, $s_s = (f' + \frac{f'}{7} + D) + \left|\frac{D}{2} - f'\right|$=170, pour l'arc supérieur. Enfin il détaille les calculs et trouve $\Sigma_s = \frac{s}{2}.\frac{D}{2} + \left|\frac{D}{2} - f\right|\frac{c}{2} = 3563$ et $\Sigma_i = \frac{s}{2}.\frac{D}{2} - \left|\frac{D}{2} - f\right|\frac{c}{2} = 287$.

Secteur circulaire (*qiṭaᶜ*) : $S = \frac{s}{2}.R$. Exemple donné: R=7, s=8; d'où S=28.

Aire de surfaces mixtes murakkiba (*ṣuṭūḥ*)

- Aire de la surface du *muṭabbal* (figure en forme de tambour). C'est la figure formée de deux trapèzes isocèles isométriques collés par la petite base. L'aire s'obtient en ajoutant le double du côté central aux deux petites bases et en multipliant le résultat par le quart de la hauteur. Ou encore en déterminant l'aire de chacun des trapèzes et en additionnant. $S=(2b+2B)\frac{h}{4}$

Exemple cité: un *muṭabbal* tel que le *côté* b=4, chaque base B=16, chaque côté latéral l=20. Le côté de chacun des deux trapèzes est ainsi 10. La hauteur du trapèze est, comme vu plus haut, 16 (h). Multiplier 4 (=h/4) par 40 (somme des bases et du double du côté central), on obtient l'aire 160. On peut aussi calculer l'aire de chacun des trapèzes et additionner.

Chez Ibn Ṭāhir al-Baghdādī (XIᵉ siècle), la condition d'isométrie des trapèzes considérés n'est pas retenue.

- Aire de la surface de la couronne : soustraire l'aire du cercle intérieur de celle du cercle qui l'entoure.

Œuf, lunule et polygones à côtés courbes

L'aire de la forme ovale se calcule comme pour une ellipse.

L'aire de la lunule est l'aire du grand segment circulaire diminuée de l'aire du petit segment.

Procéder de même pour les figures à triangles ou quadrilatères dont les côtés sont courbes: calculer l'aire de la figure principale, puis ajouter ou soustraire les segments selon les cas. L'auteur signale ne pas donner d'exemple, afin de ne pas se répéter.

AIRES DES SURFACES DES SOLIDES

- Aire de la surface de la sphère : $S=\pi D^2$. Exemple : D=14; alors S = 616.

- Segment sphérique : Déterminer d'abord le diamètre de la sphère.

Cas d'une demi-sphère: $R^2=f^2+r^2$, R est le rayon du cercle dont l'aire est égale à celle de la demi- sphère.

Exemple pour la demi-sphère f=7, diamètre du cercle de la base r=7, 2r=14.

$f^2+r^2=98$, $\sqrt{98}$ est le rayon du demi-cercle dont l'aire est égale à celle de la demi-sphère; $2\sqrt{98}=\sqrt{392}$ en est le diamètre=d; $d^2-(\frac{1}{7}+\frac{1}{2}\frac{1}{7})d^2=308$ (les copies fournissent par erreur 108); ajouter à l'aire du cercle de la base, $(3\frac{1}{7}.14^2):4=154$, l'aire totale est donc 462 (en prenant Pi=22/7; les copies fournissent 270 comme aire).

Si l'on a un segment de sphère plus grand qu'une demi-sphère, on opère de la même manière.

Exemple : un segment de sphère plus grand que la moitié a un cercle de la base de diamètre 24 et une flèche de 16. $\sqrt{f^2+R^2}=20$ qui est le rayon (*niṣf quṭr*) du cercle dont l'aire est égale à l'aire de la sphère (soit $452\frac{4}{7}$); ajouter à l'aire de la base $(314\frac{2}{7})$ pour obtenir l'aire du segment; l'auteur donne $766+(\frac{6}{7}+\frac{1}{2}\frac{1}{7})$.

Procéder de même pour un segment inférieur à une demi-sphère.

- Cylindre : Σ aire d'une base, L son périmètre, D son diamètre, h sa hauteur. S l'aire du cylindre. Alors : $S=L\times h+2\Sigma$.

Exemple : D=14 , h=20. Σ=154 ; L=π.D=44 ; S=1188.

- Cône droit tronqué (*maqṭūᶜ makhrūṭ al-usṭuwānā*) : multiplier la moitié de la somme des périmètres *L et L'* des deux bases par la hauteur *h* et ajouter la somme des S_1 et S_2 des aires des bases : $S=\frac{(L+L')}{2}.h+S_b+S_s$.

Exemple : L=22, L'=44, h=10 ; diamètre du cercle supérieur D=7 et celui de la base inférieure. Alors, S = $522\frac{1}{2}$.

Notons que l'auteur prend comme valeur de l'aire latérale $S_\ell = \frac{(L+L')}{2}.h$.

La valeur usuelle est $S_\ell = \pi a.(R+R')$, $(a=\sqrt{h^2+(R-R')^2}$ avec D=2R (resp. D'=2R') diamètre de la base (resp. du sommet) qui fournit la valeur approchée 350.

- Solide en forme de pomme de pin : c'est la figure formée par une demi-sphère collée à la base d'un cône droit. Son aire est la somme de l'aire latérale du cône et de celle de la demi-sphère. L'exemple cité donne S = $188\frac{1}{2}$.

VOLUME DES SOLIDES

Classification

- Solides entourés d'une seule frontière, par exemple la boule.
- Solides entourés de deux surfaces pouvant être découpées comme on veut , tels le cône cylindrique et la figure en forme de pin.
- Solides entourés de trois surfaces, comme le cylindre oblong.
- Solides entourés de quatre surfaces, comme le triangle solide ayant pour base un triangle. Si la base est un quadrilatère alors le solide est entouré de cinq surfaces.
- Solides entourés de cinq surfaces : prisme (*al-manshūr)* formé par le déploiement (*nashr*) d'un cube ou un parallélépipède rectangle; il y a aussi la figure voisine dite *qubūrī* dans laquelle les triangles ne sont pas parallèles.
- Solides entourés de six surfaces : dont le cube, le parallélépipède, le « losange solide », le « parallélogramme solide », la *fanīqa* carrée et la *fanīqa* rectangulaire.
- Solides entourés de neuf surfaces, comme la maison inclinée.
- Solides composés de deux autres solides, comme la figure *zunburi* et celle en forme de pomme de pin.

Volumes des solides

Examiner le solide donné, appliquer les règles lorsque possible, sinon découper en solides que l'on sait traiter.

- Parallélépipède oblique (*muᶜayyan* et *shibh bi l-muᶜayyan*) : il faut que les surfaces opposées soient parallèles. Calculer l'aire d'une des faces et multiplier le résultat par la hauteur.

- Tronc de pyamide (*ᶜaridha mujassama* = Trapèze solide

Fanīqa carrée : c'est un tronc de pyramide à base carrée.

Multiplier un côté de la base (C_b) par un côté du sommet (C_s), ajouter aux aires de la base (C_b^2) et du sommet (C_s^2) et multiplier le tout par le tiers de la hauteur: $V = (C_b C_s + C_s^2 + C_b^2)\frac{h}{3}$. Exemple fourni: C_s=5, C_b=10, h=6, V=350.

Fanīqa rectangulaire : on la restaure comme les trapèzes.

Exemple: C_s=8, $C_{s'}$=5, C_b=16, $C_{b'}$=10, h=6. La description de la démarche fournie par l'auteur sur cet exemple est la suivante: calculer C_b- C_s (=8), m= C_s/(C_b- C_s) (=1); ajouter h'=m×h (=6) à la hauteur, (résultat: h"=12), calculer l'aire de la base (=160), la multiplier par h"/3 (=4), il vient 640, qui est le volume du cône complet; en soustraire le volume du cône complétant (=80), il reste le volume cherché V=560.

Méthode par calcul direct: l'auteur décrit les calculs de $S_1 = \frac{1}{3}\left[(C_b - C_s)(C_{b'} - C_{s'})\right]$ $(=13\frac{1}{3})$, $S_2 = \frac{(C_b + C_s)}{2} C_{s'}$ (=60), $S_3 = \frac{(C_{b'} - C_{s'})}{2} C_s$ (=20), $S = S_1 + S_2 + S_3$ $(=93\frac{1}{3})$; alors $V = S.\frac{h}{3}$ (=560). Ceci revient à décomposer le solide.

-Prisme : (1) base rectangle $V = (\ell.L).\frac{h}{2}$; (2) base triangle $V = (\frac{\ell.h}{2}).L$.

-Figure *qubūrī* (en forme de tombe) : c'est la figure formée de deux triangles non parallèles et deux trapèzes.

Multiplier l'arête du sommet (*shawkat al-ra's*) par la moitié de la largeur et ajouter à l'aire de la base. Exemple: arête a=14, base largeur l=4, longueur L=20 et hauteur h=2. On trouve V=72 (voir plus bas).

-Figures en forme de maison inclinée, de poisson et de tas de froment: $V=(a.\frac{b}{2}+b.c).\frac{h}{3}$

Maison inclinée : si le sommet est un prisme, calculer son volume et l'ajouter à celui du parallélépipède rectangle. Si le sommet a la forme d'un *qubūrī*, déterminer son volume et l'ajouter à celui du parallélépipède rectangle.

-Figures en forme de *ḥūt al-ṭa'ām* est analogue au *qubūrī* et se traite de la même manière ; le *'urmat al-ṭa'ām* est analogue au tronc du cône et on opère de façon identique que pour cette figure.

-Aire de la figure dite *zunbūrī* : Il s'agit de la forme solide de la figure en tambour *(muṭabbal)*. Elle est formée de deux prismes isométriques à bases rectangulaires superposés par la petite base.

Pour le *zunbūrī* carré, déterminer l'aire d'un des trapèzes, multiplier par la hauteur et doubler le résultat pour obtenir le volume.

Exemple cité: la longueur du sommet et de la base vaut 16, la largeur du milieu 4, celle de la base est 5 ainsi que les côtés opposés, les côtés mesurent 14. L'aire s'obtient en calculant le volume de chacun des deux trapèzes; le volume cherché est V=800. L'auteur ajoute que l'on peut aussi restaurer l'un des trapèzes, déterminer son volume et le doubler. Ou bien encore opérer comme pour le *muṭabbal* en déterminant l'aire de celui-ci et en multipliant l'aire par la hauteur.

Le *zunbūrī* courbe se compose de deux parties et d'une sphère ou de deux troncs de cônes, figures que l'on sait traiter.

-Sphère. Segment sphérique. Ellipsoide : pour la sphère: $V=S.(\frac{D}{6})$ (S=aire de la sphère). Pour le segment sphérique, multiplier l'aire de la base par le tiers de la flèche$V=\Sigma.\frac{f}{3}$. Pour l'ellipsoide d'axes a et b, $V=S.(\frac{D}{6})$ avec D=(a+b)/2.

L'auteur ne fournit pas d'exemples.

-Tétraèdre ("Triangle solide") : prendre l'un des quatre triangles comme base, multiplier le tiers de son aire par la hauteur du triangle ou le tiers de la hauteur par l'aire. La hauteur s'obtient comme il a été vu précédemment. La

hauteur pour un prisme (appelé ici *makhrūṭ*) est la perpendiculaire issue de l'angle du sommet sur le point de projection (*masqaṭ al-ḥajar*) de la base.

SECTION UR LE DECOUPAGE

Un problème de découpage (*taqṭī*^{c}) consiste à isoler une parcelle dont l'aire s est donnée dans un terrain dont l'aire globale S est connue. L'auteur assume implicitement que le terrain est rectangulaire et sur l'un de ses côtés (*jiha*), par exemple la longueur, on prend un segment de longueur *a*. Le rapport $\frac{s}{a}$ permet de calculer la largeur de la parcelle cherchée. Si b est sa longueur, alors, $=\frac{s}{a}$, mesuré en coudées (*ḍir*^{c}).

Exemple : Aire d'un terrain 100 *marji*^{c} et on souhaite en découper 22 *marji*^{c}. Prendre, sur un des côtés, cinq *ḍar*^{c} ; et on divise les vingt-deux *marji*^{c} par 5, on trouve

$4\frac{22}{5}$ *ḍir*^{c}. Autre exemple : On veut une parcelle dont l'aire est 30 *marji*'. Prendre un segment de 6 *ḍir*^{c} sur la largeur du terrain. Puis, prendre $\frac{30}{6}$, c'est-à-dire 6 *ḍir*^{c} sur la longueur.

BIBLIOGRAPHIE

'Abdul Wahab, Ḥ. Ḥ. (1990). *Kitāb al-'umr fī al-muṣannafāt wa al-mu'allifīn al-tūnisiyyīn* (3 tomes). Beyrouth : *Dar al-gharb al-islamī.*

Djebbar, A. (2005). L'épître sur le mesurage d'Ibn ^{c}Abdûn, un témoin des pratiques antérieures à la tradition algébrique arabe, *Suhayl, Journal for the History of the Exact and Natural Sciences in Islamic Civilisation*, 5 (2005), partie arabe, 7-68.

Ibn al-Bannā' al-Marrākushī (1986). *Risāla fī al-ashkāl al-misāḥiyya.* M. Al-Khattabi (ed.), *Da'wat al-haqq*, n°256, avril 1986.

Ibn al-Qāḍī, Aḥmad: *Fatḥ al-khabīr bi ḥusn al-tadbīr* (Manuscrits: Rabat, K 1070, sixième d'un recueil. Paris, Arabe 7242).

Ibn al-Qāḍī, Abū 'Abd Allāh M. (1986). *Sharḥ Rajaz al-Tujībī*, M. Alkhattabi (ed.), *Da'wat al-ḥaqq*, n°258, août 1986.

Lamrabet, D. *Introduction à l'histoire des mathématiques maghrébines. Arrabita almohammadia li-l-'ulamā', Markaz Ibn Albannā Almarrākushi*, Rabat (à paraître).

__________ (2015) Le *Kitāb al-misāḥa* d'Abū Zakariyā Yaḥyā b. ʻAbd Allāh Ibn Fiṭra (IVe s. H/Xe s. ?). *Actes du XIème Colloque Maghrébin sur l'histoire des mathématiques arabes (Alger, 26-28 octobre 2013)*. Alger : ENS.

__________ (2015) *Al-Tamhīd wa al-taysīr fī qawāʻid al-taksīr* de Yaīʻsh b. Ibrāhīm al-Umawī (fin XIVe siècle). *Colloque international de Constantine, avril 2015*. (non publié).

__________ (2016) Une relecture de *Rafʻ al-iskhāl fī misāḥat al-ashkāl* d'Ibn Simāk al-Umawī à la lumière de données nouvelles (en arabe); *Colloque de Marrakech, Juin 2016*.

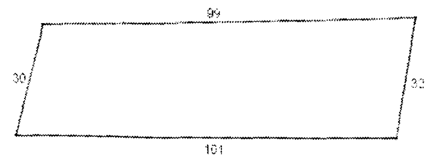
Maḥfūẓ, M. (1981): *Tarājim al-mu'allifīn al-tūnisiyyīn* (5 tomes). Beyrouth : *Dār al-Gharb al-islāmī*.

Moyon, M. (2008) *La géométrie pratique en Europe en relation avec la tradition arabe, l'exemple du mesurage et du découpage: Contribution à l'étude des mathématiques médiévales*. Thèse de doctorat, Université de Lille 1, 2008.

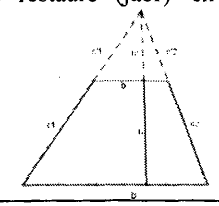
__________ (2015) Ibn Luyūn at-Tujībī (1282-1349) : un nouveau témoin de la science du mesurage en Occident musulman. In Bouzari A. (éd.) *Actes du XIème Colloque Maghrébin sur l'histoire des mathématiques arabes (Alger, 26-28 octobre 2013)*. Alger : ENS.

ANNEXE: QUELQUES FIGURES GEOMETRIQUES TRAITEES PAR AL-ʻALWĪNĪ

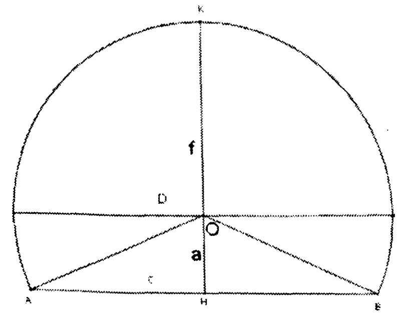
Quadrilatère scalène المنحرف



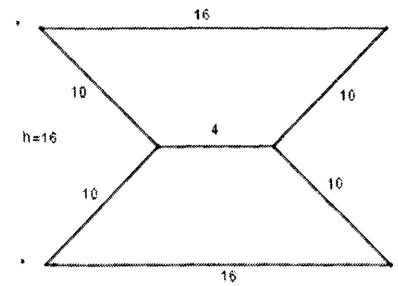
العريضة (ج العرائض)
"Trapèze "restauré" (jabr) en triangle.



Segment de cercle قطعة الدائرة



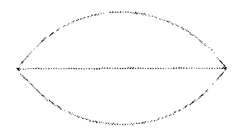
Muṭabbal (figure en forme de tambour)
تكسير سطح المطبل



Surface de la couronne
تكسير سطح الحلقة

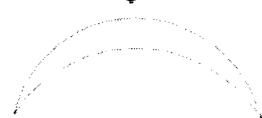
Aire: Soustraire l'aire du cercle intérieur de celle du cercle qui l'entoure.

Forme ovale البيضة



L'aire est calculée comme pour une ellipse.

Lunule الشكل الهلالي



Aire= aire grand segment circulaire-aire petit segment.

Segment sphérique تكسير سطح قطعة الكرة

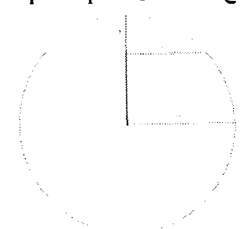
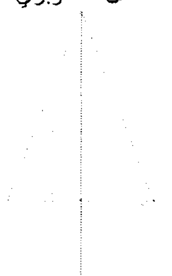
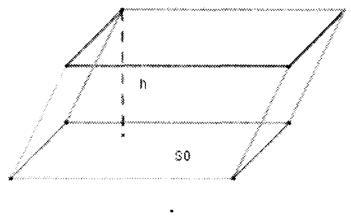
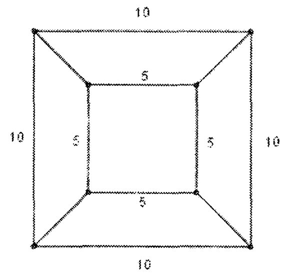
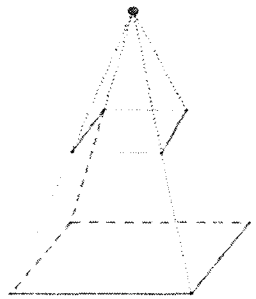
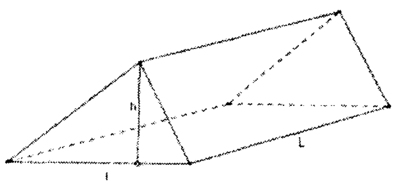
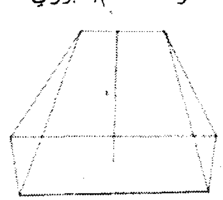
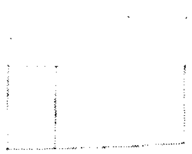
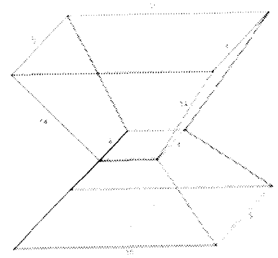
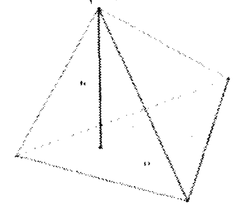
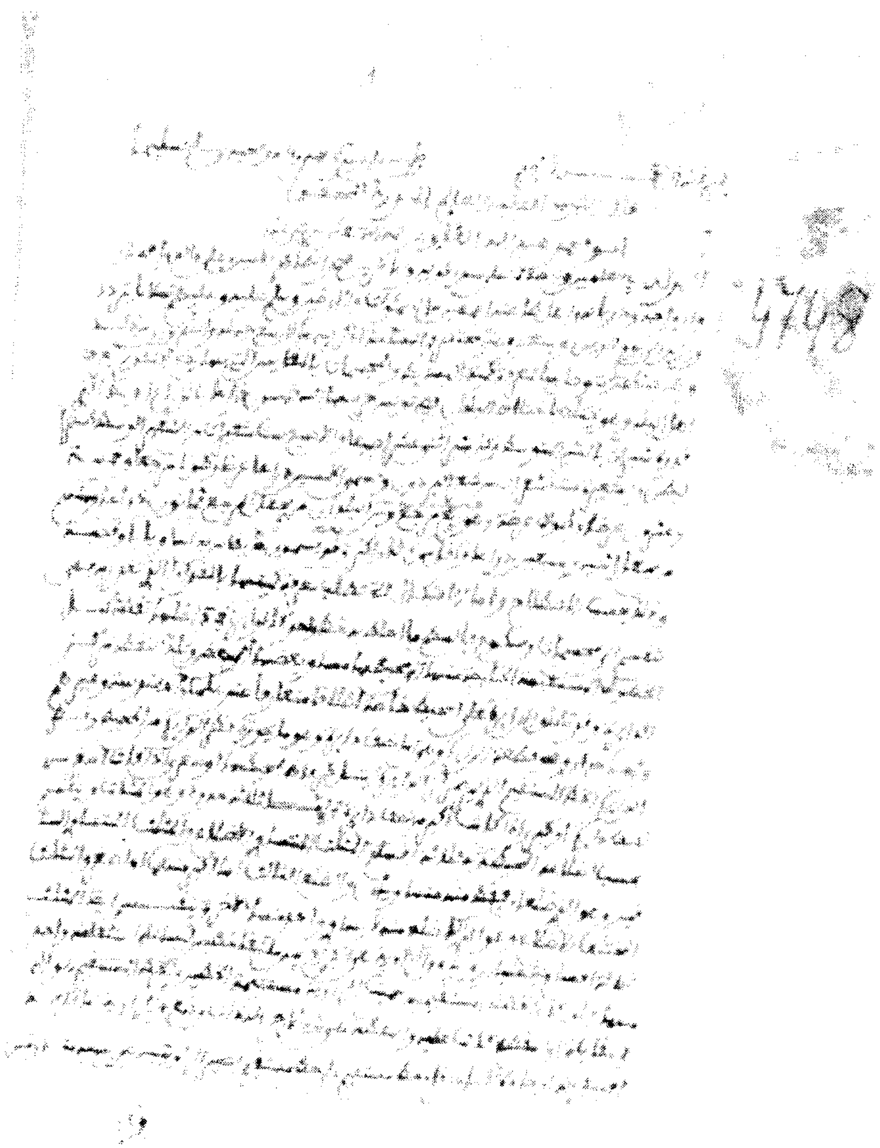


Figure en forme de pomme de pin Formée par une demi-sphère collée à la base d'un cône droit. الشكل الصنوبري 	Parallélépipède oblique تكسير المعين والشبيه به 
Tronc de pyamide العريضة المجسمة (Trapèze solide) *Fanīqa* carrée الفنيقة المربعة  *Fanīqa* carrée dessinée dans la copie de BH.	Restauration de la *fanīqa* جبر الفنيقة  (*Fanīqa* restaurée en pyramide)
Prisme المنشور  	Ḥūt al-ṭa'ām/qubūrī حوت الطعام/القبوري 
Maison inclinée البيت المنحني 	'Urmat al-ṭa'ām (tas de froment) Tronc de cône عرمة الطعام 

La figure Zunbūrī الزنبوري 	Tétraèdre (Triangle solide) المثلث المجسم 



Première page de *Mukhtaṣar fī l-misāḥa* de ʿAbd Allāh al-ʿAlwīnī (copie de BH).

LA QUALITE SCIENTIFIQUE DES INSTRUMENTS GNOMONIQUES MAGHREBO-ANDALOUS (XIE-XIXE SIECLES).

Eric MERCIER
Université de Nantes, Faculté des Sciences et Techniques [1]

Résumé. Dans le but d'évaluer les compétences mathématiques des fabricants d'instruments gnomoniques maghrébo-andalous (astrolabes planisphériques, quadrants astrolabiques, cadrans solaires), nous nous intéressons à la précision des instruments (qualité du tracé), et la prise en compte des modifications séculaires de : (1) la position des étoiles (précession des équinoxes) ou (2) les règles de calcul des heures de prières. Dans ce but, des logiciels originaux de simulation du tracé gnomonique de ces instruments ont été élaborés. Les modélisations réalisées sont comparées à un échantillon de 176 tympans et 47 araignées d'astrolabes planisphériques (XI-XIXe), 8 quadrants astrolabiques (XVe-XIXe), et 84 cadrans solaires (XIe-XIXe).

Il ressort de ces comparaisons que les erreurs de tracé sont peu fréquentes et ponctuelles : la qualité du dessin gnomonique est généralement bonne à très bonne, et manifestement, les artisans ont su s'adapter à l'évolution des positions stellaires et aux variations des règles religieuses. Par contre, et c'est inattendu, les différents types d'instruments semblent évoluer de façon totalement autonome ! Cela semble indiquer un cloisonnement important et l'absence de communication entre des (sous-) disciplines pourtant proches.

Mots-clefs : Astrolabes planisphériques, Cadrans solaires, Quadrants astrolabiques, heures de prières, précession des équinoxes.

[1] Université de Nantes, Faculté des Sciences et Techniques, UMR-6112 du CNRS - Planétologie et Géodynamique; 2, rue de la Houssinière - BP 92208 - 44322 NANTES cedex 3 – France. (Eric.Mercier@univ-nantes.fr)

INTRODUCTION

Il est classique de considérer que, dès le début de l'Islam, les musulmans ont été conduits à s'intéresser à l'astronomie et à la gnomonique, dans le but de déterminer les moments favorables aux prières. Ces moments peuvent, en effet, être défini par des critères d'astronomie solaire. Une tradition *scientifique* s'est donc développée dans ce domaine en parallèle à des traditions que l'on pourrait qualifier de *non-scientifiques*[2] et qui prétendent déterminer le moment des prières ; soit par des méthodes d'observation, soit par des techniques empiriques regroupées sous le terme d' «astronomie folklorique » (*folk astronomy,* King 1994, 1996). L'influence relative de ces différentes traditions dans l'occident musulman a probablement varié au cours des temps, nous y reviendrons. Dans le cadre de la première de ces traditions, les scientifiques ont développé des instruments dédiés. Il s'agit principalement d'astrolabes planisphériques[3], de quadrants astrolabiques[4] et de cadrans solaires[5]; ces instruments relèvent de la gnomonique, c'est-à-dire de la science de la mesure du temps à partir du mouvement des astres. Ces instruments peuvent : soit déterminer l'heure de l'instant présent, ce qui permet de la comparer avec les heures des prières compilées dans des tables pré-établies ; soit plus directement, déterminer l'heure des différentes prières. C'est cette seconde option qui semble, de loin, la plus fréquente dans l'occident musulman (Gibbs & Saliba 1984, King 2014).

Au total, on a répertorié plusieurs centaines d'instruments sur la période envisagée. La gnomonique a donc été, au moins par moments, très active en Andalousie et au Maghreb, mais curieusement on ne connaît aucun traité

---

[2] Voir à ce sujet : King (2014, 550 et 636), Biémont (2006, 148) et surtout Stearns (2011) qui traite spécifiquement de l'occident musulman.

[3] Les astrolabes planisphériques diffèrent des astrolabes linéaires, des astrolabes sphériques et des astrolabes universels qui sont extrêmement rares et dont nous ne parlerons pas ici. Dans la suite du texte « astrolabe » se référera toujours à « astrolabe planisphérique ».

[4] De la même façon bien qu'il existe de nombreuses sortes de quadrants (horaires, trigonométriques, universels...), dans cet article, « quadrant » désignera toujours le « quadrant astrolabique ».

[5] Il existe encore d'autres types d'instruments gnomoniques : les méridiennes, les *saphaea* et les nocturlabes ... Ils sont connus en un très faible nombre d'exemplaires, nous n'en parlerons pas non plus ici.

majeur de construction et d'usage de ces instruments originaire de ces régions[6]. La question des compétences scientifiques des gnomonistes, et de la qualité de leurs instruments se pose donc. En d'autres termes, les gnomonistes maghrébo-andalous sont-ils d'authentiques scientifiques ou des artisans plus ou moins habiles qui se sont contentés, au fil des siècles, de reproduire les recettes du passé ? Un bon moyen de tester cette compétence est de contrôler si les gnomonistes ont su respecter les règles de la gnomonique, et adapter leurs réalisations à diverses évolutions comme :

- l'évolution des besoins des utilisateurs, notamment dans le domaine religieux (fluctuation des règles de détermination des heures de prière[7]),

---

[6] En tout cas, rien de comparable à ce qui est connu en Orient : voir King (1999, 191-193). Ce dernier signale néanmoins un traité sur le quadrant signé par « Umar ibn Abd al-Rahman al-Tunisi al-Tuzari » datant des environs de 1450, et un traité élémentaire de construction des cadrans solaires par « Ibn al-Raqqam (al-Tunisi / al-Andalusi) » au XIVe siècle (traduction et analyse par Carandell 1988). Selon King (1999, 188) le célèbre traité de Abū Alī al-Marrakushī (Le Caire, fin du XIIIe siècle) traduit et analysé par Sédillot père (1834) et fils (1841-45) est basé sur des sources principalement orientales, et ne peut pas être considéré comme un travail maghrébin en dépit du nom et de l'origine de son auteur.

[7] Sur les instruments gnomoniques maghrébo-andalous, on peut reconnaître des repères temporels liés aux prières de l'Islam suivants :
-le début de *Zuhr*, selon deux conventions différentes : (1) celle actuellement dominante, c'est-à-dire quelques minutes après midi solaire (appelé ici « *Zuhr orthodoxe* ») et (2) celle caractéristique de l'occident musulman ancien (appelé ici « *Zuhr andalou* » ; voir King (1977, 205 & 2014, 549). Notons que cette seconde convention était déjà mentionnée (et recommandée) dans le traité d'al-Biruni sur les ombres (Afghanistan/Ouzbékistan, Xe siècle) : Kennedy (1976, 235). Comment cette convention orientale a pu se répondre dans l'occident musulman pour finir par être considérée comme une règle typiquement maghrébo-andalouse demeure un mystère,
-le début de *Asr*, selon deux conventions différentes : (1) celle des Malékites, (2) et celle des Hanafites (appelé ici *Asr second* ou *Asr2*). Cette seconde convention était déjà utilisée au XIe siècle, soit largement avant la domination ottomane en Tunisie et en Algérie, et marquait, selon ce qui est inscrit sur les instruments eux-mêmes, la fin de la période favorable à la prière *Asr*,
- le début de *Maghrib*,

- l'évolution séculaire des coordonnées stellaires résultant de la précession des équinoxes (cas des astrolabes),

- l'évolution des connaissances scientifiques ; ce point concerne surtout les progrès de la détermination des coordonnées géographiques, et du calcul de la Qibla. Cette question sera traitée ailleurs dans ce volume (section en langue arabe, article de F. Jarray & E. Mercier), elle n'est juste évoquée ici que pour mémoire.

MÉTHODE D'ÉTUDE

Le tracé d'un instrument gnomonique correspond à des règles très strictes, le principal facteur qui peut modifier ce tracé est la latitude pour laquelle l'instrument est conçu[8]. En fonction de sa localisation (pour les cadrans solaires), ou des indications de l'instrument (pour les astrolabes et les quadrants) il est possible de prévoir précisément le tracé gnomonique.

Dans le cadre de cette étude, un certain nombre de logiciels ont donc été conçus pour dessiner automatiquement les tracés attendus. La comparaison par superposition, avec les instruments réels, ou leur photographie, permet d'évaluer le respect des règles gnomoniques et la précision des tracés (Fig. 1 & 2). Une démarche informatique du même ordre permet de juger de la prise en compte de la précession des équinoxes dans le dessin des araignées des astrolabes (Fig. 3).

- les débuts de *Ishaa* et *Fajr* qui peuvent correspondre, ou non, à la même hauteur angulaire du Soleil sous l'horizon. Cette valeur angulaire pouvant être variable (-16° à -20°, voire -24°),
- le lever du Soleil, qui marque la fin de la période favorable à *Fajr*,
- le début de *Douha* qui est maintenant considérée comme une prière facultative, mais qui semble avoir eut beaucoup plus d'importance dans le passé dans l'espace maghrébo-andalou (voir discussion complète dans King (2014, 571-577),
- le début de *Tahib*, une prière du Vendredi matin qui est spécifique au Maghreb ancien (King 2014, 579-580) et dont la définition horaire est fluctuante.

[8] Aucun des trois types d'instruments étudiés ici n'est « universel » (indépendant de la latitude). Dans le cas particulier des astrolabes, ce sont uniquement les tympans qui sont dépendants de la latitude. Les autres parties (mère, araignée, ...) sont en quelque sorte « universels »; chaque astrolabe possède donc généralement plusieurs tympans interchangeables, ce qui permet de l'utiliser sous différentes latitudes.

En ce qui concerne la représentation des heures de prières, le logiciel va dessiner les différentes possibilités de tracé en fonction des différentes conventions possibles. La encore, la comparaison, par superposition, de l'instrument, ou de son image, avec la modélisation va permettre de sélectionner la convention utilisée et de caractériser la précision du tracé (Fig. 2).

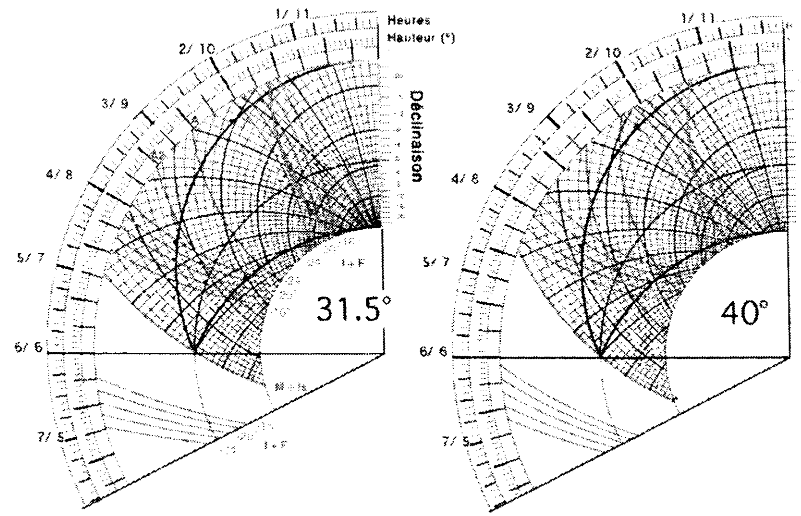


Fig. 1 : Exemple de modélisation du quadrant astrolabique pour les latitudes de Marrakech (env. 31,5°) et Tolède (env. 40°). Les prières et leurs variantes sont les suivantes : *Zurh* orthodoxe (Z) et *Zurh* andalou (Za), *Asr* (A), *Asr* second (A2), *Moghrib* (M) associé à son symétrique astronomique le lever du soleil (ls), *Ishaa* (I) et *Fajr* (F) avec les conventions de hauteurs du Soleil de -16° à -24° (incrément de 2°). Les prières de la nuit (*Ishaa* et *Fajr* peuvent être représentées de plusieurs façons différentes sur l'instrument ; voir détails et explications supplémentaires dans Mercier (2016).

LE MATÉRIEL ÉTUDIÉ

L'exhaustivité étant impossible, j'ai choisi d'étudier des échantillons dont la taille et la composition vont dépendre de l'accès à des documents photographiques de bonne qualité. Ce qui signifie ici que les photos ont une bonne définition, ont été prises perpendiculairement à l'instrument et sont accompagnées d'une notice avec la transcription de la signature / dédicace, de la date de fabrication et, dans le cas des araignées d'astrolabes, de la liste des étoiles lues sur l'araignée.

Les catalogues des grandes collections d'instruments scientifiques[9] et les inventaires[10] constituent donc une partie importante des sources utilisées.

Les échantillons sont de tailles variables : 8 quadrants (Mercier 2016), 84 cadrans solaires (Mercier 2014, Almiron 2014, Jarray 2015 & 2017), 47 araignées et 176 tympans d'astrolabe (Mercier 2015, 2018 a et b) ;

Dans ces échantillons, la Tunisie est surreprésentée pour les cadrans solaires, et le Maroc pour les astrolabes. Pour l'instant il n'est pas possible de savoir si cela reflète une situation originelle, l'effet de processus de conservation différentiels ou un biais lié aux efforts de prospection[11].

De même, la répartition temporelle est irrégulière et marquée par une répartition bimodale avec un pic vers le XIII-XIV^{e} siècle et un autre vers le XVII-XVIII^{e} siècle[12] ; ces deux pics sont séparés par une période où les productions sont rares. Price (1955) avait déjà signalé cette distribution à l'échelle de tout le monde musulman. Il avait proposé que le premier pic correspondait à l'apogée de la gnomonique musulmane, et que le second reflétait une rétro-influence de l'Europe qui aurait interrompu une période de désintérêt. Il est certain que des astrolabistes musulmans, et spécialement maghrébins, ont pu subir des influences européennes[13], mais l'explication de Price (1955) est clairement fausse en ce qui concerne les cadrans solaires dont le renouveau est lié à l'expansion Ottomane[14] (voir l'historique de

---

[9] Institut du Monde Arabe, Paris (Mouliérac 1989) ; National Maritime Museum, Greenwich (Cleempoel 2005) ; (ex-)Time Museum, Rockford (Turner 1985) ; Musée du Louvre, Paris (Frémontier-Murphy 2002) ; National Museum of American History, Washington (Gibbs & Saliba 1984) ; Museum of History of Science, Oxford (www.mhs.ox.ac.uk) ; Alder Planetarium & Astronomy Museum, Chicago (Pingree 2009).

[10] Gunther (1932), Almiron (2014), Jarray (2015).

[11] Un premier inventaire des cadrans solaires du Maroc (Jarray 2017), hélas très peu illustré, suggère que c'est la troisième hypothèse qui est la bonne.

[12] Voir détails dans Mercier (2015) et (2018a).

[13] On connaît par exemple, un astrolabe marocain de 1651 qui intègre déjà le calendrier Grégorien (Pingree 2009, 16)

[14] On sait que les Ottomans, de doctrine Hanafite, étaient particulièrement favorables à l'utilisation des méthodes scientifiques dans le cadre du culte. Cela est vrai aussi bien pour le calcul des heures de prières (King 2014) que pour la détermination de la Qibla (Bobine 2008).

l'implantation du type « moderne » en Tunisie : Jarray & Mercier, 2016) ; *a contrario* le Maroc, qui ne fût jamais occupé par les Ottomans, bénéficie du même renouveau au même moment. En fait, il est peu probable que la simple influence d'une puissance étrangère (Européenne ou Ottomane), ait pu suffire à relancer la gnomonique après une période de désintérêt de deux siècles. Des causes « internes » doivent être évoquées, on peut penser, par exemple, un changement dans la perception de la *tradition scientifique* par les autorités religieuses et par les croyants.

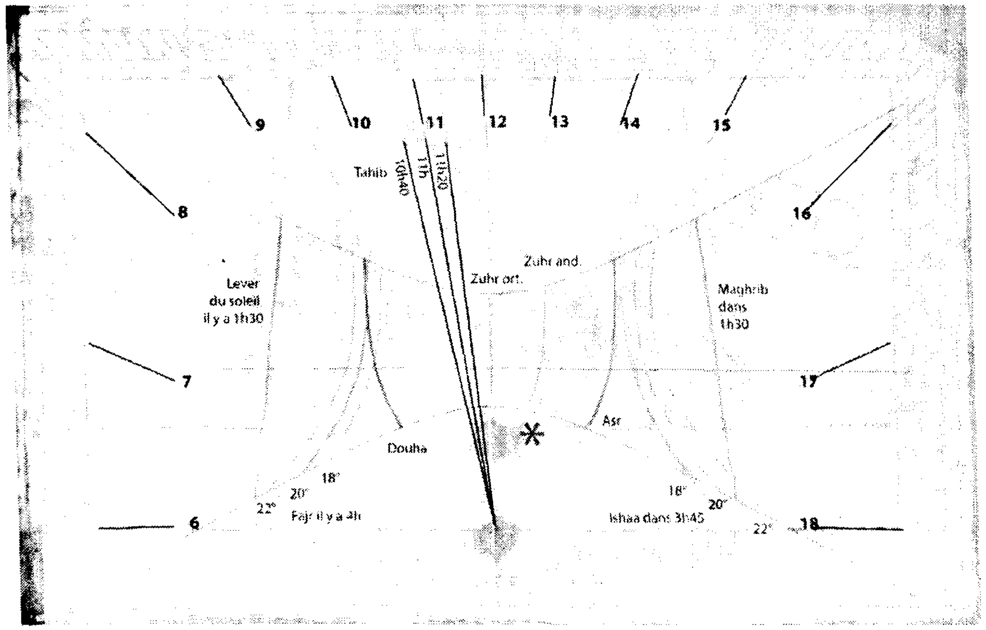


Fig. 2 : Superposition du cadran de l'ex-grande mosquée du Kef (œuvre de Uthmân Ben Khalîl al Tûnisî al Hanafî, 1227/1812 ; photo Fathi Jarray) avec une modélisation calculée pour cette latitude. On constate une excellente correspondance, aussi bien pour la partie horaire (bandeau extérieur) que pour les prières. *Tahib* correspond ici à 11h20, *Ishaa* à -18°, et *Fajr* à -20°. La seule anomalie, marquée par une étoile rouge, correspond au dessin de Zuhr (andalou) qui devient de plus en plus fautif en s'approchant du solstice d'été.

QUALITÉ DES TRACES ET RESPECT DES RÈGLES DE LA GNOMONIQUE

Cadrans solaires

Le plus ancien cadran solaire connu est andalou, il est datable de la fin du X^e siècle ou du début du XI^e siècle. Sur le plan gnomonique, il accumule les erreurs et les approximations (King 1978). Il existe 6 autres cadrans solaires andalous, et aucun n'échappe aux tracés erronés (Almiron 2014). Le cadran Grenade, du XIII-XIV^e siècle, est le plus approximatif, son auteur est qualifié par King (1978, 365) de « *malheureux individu... innocent dans le domaine de l'astronomie* ». A la même époque au Maghreb les cadrans sont de bien meilleure qualité gnomonique[15].

Pour la suite de notre analyse, nous allons nous concentrer sur la Tunisie, où nous bénéficions d'un inventaire exhaustif (Jarray 2015). Dès leur installation à Tunis, les Ottomans vont favoriser la gnomonique dans les mosquées Hanafites, mais également dans les mosquées locales. Le plus ancien cadran de cette nouvelle période date de 1616 (œuvre de Barakât Ben Muhammad al-Zarîf al-Husaynî al-Idrîsî, le premier muwaqqit de la première mosquée hanafite la ville : mosquée Yûsuf Dey). Dès le début, ces cadrans vont atteindre une sorte de perfection technique et gnomonique avec, notamment, des indications des heures des prières de la nuit, fonction qui est habituellement hors de portée d'un cadran solaire. On connaît plus d'une trentaine de ces cadrans modernes (Type B de Jarray 2015). Certains d'entre eux sont extrêmement novateurs, y compris à l'échelle du monde musulman[16]. Ces réalisations ne sont évidemment pas à l'abri d'imperfections, mais il s'agit toujours d'erreurs ponctuelles (on peut imaginer une erreur de calcul), qui ne remettent pas en cause la fonctionnalité de l'ensemble. Au début du XIX^e siècle vont commencer à apparaître des cadrans solaires frustres, qui ont perdu beaucoup de leur fonctionnalité (abandon des prières de la nuit, voire souvent de toutes les prières) et cumulant les erreurs de tracé. On trouvera encore d'excellentes réalisations jusqu'au milieu du siècle[17], mais globalement, le temps de la décadence gnomonique est arrivé.

Nous ne disposons pas de suffisamment d'éléments pour tenter de décrire l'évolution en Algérie. Au Maroc, qui ne fut pas occupé par les Ottomans, il semble y avoir également, à partir du XVII^e siècle, un renouveau ; mais cette fois-ci l'influence scientifique est européenne[18]. De ce fait, les cadrans solaires marocains n'intègrent pas, ou très rarement, d'indications religieuses.

Quadrants

Le quadrant a été inventé en Egypte au XI^e ou XII^e siècle (King 2014, 78), mais ne semble pas connu en occident musulman avant le milieu du XV^e siècle[19]. Il s'agit d'instruments rares et toujours très largement minoritaires dans les grandes collections d'astrolabes musulmans (Musées d'Oxford, Greenwich...). Contrairement à ce qu'affirment certains auteurs, il est très peu probable que ces instruments aient remplacé les astrolabes dès le XVI^e siècle. L'échantillon étudié correspond à 8 quadrants (dont 7 détaillés dans Mercier), qui s'étalent du XV^e au XIX^e siècle. Un seul doit être considéré comme défaillant (voir Mercier 2016), il s'agit de celui conservé à la BNF (Paris) ; il n'est pas daté, mais selon Janin (1977) qui en a fait une première étude, il a une facture récente (XIX^e siècle ?).

---

[15] Quelques exemples parmi les rares cadrans maghrébins de cette époque qui nous sont parvenus: cadrans n°6, 7, 8 et 9 de Jarray (2009 & 2015), cadrans de Tlemcen (Bel 1905, Jarray 2011), cadran de la mosquée al-Qarawiyyin à Fès (Jarray, 2017).

[16] Cadran équatorial et cadran polaire de la Mosquée Zitouna de Tunis (Jarray et Mercier 2015) ; Méridiennes religieuses du cadran de la mosquée Hanafite de Monastir (Jarray et Mercier 2016).

[17] Comme le cadran de la Grande Mosquée de Kairouan (1842, Ahmad Ben Qasim Ammar al-Susi) dont la qualité est bien supérieure à ce qu'affirme Janin (1977).

[18] A titre d'exemple, les cadrans marocains du XVII^e siècle intègrent déjà la graphie européenne des chiffres arabes.

[19] L'affirmation selon laquelle les quadrants (astrolabiques) auraient été inventés, vers 1288, par Profeit Tibbon (dit Profatius) (1236-1304), un savant de Montpellier, est inexacte (King 2014, 78).

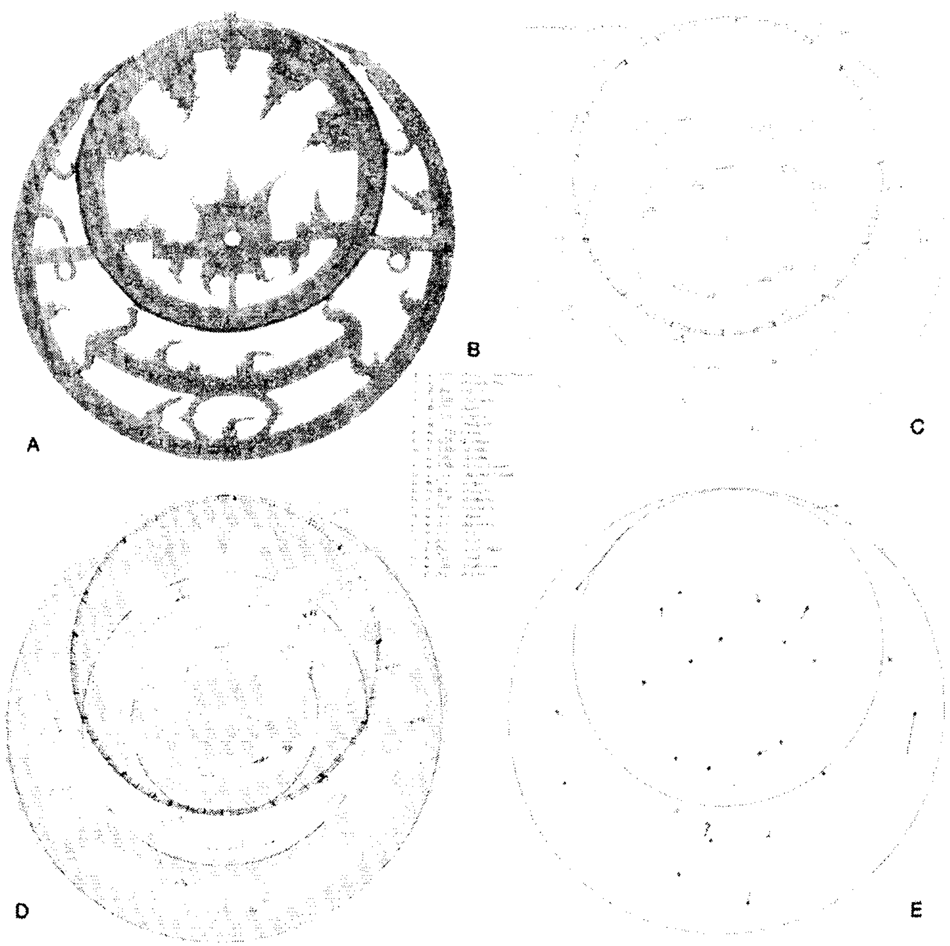


Fig. 3 : A : Araignée de l'astrolabe 45220 du Museum of the History of Science - University of Oxford, signé par Adbullah ibn Sasi et daté de 1099 A.H. (1687/8). B : liste d'étoiles. C : modélisation de la position des étoiles de la liste B sur la période 500-2000 avec un incrément de 100 ans, les cercles bleus représentent les positions attendues aux environs de 1700. Les numéros se réfèrent à la liste « B ». D : Superposition de « A » et « C ». E : Carte d'erreur résultante : point rouge = position attendue ; extrémité du trait : position observée.

Astrolabes

On sait que des astrolabes ont été confectionnés avant le milieu du X^{e} siècle à Kairouan (King 1999), mais les plus anciens conservés datent de la première moitié du XI^{e} siècle (H 420) (King 2002). Un astrolabe est formé de plusieurs parties (mère, tympans, araignée, ...). Les araignées seront examinées

dans un paragraphe suivant. Les mères n'ont pas fait l'objet d'études systématiques. Par contre 176 tympans issus de 40 astrolabes différents ont été étudiés en détail sur le plan du tracé des lignes astronomiques (Mercier 2015). Aucune de ces pièces ne présente de défaut significatif[20]. Cette bonne qualité générale du tracé des tympans concerne toutes les époques, période médiévale et XIX^{e} siècle inclus[21].

ADAPTATION DES INSTRUMENTS AUX ÉVOLUTIONS RELIGIEUSES

L'accord sur les heures de prière ne s'est jamais fait dans le monde musulman, et selon l'école juridique, l'époque et/ou l'espace géographique, des différences dans le nombre (?) et la définition des moments favorables sont fréquentes. Au Maghreb, qui a subi de nombreuses influences religieuses (dynasties Shiites ou Malékites, occupation Ottomane (Hannafite)) ; présence de communautés Ibadites, ...), on doit s'attendre à la succession et à la coexistence de nombreuses conventions différentes. Comment les gnomonistes se sont adaptés à ces demandes différentes ? C'est que nous allons envisager maintenant.

Cadrans solaires

Avant le XVII^{e} siècle, les cadrans solaires sont caractérisés par un assemblage limité aux prières de la journée : *Zuhr andalou* et *Asr*.

[20] Vu la quantité de faux qui circulent sur le marché de l'art, il est certain que les conservateurs des grandes collections publiques sont particulièrement attentifs avant d'intégrer un astrolabe dans leur catalogue. Il est donc possible que des astrolabes authentiques, mais présentant des défauts, ou des éléments de suspicion au sens de Brieux (1974), aient été rejetés.

[21] Une certaine forme de décadence a néanmoins existé dès la fin du XVIII^{ème} siècle, ainsi en 1786, S. M. Sidi Mohamt'd ben Abdallah, « empereur » (sic) du Maroc, avait été incapable de faire réaliser sur place de nouveaux astrolabes pour la Mosquée des Andalous à Fès ; il a dû confier ce travail au « meilleur artiste (de Paris) en ce genre». C'est Lenoir « Ingénieur du Roy» qui réalisa ce travail en 1789, (Hosotte-Reynaud 1957). C'est à ces circonstances que les astrolabes de la mosquée des Andalous doivent leur décoration de pur style Louis XVI !

Ponctuellement, cet assemblage peut être complété par *Asr2* (Tunisie XIe siècle) ou *Douha et Tahib* (Tunisie XIVe siècle : King 1977). La majorité des cadrans solaires de l'époque moderne (XVII-XIXe siècles) vont intégrer les prières de la nuit grâce à un système de « lignes d'annonce[22] ». Notons que ces lignes sont plus fréquentes pour *Maghrib* que pour *ʿIshaa* et *Fajr*. Dans la tradition scientifique, les prières *ʿIshaa* et *Fajr* commencent quand le soleil a atteint un certain angle sous l'horizon. Selon les cadrans, le choix s'est porté sur des angles de -16°, -18° … -24°. Par ailleurs, l'angle peut être, ou non, le même pour les deux prières. Ces différentes règles de calcul se retrouvent dans les tables manuscrites maghrébines de l'époque (King 2014, 427-437). *Zuhr andalou*[23] et *Zuhr orthodoxe* (qui apparaît au début du XVIIème siècle) vont être utilisés dans des proportions similaires jusqu'au XIXe siècle. Ponctuellement *Asr2*, *Douha*[24] et *Tahib*[25] vont également être représentés.

D'une manière générale, ces tracés sont précis, et il n'y a jamais d'ambiguïté sur la convention religieuse retenue. La capacité des gnomonistes à répondre à des demandes particulières, et la précision de leur travail, sont évidentes.

Quadrants

Pour le quadrant de la BNF (cf *supra*), la qualité du tracé des prières est aussi catastrophique que pour les indications astronomiques. Pour les autres quadrants étudiés, les tracés des prières montrent une très bonne adéquation avec les modélisations (Mercier 2016). La diversité des conventions religieuses est importante : on va observer des assemblages avec ou sans *Zuhr andalou*, et des angles très variables pour *ʿIshaa* et *Fajr* qui peuvent être, ou ne pas être,

[22] Par exemple « *Moghrib* dans 2 heures », « *ʿIshaa* dans 3 heures », « *Fajr* il y a 5 h » (et donc dans 19h car 24-5=19).

[23] Le cadran solaire le plus récent qui fait référence à *Zuhr andalou* date de 1957, mais il est possible que ce soit la copie d'un cadran plus ancien (Jarray 2015)

[24] Avec deux méthodes de calcul différentes : soit le symétrique par rapport à midi de *Asr*, soit de *Asr2*.

[25] Avec au moins trois méthodes de calcul différents : 1h20, 1h ou 40 minutes avant midi (du Vendredi), soit précisément 10, 15 ou 20 *drejs*, Le *drej* était l'unité de temps dans le monde arabe ancien, c'est le temps qu'il faut au Soleil pour parcourir 1° sur l'écliptique. C'est l'unité que l'on retrouve sur la partie horaire des instruments gnomoniques antérieurs au XIXe siècle.

égaux pour les deux prières. Notons enfin que *Asr2* et les prières spécifiques de l'occident musulman (*Douḥa* et *Tahib*) n'ont jamais été reconnues sur ces instruments.

Astrolabes

Sur cet instrument, les lignes de prières, qui dépendent de la latitude, sont gravées sur les tympans. Le lever et le coucher du Soleil (*maghrib)* sont toujours représentés pour des raisons astronomiques (almicantarat 0°). Quand il y a indications de prières supplémentaires, on reconnaît toujours *ʿIshaa* et *Fajr*. Ces deux prières sont alors caractérisées par le même angle qui ne s'écarte jamais significativement de -18°. Cet assemblage est très souvent complété par Zuhr *andalou* et *Asr*. La ligne indiquant *Asr2* n'est présente que sur les instruments du XIème siècle, quant à *Douha* et *Tahib*, ils n'ont pas été reconnus. L'assemblage des prières des astrolabes est donc significativement différent de celui que l'on observe sur les cadrans solaires et les quadrants, nous y reviendrons.

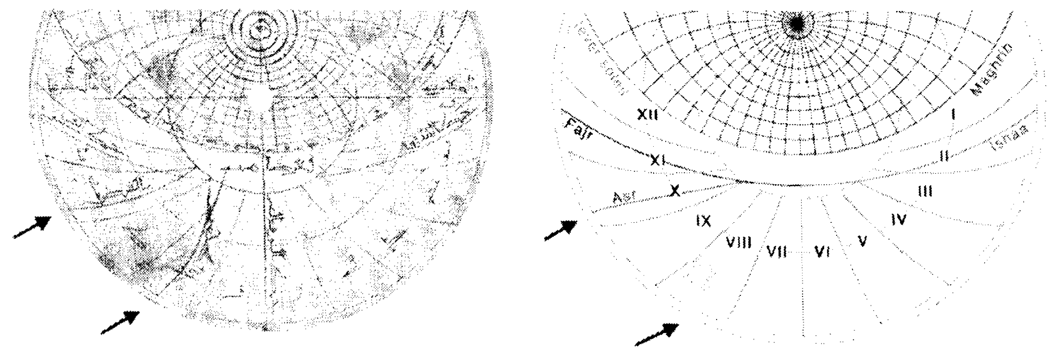


Fig. 4 : Comparaison entre le tympan 42° de l'astrolabe 53556 du MHS d'Oxford (XIVe s., Afrique du Nord) et sa modélisation. On constate que seules les courbes de Zuhr andalou et Asr sont fautives (flèches rouges).

Autre point remarquable, plus de 9% des tympans présentent des erreurs de tracé concernant *Asr* ou/et *Zuhr andalou,* et ce sont les seules erreurs observées. Souvent, ce ne sont qu'un ou deux tympans qui sont affectés, les autres tympans sont corrects. Citons, à titre d'exemple, l'astrolabe de la figure 4 qui dispose de 5 plaques avec des tympans gravés sur les deux faces (soit 9 tympans pour les latitudes de 21°, 25°, 30°, 33°, 32°, 36°, 42°, 45°, 0° et un tympan d'horizons). Sur les seuls tympans 42° et 45°, les prières de *Asr* et *Zuhr* *andalou* sont gravées de façon erronée (Fig. 4). Cette erreur résulte d'un curieux effet de symétrie que l'on peut obtenir, par exemple, en retournant un calque où serait dessinée la ligne à graver.

ADAPTATIONS DES ASTROLABES À L'ÉVOLUTION CELESTE

Du fait de la précession des équinoxes, les étoiles se déplacent au cours des siècles parallèlement à l'écliptique. Quand on fabrique une nouvelle araignée, il faut donc prendre en compte ce déplacement pour positionner les étoiles. L'étude de l'adéquation entre des positions stellaires et la date de la fabrication de l'instrument (souvent indiquée dans la dédicace) constitue un bon moyen de juger de sa qualité scientifique. J'ai étudié 47 araignées d'astrolabes datés et dont les étoiles avaient été identifiées par ailleurs (Mercier 2018).

En comparant les positions attendues des étoiles (résultat de la modélisation) et les positions observées sur chacun de ces astrolabes, j'ai pu établir des « cartes d'erreurs » (Fig. 3). Il ressort de l'analyse de ces cartes et des listes d'étoiles que :

- tous les astrolabes étudiés s'inscrivent dans une tradition fondée par Maslama al-Majriti[26] et son traité sur l'astrolabe datant de 978 (Vernet & Catalá 1965).

- aucune des araignées étudiées n'est « en retard », la précession des équinoxes a été systématiquement prise en compte.

- un certain nombre d'étoiles sont mal implantées, mais il apparaît que, au fil des siècles, ce sont toujours les mêmes qui focalisent les problèmes (essentiellement : δCap, ιCet, βCet, ζCet, χCet, αCrt, γCrv, αSer)

[26] Les auteurs ont longtemps confondu cet auteur avec Messahalla (vers 740-815), important astronome / astrologue qui vivait à Bagdad. Il est maintenant bien établi qu'il s'agit en fait d'un savant andalou (c. 950 Madrid – 1007 Cordou) dont l'importance est de plus en plus soulignée par les spécialistes (voir King 2014, II, p. 587 ; Casulleras 2007).

- inversement, la majorité des étoiles a une bonne, voire très bonne implantation, qui correspond parfaitement à la position attendue.

- les araignées les plus précises datent du XIIIe siècle, les plus mauvaises, et de loin, du XIXe siècle (Fig. 5).

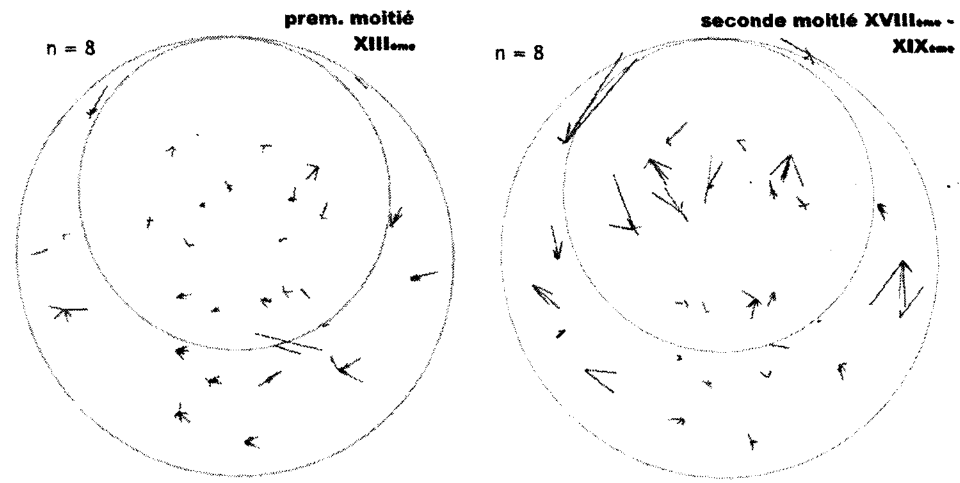


Fig. 5 : Superposition des cartes d'erreur de 8 astrolabes de la première moitié du XIIIe siècle et de 8 astrolabes tardifs (fin du XVIIIe et XIXe siècle) (d'après Mercier 2018a).

L'étude des erreurs des araignées, et particulièrement des étoiles qui sont systématiquement mal implantées (étoiles « à problèmes »), est riche en enseignements. Tout d'abord, le fait que, justement, les erreurs concernent les mêmes étoiles, permet d'exclure un simple problème de précision / soin lors de la réalisation. Cette répartition marque très probablement un phénomène de corruption des tables d'étoiles qui se sont transmises au fil des siècles. De manière plus surprenante, même si ce sont toujours les mêmes étoiles qui sont fautives, les caractéristiques de ces erreurs varient fortement d'un instrument à l'autre (Fig. 5). L'existence de ces fluctuations pourrait suggérer que les astrolabistes avaient identifié les erreurs redondantes, et qu'ils avaient essayé d'y remédier en tâtonnant …, mais sans grand succès. On peut aussi en conclure que ces astrolabistes étaient incapables de réaliser les mesures astronomiques nécessaires.

Plus remarquable encore, si l'on s'intéresse à la position des étoiles sur différentes araignées d'un même astrolabiste (par exemple : Abu-Bekr XII^{ème} siècle, 3 astrolabes ; Ibn-Futtuh XIII^{ème} siècle, 5 astrolabes ; Mohammed ibn Ahmad al Battuti XVIII^{ème} siècle, 6 astrolabes), on retrouve la même fluctuation de la position des étoiles « à problèmes » (Fig. 6).

Au final donc, et si l'on ne tient pas compte des astrolabes tardifs et des étoiles « à problèmes », la précision est très bonne, bien meilleure que celle des astrolabes originaires d'orient (Mercier 2018 b), et bien meilleure surtout que ce que laissait espérer l'étude des manuscrits (Dekker 1992)[27]. En fait, elle s'approche de celle des astrolabes européens du XVI^{e} siècle (voir Mercier 2018b) qui constitue un *summum* historique (Stautz 1996).

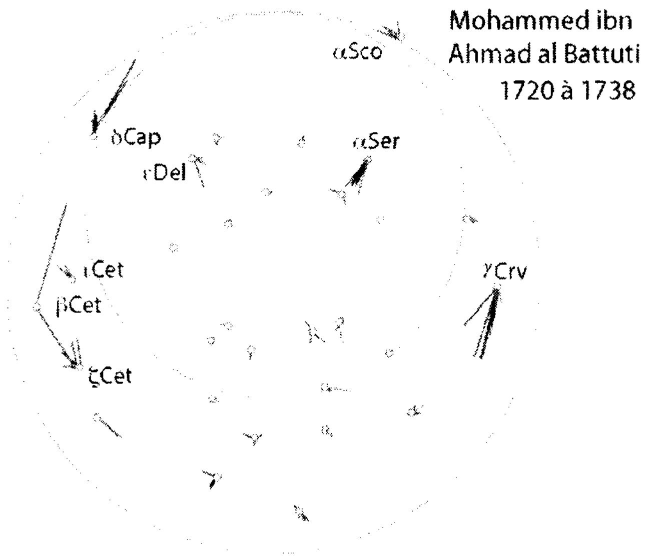


Fig 6. : Compilation des erreurs des araignées de six araignées réalisées par le même astrolabiste : Mohammed ibn Ahmad al Battuti (Maroc 1720 à 1738), l'implantation des étoiles fautives est différente sur chaque instrument (d'après Mercier 2018a).

[27] La description par Dekker (1992), globalement validée par King (1993) et Kunitzsch (1993, 2005), des manuscrits maghrébo-andalous traitant de l'astrolabe est très négative ; elle signale une grande imprécision sur les valeurs de précession, mais surtout des retards allant jusqu'à 250 ans dans sa prise en compte (voir à ce sujet : Kunitzsch 1980). En fait, Dekker (1992) suggère qu'avec de telles sources, les astrolabistes ne pouvaient pas être capables de réaliser des instruments corrects… ce qui se révèle être faux !

DISCUSSIONS ET CONCLUSIONS

L'impression qui se dégage de ce qui précède est très positive : les gnomonistes maghrébo-andalous ont, d'une manière générale, produit des instruments précis[28] et ils ont fait preuve d'une bonne adaptabilité aux circonstances (demande religieuse, évolution céleste). Des instruments peuvent se révélés fautifs (cadrans solaires andalous, de nombreux instruments du XIX^{e} siècle), mais ils sont minoritaires. Par ailleurs, nous avons vu que les astrolabistes étaient probablement capables d'identifier les erreurs de leurs instruments, et de développer une démarche pour essayer d'y remédier (cas des étoiles « à problèmes »). Ces éléments démontrent, selon moi, que jusqu'à un XIX^{e} siècle bien avancé, la compréhension mathématique des instruments a toujours été présente, comme d'ailleurs des objectifs de justesse et de précision. On peut, et on doit, parler de démarche scientifique pour caractériser l'activité des gnomonistes magrébo-andalous.

Une fois cela établi, on doit s'arrêter sur certains problèmes et anomalies qui tempèrent un peu cette vision, sans doute un peu trop idyllique

Commençons par les astrolabistes. Nous avons vu qu'ils avaient été capables de choisir de bonnes valeurs de la précession. Cela est d'autant plus remarquable que l'image qui se dégage des manuscrits à ce sujet, est plutôt confuse (Dekker 1992). Mais ils n'ont jamais su corriger les erreurs de coordonnées d'étoiles, transmises siècles après siècles sur des tables manuscrites ; erreurs que, très probablement, ils avaient identifiées. Les astrolabistes n'avaient manifestement pas de compétences dans le domaine de l'observation et de la mesure[29]. Dans un autre ordre d'idée, le traitement des prières est tout à fait surprenant, non seulement l'unique assemblage représenté ne reflète pas la diversité des pratiques sur 10 siècles, mais en plus on constate un taux d'erreur (près de 10% sur *Zhur andalou* par exemple) qui dénote avec la qualité du reste de l'instrument. Tout cela est d'autant plus surprenant que les quadrants, qui sont des instruments très proches et que l'on pourrait penser

[28] Cette affirmation n'est, bien entendu, pertinente qu'au regard des fonctions testées dans ce travail. D'autres parties des instruments, non évoquées ici, peuvent se révélés de très mauvaises : par exemple, la date de l'équinoxe de printemps dans le calendrier Julien à l'arrière des astrolabes (voir Mercier 2018b).

[29] On sait qu'il existait pourtant une activité d'observation au Maghreb, au moins au XIV-XV^{e} siècle (Samso 2001).

réalisés par les mêmes gnomonistes, tiennent bien compte de la variété des conventions religieuses. Ce qui est également le cas des cadrans solaires, mais de façon plus complète encore.

Envisageons maintenant les fabricants de cadrans solaires. Au XIII[e] siècle, en Andalousie, ils étaient vraiment incompétents, alors que leurs collègues astrolabistes fabriquaient, à la même époque et au même endroit, les meilleurs astrolabes de musulmans de l'histoire. De même, au XVII[e] siècle au Maroc, les cadraniers ont été chercher leurs modèles en Europe, alors qu'ils disposaient des compétences sur place : la fabrication des astrolabes était encore dans une période très brillante. A la même époque en Tunisie, les fabricants de cadrans solaires maîtrisaient les techniques de calcul de la Qibla (Jarray & Mercier 2016 et ce volume), mais, ils utilisaient les vieilles, et fautives, coordonnées géographiques de Ptolémée, sans tenir compte des énormes progrès réalisés par les géographes musulmans dans ce domaine. Par ailleurs, il apparaît que, toujours à cette époque, aucun architecte n'a cherché à tenir compte de ce calcul de la qibla pour orienter les édifices religieux.

Tout ceci semble indiquer un cloisonnement très important entre les (sous-)disciplines. Au delà des compétences scientifiques individuelles remarquables, cette absence de communication entre des disciplines très proches, pourrait bien être une des caractéristiques majeures de la Science maghrébo-andalouse.

BIBLIOGRAPHIE.

Almiron E. M. (2014) : *Legad gnomonico de al-Andalus*, Reloj Andalusi edt, 173 p.

Biémont E . (2006) : *Astronomie en Terres d'Islam*, Burellier éd. 172 p.

Bel A. (1905) : Trouvailles archéologiques à Tlemcen, *Revue Africaine*, 49, 228-236.

Bobine M.E. (2008): Romans, Astronomy and the Qibla: Urban Form and Orientation of Islamic Cities of Tunisia; *African Cultural Astronomy – Current Archaeoastronomy and Ethnoastronomy Researchin Africa*, 145-178.

Brieux A. (1974): Les Astrolabes, Test d'authenticité, *Revue Art et Curiosité*. 20 p.

Carandell J. (1988): *Risala fi ilm al-zilal de Muhammad ibn al-Raqqam al-Andalusi*. Edicion, traduccion y comentario. Barcelona; 323 p.

Dekker E. (1992): Astrolabes and Dates and Dead-ends, *Annals of Science*, XLIX, 175-184

Frémontier-Murphy C. (2002) : Les instruments de mathématiques XVIe-XVIIIè siècle. RMN, 368 p.

Gibbs S. & Saliba G. (1984) : *Planispheric astrolabes from the National Museum of American History* ; Smithsonian Institution Press, 230 p.

Gunther R.T. (1932) : *Astrolabes of the world*, vol. 1 & 2, re-édition (1976) Holland Press edt., 609 p.

Hosotte-Reynaud M. (1957) : Identification d'un des astrolabes de la Mosquée des Andalous, *Hesperis*. 1957. XLIV. 128, 2 pl.

Janin L. (1977) : Quelques aspects récents de la gnomonique tunisienne ; *Revue de l'Occident musulman et de la Méditerranée*, N°24, 1977. 207-221.

Jarray F. (2009) : Notes préliminaire sur deux miswala-s méconnues de la ville de Kairouan ; Kairouan et sa région : *Nouvelles recherches d'archéologie et de patrimoine* (3[ème] colloque international du département d'archéologie) ; 391-399

______ (2011) : Mesurer le temps à Tunis et à Tlemcen au VIIIe/XIVe siècle d'après l'étude des deux mizwala-s des deux villes. *Actes du colloque international : L'Islam au Maghreb et le rôle de Tlemcen dans sa propagation*, Université de Tlemcen.

______ (2015) : *Mesurer le temps en Tunisie*, Publication de la Cité des sciences de Tunis

______ (2017) : Gnomonique musulmane au Maroc : Un premier bilan sur le corpus de mizwala-s ; *Etudes en patrimoine écrit*, Centre National de la Calligraphie, Tunis, 5-35

Jarray F. & Mercier E. (2015) : Cadrans de la Grande Mosquée al-Zaytûna, *Cadran Info*, 31, 53-68. *

________________ (2016) : Les cadrans signés «Ahmad al-'Umarî» (Tunisie, XVIII[e] siècle), *Cadran-Info*, 34, 69-89. *

Kennedy E.S. (1976) : The exhaustive treatise of shadows by al-Biruni ; 2 vol., Alep.

King D.A. (1977) : A 14th-century Tunisian sundial for regulating the times of Muslim prayer; in Walter G. Saltzer & Yasukatsu Maeyama, eds., *PRISMATA: Naturwissenschaftsgeschichtliche Studien – Festschrift für Willy Hartner*, Wiesbaden : Franz Steiner, 187-202.

______ (1978) : Three sundials from Islamic Andalusia, *Journal for the History of Arabic Science*, 2, 358-392.

_______ (1993) : "Some medieval astronomical instruments and their secrets", in Renato Mazzolini, ed., *Non-Verbal Sources in Science before 1900*, Florence: Leo S. Olschki, 29-52.

_______ (1999) : "On the history of astronomy in the medieval Maghrib", in *Études Philosophiques et Sociologiques Dédiées à Jamal ed-Dine Alaoui*, Université Sidi Mohamed Ben Abdallah, Publications de la Faculté des Lettres et des Sciences Humaines Dhar El Mahraz - Fès, No Spécial 14 (Département de Philosophie, Sociologie et Psychologie), Fez, 27-61

_______ (2002) : Frankfurt Medieval Instrument Catalogue, 32p. (non publié)

_______ . (2014) : *In synchrony with the heavens*, 2nd édit., volume 1 : The call of the Muezzin ; Brill éd, 930 p. (première édition : 2005).

Kunitzsch P. (1980) : Two Star Tables from Muslim Spain ; *Journal for the History of Astronomy*, 11, 192-201

_________ (1993) : Zur Problematik der Astrolabsterne - eine weitere unbrauchbare Sterntael, *Archives internationales d'histoire des sciences*, XLIII, 197-208.

_________ (2005) : The stars on the astrolabe p. 41-46 , in Van Cleempoel K.V. *: Astrolabes at Greenwich*, Oxford Univ. Press

Mercier E. (2014) : Cadrans islamiques anciens de Tunisie ; *Cadran-info*, 29, 53-65. *

________ (2015) : Les heures de prières d'après les astrolabes maghrébo-andalous, *Cadran-info*, 32, 77-88. *

________ (2016) : Les heures de prières sur les quadrants astrolabiques maghrébo-andalous, *Cadran-Info* 33, 122-130. *

________ (2018a) : Les étoiles des astrolabes maghrébo-andalous. *Cadran-Info*, 37, p. (sous presse). *

________ (2018b) : Peut-on dater les astrolabes anciens ? *Cadran-Info*, 38, p. (sous presse). *

Mouliérac J .(1989) : « La collection Marcel Destombes, » dans A. J. Turner (éd.), *Astrolabica 5*, Paris : Institut du Monde arabe/Société internationale de l'astrolabe, 77-126.

Pingree D. (2009) : *Eastern astrolabes* ; Alder Planetarium edt, 268 p.

Price D.J. (1955) : "An International Checklist of Astrolabes", *Archives Internationales d'Histoire des Sciences*, 8, 243-263, 363-381.

Samso J. (2001): Astronomical Observations in Maghrib in the Fourteenth and Fifteenth Centuries; *Science in context*, 14 ; 165-178

Sédillot, J. J. (1834) : Traité des instruments astronomiques des Arabes. 2 Vols. Paris.

Sédillot, L.P.E. (1841 - 1845): Mémoires sur les instruments astronomiques des Arabes., Paris.

Stautz B. (1996) : Untersuchungen von mathematisch- astronomischen Darstellungen auf mittelalterlichen Astrolabien islamischer und europäischer Herkunft.(Etude des représentations mathématiques et astronomiques sur les astrolabes médiévaux d'origine islamique et européenne). (Thèse soutenue le 14 Juin 1996, à l'Université de Frankfurt am Main) GNT Verlag, 287 p

Sterns J. (2011) : Legal statuts of Science in the Muslim World in the early modern period : an initial consideration of Fatwas from three maghrib sources. *The Islamic Scholarly tradition*, Brill éd., 265-290.

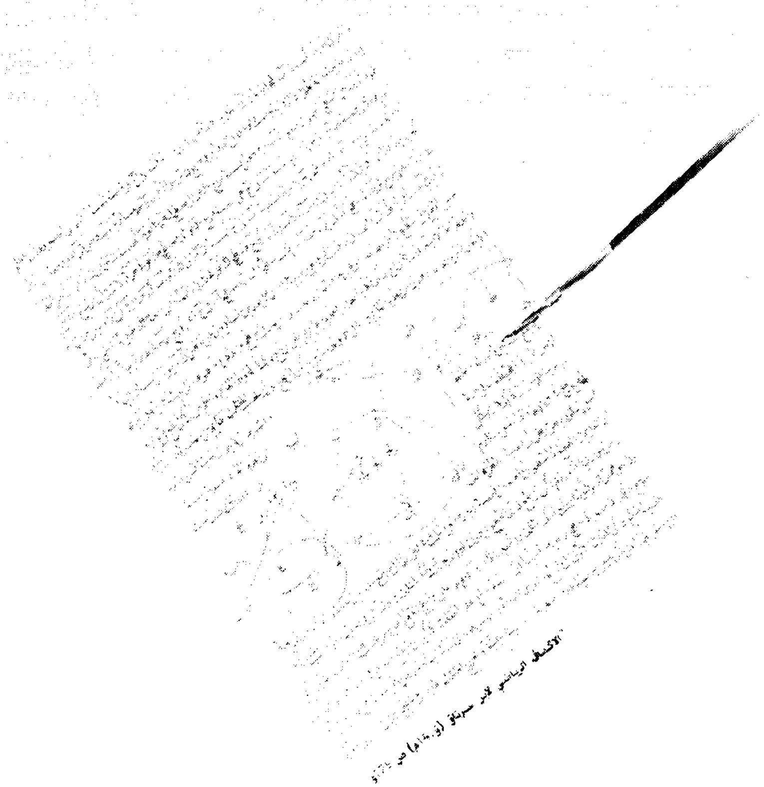
Turner A.J. (1985) : *The Time Museum, Catalogue of the Collection*, V. 1, t. 1 ; Time Museum edt, 268 p.

Vernet J. & Catalá M.A. (1965) : Las obras matemáticas de Maslama de Madrid, *Al-Andalus*, 30, 15–45

* ce symbole indique les articles que l'on peut librement télécharger sur les pages accessibles à cette adresse :
http://studios-nantes.pagesperso-orange.fr/Gnomonique.html

الملتقى المغاربي التاسع
حول
تاريخ الرياضيات العربية

تيبازة : 12-14 ماي 2007



وقائع الملتقى
نشر : عبد المالك بوزاري ويوسف قرقور

L'OUVRAGE *^{c}ILAL ḤISĀB AL-ĞABR W-AL-MUQĀBALA* D'AL-KARAĞĪ
UN RETOUR SUR LES FONDEMENTS DE L'ALGEBRE

NAFTI Foued
LAMSIN/ENIT/ Univ Tunis El Manâr

Résumé. La renommée d'al-Karağī, l'algébriste, est universelle. Ses principaux ouvrages : *Kitāb al-Faḫrī fī l-ğabr, Al-Badī' fī l-ḥisāb et Al-Kāfī fī l-ḥisāb* ont été édités, largement analysés et leur impact a été bien identifié. Nous proposons de présenter dans cette communication un traité moins connu d'al-Karağī : *^{c}Ilal ḥisāb al-ğabr* Nous l'analysons à travers les copies manuscrites ayant survecu et nous tentons de montrer l'originalité de ce traité par comparaison aux ouvrages les plus connus d'al-Karağī.

Mots-clefs : al-Karağī, algèbre, *al-ğabr*, équations, démonstration.

INTRODUCTION

Al-Karağī (v. 1029), mathématicien et ingénieur, exerçait à Bagdad puis à Karağ entre la deuxième moitié du X^{e} siècle et le début du XI^{e} siècle. Sa renommée, en tant qu'algébriste, est due essentiellement à sa place majeure dans l'histoire du développement du calcul algébrique, à travers trois importants ouvrages : *al-Faḫrī fī sinā^{c}at al-ğabr w-al-muqābala* [Le livre glorieux sur l'art d'al- *ğabr* et d'*al-muqābala*] [1], *al-Badī^{c} fī-l ḥisāb* [Le Livre merveilleux en calcul] [2], *al-Kāfī fī ^{c}ilm al-ḥisāb* [Le Livre suffisant en science

[1] *al-Faḫrī* fut d'abord étudié par Franz Woepcke en 1853, puis édité par Ahmad Salim Saïdan en 1986. Voir [Saïdan 1986, volume 1, 95-309].
كتاب الفخري لأبي بكر الكرجي. تحقيق وتقديم أحمد سليم سعيدان في تاريخ علم الجبر في العالم العربي، الكويت 1986. (صفحات 95-309).

[2] *al-Badī'* fut édité par Adel Anbouba en 1964.

du calcul] [3]. Ces ouvrages ont non seulement été édités, mais de nombreuses études et analyses leur ont été consacrées[4].

Al-Karaǧī a complété son œuvre algébrique par un autre texte, moins cité que les précédents : *ᶜIlal ḥisāb al-ǧabr w-al-muqābala* [Livre sur les causes du calcul d'*al-ǧabr* et d'*al-muqābala*]. Cet ouvrage a été ajouté en 1986 comme un supplément à l'édition d'*al-Faḫrī* par Saïdan[5]. Nous lui consacrons cette communication[6].

Présentation de *ᶜIlal al-ǧabr*

Dans son livre *Tarīḫ ᶜilm al-ǧabr al-ᶜarabi* [Histoire de la science algébrique arabe], Ahmad Salim Saïdan présente une édition d'*al-Faḫrī* d'al-Karaǧī et l'a complétée par une édition de *ᶜIlal ḥisāb al-ǧabr* pour laquelle il n'utilise qu'un seul manuscrit, celui d'Oxford. On en connait aujourd'hui trois autres copies manuscrites.

- A - mss, Ankara, Saib 5311, fol. 66r-75v (date: XIIIᵉ s)
- B - mss, Diyarbakir A. 403, fol. 64v-70r (date: 1241)
- C - mss, Istanbul, Hüsrev Paşa, 257, fol. 2 (date: XVIIᵉ s)
- D - mss, Oxford, Bod., Selden, Superius 22, fol. 61v-73v (date: 1326)

Pour notre thèse de doctorat, nous avons comparé le texte imprimé d'Ahmad Salim Saïdan à la copie [D] d'Oxford, seul manuscrit utilisé pour son édition de 1986, et nous y avons recensé : 38 mots différents, 2 mots oubliés, 2 phrases absentes, une phrase modifiée et un paragraphe totalement altéré. Ce

---

[3] *al-Kāfī* fut édité par Sami Chalhoub en 1986.

[4] Voir, par exemple, Rashed [1984] et Ben Miled [2004].

[5] Voir Saïdan [1986, volume 1, pp. 353-369]

كتاب علل حساب الجبر والمقابلة لأبي بكر الكرجي. تقديم أحمد سليم سعيدان في تاريخ علم الجبر في العالم العربي, الكويت 1986. (صفحات 353-369).

[6] En plus de l'édition *ᶜIlal ḥisāb al-ǧabr* par Saïdan [1986], la professeure Melek Dosay a publié une édition critique, une traduction turque et une transcription mathématique de cet ouvrage ; nous n'avons malheureusement pas eu accès à ce travail. D'autre part, dans un article intitulé « Diophantus, al-Karaji and quadratic equations », Jeffrey Oaks [2018] consacre ses chapitres 8 et 9 à l'analyse mathématique et épistémologique de *ᶜIlal ḥisāb al-ǧabr*.

qui nous a amené à préparer, dans le cadre de notre thèse de doctorat, une édition critique directement à partir des quatre copies disponibles actuellement. (Nafti 2017, 243-299) [7].

Sommaire de l'ouvrage

ᶜIlal ḥisāb al-ǧabr se compose d'une introduction et de six chapitres.

Le texte de *ᶜIlal al-ǧabr* commence ainsi :

> Abū Bakr Muḥammad Ibn al-Ḥusayn al-Karaǧī, le Calculateur, que Dieu le bénisse, dit: J'ai entrepris de démontrer par les lignes et les figures les propositions utilisant le partage en deux des racines ainsi que d'autres propositions, sachant que pouvoir constater la démarche visuellement est un argument irréfutable et n'a besoin d'aucun autre. [8]

---

[7] Dans notre thèse de doctorat [Nafti, 2017], nou avons présenté dans une édition critique de cet ouvrage et une traduction en langue française, suivie d'une étude mathématique de ce texte.

[8] " قال أبو بكر محمّد بن الحسن الكرجيّ الحاسب رحمه الله: إنّي كنت قد قصدت في إقامة البرهان على ما رسمته من تنصيف الأجذار وغير ذلك ممّا أقمت البرهان عليه بالخطوط

Il se termine par l'*excipit* suivant :

> <Tu procèdes> par analogie, dans tout ce qui est relatif à cet art, si Dieu le très Haut-le veut. … [9]

ANALYSE DE L'OUVRAGE

Nous commencerons par analyser l'introduction, puis chacun des chapitres.

L'introduction : But du traité *ᶜIlal ḥisāb al-ǧabr wal muqābala*

Dans l'introduction de *ᶜIlal ḥisāb al-ǧabr*, al-Karaǧī précise les raisons qui l'ont amené à composer ce travail ; il commence par rappeler que dans *al-Fakhrī*, il a utilisé des arguments géométriques (les lignes et les figures) pour prouver les propositions sur les équations ; cependant, ayant constaté que de nombreux utilisateurs des équations et des racines quadratiques sont habiles en science du calcul mais incompétents en géométrie, il leur propose ce projet et il écrit :

> Ensuite, j'ai vu que, parmi les gens étudiant (l'arithmétique), certains avaient du mal à constater la validité des arguments utilisant les lignes et les figures, malgré les discussions et les explications orales et gestuelles. j'ai pris alors conscience des difficultés extrêmes rencontrées par beaucoup de personnes lors de leur lecture de ces arguments dans les livres.
>
> Cependant, J'ai décidé de rapprocher du lecteur ces démonstrations puis qu'elles constituent le fondement qui dissipe tout doute sur ce que j'ai établi et la preuve qui dispense de toute autre cause. Pour ces dessins, je propose des preuves appartenant au domaine arithmétique utilisant l'algèbre et le calcul et pouvant être comprises par ceux que rebutent les lignes et les figures. Cela permettra d'avoir le consensus

والأشكال، لما في الوقوف على ذلك عيانا من الدّليل الذي لا يمكن دفعه ولا يُحتاج معه إلى غيره". (**كتاب علل حساب الجبر** 1986، ص. 354)

[9] " وعلى هذا القياس، جميع ما أتاك من هذا الفنّ، إن شاء الله تعالى ..." (نفس المرجع ، ص. 369)

> de tous les arithméticiens, lecteurs de ce livre, surt la validité de l'argumentation.[10]

Son objectif principal est donc d'émanciper les démonstrations algébriques de la géométrie en y introduisant des arguments appartenant à la science du calcul, ce que Roshdi Rashed [1984] appelle « l'arithmétisation de l'algèbre ». [11]

Al-Karaǧī termine l'introduction par préciser qu'il utilisera ces techniques arithmétiques pour justifier la validité des opérations sur les racines carrées des nombres (*al-ǧuḏūr*).

Analyse du chapitre 1 : des *māls* égaux à des racines [$x^2 = bx$]

Là où al-Ḫwārizmī [2007, 93-94] identifie les facteurs des deux membres en utilisant la définition du *māl* :

$$x.x = b.x, \text{ donc } x = b$$

et Sinān ibn al-Fatḥ utilise la notion de proportionnalité[12] :

$x^2 : x = bx : x$ or, $x^2 : x = x : 1$ et $bx : x = b : 1$. Ainsi : $x : 1 = b : 1$ donc : $x = b$

[10] " ثم شاهدت قومًا ممن يطلب علم الحساب ، يصعب عليهم الوقوف على صحة الأمر في تلك الخطوط والاشكال ، مع المناظرة ، والتوقيف باللسان واليد ، فعلمت أن ذلك على كثير من الناس ، عند قراءتهم إياه من الكتب ، أشدّ صعوبة.
ورأيت مع ذلك أن أقرّب تلك البراهين ، إذ كانت الأصل الذي يزول معه الشكّ في جميع ما رسمته ، والحجة التي تقطع معها كل علّة ، وأن أقيم على تلك الرسوم براهين من جهة الحساب بالجر والمقابلة والعدد ، يقف عليها من استغلق عليه أمر الخطوط والأشكال، ليجتمع بذلك صحة البرهان على ما رسمته لجميع من نظر في هذا الكتاب ممن تعاطى علم الحساب " (نفس المرجع ، صفحة 354)

[11] Voir également Jeffrey Oaks [2018] qui souligne : "this shift away from geometry may have been initiated by al-Karajī, and the complexities behind it cannot be touched on here".

[12] Sinān ibn al-Fatḥ, Risāla fī l-Kaʿb wa māl al-māl w-al-aʿdād al-mutanāsiba, mss. Le Caire fol. 97r.

al-Karağī utilise la division arithmétique du produit de deux nombres par l'un d'entre eux, qu'ils soient entier naturels ou fractionnaires. *māl* étant le produit de la racine par elle-même.

$$x^2 = bx \Rightarrow \frac{x^2}{x} = \frac{bx}{x} \Rightarrow x = b$$

Exemple numérique proposé par l'auteur : la résolution de l'équation : $x^2 = 5x$.

Chapitre 2 : Partage en deux des racines dans les équations

Comme dans le premier chapitre, l'usage des termes *māl* et *ğidhr* sont pour le moment conçus en termes arithmétiques : *māl* est tout *ğidhr* multiplié par lui-même ; le *ğidhr* peut être un nombre entier naturel (ou toute fraction positive). L'auteur donne une suite d'arguments arithmétiques, que nous pouvons retranscrire ainsi en notation moderne, x étant le *ğidhr* i.e. la racine et x^2 le *māl* (carré de la racine) et $\sqrt{x}$ la racine carrée du *ğidhr*. Et si b est un entier ou une fraction, $b\sqrt{x}$ est alors le nombre b fois de $\sqrt{x}$. Cela donne les quatre identités remarquables :

$$(x \pm 1)^2 = x^2 \pm 2x + 1$$

$$(x \pm \sqrt{x})^2 = x^2 \pm 2x\sqrt{x} + x$$

Ensuite, il complète son prologue en montrant d'une manière alambiquée que :

$(x - b)^2$ et $(b - x)^2$ se formule de la même manière : $x^2 - 2bx + b^2$, bien que dans le premier cas b est soustrait de *shay* et c'est l'inverse dans le second cas.

Puis, al-Karağī explique la nécessité du partage en deux du nombre des racines (*tanṣīf al-'ağḏār*) lors de la résolution des équations quadratiques composées. Selon ses propos, puisque le but dans ce problème est de trouver la racine d'un *māl*, et comme le māl sous-tend la multiplication d'une chose par elle-même, alors le chemin qui nous amène à connaitre la racine, dont on ignore la valeur, est de multiplier une chose par elle-même ou une chose par un nombre ou un nombre par un nombre, et comme « aucun de ces produits ne donne des *māls*

ajoutés à des racines »[13], il faut se résoudre à ajouter/soustraire une racine à un nombre, puis multiplier le tout par lui-même.

En poursuivant ce raisonnement, l'auteur constate que le nombre à ajouter ou soustraire doit nécessairement être la moitié du nombre de racines de l'équation quadratique qu'on cherche à résoudre.

En adoptant les notations modernes, ceci revient à :

Pour résoudre l'une des deux équations $x^2 \pm bx = c$

développer le carré : $\left(x \pm \frac{b}{2}\right)^2 = x^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2 \pm bx$.

remplacer dans le deuxième terme de l'équation $x^2 \pm bx$ par c.

Il en résulte : $\left(x \pm \frac{b}{2}\right)^2 = c + \left(\frac{b}{2}\right)^2$. *D'où,* $x \pm \frac{b}{2} = \sqrt{c + \left(\frac{b}{2}\right)^2}$

(4.1) Pour l'équation quadratique du premier type : $x^2 + bx = c$, la solution est donnée par $x + \frac{b}{2} = \sqrt{c + \left(\frac{b}{2}\right)^2}$, d'où $x = \sqrt{c + \left(\frac{b}{2}\right)^2} - \frac{b}{2}$. L'auteur prend comme exemple : $x^2 + 10x = 24$. Il constate que : $(x + 5)^2 = x^2 + 25 \pm 10x$. Il y remplace $x^2 + 10x$ par 24, et il obtient : $(x + 5)^2 = 25 + 24 = 49 = 7^2$.

D'où, $x + 5 = 7$ et $x = 2$.

(4.2) Pour l'équation quadratique du second type : $x^2 + c = bx$, la solution est donnée,

$$\text{soit par } x - \frac{b}{2} = \sqrt{c + \left(\frac{b}{2}\right)^2}, \text{ soit par } \frac{b}{2} - x = \sqrt{c + \left(\frac{b}{2}\right)^2},$$

$$\text{d'où, } x = \frac{b}{2} + \sqrt{c + \left(\frac{b}{2}\right)^2} \text{ ou } x = \frac{b}{2} - \sqrt{c + \left(\frac{b}{2}\right)^2}.$$

L'auteur prend comme exemple : $x^2 + 16 = 10x$. Il constate que 16 est inférieur à 25, le carré de la moitié du nombre de racines. La racine cherchée x est donc soit inférieure à 5, soit supérieure à 5.

[13] " وليس في شيء من ذلك ما تستخرج به أموال وجذور مقترنة. " (**علل الجبر** 1986، صفحة 358).

En développant $(x-5)^2 = x^2 + 25 - 10x$, il remplace $10x$ par $x^2 + 16$, et il obtient : $(x-5)^2 = x^2 + 25 - (x^2 + 16) = 9 = 3^2$. Et comme : $(x-5)^2 = (5-x)^2$, il trouve deux solutions : $x = 8$ et $x = 2$. Il signale que dans l'exemple choisi $c < \left(\frac{b}{2}\right)^2$.

Il faut également traiter les deux autres cas. Il montre que si $c = \left(\frac{b}{2}\right)^2$, comme par exemple dans l'équation : $x^2 + 25 = 10x$, où $c = 25$, alors $x = 5$.

De même, si $c > \left(\frac{b}{2}\right)^2$, comme dans : $x^2 + 30 = 10x$, où $c = 30$, on trouve ; $(x-5)^2 = x^2 + 25 - (x^2 + 30) = 25 - 30$, ce qui est impossible (car on peut pas soustraire un nombre de plus petit que lui.

(4.3) L'équation quadratique du troisième type : $c + bx = x^2$ se ramène à : $x^2 - bx = c$ et la solution est donnée par :

$$x - \frac{b}{2} = \sqrt{c + \left(\frac{b}{2}\right)^2}, \text{ d'où } x = \frac{b}{2} + \sqrt{c + \left(\frac{b}{2}\right)^2}.$$

L'auteur prend comme exemple : $5 + 4x = x^2$. Il la ramène à $x^2 - 4x = 5$ et constate que : $(x-2)^2 = x^2 + 4 - 4x$. Il y remplace $x^2 - 4x$ par 5, et il obtient : $(x-2)^2 = 4 + 5 = 9 = 3^2$. D'où, $x = 5$.

Les historiens des mathématiques ont interprété différemment la méthode de résolution d'al-Karaǧī des équations quadratiques exposée dans *ᶜIlal ḥisāb al-ǧabr.*

Notons d'abord qu'al-Karaǧī mentionne cette technique dans *Kitāb al-Faḫrī* deux fois, la première comme dernière méthode pour résoudre l'équation quadratique du premier type[14] et la seconde pour l'équation quadratique du second type[15], et la nomme doctrine de Diophante ou méthode à la manière de Diophante [Saïdan 1986, 154 & 159]. En revanche, la méthode est absente dans la résolution du type 3.

[14] " وإذا أردت أن تخرج جذر المال على مذهب ديوفنطس. " (**كتاب الفخري** 1986، صفحة 154)

[15] " وإذا أردت أن تحل هذه المسألة على طريقة ديوفنطس. " (نفس المرجع ، صفحة 159)

Sésiano [1982, 11] exclut le fait qu'al-Karaǧī entend par la méthode de Diophante une méthode de résolution des équations quadratiques figurant dans les *Arithmétiques :*

> [...] but also the approach in their resolutions in the *Arithmetica* is not that used by al-Karaǧī and explicitly attributed by him to Diophantus. (Sesiano, 1982, 11).

Nicolas Farès [2017, 84], quant à lui, précise qu'al-Karaǧī entend par la méthode de Diophante l'approche par laquelle ce dernier résout dans l'*Arithmetica* certains autres types d'équations en les ramenant à la forme d'un carré qui est égal à une constante :

> «Concernant l'attribution de cette méthode à Diophante, rappelons que celui-ci n'a pas étudié les équations du second degré, mais qu'il a ramené les équations 27, 28 et 30 du livre I de son Arithmétique à des équations de la forme $x^2 = c$.».

Dans Oaks [2018], Jeffrey Oaks consacre son chapitre 9, intitulé « Piecing the evidence together », à essayer de déterminer la relation entre la méthode de Diophante rapportée par al-Karaǧī et l'*Arithmetica* de Diophante. La difficulté résulte du fait que les historiens modernes des mathématiques savent qu'al-Karaǧī connaissait la traduction en arabe de l'*Arithmetica* de Diophante mais que cette traduction était très incomplète. Il écrit :

> Instead, he took a different direction in his *ʿIlal ḥisāb* by giving arithmetical proofs based on derivations he had learned from Diophantus's *Arithmetica.* These proofs are indeed easier to understand and require no knowledge of Euclid.
>
> Few historians have taken note of al-Karaji's "method of Diophantus". Franz Woepcke translated the two passages from al-Fakhri but without any comment. Both Thomas Heath and Paul Ver Eecke knew Woepcke's work, but they do not mention the "method" in their books. Roshdi Rashed brings it up, but he is misled in associating it with the naming of the parts of ten as five and a thing" and five less a thing" at the beginning of the solutions to some problems in Abu Kamil.
>
> The only historian who has examined the issue seriously is Jacques Sesiano. He writes: It is unlikely that al-Karaji knew of any

> Diophantine method for solving complete quadratic equations, for not only do these equations occur in the later three Greek Books, with which al-Karaji was apparently not acquainted, but also the approach in their resolutions in the *Arithmetica* is not that used by al-Karaji and explicitly attributed by him to Diophantus. One might hypothesize that al-Karaji knew of some other treatise by Diophantus or even a pseudepigraph on this subject, but we have no source which associates the name of Diophantus with any such work.

Oaks affirme catégoriquement que les démonstrations dans *ᶜIlal ḥisāb al-ǧabr* reprennent la méthode attribuée à Diophante par al-Karaǧī et il se demande comment réconcilier cette attribution avec ce que Diophante a réellement écrit dans son ouvrage. Il ne répond pas à cette question, mais propose l'hypothèse qu'al-Karaǧī aurait eu, d'une manière ou d'une autre, accès à un chapitre aujourd'hui perdu sur la résolution des équations quadratiques écrit par Diophante. (Oaks 2018,. 17-18)

Chapitre 3 : Duplication et division des racines carrées par des nombres

Enoncé de l'identité $n\sqrt{a} = \sqrt{n^2 a}$.

Chapitres 4 et 5 : Multiplication et division des racines carrées par des racines carrées

Enoncés et démonstrations des identités que nous notons par :

$\sqrt{x}.\sqrt{y} = \sqrt{xy}$ et $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$.

Chapitres 6 : Addition et soustraction des racines carrées par des racines carrées

L'auteur se contente de donner des exemples qui illustrent les règles suivantes :

$$\sqrt{a} \pm \sqrt{b} = \sqrt{(\sqrt{a} \pm \sqrt{b})^2} = \sqrt{a + b \pm \sqrt{4ab}}$$

CONCLUSION

L'ouvrage *ᶜIlal ḥisāb al-ǧabr* représente un exposé purement algébrique de l'algèbre du second degré. Autrement dit, en le composant al-Karaǧī fait un retour sur les fondements établis par son prédécesseur al-H̱wārizmī pour démontrer, par la voie de l'algèbre cette fois-ci, et les algorithmes de résolution des six équations et les propriétés relatives aux opérations sur les racines.

Dans *ᶜIlal ḥisāb al-ǧabr*, les trois équations quadratiques sont résolues par le moyen des identités : $(x \pm b)^2 = x^2 \pm 2bx + b^2$. Pour al-Karaǧī, ces identités représentent la cause (*'illa*) qui rend valide l'algorithme suivi dans la résolution des équations quadratiques. Cette *'illa* remplace désormais celle fondée sur la géométrie sur laquelle se basent al-H̱wārizmī, Abū Kāmil et lui-même, dans son *al-Faḫrī*.

Les démonstrations des règles relatives au produit et au quotient de deux racines sont présentées dans *ᶜIlal al-ǧabr* en toute généralité. Notons par contre qu'al-Karaǧī ne démontre pas algébriquement les deux produits remarquables susmentionnés. Il faut attendre al-Samaw'al dans *al-Bāhir* pour que la deuxième identité soit démontrée. Ainsi, les démonstrations faites dans l'ouvrage *ᶜIlal ḥisāb al-ǧabr,* affectées de la démonstration des règles des signes nous offrent un exposé purement algébrique des deux dernières équations composées.

Toutes les recherches modernes ont signalé les progrès réalisés par l'école Karaǧienne. Elle a dépassé les frontières de Bagdad et l'on retrouve son empreinte chez des mathématiciens d'Andalousie et du Maghreb comme Ibn al-Yāsamīn (m. 1204) et Ibn al-Bannā' (m. 1321). Dans un prochain article que nous sommes en train de préparer, nous étudions la circulation de l'ouvrage *ᶜIlal al-ǧabr* et les retombées directes ou indirectes de l'approche algébrique de la résolution des équations quadratiques qu'on y trouve.

BIBLIOGRAPHIE

Anbouba, A. 1964. *L'algèbre al-Badī'd'al-Karaǧī.* Beyrouth : Université Libanaise.

Ben Miled, M. 2004. « Les quantités irrationnelles dans l'œuvre d'al-Karajī », in *De Zénon d'Élée à Poincaré.* Morelon R. & Hasnawi A. (éds.), Les cahiers du Mideo, (1), Édition Peeters, 27-54.

Chalhoub, S. 1986, Al-Kāfī fī-l ḥisāb li Abī Bakr Muhammad ibn al-Hasan al-Karaǧī, Alep : Univ d'Alep,.

Nafti, F. 2017, Al-Karaǧī, rénovateur de l'algèbre, avec l'édition critique et la traduction en langue française du manuscrit ᶜIlal ḥisāb al-ǧabr. Thèse de doctorat, Tunis : École nationale d'Ingénieurs de Tunis. (Université de Tunis El Manar).

Nicolas, F. 2017, Naissance et développement de l'algèbre dans la tradition mathématique arabe. Beyrouth: Dar al-Farabi.

Oaks, J, A., 2018. Diophantus, al-Karajī and quadratic equations, In *Revolutions and continuity in Greek mathematics*, by Sialaros Michalis (eds.), Berlin : De Gruyter.

Rashed, R & S. Ahmad, 1972, *L'Algèbre al-Bāhir d'as-Samaw'al*, Damas : Edition de l'Université de Damas.

Rashed, R. 1984. Entre arithmétique et algèbre, recherches sur l'histoire des mathématiques arabes, Paris : Les Belles lettres.

Saïdan, A. S, 1986. *Tārīḫ 'ilm al-ǧabr fī l-'ālam al-'arabī*, Vol. I, II. Kuwait.

Sesiano, J, 1982, Book IV to VII of Diophantus'Arithmetica in the Arabic Translation Attributed to Qustā ibn Lūqā. New York: Springer-Verlag.

Woepcke, F, 1853, *Extrait du Fakhrî.* Paris : Imprimerie royale.

LES CARRÉS MAGIQUES D'ORDRE 5 DANS LE 16E CHAPITRE DU *SHAMS AL-MAᶜĀRIF* D'AḤMAD AL-BŪNĪ

Ahmed NOUAR [1] et Amel LEBZA [2]

Résumé. Ce travail vient dans le prolongement de nos précédentes études sur le 16e chapitre du *Shams al Maᶜārif* d'Aḥmad al-Būnī [1990]. Nous nous y intéressons aux carrés magiques d'ordre 5. Sur la base d'un travail d'analyse et de comparaison sur une édition relativement récente (Tunis 1990), une lithographie égyptienne et un manuscrit de la bibliothèque nationale de Rabat nous avons identifié deux méthodes de construction différentes. Cette identification nous a permis de proposer des reconstitutions des carrés endommagés et de nous donner une idée sur le niveau des connaissances et la qualité du savoir faire dans le domaine des carrés magiques.

Mots-clefs : Carré magique, carré original, carré corrigé, abjadi mineur, abjadi majeur.

INTRODUCTION

Ce travail vient dans le prolongement de nos précédentes études sur le 16e chapitre du *Shams al-maᶜārif* d'Aḥmad al-Būnī [1990]. Ce chapitre est intitulé *Fī asmā' Allāh wa fawā'ida awfāqiha* [Sur les Noms d'Allāh et leurs carrés magiques utiles]. Dans [2016] nous avons analysé les aspects arithmologiques du texte et leur utilisation dans la construction des carrés magiques. Dans le travail [2018], nous avons procédé à l'identification des schémas de construction des carrés magiques d'ordre 4. Dans la présente contribution nous nous intéressons aux carrés magiques d'ordre 5. Notre travail s'est effectué sur une édition relativement récente de l'ouvrage (Tunis 1990), une lithographie égyptienne et un manuscrit de la bibliothèque nationale de Rabat. Ce manuscrit que nous désignerons par **ms.R** contient 34 feuillets ne couvrant que 44 paragraphes sur l'ensemble du chapitre qui en contient 99.

---

[1] Université 20 août 1955 – Skikda. Laboratoire de mathématiques appliquées et d'Histoire et didactique des mathématiques.

[2] Ecole supérieure des techniques industrielles d'Annaba. Laboratoire de mathématiques appliquées et d'Histoire et didactique des mathématiques.

Nous avons par la suite procédé à un travail de comparaison avec une thèse de doctorat [5] réalisée à l'université de Salamanque (Espagne) et consacrée à l'étude, la traduction vers la langue espagnole et l'édition de *Shams al-maᶜārif* dans son ensemble et dont nous avons pris connaissance après avoir finalisé notre travail sur les premières références. Dans une première étape nous avons analysé l'approche suivie dans la construction de ces carrés. Nous avons identifié deux méthodes différentes selon que le nom de Allah auquel est consacré le carré soit constitué de 4 lettres ou de 5 lettres. Pour chacune de ces méthodes, différents schémas sont appliqués en fonction des propriétés du *abjadi* mineur du nom en question. Un examen minutieux des 16 carrés concernés par notre étude a montré que ces derniers étaient en majorité et à des degrés divers, entachés d'erreurs dans les sources que nous avons utilisées. Dans ce qui suit nous présentons les deux méthodes de construction suivies et les différents schémas qui y sont appliqués. Nous procédons ensuite à la correction des incohérences relevées. Dans les cas où les altérations sont trop importantes, nous proposons les corrections qui nous paraissent les plus probables.

DÉFINITIONS

Pour la bonne compréhension de la suite de notre contribution nous aurons besoin de définir les notions et concepts qui seront utilisés dans l'exposé des résultats de notre étude.

Le abjadi mineur d'une lettre. — Le *abjadi* mineur d'une lettre de l'alphabet arabe est la valeur numérique attribuée à cette lettre dans le système de numération appelé abjad. Dans ce système deux versions ont coexisté, l'une en Orient musulman et l'autre au Maghreb. Elles diffèrent entre elles par les valeurs numériques de quelques lettres. Nous les présentons ici dans les tableaux 1 et 2 respectivement.

Tableau 1							
400	ت	60	س	8	ح	1	أ
500	ث	70	ع	9	ط	2	ب
600	خ	80	ف	10	ي	3	ج
700	ذ	90	ص	20	ك	4	د
800	ض	100	ق	30	ل	5	ه
900	ظ	200	ر	40	م	6	و
1000	غ	300	ش	50	ن	7	ز
Valeurs des lettres en Orient							

Tableau 2							
400	ت	60	ص	8	ح	1	أ
500	ث	70	ع	9	ط	2	ب
600	خ	80	ف	10	ي	3	ج
700	ذ	90	ض	20	ك	4	د
800	ظ	100	ق	30	ل	5	ه
900	غ	200	ر	40	م	6	و
1000	ش	300	س	50	ن	7	ز
Valeurs des lettres au Maghreb							

Les différences entre les deux tableaux portent sur les valeurs numériques des lettres :

س ش ص ض ظ غ.

Le abjadi majeur d'une lettre. — Le *abjadi* majeur d'une lettre est égal à la somme des *abjadis* mineurs du mot correspondant à la lettre dans sa lecture alphabétique. Nous présentons dans le tableau 3 la lecture alphabétique utilisée aussi bien en Orient qu'au Maghreb, nous l'appellerons lecture usuelle.

تا	ت	سين	س	حا	ح	ألف	أ
ثا	ث	عين	ع	طا	ط	با	ب
خا	خ	فا	ف	يا	ي	جيم	ج
ذال	ذ	صاد	ص	كاف	ك	دال	د
ضاد	ض	قاف	ق	لام	ل	ها	ه
ظا	ظ	را	ر	ميم	م	واو	و
غين	غ	شين	ش	نون	ن	زاي	ز

Tableau 3 – Lecture usuelle des lettres arabes

Une autre lecture semble avoir été utilisée dans certains paragraphes du texte objet de notre étude, nous la présentons dans le tableau 4 ci-dessus.

تاء	ت	سين	س	حاء	ح	الف	أ
ثاء	ث	عين	ع	طاء	ط	باء	ب
خاء	خ	فاء	ف	ياء	ي	جيم	ج
ذال	ذ	صاد	ص	كاف	ك	دال	د
ضاد	ض	قاف	ق	لام	ل	هاء	ه
ظاء	ظ	راء	ر	ميم	م	واو	و
غين	غ	شين	ش	نون	ن	زاي	ز

Tableau 4 – Une autre lecture alphabétique des lettres arabes

L'abjadi mineur d'un mot. — C'est la valeur numérique obtenue en additionnant les abjadis mineurs des lettres composant ce mot. Pour les mots comportant une gémination (*tashdīd*) nous distinguons deux *abjadis* mineurs : Le *abjadi* mineur numérique et le abjadi mineur phonétique. Dans le *abjadi* mineur numérique la lettre sur laquelle porte la gémination est comptée une seule fois, dans le abjadi mineur phonétique elle est comptée deux fois.

Le abjadi majeur d'un mot. — C'est la valeur numérique obtenue en additionnant les *abjadis* majeurs des lettres composant ce mot. Pour les mots comportant une gémination nous distinguons deux *abjadis* majeurs : le *abjadi* majeur numérique et le *abjadi* majeur phonétique. Dans le *abjadi* majeur numérique la lettre sur laquelle porte la gémination est comptée une seule fois, dans le *abjadi* majeur phonétique elle est comptée deux fois.

La somme des diviseurs. — En tant que caractéristique arithmologique d'un mot, la somme des diviseurs est égale à la somme des diviseurs (y compris 1) de le *abjadi* mineur de ce mot si ce dernier n'est pas un nombre premier. Les mots comportant une gémination ont donc deux sommes des diviseurs.

Le carré magique. — On appelle carré magique d'ordre n une grille de n colonnes et n lignes dont chaque case contient un nombre entier naturel et telle que deux cases différentes contiennent deux nombres différents et les sommes respectives des nombres contenus sur chaque ligne, sur chaque colonne et sur les deux diagonales sont égales. La valeur commune de ces sommes est appelée constante magique du carré.

Le carré latin. — Soit E un ensemble de n symboles distincts, on appelle carré latin d'ordre n, une grille de n^2 cases, dans laquelle toute ligne et toute colonne contient une fois et une fois seulement chaque symbole de l'ensemble donné E. Si cette propriété est étendue aux deux diagonales principales, on parle de carré latin diagonal. Cette définition est attribuée à Euler et daterait de 1782 [6].

Les cases non alignées. — Deux cases dans un carré sont dites non alignées si elles n'appartiennent ni à une même ligne ni à une même colonne ni à une même diagonale. n cases dans un carré d'ordre n sont dites non alignées si elles sont non alignées deux à deux.

PROPRIÉTÉS DES CARRÉS MAGIQUES

Les carrés magiques ont plusieurs propriétés de nature mathématique. Nous avons décelé l'utilisation de certaines de ces propriétés dans les différentes versions du texte que nous étudions. Nous exposons dans ce qui suit celles qui seront évoquées dans la suite de notre travail.

Propriété 1. — Si nous ajoutons (ou retranchons) un nombre x sur n cases non alignées convenablement choisies dans un carré magique d'ordre n, le carré reste magique et sa constante magique augmente (ou diminue) de ce même nombre x.

Propriété 2. — Si nous ajoutons (ou retranchons) un nombre x sur chaque case d'un carré magique d'ordre n, le carré reste magique et sa constante magique augmente (ou diminue) du nombre nx.

Il est évident que le nombre x ici est soumis à certaines restrictions afin d'éviter l'apparition de nombres non positifs sur le carré.

LES CARACTÉRISTIQUES ARITHMOLOGIQUES ET LES CARRÉS MAGIQUES

Malgré le grand nombre d'erreurs et d'incohérences dont sont truffées les différentes sources que nous avons utilisées notre travail d'analyse et de comparaison nous a permis d'identifier les caractéristiques arithmologiques et les méthodes de leur calcul. Ainsi le *ᶜadad* correspond au *abjadi* mineur, *asmā' al-ḥurūf* correspond au *abjadi* majeur et le *ajzā'* désigne la somme des diviseurs. Ces caractéristiques sont calculées selon le *abjad* de l'Orient musulman (tableau 1). Cette identification nous a permis dans notre travail [2] de procéder aux corrections des caractéristiques arithmologiques et de leurs équivalences littérales. Les corrections que nous avons apportées sont en fait des propositions de reconstitution du texte original. En ce qui concerne les caractéristiques des carrés d'ordre 5 nous avons pu relever que la constante magique est en général égale au *abjadi* mineur du nom d'Allah auquel est consacré le carré.

UNE PREMIÈRE MÉTHODE DE CONSTRUCTION

Cette méthode est utilisée pour les carrés consacrés aux noms d'Allah constitués de cinq lettres (7 sur 16). Dans cette méthode les éléments de la première ligne sont les *abjadi* mineurs des lettres composant le nom d'Allah auquel est consacré le carré. Pour obtenir les autres lignes plusieurs schémas de construction sont appliqués, ils sont tous basés sur la construction de carrés latins diagonaux avec une première ligne connue. Dans chaque schéma l'objectif est de remplir les quatre lignes restantes par des translatés des abjadis mineurs des lettres de la première ligne de telle sorte que le carré obtenu soit magique diagonal et qu'à deux cases différentes correspondent deux nombres différents. Dans le texte objet de notre étude, onze schémas semblent avoir été utilisés et si nous notons par a, b, c, d et e les *abjadis* mineurs des lettres composant le nom d'Allah dans leur ordre de lecture nous aurons les représentations suivantes pour ces schémas :

e	d	c	b	a
c − 2	b + 3	a − 2	e − 2	d + 3
a − 4	e + 1	d + 1	c + 1	b + 1
d + 4	c − 1	b − 1	a − 1	e − 1
b + 2	a − 3	e + 2	d + 2	c − 3

Schéma 1

e	d	c	b	a
b + 2	a − 3	e + 2	d + 2	c − 3
d + 4	c − 1	b − 1	a − 1	e − 1
a − 4	e + 1	d + 1	c + 1	b + 1
c − 2	b + 3	a − 2	e − 2	d + 3

Schéma 2

e	d	c	b	a
b − 2	a + 3	e − 2	d − 2	c + 3
d − 4	c + 1	b + 1	a + 1	e + 1
a + 4	e − 1	d − 1	c − 1	b − 1
c + 2	b − 3	a + 2	e + 2	d − 3

Schéma 3

e	d	c	b	a
b − 2	a + 3	e − 2	d + 3	c − 2
d + 1	c + 1	b − 4	a + 1	e + 1
a − 1	e − 1	d + 4	c − 1	b − 1
c + 2	b − 3	a + 2	e − 3	d + 2

Schéma 4

e	d	c	b	a
b − 2	a − 2	e + 3	d − 2	c + 3
d + 1	c + 1	b + 1	a − 4	e + 1
a − 1	e − 1	d − 1	c + 4	b − 1
c + 2	b + 2	a − 3	e + 2	d − 3

Schéma 5

e	d	c	b	a
b − 48	a + 21	e − 21	d + 8	c + 40
d − 4	c + 31	b − 34	a − 1	e + 8
a + 29	e + 3	d + 9	c + 10	b − 51
c + 23	b − 55	a + 46	e − 17	d + 3

Schéma 6

E	d	c	b	a
c + 42	b − 61	a + 1	e − 26	d + 44
a − 16	e + 1	d + 60	c + 7	b − 52
d + 41	c + 33	b − 85	a + 2	e + 9
b − 67	a + 27	e + 24	d + 17	c − 1

Schéma 7

e	d	c	b	a
c − 120	b + 21	a + 17	e + 61	d + 21
a + 77	e + 83	d − 100	c − 99	b + 39
d − 78	c − 82	b + 99	a + 100	e − 39
b + 121	a − 22	e − 16	d − 62	c − 21

Schéma 8

E	d	c	b	a
b + 230	a + 31	e + 17	d + 1	c − 279
d + 17	c − 277	b − 50	a + 261	e + 49
a − 18	e + 278	d + 49	c − 260	b − 49
c − 229	b − 32	a − 16	e − 2	d + 279

Schéma 9

e	d	C	b	a
b + 4	a − 10	e + 4	d + 16	c − 14
d + 36	c + 6	b − 20	a − 12	e − 10
a − 34	e + 10	d + 22	c + 4	b − 2
c − 6	b − 6	a − 6	e − 8	d + 26

Schéma 10

e	d	c	b	a
c + 34	b − 14	a − 24	e + 14	d − 10
a + 6	e + 8	d + 14	c + 14	b − 42
d − 4	c + 8	b − 12	a − 22	e + 30
b − 36	a − 2	e + 22	d − 6	c + 22

Schéma 11

Ces schémas ne sont pas une description des méthodes utilisées mais plus une formalisation de nos constats en étudiant les différents manuscrits. La multiplicité des schémas s'explique par les différentes spécificités des noms d'Allah comme la présence de la lettre ا dont le *abjadi* mineur, égal à 1, ne tolère que les translatés positifs, la présence double d'une lettre, ou la présence de lettres aux *abjadis* mineurs proches dont les translatés peuvent coïncider. Les cinq premiers schémas nous paraissent simples et naturels alors que les autres schémas semblent compliqués et répondent à certaines situations spécifiques qui apparaissent en cas de non-applicabilité des cinq premiers schémas.

ÉTUDE DES CARRÉS MAGIQUES CONSTRUITS PAR LA PREMIÈRE MÉTHODE

Dans ce qui suit, chaque carré est précédé du nom d'Allah auquel il est consacré. Les nombres que nous présentons en face de chaque Nom expriment respectivement le *abjadi* mineur et le *abjadi* majeur selon les corrections apportées dans [2]. Les nombres écrits entre parenthèses représentent les versions phonétiques de ces caractéristiques arithmologiques. Chaque nom d'Allah est précédé d'un nombre écrit entre parenthèses, il s'agit de l'ordre de ce nom dans la lecture usuelle des 99 noms d'Allah. Pour chaque nom d'Allah, nous présentons d'abord le carré original tel que présenté dans les deux éditions que nous avons traitées. Nous proposons ensuite une version corrigée construite suivant l'un des schémas recensés.

Remarquons que sur les sept carrés que nous présentons dans ce travail, seuls quatre sont traités dans **ms.R,** trois sont étudiés dans [4] et six sont traités dans [5]. Pour ces carrés nous procédons à une comparaison des différentes versions.

(2) رحمان : 298 (299), 406 (517)

ن	ا	م	ح	ر
38	11	198	38	4
196	51	2	21	9
5	31	7	99	49
6	29	52	3	37

Carré original

ن	ا	م	ح	ر
38	11	198	48	4
196	51	2	41	9
5	39	7	199	49
10	197	52	3	37

Carré corrigé

Ce carré doit avoir pour constante magique 299 mais il comporte plusieurs erreurs. Nous proposons le carré corrigé suivant le schéma 1. Une comparaison entre les deux carrés nous montre que seules six cases sont différentes et les différences peuvent s'expliquer par des erreurs de copistes.

Nous retrouvons le carré corrigé dans le manuscrit **ms.R.** et dans [5].

(8) مهيمن : 145, 303

Ce carré doit avoir pour constante magique 145 mais il comporte plusieurs erreurs. Nous proposons le carré corrigé suivant le schéma 3. Une comparaison entre les deux carrés nous montre que les différences portent sur neuf cases et elles peuvent s'expliquer par des erreurs de copistes.

ن	م	ي	ه	م
3	42	48	38	13
36	11	6	41	41
44	419	55	19	4
12	3	52	22	22

Carré original

ن	م	ي	ه	م
3	43	48	38	13
36	11	6	41	51
44	49	39	9	4
12	2	42	52	37

Carré corrigé

Nous retrouvons ce carré dans le manuscrit **ms.R.** Dans [5], le carré consacré au Nom **مهيمن** est construit par la seconde méthode, nous y reviendrons dans la suite de notre travail.

(11) متكبر : 662 (664), 796 (799)

Ce carré doit avoir pour constante magique 662 et comporte plusieurs erreurs. Nous proposons le carré corrigé suivant le schéma 4. Seules deux cases sont respectivement identiques dans les deux carrés mais l'explication des différences par des erreurs de copistes reste plausible.

ر	ب	ك	ت	م
290	38	203	20	33
41	201	69	21	29
39	99	2	14	69
22	39	47	47	22

Carré original

ر	ب	ك	ت	م
398	43	198	5	18
3	21	396	41	201
39	199	6	19	399
22	397	42	197	4

Carré corrigé

Nous retrouvons ce carré dans le manuscrit **ms.R.** Dans [5], le carré consacré au Nom **متكبر** a pour constante magique 664 qui est le abjadi mineur phonétique.

ر	ب	ك	ت	م
398	38	203	2	23
5	21	401	36	201
39	199	3	24	399
22	402	37	202	1

Carré dans [5]

Ce carré comporte une erreur sur la deuxième case de la première ligne où la lettre ب aurait du être écrite deux fois comme cela est fait dans des situations similaires. Si nous corrigeons cette anomalie nous remarquons que ce carré est construit suivant le schéma 5.

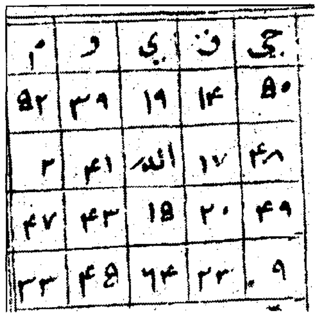
(64) قيوم : 156 (166), 295 (306)

Le Nom قيوم est constitué de quatre lettres, aussi il ne peut avoir de carré magique construit selon la méthode que nous étudions. Le terme حي a été alors ajouté pour remplir la première ligne et donc au lieu de 156 la constante magique doit être égale à 174.

م	و	ي	ق	حي
52	39	119	14	5
12	41	211	12	12
47	52	15	20	3
22	41	44	24	13

Carré original

Le carré original semble complètement défectueux. Dans le manuscrit **ms.R** le carré consacré au Nom قيوم est construit à partir de la même première ligne que celle du carré original et ne comporte aucune erreur.



م	و	ي	ق	جـ
٥٢	٣٩	١٩	١٤	٥٠
٣	٤١	الله	١٧	٤٨
٤٧	٤٣	١٥	٢٠	٤٩
٣٣	٤٥	٦٤	٢٣	٩

Carré dans ms.R

Nous remarquons alors que le carré original est en fait une altération du carré de **ms.R** et que le Nom الله dans la case centrale du carré de **ms.R** (utilisé ici pour remplacer le nombre 66) a été recopié 211 dans le carré original. Ce carré peut s'obtenir avec l'un des deux schémas 6 et 7 et c'est ce même carré que nous retrouvons dans [5]. Faisons encore remarquer que l'application de l'un des schémas 1, 2, et 4, beaucoup plus simples, donne lieu à plusieurs répétitions de nombres dans le carré ce qui constitue une altération de sa « magicité » et ceci explique le recours à des schémas plus compliqués.

(70) مقتدر : 744, 908

Ce carré doit avoir pour constante magique 744 et comporte plusieurs erreurs. Nous proposons le carré corrigé suivant le schéma 2. Même si le nombre de cases différentes semble élevé, l'explication des différences par des erreurs de copistes reste à notre avis plausible.

ر	د	ت	ق	م
113	87	203	6	197
8	299	110	39	188
36	51	5	47	112
18	14	27	198	2

Carré original

ر	د	ت	ق	م
102	37	202	6	397
8	399	99	39	199
36	201	5	401	101
398	103	38	198	7

Carré corrigé

Nous retrouvons ce même carré consacré au Nom **مقتدر** dans [4], puisé dans une édition de *Shams al-ma*ᶜ*ārif* de la Bibliothèque nationale de Munich. Dans [5], le carré consacré au Nom **مقتدر** est construit suivant le schéma 5.

ر	د	ت	ق	م
98	38	203	2	403
5	401	101	36	201
39	199	3	404	99
402	102	37	202	1

Carré dans [5]

(78) متعال : 541, 803

Ce carré doit avoir pour constante magique 541, mais nous remarquons que له a remplacé م dans la première case de la première ligne. Il est donc attendu que le carré ait une constante magique égale à 536, mais il paraît complètement défectueux. La version la plus proche du carré original, que nous proposons est la suivante :

ل	ا	ع	ت	له
5	66	399	39	96
168	47	28	188	4
46	37	38	13	60
16	41	2	71	30

Carré original

ل	ا	ع	ت	له
5	69	399	34	29
68	403	33	28	4
402	32	32	3	67
31	31	2	71	401

Carré corrigé

Cependant ce carré n'est pas diagonal puisque la somme des éléments de la diagonale secondaire n'est pas égale à 536. Dans [4] une autre version corrigée est présentée, mais le carré obtenu n'est pas diagonal non plus. Nous devons souligner que cette correction est faite sur un carré consacré au Nom متعال qui est exactement le même que le carré original que nous présentons ici.

ل	ا	ع	ت	له
5	69	399	34	29
68	398	38	28	4
397	37	27	3	72
36	31	2	71	396

Carré dans [4] (Hermelink)

ل	ا	ع	ت	له
5	69	399	35	29
68	403	38	28	4
402	37	32	3	67
36	31	2	71	401

Carré dans [5]

Dans [5], le carré consacré au Nom **متعال** n'est pas diagonal non plus, Sa constante magique est 541 puisque la lettre م a retrouvé sa place sur la première ligne. Un carré magique pour le Nom **متعال** peut être obtenu avec l'un des schémas 1, 2 et 4, mais le carré dans [5] semble avoir été construit à partir du carré original par l'ajout de 5 sur la diagonale secondaire et l'anomalie sur cette diagonale a été reconduite. Cette anomalie qu'on trouve dans les trois versions de ce carré provient du fait que, dans les trois cas, le schéma utilisé est construit sur la base d'un carré latin non diagonal.

(81) منتقم : 630, 868

Ce carré doit avoir pour constante magique 630 mais semble complètement défectueux. Nous remarquons que l'application de l'un des 5 premiers schémas donne lieu à plusieurs répétitions de nombres dans le carré en plus de la lettre م sur la première ligne et ceci altère la « magicité » du carré.

Dans [5] le carré consacré au Nom منتقم a pour constante magique 630 et comporte une anomalie qui est la présence du nombre o dans la case centrale. Ce carré peut être obtenu avec l'un des schémas 8 et 9.

م	ق	ت	ن	م
27	71	56	101	121
817	33	35	56	898
32	238	49	20	1
171	18	24	38	271

Carré original

م	ق	ت	ن	م
280	71	57	101	121
117	123	0	301	89
22	318	149	140	1
171	18	24	38	379

Carré dans [5]

LA SECONDE MÉTHODE DE CONSTRUCTION

La seconde méthode est utilisée pour les carrés consacrés aux noms d'Allah composés de quatre lettres et pour lesquels ne peut donc s'appliquer la première méthode. À la différence de cette dernière, dans cette méthode la première ligne est remplie par des translatées de la partie entière du quotient de la constante magique par 5. En d'autres termes, si M est la constante magique du carré et α est la partie entière de $M/5$, les éléments de la première ligne seront de la forme $\alpha + x$, $\alpha + y$, $\alpha + z$, $\alpha + t$, $\alpha + u$ où les nombres x, y, z, t et u sont des entiers qui peuvent être positifs ou négatifs et sont choisis de telle sorte que la somme $5\alpha + x + y + z + t + u$ soit égale à M. Le remplissage des lignes suivantes s'effectue alors en appliquant l'un des schémas utilisés dans la première méthode ou d'autres schémas fondés sur le même principe. Plusieurs combinaisons des translatées de α sont utilisées pour le remplissage de la première ligne. Ces combinaisons dépendent de la congruence de M modulo 5.

ÉTUDE DES CARRÉS CONSTRUITS PAR LA SECONDE MÉTHODE

Sur les dix carrés construits par la seconde méthode, seul un carré, celui consacré au Nom جبار est traité dans **ms.R**. Dans [5] le carré consacré au Nom فتاح n'est pas traité mais nous y trouvons par contre trois carrés non traités dans les autres sources, un carré consacré au Nom رزاق , un carré consacré au Nom مميت et un autre au Nom رؤوف en plus du carré consacré au Nom مهيمن qui est traité dans les autres sources par la première méthode. Chacun des dix carrés que nous étudions ici est précédé du Nom d'Allah auquel il est consacré avec l'ordre de lecture et les caractéristiques arithmologiques de ce Nom dans la même forme que celle utilisée dans la remière méthode.

(1) الله : 66 (67), 259 (370)

18	15	33	14	1
24	4	16	8	15
60	24	51	2	19
5	17	9	33	13
21	7	3	20	7

Carré original

18	10	23	14	1
12	4	16	8	26
6	24	15	2	19
5	17	9	22	13
25	11	3	20	7

Carré corrigé

Ce carré doit avoir pour constante magique 66 mais comporte plusieurs erreurs. Nous proposons une version corrigée suivant le schéma 3 avec la combinaison

$$e = \alpha + 5,\quad d = \alpha - 3,\quad c = \alpha + 10,\quad b = \alpha + 1,\quad a = \alpha - 12$$

sur la première ligne pour $\alpha = 13$.

18	10	23	14	1
12	4	16	8	26
6	24	15	2	19
5	17	9	22	13
25	11	3	20	7

Carré corrigé

Les différences entre les deux carrés peuvent s'expliquer par des erreurs de copistes et c'est ce même carré que nous retrouvons dans [5]

(8) مهيمن : 145, 303

Le carré consacré au Nom مهيمن dans [5] a pour constante magique 145 et est totalement exact

17	15	19	49	45
53	35	21	31	5
51	25	29	33	7
11	27	37	23	47
13	43	39	9	41

Carré dans [5]

Ce carré peut être obtenu par l'un des deux schémas 10 et 11 avec la combinaison

$e=\alpha-12,\ \ d=\alpha-14,\ \ c=\alpha-10,\ \ b=\alpha+20,\ \ a=\alpha+16$

sur la première ligne pour $\alpha = 29$.

Un carré magique aurait pu être obtenu pour le Nom مهيمن par cette même méthode avec des schémas plus simples mais le carré obtenu ici est qualitativement différent puisqu'il a une propriété spéciale: le carré d'ordre 3, obtenu en supprimant la première ligne, la première colonne , la dernière ligne et la dernière colonne, est lui même un carré magique (de constante magique 87) ce qui explique le recours à un schéma spécifique.

(10) جبار : 206 (208), 368 (371)

Ce carré doit avoir pour constante magique 206 et comporte plusieurs erreurs. Nous proposons un carré corrigé construit suivant le schéma 3 avec la combinaison

$e=\alpha+5,\ \ d=\alpha-3,\ \ c=\alpha+10,\ \ b=\alpha+1,\ \ a=\alpha-12$

sur la première ligne pour $\alpha = 41$.

48	38	25	52	29
50	32	39	26	41
24	56	52	30	42
22	40	34	24	55
47	39	31	43	30

Carré original

46	38	51	42	29
40	32	44	36	54
34	52	43	30	47
33	45	37	50	41
53	39	31	48	35

Carré corrigé

Les différences entre ces deux carrés peuvent s'expliquer par des erreurs de copistes. Dans le manuscrit **ms.R** le carré consacré au Nom جبار est difficilement lisible.

38	52	35	46	27
32	43	29	40	54
31	37	51	34	45
53	36	42	28	39
44	30	41	50	33

Carré ms.R

Il semble avoir pour constante magique 198. Remarquons alors qu'il suffit d'ajouter 2 sur chacune des cases du carré pour avoir une constante magique égale à 208. Ce dernier nombre représente l'*abjadi* mineur phonétique du Nom **جبار**. Tout en soulignant que ce carré n'est pas diagonal nous proposons sa transcription :

Dans [5] le carré consacré au Nom **جبار** est complètement défectueux et semble très proche du carré original. Le carré corrigé peut donc être considéré comme une reconstitution plausible du carré dans [5].

41	38	45	52	29
50	32	39	36	48
24	46	52	30	42
22	4	37	44	55
47	46	31	43	35

Carré dans [5]

(18) رزاق : 308 (315), 511 (529)

Dans [5] le carré consacré au Nom رزاق a pour constante magique 315 qui est le abjadi mineur phonétique.

68	60	72	64	51
62	54	66	58	75
56	73	65	52	69
55	67	59	71	63
74	61	53	70	57

Carré dans [5]

Il est totalement correct et est construit suivant le schéma 3 avec la combinaison

$e=\alpha+5,\ \ d=\alpha-3,\ \ c=\alpha+9,\ \ b=\alpha+1,\ \ a=\alpha-12$

sur la première ligne pour $\alpha=63$.

(19) فتاح : 489 (889), 602 (1003)

Le carré consacré au Nom فتاح doit avoir pour constante magique 489 mais de toute évidence le carré original que nous présentons ici est défectueux. Nous proposons un carré corrigé suivant le schéma 3 avec la combinaison :

$$e = \alpha + 13,\quad d = \alpha + 8,\quad c = \alpha + 17,\quad b = \alpha - 31,\quad a = \alpha - 4$$

sur la première ligne pour $\alpha = 55$.

68	6	66	24	51
217	54	56	6	29
59	73	25	52	53
55	6	56	1	57
74	61	52	70	56

Carré original

68	63	72	24	51
22	54	66	61	75
59	73	25	52	69
55	67	62	71	23
74	21	53	70	60

Carré corrigé

Les différences entre les deux carrés peuvent s'expliquer par des erreurs de copistes et nous obtenons donc un carré de constante magique 278. On peut le transformer en carré magique de constante magique égale à 489 en ajoutant 42 sur chaque case puis 1 sur cinq cases non alignées deux à deux. Le carré original semble donc n'être qu'une étape dans la construction du carré consacré au Nom فتاح. Ce carré semble même avoir été à la base de la construction du carré consacré au Nom رزاق puisque ce dernier carré s'obtient à partir du carré corrigé en ajoutant le nombre 40 sur cinq cases non alignées et en retranchant le nombre 3 sur cinq autres cases non alignées. Cette opération a l'avantage d'augmenter la constante magique de 37 pour nous donner 315 qui est la constante magique du carré consacré à رزاق , tout en évitant l'apparition de nombres répétés dans le carré.

(34) عظيم : 1020, 1132

Ce carré consacré au Nom عظيم doit avoir pour constante magique 1020 mais de toute évidence le carré original que nous présentons ici est défectueux. Nous proposons un carré corrigé suivant le schéma 3 avec la combinaison :

$$e = \alpha + 29,\quad d = \alpha - 9,\quad c = \alpha + 4,\quad b = \alpha - 5,\quad a = \alpha - 18$$

sur la première ligne pour $\alpha = 169$.

19	192	172	74	162
193	54	166	158	172
52	174	165	152	169
155	67	159	162	163
175	561	53	161	157

Carré original

198	160	173	164	151
162	154	196	158	176
156	174	165	152	199
155	197	159	172	163
175	161	153	200	157

Carré corrigé

Les différences entre les deux carrés peuvent s'expliquer par des erreurs de copistes et nous obtenons donc un carré de constante magique 846. On peut le transformer en carré magique de constante magique égale à 1020 en faisant appel d'une manière convenable aux propriétés 1 et 2. Le carré original semble donc n'être qu'une étape dans la construction du carré consacré au Nom عظيم. Dans [5] le carré consacré au Nom عظيم ne comporte aucune erreur et sa constante magique est égale au abjadi mineur.

168	160	377	164	151
162	154	166	158	380
156	378	165	152	169
155	167	159	376	163
379	161	153	170	157

Carré dans [5]

Nous remarquons alors qu'il peut être obtenu en ajoutant 174 sur cinq cases non alignées dans le carré corrigé.

(40) مُقيت : 550, 683

Ce carré doit avoir pour constante magique 550 mais il comporte plusieurs erreurs. Nous proposons un carré corrigé suivant le schéma 3 avec la combinaison :

$$e = \alpha + 5,\quad d = \alpha - 3,\quad c = \alpha + 9,\quad b = \alpha + 1,\quad a = \alpha - 12$$

sur la première ligne pour $\alpha = 110$.

115	18	119	911	98
109	13	113	105	122
102	14	114	99	116
152	108	16	68	110
21	18	100	117	104

Carré original

115	107	119	111	98
109	101	113	105	122
103	120	112	99	116
102	114	106	118	110
121	108	100	117	104

Carré corrigé

Les différences entre les deux carrés peuvent aisément s'expliquer par des erreurs de copistes et c'est ce même carré que nous retrouvons dans [5].

(62) مميت : 490, 592

Dans [5] le carré consacré au Nom مميت a pour constante magique 490 qui est le *abjadi* mineur.

103	95	107	99	86
97	89	101	93	110
91	108	100	87	104
90	102	94	106	98
109	96	88	105	92

Carré dans [5]

Il est totalement correct et est construit suivant le schéma 3 avec la combinaison

$e = \alpha + 5,\quad d = \alpha - 3,\quad c = \alpha + 9,\quad b = \alpha + 1,\quad a = \alpha - 12\cdot$

sur la première ligne pour $\alpha = 98$.

(75) ظاهر : 1106, 1219

Ce carré a pour constante magique 1106 et comporte plusieurs erreurs. Nous proposons un carré corrigé suivant le schéma 3 avec la combinaison :

$e = \alpha + 5,\quad d = \alpha - 3,\quad c = \alpha + 10,\quad b = \alpha + 1,\quad a = \alpha - 12$

sur la première ligne pour $\alpha = 221$.

32	218	735	213	201
233	312	319	16	138
214	146	34	310	223
213	220	217	234	232
226	220	211	703	215

Carré original

226	218	231	222	209
220	212	224	216	234
214	232	223	210	227
213	225	217	230	221
233	219	211	228	215

Carré corrigé et dans [5]

Bien que le nombre de cases différentes respectivement de celles du carré original soit considérable, les différences constatées peuvent s'expliquer par des erreurs de copistes et c'est ce même carré que nous retrouvons dans [5].

(83) رؤوف : 286 (287), 295 (406)

Dans [5] le carré consacré au Nom رؤوف a pour constante magique 286 qui est le abjadi mineur numérique et est totalement correct

57	54	61	69	45
67	48	55	52	64
50	62	70	46	58
49	56	53	60	68
63	66	47	59	51

Carré dans [5]

Il est construit suivant le schéma 3 avec la combinaison

$e = \alpha,\quad d = \alpha - 3,\quad c = \alpha + 4,\quad b = \alpha + 12,\quad a = \alpha - 12$

sur la première ligne pour $\alpha = 57$.

CONCLUSION

Dans beaucoup de situations, il a été constaté que des carrés magiques différents situés dans des manuscrits distincts correspondent à un même nom d'Allah. La différence peu porter (a) sur la méthode de construction elle-même, comme c'est le cas pour le carré consacré au Nom مهيمن, (b) sur les schémas de construction avec une même méthode, comme c'est le cas pour les carrés consacrés aux Noms , مقتدر , متعال et جبار ou (c) sur la constante magique, comme c'est le cas pour les carrés consacrés aux Noms متكبر, متعال et جبار . Cette remarque soulève quelques interrogations sur la complexité du cheminement dans le temps et à travers les manuscrits d'une œuvre au contenu assez complexe intéressant un large public. La diversité des schémas utilisés ainsi que le recours, dans certaines situations, aux propriétés mathématiques des carrés magiques pour obtenir de nouveaux carrés à partir de carrés connus, comme c'est le cas pour les carrés consacrés aux Noms رزاق , عظيم , جبار et فتاح , nous renseigne sur le niveau des connaissances et la qualité du savoir faire dans la construction des carrés magiques à différentes époques. Remarquons encore que, dans la seconde méthode, seulement deux schémas ont été utilisés pour dix carrés: le schéma 10 ou le schéma 11 pour le carré consacré à مهيمن et le schéma 3 pour les neuf autres carrés. Nous paraît alors plausible l'hypothèse suivante:

Les carrés consacrés consacrés aux Noms الله , جبار , رزاق , فتاح , عظيم , مقيت, مميت et ظاهر sont construits à partir du carré

18	10	22	14	1
12	4	16	8	25
6	23	15	2	19
5	17	9	21	13
24	11	3	20	7

Carré A

qui est un carré naturel (contenant les entiers naturels de 1à 25) en utilisant les propriétés 1 et 2. Le carré consacré au Nom رؤوف est construit à partir du carré

13	10	17	24	1
22	4	11	8	20
6	18	25	2	14
5	12	9	16	23
19	21	3	15	7

Carré B

qui est lui même une transformation du carré A. Le schéma suivi dans la construction du carré consacré au Nom مهيمن est assez spécial et le carré obtenu a des propriétés spéciales que ne donnent pas les autres schémas.

BIBLIOGRAPHIE

Al-Būnī A. (1990). *Shams al-maᶜārif wa laṭā'if al-ᶜawārif.* Maktabet El-Manar, Tunis.

Lebza A, Nouar A. (2016). Sur l'arithmologie des *Asmā' Allāh al-ḥusnā dans le 16e chapitre du « Shams al Maᶜārif »* d'Aḥmad al-Būnī. *Actes du 11e colloque maghrébin sur l'Histoire des Mathématiques Arabes.(Alger, du 26 au 28 octobre 2013)*, A. Bouzari (ed.), Alger, Dar al-Khaldunya, 2016, pp. 277-301.

Nouar A, et Lebza A. (2018). Les carrés magiques dans le 16e chapitre du « *Shams al Maᶜārif* » d'Aḥmad al-Būnī. *Actes du XIIe colloque maghrébin sur l'Histoire des Mathématiques Arabes (Marrakech, du 25 au 28 mai 2016)*. Ezzaim Laabid (ed.), ENS Marrakech 2018, pp. 164-185.

Hermelink H. (1959). Arabische magische Quadrate mit 25 Zellen. *SA* 43.

Coullaut Cordero J. (2009). *El Kitāb Šams al-Ma'ārif al-Kubrà (al-ŷuz' al-awwal) de Aḥmad b. 'Alī al Būnī: Sufismo y ciencias ocultas*. Tesis Dotoral, Universidad de Salamanca.

Descombes R. (2002). *Les carrés magiques*. Paris : Vuibert.

LE *KITĀB AL-MUSTAWᶜIB AL-KĀFĪ WA-L-MUQNIᶜ AL-SHĀFĪ* D'IBN KHALAF AL-UMAWĪ AL-QURṬUBĪ (M. 1206). D'APRÈS LE MANUSCRIT AḤMADIYYA 11925/12 DE LA BIBLIOTHÈQUE NATIONALE DE TUNIS

Roser PUIG [1]
Université de Barcelone

Résumé. Une équipe de chercheurs de l'Université de Barcelone est engagé dans le catalogage, l'étude et l'édition des sources ethnoastronomiques et calendériques de la tradition andalouse et maghrébine des *kutub al-anwā' wa-l-azmina*. Dans ce contexte, l'étude de l'œuvre d'Ibn Khalaf al-Umawī al-Qurṭubī est une opportunité exceptionnelle. D'un coté, son traité *Al-Mustawᶜib al-kāfī wa-l-muqniᶜ al-shāfī* s'est basé dans les calendriers rédigés à Cordue le Xème siècle. De l'autre, il est la source principale du Calendrier d'Ibn al-Bannā' (m. 1321), adapté à la latitude de Fès par le muwaqqit al-Jādirī (m. 1416). Le *Mustawᶜib* vient d'être objet d'une thèse de doctorat à l'Université de Barcelone. L'objet de la communication est la description d'une copie inconnue et trouvée quelques jours après dans la Bibliothèque Nationale à Tunis.

MOTS-CLEFS: *anwā'*, calendriers, *mīqāt*, al-Andalus, Maghreb

1. INTRODUCTION

Le manuscrit Aḥmadiyya 11925/12 de la Bibliothèque Nationale de Tunis est une copie incomplète du recueil des chapitres d'*anwā'*, calendrier (*taqwīm*) et astronomie intitulé *Al-Mustawᶜib al-kāfī wa-l-muqniᶜ al-shāfī* d'Ibn Khalaf al-Umawī al-Qurṭubī (m. 1206). Cet ouvrage suit le modèle du *Kitāb al-anwā' wa-l-azmina* d'Ibn ᶜĀṣim al-Gurbālī (m. 1013) (Forcada 1993), rédigé

[1] Ce travail a été réalisé dans le cadre des projets de recherche FFI2017-88569-P *Ciencia y sociedad en el Mediterráneo occidental: el Calendario de Córdoba y sus tradiciones* (Ministerio de Economía, Industria y Competitividad. Agencia Estatal de Investigación) et «Islamolatina. Textos, traduccions i controvèrsies a la Mediterrània medieval i moderna» 2017SGR1787 (AGAUR).

presque deux cents ans auparavant, et sera la source du *Calendrier* (*Risāla fī l-anwā'*) d'Ibn al-Bannā' (m. 1321) (Rénaud 1948; Al-Qadiri Boutshish & Benhamda 2015) à son tour adapté par al-Jādirī (m. 1461) à la ville de Fès dans son *Tanbīh al-anām ᶜalà mā yaḥduṯu khilāla al-ᶜām* (Boujenna 2005).

L'étude des calendriers andalous et de leurs liens avec les textes d'*anwā'* fut un sujet de recherche cultivé de façon remarquable entre les années 70 et 90 du siècle dernier (Samsó 1976-2008, Muñoz 1978-1986, Forcada 1990-2000 et Varisco 1987-1991). Étant donné qu'une équipe de chercheurs de l'Université de Barcelone est actuellement engagée dans le catalogage, l'étude et l'édition des sources ethno-astronomiques et calendàriques de la tradition andalouse-maghrébine des livres d'*anwā'* et d'*azmina*, l'étude du *Mustawᶜib* est essentielle. Cet ouvrage vient de faire l'objet d'une thèse de doctorat à l'Université de Barcelone que j'ai encadrée. La thèse comprend l'édition annotée du texte arabe et la comparaison schématique de son contenu avec les traités d'Ibn ᶜĀṣim, d'Ibn al-Bannā' et d'al-Jādirī (Samadi 2017). L'établissement du texte a été fondé sur une copie mutilée et défectueuse de la Bibliothèque d'El Escorial et une copie complète de la zaouïa Hamzawiyya, dans la région de Midelt, au sud du Maroc. La copie d'El Escorial fut longtemps la seule connue. La persévérance et la bonne fortune du Dr. Samadi lui ont permis de trouver la copie de la Hamzawiyya. Il existe encore une troisième copie, hors d'accès, qui se trouve dans la zaouïa d'El-Hamel, située entre Bousaada et Djelfa, en Algérie (Abdelhamid 2007: 71).[2]

Le but de l'article est d'offrir la description codicologique et un aperçu du contenu de la copie Aḥmadiyya, dont l'existence à la Bibliothèque Nationale à Tunis a été avertie par ma collègue Dra. Emilia Calvo quelques jours après la soutenance de la thèse précitée.

La collation du manuscrit de l'Aḥmadiyya sera d'une grande aide pour l'étude approfondie de l'œuvre d'Ibn Khalaf al-Umawī al-Qurṭubī que nous, Samadi et moi-même, sommes en train de préparer conjointement dans le cadre du projet annoncé. Ce projet a un objectif plus large: montrer l'importance de

[2] Il n'a pas été possible d'y accéder. Grâce à l'aide de mon ami et collègue, le professeur Youcef Guergour de l'ENS de l'Université d'Alger, décédé prématurément, et d'Ezzaïm Laabid, son étudiant à l'époque, nous savons que l'héritage de la zaouïa a été divisé entre trois frères et qu'il est pratiquement impossible de connaître à quel héritier a été rattaché le manuscrit en question.

ces sources dans l'histoire sociale de la science et dans la diffusion des savoirs scientifiques, ainsi que souligner le rôle de l'astronomie populaire qui, au XIIIème siècle, devient une alternative, socialement et politiquement admise, à l'astronomie de tradition classique, discrètement revitalisée à travers le *mīqāt*.

2. LES *ANWA'* DE L'EST A L'OUEST ISLAMIQUE

Le système préislamique des *anwā'* s'est appuyé sur l'observation empirique du ciel et des phénomènes météorologiques, ainsi que sur les traditions babylonienne et hellénique des augures répandues dans l'ancienne Mésopotamie.

Anwā' est le pluriel de *naw'*. Ce mot désigne l'ensemble d'un système de comput lié à l'observation des couchers acronyques et des levers héliaques de certaines paires d'étoiles, permettant de diviser l'année solaire en périodes: 27 périodes de 13 jours et une période de 14. Chacune de ces périodes contenait une période plus courte, d'un à sept jours, qui était vraiment le *naw'* auquel des conditions météorologiques cycliques et déterminées étaient associées: vent, froid, chaleur, sécheresse, orages et, principalement, pluie, d'où le terme *naw'* a pris le sens de «pluie» ou de «tempête». Ces conditions étaient associées concrètement à l'astérisme qui se couchait (Forcada 1998: 306).

Les *anwā'* ont nommé et permis de diviser l'année en saisons correspondant aux différentes périodes de pluie, de six à dix selon la source et l'auteur (Varisco 1991: 20). Après le VIIIème siècle et sous l'influence de la tradition indienne des *nakṣatras*, ce système de découpage de l'année solaire se combina avec celui des vingt-huit «demeures ou stations lunaires» (*manāzil al-qamar*), groupes d'étoiles voisines de l'écliptique, délimitant la partie du ciel que parcourt la Lune au cours du mois lunaire (Forcada 1992b: 105-106). L'astrologie indienne a également considéré la doctrine des *nakṣatras* pour faire des prévisions météorologiques (Burnett 2004: 208).

Les premiers compilateurs d'*anwā'* étant des lexicographes, les premières références à leur sujet sont apparues dans un environnement linguistique ; d'abord comme proverbes et dictons rimés sur les météores et les astérismes qui les ont provoqués (Pellat 1955), puis comme genre littéraire, celui des *kutub al-anwā'* (livres d'*anwā'*).

Rédigés aux environs du IX^{ème} siècle, le plus ancien des traités ayant survécu est le *Kitāb al-anwā'* d'Ibn Qutayba (m. 889), auteur aussi d'un *Kitāb al-riyāḥ* sur les vents. Le traité le plus important, à cause de l'influence qu'il a exercée dans les livres suivants, est celui d'Abū Ḥanīfa al-Dīnawarī (m. 895), dont le contenu est principalement connu par les citations d'al-Marzūqī (m. 1030). Ces livres atteindront Al-Andalus vers la fin du X^{ème} siècle, importés avec le traité *Kitāb waṣf al-maṭar* (*Livre de la description de la pluie*) d'Ibn Durayd (m. 993) par le lexicographe Abū ^{c}Alī al-Qālī (m. 966) de Bagdad, qui a été invité à la cour de Cordoue par ^{c}Abd al-Raḥmān III.

En parallèle aux livres d'*anwa'* existent les *kutub al-azmina*, recueils des mots liés à la météo et des noms des astérismes marquant les périodes saisonnières (Forcada 2000b: 107-108). Les sources les plus anciennes sont le *Kitāb al-azmina* (*Livre des temps*) de Quṭrub (m. 821) et les traités d'Abū Isḥāq al-Zağğāğ (m. 923) (Varisco, 1989) et d'al-Zağğağī (m. 949). Aussi le *Kitāb al-azmina wa-l-amkina* d'al-Marzūqī et le *Kitāb al-azmina* de Ibn Māsawayh (m. 857) (Troupeau 1968). Lors de leur circulation, les traités d'*anwā'* et d'*azmina* se sont combinés et ensemble ont permis de préserver de nombreuses sources perdues.

Après son arrivée en Al-Andalus, le genre a évolué vers les calendriers et les almanachs, enrichis par la tradition wisigothique qui y inclue des festivités chrétiennes et des renseignements agronomiques, médicaux, diététiques et pharmacologiques. Ce nouveau genre se transmet au Maghreb à travers le *Mustaw^c ib*.

Vers la fin du X^{ème} siècle, les compilations d'Abū Ḥanīfa (m. 895) et d'Ibn Qutayba (m. 889) étaient déjà arrivées en al-Andalus, ainsi qu'un troisième traité, le *Kitāb waṣf al-maṭar* (*Livre de la description de la pluie*) d'Ibn Durayd (m. 993).

Les ouvrages d'*anwā'* rédigées par des Andalous, précédant le *Mustaw^c ib,* sont :

Le *Calendrier de Cordoue*. Publié par Dozy et Pellat (1961), la version arabe et les traductions latines ont été étudiées dans la seconde moitié du XX^{ème} siècle (Martínez Gázquez 1981 et 1991, Martínez Gázquez et Samsó 1981, Samsó & Martínez Gázquez 1981, et Samsó 1983). Les auteurs du *Calendrier* sont ^{c}Arīb ibn Sa^{c}id (m. 980), secrétaire d'état des Umaiyades de Cordoue, et

l'évêque mozarabe Rabī^c ibn Zayd (seconde moitié du X^{ème} siècle). Le *Calendrier* mélange un livre arabe d'*anwā'*, résumé du *Kitāb al-anwā'* d'un certain al-Kātib al-Andalusī identifié par Forcada (1998: 328 et 2000a) comme étant ^{c}Arīb lui-même, et un calendrier liturgique chrétien qui correspond aux rituels mozarabes pratiqués au dixième siècle à Cordoue et composé par Rabī^c ibn Zayd sous le titre de *Kitāb tafṣīl al-zamān wa-maṣāliḥ al-abdān* (*Livre de la division du temps et du bénéfice des corps*).

La *Risāla fī l-nujūm* (*Opuscule sur les étoiles*) de ^{c}Abd al-Malik b. Ḥabīb (m. 852) qui n'appartient pas au genre des *anwā'*, mais explique l'utilisation légale de l'astronomie populaire et condamne l'astrologie (Kunitzsch, 1994 et 1997); et le *Mukhtaṣar min al-anwā'* (*Résumé sur les anwā'*) d'Aḥmad ibn Fāris (X^{ème} siècle), dont l'essentiel du contenu se rapporte à l'astrologie (Forcada, 2000b).

Le *Kitāb al-azmina wa-l-anwā'* d'Ibn ^{c}Āṣim al-Ṯaqafī al-Gurbālī (m. 1013) (Forcada 1993). Plus lexicographique que technique, ce livre a comme sources Ibn Qutayba et Abū Ḥanīfa ; il est structuré: d'abord en dix-huit chapitres d'astronomie, puis en un calendrier julien avec les *anwā'* et beaucoup d'informations agronomiques tirées principalement de la *Filāḥa Nabaṭiyya*, (l'agriculture nabathéenne). Le livre d'Ibn ^{c}Āṣim est considéré comme le modèle direct du *Mustaw^c ib.*

La *Risāla fī awqāt al-sana*. Il s'agit d'un ouvrage anonyme dont la date reste à fixer. Bien qu'elle semble manifestement plagiée du *Calendrier de Cordoue*, cette *risāla* comprend, bizarrement, des détails spécifiques que l'on ne trouve que dans le *Mustaw^c ib* (Navarro 1990: 27).

Le *Kitāb al-Mustaw^c ib al-kāfī* d'Ibn Khalaf al-Umawī al-Qurṭubī, écrit vers à la fin du XII^{ème} siècle à l'époque almohade.

3. LE *MUSTAW^C IB AL-KĀFĪ WA-L-MUQNI^C AL-SHĀFĪ*

3.1 L'auteur

L'auteur du texte original est Abū ^{c}Alī al-Ḥasan b. ^{c}Alī b. Khalaf, connu par al-Khaṭīb al-Umawī al-Qurṭubī, né à Cordoue en 1120 et mort à Séville en 1206. D'après ses biographes, il était un homme religieux versé dans les sciences des *qira'āt* et du *ḥadiṯ* et formé en langue arabe et en *adab*. Sa connaissance de la science du *mīqāt* et la mention qu'il fait de deux instruments, le *mizān fazārī* pour mesurer les ombres et une *mukḥūla* pour connaître l'heure (Forcada 1990), suggèrent qu'il aurait pu être *muwaqqit* d'une mosquée (Forcada 2009: 571).

3.2 Manuscrits du *Mustaw^cib*

MS Escorial 941 (Madrid, Espagne). Il s'agit d'une copie anonyme, non datée et incomplète, qui ne comprend que quatre mois du calendrier mensuel, jusqu'au mois d'avril, et les chapitres d'astronomie. Ce manuscrit a été considéré pendant très longtemps comme la seule copie existante du traité. Une reliure défectueuse de l'un des cahiers affecte les mois de février et d'avril. Youssef Samadi a reconstruit ces mois sur la base du manuscrit de la Hamzawiyya.

MS Hamzawiyya 243 (Midelt, Maroc). C'est la seule copie complète qui a été trouvée, copiée en 776/1374 par ^cAlī b. Aḥmad al-Anṣārī. Quelques chapitres mentionnant Ibn al-Bannā' ont été, sans doute, ajoutés au texte original. Il y a une erreur dans la reliure d'un feuillet (*recto* et *verso*) qui affecte les mois de mai et de juin. Réparée par Samadi lors de l'édition du texte.

MS El-Hamel 589 (*wilāya* M'Sila, Algérie). D'après Samadi, ce manuscrit est mentionné par M.F. Al-Khalīl al-Qāsimī al-Ḥasanī dans son livre *Makhṭūtāt al-khizāna al-Qāsimiyya*. Des informations plus récentes corrigent la signature à 28-B. Apparemment, il s'agit d'une copie fragmentée dont seulement quatre pages sont conservées.

MS Aḥmadiyya 11925/12 Bibliothèque Nationale de Tunisie. Elle est l'objet de cette communication.

3.3 MS Aḥmadiyya 11925/12 BNT: description codicologique

Il est important d'insister que la copie actuelle du *Mustaw^cib* est incomplète par rapport à l'original. Elle contient uniquement la partie des mois du calendrier julien.

- Écrit sur papier

- Le manuscrit se compose de 38 feuillets numérotés successivement de 192r à 229r. La numération est occidentale moderne, au crayon, inscrite au centre de la marge supérieure de chaque feuillet *recto*. Il y a une deuxième numération, également au crayon, qui progresse avec les interruptions suivantes: f. 192r (17, en chiffres occidentales, angle gauche de la marge supérieure); f. 193r, (17, en chiffres arabes, angle gauche de la marge supérieure); à partir de la page 194r et toujours en chiffres arabes: 195r (19), 199r (20), 200r (21), 201r (22), 202r (23), 203r (24), 204r (25), 205r (26), 206r (27), 207r (28), 212r (29), 213r (30), 214r (31), 215r (32), 216r (33), 217r (34), 218r (35), 219r (36), 223r (37), 224r (38), 225r (39), 226r (40), 227r (41), 228r (42) i 229r (43).
- Réclames de la même main que le texte dans l'angle gauche de la marge inférieure de chaque feuillet *verso*.
- Nombre de lignes par page de 18 à 20.
- Écriture maghrébine, grande et claire. Malgré quelques variations dans la taille, toute l'écriture semble de la même main, sans aucun doute.
- Encre noire; aussi dans les rubriques et titres.
- Pas de manchettes dans les marges.
- Formes géométriques représentant les astérismes.
- Après la *basmala* (f.191v) apparait le nom de l'auteur Abū ^cAlī al-Ḥasan ibn ^cAlī al-Umawī al-Qurṭubī.
- Incipit: *al-ḥamdu li-llah al-^cazīz al-wahhāb al-jazīl al-ṯawāb allaḏī ^callama-nā ^cadad al-sinīn wa-l-ḥisāb …* (f. 192r, l.18) titre: *Al-Mustaw^cib al-kāfī wa-l-muqni^c al-shāfī fī-mā yuṣlaḥu bi-l-ṭālib al-mujīd wa-l-rajul al-murīd min ma^carifat al-kawākib wa-mā ḏakartu-hu fī l-anwā' al-a^crāb …*
- Explicit: … *wa-fī-hi yuqla^cu al-jammār wa-yuzra^cu al-qar^c al-bakrī wa-l-badinjān ^calà muṣāṭib al-zabl wa-yuzra^cu al-karrāṯ wa-l-khaškhaš al-abyaḍ wa-llahu al-muwafiq li-l-ṣawāb …*
- Nom du copiste dans le colophon: ^cAlī b. Muḥammad b. ^cAlī b. Sulaymān al-Sharīf.
- Date de la copie: *al-irbi^cā'* 23 Mars/2 de *Ḏū l-ḥiğğa* de l'année 1149 H. Cette année correspond au 1737 d.C. La correspondance du 23 Mars avec le 2 de *Ḏū l-ḥiğğa*, 3 avril du calendrier grégorien,

s'accorde très bien à l'usage du calendrier julien en vigueur à l'époque dans cette région du Maghreb.

- Le contenu est divisé en chapitres correspondant à chacun des douze mois de l'année solaire. Le nom du mois indique le changement du chapitre. Chaque mois se termine systématiquement avec deux sections intitulées: "Mention des éphémérides à des jours précis du mois" et "Mention de ce qui se passe sans préciser la date du mois".

3.4 MS Aḥmadiyya 11925/12 BNT: résumé du contenu

Le traité original du *Mustaw^{c}ib* est structuré en une Introduction et deux parties clairement différenciées.

La première partie se compose de douze chapitres qui correspondent aux douze mois du calendrier julien de Janvier à Décembre, adoptant la nomenclature «non-arabe» (*al-a^{c}jamiyya*) du mois comme le titre du chapitre.

La deuxième partie est constituée de vingt-quatre chapitres d'astronomie et de météorologie, introduits par l'expression «*al-qawlu fī*». Les sujets abordés dans cette deuxième partie sont: les signes du Zodiaque; les mansions; le stationnement de la lune dans les mansions, ainsi que sa coucheur et la durée de sa visibilité tous les soirs; le *naw'*, sens et durée; les sept planètes; les crépuscules du soir et du matin; les deux aubes; le midi; tracé de la direction de la *qibla*; *Ursa Minor* et *Ursa Major*; la Voie Lactée; les vents, direction et caractéristiques; indication des précipitations et leur attribution au *naw'*; les saisons de l'année; lever et coucher du soleil et des étoiles. C'est l'existence de cette partie qui soutient fortement la similitude du *Mustaw^{c}ib* avec l'œuvre d'Ibn ^{c}Āṣim al-Gurbālī.

La copie Aḥmadiyya est mutilée et manque complètement des chapitres d'astronomie, comme je l'ai déjà souligné.

L'introduction (ff. 192r – 193v) est assez longue et littéraire, comme d'habitude dans ce genre de textes. Elle comprend des formules doxologiques et des citations très pieuses. L'auteur y affirme qu'il a écrit trois traités antérieurs sur le même sujet et que ce quatrième est un recueil choisi des précédents. D'après certains détails, la copie Aḥmadiyya se rapproche de la version de la bibliothèque de l'Escurial. Il est à noter que certains fragments inclus dans le manuscrit de l'Escurial et celui de la Hamzawiya manquent dans

la copie de l'Ahmadiyya. Il s'agit de passages qui semblent se rapporter, de façon un peu confuse, aux chapitres d'astronomie.

Les mois dans la copie Aḥmadiyya comprennent les feuillets suivants: Janvier (ff.192v-196r), Février (196r-198v), Mars (199r-201v), Avril (201v-205r), Mai (205r-209v), Juin (209v-212r), Juillet (212v-214v), Août (214v-218r), Septembre (218r-220v), Octobre (220v-223v), Novembre (223v-226r) et Décembre (226r-228r).

Le contenu du calendrier mensuel semble dans son ensemble identique dans les trois copies, bien que quelques changements mineurs, des hésitations occasionnelles dans la lecture de certains mots, ainsi qu'une tendance à résumer constatées dans la copie Aḥmadiyya doivent être notés. Chaque mois comporte systématiquement les informations présentées dans le tableau suivant, et dans le même ordre.

Dénomination du mois dans la langue "non-arabe" (*bi-l-a^{c}jamiyya*), en syriaque, en hébreu, en copte, en persan et dans les langues des gens d'al-Sūs al-Aqsà[3] Lettre racine (*ḥarf al-uss*)[4] Nombre de jours du mois Les *anwā'* et leur relation avec les périodes de pluie; coucher, lever et médiation des astérismes, en mettant l'accent sur la vision de Suhayl (Canopus); mansions de la Lune; proverbes et dictons rimés attribués au *shā^{c}ir*, au *rājiz* ou au *sāji^c*;[5] vents; apparition de l'aube et représentation graphique de l'astérisme qui la détermine

[3] Région du sud du Maroc comprenant le massif des deux Atlas. L'apparition de la nomenclature des mois dans cette langue est plutôt rare et peut indiquer une liaison de la copie ou du copiste avec la région.

[4] Lettre avec valeur numérique qui est attribuée à chaque mois. La valeur de la lettre du mois de Janvier est 1. Prenant comme point de départ le jour de la semaine où commence le mois de janvier (valeur 1) et en comptant, depuis ce jour, autant de jours que correspondent à la lettre radicale qui a été attribuée aux mois successifs, nous pouvons connaître le jour de la semaine avec lequel va commencer chaque mois.

[5] D'après Pellat, les dictons rimés commencent *iḏā ṭala^{c}a*l quand se lève … Ceux-ci seraient composés par le *sāji^c*. Le *shā^{c}ir* et le *rājiz* sont les responsables des poèmes courts et ceux en metre *rajaz*.

Moment du premier *saḥūr* Les ombres des heures du jour mesurées en pieds Les ombres correspondant aux prières canoniques du *zawāl*, du *ẓuhr* et du *ᶜaṣr* L'ombre à midi mesurée en doigts avec le *mīzān fazārī* Identification du naw' dans lequel a lieu le *hilāl* du mois arabe Occasionnellement, mention des autorités

Les autorités mentionnées sont :

JANVIER	Ibn Durayd, Abū Ḥanīfa, al-Ğawharī, al-Ganawī[6]
FEVRIER	Ibn al-Aᶜrābī, Ibn Qutayba, al-Kalaᶜi[7]
MARS	Ibn / Abū l-Zayyād, Hippocrate, Galien, al-Ğawharī
AVRIL	Ibn Kunāsa
MAI	Al-Ganawī
JUIN	Ibn ᶜAbbās
JUILLET	Abū Ḥanīfa, Hippocrate
SEPTEMBRE	Abū Ḥanīfa
NOVEMBRE	Hippocrate, Galien, Ibn al-Aᶜrābī, Aḥmad ibn Fāris

Dans la section intitulée «Mention des éphémérides à des jours précis du mois», des informations sont fournies sur :

[6] Je n'ai pas pu identifier cet auteur mentionné deux fois et cité aussi dans la copie de la Hamzawiyya.
[7] Ou al-Kilābī d'après la lecture du manuscrit de la Hamzawiyya. Il reste à identifier.

Nombre d'heures du jour et de la nuit pour le premier jour du mois Extinction du crépuscule Apparition de l'aube Hauteur méridienne du soleil Ombre projetée par une personne à midi Saison de l'année à laquelle appartient le mois Complexion et humeur régnant Nourriture, boissons, mouvements et logements plus appropriés aux jeunes et aux adultes par rapport à leur tempérament

En plus d'indiquer, si c'est le cas, quels sont les jours néfastes (*rajaz*), qui ont lieu tout au long de l'année; les «jours de la vieille» (*ayyām al-ᶜajūz*),[8] qui ont lieu en Février et en Mars; les *yamrāt*,[9] en Février; les jours *makhnīṭisāt*[10] d'après la théorie des *rūm*,[11] en Mars et en Avril; les *wagarāt* de la chaleur,[12] à partir de Mai; les «nuits noires» (*al-liyālī al-sūd*)[13], et les jours *al-bulq*[14] les mois Décembre-Janvier.

Le calendrier marque aussi d'autres éphémérides précises telles que l'équinoxe de printemps, que le texte fixe le 9 Mars; le jour le plus long de l'année et la nuit la plus courte, le 9 Juin; le début de l'année copte, le 29 Août; le solstice d'automne, le 11 Septembre[15] ; le début de l'hiver le 15 Novembre, selon Hippocrate et Galien, et le 21 Décembre, selon les chrétiens; et il rapporte que chaque quatre ans le mois de Décembre a 32 jours (année *Kabīsa*)

[8] Période de sept jours entre les derniers jours du mois Février et les premiers de Mars. Ils sont des jours de froid aigu, chacun d'eux reçoit un nom différent.
[9] De *yamra*, «braise». En Février, tombent (*saqata*) trois *yamrāt* avec une semaine de différence entre elles.
[10] Le texte rapporte que ces jours sont 49, soit 7 semaines, durant lesquelles on ne prenait pas la mer. Les éditeurs des autres calendriers que j'ai consultés n'arrivent pas à préciser l'origine du terme.
[11] Ici «grecs»; puisque al-Umawī al-Qurṭubī rend le terme «chrétiens» par *naṣārī.*
[12] Dates de chaleur. Cinq tout au long de l'année.
[13] C'est la période des 40 nuits les plus longues et les plus froides de l'hiver.
[14] Jours «bigarrés». Ils sont quarante jours, vingt avant et vingt après les «nuits noires». C'est à dire que les nuits noires ont lieu entre les jours bigarrés.
[15] Calendrier julien, évidemment.

et que le 11 de ce mois est le jour le plus court et la nuit la plus longue de l'année.

Il signale également, par exemple, le début de la moisson parmi les habitants de la côte de Malaga, Córdoba, [Médine] Sidonia et Al-Andalus, le 5 Mai; le début de la préparation de la *thériaque magna* à partir du 23 Juin; la montée et la remise du Nil, le 9 Septembre et le 2 Octobre, respectivement; le 2 Octobre est aussi rapporté le dernier jour pour semer la luzerne à l'Égypte, tandis que les habitants de Trujillo, de Los Pedroches[16] et de la montagne de Cordoue commencent à labourer ce jour-là; et, enfin, la fermeture de la mer à la navigation le 17 novembre.[17]

Il faut remarquer le petit nombre de festivités religieuses interconfessionnelles mentionnées, contrairement à d'autres calendriers très riches dans ce domaine. On y trouve aussi très peu de personnages bibliques et coraniques. À savoir :

JANVIER	Jour 1. Fête de la circoncision de Jésus, le Messie, d'après la Torah 10. Baptême par immersion (giṭās) des chrétiens dans le Nil
FEVRIER	Jour 12. Prise de la Kacaba par les Abyssiniens «l'année de l'éléphant». C'est l'année de la naissance du Messager de Dieu.
MARS	Jour 9. Entrée de Noé dans l'Arche en l'année du Déluge
JUIN	Jour 24. Le Mihrajān18 en al-Andalus. Naissance de Yaḥyà ibn Zakariyyā', appelé Saint Jean Baptiste par les chrétiens. Ce jour-là aussi, Dieu arrêta le Soleil en faveur de Josué, fils de Nūn.

[16] En arabe «*Faḥṣ al-ballūṭ*», au nord de Cordoue.
[17] À propos de la navigation dans les calendriers, cf. Hernández 2011.
[18] Ce festival au nom persan a été confondu en al-Andalus avec la festivité de lᶜ*Anṣara*, mot hébreu qui parmi les coptes signifie la Pentecôte (Navarro 1990: 203, n.292). C'est la fête de Saint Jean Baptiste. Au Maghreb elle correspondait à la fête du solstice d'été.

JUILLET	Jour 15. Le Soleil passe au zénith du puits de Zamzam et de tous les puits de La Mecque
SEPTEMBRE	Jour 1. Mort de Josué, fils de Nun
DÉCEMBRE	Nuit du 25. Naissance du Messie. Le copiste résume une affirmation de l'auteur d'avoir été témoin de cette fête chrétienne à Almeria en 547, à l'époque où la ville était soumise aux chrétiens.19

4. CONCLUSION

L'étude approfondie du Mustawcib, qui apparait pendant la période almohade dans un contexte scientifique de revitalisation de l'astronomie populaire, est essentielle pour connaître les voies de transmission au Maghreb de la tradition andalouse des calendriers. La copie Aḥmadiyya décrite dans l'article est importante par deux raisons. D'abord, elle permet de fixer la part du texte correspondant aux mois dans le *Mustawᶜib*, qui présente des erreurs de reliure dans la copie Escorial, mutilée, et aussi dans la copie Hamzawiyya, complète. Deuxièmement, parce qu'elle apporte un détail inconnu jusqu'à aujourd'hui de la biographie d'Al-Umawī al-Qurṭubī: son séjour dans la ville d'Almeria pendant le noël de l'an 1152, entre l'occupation des chrétiens en 1147 et le recouvrement par les Almohades dix ans après.

[19] Cette information inconnue par les biographes d'al-Umawī al-Qurṭubī ne se trouve pas dans la copie de la Hamzawiyya et on ne peut pas savoir si la copie de l'Escurial l'a jamais contenu puisque le mois de Décembre n'y apparaît pas. En tout cas, elle semble plausible. Al-Umawī, âgé d'une trentaine d'années, aurait séjourné en 1152 dans la ville d'Almeria, occupée par le roi Alphonse VII de Castilla le 1147 et récupérée par les Almohades le 1157.

5. REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

Sources

IBN QUTAYBA (1956), *Kitāb al-anwā'*, Hayderabad, ed. Pellat-Hamidullah.

MARZŪQĪ (1914), *Kitāb al-azmina wa-l-amkina*, Hayderabad.

Livres et articles

ABDELHAMID, A. (2007), *Manuscrits et Bibliothèques musulmanes en Algèrie*, Alger.

AL-QADIRI BOUTSHISH, I. & BENHAMDA, S. (2015), *Risālatān fī l-anwā' li-^c^Arīb b. Sa^c^id al-Qurṭubī wa-Ibn al-Bannā al-Marrākushī*, Meknes.

BOUJENNA, A. (2005), *El calendario de al-Ŷādirī (1375-1416) según el ms. 80 de la zāwiya Ḥamzawiyya*. Edición, traducción y estudio, Barcelona, TFM Màster d'Història de la Ciència UAB-UB, non publié.

BURNETT, CH. (2004), "Weather Forecasting in the Arabic World", dans E. Savage-Smith (ed.) *Magic and Divination in Early Islam. The Formation of the Classical Islamic World*, Ashgate, Variorum, 201 -210.

DOZY, R. & PELLAT, CH., eds. (1961), *Le Calendrier de Cordue*, Leiden.

FORCADA, M. (1990), "*Mīqāt* en los calendarios andalusíes", *Al-Qanṭara*, 11, 59-69.

__________ (1992a), "Les sources andalouses du Calendrier d'Ibn al-Bannā' de Marrakesh", *Actas del Segundo Congreso Hispano-Marroquí de Ciencias Históricas (Granada, 1989)*, Madrid, 183-98.

__________ (1992b), "Los libros de *anwā'* en al-Andalus" dans J. Vernet et J. Samsó (eds.) *El legado científico andalusí* (Catalogue), Madrid, 103-115.

__________ (1993), *El Kitāb al-anwā' wa-l-azmina –al-qawl fī l-šuhūr- de Ibn ^c^Āṣim* (Tratado sobre los anwā' y los tiempos –capítulo sobre los meses). Estudio, traducción y edición crítica por,... Madrid.

__________ (1995), "El orígen del nocturlabio a la luz de fuentes hispánicas y andalusíes", *Revista del Instituto Egipcio de Estudios Islámicos en Madrid (RIEEIM)*, 27, pp. 207-219.

__________ (1998), "Books of *anwā'* in al-Andalus" dans M. Fierro i J. Samsó (eds.) *The Formation of al-Andalus. Part. 2: Language, Religion, Culture and the Sciences,* Ashgate, pp. 305-328.

__________ (2000a), "The *Kitab al-anwā'* of ^c^Arīb b. Sa^c^īd and the Calendar of Cordova" a M. Folkerts i R. Lorch, Sic itur ad astra. *Studien zūr Geschcichte der Mathematik und Naturwissenschaften. Festschrift für den Arabisten Paul Kunitzsch zum 70 Geburtstag*, Wiesbaden, 234-251.

__________ (2000b), "Astrology and Folk Astronomy: the *Mukhtaṣar min al-anwā'* of Aḥmad ibn Fāris", *Suhayl*, 1, 107-205.

__________ (2000c), "L'expression du cycle lunaire dans l'ethnoastronomie arabe", *Arabica*, 47, 37-77.

__________ (2009), "Ibn Jalaf al-Umawī, Abū ^c^Alī" dans J. Lirola y J.M. Puerta Vílchez (eds.) *Biblioteca de al-Andalus*, vol. 3, 571-572.

HERNÁNDEZ, G.A. (2011), *La temporada de navegación en el Mediterráneo*, Barcelona, TFM Màster d'Història de la Ciència UAB-UB, non publié.

KUNITZSCH, P. (1994) i (1997), "^c^Abd al-Malik ibn Ḥabīb's *Book on the Stars*", *ZGAIW*, 9, 161-194 i 11, 179-87.

MARTÍNEZ GÁZQUEZ, J. (1981), "Santoral del Calendario del siglo XIII contenido en el *Liber Regius* del Museo Episcopal de Vich", *Revista Catalana de Teología*, 6, 161-174.

__________ (1991), "El texto del *Calendario de Córdoba* en el manuscrito Berlín Lat. Qu. 198", *Studia in honorem Prof. M. de Riquer*, Barcelona, IV, 657-668.

MARTÍNEZ GÁZQUEZ, J. & SAMSÓ, J. (1981), "Una nueva traducción latina del Calendario de Córdoba (siglo XIII)" dans Vernet, J. (ed.) *Textos y estudios sobre astronomía española en el siglo XIII*, Barcelona, 9-78.

MUÑOZ, R. (1978), "Un calendario egipcio del siglo XVIII", *Awrāq*, 1, 67-81.

__________ (1984), "Un refranero árabe de contenido astronómico" dans *Actas del Primer Congreso Hispano-Africano de las Culturas Mediterráneas*, Melilla, 17-32.

__________ (1986), "Los kutub al-anwā'", Actas del XII Congreso de la UEAI (Málaga, 1984), Madrid, 623-44.

NAVARRO, M.A. (1990), *Risāla fī awqāt al-sana*, Granada.

PELLAT, CH. (1955), "Dictons rimés, *anwā'* et mansions lunaires chez les arabes", *Arabica*, 1, 17-41.

RÉNAUD, H.P.J. (1948): *Le calendrier d'Ibn al-Banna' de Marrakech* (Risāla fī l-anwā'), ed. et trad., Paris, Larose éd.

SAMADI, Y. (2017), Al-mustaw^c^ib al-kāfī wa-l-muqni^c^ al-šāfī de al-Umawī al-Qurṭubī (m. 1206). Edición y estudio, Barcelona, Thèse de Doctorat, non publiée.

SAMSÓ, J. & RODRÍGUEZ, B. (1976), "Las *Pháseis* de Ptolomeo y el *K. al-anwā'* de Sinān b. Tābit", *Al-Andalus*, 41, 15-48. Réédité dans Samsó, J.: *Astrometeorología y astrologia medievales*, Barcelona, 2008, II.

SAMSÓ, J. & MARTÍNEZ GÁZQUEZ, J. (1981), "Algunas observaciones al texto del Calendario de Córdoba", Al-Qanṭara, 2, 319-344. Réédité dans Samsó, J., *Astrometeorología y astrologia medievales*, Barcelona, 2008, VI.

SAMSÓ, J. (1976), "De nuevo sobre la traducción árabe de las *Pháseis* de Ptolomeo y la influencia clàssica de los *kutub al-anwā'*", *Al-Andalus*, 41, 471-479. Réédité dans Samsó, J.: *Astrometeorología y astrologia medievales*, Barcelona, 2008, III.

________ (1978a), "La tradición clàssica en los calendarios agrícolas hispanoárabes y norteafricanos" a *Actas del Segundo Congreso internacional de estudios sobre las Culturas del Mediterráneo Occidental*, Barcelona, 177-186. Réédité dans Samsó, J.: *Astrometeorología y astrologia medievales*, Barcelona, 2008, IV.

________ (1978b), "Un calendrier tunisien d'origine anadalouse du XIXème siècle?" a *Cahiers de Tunisie*, XXVI, 67-84. Réédité dans Samsó, J.: *Astrometeorología y astrologia medievales*, Barcelona, 2008, V.

________ (1983), "Sobre los materiales astronómicos en el *Calendario de Córdoba* y en su versión latina del siglo XIII", a *Nuevos estudios sobre astronomia española en el siglo de Alfonso X*, Barcelona, 125-138.

________ (2008), "Lunar Mansions and Timekeeping in Western islam", *Suhayl*, 8, 121-161.

TROUPEAU, G. (1968), "Le livre des temps de Jean Ibn Māsawayh", *Arabica*, 15, 113-142.

VARISCO, D.M. (1987), "The Rain Periods in Pre-Islamic Arabia", *Arabica*, 34, 251-66. Réédité dans *Medieval Folk Astronomy and Agriculture in Arabia and the Yemen*, Ashgate, Variorum, 1997, III.

____________ (1989), "The Anwā' Stars According to Abū Isḥāq al-Zajjāj", *ZGAIW*, 5, 145-66. Réédité dans *Medieval Folk Astronomy and Agriculture in Arabia and the Yemen*, Ashgate, Variorum, 1997, II.

____________ (1991), "The Origin of Anwā' in Arab Tradition", *Studia Islamica*, 74, 5-28. Réédité dans *Medieval Folk Astronomy and Agriculture in Arabia and the Yemen*, Ashgate, Variorum, 1997, I.

THE *KITĀB AL-FARĀ'IḌ WA L-MAWĀRĪṮ* OF SHIHĀBADĪN AḤMAD B. IDRIS AL-QARĀFĪ AṢ-ṢANHĀĞĪ

Ulrich REBSTOCK,
University of Freiburg

A hitherto almost unnoticed book[1] on arithmetics and algebra in the service of the law of inheritance forms part of the tenth volume, of one of the major Mālikī law compendia, "The Book on the treasures of the legal disciplines of the Mālikī law-school" (*Kitāb aḏ-Ḏaḫīra fī l-furūʿ al-mālikīya*). It accommodates in its center (pp. 141-217) the "Book on inheritance law and testimonies" (*Kitāb al-Farā'iḍ wa l-waṣāyā*), on which follows on the next pages (pp. 218-357) „the second part of the Book (is) on arithmetics" (*al-qism aṯ-ṯānī min al-kitāb fī l-ḥisāb*).

Already in the "*muqaddima*" of the compendium (vol. I, p. 22/5), the author announces an issue that he apparently deems him worth to be mentioned right in the beginning of his vast project:

> „I will improve the Book of Inheritance, smoothen its principles and logical incompatibilities and settle whatever (problem) I come across. I will apply Algebra to it whenever needed which I have not seen in our books, only in the books of the Shāfiʿīya and the Ḥanafīya. It (i.e. *al-ğabr wa l-muqābala*) is one of the strange secrets without which many of the problems of inheritance and testaments, marriage, divorce, trade and rent cannot be solved."

---

[1] Personal communication from Muqtadir Zarrūqī, Tunis, 31.3.2018: On the 11th meeting of COMHISMA (October, Tunis 2013), M. Zarrūqī gave a short lecture on the algebraic parts of the *Kitāb al-farā'iḍ wa l-waṣāyā*. The lecture entitled "*at-Tiqnīyāt al-ḥisābīya al-ğabrīya al-mustaʿmala li-ḥisāb al-farā'iḍ wa l-waṣāyā ʿinda l-Qarāfī (t. 684/1285) min ḫilāl kitābihī ar-Rā'iḍ fī l-farā'iḍ*" which was not published in the *Proceedings*. After the meeting, the author was so kind to let me have a copy of his script. References to this text this will be marked by "MZ", see below "*qism* 2, *naẓar* 2". Due to the existence – though, unfortunately, unpublished yet - of this study, I refrained from going into details in this algebraic "aspect" of part two.

Not very much is known about the author: Shihāb ad-Dīn Aḥmad b. Idrīs al-Qarāfī aṣ-Ṣanhāǧī al-Bahfashīmī[2] (or al-Bahnasī, 1228-1285), born and died in Egypt, received – according to the Andalusian Ibn Farḥūn (born in al-Madīna and died in 1397)[3] - his nick-name al-Qarāfī from the fact that his colleagues at al-Azhar saw him often arriving at the college (*bait ad-dars*) passing by the cemetery al-Qarāfa where Muḥammad b. Idrīs ash-Shāfi'ī was buried. In fact, al-Qarāfī lived close to this well-known Cairene grave-yard. Most of what we know today about al-Qarāfī has been collected by 'Uṯmān Maḥmūd aṣ-Ṣīnī who added the hitherto most exhaustive biography of al-Qarāfī to the edition of *al-Qawā'id aṯ-ṯalāṯūn fī 'ilm al-'arabīya.*[4] The latest bio-bibliographical summary has been published by another Andalusian: Diego R. Sarrió Cucarella in his translation and commentary of the famous *Aǧwiba al-fāḫira.*[5]

---

[2] Cf. *al-Qawā'id aṯ-ṯalāṯūn*, p. 9, on account of aṣ-Ṣafadī, *al-Wāfī bi l-wafāyāt*, vol. VI, p. 233 f., who mentioned the *Anwār al-burūq fī anwā' al-furūq / al-Furūq* or *al-Qawā'id* (only Ibn Farḥūn) which he partly copied personally and praised as unique in its field. Sometimes, Badraddīn Muḥammad al-Qarāfī, an Egyptian Mālikit of the late 16th century (*GAL* II, p. 316: 1532-1601), is confused with him. Driss Lamrabet (*Introduction à l'histoire des mathématiques maghrébines*, lulu 2014, pp. 152, 270) mentions „un mathématicien égyptien du XV[e] siècle, al-Qarāfī" who in his commentary *Tuḥfat aṭ-ṭullāb fī sharḥ Nuzhat al-ḥussāb* of Ibn al-Hā'im (composed 889/1448) cites Ibn al-Yāsamīn (d. 601/1204).
Elsewhere (ibid., p. 270) he had a teacher called 'Abdarrraḥmān aṭ-Ṭarābulsī (d. 990/1582). A commentary of the same title is ascribed to Ǧamāl ad-Dīn ad-Dimashqī (14-15 c.), see Rosenfeld / Ihsanoğlu: *Mathematicians*, p. 265. Ibid., p. 224 f., however, "our" al-Qarāfī is only listed with his collection of optical problems entitled *Kitāb al-Ibtiṣār fīmā tudrikuhū l-abṣār* (see below).
[3] *ad-Dībāǧ al-muḏahhab*, Beirut: Dār al-Kutub al-'Ilmīya s.a., pp. 62-65. More in Ḥaǧǧī Ḫalīfa (d. 1657), *Kashf aẓ-ẓunūn*, vol. II, p. 1153, and Ziriklī (*al-A'lām*, vol. I, pp. 90-91) who copied the list of *ad-Dībāǧ al-muḏahhab* and knew him only as an author of *uṣūl al-fiqh* works.
[4] Riyāḍ 2002, bibliography: pp. 9-20. List of works: pp. 21-42; pp. 33-34: *al-Qawā'id aṯ-ṯalāṯūn fī 'ilm al-'arabīya*, with a short description, and p. 40: *al-Munāẓir fī r-riyāḍīyāt*, both with references to al-Baġdādī's *Hadīyat al-'ārifīn*.
[5]Muslim-Christian Polemics Across the Mediterranean_The Splendid Replies of Shihāb al-Dīn al-Qarāfī (d. 684/1285), Leiden: Brill 2014. Cucarella lists (pp. 273-281) 31 titles.

Qarāfī witnessed the 7th crusade (1248-1254) under Louis IX who had failed to conquer Jerusalem (and Egypt), and was cotemporaneus with the beginning and lasting period of hostility between the two dominant powers in the Middle East: the Ilḫānid Mongols in the East and the Mamlūks in Egypt. In Febuary 1258, Hülegü's troops conquered Baġdād and executed the last 'Abbāsid caliph al-Mu'taṣim bi-llāh. Shortly afterwards Aleppo and Damascus fell. The following conquests of Caesarea, Haifa (1265), Jaffa and Antioch (1268), during the life-time of al-Qarāfī, and later of Tripoli (1289) and, finally, Acre (1291) were the results of the relentless and fear-born effort of the Mamluks to oust the Crusaders from Syria: nothing was more threatening for the new masters of al-Qarāfī than a joint Mongol-Frankish campaign. Several of al-Qarāfī's books can only fully be acknowledged against this historical background. The *Kitāb al-Iḥkām fī tamyīz al-fatāwā 'an al-aḥkām wa taṣarrufāt al-qāḍī wa l-imām* written shortly after the fall of Baġdād in 1258 and the accession of the Mamlūk Baibars I to the sultanate of Egypt 658/1260 explicitly responds to this crisis of Islamic leadership.[6] As a matter of fact, a certain 'Izz ad-Dīn b. 'Abdassalām as-Sulamī, who in 1240 publicly opposed the alliance of the Ayyūbīd Sulṭān of Damascus, Ṣāliḥ Ismā'īl, with the Franks and exiled himself, together with the famous Mālikī scholar Ibn al-Ḥāǧib (d. 1248, author of *Muḫtaṣar fī l-furū'*, main source of Ibn Isḥāq al-Ǧundīs' *Muḫtaṣar*), to Egypt, became one of the most prominent teachers of al-Qarāfī. Nothing is known, however, about his teachers of mathematical sciences.[7]

Until recently, al-Qarāfī and most of his work, has not received much attention, not in the East and not in the West. The editors of the online - (p. 1) as well as the latest printed edition (vol. I, p. 4/9 f.)8 acknowledge the *Ḏaḫīra*

---

[6] Cf. S.A. Jackson: Islamic law and the state. The constitutional jurisprudence of Shibāb al-Dīn al-Qarāfī, Leiden: Brill 1996, p. xix.
[7] More in *Dībāǧ*, p. 62/6: Shihāb ad-Dīn Aḥmad b. Idrīs al-Qarāfī aṣ-Ṣanhāǧī al-Miṣrī was Imām in *fiqh, uṣūl, 'ulūm 'aqlīya, tafsīr*; with respect to his teachers of the *'ulūm* names as 'Izz ad-Dīn b. 'Abdassalām ash-Shāfi'ī (d. 660/1261), Muḥāmmad b. 'Imrān al-Fāsī alias ash-Sharīf al-Karkī and Abū Bakr M. b. Ibrāhīm b. 'Abdalwāḥid al-Idrīsī (d. 698/1298) are dropped.
[8] *Kitāb aḏ-Ḏaḫīra*, I-XI, Ed. Aḥmad 'Abdurraḥmān, Beirut: *Dār al-Kutub al-'Ilmīya* [2]2008 ([1]2003), vol. I, . 6-7: three different manuscripts sources are used (A: *Dār al-Kutub al-Miṣrīya raqm* 34-35: *fiqh mālikī*: five of six *aǧzā'*, the first two written 858 h; B: Fās: Qarawīyīn with only three *aǧzā'*; C: Maktabat Ṭarābulus, ends at vol. VIII,

as being the sum of the three to six leading "mothers" (*ummahāt*) of the mālikī legal standard literature:

كتاب "الذخيرة في فروع المالكية" يعدّ من أمهات الكتب والدواوين في مذهب الإمام مالك بن أنس

He himself was not mentioned in EI^2 entry "al-Mālikiyya", but only in the separate short personal article "Shihāb al-Dīn al-Qarāfī" (S.A. Jackson: EI^2 IX, p. 434a), where the *Ḏaḫīra* – already called by Ibn Farḥūn (*Dībāǧ*, p. 64/5) one century after it was composed "one of the most important books of the Mālikī law-school" – is only referred to by title. Most of its books were published from the 1980ies onwards. This might also be a reflection of his reluctance to become an official figure in his life-time: With his liberal minded opposition to the shāfiʿī "might is right" politics in Cairo, he refused – though one of intellectual heads of the mālikī community in Egypt – to become *qāḍī*, and instead actively promoted innovative (f.ex., *maṣlaḥa mursala*) and *taqlīd* (inter-law-school synthesis)-questions in his books. Thus, it seems, that his motives to compose the *Ḏaḫīra* where nourished not only by professional but also by political reasons. In the early Mamlūk Egypt, where the Baḥrī-Sultans strongly favoured the Shāfiʿī *maḏhab* and were not only influentious Ḥanafī – and Ḥanbalī-centers but also Ṣūfī – and even Shīʿite-communities prospered, the Mālikīya was under social as well as academic pressure.

al-Qarāfī's interest and insight in exact sciences can – our *Kitāb al-Farā'iḍ wa l-waṣāyā* put apart – only be guessed from two separate and very recently studied books:

- the *Kitāb al-Yawāqīt fī aḥkām al-mawāqīt* dealing with time-related legal problems in the field of ritual prayers, edited first 2009 by Ǧalāl ʿAlī al-Ǧihānī in Leiden on the basis of one Egyptian manuscript and two manuscripts at the Maktaba Waṭanīya in Tunis. And

p. 142; finally D, the first printed edition of Beirut: *Dār al-Ġarb al-Islāmī* 1994, judged by the two later editors as being „full of mistakes", and being consequently one of the motives for this new print- and online-editions; finally E: Completion and correction by the remaining *„ummahāt kutub ʿulamā' al-Mālikīya*". "Qarafi_Dahira_online20275-282.html".

- the *Kitāb al-Istibṣār fī mudrakāt / fīmā yudrak bi-al-abṣār* which was edited and translated into Spanish by Aman Salama (unpubl. PhD Madrid 2004); the publication of 2006 in *ZGAIW* 17 (2006-7, 1-124), however, results from an 80 year old prehistory: this long facsimile-edition, translation and commentary of the text of Eilhard Wiedemann and Max Meyerhoff existed unnoticed in the library of the German university of Mainz until it was brought to the notice of Fuat Sezgin (Frankfurt).[9]
- Only one more (fictitious) title could imply mathematical tendencies of al-Qarāfī: *al-Manāẓir fī r-riyāḍīyāt*. The text was first (and last) attributed to al-Qarāfī in 1951 by Ismāʿīl Bāshā al-Baġdādī in his *Hadīyat al-ʿārifīn* (I, p. 99) with the remark „no longer extant". Cucarella, who entirely profits from Ibn Farḥūn's biography, vocalises wrongly "*al-Munāẓir*", thus let pass by the occasion aṣ-Ṣīnī (*al-Qawāʿid aṯ-ṯalāṯūn fī ʿilm al-ʿarabīya*, p. 40) seized when assuming to identify this work with the optical treatise *al-Istibṣār fīmā yudrak bi-al-abṣār*. Cucarella also ignored the biographical note of aṣ-Ṣafadī (d. 764/1363 in Damascus, *GAL* S II 28 ff.) who had already described the *Manāẓir* as dealing with "50 problems of the discipline of *al-manāẓir*".

The, hitherto, unnoticed remark of al-Qarāfī, immediately at the beginning of the *Kitāb al-Farā'iḍ wa l-waṣāyā*

> "I have called it 'The exercise of inheritance law problems' (*Kitāb ar-Ra'iḍ fī l-farā'iḍ*) and whoever wants to deal with it separately may do so because it is good for its own (*fa-innahū ḥasanun bi-nafsihī*) and extremely helpful when dealing with legacies." (vol. X, p. 141/2-3)

is supported by the selective announcement (see above) of his book on inheritance algebra in the preamble of the *Ḏaḫīra*. It could corroborate the assumption of ʿUṯmān Maḥmūd aṣ-Ṣīnī in his edition of the *Qawāʿid* (p. 33) that this *ar-Rā'iḍ fī l-farā'iḍ* , "the training of inheritance law problems", was

[9] First mentioned by Salāḥaddīn aṣ-Ṣafadī: *al-Wāfī bi l-wafāyāt*, vol. VI, p. 233 f. where he refers to the *Kitāb al-Istibṣār*: „it contains 50 problems of the *manāẓir* discipline; I copied it myself and read it to Shaiḫ Shams ad-Din Ibn al-Akfānī [d. 1348]. After him, Ibn Shās taught at the Ṣāliḥīya."

circulated as an independent text as al-Qarāfī did (or let happen) with other texts, like the second *muqaddima* of the *Ḏaḫīra* which was circulated independently as *Tanqīḥ al-fuṣūl fi iḫtiṣār al-Maḥṣūl fi l-uṣūl*, though under a slightly different title: *Tanqīḥ al-fuṣūl fi 'ilm al-uṣūl.*

THE "RĀ'IḌ FĪ L-FARĀ'IḌ"

The *Ra'iḍ* alias *Kitāb al-farā'iḍ wa l-mawāriṯ* (book on inheritance laws and legacies) runs over 217 pages. It is followed by the next "*kitāb*", the *Kitāb al-Ǧāmi'* (vol. X, pp. 358-499), another peculiar *Mālikī* genre[10], and begins with a short introductory remark on the rank of this discipline (*'ilm*). Al-Qarāfī's assessment (p. 141/-2 ff.) is typical for his intellectual and his religious attitude, and draws a bead on the worn-out saying of the Prophet "*ta'allamū l-farā'iḍa wa-'allamūhā n-nāsa fa-innahā niṣfu l-'ilm*" (study the laws of inheritance law and teach them to the people because it makes half of all knowledge). By contrasting it with a second *ḥadīṯ* (*ḍa'īf*): "*ḥusnu su'ālin niṣfu l-'ilm*" (good questions are half of their answers) he concludes: "First: there exist many things (*umūr*) of knowledge and something cannot consist of more than of its two halves. And second: with respect to knowledge only few questions refer to law. How can one make the smaller part of a thing equivalent to its half? (p. 142/11)

His following presentation of the discipline of inheritance laws consists of two "parts" (*qism*): the first part (pp. 144-216) enumerates the "rules of inheritance laws and legacies", the *aḥkām al-farā'iḍ wa l-mawāriṯ* in 12 chapters (*bāb*). It is immediately followed by "*al-qism ṯ-ṯānī min al-kitāb fī l-ḥisāb*", the second part of the book on calculation (pp. 218-357). This part contains two "*naẓar*" (aspects). The first aspect (pp. 218-259) deals in 10 chapters with *al-ḥisāb al-maftūḥ* (open calculation). The second "aspect (pp. 260-357) is on *ḥisāb al-ǧabr wa l-muqābala* (Algebra) and also contains 10 chapters, the last one of which, the chapter on "proportionality and Algebra" (*bāb at-ta'ādul wa l-ǧabr wa l-muqābala* (pp. 301/2 – 357), is split into 5 different categories of legal cases that require different mathematical methods.

[10] *Ǧāmi'* – another marker of *mālikī* peculiarities – here means "collection" of non - *'ibādāt / -mu'āmalāt / -aqḍiya / -ǧināyāt* legal material comprising 3 different sections: material on *'aqīda* (dogma), *aqwāl* (words), and *af'āl*, (deeds).

Part one, *al-qism al-auwal*, encompasses 12 chapters and follows a rather conventional structure of the *aḥkām al-farā'iḍ*, the "rules of the law of inheritance". The "causes of inheritance" (*asbāb at-tawāruṯ*, p. 144 ff.) precede the list of shares (*furūḍ*, pp. 160-174), followed by inheritance degrees according to blood relationship (*tartīb al-mawāriṯ 'alā n-nasab*, pp. 178-185). Throughout the text, al-Qarāfī keeps pointing to diverging solutions within and beyond his proper *Mālikī maḏhab*. The final third of the entire inheritance book is dedicated to 26 'contradictory problems' („*fī l-masā'il al-muḫtalaf fīhā*", pp. 186-198) including the 13 'nick-name' problems (*masā'il mulaqqaba*), useful exceptional rules („*kullīyātin nāfi'at ... wa-stiṯna'uhā*", p. 199 ff.), 14 riddles (*mu'ammīyāt*, pp. 201-205), and a final and unique survey of the absolute number of possible inheritance cases (*ḥaṣr masā'il al-farā'iḍ*, pp. 208-217) in Islamic law.

Since this part represents a standard element of *al-farā'iḍ* I will concentrate on some special issues that display best the particular approach of al-Qarāfī. Let me begin with al-Qarāfī's dealing with the *ḫunṯā*, the hermaphrodite. His concern is of a categorical kind. He expands his explanations to more than one hermaphrodite: "whenever you add another *ḫunṯā* you double the number of the preceding cases".[11]

al-Qarāfī's underlying identification of the hermaphroditus verus (*ḫunṯā mushkil*), too, displays his strictly logical approach: after investigating the number of *exitus* for urine, their forms, width and priority of function, the growth of a beard, breast or alike, the gender habitus, menstruation or other signs of puberty, and all this not reaching a definite decision, he turns traditional: the number of ribs must decide the matter: a man has always only 17 seventeen left ribs instead of 18! (vol. X, p. 158/7 ff.)

Yet, the holy scriptures are not immune to ambiguity and not even to contradiction (*mu'āraḍa*). As to the two qur'anic verses *Sūrat at-Taġābun* 64:2: "*fa-minkum kāfir wa-minkum mu'min*" (translation Arberry: " one of you is an unbeliever, and one of you a believer"), and al-Ḥaǧǧ 22:17: "*inna l-laḏīna*

[11] *Ḏaḫīra*, p. 155/-9 f. Quite similarly, 'Alī al-Qalaṣādī (891/1486), one of the last Andalusian-*maġribī* mathematicians who dealt with *al-farā'iḍ*, approached this notorious gender problem in his *Lubāb taqrīb al-mawāriṯ* (Tunis, personal copy of Muḥammad Swīsī, 58 pages, pp. 52-53, 52/-5 f.: "n hermaphrodites yield 2^n cases, *aḥwāl*; add 2^n to the denominator and you get his share."

āmanū wa laḏīna hādū wa ṣ-Ṣā'ibīna wa n-Naṣārā wa l-Maǧūsa wa l-laḏīna ashrakū" ("surely they that believe, and those of Jewry, the Sabeans, the Christians, the Magians and the idolators"), al-Qarāfī notes: "*wa l-ǧawāb: al-mu'āraḍa bi-qaulihī*" (the answer is that the contradiction is in what He says). The problem addressed is that of the *milal*, the religious communities, and their variety; must the hereditary qualities of, for instance, Christians, Jews, Magians, and Idolators be treated equally, or not?

Similarly, the simultaneous death of heirs represents a particular field of problems. There is quite a distinct group of cases, similar to that of the hermaphrodite, that occur in many of the inheritance treatises, like the missing person (*mafqūd*), the renegade (*murtadd*) who repents, or the persons who drown in the same accident: in all of these cases the problem of simultaneous of two or more sudden changes of hereditary (and other) quality must be dealt with.[12]

The basic inheritance shares (*furūḍ*) are usually[13] presented as a sequence of the six quranic shares as fractions with increasing denominator: 1/2, 1/3, 2/3, 1/4, 1/6 and 1/8. Not so by al-Qarāfī who (p. 171/13 f.) offers a generative (and original) explanation: he starts with 2/3 which, split in half, generate 1/3, split in half generate 1/6, and then1/2 itself, split in half generates 1/4, split in half generates 1/8, then 1/2.

The 22[nd] of the 26 'contradictory problems' is dedicated to the 'grandmother' problem (p. 195 f.) and the way Ibn Yūnus (d. 451/1059)[14]

[12] Pp. 151 f.: two brothers drown and leave a brother and mother; p. 159/-7 adds a special variant: suppose two heirs die on the same day but one at sunrise and the other one at sunset, one of them in the East and one in the West! His solution is clearcut: "*al-maǧribī yariṯu l-mashriqī*" (the one from the West is heir to the one from the East).

[13] E.g. aṣ-Ṣardafī[13] (d. 499/1105): *al-Kāfī fī l-farā'iḍ*, fol. 29a. Cf. Rebstock, *Rechnen*, p. 193, where al-Hāmilī (d. 796/1394) criticizes aṣ-Ṣardafī in his *Ma'ūnat aṭ-ṭullāb* (fol. 2a) for not having dealt in his *al-Kāfī fī l-farā'iḍ* with the presentation of fractions so essential for all *al-mu'āmalāt* operations.

[14] Ibn Yūnus aṣ-Ṣiqillī (d. 451/1059), Abū Bakr Muḥammad b. 'Abdallāh, see *GAL* S I, p. 663: wrote "528/1134"; *GAS* I, pp. 467, 471 from "Kaḥḥāla vol. X, p. 252", author of *al-Ǧāmi'* (*li-masā'il al-Mudauwana wa l-Muḫtaliṭa*); Ibn Farḥūn (*Dībāǧ* p. 274/4-10) calls him "*imāman faraḍīyan*" and author of a *Kitāb fī l-farā'iḍ* and knows his teachers: "Abū l-Ḥasan al-Ḥaṣā'irī al-Qāḍī, 'Atīq b. al-Faraḍī, and Ibn Abī l-'Abbās". *GAL* S II, p. 963: "Ibn Yūnus, Malīkī author of *al-Muqaddimāt*, Fās,

treated it: "If you want to know how many parallel (*mutaḥāḏiya*) grandmothers (of both sides)" inherit of the prevailing generation (= G), then: G1: 2 (= MM, MF), G2: 3 (= MMM, MMF, MFF), G4: 4 (= MMMM, MMMF, MMFF, MFFF)." Then he adds the apparent rule: „use as many 'M's as you want grandmothers and keep then replacing the 'M's by one 'F'."[15]

The 14 riddles (*mu'ammīyāt*) in *bāb* 10 (pp. 201-205) begin with a complicated specimen of a well-known type. Again, Ibn Yūnus is the source:

- version I: ego1 and ego2 are not related and marry each their mutual mothers. They each father a son. Each of these two sons is the father-brother (*'āmm*, by way of the mother), of the other.

- version II: if they marry their mutual daughters (and father a son) then each son is the mother-brother (*ḫāl*) of the other one.

- version III: if they marry their sisters: then each son is the cousin of the other one.

- or, version IV: if this one (ego1) marries that one's mother and the other one this one's daughter then the mother's son is the father-brother of the other one (IV = I) and brother of his father (by way of his mother); his maternal uncle is the brother of his mother (by way of his father); and the son of the daughter is the son of the brother of the other one and the son of his brother: whoever of the two dies first – he doesn't inherit from the other one: because the son of the mother is the paternal uncle of the mother and the paternal uncle[16], and the son of the daughter is the son of the brother of the mother and the son of the daughter (text: sister, = V).

The 5[th] riddle (p. 202/6): Leaves 17 female heirs and 17 *dīnār*; each one gets 1 *dīnār*: these 17 are 3 wives (= W, share $\frac{1}{4}$), 2 grandmothers (= GM, share $\frac{1}{6}$), 4 maternal sisters (= Si_M, share $\frac{1}{3}$), 8 paternal sisters (= Si_F, share $\frac{2}{3}$): *aṣl* 12 ⇒ *tabluǵ* 17:

Qarawīyīn 843." Until now, none of his proper texts on *al-farā'iḍ* seem to have survived independently.

[15] The Ḥanafī aṣ-Ṣardafī (fol. 31 a/12) has the following rule: M(other)M, MF(ather) ⇒ MMM, MMF, MFM ⇒ … level (*daraǧa*) n: $1 + 2^n$ grandmothers. Cf. Rebstock, *Rechnen*, p. 229.

[16] The text (p. 201/9f.) has: li anna ibn al-umm 'amm 'ammal-umm wa ḫāl.

$W = \frac{1}{4} = 3$, $GM = \frac{1}{6} = 2$, $Si_M = \frac{1}{3} = 4$, $Si_F = \frac{2}{3} = 8$. $\Rightarrow$ sum: 17.

The 12th riddle (p. 204/14) doesn't sound spectacular: Let's assume: a wife (= W, share $\frac{1}{4}$) marries four brothers, one after the other (= H[usband][17], share = R[emainder]). The brother-husbands had no other heirs besides each other. In the end – meaning after the death of the last one of the four brothers – she has inherited half of the sum of all their heritages. How much, then, did each one of them possess when she married him? For his (indefinite) solution al-Qarāfī chose the smallest whole numbered solution: the heritage A = 8, B = 6, C = 3, D = 1. When added up, step by step, the four shares of the wife add up to 9.[18] [see appendix I]

Case (*mas'ala*): $W\ [(H_a \rightarrow H_{b.} \rightarrow H_{c.} \rightarrow H_d)] = \frac{1}{2}\ [\frac{1}{2}(a + b + c + d) = x]$

If a = 8, b = 6, c = 3, d = 1 then:

Marriage	W	a	b	c	d
-	2	6	6+2=8	3+2=5	1+2=3
-	2		6	5+3=8	3+3=6
-	2			6	6+6=12
-	3				
Sum:	$9 = \frac{1}{2}(8 + 6 + 3 + 1) = x$				

At the end of the juridical inheritance chapters proper (pp. 208-217) and before the beginning of the second part of the "Book on Arithmetics" (*Kitāb fī l-ḥisāb*), the author draws a most unique conclusion: he closes with an entire chapter on the enumeration and categorization of all inheritance problems possible in Islamic law:

Seven elementary problems (*uṣūl al-masā'il* = 7), three of which are *'aul*-problems, generate 58 configurations of shares (each one of them accompanied by an example) that can be realized by a total of 368 pictures (*ṣuwar*), meaning actual case categories. There are (see appendix II) some – unexplained –

[17] Text in square brackets is mine.

[18] The calculation of al-Qarāfī renders: 281/512 A + 65/128 B + 7/16 C + ¼ D = 9. In order to give credit to al-Qarāfī I have added the proof for x = 1, see appendix I.

numerical discrepancies between the numbers given in the introduction and the final sums of cases drawn at the end of the different chapters. These figures represent an exceptional mastery of the discipline of *al-farā'iḍ*. I know only one match to it: the anonymous *Mālikī* author of a Spanish Aljamiado text of 104 folios written in Arabic script from the 15th or 16th century and published in 1914 in Madrid by José A. Sánchez Pérez. This anonymous Spanish scholar constructed a semi matrix with x = y = 28 that yields exactly - 368 cases! The zoom (see appendix III) displays the special case called "*al-ġarawān*" (*al-ġarrāwayān*) or "al-'Umarīyatān" that can include the heirs (Spanish): "marido / mujer, padre y madre". It is tempting but much too early to speculate on the relation between the two texts.

Total cases of al-farā'iḍ:

aṣl : 7 (4 + 3 *'aul*) $\rightarrow$ 58 (basic) *masā'il* $\rightarrow$ 368 *ṣuwar* [+ 8 *ǧadd / iḫwa*]

For instance: basic problem = $\frac{1}{2}$: 2 *mas'ala*: 7 *ṣuwar* :

- *mas'ala* 1: $\frac{1}{2}$ + R (emainder)

5 *ṣuwar* : H + 'Āṣ, D + 'Āṣ, D_S + 'Āṣ, Si_{Sh} + 'Āṣ, Si_F + 'Āṣ

- *mas'ala* 2: $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

2 *ṣuwar* : H + Si_{Sh}, H + Si_V ['Āṣ = *'aṣaba*, agnates]

Part two (*al-qism aṯ-ṯānī min al-kitāb fī l-ḥisāb*, pp. 218-357) encompasses two 'aspects' (*naẓar*).

Aspect one (pp. 218-262), on "open calculation" (*fī l-ḥisāb al-maftūḥ*, without numerical notation)[19], divides into 10 chapters: chapter one on

[19] The 14th century encyclopaedist Ibn al-Akfānī (Irshād al-qāṣid, pp. 149-150) lists under arithmetics ('ilm al-'adad) 6 different disciplines: al-ḥisāb al-maftūḥ, ḥisāb at-taḫt wa l-mail, ḥisāb al-ǧabr wa l-muqābala, ḥisāb al-ḫaṭa'ain, ḥisāb ad-daur wa l-waṣāyā, ḥisāb ad-dirham wa d-dīnār. The first dicipline is defined as one that „no king nor subject can do without" (p. 151/1) and possesses quranic "sharaf", see Koran: al-Anbiyā' 21/47: "wa kafā binā ḥāsibīna" (Arberry: and sufficient are We for reckoners); al-Isrā' 17/13: "wa li-ta'allamū 'adada s-sinīna wa l-ḥisāba" (and that you

multiplication (*ḍarb*, p. 218-), two on fractions and their denominators (*kusūr wa-maḫāriǧihā*, p. 222-), three on proportion and division (*nisba wa-qisma*, p. 224-), four on establishing the problems (*taṣḥīh al-masā'il*, p. 225-)[20], five on calculating acknowledgment and refusal (*ḥisāb masā'il al-iqrār wa l-inkār*, p. 231-) [see appendix III], six on calculating legacies (*ḥisab al-waṣāyā*, p. 237-) [see appendix IV], seven on replacements (*munāsaḫāt*, p. 249-) [see appendix V], eight on plurality of fathers (*ta'addud al-ābā'*, p. 255-), nine on finding out the unknowns (*istiḫrāǧ al-maǧhūlāt*, p. 258-) [see appendix VI], and chapter ten on the division of heritages (*qism at-tarikāt*, pp. 260-262).

With chapter 9 the algebraic part (100 pages) begins with another simple problem of Ibn Yūnus:

H + M + Sch$_{SH}$; M takes 5 Din; *kam al-māl* (*māl* = x)?

⇒ "*māl* is 20 because of the *'aul* of the $\frac{1}{4}$"

$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	| aṣl 6, 'aul ⇒ *farīḍa* 8
3	2	3	| $M = 2 = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{1}{4}x = 5 \Rightarrow$

$x = 20$

or: $5 : x = \frac{1}{4} : 1 \Rightarrow \frac{1}{4}x = 5 \Rightarrow$

$x = 20$

The problem is immediately followed by the presentation of the principle (*qā'ida*) of the proportional numbers (*al-a'dād al-mutanāsiba*) and its application for the division of the inheritance:

a : b :: c : d ⇒ 2 Mother-shares : 8 (= *farīḍa*) :: 5 Din : 20 Din

may know the number of the years and the reckoning); al-Mu'minīn 23/113: "fa-s'al al-'ādīna" (ask the numberers). The discipline is useful for all business transactions (mu'āmalāt), the care for property (amwāl), regulation of debts (duyūn), division of heritages (tarikāt) and more of the like.

[20] If it is needed to "break up" (*inkasara*), i.e. distribute the shares (*sihām*) among the heads (*ru'ūs*) of heirs, only 12 *muwāfaqa* fractions can occur: 1/2, 1/3, 1/4, 1/5, 1/6, 1/8, 1/9, 1/10, 1/13, 1/2/7, 1/2/8, 1/17 (p. 226/1 f.).

or, in words: *inna nisbata mā aḫaḏta li-ǧamī'i l-māli ka n-nisbati sihāmihā li l-farīḍa* (the proportion of what you take [for the mother] to the total heritage is equal to the proportion of her [legal] shares to the whole).

Aspect two (pp. 263-316): "on algebraic calculation" (*ḥisāb al-ǧabr wa l-muqābala*) is exclusively, but extensively dealt with in *MZ* (for details of the content see appendix VII). al-Qarāfī introduces the reader into the core of his matter (p. 263/6):

"Scholars need this science because there are problems of legacies, a wife's divorce (*ḫul'*), rent (*iǧāra*), marriage and others where rotation (*daur*) occurs which cannot be solved with traditional arithmetics (*ḥisāb maftūḥ*). To find all unknowns Algebra (*al-ǧabr wa l-muqābala*) is needed.

Arithmetical problems are three-fold: what can be solved by *maftūḥ*, what by *ǧabr* and the solution of which is only granted by God ... like in arithmetics the irrational root of a number (*wa-hiya fī l-ḥisāb ka-ǧiḏr al-'adad al-aṣamm*): only God knows the root of 10 (*fa-lā ya'lamu ǧiḏra l-'ashara illā llāh*). What can be solved by *al-ǧabr* is something special: it is what *al-gabr* is needed for and where it is derived from. The word "number" in Greek is "*aritmāṭīqā*" (sic: αριθμός), just as "*al-'adad*" in Arabic. I will summarize this "aspect" in 10 principles (*qawā'id*) and 10 chapters (*abwāb*)."

Most of these "ten principles" are Euclidian. Euclid himself, one of two mathematicians' names in the text, is mentioned at the end of principle 3 (p. 265/-7) which deals with the figurate numbers (linear, triangular, square, pentagonal and hexagonal). Principle 4 introduces the theory of proportion, with special reference to the application of the "rule of three" with *mu'āmalāt* proportional numbers: *si'r* (price of unit), *musa''ar* (purchase price), *ṯaman* (value of unit), *muṯamman* (purchase value). Principle 5, as principles 1, 2 and 4, lists several definitions and propositions of the elementary number theory. Principle 6 contains parts of the *Elements*, book 10, on irrational numbers and square roots. Principle 7 (p. 272/6) divides numbers into rational (*munṭaq*) and irrational (*aṣamm*) numbers and explains the corresponding root extractions. Principle 8 (p. 273/1) deals with some arithmetic series and sums:

Sum of first n natural numbers: $(Z_1 + Z_n) \cdot \frac{n}{2} = \sum_{k=1}^{n} k$

Example: $Z_1 = 1,\ Z_n = 10 \Rightarrow (1 + 10) \cdot 5 = 55$ because (*ta'līl*):

$(1+10) = (2+9) = (3+8) \ldots [\Rightarrow 5 \cdot 11]$

Application: $Z_1 = 2, n = 10, d = 3 \Rightarrow Z_n = (n-1) \cdot d + Z_1 = 29$ and

$$\Rightarrow (Z_n + Z_1) \cdot \frac{n}{2} = 31 \cdot 5 = 155$$

Principles 9 and 10 contain some elementary binomial rules, like (p. 273/-4):

$a^2 + ab = (a+b) \cdot a \qquad [10 = 6+4 \Rightarrow 36+24 = 60 = 10 \cdot 6]$

$a^2 + b^2 + 2ab = (a+b)^2 \qquad [48 + 36 + 16 = 10 \cdot 10 = 100]$

$(a+b) \cdot b + (\frac{1}{2}a)^2 = (\frac{1}{2}a + b)^2 \quad [(10+2) \cdot 2 + 25 = 49 = (5+2)^2]$

The ten chapters (pp. 275-316) begin with

- chapter 1: the explanation of elementary algebraic terms starting with the linguistic explanation of the terminology, f.ex. (p. 276/18) *ka'b*, the result of *shay'* multiplied by *māl,* is explained, semantically, with anything having length, width and depth, like the *Ka'ba* in Mecca, or the *ǧāriyatu l-kā'ibu*, the girl in puberty ("*li-burūz nahdayhā*", because of the swelling of her two breasts).

- chapter 2: defines the rules of multiplication (*ḍarb*) with a final problem (p. 286/4):

$(2\,m - sh)^2 = 4\,mm - 4\,k$ [sic: + m]

[$sh =$ *shay'* $= x$, $m =$ *māl* $= x^2$, $mm = x^4$, $k =$ *ka'b* $= x^3$, $\breve{g} =$ *ǧaḏr* $= \sqrt{\ }$]

$(2x^2 - x)^2 = 4x^4 - 4x^3 \qquad$ [sic: $+ x^2$]

- chapter 3: defines the rules of division (*qisma*) with a final problem (p. 291/5):

$$10 : (\sqrt{10} + \sqrt{5}) \Rightarrow [(10 \cdot (\sqrt{10} - \sqrt{5}) : (\sqrt{10} + \sqrt{5})(\sqrt{10} - \sqrt{5})]$$

$$\Rightarrow [(10 \cdot (\sqrt{10} - \sqrt{5}) : 10 - 5 \Rightarrow 2 \cdot (\sqrt{10} - \sqrt{5}) = \sqrt{40} - \sqrt{20}$$

- chapter 4: addition of irrational summands (*maqādir ṣumm*) by proportional reduction:

$$(\sqrt{\sqrt{2}} + \sqrt{\sqrt{32}}) \Rightarrow \sqrt{\sqrt{2}} : \sqrt{\sqrt{32}} :: \sqrt{\sqrt{1}} : \sqrt{\sqrt{16}}$$

$$\Rightarrow (\sqrt{\sqrt{1}} + \sqrt{\sqrt{16}}) = 1 + 2 = 3$$

$$\Rightarrow 3^4 = 81 \Rightarrow 1 : 2 :: 81 : 162 \Rightarrow (\sqrt{\sqrt{2}} + \sqrt{\sqrt{32}}) = \sqrt{\sqrt{162}} \ \text{(p. 292/−3)}$$

binomial: $\sqrt{8} + \sqrt{18}$; $8 : x = x : 18 \Rightarrow x = 12$ (*mutawassiṭ*);

$8 + 18 + 24 = 50 \Rightarrow \sqrt{50}$

[$(\sqrt{8} + \sqrt{18})^2 \Rightarrow (8 + 2\sqrt{8} \cdot \sqrt{18} + 18) = 8 + 24 + 18 = 50 \Rightarrow \sqrt{50} =$ Abū Kāmil (p. 265, no.58) + verbal rule of rational roots of quotient and product of the two roots (p. 293/9)]. The same methods are applied for subtraction in chapter 5.

- chapter 5: *fī t-tafrīq wa-huwa l-isqāṭ*[21]

[p. 294] $\sqrt[3]{16} - \sqrt[3]{2}$;] $\sqrt[3]{16} : \sqrt[3]{2} :: 8 : 1 \Rightarrow 8 : 1 :: 16 : 2 \Rightarrow \sqrt[3]{16} - \sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{2}$

[p. 295/1 = Woepcke, *Fakhri* 57: $\sqrt{8} + \sqrt{18}$ and $\sqrt{18} - \sqrt{8}$]

- chapter 6: extraction of roots (*fī istiḫrāǧ al-ǧuḏūr*) (p. 296/14): some basic rules (only even powers and expression with terms that have roots, are *maǧḏūr*). Example:

$$\sqrt{4x^6 + 8x^5 + 12x^4 + 16x^3 + 12x^2 + 8x + 4} = 2x^3 + 2x^2 + 2x + 2$$

- chapter 7: on proportion (*fī n-nisba*) (p. 299/1): arithmetical and non-arithmetical (*ġair 'adadīya*) of the same type (*ǧins*): $3\,m : 9\,m = \frac{1}{3}$; of different types:

$$(4\,k + 6\,sh) \text{ wa- } (6\,k + 4\,sh) \text{ bi- } (k + 1\tfrac{1}{2}\,sh) \Rightarrow \text{nisba } \tfrac{2}{3}.$$

- chapter 8: (p. 300/1: *fī t-taḍ'īf*) and chapter 9 (p. 301/1: *fī takmīl wa r-radd*) deal with "doubling", "completion" (*takmīl*) and its reverse: reduction (*radd*), a process called above "*'aul*".

takmīl: $\frac{1}{4}x^2 \rightarrow x^2 \Rightarrow \frac{1}{4}\,m + 3 \cdot \frac{1}{4}\,m$ or multiply by 4, as with all equivalent terms (*'adīl*).

[21] Souissi: *Langue*, no. 811 = *ṭaraḥa*; *tafrīq* is missing.

$(\frac{1}{2}+\frac{1}{4})\,x^2 \rightarrow x^2 \Rightarrow$ add $\frac{1}{3} \bullet (\frac{3}{4}$ m) or multiply by $1\,\frac{1}{3}$.

$(\frac{1}{4}+\frac{1}{6})\,x^2 \rightarrow x^2 \Rightarrow$ add $\frac{7}{5}$ [wrong: $\frac{5}{7}$] $\bullet$ $(\frac{5}{12}$ m) or multiply by $2\,\frac{2}{5}$ [wrong: $1\,\frac{5}{7}$]. (p. 300/11)

takmīl al-kusūr: "inspect the denominator and proceed as with the *farā'iḍ*!" [from Algebra to *farā'iḍ*!].

- key chapter 10 on the definitions and principles of Algebra (*fī t-ta'ādul wa l-ǧabr wa l-muqābala*) (p. 302/1) with the introductory sentence: "the preceding chapters are nothing else but tools for this chapter, the gain (*ṯamara*) from it."

The "six problems" (*sitt masā'il*, p. 302/13):

mufrad: (AK 280/5, 56; p. 260) (1) $bx = c$, (2) $ax^2 = c$, (3) $ax^2 = bx$

muqtarina: (4) $ax^2 = bx + c$, (5) $ax^2 + bx = c$, (6) $ax^2 + c = bx$[22]

Each one of the six equations is accompanied by an example. This is the one for (5) (p. 307/-7):

mas'ala **1:** two brothers robbed their father; one (= B1) is told: "return to your brother (= B1) the square of what he has [wrong: you have] !"; the second brother is told: "return to your brother (= B1) 10 Dir!"; then each one of the two has what he is entitled to.

If B1 has $x^2 + 10$ and returns x^2; and B2 has x^2 and returns 10 then B1 has $10 + 10$ and B2 are left $x^2 + x$; $\Rightarrow x^2 + x - 10 = 20 \quad \Rightarrow \quad x^2 + x = 30$

$$\Rightarrow x[_2] = \sqrt{\tfrac{1}{4} + 30} - \tfrac{1}{2} = [\text{-}]5 \quad [\Rightarrow \text{B1} = 35, \text{B2} = 5, \text{T } (= \textit{tarika}) = 40]$$

Method 1: $x = \sqrt{[(\frac{1}{2}b)^2 + c]} - \frac{b}{2}$

Method 2: $x = \sqrt{[a \bullet c + (\frac{1}{2}b)^2 + c]}\ : a$

[22] *Mufrad*: AK (= Abū Kāmil): (3) – (2) – (1); F (= *Faḫrī*): (1) – (3) – (2)]; *muqtarina*: AK: (6) – (5) – (4); F: (5) – (6) – (4)] (p. 302/16).

Method 3: $x^2 = \sqrt{[b^2 \bullet c + (\frac{1}{2}b^2)^2 - \frac{1}{2}b^2]}$ (if one wants to know the *māl* first)

al-Qarāfī (p. 316/-9) adds variations to these 3 methods, including geometrical solutions until he abruptly announces: "we explain more about these problems when we shall deal with the "*masā'il fiqhīya mushkila*", the difficult legal problems. Then, I will not limit myself to Algebra but will also use the rare methods (*ṭuruq ġarība*) of the „double false position" (*ḫaṭa'ain)*, and that of the '*dīnār*'."[23]

With another '**aspect**' (*naẓar*, p. 316/-5 – 357) that divides into five different 'kinds' (*nau'*) the "book" ends. The 'kinds' denominate legal and technical variants of legacies. Most of the problems cited are solved with more than one of the methods mentioned above.

***Nau'* 1**: Legacies (*waṣāyā*); case (*mas'ala* p. 316/-2): man has 5 sons; he bequeaths (= L) as much as is needed to supplement (= *takmila*) one of his sons' share to $\frac{1}{4}$ of the heritage (= T for *tarika*): since $1\text{ S} < \frac{1}{4}\text{T}$

$\Rightarrow [5\text{ S} + \text{L} = \text{T};\ \frac{1}{4}\text{T} = \text{L} + \text{S}]$.

Algebra method (p. 317/1):

$\frac{3}{4}\text{T} + \text{L} + 1\text{ S} = \text{L} + 5\text{ S} \Rightarrow \frac{3}{4}\text{T} = 4\text{ S} \Rightarrow 3\text{ T} = 16\text{ S} \Rightarrow \text{T} = \frac{16}{3}\text{S}$.

Since: $\frac{1}{4}\text{T} = \text{L} + \text{S} \Rightarrow \text{L} + \text{S} = \frac{1}{4} \bullet \frac{16}{3}\text{S} \Rightarrow \text{L} = \frac{4}{3}\text{S}$

Maqādīr-method (p. 317/9):

$\frac{1}{4}\text{T} - \text{S} = \text{M}$ (= *miqdār*);

$\frac{3}{4}\text{T} = 3\,(\text{M} + \text{S});\ \text{T} = 3\,(\text{M} + \text{S}) + 1\text{ M} + 1\text{ S} = 4\text{ M} + 4\text{ S}$ .Since:

[23] More about the *regula falsi* cf. Ibn al-Bannā: *Raf' al-ḥiǧāb* [Ed. M. Aballagh], pp. 297-299: *al-kaffāt*; ibid. pp. 69-71 ar. / pp. 88-90 fr., [Ed. Mahdi Abdeljaouad, on-line], p. 22 f.; Sibṭ al-Māridīnī: *Irshād aṭ-ṭullāb ilā l-Wasīla fī l-ḥisāb* [li-Ibn al-Hā'im], MS final chapter.

$T = 1\,M + 5\,S \Rightarrow 4\,M + 4\,S = 1\,M + 5\,S \Rightarrow 3\,M = 1\,S \Rightarrow M = \frac{1}{3}S$ and $T = 5\,S + 1\,M$

Dīnār and *dirham*-method (p. 317/-9):

$\frac{1}{4}T = 1$ Dir $+ 1$ Din, N (= *naṣīb*) = Din, *takmila* = Dir;

$T - 1$ Dir $= 3$ Dir $+ 4$ Din $\Rightarrow T = 4$ Dir $+ 4$ Din $\Rightarrow 1$ Dir $= \frac{T}{4} - 1$ Din

$\dots [\frac{1}{4}T = x + y \Rightarrow x = \frac{T}{4} - y\,;\, T - x = 4\,y + 3\,x]$

Ḫaṭa'ain-method (p. 317/-4): method of the ancient scholars (*qudamā' al-ḥukamā'*), on 2 kinds:

- "bigger" (*akbar*) mistake, 2 mistakes, the correct one in between.
- "smaller" (*aṣġar*) mistake: direct solution.

akbar: let $\frac{1}{4}T_1 = 2$, *takmila* of $L + N_1$(*aṣīb*) $= 1$; $T = 4 \bullet 2 = 8$;

$T - L - 5\,N = (8 - 1) - 5 \bullet 1 = 2 = F_1$. Let $\frac{1}{4}T_2 = 3$, *takmila* of L + N,

$N_2 = 2$; $T = 4 \bullet 3 = 12$; $T - L - 5\,N = (12 - 1) - 5 \bullet 2 = 1 = F_2 \Rightarrow F_1$ and F_2 are positive

$\Rightarrow$ *taḥuṭṭ* F_2 from $F_1 = 2 - 1 = 1$ [= Ḥ, *taḥfiẓ*]

$\Rightarrow T_2 \bullet F_1$ [= 12 • 2 = 24] $- T_1 \bullet F_2$ [= 8] = 16 $\Rightarrow$ 16/Ḥ = 16 = result (= *māl*)

If you want to know N: $N_2 \bullet F_1[_{>-<}] - N_1 \bullet F_2 = 2 \bullet 2 - 1 \bullet 1 = 3$; 3/Ḥ = 3 = N(*aṣīb*)

aṣġar: $4\,S + 1\,D + L = T$; $\frac{1}{4}T - 1\,S = L$;

$\frac{1}{4}T - 2\,N$ [since: S = 2 *sahm* D] = $L = T - 9\,N \Rightarrow \frac{3}{4}T = 7\,N$;

$\Rightarrow$ *absiṭ 'arbā'an wa-iqlab* (transform) *al-ism fīhā* [• 4]: T has 28 and N has 3;

$28\,N = 3\,T = 3\,L + 27\,N \Rightarrow T = L + 9\,N$; ¼ T (= *waṣīya*) $= 2\,N + L = 2 \bullet 3 + 1$

$\Rightarrow S = 6, D = 3, L = 1$ (*sahm*)

At the end of his book al-Qarāfī will return to the *ḫaṭa'ain*-method (see below).

al-Qarāfī concludes this chapter (p. 332/1) with a most remarkable notice:

> "... if the exception (*istiṯnā'*) is not determined the exception is invalid (*bāṭil*) because it decides on something unknown (*ġair ma'lūm*), and the law (*sharī'a*) prohibits this. Somebody who researches on this subject must bring together the linguistic principle of the Arabic *istiṯnā'*, the legal judgements (*aḥkām shar'īya*) and mathematical knowledge (*itqān al-ḥisāb*). Should he neglect one of them, he'll fail. (...) The scholar must be able to master these principles in terms of questions and answers. This belongs to the most valuable knowledge. It is most difficult and only few master it."

- chapter 11: the following 2 examples are dedicated to the procedure of *istiṯnā'*, exclusion or subtraction (p. 331/7).

He leaves 4 S + L(egacy) that corresponds to the share of a fifth son minus $\frac{1}{5}$ of the *tarika*; turn the *tarika* into the *māl*:

$1 - x = 4\,S\,;\; x = S - \frac{1}{5} \Rightarrow 1 - (S - \frac{1}{5}) = 4\,S \Rightarrow S = \frac{6}{25}$ and $L = \frac{1}{25}$

- chapter 12:

$T = 3\,S + L$ (= *naṣīb* of 4th S, *illā* $\frac{1}{3}$ *mā baqiya ba'da n-naṣīb*) $\Rightarrow L = \frac{1}{3}(S - L)$

[cf. Gandz no. 11, p. 342]: $T = 3\,S + L \mid L = (S - D) + \frac{1}{3}[\frac{1}{3}(S - D)]$ (p. 333/4).

Gandz: $1 - x = 3\,S$ but $x = \frac{4}{7}S + \frac{1}{3}(\frac{1}{3} - \frac{4}{7}S) \Rightarrow S = \frac{56}{213}$; $x = \frac{45}{213}$.

-Qarāfī: $1 - x = 3S$ but $x = \frac{1}{3}(S - x)$ [simpler] $\Rightarrow S = \frac{4}{13}$; $x = \frac{1}{4}S = \frac{1}{13}$.

al-Qarāfī clearly differentiates between a *waṣīya* which can be determined and paid off after any kind of "subtraction" (*istiṯnā'*) independent of the shares (*naṣīb*) and between a *waṣīya* which can only be determined dependent on the knowledge of the shares, e.g. a *waṣīya* that equals a certain share only *after* the subtraction of the *waṣīya* (*illā ṯuluṯi mā yabqā ba'da l-waṣīya*). This kind of legacy requires rotation (*daur*) because the determination of the shares and the legacy are linked. An interesting rule that conveys the moral function of law concludes the issue:

> *"wa l-aṣlu fī l-amwāli l-'iṣmatu fī l-aqārīri wa l-waṣāyā wa-ġairihā fa-yu'ṭā l-aqallu"* (with respect to goods there should – in principle – be abstained from acknowledging additional heirs and legacies and be given the smallest possible amount).

In this case the principle (*qā'ida*) requires that e.g. "the tenth of what remains after the legacy equals the ninth of what remains after the shares (*naṣīb*), because it is this tenth that distinguishes the shares from the legacy" (p. 333/16). If we are confronted with a legacy that equals what remains after the subtraction of the legacy, then we raise it by one part after the subtraction of the shares, e.g. if we subtract half of what remains after the shares then we subtract a third of what remains after the legacy – and we avoid the rotation.

336/-9: It is worth to mention that al-Qarāfī here points to the fact that when we encounter a legacy "*bi miṯli naṣīb rābi'* " then a quarter of the *māl* is meant, not "*bi-naṣīb aḥad aṯ-ṯalāṯa*" as ash-Shāfi'ī understood it. He probably refers to the *Shāfi'ī* interpretation of the limit of the third where any legacy of *bi-naṣīb aḥad aṯ-ṯalāṯa* would already exhaust this limit and thereby render it invalid (*māl* $\Rightarrow \frac{4}{3}$ S!).

Nau' 2: gift (*al-hiba*, p. 337/-7). al-Qarāfī mentions 5 methods to deal with rotational (*daurī*) problems, beginning with one from a certain at-Tūnusī[24] and solved by the Egyptian Mālikī scholar 'Abdarraḥmān b. al-Qāsim (main source of the *Mudauwana*): a sick person (*marīḍ*) donates a farm (*ḍai'a*), worth 9, his only property, to another sick person, hence: the donee (*mauhūb*). This *mauhūb* – who owned nothing before he was donated the farm and was sick himself, too – now returns the farm to the donor (hence: the *wāhib*). However, in the case of sickness (meaning: on one's death-bed) only the donation of up to one third of one's property is allowed.[25]

At-Tūnusī restricts himself to the result that because of returning a third of the third of the donee to the donor the heritage would be cut down to 8 parts: 6 parts for the donor's heirs and 2 for the heirs of the donee. Ibn al-Qāsim, though, remarks: "… that it is this share (i.e. the third of the third of the donee) from which the rotation originates and keeps rotating" (*fa-yadūru hakaḏā abadan*, p. 338/1 f.).

This "algebraic method" sets up the following equations: The gift (= H_1) of the donor be the value x of the slave A (to which al-Qarāfī switches from the

[24] Perhaps identical with Ibn Abd ar-Rāfi'ī at-<u>Tūnisī</u> (639/1241-1242 - 733/1332-1333), *<u>Qāḍī l-quḍāt</u>* of Tunis und author of a handbook for judges: *Mu'īn al-ḥukkām 'alā l-qaḍāyā wa l-aḥkām*. al-Qarāfī cited two more *waṣāyā* cases in vol. 6, p. 16.

[25] There exists a historical background of this type of problem of the rotating farm or slave-girl. It is dealt with in length by al-Ḫuwārizmī in the final chapter on "*al-'uqr fī d-daur*" (compensation for illegal cohabitation with slaves in a *daur*-case in various modifications) of his *Algebra*. The solution (as described by Solomon Gandz in his article in the cases nos. 53, 55-57, pp. 381-382) follows the same steps as al-Qarāfī's. Here, and only here, al-Ḫuwārizmī (ar. ed. Kairo 1939, p. 103/10, /12, and /-2, p. 104/4) cites Abū Ḥanīfa three times by name, in 6 of 7 cases of rotating legacies.
At least two of these slave-girl problems reappear in vol. XXIX, p. 14/6 and vol. XXX of the the *Kitāb al-Mabsūṭ*, the compendium of ḥanafite law of as-Sarāḫsī (d. 490/1096) who wrote two centuries before al-Qarāfī to whom the *Mabsūṭ* must have – at least indirectly - been known.
It should be added that as-Saraḫsī even knows the original author of these problems: al-Ḥasan b. Ziyād, the companion of Abū Ḥanīfa and the "*muqaddam*, the foreman, of *ḥisāb* among the Ḥanafīs".

farm in his algebraic solution). So with D_1 (donor) remain $A - x$ [= $2x$] and $\frac{1}{3}x$ returns to him from the donee (= B who then has $\frac{2}{3}x$ left),

which results to $D_2 = A - \frac{2}{3}x = 2x \Rightarrow A = 2\frac{2}{3}x \Rightarrow x = \frac{3}{8}A$

$\Rightarrow H_2 = \frac{1}{3}x = \frac{1}{8}A$ and $D_2 = \frac{5}{8} + \frac{1}{8} = \frac{6}{8}$ and B has $\frac{2}{8}A$.

It seems, as if the crucial sentence of the passage cited above makes the fundamental difference: "and that (part) keeps rotating forever". For, if followed, this instruction renders an indefinite equation, with a most peculiar effect: the legally permitted legacy of $\frac{1}{3}$ of the heritage disappears. By putting up the "legal" condition of 2 : 1 after round 1, the algebraic course of the problem is interrupted. Beginning legally correct with a legacy of a gift of one third on both sides the problem ends in an illegal transgression of the limit of one third on both sides: the mutual legacies of A and B increase each from the initial legal $\frac{1}{3}$ to the final illegal $\frac{2}{5}$ of the respective heritage. al-Qarāfī's remark "and keeps rotating forever" could point at his awareness of a development of this kind. See appendix VII.

A third method, the method with "*Dirham* and *Dīnār*", is added. It follows the same tracks, replaces the slave by a *dīnār*, and the first gift by a *dirham*, and ends up (p. 338/14) with a theoretical conclusion:

> "the secret of the chapter is that we can determine the first gift (H_1) only as an "abstract x" (*as-shai' al-mubham*) and the second gift as a third of it. This is because x can rotate for the donor without that its amount (*miqdār*) is known until *al-ğabr* determines it".

Nau' 3 (p. 341/5): the rotating acknowledgement of debts (*iqrār daurī*) with three problems:

3rd problem (p. 343/12):

One of 2 says: "I (= R_1) owe him (= R_2) $10 - \frac{1}{2}R_2$" = R_1;

R_2 says: "I owe him $10 + \frac{1}{3}R_1$" = R_2 **(1).** Then this requires *daur*:

$R_1 = 10 - x$; $x = \frac{1}{2}R_2$, or: $R_2 = 2x$ **(2)**

$R_2 = \frac{1}{3}(10 - x) = 3\frac{1}{3} - \frac{1}{3}x$ **(3)**

$\Rightarrow$ **(3)** in **(1)** $\Rightarrow$ $2x = 13\frac{1}{3} - \frac{1}{3}x \Rightarrow x = 5\frac{5}{7}$ Dir , $R_2 = 11\frac{3}{7}$ Dir , and $R_1 = 4\frac{2}{7}$ Dir.

Nau' 4 (p. 344/2): *nikāḥ*: with 4 *daur*-problems:

1st problem: *muḥābāt* (connivance)-problem: marries her on his deathbed for 100, *mahr* for her is only 50, she dies before him [cf. Gandz, §17, pp. 362-363, Ḫuwārizmī, pp. 92-94].

Nau' 5 (p. 347/5): *fī masā'il muftariqa* with 5 problems:

2nd problem (p. 347/12): Wife had 3 husbands: dowry (*ṣadaqa*) of the first one was $s_1 = x$, of the second one $s_2 = \sqrt{x}$, and of the third one $s_3 = 3\,s_2$; the sum of all amounts to 32.

Make: $s_1 = x^2$, $s^2 = x$, $s^3 = 3x$ $\Rightarrow$ $x^2 + 4x = 32$ $\Rightarrow$ $s_1 = 16, s_2 = 4, s_3 = 12$ (p. 347/12)

5th problem (p. 348/11): a message (*barīd* = b_1) is sent 20 Meilen (*mīl* = m) per day; it travelled 5 days (= y_1) when b_2 with 30 m per day (= y_2) is dispatched. After how many days (= x) does b_2 catch up to b_1?

Make: $y_1 = x$ and $y_2 = x - 5$ $\Rightarrow$ $20x = 30(x - 5)$ $\Rightarrow$ $x = 15$, they meet on the 15th day. [26]

In the **final part** of the book, al-Qarāfī returns to the double false position, explained already above (p. 317 ff.) with variations of legacy problems. Here (p. 348/-7 – 357), several passages of Qusṭā b. Lūqā's (820-912) "proof" (*burhān*, translated and commented upon by Eilhard Wiedemann

[26] For this type of recreational problems cf. Rebstock, *Rechnen*, p. 259.

before 1908, published by Heinrich Suter in *Bibliotheca Mathematica* 1908/9[27]) are cited. The entire passage is (slightly differently) corrupt, incomplete and in disorder in all three editions. The editors quite obviously were unaware of the authenticity of the cited text and did not really bother with the mathematical correctness of their job. But even if they had – most of the various irregularities of the text seem to go back already to the editors' manuscript sources.

Before presenting the proof, al-Qarāfī begins (p. 348/-2) with an example (*fa-aqūlu miṯālan qabla l-burhān*): $x^2 + \frac{1}{2}x^2 + (\frac{1}{4}x^2)^2 = 55$ which is solved, in principle, after three "guesses":

- first guess is correct: $x^2 = 20 \Rightarrow$ no "mistake"
- second guess is too small: $(x_1^2 = 12) \Rightarrow D_1$ [from: $fx^2 - f x_1^2$] $= 55 - 27 = 28$
- third guess is too big: $(x_2^2 = 16) \Rightarrow D_2$ [from: $fx^2 - f x_2^2$] $= 55 - 40 = 15$

$\Rightarrow x^2 = (x_2^2 \cdot D_1 - x_1^2 \cdot D_2) : (D_1 - D_2) = 448$ [wrong: 348] – 180 [88]

= 268 [168!] : 13 = 13 – *kasr* [!]

However: $x^2 = 20$ is correct: the condition:

$(x_2^2 - x_1^2) : (D_1 - D_2) = (x^2 - x_1^2) : (x^2 - x_2^2)$ must be fulfilled, therefore the representation (*tamṯīl*) is invalid (*bāṭil*), the method, though, is the same as before.

[Valid] example (p. 349/17):

$(x^2 + \frac{1}{2}x^2 + 3\text{ Dir}) \cdot (1+\frac{1}{3}) + 6\text{ Dir} = 30\text{ [Dir]}\ ;\ x^2 = ?$

Let: $x_1^2 = 6 \Rightarrow (6 + 3 + 3) \cdot (1 + \frac{1}{3}) + 6 = 22$ (*natīğa* $= n_1$) $\Rightarrow F_1 = -8$

and: $x_2^2 = 8 \Rightarrow [(8 + 4 + 3) \cdot (1 + \frac{1}{3}) + 6] = 26$ $(= n_2)$ $\Rightarrow F_2 = -4$

[27] *Kitāb al-Burhān 'alā 'amal ḥisab al-ḫaṭa'ain* in Bibliotheca Mathematica 3/9/1908-09/196-199; reprinted in Heinrich Suter: Beiträge zur Geschichte der Mathematik und Astronomie im Islam II, ed. Fuat Sezgin, Frankfurt 1986, pp. 231-242. Cf. Rosenfeld/Ihsanoğlu: Mathematicians, p. 59.

$\Rightarrow\ x_1^2 \bullet |F_2| = 6 \cdot 4 = 24\ ;\ x_2^2 \bullet |F_1| = 8 \bullet 8 = 64$

both mistakes are smaller (*nāqiṣān*) than the result (*su'āl*) [= 30]. then:

$x_2^2 \bullet F_1 - x1^2 \bullet F_2 = 64 - 24 = 40$; divide by: $|F>| - |F<| \Rightarrow 8 - 4 = 4$

$\Rightarrow x^2 = 10.$

proof (*burhān*): $(x_2^2 \bullet F_1 - x_1^2 \bullet F_2) : (F_1 - F_2) = x^2$

$[(8 \bullet |-8| - 6 \bullet |-4|) : (|-8| - |-4|) = 10]$

condition (*sharṭ*): $(x_>^2 - x_<^2) : (n_> - n_<) = (x_>^2 - x_<^2) : [(x^2 - x_1^2) : F_1]$

$(8 - 6) : (26 - 22) = (10 - 6) : [(10 - 6) : 8] \Rightarrow 2 : 4 = 4 : 8$

Qusṭā's treatise (*maqāla*) begins with presenting and analysing the solution of the equation $\frac{x}{2} + \frac{x}{4} = 10$ with F_1 (false position) = 4, and $F_2 = 8$, and with the results $n_< = 22$, $n_> = 26$ (*natīğa*), including the "proof" (*burhān*) and "condition" (*sharṭ*), as al-Qarāfī just called it. Al-Qarāfī skipped this. Then, Qusṭā proceeds with his geometrical proof in order to open this method also for problems with roots. It is only then that al-Qarāfī's direct citation sets in: Wiedemann, p. 234/24 = al-Qarāfī, p. 350/-2. The citation contains various typos, errors and modifications. I will not busy myself with them in detail. There are, however, remarks like „what we have explained above"[28] omitted, or the reference to Euclid (Qusṭā, p. 235/19 = al-Qarāfī, p. 351/16) is missing. Various other changes, perhaps due to the two interrupting insertions, seem to be deliberate.

The first insertion from p. 352/7 (= Qusṭā, p. 236/8) to p. 352/-9 consists of another *ḫaṭa'ain*-example, taken from an unknown source. The same holds true for the second insertion from p. 353/2 to p. 353/-10 where an unknown capital is split into two parts. Both examples are positively marked by "example" (*miṯāl*) and meant to exemplify the preceding description of Qusṭā.[29] The first example deals with the case that both guesses (here: *māl*) fall short

[28] Qusṭā, p. 351/4: „what we have explained above" is omitted in Wiedemann, p. 234/-1.

[29] See al-Qarāfī, p. 353/13 f., at the end of the second insertion: „ ... and know that you have here principles that are displayed in this figure (*shakl*)."

(*nāqiṣ* = x_n) of the desired outcome. On p. 351/-6 the second example with both guesses exceeding (*zā'id* = x_p) the desired outcome begins.

2nd example of al-Qarāfī (p. 353/2):

$$x + x + \tfrac{1}{4}(x + x) + \tfrac{2}{5}[x + x + \tfrac{1}{4}(x + x)] \; = \; a + 10$$

where $x_1 = 4$ with $a = 6$ leads to $14 = a + 10$ and $\underline{H}_1 = |-2|$ | (*-nāqiṣ*)

and $x_2 = 5$ with $a = 5$ leads to $17\tfrac{1}{2} = a + 10$ and $\underline{H}_2 = 2\tfrac{1}{2}$. | (*+zā'id*)

$$\Rightarrow \quad (x_1 \cdot \underline{H}_2 + x_2 \cdot \underline{H}_1) : (\underline{H}_1 + \underline{H}_2) = 20 : 4\tfrac{1}{2} = 4\tfrac{4}{9} = x$$

He concludes the presentation of the example with the words: "the principles applied here are explained in this figure (*shakl*)" [see Appendix VIII]. al-Qarāfī is concentrating on three of these "principles":

- principle 1 (*qā'ida*) (p. 353/15) is explicitly referred to by al-Qarāfī to the "first part of his speech" (*fī qaulihī fī l-qism al-auwal*), meaning the first chapter of Qusṭā's treatise:

The proportion of ad to d' is equal to the proportion of aǧ to ǧt. This is a principle explained by Euclid. The formulation of al-Qarāfī is an abbreviated version of *Element*, book 1, par. 8, axiom 5 (of congruence of triangles).

- principle 2 (p. 353/-4) is referring to the general explanations in the first part of Qusṭā's treatise and explains the generation of rectangle dm .

- principle 3 (p. 354/1) is recalling the parallel postulate in *Elements*, book, definition 23, and is followed by an explanation (p. 354/-8) of how the properties this postulate enable the procedure to solve these equations.

"and he [Qusṭā] said: 'If we multiply the second error [here, as in seven more cases: *ḫaṭṭ*, line, instead of *ḫaṭ'*, error] - ts - [p. 351/14 wrong "lān"] – by the first number – ab – this results in rectangle (*saṭḥ*) lām because line ab is equal to lāh [instead of "lās"] and line ts is equal to an'" and later: "... if we subtract it [i.e. rectangle lām] from rectangle zs [correct] then *'alam* (gnomon) shts remains. The geometers (*muhandisūn*) applied this term if three houses (*buyūt*) of a quadrangular (*murabba'*) remain. They call it *'alam* because it resembles a sultan's flag in war."[30]

[30] Cf. Ibn Manẓūr "al-Ifrīqī", d. 1311, in *Lisān al-'arab*, s.v. *'-l-m*.

Several of these annotations of al-Qarāfī to the first two cases follow until he closes (p. 355/-2) with the correct remark that the third case only takes up what has been mentioned before.

Here, al-Qarāfī's borrowings from Qusṭā end. He not only skipped the entire second theoretical part of Qusṭā and chose a different presentation (see below), but skipped also the third part where Qusṭā, as already Wiedemann recognized, limited the generality of his solution to specific cases where the substitutions F_1 and F_2 and the results $n_<$ and $n_>$ are proportionate.

The final $1\tfrac{1}{2}$ pages (p. 355/-5 ff.) are dedicated to a general description of the procedure. I was unable until now to discover similarities with earlier or later presentation of this issue. The two premised *māl* can be smaller ($x_<$) or bigger ($x_>$) than the corresponding errors ($F_<$, $F_>$), while the two errors are either both falling short ($F_{1<}$, $F_{2<}$) of or exceeding ($F_{1>}$, $F_{2>}$) the result (n_1, n_2), or one is falling short ($F_<$) and the other one exceeding ($F_>$). If

a) both errors are negative, the two premised *māl* can either be smaller or bigger than the correct one.

The solution for $x_1, x_2 \gtrless x$; $x_>$, with $x_<$ illicit

$x_< - [(x_> - x_<) \cdot F_<] : (F_> - F_<)$ | if $x_<, x_> > x$

$[(x_> - x_<) \cdot F_<] : (F_> - F_<) + x_>$ | if $x_<, x_> < x$

Example: $[(16 - 4) \cdot 3] : (12 - 3) + 16 = 20$ | $x_> = 16$, $x_< = 4$, $F_> = -12$, $F_< = -3$

b) both errors are positive, the solution for $x_1, x_2 \gtrless x$:

$x_< - [(x_> - x_<) \cdot F_>] : (F_> - F_<)$ | if $x_<, x_> > x$

$[(x_> - x_<) \cdot F_>] : (F_> - F_<) + x_>$ | if $x_<, x_> > x$

Example: $28 - [(28 - 24) \cdot 6] : (6 - 3) = 20$ | $x_> = 28$, $x_< = 24$, $F_> = 6$, $F_< = 3$

c) one error is positive, one negative, then $x_1 < x > x_2$

$x_> - [(x_> - x_<) \cdot F_>] : (F_> + F_<)$ | if $x_<, x_> > x$

$$[(x_{>} - x_{<}) \cdot F_{<}] : (F_{>} + F_{<}) + x_{<} \qquad | \text{ if } x_{<}, x_{>} < x$$

$$\text{Example: } 28 - [(28 - 16) \cdot 6] : (3 + 6) = 20 \qquad | \; x_{>} = 28, x_{<} = 24, \; F_{>} = 6, \; F_{<} = -3$$

The case of F_p with F_n can occur as $x_{<}$, F_p with $x_{>}$, F_p ; then there are three possibilities:

Example (p. 357/2) : $x - \frac{1}{4}x = 15$ (*natīǧa*) $\Rightarrow x = 20$

	x	n (result)	F (error)	pos. / neg.	combination	Term
example	20	15	-			
1.	16	12	-3	n (nāqiṣ)	with c with d	> (a'ẓam) = (*yusāwī*)
2.	28	21	6	p (zā'id)	with c	> (a'ẓam)
3.	22	$16\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{2}$	p (*zā'id*)	[with a	< (*aṣġar*)]
4.	24	18	3	p (zā'id)	with a	= (yusāwī)

The expressed purpose of this passage is that "in this chapter one cannot call an error the smaller one of two and the bigger one of two mistakes" (*aṣġaru l-ḫaṭa'ain wa-a'ẓamuhumā*). Here, quite obviously, al-Qarāfī wants to make his reader familiar with the difference between an absolute value or **modulus** $|x|$ of a real number x which is the non-negative value of x and a positive $|x| = x$, or $|x| = -x$ for a negative x.

The methods of the work with the "guess" (*bi l-ḫaṭa'*) are numerous, he adds, some easier, some more difficult. The Andalusians are told to use methods with two, three or more guesses, depending on the algebraic modification of the unknown x. This is a "sea of mathematics" (*wa-hāḏihī biḥārun min ar-riyāḍīyāt,* p. 357/11) some of which can be grasped by human thoughts, some of which only by God.

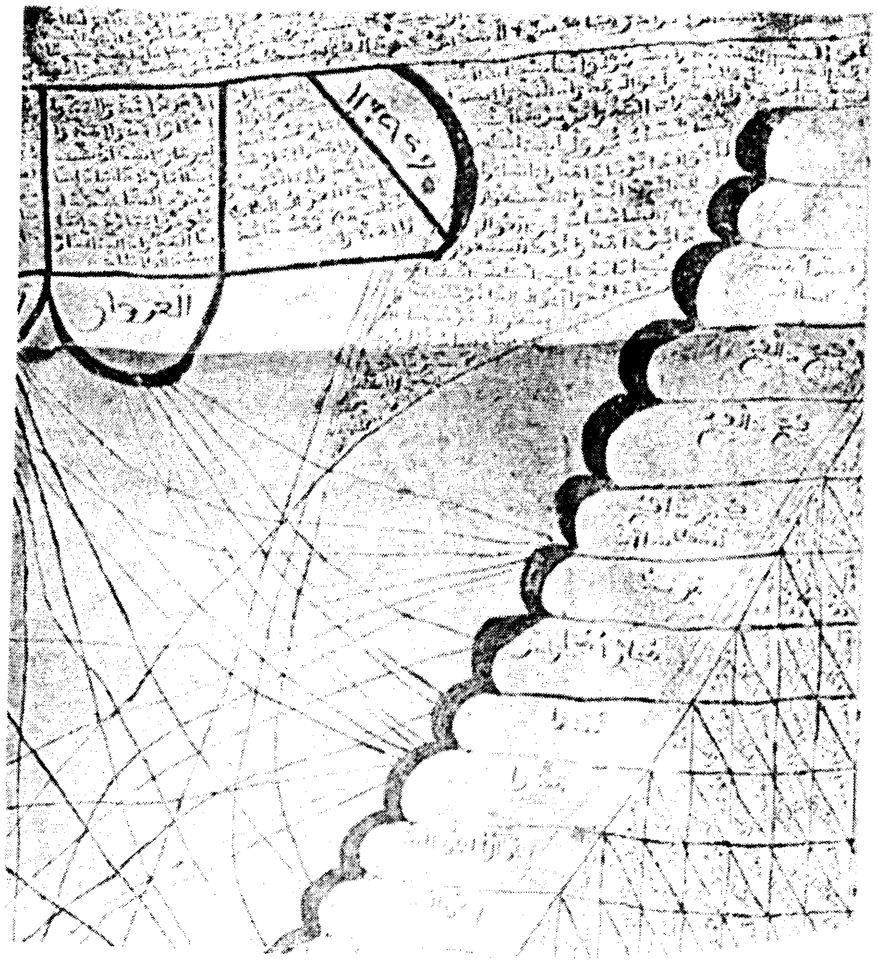
The *Kitāb ar-Ra'iḍ fī l-farā'iḍ*, as al-Qarāfī suggested to call his attempt to merge juridicial problems with solutions achieved by specially fabricated

mathematical tools, is, indeed, an attempt to domesticate and exercise with complicated problems of the law of inheritance. Quite evidently, no thoroughly elaborated nor visibly coined particular disciplinary tradition was at hand. The book – less than a concentrated study and even further from being a textbook – is evidently meant to provide the personnel of the *farā'iḍ*-section – of administrative as well as of scholarly kind – with tools that cannot deny their mathematical origin, nor their deliberate modification for juridical ends in the realm of the traps of *al-farā'iḍ*. The range of assistance for this project is appropriate: "classical" literature of the early period of Islamic scholarship of both law and mathematics is made use of side by side with contemporaneous works of colleagues of quite different backgrounds. Here, interdisciplinarity is not just a catchword but a programmatic necessity. With his "book" on arithmetical and algebraic solutions of special types of inheritance cases al-Qarāfī not only prepared the ground for a new field of ingenious applications of *ḥisāb* devices. His restless search for the limits of particular and universal validity – this is the point where scientific endeavour sets sail – leads him to putting original questions and hypothesis. The rich yield of his attempt is worth to be followed up and to be contrasted and compared with other comparable attempts of his fellow colleagues, jurists and mathematicians, on both sides of the fence.

Appendices I - VII

Appendix I

al-Ġarawān (al-Ġarrawayān)



semmatrix with x = 28 and y = 28 (= 368) cases

Appendix II

Solution of an indeterminate problem:

brothers	A	B	C	D	Wife
start	A	0	0	0	0
1. heritage = A	0	$B+\frac{1}{4}A$	$C+\frac{1}{4}A$	$D+\frac{1}{4}A$	$\frac{1}{4}A$
2. heritage = $B+\frac{1}{4}A$	0	0	$C+\frac{1}{4}A+\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{4}(B+\frac{1}{4}A)$ $=C+\frac{11}{32}A+\frac{3}{8}B$	$D+\frac{1}{4}A+\frac{3}{8}B+\frac{3}{32}A$ $=D+\frac{11}{32}A+\frac{3}{8}B$	$\frac{1}{4}A+\frac{1}{4}(B+\frac{1}{4}A)$ $=\frac{5}{16}A+\frac{1}{4}B$
3. heritage $=C+\frac{11}{32}A+\frac{3}{8}B$	0	0	0	$D+\frac{11}{32}A+\frac{3}{8}B$ $+\frac{3}{4}(C+\frac{11}{32}A+\frac{3}{8}B)$ $=D+\frac{77}{128}A+\frac{21}{32}B$ $+\frac{3}{4}C$	$\frac{5}{16}A+\frac{1}{4}B$ $+\frac{1}{4}(C+\frac{11}{32}A+\frac{3}{8}B)$ $=\frac{51}{128}A+\frac{11}{32}B+\frac{1}{4}C$
4. heritage $=D+\frac{77}{128}A+\frac{21}{32}B$ $+\frac{1}{4}C$	0	0	0	0	$\frac{51}{128}A+\frac{11}{32}B+\frac{1}{4}C$ $+\frac{1}{4}[D+\frac{11}{32}A+\frac{3}{8}B$ $+\frac{3}{4}(C+\frac{11}{32}A+\frac{3}{8}B)]$ $=\frac{281}{512}A+\frac{65}{128}B$ $+\frac{7}{16}C+\frac{1}{4}D$ [= X] $=\frac{1}{2}(A+B+C+D)$
For A = 8, B = 6, C = 3, D = 1 [in X] $\Rightarrow \frac{281}{512}A+\frac{65}{128}B+\frac{7}{16}C+\frac{1}{4}D = 9 = x$ For $A=\frac{256}{281}$ $B=\frac{64}{65}$ $C=\frac{8}{7}$ $D=2$ $\Rightarrow \frac{1}{2}(\frac{281}{512}A+\frac{65}{128}B+\frac{7}{16}C+\frac{1}{4}D) = 1$					

Appendix III

Masʾala fīhā iqrār wa-inkār wa-munāsaḫa (p. 234/10): If the heritage is not accepted by all heirs and one or more doubt the legitimacy of one or more heirs and if one or more heirs die during the division the "problem with acknowledgement, rejection and replacement of dead heirs" occurs.

[Ibn Yūnus, d. 1059]: A man leaves 2 sons ($S_d + S_2$), S_d dies and leaves 1 daughter (=D), surviving S_2 acknowledges 1 more brother B_1=S' and 1 daughter D' (variant *aṣl* = 45).

inkār:		S_d		S_2		*masʾala*: 2
		B_1 (= S_2)	+ D	1		*aṣl*: 4
		1 (=3)	3	6 (+3)		
iqrār:		S_d		S_2	S'	masʾala: 3
	B_1 (= S_2) +	B_2 (= S') +	D	1	1	*aṣl*: 3
	1	1	2	4	4	*aṣl*: 12
inkār + *iqrār*:	3	-	3	9		
	-	1	2	5-1	4 +1	

Appendix IV

Legacies (*waṣāyā*, p. 237 ff.): this chapter introduces the problem of legacies (*waṣīya* = L) in combination with shares of legal heirs (*farīḍa* = F): *fī ḥisāb al-waṣāyā*. Legacies can be in favour of one or more legatees who may also be heirs. Any *waṣīya* beyond the quranic maximum of 1/3 of the heritage can be rejected but only to the effect of the protection of the rejector's share.

In this case (p. 242/3: F= Mother, 1 Wife, 1 Si(ster)$_{SH}$, 2 Si_M, L_1 = 1/3, L_2 = 1/6) each heir must make clear which legacy he accepts (*ağāza* = ğ) fully or just to the extent of 1/3 of the heritage (= F).

W	Si_{SH}	2 Si_M	M	L_1 = 1/3	L_2 = 1/6	*aṣl* 12 *ʿaul* 15
1/4 = 3	2/3 = 8		1/3 = 4			*sihām*
ğL_1	ğL_1	ğL_2	ğL_2	L_1+L_2 = 3/6 => 3/9 F		L_{1+2} = 45/135 F
				L_1 + L_2=1/6 (M+2 Si_M) => *aṣl* 9		(L • F) = 9 • 15 = 135
[9 • 9 - 36 = 45]		[6 x 9 = 54]		L_1 = 27[30]	L_2 = 9	only L_1
2 x 15	15	[R = 33]		L_1 = 12.	L_2 = 9	L_2 = (1/3 • 2/3) x 54
		11 + 11	11			
30	**15**	**11 + 11**	**11**	**39 (= 27 + 12)**	**18 (= 9 + 9)**	**= 135 (F + L_{1+2})**

Appendix V

The following problem (p. 253/-2) causes al-Qarāfī to indicate, that later in his chapters on Algebra and on the proportional numbers (*al-aʿdād al-mutanāsiba*) a rule (*qāʿida*) will be given for the calculation of *munāsaḫāt* (= M_n) cases.

W + M + 3 $Si_{M[= mother]}$ (= *mutafarriqāt*)[31] | *aṣl* 12 ⇒ *ʿaul* 15

[$\frac{1}{4}$ = 3 $\frac{1}{3}$ = 4 $\frac{2}{3}$ = 8]

M_1: W leaves H + ʿĀmm + 2 D (= Si_{SH} + Si_F) | *aṣl* 12

[$\frac{1}{4}$:   R $\frac{1}{3}+\frac{1}{6}$]

Between both divisions (*aṣl* 12 and *aṣl* 15) there exists a common denominator.

Shortly before (253/4: *qāla Ibn Yūnus*) – just for the sake of reasonability – al-Qarāfī clearly distinguishes between cases where the first deceased heir only leaves real value (*ʿain: makīl, mauzūn*) or immobiles, animals or the like. Only in the latter case different divisions have to be calculated.

[31] aṣ-Ṣardafī, *Kāfī fī l-farāʾiḍ*, fol. 31 a/12, poses the problem to define the relationship of ego with his three *mutafarriqāt*-sisters, that is all three *qūwa*-degrees of siblings, and to each one of the sons of the latter's *mutafarriqāt*-brothers.

If the heritage can be weighed (*wazn*) or measured (*kail*) then divide the heritage (*farīḍa*) by the shares (*sihām*), the quotient (F/T) represents 1, the unit of the shares (p. 260/8):

$M + 2\,Si_M + 2\,Si_F = T = 15$ Din | *aṣl* 6 *'aul* 7

1   1 + 1   2 + 2 | $T/F = \frac{15}{7}$ Din $= 2\,\frac{2}{7}$ Din = unit of shares

APPENDIX VI

al-Qarāfī: *daur al-hiba* (pp. 337-338)

A (= 1. sick person, *wāhib* = donator), B (= 2. sick person, *mauhūb* = donee); x = gift (*hiba*) = farm (*ḍai'a*).

A owns x $\Rightarrow$ gift (*hiba*) x to B und from B to A etc. ... ; the gift is always restricted to $\frac{1}{3}$ of the property:

1-round: $A_1 = \frac{3}{3}x - \frac{1}{3}x = \frac{2}{3}x \Rightarrow \quad B_1 = \frac{1}{3}x - \frac{1}{9}x = \frac{2}{9}x$ and

returns $\frac{1}{3}$ of $\frac{1}{3}x = \frac{1}{9}x$ to A_2

[2-round: $A_2 = \frac{2}{3}x + \frac{1}{9}x - \frac{1}{3}(\frac{2}{3}x + \frac{1}{9}x) = \frac{14}{27}x$

$\Rightarrow B_2 = \frac{2}{3}(B_1 + \frac{1}{2}A_2) = \frac{6}{27} + \frac{7}{27} = \frac{39}{81}$ and returns $\frac{13}{81}x$ to A_3

3-round: $A_3 = \frac{14}{27} + \frac{13}{81} - \frac{1}{3}(\frac{55}{81}) = \frac{110}{243}$

$\Rightarrow B_3 = \frac{2}{3}(B_2 + \frac{1}{2}A_3) = \frac{2}{3}(\frac{26}{81} + \frac{55}{243}) = \frac{266}{729}$

n-round: ...]

In decimal numbers:			converted into fractions:	
	A	B	A	B
1	0.6666666666666667	0.2222222222222222	2/3	2/9
2	0.5185185185185186	0.32098765432098764	14/27	26/81
3	0.4526748971193416	0.364883401920439	110/243	266/729
4	0.4234110653863741	0.38439262307575073.	926/2187	2522/6561
5	0.4104049179494996	0.393063388033667.	8078/19683	23210/59049
6	**0.4046244079775554**	**0.3969170613482965**	**71678/177147**	**210938/531441**

... both approximate **to 0,4 / 2/5** respectively

Let us consider the initial situation A = x, B = 0. Thus, after one round (A gives to B, then B gives to A) we have:

Round 1: $A = x - \frac{1}{3}x + \frac{1}{9}x \qquad B = \frac{1}{3}x - \frac{1}{9}x$

Round 2: $A_{n+2} = \frac{2}{3}A_n + \frac{1}{3}B_{n+1} \qquad B_{n+1} = B_n + \frac{1}{3}A_n$

Since, evidently: $A_n = 1 - B_n$ (= I) $\qquad B_n = 1 - A_n$

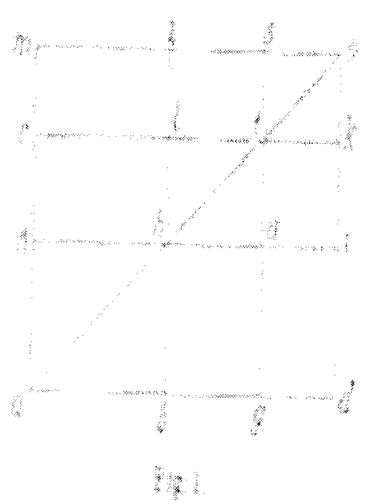
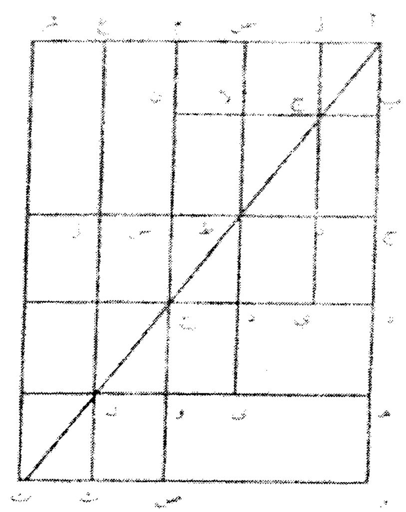
$$A_{n+2} = \frac{2}{3}A_n + \frac{1}{3}(B_n + \frac{1}{3}A_n) = \frac{2}{3}A_n + \frac{1}{3}B_n + \frac{1}{9}A_n = \frac{7}{9}An + \frac{1}{3}B_n$$

$$(I) = \frac{7}{9}A_n + \frac{1}{3}(1 - A_n) = \frac{7}{9}A_n + \frac{1}{3} - \frac{1}{3}A_n = \frac{4}{9}A_n + \frac{1}{3} = \frac{4}{9}(\frac{4}{9}A_{n-2} + \frac{1}{3}) + \frac{1}{3} = \ldots$$

Sequence: $x_n = \frac{4}{9}x_{n-1} + \frac{1}{3} = \frac{4}{9}\frac{4}{9}x_{n-2} + \frac{4}{9}\frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{4}{9}\frac{4}{9}\frac{4}{9}x_{n-3} + \frac{4}{9}\frac{4}{9}\frac{1}{3} + \frac{4}{9}\frac{1}{3} + \frac{1}{3}$

$$= \left[\frac{4}{9}\right]^n + \frac{1}{3}\sum_{i=0}^{n}\left[\frac{4}{9}\right]^i$$

APPENDIX VII

	
Quṣṭā Fig. 1 (p. 234)	Qarāfī Fig. (p. 350)

BIBLIOGRAPHY

Abū Kāmil Shugā' b. Aslam: *Kitāb al-ǧabr wa l-muqābala. Tahqīq wa-dirāsat Sāmī Shalhūb*. Aleppo: Ma'had at-Turāṯ al-'Ilmī al-'Arabī 1425/2004.

Brockelmann, Carl: *Geschichte der arabischen Litteratur*, vols. I-II, Supplements I-III. Leiden: Brill 1937-1949. *GAL* see Brockelmann, Carl

Gandz, Solomon: "The Algebra of Inheritance". In: *Osiris* 5/1938/319-391.

GAS see Sezgin, Fuat

Ḥaǧǧī Ḫalīfa: *Kashf aẓ-ẓunūn 'an asāmī l-kutub wa l-funūn,* vols. I-V. Beirut: Dār al-Fikr 1402/1982.

al-Ḫuwārizmī, Muḥammad b. Mūsā: *Kitāb al-Ǧabr wa l-muqābala*. Ed. 'Alī Muṣṭafā Mushrifa & Muḥammad Mirsā Aḥmad. Miṣr 1939.

Ibn al-Akfānī, Muḥammad b. Ibrāhīm: *Irshād al-qāṣid ilā asnā l-maqāṣid*. Ed. 'Abdallaṭīf M. al-'Abd. Cairo 1398/1978.

Ibn al-Bannā' al-Marrākushī: *Raf' al-ḥiǧāb 'an wuǧūh a'māl al-ḥisab.* Ed. M. Aballāġ. Fes: Kullīyat al-Ādāb 1994.

- *Talḫīṣ a'māl al-ḥisāb.* Texte établi, annoté et traduit par Mohamed Souissi. Tunis: Université 1969.

Ibn Farḥūn: *ad-Dībāǧ al-muḏahhab*, Beirut: Dār al-Kutub al-'Ilmīya n.d.

Ibn Manẓūr: *Lisān al-'arab*, vol. I-VI. Beirut : Dār aṣ-Ṣādir n.d.

Jackson, S.A.: Islamic law and the state. The constitutional jurisprudence of Shibāb al-Dīn al-Qarāfī. Leiden: Brill 1996.

al-Karaǧī, Abū Bakr Muḥammad b. al-Ḥusain: *Extrait du Fakhrî. Traité d'Algèbre par Abou Bekr Mohamed ben Alhaçan Alkarkhî* [partly translated and commented upon by Franz Woepcke. Paris 1835. Reprinted in: Franz Woepcke: *Etudes sur les mathématiques arabo-islamiques*, vol. I. Frankfurt: Institut für Geschichte der Arabisch-Islamischen Wissenschaften 1985, pp. 267-426.

Lamrabet, Driss : [2]Introduction a'l'histoire des mathématiques maghrébines, Lulu 2014.

Perez, José A. Sánchez (ed. and tr.): Partición de herncias entre los musulmanes del rito malequi. Con transcripción anotada de dos manuscritos aljamiados. Madrid: Imprenta Ibérica 1914.

al-Qalaṣādī, 'Alī: *Lubāb taqrīb al-mawāriṯ* (MS Tunis, personal copy of Muḥammad Swīsī, 58 pages)

al-Qarāfī, Aḥmad b. Idrīs: *Kitāb aḏ-Ḏaḫīra fī l-furū' al-mālikīya*, vols. I-XI. Ed. Abū Isḥāq Aḥmad b. 'Abdarraḥmān. Beirut: Dār al-Kutub al-'Ilmīya 2008.

- *al-Qawā'id aṯ-ṯalāṯūn fī 'ilm al-'arabīya*. Ed. 'Uṯmān Maḥmūd aṣ-Ṣīnī. Riyāḍ: Maktabat at-Tauba 2002.
- *Kitāb al-Furūq. Anwār al-burūq fī anwā' al-furūq*. Vols. I-IV. Ed. M. A. Sarāǧ, 'Alī Ǧum'a M.. Cairo: Dār as-Salām 2001.
- *Muslim-Christian Polemics Across the Mediterranean.The Splendid Replies* [= *al-Aǧwiba al-fāḫira 'an al-as'ila al-fāǧira*] of Shihāb al-Dīn al-Qarāfī (d. 684/1285). Leiden: Brill 2014.

Quṣṭā b. Lūqā: *Kitāb al-Burhān 'alā 'amal ḥisab al-ḫaṭa'ain*. Tr. and comm. By Eilhard Wiedemann. In: Bibliotheca Mathematica 3/9/1908-09/196-199; reprinted in Heinrich Suter: *Beiträge zur Geschichte der Mathematik und Astronomie im Islam*, II, ed. Fuat Sezgin, Frankfurt 1986, pp. 231-242.

Rebstock, Ulrich: *Rechnen im islamischen Orient. Die literarischen Spuren der praktischen Rechenkunst*. Darmstadt: Wissenschaftliche Buchgesellschaft 1992.

Rosenfeld, B.A. / Ihsanoğlu, E.: *Mathematicians, Astronomers & other Scholars of Islamic Civilisation and their works (7th-19th c.)*. Istanbul: Research Center for Islamic History, Art and Culture 2003.

aṣ-Ṣafadī, Salāḥaddīn: *al-Wāfī bi l-wafāyāt*, vol. VI. Beirut: Kommission Klaus Schwarz Verlag 1401/ 1981.
as-Saraḫsī, Shamsaddīn: *al-Mabsūṭ*, vols. I-XXX + Index. Beirut: Dār al-Ma'rifa n.d.
aṣ-Ṣardafī al-Yamanī, Abū Ya'qūb Isḥāq b. Yūsuf: *Kāfī fī l-farā'iḍ*. Berlin: Staatsbibliothek MS 4688, fol. 1b-40a [incomplete].
Sezgin, Fuat: *Geschichte des arabischen Schrifttums*, vol. I. Leiden: Brill 1967.
Sibṭ al-Māridīnī: *Irshād aṭ-ṭullāb ilā Wasīla fī l-ḥisāb* [li-Ibn al-Hā'im], MS-download:
[https://al-mostafa.info/data/arabic/depot3/gap.php?file=m002390.pdf]
Souissi, Mohamed: *La langue des mathématiques en Arabe*. Tunis: Université de Tunis 1968.

SUR LE CONCEPT ET LES ORIGINES DE L'ALGEBRE COSSISTE

Gert SCHUBRING
Université de Bielfield

Résumé. On présente ici quelques recherches sur l'algèbre cossiste allemande, la seule entre les diverses conceptions algébriques développées dans des pays européens au XVIe siècle qui ait établi un système notationnel assez proche du système maghrébin en la replaçant au sein de cette pluralité. La forme compliquée de ses signes basés sur les polices gothiques, a rebuté les historiens : fixés sur les formes modernes, ils n'y ont pas attribué de valeur pour le développement conceptuel de l'algèbre.

Mots-clefs : Algèbre cossiste ; signes maghrébins ; Christoff Rudolff ; Michael Stifel ; Christopher Clavius

UNE ALGÈBRE UNIVERSELLE OU PLURALITÉ DES ALGÈBRES ?

L'historiographie de l'algèbre a toujours dessiné le développement de l'algèbre comme un processus continu et unidirectionnel. Le chemin suivi par l'algèbre part de la Grèce hellénistique ; il atteint un premier point culminant avec al-Khwārizmī, arrive en Italie avec Fibonacci et s'y développe jusqu'à Cardan avant que le flambeau ne passe enfin à Viète et à la France.

Le plus récent livre ayant l'ambition d'en donner un exposé complet depuis l'Antiquité, l'ouvrage de Victor Katz et Karen Parshall *Taming the Unknown* (2015), suit essentiellement la même approche unidirectionnelle, bien qu'il consacre deux chapitres à la Chine et à l'Inde, entre la Grèce et les pays de civilisation islamique.

Mais dans ce livre, le développement en Europe reste présenté comme l'héritage de Fibonacci. Les développements assez parallèles en Espagne et en Provence apparaissent donc comme des influences de l'Italie (Katz & Parshall

2015, p. 204). Il y a quelques renseignements sur les recherches de Høyrup, mais plutôt en notes en bas de page, sans explorer ses résultats (*id.*, p. 19 et *passim*). De manière générale, l'algèbre symbolique maghrébine n'est pas entrée dans l'historiographie internationale, et aucune recherche sur d'éventuels impacts de ces innovations notationnelles n'a été entreprise.

Ainsi la conception, établie par Sabine Rommevaux, de l'existence d'une pluralité d'algèbres aux débuts des temps modernes (Rommevaux 2012) est assez prometteuse pour identifier des connexions et impacts non remarqués par les approches unidirectionnelles.

L'ALGÈBRE COSSISTE ALLEMANDE

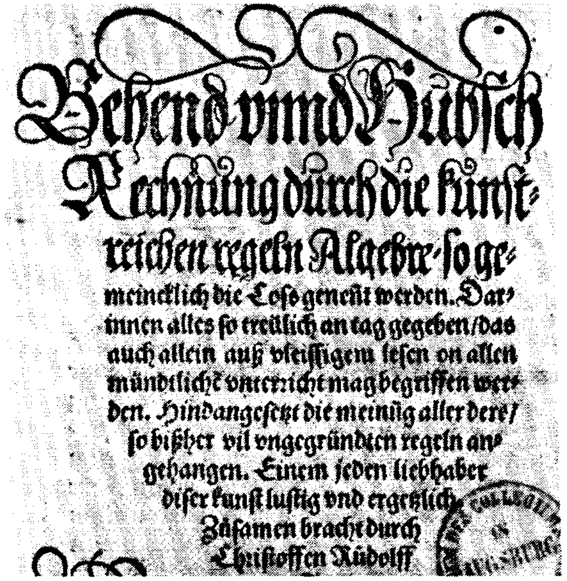
Une des pratiques de l'algèbre dans l'Europe du XVI[e] siècle a été l'algèbre cossiste, développée notamment en Allemagne. Elle ést encore mal étudiée et a été même dépréciée dans l'historiographie.

Les signes de cette algèbre, basés sur les polices gothiques, ont apparemment rebuté les historiens. Mais qu'a été cette algèbre cossiste allemande ?

La première œuvre principale a été un livre de Christoff Rudolff publié en 1525 avec un titre très long, toujours résumé sous la forme *Die Coß*. Voici la transcription du début du titre complet, qui prétend qu'on pourra apprendre ce calcul sans enseignant, en lisant attentivement le livre :

> Behend unnd Hübsch Rechnung durch die kunstreichen regeln Algebre – so gemeinicklich die Coß genennt werden. Darinnen alles so treulich an tag gegeben/ das auch allein auß vleissigem Lesen on allen mündlichen vnterricht mag begriffen werden.

On a peu d'informations biographiques sur l'auteur : il est né probablement en 1499, dans la ville de Jauer, en Silésie, et est mort en 1543 à Vienne. Il a fait des études de mathématiques à l'université de Vienne, entre 1517 et 1521. Il a ensuite donné des leçons particulières à Vienne.



Behend vnnd Hübsch Rechnung durch die kunstreichen regeln Algebre/ so gemeincklich die Coss genennt werden. Darinnen alles so treülich an tag gegeben/das auch allein auß vleissigem lesen on allen mündliche vnterricht mag begriffen werden. Hindangesetzt die meinung aller dere/ so bißher vil vngegründten regeln angehangen. Einem jeden liebhaber diser kunst lustig vnd ergetzlich. Zůsamen bracht durch Christoffen Rudolff

Fig. 1 : Page de titre du Rudolff 1525

Dans son livre, on trouve le système de signes représentant les neuf premières puissances de l'inconnue, devenu caractéristique de l'algèbre cossiste :

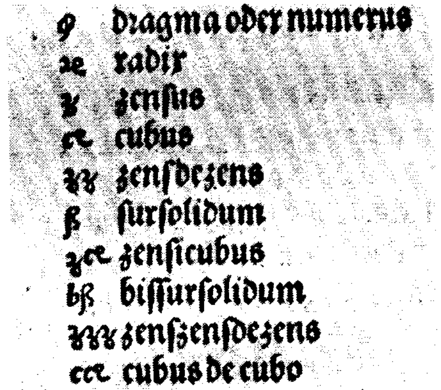


Fig. 2 : Les signes cossistes pour les puissances de l'inconnue (Rudolff 1525, 24)

Sauf le signe pour les nombres, symbolisant un zéro, les quatre premières puissances sont symbolisées par la première lettre du terme (soit en latin, soit en adaptation allemande de l'italien de l'époque), tandis que les signes pour les puissances supérieures sont ou des signes nouveaux, ou des combinaisons entre ces nouveaux signes et ceux des quatre premières. La structure de formation de ces signes, à partir des signes pour les trois premières puissances est essentiellement multiplicative, comme le montrent les signes pour la quatrième et la huitième puissance :

φ	2e	ʒ	ce	ʒʒ	ß	ʒce	bß	ʒʒʒ	cce
1	2	4	8	16	32	64	128	256	512
1	3	9	27	81	243	729	2187	6561	19683
1	4	16	64	256	1024	4096	16384	65536	262144

Dergleichen magstu exempl machē in andern pro

Fig. 3 : Une table de multiplication qui montre la structure multiplicative de la formation des signes (Rudolff 1525, 25)

Dans le livre de Rudolff, il y a une table des multiplications des unités des puissances qui montre que 9 constitue la limite des puissances conçues par Rudolff :

	φ	2e	ʒ	ce	ʒʒ	ß	ʒce	bß	ʒʒʒ	cce
φ	φ	2e	ʒ	ce	ʒʒ	ß	ʒce	bß	ʒʒʒ	cce
2e	2e	ʒ	ce	ʒʒ	ß	ʒce	bß	ʒʒʒ	cce	
ʒ	ʒ	ce	ʒʒ	ß	ʒce	bß	ʒʒʒ	cce		
ce	ce	ʒʒ	ß	ʒce	bß	ʒʒʒ	cce			
ʒʒ	ʒʒ	ß	ʒce	bß	ʒʒʒ	cce				
ß	ß	ʒce	bß	ʒʒʒ	cce					
ʒce	ʒce	bß	ʒʒʒ	cce						
bß	bß	ʒʒʒ	cce							
ʒʒʒ	ʒʒʒ	cce								
cce	cce									

¶ Verstant der tafl. süch die ein zal in der erst abfallendē ordnūg die ander in der oberstē ligen den zeilen das in gemeinem winckl gefunden würt / zeigt den nam des pro

Fig. 4 : Table de multiplication des unités (Rudolff 1525, 28)

Cette algèbre cossiste allemande a été mal appréciée par l'historiographie : elle a été regardée plutôt comme un développement isolé, marginal et en dehors du *mainstream*. Un exemple est l'importante biographie de Descartes due à Stephen Gaukroger. L'auteur y déplore le caractère « lourdaud » de cette notation:

> But Descartes' clumsy cossic notation, derived in all probability from Clavius' Algebra, which he had studied at La Flèche, indicates that he was not familiar with Vieta's work at this point, for Vieta's notation is clearly superior, and had he been familiar with it he could not have favoured that of Clavius (Gaukroger 1995, 98).

Involontairement, il admet ainsi que Descartes lui-même avait pratiqué cette algèbre. Irrité par la lourdeur de ses notations, il considère que Descartes aurait dû suivre ce que lui-même postule comme étant le *mainstream* : les notations de Viète :

> Clavius' *Algebra* was Descartes' starting point for studies in the area, and he is still using Clavius' clumsy cossic notation at this stage (ibid., 125).

SOURCES ET ORIGINES DE L'ALGÈBRE COSSISTE

A ce stade, on doit se demander quelles étaient les sources de Rudolff et leurs influences sur les cossistes allemands. Une indication est donné par Rudolff lui-même, en commentant le nom 'sursolidum' pour la cinquième puissance :

¶ Sursolidum ist die fünfft in der ordnung / ie vnd ie ein vngeschickte zal / hat wider radicem quadratam noch cubicam / würt von Boecio zů latein genennt altera parte longior.

Fig. 5 : Rudolff se réfère à Boethius (« Boecio »), (Rudolff 1525, 25).

Rudolff explique ici qu'il utilise *sursolidum* pour le terme *altera parte longior* introduit par Boèce (480-524). En fait, celui-ci, dans son livre *De*

Arithmetica, donne ce terme dans son livre II, dans le contexte de l'introduction des nombres figurés (Boethius 1867, 115).

Rudolff et Boethius auraient-ils connu les livres d'arithmétique de Diophante. Dans les manuscrits grecs conservés de Diophante, on trouve des abréviations pour les six premières puissances :

Einheit(en)	μονα(δε)ς	$\overset{o}{M}$
x	ἀριθμός	ϛ
x^2	δύναμις	Δ^Y
x^3	κύβος	K^Y
x^4	δυναμοδύναμις	$\Delta^Y\Delta$
x^5	δυναμόκυβος	ΔK^Y
x^6	κυβόκυβος	$K^Y K$
$\frac{1}{x}$	ἀριθμοστόν	$ϛ^{\times}$
$\frac{1}{x^2}$	δυναμοστόν	$\Delta^{Y\times}$
$\vdots$	(usw.)	$\vdots$
Quadrat	τετράγωνος	$\square^{o\varsigma}$
$=$	ἴσος	ι^{σ}
$-$	(λείπειν)	⋔

Fig. 6 : Signes des puissances de l'inconnue chez Diophante (Sesiano 1990, 83)

Ces signes sont en général les abréviations de la première lettre des termes. Et, comme il s'est révélé seulement lors de la publication du manuscrit arabe du manuscrit des quatre autres livres, Diophante est allé jusqu'à la neuvième puissance – il fait des opérations avec les huitièmes et neuvièmes puissances, correspondant donc à x^8 et x^9. Cependant, ces puissances sont toujours exprimées par des mots et pas par des signes. L'éditeur des livres arabes de Diophante, Jacques Sésiano [1982, 46] a commenté :

> We have seen that the powers x^n $(n \geq 4)$ are generally expressed in Arabic by a sequence of the form $P_1P_2P_3$ ... , the P_i's being either *māl* or *ka*[c]*b* .[1]

[1] Selon une communication de Jacques Sésiano, les parties de Diophante qui correspondent au livres grecs I à IV et qu'on trouve largement incluses dans le livre al-*Fakhrī* d'al-Karajī, sont basées sur la même version grecque utilisée par Qusṭā ibn Lūqā.

En étendant la série des puissances, Rudolff et ses successeurs allemands suivent donc plus le Diophante « arabe » et les mathématiciens maghrébins que la pratique de Boèce.

Regardons maintenant plus concrètement les origines de l'algèbre cossiste allemande. Le premier à développer et utiliser des signes cossistes a été, selon les recherches de Meskens (2010, p. 40) et Folkerts (2017), Johannes Regiomontanus (1436-1476). Né à Königsberg (Franconie), il a été formé aux universités de Leipzig et de Vienne et s'est attaché à s'approprier les traditions grecques et arabes. En 1467, à la bibliothèque de Venise, il rencontra un manuscrit de Diophante, la version grecque des *Arithmétiques* en six livres[2]. Il voulait les faire traduire, mais seulement avec les sept autres livres : il chercha donc les parties manquantes, mais en vain. En 1464 il donna des leçons d'astronomie à l'université de Padoue, basées sur le traité élémentaire d'astronomie d'al-Farghānī. En 1456, Regiomontanus utilisa les signes suivants pour l'inconnue :

Regiomontanus. Schreibweise von: $250x - 25x^2$.

Fig. 7 : La forme symbolique de Regiomontanus pour écrire $250x + 25x^2$ (Folkerts 2017, 137)

On peut donc se demander quelles ont été les influences qui ont mené Regiomontanus à cette notation. Ici il faut rappeler quelques données sur l'évolution de l'« algébrisation » de l'algèbre aux pays de culture islamique. Les débuts correspondent à l'étape nommée rhétorique par Nesselmann : on utilisait des mots, des noms pour l'inconnue et ses puissances, notamment chez al-Khwārizmī : *shay* - *māl* - *ka*[c]*b*.

[2] Il s'agissait de l'exemplaire que le sponsor de Regiomontanus, le cardinal Bessarion, avait réussi à obtenir peu avant 1453 par Byzance, et qu'il avait donné à la bibliothèque Marciana (Meskens 2010, p. 132).

Grâce à la découverte du manuscrit de Jerba, on connaît maintenant la forme finale de l'étape symbolique dans l'algèbre maghrébine (Abdeljaouad 2005), où la première lettre stylisée du terme servait comme symbole[3] :

ـع   ـشـ   ـمـ   ـكـ

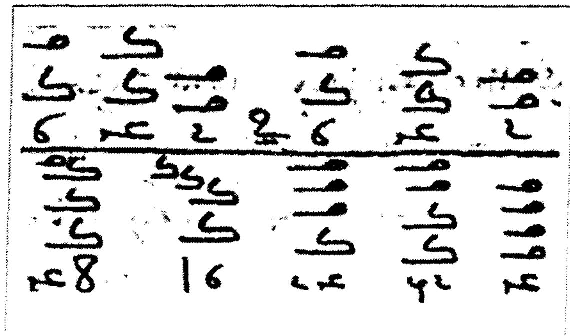
Fig. 8: les signes pour les nombres et les trois premières puissances, formés par la première lettre de ces termes

Signes maghrébins

ـع	ـشـ	ـمـ	ـكـ	ـممـ	ـمكـ	ـككـ

Fig. 9 : Formation des signes par juxtaposition (Abdeljaouad 2005, 16)

et où les symboles des puissances supérieures étaient formées par une séquence additive des premiers symboles. Mais dans l'algèbre maghrébine, on n'est pas resté restreint à 9 puissances. Voyez ici un bon exemple de 1483, tiré du manuscrit Bughyat aṭ-ṭullāb fī sharḥ munyat al-ḥisāb, d'Ibn Ghāzī al-Miknāsī (1437-1513), allant jusqu'à la douzième puissance :



$(2x^4 - 4x^6 + 6x^5)(2x^4 + 4x^6 \div 6x^5)$

$4x^8 + 52x^{10} \div 24x^9 + 16x^{12} \div 48x^{11}$

Fig. 10 : La formation des symboles pour les puissances supérieures (Abdeljaouad 2005, 37)

[3] Une présentation synthétique du symbolisme maghrébin a été donnée par Jeffrey Oaks (2012).

Voyons ce qu'on sait sur une éventuelle réception de l'algèbre symbolique maghrébine dans les autres pays européens. Regardons d'abord l'Italie, qui est considérée dans l'historiographie comme dominante dans le développement de l'algèbre. Un manuscrit bien connu est le *Trattato dei Fioretti*, composé en 1373 par Antonio de' Mazzinghi. Ce texte est écrit entièrement sous forme rhétorique, sans abréviations. Il utilise, en particulier, les termes *chosa* pour l'inconnue, *censo* pour son carré et *radiche* pour la racine (voir Mazzinghi 1967, p. 28). En 1430, un autre manuscrit, le *Libro da razioni* de Tomaso de Jachomo Lione (van Egmond 1980, p. 223), pratique également le style rhétorique : l'inconnue est donnée comme *chosa*. Le livre de Luca Pacioli, *Summa de Arithmetica*, de 1494, regardé comme la forme terminale du développement de l'algèbre abaciste italienne, en est emblématique : Je donne ici les dix premiers formes schématisées da sa série qu'il a même étendu jusqu'à la 30ème puissance, la base de ses symboles étant le R de radix, entendu ici pas pour extraire une racine, mais comme solution d'un problème :

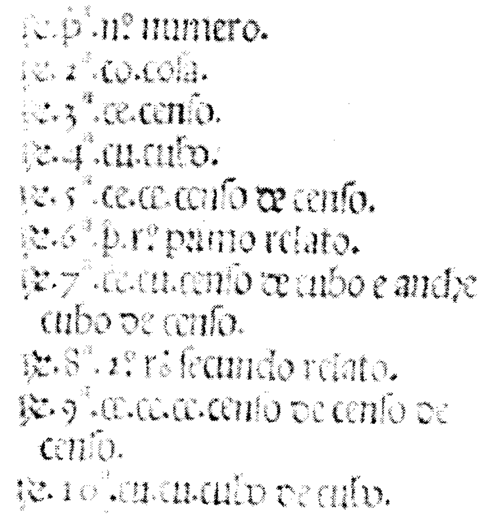

Re. p^a. n^o numero.
Re. 2^a. co. cosa.
Re. 3^a. ce. censo.
Re. 4^a. cu. cubo.
Re. 5^a. ce.ce. censo de censo.
Re. 6^a. p.r^o primo relato.
Re. 7^a. ce.cu. censo de cubo e anche cubo de censo.
Re. 8^a. 2^o r^o secondo relato.
Re. 9^a. ce.ce.ce. censo de censo de censo.
Re. 10^a. cu.cu. cubo de cubo.

Fig. 11 : la série des symboles de Pacioli pour l'inconnu (Pacioli 1523, 67v)

Une variante de notation a été développée par un auteur de Florence, Francisco Ghaligai, apparemment inspiré par le livre de Pacioli : il essaye d'être plus systématique en appliquant les symboles: il pratique des abréviations 'n°' pour le nombre et 'co' pour l'inconnue, mais les puissances supérieures sont indiquées par des signes géométriques, sans valeur intuitive évidente (sauf pour le carré).

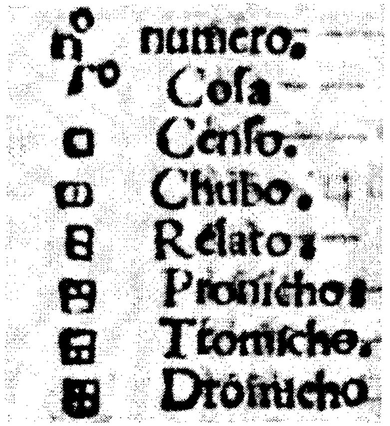


Fig. 11 : Autres notations pour les puissances de l'inconnue (Ghaligai 1521, 71)

En France, c'est le livre de Nicolas Chuquet de 1494, *Triparty en la science des nombres*, qui marque une étape importante pour une des pluralités de l'algèbre. Comme le montre l'édition très soigneuse de ce manuscrit par Aristide Marre, Chuquet n'utilise aucune notation pour les inconnues et ne travaille pas avec leurs puissances. Mais il travaille beaucoup avec les racines, jusqu'à la douzième et introduit pour cela des exposants:

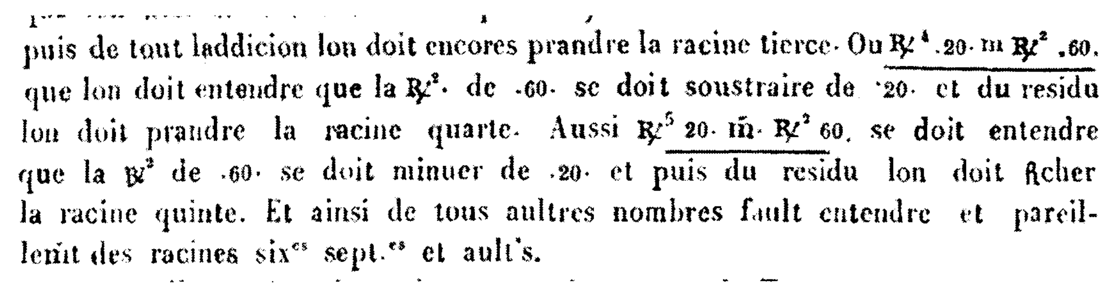

puis de tout laddicion lon doit encores prandre la racine tierce. Ou ℞^{4}.20. m̃ ℞^{2}.60. que lon doit entendre que la ℞^{2}. de .60. se doit soustraire de .20. et du residu lon doit prandre la racine quarte. Aussi ℞^{5} 20. m̃. ℞^{2} 60. se doit entendre que la ℞^{2} de .60. se doit minuer de .20. et puis du residu lon doit ascher la racine quinte. Et ainsi de tous aultres nombres fault entendre et pareillem̃t des racines six.es sept.es et ault's.

Fig. 12 : Pratique des notations chez Chuquet (Chuquet 1881, 104)

Karin Reich, dans un chapitre de l'*Encyclopedia*, édité par Ivor Grattan-Guinness, sur la tradition cossiste, décrit les premières étapes en Italie et se concentre sur l'Allemagne. Mais elle termine cette section et le chapitre sans thématiser un impact de l'école allemande cossiste – exprimant ainsi qu'elle serait restée un phénomène régionalement restreint, sans des effets. Son dernier paragraphe réfère à Viète comme celui donnant des impulsions décisives (Reich 1994, 198).

DÉVELOPPEMENT ET RÉCEPTION DE L'ALGÈBRE ALLEMANDE

Contrairement aux préjugés de l'historiographie, il y a eu un ample développement de l'algèbre cossiste, dès la fin du XVe jusqu'à la première moitié du XVIIe siècle. D'un côté, le système de l'algèbre cossiste a été bien développé, insistant sur la progression des puissances de l'inconnue, sans se laisser restreindre par des limitations géométriques:

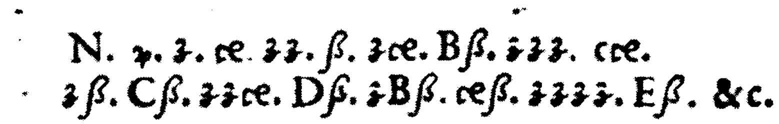


Fig. 13 : Énumération des puissances de l'inconnue, au delà de la 17ème (Clavius 1609, 7)

Les principaux auteurs allemands étaient, outre Christoff Rudolff, Michael Stifel (1487-1567) et Christopher Clavius (1538-1612). Adam Ries (1492-1559), le paradigmatique *Rechenmeister* allemand, a composé son propre livre sous le titre *Die Coß*. Resté manuscrit, il a été édité en 1992 par Wolfgang Kaunzner et Hans Wußing. En 1553, Stifel a donné une édition révisée de la *Coß* de Rudolff, rééditée en 1571 et 1615. Stifel lui-même a exercé une grande influence internationale avec son œuvre *Arithmetica integra* de 1544. Dans ce livre, il a introduit une notation pour une deuxième inconnue, permettant donc d'opérer avec plus d'une inconnue. L'algèbre de Clavius, publiée en 1608 et republiée en 1609 et 1612, a bénéficié d'une réception internationale particulière parce que Clavius, né en Allemagne, était devenu le principal mathématicien de l'ordre des Jésuites, évidemment actif dans tous les pays catholiques.

RÉCEPTION DE L'ALGÈBRE COSSISTE EN DEHORS DE L'ALLEMAGNE

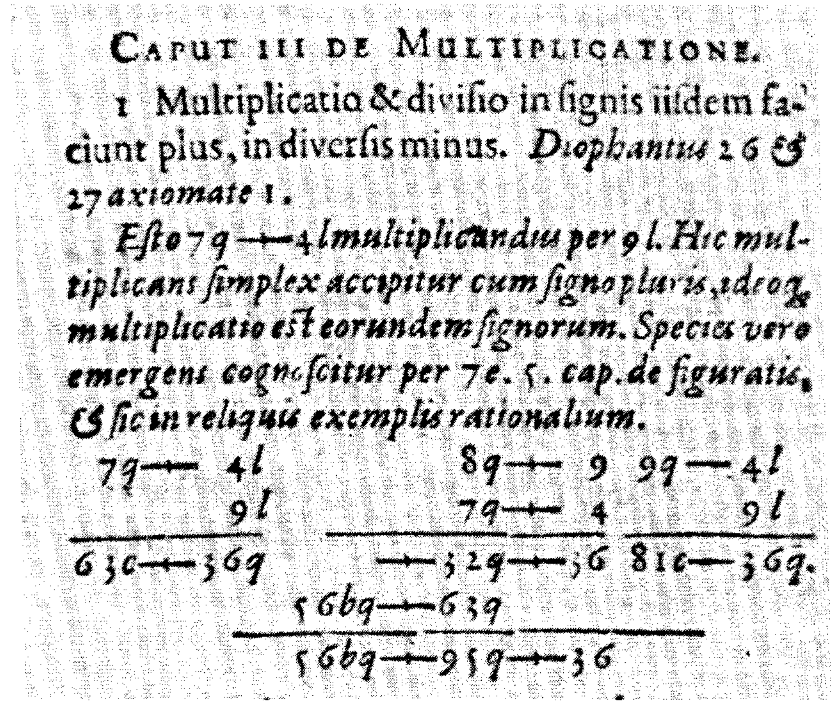
Des travaux récents ont révélés une dissémination directe de cette algèbre allemande jusqu'en Espagne. Le livre *Libro primero de Arithmetica Algebratica* par Marco Aurel [Aurelio], publié en 1552 à Valencia était le premier livre imprimé en espagnol sur l'algèbre. On sait pratiquement rien sur la biographie de l'auteur, seulement qu'il s'est lui-même déclaré dans son ouvrage d'être d'origine allemande. Dans son livre, il n'a non seulement utilisé les symboles cossistes, mais il a même abondamment recopié en les traduisant des extraits de la *Coss* du Rudolff y compris des exemples d'opérations (Romero-Vallhonesta & Massa-Esteve 2018 ; Romero-Vallhonesta 2018).

L'algèbre cossiste allemande a été reçue en particulier dans les Pays Bas (Mesken 2010, p. 129) et surtout en France. On peut nommer Jacques Peletier du Mans (1517-1582/83), avec son œuvre *L'Algèbre* de 1554. Peletier se réfère principalement au livre de Stifel et applique toute la terminologie allemande pour son livre : « nombre cossique » constitue le terme de base (Peletier 1554, p. 4 et *passim*). Particulièrement décisive s'avère sa réception chez Pierre de La Ramée, alias Petrus Ramus (1515-1572). La deuxième partie de son livre *Prooemium mathematicum*, de 1567, était consacrée entièrement à présenter et louer les mathématiciens allemands comme les modernes (Goulding 2010, p. 36). Et Ramus publia un livre d'algèbre en 1560, d'abord anonymement. On peut attribuer à ce livre le mérite d'avoir adapté le système cossiste allemand pour une influence internationale, car Ramus a transposé les polices gothiques du système original en lettres latines – rendant ainsi leurs signes plus facilement compréhensibles et praticables dans l'imprimerie. Ramus avait conçu ces signes comme des « species » des nombres figurés. Voici le système de Ramus jusqu'à la douzième puissance :

1.	2.	4.	8.	16.	32.	64.	128.	256.	512.	1024.	2048.	4096.
u.	l.	q.	c.	bq.	ſ.	qc.	bſ.	tq.	cc.	ſq.	tſ.	bqc.

Fig. 14 : Liste des signes des puissances chez Ramus (Ramus 1560, 2)

Ces signes signifient : u = unitas ; l = latus ; q = quadratum ; c = cubum ; bq = biquadratum ; s = solidum ; qc = quadraticubum ; bs = bisolidum ; tq = triquadratum ; cubicubum, etc. On remarque que ce système de signes est construit selon une progression multiplicative. Et on remarque que ce système révèle plus des allusions à des termes géométriques que le système cossiste allemand, lequel a des racines plutôt arithmétiques. Dans sa version de 1560 comme dans la version publiée posthumément en 1586, Ramus montra comment on peut opérer facilement avec ses puissances de l'inconnue :


Caput III de Multiplicatione.

1 Multiplicatio & diviſio in ſignis iiſdem faciunt plus, in diverſis minus. *Diophantus 26 & 27 axiomate 1.*

Eſto 7q + 4l multiplicandus per 9l. Hic multiplicans ſimplex accipitur cum ſigno pluris, ideoq; multiplicatio eſt eorundem ſignorum. Species vero emergens cognoſcitur per 7e. 5. cap. de figuratis, & ſic in reliquis exemplis rationalium.

7q + 4l	8q + 9	9q − 4l
9l	7q + 4	9l
63c + 36q	+ 32q + 36	81c − 36q.
	56bq + 63q	
	56bq + 95q + 36	

Fig. 15 : Multiplier avec les signes de Ramus (Ramus 1586, 328)

CONCLUSION

Vue cette dissémination internationale et en particulière la forte réception en France, on peut affirmer que l'algèbre cossiste a préparé l'étape suivante du développement des différentes formes d'algèbre. Cependant, il faudra repérer encore mieux les racines de l'algèbre cossiste allemande, et en particulier les possibles influences qu'a pu exercer sur elle le système symbolique maghrébin.

BIBLIOGRAPHIE

Sources

Biblioteca Vaticana, Città del Vaticano. Vat. Lat. 4825. I (3r-125r) Tomaso de Jachomo Lione : *Libro de Razioni* (1430).

Publications

Abdeljaouad, Mahdi (2005). Le manuscrit mathématique de Djerba: Une pratique de symboles algébriques maghrébins en pleine maturité. In : *Actes du VII[e] colloque maghrébin sur l'histoire des mathématiques arabes*, juin 2002, Marrakech: ENS Marrakech.

Boethius (1867). *De institutione arthmetica, De institutione musica, Geometria,* Gottfried Friedlein, ed, Leipzig.

Chuquet, Nicolas (1494 / 1881). *Le Triparty en la science des nombres, publié d'après le manuscrit fonds français 1346 de la Bibliothèque nationale de Paris et précédé d'une notice par M. Aristide Marre*. Rome: Imprimerie des sciences mathématiques et physiques.

Egmond, Warren van (1980). *Practical Mathematics in the Italian Renaissance: A Catalog of Italian Abbacus*. Manuscripts and Printed Books To 1600. Firenze: Istituto e Museo di Storia della Scienza.

Folkerts, Menso (2017). Adam Ries und die Algebra. In: Rainer Gehardt (ed.), *Rechenmeister und Mathematiker der frühen Neuzeit*. Band 25 der Schriften des Adam-Ries-Bundes. Annaberg-Buchholz, 135-151.

Gaukroger, Stephen (1995). *Descartes - An Intellectual Biography*. Oxford: Oxford University Press.

Ghaligai, Francesco (1521). *Summa de arithmetica*. Firenze.

Goulding, Robert (2010). *Defending Hypatia. Ramus, Savile, and the Renaissance Rediscovery of Mathematical History*. Dordrecht: Springer.

Høyrup, Jens (2014). Fibonacci - Protagonist or Witness? Who Taught Catholic Christian Europe about Mediterranean Commercial Arithmetic? *Journal of Transcultural Medieval Studies*, 1: 219-247.

Katz, Victor J. & Karen Hunger Parshall (2015). *Taming the Unknown. A History of Algebra from Antiquity to the Early Twentieth Century*. Princeton University Press.

Mazzinghi, Antonio De' (1967). *Trattato di fioretti: nella trascelta a cura di Mo. Benedetto; secondo la lezione del Codice L. IV. 21 (sec. XV) della Biblioteca degl'Intronati di Siena. A cura e con introduzione di Gino Arrighi*. Pisa: Domus Galilaeana.

Meskens, Ad (2010).*Travelling Mathematics - The Fate of Diophantos' Arithmetic*. Basel: Birkhäuser.

Oaks, Jeffrey A. (2012). "Algebraic symbolism in medieval Arabic". *Philosophica* 87, 27-83.

Oaks, Jeffey (2017). Irrational „Coefficients" in Renaissance Algebra. *Science in Context* 30(2): 141-172.

Pacioli, Luca (1494/1523). *Summa de arithmetica geometria. Proportioni: et proportionalita: nuouamente impressa in Toscolano su la riua dil Benacense et unico carpionista laco amenissimo sito de li antique & euidenti ruine di la nobile cita di Benaco cum numerosita de imperatori epithaphij di antique & perfette littere sculpiti dorato & cum finissimi & mirabil colone marmorei inumeri fragmenti di alabastro porphidi & serpentini. Cose certo lettor mio diletto oculata fide mitatu digne sotterra se ritrouano. Continentia de tutta lopra [...]*. Toscolano: Paganino.

Peletier du Mans, Jacques (1554). *L'Algebre, departie an deus Liures*. Lion: Ian de Tournes.

[Ramus, Petrus] (1560). *Algebra*. Paris: Andrea Wechel.

Ramus, Petrus (1586). Arithmetices libri duo, et algebrae totidem. A Lazaro Schonero emendati et explicate. Paris: Andrea Wechel.

Reich, Karin (1994). The 'Coss' Tradition in Algebra. In: *Companion Encyclopedia of the History and Philosophy of the Mathematical Sciences*, Volume 1, ed. Ivor Grattan-Guinness. London & New York: Routledge, 192-199.

Romero-Vallhonesta, Fàtima & Maria Rosa Massa-Esteve (2018). The main sources for the Arte Mayor in sixteenth century Spain. *BSHM Bulletin* 33(2): 73-95.

Romero-Vallhonesta, Fàtima (2018). *L'àlgebra a la Península Ibérica del segle XVI*. Thèse de doctorat. Barcelona: Universitat Autònoma de Barcelona.

Rudolff, Christoff (1525). *Behend unnd Hübsch Rechnung durch die kunstreichen regeln Algebre – so gemeinicklich die Coß genennt werden*. Argentorati [Strasbourg]: Jung.

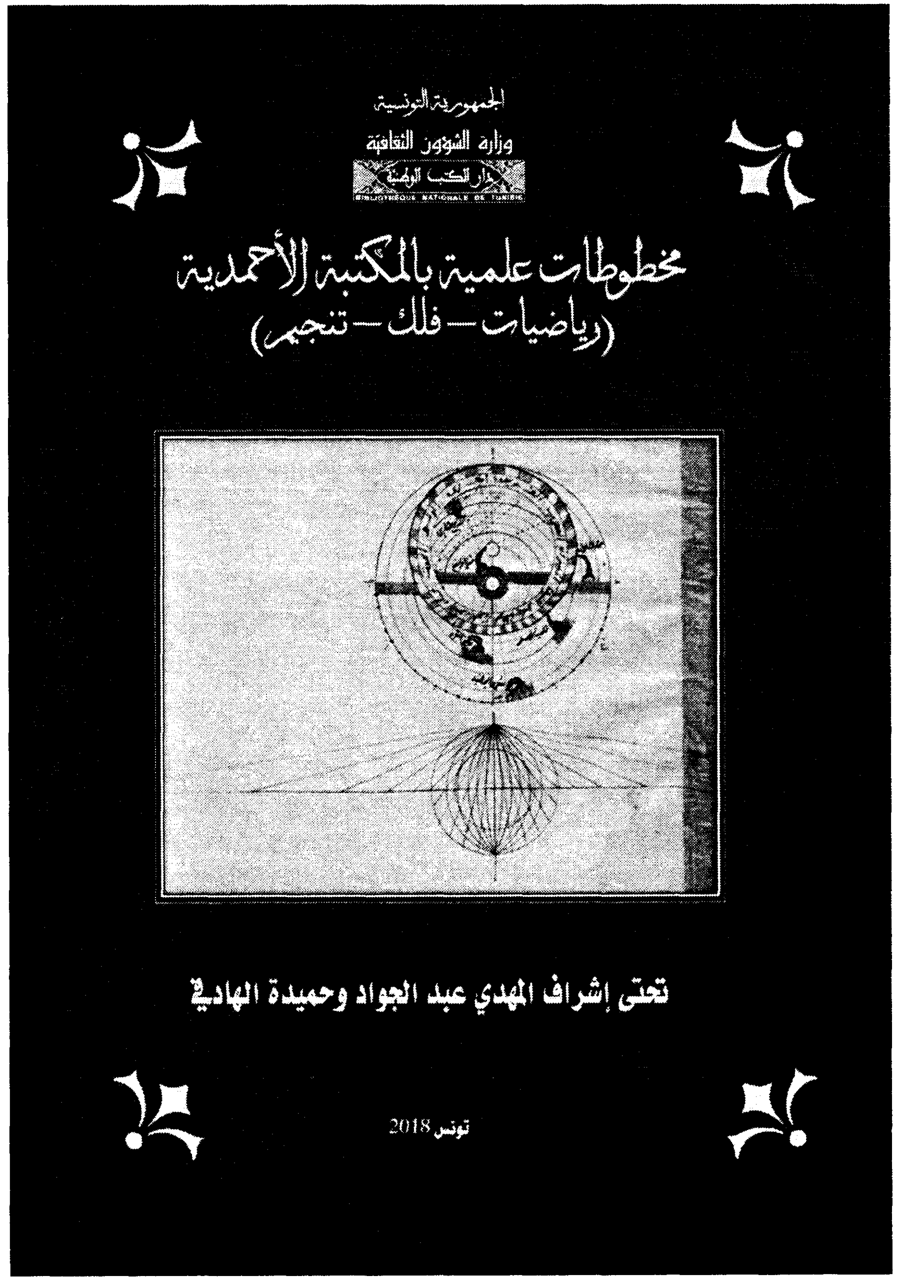
Rudolff, Christoff (1553). *Die Coss Chrstoffs Rudolffs: mit schönen Exempeln der Coss Durch Michael Stifel Gebessert und sehr gemehrt*. Königsperg in Preussen: Behm von Luthomisl.

Rommevaux, Sabine et al., *Pluralité de l'Algèbre à la Renaissance*. Paris : Honoré Champion, 2012.

Sesiano, Jacques (1982). *Books IV to VII of Diophantus' Arithmetica - in the Arabic Translation Attributed to Qusta ibn Lûqa*. New York: Springer.

Sesiano, Jacques (1990). Frühalgebraische Aspekte in der „Arithmetika" Diophantus. In: Erhard Scholz (ed.), *Geschichte der Algebra. Eine Einführung*. Mannheim: BI – Wissenschaftsverlag.

Stifel, Michael (1544). *Arithmetica Integra*. Nürnberg: Iohan. Petreium.


الجمهورية التونسية
وزارة الشؤون الثقافية
دار الكتب الوطنية
مخطوطات علمية بالمكتبة الأحمدية
(رياضيات – فلك – تنجيم)
تحت إشراف المهدي عبد الجواد وحميدة الهادفي
تونس 2018

Kennedy E.S. (1976), *The Exhaustive treatise on shadows par Abu al-Rayhan Muhammad b. Ahmad al-Biruni., Translation and Commentary*, Alep : The University of Aleppo.

Kennedy E. S. and. Kennedy M. H. (1987), *Geographical Coordinates of Localities from Islamic Sources*, Frankfurt am Main : Institut für Geschichte der Arabisch-Islamischen Wissenschaften.

Kennedy, E.S. (1997), «Géographie mathématique et cartographie», in Rashed, R. (dir.), *Histoire des sciences arabes*, Vol. I, Paris : Seuil.

King D.A & Lorch R.P. (1992), "Qibla Charts, Qubla Maps, and Related Instruments"; Chapter 9, *History of cartography*: Volume Two, Book One: Cartography in the Traditional East and Southeast Asian Societies, Edited by J. B. Harley and David Woodward, Chicago ; The University of Chicago Press.

King D.A. (1977), "A fourteenth-century Tunisian sundial for regulating the times of Muslim prayer", in Walter G. Saltzer & Yasukatsu Maeyama, eds., PRISMATA: *Naturwissenschafts Geschichtliche Studien* – Festschrift fur Willy Hartner, Wiesbaden: Franz Steiner, 1977, p. 187-202. [Reproduit in King D. (1987) *Islamic Astronomical Instruments*, London: Variorum]

King D.A. (1985), "The Sacred Direction in Islam; A Study of the Interaction of Religion and Science in the Middle Ages", in *Interdisciplinary Science Review*, 10, n° 4, p. 315-328.

King D.A. (1997), «Astronomie et Société musulmane : «qibla», gnomonique, «mîqât », in Rashed, R. (dir.), *Histoire des sciences arabes*, Vol. I, Paris : Seuil.

King D.A. (2014), *World-maps for finding the direction and distance to Mecca*. Brill.

Mahfoudh F. (2003), *Architecture et urbanisme en Ifriqiya médiévale : Proposition pour une nouvelle approche*. Tunis : CPU.

Mercier E. (2014), «Qibla des cadrans islamiques de Tunisie», *Cadran-info*, 30, p. 66-72.

Pantazis G. & Lambrou E. (2009), "Investigating the orientation of eleven mosques in Greece", in *Journal of Astronomical History and Heritage* (12), p. 159-166.

Prevost V. (2018), *Djerba ; les mosquées ibadites*, Tunis : CERES éditions.

Rius M. (2000), *La Alquibla en al-Andalus y al-Magrib al-Aqsà*, (Anuari de Filologia (Universitat de Barcelona) XXI (1998-99) B-3), Barcelona : Institut "Millás Vallicrosa" de Història de la Ciència Àrab.

Saadadoui A. (1997), «La mosquée tunisienne à l'époque ottomane », in *Actes du 1er Congrès International pour un corpus d'archéologie ottomane*, Zaghouan, p.107-145.

Saadadoui A. (2001), *Tunis, ville ottomane ; trois siècles d'urbanisme et d'architecture*. Tunis : CPU

Saadadoui A. (2009), «Urbanisme et architecture des morisques de Tunisie», in *Les Morisques et la Tunisie* p. 177-187.

Schwartz.R.K (2010), "Al-qibla and the New Spherical Trigonometry: The Examples of al-Bîrûnî and al-Marrâkushî", in *Tenth Maghrebian Colloquium on the History of Arabic Mathematics* (COMHISMA 10), Tunis, Tunisia, May 31, 2010.

Yilmas M. (2012), "Historical mosque orientation in Turkey: Central-Western Anatolia Region", in *Journal of Historical Geography*, 38, 1150–1590.

وهذا يعدُّ قريبا جدا من إحداثيات بطليموس وكأن أحمد العمري لم يكن مواكبا لاكتشافات الجغرافيين المسلمين خلال العهدين الوسيط والحديث إذ يبدو أنه ظل يستعمل الإحداثيات القديمة وباتباع طريقة البتاني حتى تمكن من التوصل إلى احتساب قبلة قريبة جدا من القبلة الصحيحة.

وبالنظر إلى التجانس الكبير في اتجاهات القبلة على معظم مزاول العهد الحديث، نُرجّح أن بقية مُوقتي البلاد التونسية خلال العهد الحديث والمعاصرين لأحمد العمري أو اللاحقين له على غرار أحمد الحرار وعثمان ابن خليل الحنفي وأحمد بن قاسم عمار السوسي قد كانوا يتبعون الطريقة نفسها في احتساب اتجاه القبلة على ما نفذوه من أدوات فلكية وصلت إلينا.

الخلاصـة

لقد تمكن الفلكيون التونسيون بداية من القرن السابع عشر من احتساب القبلة باعتماد الطرق العلمية التي تُعزى دقتها إلى الإحداثيات الجغرافية. وتتوافق هذه الإضافات على غرار العديد من التطورات الأخرى على المزاول مع تأسيس إيالة تونس العثمانية حيث أصبحت أغلب المزاول تحتوي على إشارة لاتجاه القبلة كانت في أغلبها متقاربة، ويُحيل ذلك على اعتماد نفس الطريقة في عملية الاحتساب وهي تلك التي اعتمدها احمد العمري عند تحريره لمزولة الجامع الكبير ببنزرت باتباعه لطريقة البتاني من ناحية واستعماله للإحداثيات القديمة من ناحية ثانية وعدم الأخذ بعين الاعتبار الاكتشافات والإضافات التي حققها الجغرافيون المسلمون خلال العهدين الوسيط والحديث.

ويظل هذا الموضوع مفتوحا أمام كل الاكتشافات الجديدة سواء تعلق الأمر بأدوات فلكية أو مخطوطات وغيرها. كما أن المقاربة بين مختلف هذه المصادر يمكن أن توفر معطيات جديدة من شأنها أن تساهم في إثراء النقاش حول هذه المسألة ومعالجة الجدل القائم حولها ومزيد التعرف على الطرق التي كانت معتمدة في احتسابها.

المراجع

البرزلي، **جامع المسائل والأحكام**، مخطوط بالمكتبة الوطنية بتونس، رقـم 4851.

الجراي (فتحي)، "مزولة الجامع الكبير بمساكن"، في **أعمال الندوة العلمية الأولى حول تاريخ مساكن وتراثها، 23-25 أفريل 2015**، (ص 63-72).

الجرّاي (فتحي)، "التراث الفلكي الإسلامي بالبلاد التونسية: العلوم الصحيحة في خدمة المقدس؛ إرث للحفظ والدراسة والتثمين"، في **أشغال الجامعة الصيفية الدولية بالمنستير 2017 حول القداسة والرهانات الجيوسياسية للتراث**، جمع وتقديم ياسين كرامتي وإيف جيرو،

منشورات مخبر الفكر الإسلامي وتحوّلاته وبناء الدولة الوطنية، جامعة الزيتونة، تونس 2017، (ص 275-294).

الجراي (فتحي)، "مزولة (ساعة شمسية) من القرن الثامن عشر بزاوية الحرث"، في **أعمال الندوة العلمية: بلاد نفزاوة و أعلامها عبر التاريخ؛ قبلي/ دوز، 3-4-5 نوفمبر 2017**، منشورات مركز النشر الجامعي، تونس 2018.

الشرفي الصفاقسي (علي بن أحمد بن محمد)، **أطلس تاريخي للعالم المتوسطي القرن السادس عشر**، تقديم وتحقيق محمد الطاهر المنصوري، تونس 2017.

عبد الجواد (مهدي) والهادفي (حميدة)، تحت إشراف، **مخطوطات علمية بالمكتبة الأحمدية (رياضيات-فلك-تنجيم)**، منشورات دار الكتب الوطنية التونسية، تونس 2018.

المرابط (رياض)، **مدونة مساجد جربة**، منشورات المعهد الوطني للتراث، تونس 2002.

Bobine M.E. (2008), “Romans, Astronomy and the *Qibla*: Urban Form and Orientation of Islamic Cities of Tunisia”, in *African Cultural Astronomy – Current Archaeoastronomy and Ethnoastronomy Researchin Africa.* ; p. 145-178.

Bouchoucha M. (1973), *Les mosquées de Tunisie*, Tunis : Maison tunisienne de l'édition.

Daoulatli A. (2010), *La Mosquée Zitouna, Tunis, The Zitouna Mosque*. Tunis : Editions du patrimoine.

ElKhammar A. (2005), *Mosquées et oratoires de Meknès (IXe-XVIIIe siècle) : géographie religieuse, architecture et problème de la Qibla*. Thèse de l’Université de Lyon 2.

ElKhammar A. et Mercier E. 2015, « Méthode pour la détermination de la *qibla* à Meknès au début du XVIIIe siècle », *Hespéris-Tamuda* L, p. 67-92.

Georgeon (F.) et Hitzel (F.), (sous la direction de), 2012, *Les Ottomans et le temps*, Leiden-Boston.

Hawkins G.S. & King D.A. (1982), “On the orientation of the Ka’ba”, In *Journal of the History of Astronomy*, 13, p. 102-109.

Jarray F. (2015), *Mesurer le temps en Tunisie à travers l’histoire*, Tunis : Publications de la Cité des Sciences.

Jarray F. & Mercier E. (2015), «Cadrans de la Grande Mosquée al-Zaytûna », *Cadran-info*, 31, p. 53-68.

Jarray F. & Mercier E. (2016), «Les cadrans signés Ahmed al-‘Umarî, Tunisie XVIIIe siècle », *Cadran-info*, 34, p. 69-89.

والحديث يعتمدون فارقا بين 32° و38° بالنسبة إلى مكة مثلا، وبذلك ظل من الصعب التوصل إلى عملية احتساب دقيقة طالما الإحداثيات المعتمدة في حد ذاتها غير دقيقة.

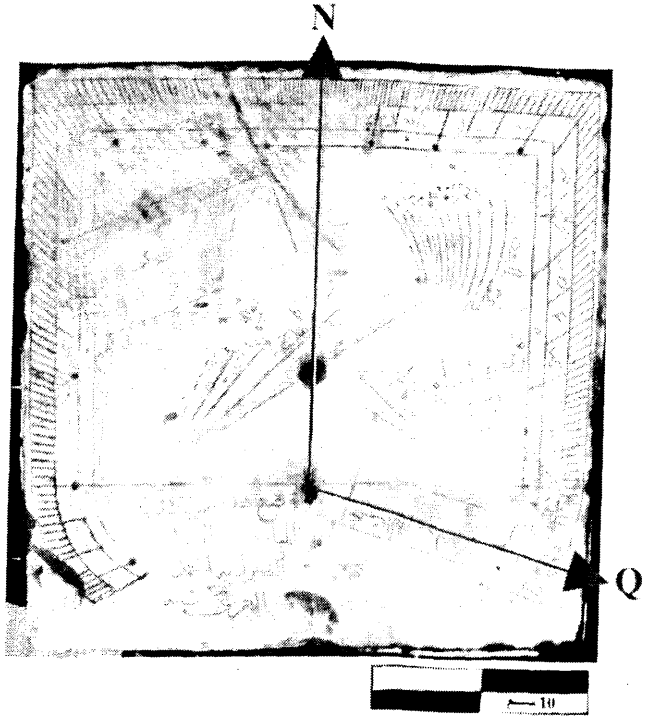
وفي هذا الإطار، تُسعفنا مدونة المزاول التونسية بمعطيات هامة من شأنها أن تساعدنا على تفسير طريقة احتساب القبلة خلال نهاية القرن الثامن عشر. يتعلق الأمر بمزولة الجامع الكبير ببنزرت[31] التي ما تزال مثبتة إلى اليوم على هيكل مشيّد فوق الرواق الشمالي لصحن الجامع وهي لوح من الرخام الأبيض يميل إلى اللون الأصفر ذو شكل مربّع، قياساته: 50 سم x 50 سم، ومؤرخة بسنة 1203هـ/88-1789م.

تتكون تشكيلة هذه المزولة من خط الزوال والإشارة إلى القبلة ومنحنى صلاة العصر وخطوط الساعات المنقضية منذ شروق الشمس والمتبقية لغروبها، وبها وحدات 60/20/4 دقيقة وهي تشتغل بواسطة قائم معدني لم يعد موجودًا وخيط عاكس للظل. تحتوي هذه المزولة مثالا لمزولة صغيرة متوجّهة إلى الشمال الغربي منفّذة في الجهة العلوية اليُسرى للحقل الكتابي بها نقيشة مختصرة نقرأ بها: **«وقت مكة»**. ويتكون هذا المثال من خط الزوال ومنحنى صلاة العصر وشريطين لوحدتي قياس الوقت 20 و60 دقيقة، وهي تشتغل بنفس الخيط العاكس للظل الذي تعتمده المزولة الكبرى، أي أنها تعطي الوقت في الآن نفسه لمدينتي بنزرت ومكة.

هذه الوظيفة الثنائية تُمكننا من تحديد الفارق في التوقيت بين المدينتين المذكورتين وبالتالي الفارق في خطوط الطول بينهما. يبلغُ الفارق في الوقت ساعتين و 42 دقيقة ، أما الفارق في الإحداثيات ، فهو 41 درجة و 5 دقائق ، مع العلم أن المزولة الكبرى تحتوي إشارة إلى القبلة تعادل 107°.

وباعتماد جملة هذه المعطيات يمكن حل المعادلتين 1 و 2 اللتين تعتمدان في احتساب القبلة : تعطي المعادلة الأولى 41 درجة و 5 دقائق ، وهي بعيدة نسبيا وتتطابق مع مدينة روما بينما تساوي نتيجة المعادلة الثانية 33° وهي تتطابق مع مدينة بنزرت، أي المكان الذي لأجله صنعت المزولة.

[31]. أنظر حول هذه المزولة: Jarray et Mercier (2016).



صـورة عدد 4 : المزولة الأفقية بالجامع الكبير ببنزرت (1203هـ/88-1789م) وتظهر عليها المزولة الصغرى المنفذة في الجهة العلوية اليُسرى (حول هذه المزولة، أنظر: Jarray & Mercier 2016)

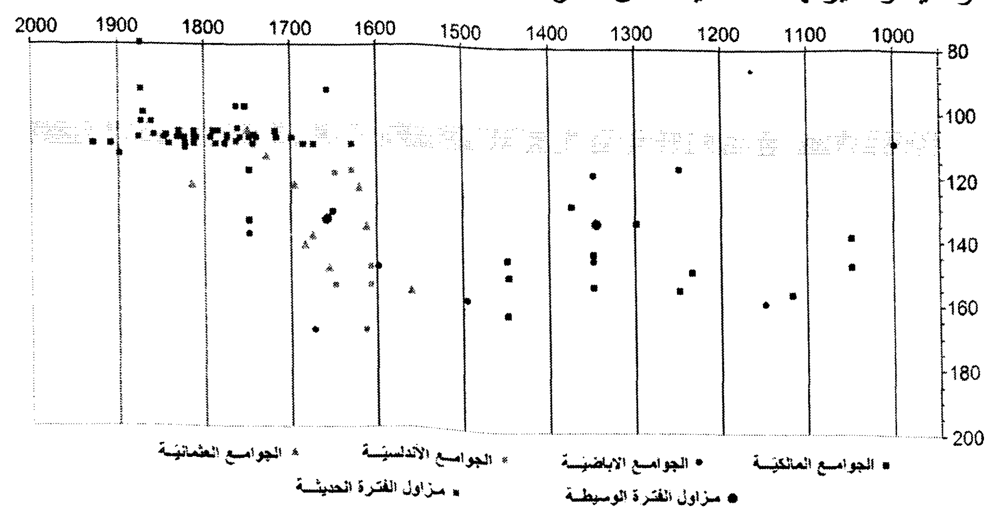
وبذلك يتضح أن أحمد العمري الذي ترك لنا ثلاث مزاول أخرى من نفس هذا الصنف غير أنها لا تحتوي مزولة مكة[32] قد اتبع طريقة البتّاني (المعادلة 2) في تحديد اتجاه القبلة بالاعتماد على المعطيات الجغرافية التالية:

$$\Phi = 33° \text{ et } \Delta L = 40{,}5°$$

[32]. وهي: مزولة الجامع الكبير بسوسة (1780/1195) ومزولة الجامع الكبير بطبربة (1785/1200) ومزولة الجامع الكبير بالحشان بجربة (1790/1205).

لا تهم الإشارة إلى اتجاه القبلة إلا الصنفين الأولين. وتبين اللوحة عدد 3 توزيعا واضحا للقبلة بين النماذج المختارة : من بين أربع مزاول تنتمي إلى الصنف الأول[26]، حافظت مزولتان على قبلتيهما وهي في حدود 135° بينما تتراوح قبلة مزاول العهد الحديث بين 107 و 116°.

توافق قبلة مزاول العصر الوسيط الجنوب الشرقي وهي تحاكي بشكل كبير المزاول الأندلسية بين القرنين العاشر والسادس عشر. وقد قام دافيد كينغ بدراسة مزولة متحف قرطاج التي تعود إلى القرن الرابع عشر (746هـ/1346م)[27]، وهو يعتقد أن قبلتها تمت حسب ما يسميه هو بعلم الفلك التقليدي وهي تمثل المعدل بين جميع الاتجاهات المتفق حولها من طرف الفقهاء المسلمين خلال تلك الفترة ولا يتعلق الأمر بخطأ في احتسابها. هذا الرأي يمكن القبول به خاصة أن هذا الاتجاه هو نفسه الاتجاه المثبت على المزاول التونسية ونظيرتها الأندلسية لنفس الفترة.



صـــورة عدد 5 : العلاقة بين اتجاه القبلة (المحور العمودي) وتاريخ بناء الجامع أو تاريخ إضافة المزولة (المحور الأفقي)

26. King (1977), Jarray (2015).
27. King (1977).

وانطلاقا من بداية القرن السابع عشر أصبحت مزاول العهد الحديث تحتوي اتجاهات قبلة متجانسة جدا تتراوح بين 107° و 116° وهي قريبة جدا من القبلة الصحيحة التي يتم احتسابها بالوسائل الحديثة وبالاعتماد على الإحداثيات الجغرافية المضبوطة.

لم يكن هذا التجانس في جزء كبير منه مقصودا وإنما ظل يتم بشكل اعتباطي نسبيا بالنظر إلى غياب أية طريقة علمية لضبط اتجاه القبلة على مزاول العهد الحديث وهي الإشكالية المركزية التي تُحاول هذه الورقة معالجتها.

من الناحية الرياضية الصرف تقتضي عملية احتساب القبلة من طرف الفلكيين حل المعادلتين الرياضيتين 1 و2 (أنظر أعلاه) واللتين تحتويان بعض العناصر الناقصة على غرار الإحداثيات الجغرافية ولاسيما المتعلقة بمكة خاصة وهي ضرورية لذلك وتستوجب معرفة قيمتها قبل الشروع في اعتماد المقاربتين المذكورتين.

لقد أحصى كيندي وكيندي[28] ما يقارب 62 إحداثية جغرافية خاصة بمكة المكرمة في مختلف المخطوطات ذات العلاقة، وتتراوح جميع هذه الإحداثيات بين 21° و22° وهي تتقارب كثيرا مع ما قدمه بطليموس 22° وخاصة مع الإحداثيات الحالية المحتسبة بدقة والتي تُعادل 22°26'. وعليه نرجح أنها القيمة التي اعتمدها الفلكيون التونسيون في ضبط القبلة على مزاولهم.

وبنفس الطريقة، قام كيندي وكيندي[29] بتجميع ثلاثين إحداثية جغرافية لمدينة القيروان وست وعشرين لمدينتي تونس-قرطاج، وقد تراوحت هذه الإحداثيات بين 30° و36° بالنسبة إلى الأولى وبين 32° و39° بالنسبة إلى الثانية. هذه الاختلافات تبدو للوهلة الأولى مفاجئة إذا ما أخذنا في الاعتبار يُسر احتساب الإحداثيات. في الواقع يرقى ذلك إلى خطأ لدى بطليموس نفسه الذي قام بتحديد إحداثيات قرطاج بـ 32،4° (عوض 36،5°) وعليه فإن ما بُني على خطأ فهو خاطئ ويُصبح من المستحيل أن يكون حساب الفلكيين التونسيين صحيحا طالما الإحداثيات المعتمدة غير صحيحة.

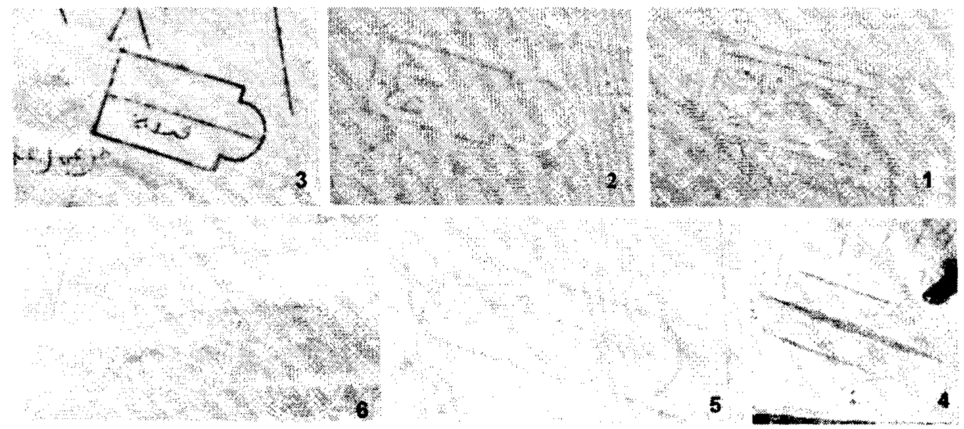
لقد مثل الفارق في خطوط الطول بين نقطتين جغرافيتين على سطح الأرض تحدّيًا علميا كبيرا للعلماء ولم يتم التوصل إلى حل مقبول لذلك إلا مع نهاية القرن الثامن عشر بأنقلترا. وحسب كينيدي وكيندي[30]، ظل الجغرافيون المسلمون طيلة العهدين الوسيط

28. Kennedy & Kennedy (1987).
29. Kennedy & Kennedy (1987).
30. Opcit.

2.2 مدونة المزاول التونسية وأهميتها في دراسة موضوع القبلة:

تُعتبر مدونة المزاول التونسية من أكثر مدونات العالم الإسلامي تنوعا وثراءً بالمعطيات والإشارات التي يمكن أن تساعدنا في معالجة عديد القضايا المتعلقة بالظواهر الفلكية وبتطوّر قياس الوقت ووحداته وبالمواعيد الدينية ولكن بصفة خاصة باتجاه القبلة.[22]

وردت الإشارة إلى القبلة في حوالي ثلثي مدونتنا التي ناهزت إلى حد هذه المرحلة من البحث قرابة الـ 100 مزولة عبر مختلف الفترات التاريخية ومن مختلف جهات البلاد التونسية. تردُ إشارة القبلة ضمن إطار يأخذ شكل المحراب يتضمن نقيشة مختصرة بكلمة أو كلمتين مثل "القبلـة" و"سمت القبلـة" و"قبلـة المُصلّي" "ومحـراب القبلـة" وغيرها (صورة عدد 2)، وهي لا تهم إلا المزاول ذات الشكل الأفقي أو البسيطة وهو أكثر الأصناف هيمنة على المزاول التونسية.



صـورة عدد 2: أمثلة من الإشارات لاتجاهات القبلة الواردة على المزاول الأفقية/البسيطة: (**1** : جامع-زاوية سيدي موسى الجمني بمطماطة؛ **2** : الجامع الكبير بجمنة؛ **3** : الجامع الكبير بباجة؛ **4** : الجامع الكبير الزيتونة بتونس ؛ **5** : الجامع الكبير بالكاف ؛ **6** : الجامع الحنفي بالمنستير).

[22]. Jarray (2015).

وبالمقارنة بين تاريخ وضع المزاول وتاريخ بناء الجوامع يتضح أن أغلب المزاول كانت تُضاف لاحقا وفي أحسن الحالات بعد نهاية الأشغال أي بعد بناء بيت الصلاة وضبط اتجاه قبلتها على غرار ما وقع بالنسبة إلى جامع يوسف داي بمدينة تونس حسب ما ورد في النقيشة المؤرخة لمزولته.[23] كما يمكن أن يكون ذلك بعد بضع سنوات أو أن تُعوّضَ المزولة الأصلية بأخرى تحمل تاريخا يبتعد نسبيا عن فترة بناء الجامع.

ويمكن اختبار صحة القبلة الماثلة على هذه الأدوات الفلكية سواء باعتماد الاتجاهات الأربع التي تنتظم حولها تشكيلة المزولة أو من خلال بعض ما ورد من إشارات في النقائش التخليدية تُحيلُ على الإحداثيات الجغرافية التي صُنعت لأجلها الأداة سواء بشكل ضمني من خلال اعتماد مصطلح **"العـرض"** مكان محدد أو من خلال تقديم الإحداثيات نفسها بواسطة الأعداد أو بواسطة حساب الجُمّل.[24]

وقد أثبتت هذه الاختبارات أن اتجاهات القبلة على المزاول في اغلبها صحيحة ولا تحتوي فوارق تُذكر مما يدل على حرفية الفلكيين الذين قاموا بتصميم تلك الأدوات ودقتها ودرجة التطوّر التي وصلها علم الميقات بالبلاد التونسية خلال العهد الحديث بصفة خاصة.

يعتمد التصنيف المورفولوجي للمزاول على شكل المحمل وطريقة ومكان تثبيته في المعلم وهو يقسم هذه الأدوات إلى صنفين كبيرين؛ مزاول عمودية أو قائمة ومزاول أفقية أو بسيطة. أما الدراسات الحديثة التي أنجزت حول مزاول البلاد التونسية فهي تأخذ في الاعتبار تطور عدة خصائص مثل طريقة الاشتغال ونظام قياس الوقت وتشكيلة مختلف الخطوط والرموز وغيرها وتقترحُ تصنيفا كرونولوجيا يضمُّ ثلاثة أصناف[25] :

مزاول العصر الوسيط (القرن 11 - القرن 17 م)، ومزاول العهد الحديث (القرن 17- منتصف القرن 19) ومزاول الفترة المعاصرة (منتصف القرن 19- منتصف القرن 20).

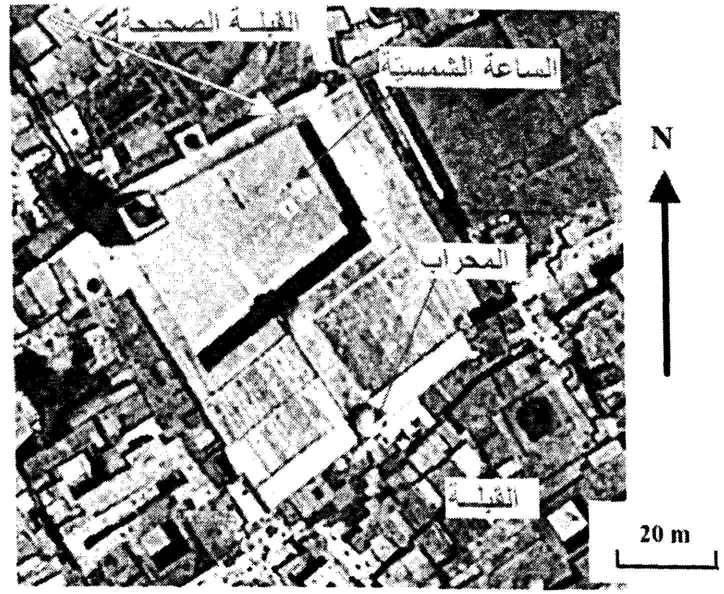
[23]. يقول نص نقيشة هذه المزولة: أمر بوضع هذه البسيطة / عقب بنيان هذا المسجد فخر / الأمرا (كذا) ومالك زمام القضاء / و... أبو المحاسن يوسف / داي دام عزه وكان الواضع لها / الفقير بركات ابن (كذا) محمد الظريف / الحسيني شهر النجار سنة شكه (بحساب الجمّل) ش = 1000 ، كـ = 20 ، هـ = 5 ، وهي سنة 1025 المقابل لسنة 1616.

[24]. أنظر مثلا مزولة جمنة 1763/1176 ومزولة الجامع الكبير بسوسة 1780/1195 أو مزولة جامع سيدي بن عيسى بميدون-جربة المؤرخة بسنة 1798/1213 والتي تعطي الإحداثيات بالأرقام.

[25]. Jarray (2015).

في مرحلة موالية قمنا بموقعة أغلب هذه المعالم على صور الأقمار الصناعية التي تم استخراجها بفضل خرائط تطبيقيّة قوقل Google وذلك لقياس اتجاه القبلة التي تبدو واضحة جدا على هذه الصور (صورة عدد 1) وبالتالي عملية التثبت من صحتها بشكل شبه دقيق.

وبما أن تونس قد عرفت العديد من المذاهب الدينية منذ الفتوحات الإسلامية وإلى العهد الحديث فإنه من المنهجي ضرورة التمييز بين:



صـورة عدد 1 : مثال حول كيفية اعتماد صورة من خريطة قوقل Google-Map في تحديد اتجاه القبلة للجامع الكبير الزيتونة بتونس والذي تُعادل قبلته حسب الصورة 147° بينما القبلة الصحيحة لمدينة تونس هي في حدود 113°

1- الجوامع المالكية التي تعود إلى العهد الوسيط أو التي شُيّدت في المناطق التي ظلت في منأى عن التأثيرات الدينية والثقافية للفترات اللاحقة.

2- الجوامع الاباضية وهي الجوامع التي تُميز أساسا جزيرة جربة حيث ينتشر هذا المذهب بكثافة.

3- الجوامع الحنفية وهي الجوامع التي بدأ تشييدها انطلاقا من القرن السابع عشر من طرف العثمانيين وخاصة بعاصمة إيالة تونس وببعض المدن

الكبرى التي استقبلت الجاليات التركية مثل باجة وتستور وتبرسق وجربة والكاف والقيروان وسوسة وقفصة وقابس وصفاقس وغيرها...

4- الجوامع الأندلسية والمتأثرة كثيرا بالفن والعمارة الأندلسيين والتي شيدت في المناطق التي استقر بها المُهجّرون الأندلسيون إبان طردهم من إسبانيا في سنة 1609 وأساسا بحوض مجردة وساحل بنزرت والوطن القبلي وأحواز تونس العاصمة.

ما نلاحظه في هذا الإطار انه لا توجد أية علاقة بين صنف الجامع والفترة التاريخية من ناحية ودرجة اتجاه القبلة من ناحية ثانية حيث انه بالإمكان أن نجد عدة وضعيات داخل الصنف الواحد من الجوامع أو خلال نفس الفترة التاريخية.

بداية من القرن العاشر تعددت اتجاهات القبلة وكانت تغطي جزءا كبيرا من الجنوب الشرقي وتتراوح أساسا بين 110° و 116°. هذه الوضعية تواصلت إلى نهاية القرن التاسع عشر ذلك أن آخر أكبر الجوامع الذي تأسس قبل الاحتلال الفرنسي وهو جامع يوسف صاحب الطابع بربض الحلفاوين بمدينة تونس اعتمد قبلةً تعادل 124° بينما القبلة الصحيحة بمدينة تونس هي في حدود 113°.

ودون دراسة مُعمقة لمختلف المصادر المتعلقة بالموضوع فإنه يبقى من الصعب التعرف على الطرق التي كانت معتمدة في تحديد اتجاه القبلة بهذه الجوامع. غير أننا نرجح أن بعض الجوامع قد تم توجيهها حسب نظيراتها التاريخية القريبة منها والسابقة لها[21]، بينما يبقى البحث جاريا بخصوص المقاييس التي اعتمدت في بعض الجوامع الأخرى مما يقتضي إفرادها ببحوث ميدانية ومصدرية أشمل وأعمق.

[21] من ذلك مثلا جامع القصبة بمدينة تونس (1235/633) وهو لا يبعد عن جامع الزيتونة إلا بحوالي 300 متر وله نفس اتجاه قبلته تقريبا.

لقد اعتمد الجغرافيون المسلمون بشكل شبه كلي على أعمال بطليموس التي تعود إلى العهد القديم والتي كانت في الجملة قابلة للضبط والتدقيق رغم ما عرفته المسافات الطولية من مبالغة كبيرة في تقديرها. وتمثل البلاد التونسية والمناطق المحيطة بها استثناءً كبيرًا حيث كانت إحداثياتها الجغرافية غير مضبوطة بشكل واضح في مؤلف بطليموس.

وظل الجغرافيون المسلمون منذ القرن التاسع وأساسا مع الخوارزمي في عمله كتاب صورة الأرض وخلال كامل الفترتين الوسيطة والحديثة يحاولون إثراء وضبط هذه القياسات دون التوصل إلى النسب الحالية[11]. فقد ضبط بطليموس، على سبيل المثال الفارق في الطول بين قرطاج - تونس ومكة بـ 39،5° في حين أن الجغرافيين المسلمين[12] قدموا تقديرا يتراوح بين 32° و 38° بينما تعادل القيمة الحالية 30°.

ويمكن أن نستنتج انه مهما كانت الطريقة الرياضية المعتمدة فإن احتساب اتجاه القبلة لمدينة معينة يقتضي توفّر الإحداثيات الجغرافية لهذه المدينة ولمدينة مكّة، غير أن جميع الإحداثيات الجغرافية طيلة العهدين الوسيط والحديث كانت في الآن نفسه غير دقيقة وغير قارة .

بداية من القرن العاشر للميلاد، أصبح العالم الإسلامي يتوفر على الإحداثيات الجغرافية وعلى الطريقة العلمية لاحتساب اتجاه القبلة بشكل يعتبر نسبيا مضبوطا. وفي المقابل، ظلت اتجاهات الجوامع تتم بشكل تقديري وأساسا بالاعتماد على ما يسميه دافيد كينڤ بـ "علـم الفلـك التقليـدي" .

وتعتمد الطريقة العلمية المذكورة في ضبط القبلة إما على الاتجاهات الأربع وشروق الشمس وغروبها وإما على حركة بعض النجوم بعينها وإما أيضا على اتجاهات الرياح الموسمية السائدة.

وقد أشار دافيد كينڤ[13] إلى حوالي ثلاثين مؤلفا وصلنا حول هذه المسألة وأحصى بها حوالي عشرين طريقة مختلفة كانت معتمدة في الغرض وانتهى إلى نتيجة مفادها تعدد واختلاف اتجاهات القبلة ضمن المنطقة الجغرافية الواحدة.

[11]. لقد ظلت عملية احتساب خطوط الطول قائمة ولم يتم حلها إلا خلال القرن الثامن عشر مع جون هاريزون John Harrison في أنقلترا مع اكتشاف مقياس الوقت البحري «chronomètre de marine» وهي ساعة ميكانيكية التي يمكن اعتمادها لعدة أسابيع.

[12]. Kennedy & Kennedy (1987).

[13]. King, (1995).

وتواصلت هذه الاستعمالات إلى القرنين السادس عشر والسابع عشر بالشرق عندما أصبح اتجاه القبلة أدق[14] خاصة بفضل التأثير العثماني[15] في منطقة آسيا الصغرى[16]، بينما سيأخذ الأمر وقتا أكثر بالنسبة إلى البلاد التونسية كما سيأتي لاحقا.

في تونس واعتمادا على الإحداثيات الجغرافية الحديثة يُمكّنُ حساب المثلثات الكروية من احتساب سمت القبلة (أي الزاوية الفاصلة بين اتجاه الشمال واتجاه القبلة) وهو يساوي 113° بالنسبة إلى مدينة تونس و111° بالنسبة إلى مدينة القيروان و108° بالنسبة إلى مدينة قابس[17].

غير أن هذا التقدم العلمي الملحوظ لم يتم أخذه بعين الاعتبار عند بناء عديد الجوامع وضبط اتجاه قبلتها، فقد بيّن العديد من الباحثين[18] أن أغلب الجوامع، حتى بعد اكتشاف حساب المثلثات الكروية، ظلت تشيَّدُ باتجاهات لا تتطابق البتة مع نتائج طرق الاحتساب العلمية[19].

2. القبلـة بين الجوامـع والمـزاول

1.2 قبلـة الجوامـع

لقد قمنا من خلال أهم الدراسات التأليفية التي أجريت حول العمارة الإسلامية بالبلاد التونسية وأساسا الجوامع[20] بوضع لائحة لـ 58 جامعا من مختلف الفترات التاريخية تغطي تقريبا كامل مجال البلاد على أن تاريخ بناء هذه المعالم لم يكن دائما مُتاحا إذ تم الاقتصار في بعض الأحيان على ذكر القرن دون مزيد من التفاصيل.

[14]. ويعني ذلك نتيجة العملية الحسابية العلمية حسب التسمية الكلاسيكية، أنظر: Bobine (2008) ; King (2014). ويمكن للقبلة الصحية أن يتم احتسابها بالطرق المضبوطة أو بالطرق التقريبية وباعتماد إحداثيات طولية نسبيا صحيحة وذلك حسب التطور في الجغرافيا والمقاربة العلمية المختارة.

[15]. أنظر مثلا: Yilmas (2012) ; Georgeon et Hitzel, (Sous la direction de), 2012.

[16]. بالنسبة إلى اليونان، انظر: Pantazis et Lambrou (2009).

[17]. لقد اخترنا أن نقتصر في هذا المقال في أغلب الحالات على النسب دون فواصل وذلك سعيا إلى أكثر دقة في احتساب القبلة سواء بالنسبة إلى الجوامع أو على المزاول.

[18]. King (1985), (1995) et (2014a) ; Rius (2000) ; el-Khammar et Mercier (2005) ; Yilmas (2012), etc.

[19]. حول هذه المسألة، انظر الجدول التأليفي لدى كينق: King (2014a), p. 47-127

[20]. Saadadoui (1997), (2001), (2009); Mahfoudh (2003) ; المرابط (2002); Prevost (2009) et (2018).

بعض الأساليب للتعرف على الاتجاه الصحيح لقبلةِ مكانٍ معيّنٍ وخاصة بالاعتماد على علمي الفلك والميقات وبعض الظواهر الفلكية والسماوية phénomènes célestes[6]. كما قدمت بعض المخطوطات رسوما وخرائط لموقع مكة المكرمة وهي مُحاطة بأسماء أهم مدن العالم الإسلامي في محاولة لضبط اتجاه القبلة على غرار اللوحة التي وردت في أطلس أحمد الشرفي الصفاقسي وتعود إلى القرن السادس عشر وقد ظلت تتكرر في أغلب الرسائل الفلكية اللاحقة بأشكال مختلفة مع المحافظة على نفس المبدأ تقريبا[7].

من جهة أخرى، انفردت بعض البلدان الإسلامية بابتكار بعض الوثائق التي توفر رسوما ومعطيات حسابية حول الطرق التي كانت معتمدة في احتساب القبلة على غرار اللوحة الرخامية التي تتضمن تصميما دالا على قبلتي مدينتي فاس ومكناس[8].

وخلال العشرية الأخيرة، شهدت الدراسات المتعلقة بعلم الميقات ومختلف الأدوات الفلكية من إسطرلابات ومزاول وغيرها تطورا كبيرا بداية من الجرد والتجميع والتوثيق وصولا إلى معالجة عديد القضايا التي يطرحها هذا التراث مثل قياس الوقت ومختلف المواعيد الدينية وخاصة قضية القبلة على اعتبار احتواء أغلب المزاول على إشارة لاتجاهها.

لقد وفّر هذا المصدر مُعطيات جديدة من شأنها أن تُساهم في حل بعض القضايا المتعلقة بمسألة القبلة وفي تفسير الإشكاليات التي تطرحها على غرار الطرق التي كانت معتمدة في احتساب اتجاهها سواء على هذه الأدوات الفلكية نفسها أو بالنسبة إلى مختلف المعالم التاريخية من مساجد جامعة ومساجد أحياء ومساجد رباطات ومساجد مدارس وأبراج عسكرية وغيرها، وكذا مدى التواصل بين الفلكيين والمعماريين واستفادة مختلف المشارب العلمية من بعضها البعض.

1.2 "حساب المثلثات الكروية" ودوره في احتساب القبلة

يقوم تعريف اتجاه القبلة من الناحية العلمية على تصوّر مرور السّمت المحلي للدائرة الكبرى من الكعبة ومن نقطة ما من الأرض. وتمثل هذه الدائرة الكبرى التي تتخذ كنقطة

6. أنظر أساسا: عبد الجواد (مهدي) والهادفي (حميدة)، 2018.
7. حول هذا الأطلس انظر : Chapoutot-Remadi, (1995) و الشرفي الصفاقسي (علي بن احمد بن محمد)، تقديم وتحقيق محمد الطاهر المنصوري، تونس 2017.
8. ElKhammar et Mercier 2015, (pp. 67-92).

ارتكاز لها مركز الكرة الأرضية، تمثل المسلك الأقصر على سطح الأرض الرابط بين النقطة التي تم اختيارها والكعبة.

لقد تمكّن الرياضيون منذ القرنين التاسع والعاشر للميلاد من حل الإشكاليات المتعلقة بحساب المثلثات الكروية وبذلك من احتساب دقيق لاتجاه الكعبة من كل مكان من الكرة الأرضية. ويساعدُ هذا الحساب في حل هذا الإشكال في صورة توفر الإحداثيات الجغرافية للموضعين أي للكعبة وللمكان الذي نرغبُ في احتساب اتجاه قبلته. وتعود الاكتشافات العلمية الأولى التي مَكنت من إجراء هذه العمليات الحسابية إلى القرن التاسع للميلاد وقد تمت من قبل علماء المشرق على غرار الخوارزمي (تـ. 850/235) والمروزي (تـ. 874/260) والبيروني (تـ. 1048/440) وغيرهم[9].

وتتمثل الترجمة الرياضية لهذا الحل الذي يعتمدُ على حساب المثلثات الكروية في المعادلة الرياضية التالية:

$$\text{(éq. 1)} \quad Q = \mathrm{cotg}\left((\cos \Delta L \sin \Phi - \cos \Phi \tan \Phi M) / \sin \Delta L\right)$$

avec ΔL = différence de longitude; Φ = latitude du lieu ;

ΦM = latitude de La Mecque

وبالنظر إلى التعقيد الفعلي لهذه الطريقة وللطرق المماثلة التي تحبذ حساب المثلثات المسطحة، فقد تم ابتكار طرق أخرى أقل تعقيدا لعل أكثرها انتشارا الطريقة المقدمة من قبل البتاني[10] (تـ. 929/317) ، وهي طريقة تزداد دقتها كلما اقتربنا أكثر من مكة المكرمة، وتتمثل في المعادلة التالية :

$$\text{(éq 2)} \quad Q = \mathrm{arctg}\,(\sin \Delta L / \sin \Delta \Phi)$$

avec $\Delta\Phi$ = différence de latitude

9 Schwartz (2010) ; King (1985) et (2014).
10. وهي الطريقة التقديرية القارة «*standard approximate method*» حسب دايفيد كينغ، أنظر: King (2014).

scientifiques étaient préférées, même au temps des Ottomans pourtant réputés attachés à l'utilisation de la ccience dans le domaine religieux.

Dans cet article, nous étudions le sujet de la qibla et à le contrôler dans certaines mosquées tunisiennes, en particulier après la découverte de la trigonométrie sphérique, basée sur une source nouvelle du Code des praticiens, en particulier les plus simples incluant la direction de la qibla.

Mots clés : qibla, cadran solaire, mosquée, gnomonique, astronomie.

المقدمـــة

ما يزال موضوع اتجاه القبلة يطرحُ عديد الإشكاليات ومازالت الاكتشافات الحديثة في مجالات العمارة وعلم الميقات والخرائطيّة توفر معطيات جديدة متصلة بهذا الموضوع وخاصة الطرق التي كانت معتمدة في احتسابها ومحاولة تفسير أسباب الاختلافات المُسجلة في اتجاهها عبر التاريخ وبين مختلف المناطق.

وتطمحُ الورقة الحالية إلى دراسة موضوع القبلة وطريقة ضبطها ببعض الجوامع التونسية خاصة بعد اكتشاف حساب المثلثات الكروية وذلك بالاعتماد على مصدر جديد يتمثل في مدونة المزاول ولا سيما منها البسيطة التي تتضمن اتجاه القبلة.

وبالإضافة إلى مساهمتها في معالجة هذه القضية فإن مقاربة هذا المصدر الجديد مع بقية المصادر الكلاسيكية يمكن أن يؤشّر على العلاقة والتواصل بين علمي الفلك والميقات من جهة وبقية المجالات من عمارة دينية وجغرافيا وعلوم دينية وغيرها من جهة ثانية...

فما هي وضعية الدراسات المتعلقة بهذا الموضوع، وما هي نتائجها والإشكاليات المطروحة بشأنها، وفيمَ يتمثل هذا المصدر الجديد وما هي المعطيات التي يمكنُ أن يوفرها في معالجة هذه القضية؟

1. البحث في موضوع القبلة والطرق العلميّة لاحتسابها

1.1 تاريخ البحث في موضوع القبلـــة ومصادره

مثّلت القبلة والفوارق المُسجلة في اتجاهها في بعض الجوامع مقارنة بالقبلة الصحيحة وطُرق احتسابها ومختلف الإشكاليات التي تطرحها موضوعا لعديد الدراسات والمُقاربات سواء بتونس أو ببقية البلدان الإسلامية منذ منتصف القرن الماضي وإلى اليوم[4].

تنوّعت البحوث المُنجزة بين الوصف والتشخيص البسيط مرورا بإجراء المقارنات بين بعض مناطق العالم الإسلامي وصولا إلى بعض المُقاربات التي تُحاول تقديم بعض التفسيرات مقابل المواقف المتجاهلة لذلك أو التي تنحو منحى تبسيطيا مُستندة سواء إلى بعض الفتاوى المفسرة لهذه الانحرافات[5] أو إلى ما يوفره النص القرآني ذاتهُ من سلاسة في التوجه إلى القبلة بالاعتماد على بعض الآيات القرآنية أهمها على الإطلاق الآية 115 من سورة البقرة عدد 02: "وَلِلَّهِ الْمَشْرِقُ وَالْمَغْرِبُ فَأَيْنَمَا تُوَلُّوا فَثَمَّ وَجْهُ اللَّهِ إِنَّ اللَّهَ وَاسِعٌ عَلِيمٌ".

ظلت مختلف الدراسات المنجزة وإلى وقت قريب تنطلق من نفس المُسلّمات وتعتمد على نفس المصادر مع بعض الاختلاف في تناول المعطيات التي توفرها وطرق معالجة هذه المسألة وبالتالي في النتائج التي توصلت إليها.

يتمثل الصنف الأول من المصادر المعتمدة في دراسة موضوع القبلة في مختلف المعالم التاريخية وأساسا الجوامع التي حافظت على خصائصها المعمارية والتخطيطية وحافظت بذلك على مواقع محاريبها واتجاه قبلتها وهي المعالم التي تم الاهتمام بها في إطار الدراسات المعمارية ومن ثمّ التعرف على اتجاه القبلة ومقارنتها بالقبلة الصحيحة أي تلك التي يتم احتسابها بالوسائل الحديثة اليوم.

أما الصنف الثاني من المصادر فيتمثل في رصيد المخطوطات المتوفر حول هذا الموضوع وأساسا مختلف الرسائل الفلكية التي عادة ما تطرحُ، بالإضافة إلى مسألة مواقيت الصلوات، الجدل الدائر حول اتجاه القبلة منذ العصور الأولى للإسلام واقتراح

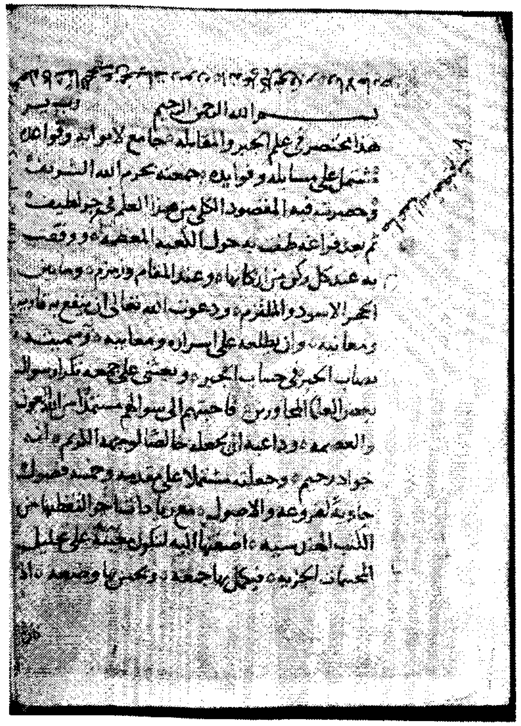
---

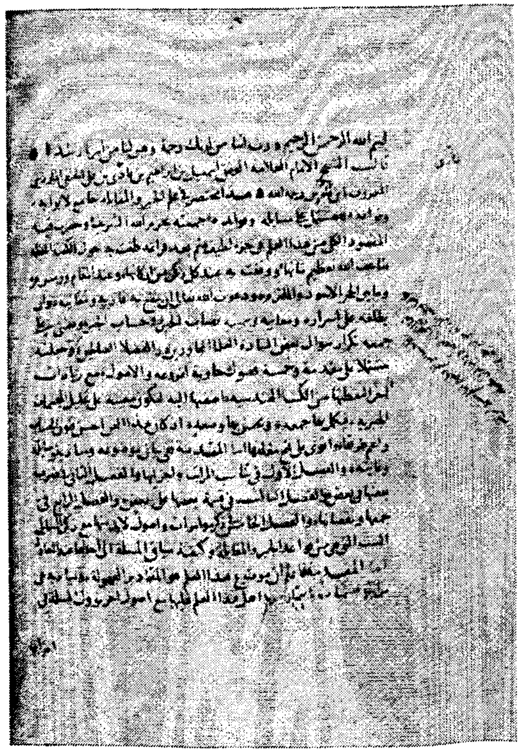
[4] King (1977), (1985), (1997); Hawkins & King (1982); Bobine (2008); Rius (2000); Schwartz R.K (2010); Yilmas (2012); Mercier (2014b); ElKhammar et Mercier (2015).

[5]. أنظر بالنسبة إلى تونس مثلا: البرزلي، **جامع المسائل والأحكام**، مخطوط بالمكتبة الوطنية بتونس، رقم 4851.

صورة عدد 6 : الصفحة الأولى من مخطوط " نصاب الحبر في حساب الجبر والمقابلة " – مكتبة فيض الله أفندي – تركيا

صورة عدد 7 : الصفحة الأولى من مخطوط **نصاب الحبر في حساب الجبر والمقابلة** – مكتبة برلين الوطنية – (ص. 2ظ)





احتساب القبلة في تونس من القرن 11 إلى القرن 19 من خلال الجوامع ومدوّنة المزاول (الساعات الشمسيّة)[1]

فتحي الجـرّاي[2] و إيريـك مارسيـي[3]

الملخّص : لقد تم تحديد الأساليب العلمية لاحتساب اتجاه القبلة في المشرق منذ ما قبل السنة 1000 وذلك بالنسبة إلى كافة أنحاء العالم، وهي طُرق تعتمد على حساب المُثلثات الكروية الذي تم ابتكاره ضمنيا من خلال نظام الإحداثيات الجغرافية الذي يعود إلى بطليموس. وعلى الرغم من أن هذه الطريقة العلمية قد وصلت مُبكرا إلى الغرب الإسلامي عموما وفي بداية القرن 13 بالنسبة إلى تونس، فان اعتماد المعماريين لها في تحديد القبلة لم يكن قبل القرن العشرين إذ ظلت الطرق غير العلمية هي السائدة في بناء المساجد بما في ذلك المساجد المنسوبة إلى العثمانيين رغم ما عُرف عنهم من اعتماد كبير للعلوم الصحيحة في المجالات الدينية.

نطمح في هذه الورقة ٕلى دراسة موضوع القبلة وطريقة ضبطها ببعض الجوامع التونسية خاصة بعد اكتشاف حساب المثلثات الكروية وذلك بالاعتماد على مصدر جديد يتمثل في مدونة المزاول ولاسيما منها البسيطة التي تتضمن اتجاه القبلة.

الكلمات المرجعية : قبلة، مزولة، جامع، ميقات، فلك

Résumé : La méthode scientifique pour calculer la Qibla en tout point du monde a été mise au point au Moyen-Orient avant l'an 1000. Elle repose sur la trigonométrie sphérique, inventée explicitement dans ce but, et sur un système de coordonnées géographiques issu de Ptolémée. Cette méthode scientifique est arrivée assez vite dans l'Occident musulman (au plus tard au début du XIIIe en Tunisie), pourtant ce n'est pas avant le XXe que les architectes religieux ont pris en compte cette méthode de calcul pour orienter les moquées. Des méthodes non-

[1]. نتوجه بجزيل الشكر إلى الأستاذ زهير بن يوسف من كلية العلوم الإنسانية والاجتماعية بتونس على تفضّله بالمراجعة اللغوية لنص هذه الدراسة.

[2]. جامعـــة تونـــس، مخبـــر الآثـــار والعمـــارة المغاربيّـــة LR13ES10.

[3] Eric Mercier, Université de Nantes, UMR-6112 du CNRS - Planétologie et Géodynamique.

إقتصر المؤلف في مختصره على سرد التعريفات والقضايا في الجبر وامتنع من تقديم الأمثلة العددية إلا في آخر الكتاب ، حيث قدم مسألتين الأولى منقولة من **كتاب البديع** للكرجي والتانية من كتاب لأبي كامل.

قد يكون ابن فلّوس عالماً من الدرجة الثانية ولم يبدعله مدرسة خاصة به ، غير أن ملخصاته حملت بين طياتها وفرة من المعلومات والبيانات التي يبنى عليها بحيث تصبح هي ومثيلاتها من الكتب خارطة طريقة تنقل لنا الأدوات والتقنيات والمعجم اللغوي لعلماء الرياضيات .

المراجع

ابن العديم (1986). **بغية الطلب في تاريخ حلب**. تحقيق سهيل زكّار، دار حسّان للطباعة والنشر - دمشق، الطبعة الأولى 1983.

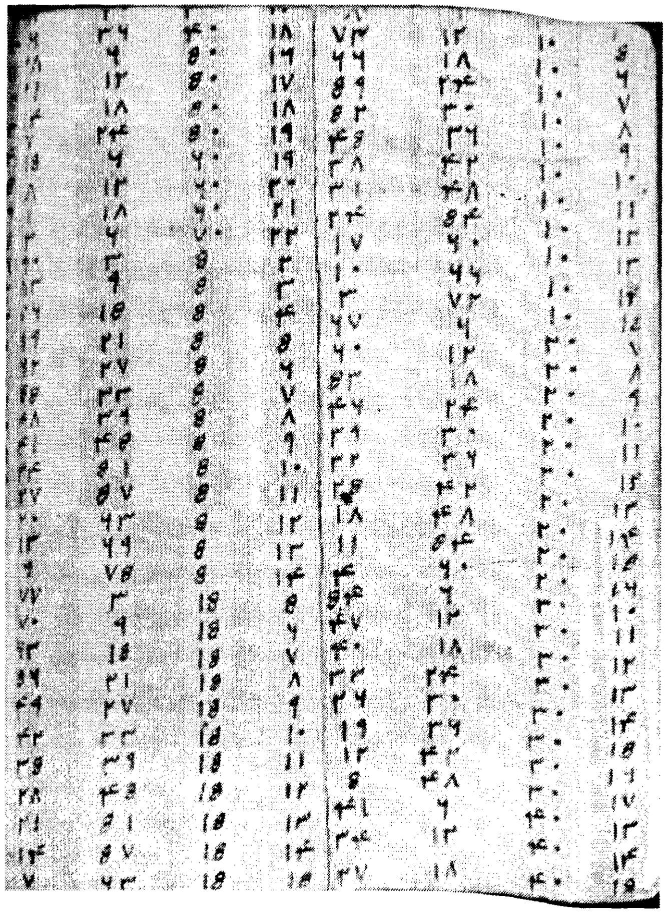
رشدي راشد (1998). **الجبر والهندسة في القرن الثاني عشر. مؤلفات شرف الدين الطوسي** ، ترجمة نقولا فارس، مركز دراسات الوحدة العربية.

عبد الفتاح الحلو (1992). **الجواهر المضيّة في طبقات الحنفيّة** - محمد بن محمد القرشي الحنفي ، تحقيق د. عبد الفتاح الحلو، دار هجر- القاهرة، الطبعة الثانية، 1413هـ، ج 1، ص 390.

عبد القادر النعيمي (1990). **الدارس في تاريخ المدارس**. تحقيق إبراهيم شمس الدين دار الكتب العلمية، بيروت، لبنان.

Brentjes Sonja. (1990). Sur quelques travaux mathématiques d'Ibn Fallus. *Archives internationales d'histoire des sciences*. Vol. 40 (1990) p. 239-257

صورة عدد 5 : الصفحة (37و) من مخطوط نصاب الحبر في حساب الجبر والمقابلة – مكتبة برلين الوطنية – ألمانيا



6	$ax^3 = d$	$cx = x^3$	$x^3 = d$		
7	$bx^2 + cx = d$	$x^2 + cx = d$	$x^2 + cx = d$	المركبة = المقترنة Quadratiques Composées	الثلاثيات Equations à 3 termes
8	$bx^2 + d = cx$	$x^2 + d = cx$	$cx + d = x^2$		
9	$bx^2 = cx + d$	$cx + d = x^2$	$x^2 + d = cx$		
10	$ax^3 + cx = d$	$x^3 + bx^2 = cx$	$x^3 + bx^2 = cx$	Cubiques Composées	
11	$ax^3 + d = cx$	$x^3 + cx = bx^2$	$bx^2 + cx = x^3$		
12	$ax^3 = cx + d$	$x^3 = bx^2 + cx$	$x^3 + cx = bx^2$		
13	$ax^3 + bx^2 = d$	$x^3 + cx = d$	$x^3 + cx = d$		
14	$ax^3 + d = bx^2$	$x^3 + d = cx$	$x^3 + d = cx$		
15	$ax^3 = bx^2 + d$	$x^3 = cx + d$	$cx + d = x^3$		
16	$ax^3 + bx^2 = cx$	$x^3 + bx^2 = d$	$x^3 + bx^2 = d$		
17	$ax^3 + cx = bx^2$	$x^3 + d = bx^2$	$x^3 + d = bx^2$		
18	$ax^3 = bx^2 + cx$	$x^3 = bx^2 + d$	$bx^2 + d = x^3$		
19	$ax^3 = bx^2 + cx + d$	$x^3 + bx^2 + cx = d$	$x^3 + bx^2 + cx = d$		الرباعيات Equations à 4 termes
20	$bx^2 = ax^3 + cx + d$	$x^3 + bx^2 + d = cx$	$bx^2 + cx + d = x^3$		

21	$cx = ax^3 + bx^2 + d$	$x^3 + cx + d = bx^2$	$x^3 + cx + d = bx^2$		
22	$d = ax^3 + bx^2 + cx$	$x^3 = bx^2 + cx + d$	$x^3 + bx^2 + d = cx$		
23	$ax^3 + bx^2 = cx + d$	$x^3 + bx^2 = cx + d$	$d + x^3 = bx^2 + cx$		
24	$ax^3 + cx = bx^2 + d$	$x^3 + cx = bx^2 + d$	$x^3 + bx^2 = cx + d$		
25	$ax^3 + d = bx^2 + cx$	$x^3 + d = bx^2 + cx$	$x^3 + cx = bx^2 + d$		

13- الخاتمة

هذا النص هو من نوع المختصرات ، التي كثر تصنيفها في القرنين الثالث عشر والرابع عشرالميلادي وربما تكون الغاية منها جعلها بمتناول طلاب العلم لأنها سهلة الحفظ ،ونذكر على سبيل المثال لا الحصر مختصرات : **أرجوزة ابن الياسمين** (قبل 1204) و**تلخيص ابن البنا** (قبل 1321) بالغرب الأسلامي و**نصاب الحبر** لإابن فلوس بالشرق العربي.

وتفيد المقارنة بين هذه المختصرات معرفة عملية إنتقال العلوم من الشرق إلى الغرب ومن الغرب إلى الشرق. رغم أن بعض العلماء مثل ابن خلدون لم تعجبه كثرة التلاخيص المقترنة مع تقلص المعرفة الحقيقية للمتوسطات والدراسة المعمقة لها وللأمهات والمؤلفات المختصة.

يشير ابن فلوس إلى بعض العلماء كالخوارزمي وعمر الخيام والكرجي وشرف الدين الطوسي ، وهذه المعلومات التاريخية الهامة إذ تدلّ على بقاء كتبهم في متناول العلماء وعدم تعرضها للإتلاف. ويذكر ابن خلدون إلى أن بعض علماء المشرق العربي الشرقي قد أبدعوا طرقًا لحل المعادلات الخمسة والعشرين، لكنه يقول إنه لم يعثر على الكتب التي تدرس فيها. ويبدو لنا أن معرفة ابن فلوس لهذه الأعمال المختصة إنما هي سطحية بل منعدمة.

في الجملة الأخيرة من الجواب قائلا " وقد رسّمت لك بعضها في جدول. " (سعيدان ، صفحة 74).

12- المعادلات الخمس والعشرون

يستعرض ابن فلّوس المعادلات الخمس والعشرين ويضعها في ملحق المسائل قائلا :

" أما المسائل فهي عند الجبريين تدور على ست مسائل وهي التي أوردها محمد بن موسى الخوارزمي وهي قسمان مفردة ومركبة ..." (ص. 11و)

" ... فهذه المسائل الست التي ذكرها الجبريون في كتبهم. وفي التحقيق ان مسائل الجبر لا تتناهي كثرة ولا تنحصر في هذه الست على ما ذكره الطوسي. إنما المسائل التي تدور على الأعداد والجذور والأموال والكعاب تنحصر في خمس وعشرين مسألة وهي ثلاثة أقسام .

أحدها الثنائيات ، وهي تدور على ست مسائل منها ثلاث قد ذكرت ، وهي المفردة ... وثانيها الثلاثيات ، وهي تدور على اثنى عشر مسالة منها ثلاث قد ذكرت ، وهي المقترنة ... وثالثها (الرباعيات) ، وهي تدور على سبع مسائل ..." (ص. 13ظ-13و)

فيقسّم ابن فلوس المعادلات إلى ثنائيات وهي ست معادلات ذات حدّين ، وثلاثيات وهي اثني عشر معادلة ذات ثلاثة حدود ، ورباعيات وهي سبع معادلات وهي التي تحتوي على أربعة حدود.

وفي سياق حديثه عن المسائل الخمس والعشرين سرد ابن فلّوس معلومات تاريخية مهمة، إذ يقول :

" فهذه خمسة وعشرون مسألة ، بعضها يمكن اخراجها بتلك الست المشهورة. والتي لا يمكن اخراجها بها ، لا بد من تحقيق طريقة عمر الخيام المستخرجة من مقالات ديوفنطس لتخرج بها. فإن لم تخرج بها، فلا بد من الجدول الذي وضعه الامام شرف الدين المظفر بن محمد الطوسي وتخريجها عليه." (ص. 13ظ)

تصنيف المعادلات الخمس والعشرين

رتّب ابن فلوس المعادلات المفردة والمقترنة (التربيعية والتكعيبيّة) الخمس والعشرين حسب عدد حدودها : 6 ثنائيات و 12 ثلاثيات و 7 رباعيات. ويخضع هذا الترتيب لصيغة واضحة إذ قام ابن فلوس بتصنيف المعادلات انطلاقاً من توزّع حدود الدرجات المختلفة بين طرفي المعادلة باعتماده تصنيف تنازلي واضح المعالم.

واستوقفنا اختلاف ترتيبها عن ما ذكره عمر الخيام وشرف الدين الطوسي كما سنراه لاحقًا في جدول مقارنة ترتيب المعادلات بين كل من الخيّام والطّوسي وابن فلوس.[12]

جدول عدد 4 : مقارنة ترتيب المعادلات بين كل من الخوارزمي والخيّام والطوسي وابن فلوس

	ابن فلوس	الخيام	الطوسي		
1	$bx^2 = cx$	$d = cx$	$x = d$	المفردة	الثنائيات Equations à 2 termes
2	$cx = d$	$d = x^2$	$x^2 = d$		
3	$bx^2 = c$	$d = x^3$	$x^2 = cx$		
4	$ax^3 = bx^2$	$cx = x^2$	$x^3 = bx^2$		
5	$ax^3 = cx$	$bx^2 = x^3$	$x^3 = cx$		

[12] سنعمد إلى المقارنة بين ترتيب كل من الخيام والطوسي وابن فلوس في بحث نعده وسينشر قريبا.

هذه المسألة تؤدي إلى معادلتين متزامنتين من الدرجة الثانية. وهي مسألة جبرية تحل بالاستقراء.

$$\begin{cases} x^2 + x = \square\blacksquare\square\square\square \\ x^2 - x = \blacksquare' \end{cases}$$

في المصطلح العصري ، يرمز المربعان ■ و '■ إلى أي عددين مربّعين مجهولين. لم يعرض ابن فلوس الحل لهذه المسألة.

ويوصي ابن فلوس القارئ تعميم حل هذه المسألة لأكثر من شيء :

$$\begin{cases} x^2 + nx = \blacksquare\square\square\square\square \\ x^2 - nx = \blacksquare' \end{cases}$$

وردت هته المسألة في كتاب **البديع في الحساب** للكرجي حيث يقول : " مال إذا زدت عليه جذره كان مجذورًا وان نقصت منه جذره كان الباقي مجذورًا. " (عادل أنبوبا 1964، ص. 79) ويخص الكرجي عدة صفحات لحل هذه المسألة وأمثالها.

أما المسألة الثانية ، فهي من مسائل الطيور ، يقول ابن فلوس :

" وثانيها ما يقع في أبواب الطير. فتحتاج إلى فرض المقادير المختلفة من الشيء والدينار والدرهم والفلس. ثم يستخرج المجهول من معادلتين ين الأثمان والمثينات. مثل قولنا.

أربعة أنواع من الطيور ، عددهم مائة. بط ودجاج وعصافير وحمام. البطة بأربعة دراهم والدجاج واحدة بدرهم والعصافير عشرة بدرهم والحمام اثنتان بدرهم. وثمن الجميع مائة درهم.

فتقرض البط شيئًا والعصافير دينارًا والحمام فلسًا والدجاج الباقي.

وعند المعادلة ، يكون مائة إلا شيئًا وإلا دينارًا وإلا فلسًا يعدل ذلك مائة إلا أربعة أشياء ونصف فلس وعشرة دينار.

[10] وكذلك مخطوطة مكتبة فيض الله أفندي تركيا. (الورقة 7).

فعند الجبر والمقابلة وإلقاء المقادير المشتركة والرد إلى شيء ، يكون شيء يعدل ثلاثة أعشار دينار وسدس فلس. فتبسط كل نوع من مخرجه. يكون البط أربعة والعصافير عشرة والحمام ستة والدجاج ثمانين. وهذا أقرب أجوبة هذه المسألة ولها بحسب المعادلات المختلفة والزيادة والنقصان في كل نوع بحيث لا تستحيل ثمانية وثمانين جوابًا. وهذا آخر المختصر" (ص. 13ظ - 14و).

هذا النوع من المسائل كان منتشرًا قبل الاسلام في كتب الحساب القديمة. وأول كتاب عربي تطرق لها هو **كتاب طرائف الحساب** لشجاع ابن أسلم أبو كامل[11]، وهي مسائل تقال سيالة لأنها تؤدي إلى أجوبة عديدة. وطرافتها هي استعمال متغيرات مختلفة بأسماء مختلفة مثل الشيء والدينار والفلس.

أما بالرموز العصرية ، يمكن الترميز إلى تلك المجهولات بالحروف x للشيء (البط) و y للدينار (العصافير) و z للفلس (الحمام) ... . فتلخص المسألة في المعادلتين المتزامنتين الآتيتين :

$$\begin{cases} 4x + y + \frac{z}{10} + \frac{t}{2} = 100 \\ x + y + z + t = 100 \end{cases}$$

يكتفي ابن فلوس بسرد نوعية العمليات المستعملة لجواب هذه المسألة ، أولها اعتبار المجهولة الرابعة t:

$$t = 100 - x - y - z \quad \rightarrow \quad x = \frac{3y}{10} + \frac{z}{6}$$

وبأن الأعداد x ، y ، z ، t أعداد طبيعية ، فلا بد أن يكون عدد العصافير y ضعفًا لعشرة فليكن مثلا : 10 ، وعدد الحمام z ضعفًا لستة ، فليكن مثلا : 6 ، فيكون حتمًا عدد البط x أربعة وعدد الدجاج ثمانين. ويعترف المؤلف أن عدد الأجوبة يمكن ان يكون 80 جوابًا. ويختم كتابه بقائمة تحتوي على 66 جوابًا للمسألة ربّما هي التي ذكرها ابو كامل

[11] حقق سعيدان (1986) كتاب أبي كامل (صفحات 67 إلى 80). فهو يحتوي على ست مسائل طيور ، إحداها مسألة ابن فلوس بعينها. وخص أبو كامل 4 صفحات لحل هذه المسألة السيالة (ص. 71-74). واكتفى ابن فلوس بنقل جواب ابي كامل الأول (ص. 72). وبما أنه لا يذكر اسم ابي كامل فلا نعلم مصدره.

الجبري ، وهو أبو بكر محمد بن عبد الباقي الأنصاري الكعبي (442-535هـ / 1050-1141م) ، مؤلف كتاب **رسالة في تقريب أصول الحساب والجبر والمقابلة**.[5]

ملاحظة : عند إشارته إلى طريقة ديوفنطس، أضاف ابن فلوس : " وهذه الطريقة مفيدة في إخراج المجسمات الصم وتحليلها وتبيين جذورها وأضلاعها " (ص. 11ظ). وهنا نلمح مفردة جديدة منحوتة من كلمتين وهي " **المجسمات الصم** ".

طرق في استخراج المال قبل الجذر

أضاف ابن فلوس طرقا سمّاها الطرق الحسنة في إخراج المال في المسائل الثلاث ، وهي التي استعملها أولا أبو كامل في استخراج المال قبل الجذر[6]، وعمّم استعمالها الكرجي في **كتاب الفخري**[7] لحل المعادلات المقترنة الثلاثة.

يقول ابن فلوس : " أما في الأولى فهو أن تضرب مربع عدد الجذور في العدد فما بلغ تضيف إليه مربع نصف مربع عدد الجذور فما بلغ تنقص جذره من مجموع العدد ونصف مربع الجذور فما بقي فهو المال والشيء جذره".

$$x^2 + bx = c \quad \rightarrow \quad x^2 = c + \frac{b^2}{2} - \sqrt{b^2c + \left(\left(\frac{b}{2}\right)^2\right)^2}$$

طرق حلول المعادلات من غير رد أو إكمال

أول من استعمل هذه الطرق لحل المسائل الثلاث هو الكرجي في **كتاب الفخري** [8]. ونقدم هنا هذه الطريقة لحل ابن فلوس للمقترنة الأولى. فيقول :

[5] لهذا الكتاب نسخة مخطوطة محفوظة تحت رقم 6000 بالمكتبة الظاهرية بدمشق. أنظر فهرس المخطوطات المصورة في مكتبة التراث العلمي بحلب (1986) عدد 466.
[6] أنظر سعيدان (1986) صفحة 49.
[7] نفس المرجع، صفحات 150 و 152 و 156 و 158 و 160.

" وهي أن تضيف مربع نصف عدد الجذور إلى ما يرتفع من ضرب العدد في الأموال فما بلغ أخذت جذره ونقصت منه نصف عدد الجذور وقسمت الباقي على عدد الأموال ، فما خرج فهو الجذر في الأولى ". (12ظ)

$$ax^2 + bx = c \quad \rightarrow \quad x = \frac{\sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 + ac} - \frac{b}{2}}{a}$$

11- مسائل مختلفة

يُعرِّف ابن فلوس الاستقراء بصيغة قريبة جدا من تعريف الكرجي له في **كتاب الفخري**[9] ، إذ يقول ابن فلوس :

"الأصل الواحد والعشرون : الاستقراء هو أن يرد عليك جملة مركبة من أنواع وهي غير مجذرة من جهة دلالة اللفظ وتريد أخذ جذرها فتقابل بها جملة أخرى مجذورة من جهة دلالة اللفظ فيظهر جذرها منطقاً" (ص. 10ظ).

ويستعمل الكرجي طريقة الاستقراء في كتاب **الفخري** وكذلك في كتاب **البديع**.

ويشير ابن فلوس في آخر كتابه إلى مسألتين اختار إلحاقها إلى باقي الأصول وهي مسألتان حسابيتان تستدعي استعمال الاستقراء لحلها. يذكر أنه نقل المسألة الأولى عن الكرجي من **كتاب البديع** ، ولم يذكر مصدر المسألة الثانية. يقول ابن فلوس :

" وقد الحقت به أصلين آخرين.

أحدهما ما يقع في اسئلة المربعات. مثل قولنا : مربع زدنا عليه جذره صار مربّعا ونقصنا منه جذره بقي مربعا ، أو جذريه فصاعدًا.

فتستخرج المسألة الأولى بالطرق الأربعة المذكورة في البديع للكرجي ، ثم يتدرج إلى اخراج ما فوقها." (ص. 13ظ)[10].

[8] نفس المرجع، (1986) صفحات 149 و 152 و 153 و 156 و 161.
[9] يقول الكرجي : " الاستقراء في الحساب أن ترد عليك جملة ، من جنس أو جنسين أو من ثلاثة أجناس متوالية ، وتكون تلك الجملة غير مربّعة من جهة ما يدل عليه اللفظ ، وتكون في المعنى والقوة مربّعة وأنت تريد أن تعرف جذرها. " (سعيدان 1986، صفحة 165-166).

علاقة فيثاغورس

الأصل الخامس والعشرون : " إن كل مثلث قائم الزاوية فإن مجموع مربعي الضلعين المحيطين بالزاوية القائمة مساو لمربع الوتر وهو شكل العروس". (ص. 11و) وهذا ما يعرف اليوم بعلاقة فيثاغورس أي :

$$a^2+b^2=c^2$$

10- حلول معادلات الدرجة الثانية المقترنة

رتب ابن فلوس المعادلات من الدرجة الثانية الترتيب الموجود عند الخوارزمي : (1) أموال وأشياء يعدلان أعدادًا ، (2) أجذار تعدل أموالاً وأعدادا ، (3) أموال تعدل جذوراً وأعداداً. ويذكر ابن فلّوس عدة طرق لإستخراج حلول المعادلات المقترنة.

حل المعادلات المقترنة بعد الرد أو الإكمال بالطريقة العادية

قبل أن يحل أي معادلة من الدرجة الثانية ، يقوم ابن فلوس بإرجاع الأموال في المعادلة إلى مال واحد بعد الرد أو الإكمال. فقال " وإعلم أن في هذه المسائل الست إن كان أقل من مال كمّلته مالاً أو أكثر من مال رددته إلى المال، فلا بد فيها من الرد والإكمال ". (ص. 12و)

يكون الردّ عندما الأموال أكثر من مال واحد ($a > 1$) والإكمال عندما الأموال أقل من مال واحد ($a < 1$).

$$ax^2+bx=c \qquad a\in Q^{*+} \qquad \rightarrow \qquad x^2+\frac{b}{a}x=\frac{c}{a}$$

ثم ينص ابن فلوس على خوارزمية حلها. نقتصر هنا على حل المقترنة الأولى.

مثال حل المقترنة الأولى : $x^2+bx=c$." وطريقها أن تزيد العدد على مربع نصف الجذور وتسقط من جذر المبلغ نصف عدد الجذور والباقي جذر المال وهو الجواب". (ص. 12و)

$$x^2+bx=c\rightarrow \left(\frac{b}{2}\right)^2+c\rightarrow\sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2+c}-\frac{b}{2}=x.$$

وفي ما يخص المقترنة الثانية فلها حلان :

$$x=\sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2-c}+\frac{b}{2} \qquad \text{أو} \qquad x=\frac{b}{2}-\sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2-c}$$

ويؤكّد ابن فلوس على الشرط الآتي : " أن لا يكون مربع نصف عدد الجذور أقل من العدد لئلا تظهر مستحيلة " (ص. 12و) ، أي : $\left(\frac{b}{2}\right)^2>c$.

وأما حل المقترنة الثالثة فحلها : "أن تزيد مربع نصف عدد الجذور على العدد وتأخذ جذر المبلغ وتزيده على نصف عدد الجذور فما بلغ فهو الجذر". (12و)

حل المعادلات المقترنة بعد الرد أو الإكمال على مذهب ديوفنطس

يقول ابن فلوس: " وإن شئت عملتها بالطريقة التي ذكرها قاضي المارستان الجبري المأخوذة من مقالات ديوفنطس وهي أن تزيد على المال والجذور مقدارًا ليكون له جذر وكذلك على العدد ثم تقابل فيظهر" (ص. 11ظ). ويقصد " فيظهر جواب المسألة."

$$x^2+bx=c\rightarrow\ x^2+bx+\left(\frac{b}{2}\right)^2=\left(x+\frac{b}{2}\right)^2$$

$$\rightarrow c+\left(\frac{b}{2}\right)^2=\left(x+\frac{b}{2}\right)^2\rightarrow x+\frac{b}{2}=\sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2+c}\ \rightarrow x=\sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2+c}-\frac{b}{2}$$

هذه الطريقة هي التي ذكرها الكرجي في **كتاب الفخري** لحل المعادلتين المقترنتين الأولى والثانية ونسبها إلى ديوفنطس (سعيدان 1986، صفحة 154 وصفحة 195) ولم يذكرها الكرجي كطريقة لحل المعادلة المقترنة الثالثة، وهو عكس ما نجده عند ابن فلوس الذي أشار إلى هذه الطريقة في حل المعادلات المقترنة الثالثة ونسبها إلى قاضي المارستان

" إذا قيل اجمع من كذا إلى كذا من المثلثات الطبيعية ، فطريقه أن تضرب ضلع الحاشية الثانية في ثلث المثلث الذي يليه.

إذا قيل اجمع من كذا إلى كذا من المربعات الطبيعية ، فطريقه أن تجمع من واحد إلى ضلع الحاشية الثانية وتضرب المبلغ في ثلثي ضلع الحاشية الثانية.

إذا قيل اجمع من كذا إلى كذا من المكعبات الطبيعية ، فطريقه أن تجمع من واحد إلى ضلع الحاشية الثانية وتضرب المبلغ في نفسه فما بلغ فهو الجواب.

إذا قيل اجمع من واحد إلى كذا من المخمسات الطبيعية[4] ، فطريقه أن تجمع من واحد إلى مقدار عددها على النظم الطبيعي وتضرب المبلغ في مقدار عددها فما كان فهو الجواب. " (ص. 10و – 10ظ)

$$1+3+6+10+15+\ \ldots+\frac{1}{2}n(n+1)=n\left[\frac{1}{3}\frac{(n+1)(n+2)}{2}\right]$$

$$1^2+2^2+3^2+\cdots+n^2=(1+2+3+\cdots+n)\left[\frac{2}{3}(n+1)\right]$$

$$1^3+2^3+3^3+\cdots+n^3=(1+2+3+\cdots+n)^2=\left[\frac{n(n+1)}{2}\right]^2$$

$$1+5+12+22+\ldots+\frac{1}{2}n(3n-1)=(1+2+3+\ldots+n)n$$

الأعداد الطبيعية المتفاوتة

الأصل العشرون : " إذا قيل اجمع من كذا إلى كذا من الأعداد الطبيعية المتفاوتة بأي تفاوت كان فطريقه أن تضرب مجموع الحاشيتين في نصف مقدار الأعداد المجموعة فما كان فهو الجواب". (ص. 10ظ)

$$(1+r)+(1+2r)+(1+3r)+\ldots+(1+nr)$$
$$=[(1+r)+(1+nr)]\,\frac{n}{2}$$

[4] المخمسات هي الأشكال الهندسية الخماسية الأضلاع. وفي مخطوط برلين كتب الناسخ "المجسّمات الطبيعية".

مبرهنات المقترنات الثلاثة

يقدم ابن فلوس مبرهنات للمقترنات الثلاثة أي المعادلات من الدرجة الثانية وهذه المبرهنات مبنية على صيغة جبرية للقضيتين II.4 و II.5 و II.6 من أصول أقليدس.

الأصل الثاني والعشرون : " إن كل مقدار زدت عليه زيادة فإن ضرب المقدار مع الزيادة في الزيادة مع مربع نصف المقدار مساو لمربع نصف المقدار مع الزيادة وهو برهان أولى المقترنات". (ص. 10ظ)

$$(b+x)x+\left(\frac{b}{2}\right)^2=\left(\frac{b}{2}+x\right)^2$$

ولحل المعادلة $x^2+bx=c$ نتبع الخوارزمية الآتية :

$$x^2+bx=c \quad \rightarrow \quad (x+b)x=c$$

$$\rightarrow (x+b)x+\left(\frac{b}{2}\right)^2=c+\left(\frac{b}{2}\right)^2=\left(\frac{b}{2}+x\right)^2$$

$$\rightarrow c+\left(\frac{b}{2}\right)^2=\left(\frac{b}{2}+x\right)^2$$

والعلاقة الأخيرة تعطينا x.

ويتبع ابن فلوس نفس التمشي في الأصلين 23 و 24 في برهان المقترنتين الثانية والثالثة.

الأصل الثالث والعشرون : " إن كل مقدار قسم بقسمين مختلفين فإن ضرب أحد القسمين في الآخر مع مربع الفضل بين أحد القسمين وبين نصف المقدار مساو لمربع نصف المقدار، وهو برهان ثانية المقترنات" . (ص. 10ظ)

$$b=x+(b-x) \quad \rightarrow \quad x(b-x)+\left(x-\frac{b}{2}\right)^2=\left(\frac{b}{2}\right)^2$$

الأصل الرابع والعشرون : " إن كل مقدار قسم بقسمين مختلفين فإن ضرب أحد القسمين في الآخر مرتين مع مجموع مربعيهما مساو لمربع المقدار وهو برهان ثالثة المقترنات. (ص. 11و)

$$b=x+(b-x) \quad \rightarrow \quad 2x(b-x)+(b-x)^2+x^2=b^2$$

الجبريّة."[3] ويعطي ابن فلّوس في هذا الفصل مجاميع أنواع متعددة من المتواليات (الأعداد الطبيعية، الأعداد الشكلية، الأعداد المتفاوتة)، ويعرّف مبدأ الاستقراء، ويختم الفصل ببعض الأصول المنقولة عن أصول اقليدس.

المتواليات

يدرس ابنفلوس في الفصول 9 ، 10 ، 11 ، 12 ، 13 ، 14 و 15 متواليات الأعداد الطبيعية والأعداد الشكلية من صنف المثلثات والمربعات والمخمسات الطبيعية والأعداد المتفاوتة

" إذا قيل إجمع من كذا إلى كذا على النظم الطبيعي في أعدادها من إزواجها وأفرادها فإن شئت زدت الحاشية الثانية على مربعها وأخذت نصف المجموع. وإن شئت ضربت مجموع الحاشيتين في نصف الثانية.

إذا قيل اجمع من كذا إلى كذا على نظام المنهاج في الأفراد دون الأزواج فإن شئت أخذت مربع نصف مجموع الحاشيتين. وإن شئت أخذت ربع مربع الزوج الذي يلي الحاشية.

إذا قيل اجمع من كذا إلى كذا من الأزواج الطبيعية فإن شئت ضربت الحاشية الثانية في أكثر منها بواحد وإن شئت ضربت مجموع الحاشيتين في ربع الحاشية الثانية.

إذا قيل اجمع الأعداد الشطرنجية المبتدئة من الواحد وهي زوج الزوج أخذت ضعف الحاشية الثانية ونقصت منها واحد أبداً والباقي هي الجواب.

إذا قيل اجمع الأعداد الشطرنجية المبتدئة من الواحد وهي زوج الزوج أخذت ضعف الحاشية الثانية ونقصت منها واحد أبداً والباقي هي الجواب.

إذا قيل اجمع أعداد زوج الفرد المبتدئة من الإثنين فطريقه بأن تضرب مقدار عددها في ضعفه وإن شئت ضربت مجموع الحاشيتين في نصف مقدار عددها فما كان فهو الجواب.

[3] يقول الكرجي : " باب ذكر أبواب ومؤامرات يستعان بها في حساب الجبر والمقابلة. " (سعيدان 1986، صفحة 121).

إذا قيل اجمع من كذا إلى كذا من الأعداد الغيرية وهي المدرّجة المضروب كل واحد منها فيما يليه، فإنك تجمع من واحد إلى مقدار عددها من الطبيعية وتضرب المبلغ في ثلثي عددها إلا ثلثي واحد فما بلغ فهوا الجواب.

إذا قيل اجمع من كذا إلى كذا من أعداد زوج الزوج والفرد المبتدئة من اثني عشر فطريقه أن تضرب مجموع الحاشيتين في نصف مقدار عددها." (9ظ – 10و)

وما يقابل ذلك باللغة الرياضية المعاصرة :

$$1+2+3+\dots+n=\frac{n^2+n}{2}=(1+n).\frac{n}{2}$$

$$1+3+5+\dots+(2n-1)=\left(\frac{1+(2n-1)}{2}\right)^2=\frac{(2n)^2}{4}$$

$$2+4+6+\dots+2n=\frac{n^2+n}{2}=(2+2n).\frac{2n}{4}$$

$$1+2+2^2+2^3+\dots+2^n=2(2)^n-1$$

$$2+6+10+\dots+2(2n-1)=n\times 2n=[2+2(2n-1)]\frac{n}{2}$$

$$1\times 2+2\times 3+3\times 4+\dots+(n-1)n=(1+\cdots+n)\left(\frac{2n}{3}-\frac{2}{3}\right)$$

$$2+20+28+36+\dots+(12+8n)=[12+(12+8n)].\frac{n}{4}$$

الأعداد الشكلية أو أعداد المضلّعات

وتعود فكرة الأعداد الشكلية أو أعداد المضلّعات إلى أيام فيثاغورس وهي ذات أصل هندسي ، ودرسها العديد من علماء الحساب العرب. فالمثلثات الطبيعية هي الأعداد المتوالية الأتية التي يشكل كل عدد منها مثلث.

يقول ابن الفلوس في الأصل 16 ، 17 ، 18 :

6- الفصل الأول من الكتاب : سلسلة تناسب المفردات الصاعدة والنازلة

كتب ابن فلّوس :

" فنسبة الواحد إلى الشيء كنسبة الشيء إلى المال وكنسبة المال إلى الكعب وكنسبة الكعب إلى مال المال وكنسبة مال المال إلى مال الكعب وكنسبة مال الكعب إلى كعب الكعب وهكذا تصعد سلسلة التناسب إلى ما لا نهاية. وأما أجزاء هذه المراتب فتنزل متناسبة، فنسبة الواحد إلى جزء الشيء كنسبة جزء الشيء إلى جزء المال وكنسبة جزء المال إلى جزء الكعب وكنسبة جزء الكعب إلى جزء مال المال وكنسبة جزء مال المال إلى جزء مال كعب وكنسبة جزء مال كعب إلى جزء كعب كعب ... والواحد واسطة بين المراتب وأجزائها. "(ص. 3ظ)

وما يقابل ذلك باللغة الرياضية المعاصرة :

$$\frac{1}{x}=\frac{x}{x^2}=\frac{x^2}{x^3}=\frac{x^3}{x^4}=\frac{x^4}{x^5}=\frac{x^5}{x^6}=\cdots \quad \frac{1}{x^{-1}}=\frac{x^{-1}}{x^{-2}}=\frac{x^{-2}}{x^{-3}}=\frac{x^{-3}}{x^{-4}}=\frac{x^{-4}}{x^{-5}}=\cdots$$

7- الفصلان الثاني والثالث : في الضرب وهو ثلاثة أقسام ، وفي القسمة وهو أربعة أقسام

يخص ابن فلوس الفصل الثاني للضرب وهو ثلاثة أقسام والفصل الثالث للقسمة وهي أربعة أقسام.

- أولها : ضرب المراتب بعضها في بعض، وهو قسمان مفرد ومركب.

ضرب المفرد يدور على عشر مسائل (4 مسائل في العدد و3 مسائل في الأشياء ومسألتان في الأموال ومسألة في الكعب). والمركب من هذه المراتب ما تركب من مرتبتين فصاعداً وطريق ضربها : "أن تضرب كل جنس من المضروب في كل جنس من المضروب فيه وتجمع كل جنس إلى جنسه وما كان من مرتبتين جمعته بواو العطف.

وضرب ما فوق من هذه المراتب بأن تسقط لفظة "في" وتجمع المضروب والمضروب فيه".

- ثانيها : ضرب المراتب في أجزائها ويدور على اثني عشرة مسألة. "والطريق العام لها أن تضرب عدد الأجزاء في المراتب وتقسم المبلغ على مخرج الأجزاء, أي مرتبة ضربت في جزءها خرج واحد".
- ثالثها : ضرب أجزائها في أجزائها ويدور على ستة مسائل ." والطريق العام لها أن تضرب عدد الأجزاء في عدد الأجزاء فما بلغ كان منسوباً من ضرب المخرج في المخرج فما كان هو الجواب ".

وما يقابل الحالات الثلاثة باللغة الرياضية المعاصرة هو أن نفترض m و n أعداد موجبة أو سلبية،

$$ax^n \cdot bx^m = abx^{n+m},\quad m\in\mathbb{Z}, n\in\mathbb{Z}; a\in\mathbb{Q}, b\in\mathbb{Q}$$

وأضاف ابن فلوس إليها ثمان مسائل تتعلق بضرب الأضلاع والجذور الصّم.

ويحتوي الفصل الثالث على قسمة المراتب على المراتب وقسمة المراتب على أجزائها وقسمة الأجزاء على المراتب وقسمة الأجزاء على الأجزاء.

8- الفصل الرابع : في الجمع والنقصان

يقول ابن فلويس : "أما جمع هذه المراتب وأجزائها فهو مسائل كثيرة والضابط فيها أن يجمع كل مرتبة إلى جنسها وما كان من جنسين جمعته بواو عطف ... وأما النقصان فهو مسائل كثيرة وقانونها أن تلقي كل مرتبة من جنسها فإن لم تكن من جنسها فبلفظ الإستثناء وكذلك في الأجزاء". (ص. 7و)

9- الفصل الخامس : المؤامرات والأصول

يستعمل ابن فلوس نفس المصطلح الذي ورد في **كتاب الفخري** للكرجي عند ذكره "مؤامرات ومصادرات تشتمل على خمس وعشرين أصلاً يستعان بها في حل المسائل

Staatsbibliothek Berlin , Preubischer Kulturbestiz , Lbg , 199 , ff 2b- 14b

ب- نسخة مكتبة فيض الله أفندي ، إسطنبول - تركيا Ms . 1366

ت- نسخ دار الكتب بالقاهرة – مصر :

النسخة الأولى Ms.B23317, 2 (ff. 55a-61b)

النسخة الثانية Ms.J3964, 3, (ff .10a-21b)

لنسخة الثالثة Ms.DR 122, 3, (ff .21a-24b)

وسنعتمد في ما نذكره لاحقاً أولا إلى نسخة مكتبة برلين الوطنية وعند الحاجة إلى نسخة مكتبة فيض الله أفندي.

5- توطئة كتاب نصاب الحبر في حساب الجبر ومقدمته

"رب آتنا من لدنك رحمة وهب لنا من أمرنا رشدا.

قال الشيخ الإمام العلامة المحقّق إسماعيل بن غازي بن علي الحنفي المارديني المعروف بابن فَلُّوس رحمه الله، هذا مختصر في علم الجبر والمقابلة جامعٌ لأبوابه وقواعده، مشتملٌ على مسائله وفوائده، جمعته بحرم الله الشريف وحصرت فيه المقصود الكلي من هذا العلم في جزء لطيف. ثم بعد فراغه طفت به حول الكعبة المعظّمة ضاعف الله تعظيم شأنها، ووقفت به عند كل ركن من أركانها وعند المقام وزمزم وما بين الحجر الأسود والملتزم. ودعوت الله تعالى أن ينفع به قارئه ومُعايِنَه، وأن يطلعه على أسراره ومعانيه وسميته **نصاب الحبر في حساب الجبر**. وبعثني جمعه تكرار سؤال بعض السادة العلماء المجاورين، الفضلاء الصالحين، وجعلته مشتملاً على مقدمة وخمسة فصول، حاوية لفروعه والأصول، مع زيادات أُخَرى، التقطتها من الكتب الهندسية أضفتها إليه لتكون معينة على تحليل المجسمات الجبرية، فيكمل بها جمعه ويحسن بها وضعه. إذ كان هذا الفنّ أحسن فنون الحساب وأعم طرقها، وأقوى على مغلقها.

أما المقدمة ففي بيان موضوعه ومبادئه ومسائله وغايته،

والفصل الأول في تناسب المراتب وأجزائها.

والفصل الثاني في ضرب بعضها في بعض.

والفصل الثالث في قسمة بعضها على بعض.

والفصل الرابع في جمعها ونقصانها.

والفصل الخامس في ذكر مؤامرات وأصول لا بد منها مع ذكر المسائل الستة التي هي قواعد الجبر والمقابلة وكيفية سياق المسألة إلى أحدها عند المعادلة.

أما المقدّمة، فاعلم أنّ موضوع هذا العلم هو المقادير المجهولة، ومبادئه هي مراتب مسمّياتٌ بأسماء وضعها أهل العلم عليها مع أصول أخرى تؤول المسألة في إخراجها إليها، والمراتب هي العدد والجذر والمال والكعب وما فوقها. فالعدد هو المبتدأ من الواحد إلى ما فوقه وأنواعه كثيرة.

والجذر هو اسم لعدد ضرب في نفسه، فإن ضرب في غيره سمي ضلعاً، وقد يسمى الجذر شيئاً.

والمال اسم للمرتفع من ضرب الجذر في نفسه، وقد يسمى مربعاً فإن ضرب في غيره سمي المرتفع مسطحاً.

والكعب اسم لما يرتفع من ضرب الجذر في المال. وما فوق هذه المراتب مبني عليها كما في مراتب المفتوح، ومسائله هي الجزيئات المجهولات المسؤول عنها، وغايته صيرورة المجهول المسؤول عنه معلوماً وذلك يكون بحصول ملكة توجب حسن تناول المسألة إذا أريد استخراجها وتمشيتها على حسب السؤال إلى المعادلة واستنتاجها بالمعادلات الست المشهورة وسنذكرها إن شاء الله تعالى." (نسخة برلين : ص. 2-3)

يمتاز أسلوب ابن فلّوس السلاسة ودقة العبارة وقد تعود تلك السلاسة إلى أسلوب تربوي (تعليمي) مقصود، كما نلحظ نسق مشترك وأسلوب سهل في الكتابة من المقدمة إلى الفصول ، يضاف إلى ذلك كم المصطلحات والمفردات التقنية الرياضيّة.

في مخطوطة **نصاب الحبر في حساب الجبر**، كتب ابن فلوس "هذا مختصر في علم الجبر والمقابلة" ذكراً أن موضوع علم الجبر والمقابلة هو "المقادير المجهولة" مضيفاً أنّه يعتبره أحسن فنون الحساب. لا بد من التنويه أن مخطوطته **نصاب الحبر في حساب الجبر** هي الأكثف لجهة المعلومات التاريخيّة المهمة.

هذا البحث هو محاولة للإضاءة على عالم الرياضيات والمدارس إسماعيل المارديني النميري المعروف بإبن فلوس، الذي عاش في القرن السادس الهجري وعرف بملخصاته ومنها كتابه الذي هو من المختصرات البديعة. كما سنتعرض لإرتباط كتاب ابن فلوس بتراث الكرجي والخيام وشرف الدين الطوسي والمقارنة بين ترتيب المعادلات الخمس والعشرين عند كل منهم.

2- من هو ابن فلّوس؟

خصّ ابن العديم (تـ. 660 هـ) في كتابه **بغية الطلب في تاريخ حلب** بطاقة كاملة لابن الفلوس.

" أبو أحمد النميري المارديني الحنفي، المعروف بابن فلوس، فقيه فاضل شاعر، ولد بماردين وقدم إلى دمشق، واجتاز طريقه وأقام بدمشق. (...) ومولده – يعني ابن فلوس – بماردين في شهور سنة ثلاثة وتسعين وخمسمائة.

قال (...) في ذكر من توفي سنة سبعة وثلاثين وستمائة، وفي الحادي عشر من صفر توفي الشيخ الفقيه أبو أحمد إسماعيل بن إبراهيم بن غازي بن علي بن محمد النميري الارداني الحنفي، المعروف بابن فلّوس بدمشق ودفن في مقبرة ابن زويران. واشتغل بالأصولين والطب والمنطق والعربية وغير ذلك، ودرّس بمدرسة ألأمير فخر الدين عثمان بالقاهرة مدّة، ودرّس بمدرسة الأمير عز الدين أيبك التي بدمشق (...) وصنّف وله شعر جيّد." (ابن العديم 1988. ص. 1612-1613).

أما عبد القادر محمد النعيمي الدمشقي (تـ. 978هـ) فقد ذكر ابن فلّوس في كتابه **الدارس في تاريخ المدارس** قائلا :

" وقال الأسدي في سنة تسعة وعشرين وستمائة : إسماعيل بن إبراهيم بن أحمد بن غازي بن محمد القاضي شرف الدين أبو الفضل، ويقال أبوالطاهر، الشيباني الارداني الدمشقي الحنفي، عرف بابن فلّوس. ولد ببصرة في شهر ربيع الآخر سنة أربعة وأربعين، واشتغل في الفقه، وسمع الحديث بدمشق (...)، وناب في الحكم بدمشق بالمدرسة الطرخانية بجبيرون، ودرّس بها. (...) وأجاز لتاج العرب بنت غيلان، وهي آخر من روى عنه. وكان شيخًا ديّنًا لطيفًا، من أعيان الحنقية، إلى توفى في جمادى الأول ودفن

بقاسيون. وذكره ابن كثير قال وله مصنفات في الفرائض وغيرها، وكانجده شييراويا وسكن الموصل مدة. " (النعيمي 1990، ص. 416)

نلاحظ أن الروايتن مختلفتان حيث في الأولى عاش ابن فلوس من سنة 593هـ إلى سنة 637هـ. (أي بين 1196 و 1239 ملادي). وفي الثانية ولد سنة 544 هـ وتوفي سنة 629هـ. ولا بد من مزيد البحث للتثبت في أصدق الروايتين.

أما ألقابه فكثيرة : "الشيخ الفقيه"- "الإمام شمس الدين" و"الشيخ الإمام العلامة المحقق".

3- مؤلّفاته

تذكر المصادر والمراجع لإبن فلوس 6 مؤلفات :

- **إرشاد الحسّاب في المفتوح من علم الحساب.**
- **إعداد الأسرار في أسرار الأعداد.**
- **نصاب الحبر في حساب الجبر والمقابلة.**
- **التفاحة في عمل المساحة.**
- **ميزان العلوم في تحقيق المعلوم.**
- **حل عقد الإشكال في مساحة الأشكال.**

لا بد من الإشارة إلى أن مخطوطات ابن فلوس لم تحقق ولم تطبع، باستثناء دراسة نشرت في سنة 1990 قامت بها الباحثة سونيا برنتجس, [Brentjes, 1990] ونعد لدراسة عن مخطوطات **نصاب الحبر** لابن فلوس.

4- مخطوطات : نصاب الحبر في حساب الجبر

كتاب **نصاب الحبر في حساب الجبر** هو كتاب مختصر في علم الجبر والمقابلة، يشتمل على مقدمة وخمسة فصول مع زيادات. يوجد من هذا الكتاب نسخ وصور عن النسخ تتوزع على الشكل الآتي :

أ- نسخة مكتبة برلين الوطنية، برلين - ألمانيا

قراءة في مخطوطة لإبن فلوس " نصاب الحبر في حساب الجبر"

علي عيسى[1] - إبراهيم الخوري[2]

الملخص : ابن فلوس إسماعيل النميري المارديني عالم رياضيات عاش بين سنتي 1196م - 1239م، عرف بملخصاته الأربعة في الحساب والجبر وعلم العدد والهندسة. تميّزت لديه مخطوطتا **نصاب الحبر في حساب الجبر وإعداد الأسرار في أسرار الأعداد** بكثافة المعلومات والتلخيص الأنيق الذي ينم عن عمق في الفهم وذوق في التعبير .

قمنا بدراسة بعض من أعمال ابن فلوس ورصدنا تقنية تراتبيه للمعادلات الخمس والعشرين والتي جاءت مغايرة لترتيب كلّ من الخيام وشرف الدين الطوسي حيث أنّ ترتيبه كان أكثر تناسقاً. ومن ثم عرضنا بعض المفردات المركبة التي تساهم في إعطاء تصور عن عمق في فهم علم الجبر والمقابلة واللغة العلميّة المستعملة آنذاك.

الكلمات الرئيسية : ابن فلّوس ، الكرجي ، الجبر ، المعادلات الخمسة والعشرون.

1- مقدمة

ما سنهدف إليه في هذه الورقة هو قراءة اللغة الرياضيّة والمصطلحات المستعملة في مخطوطة لعالم رياضيات من القرن السابع الهجري يدعى إبن فلّوس، لنظهر أن هناك لغة علميّة لم تحظى بعد بالدراسة الكاملة والشاملة المناسبة. فلقد دُرست آثار علماء الرياضيات أمثال الخوارزمي (حي قبل عام 850م) والكرجي (تـ. 1029) وابن الهيثم (965م - 1040م) والخيام (1048م - 1131م). ولكن يبقى في طي رفوف المكتبات والمعاهد الكم كبير من المخطوطات التي لم تدرس كفاية رغم أنها تختزن من المعلومات ما يساعد في فهم تطور الأفكار العلمية.

[1] أستاذ الرياضيات في المرحلة الثانوية - عضو في الجمعية اللبنانية لتاريخ العلوم العربية (فريق الدراسات والبحث في التراث العلمي العربي لبنان . aliissa1973@yahoo.com

[2] أستاذ مساعد في كلية الهندسة الجامعة اللبنانية - عضو في الجمعية اللبنانية لتاريخ العلوم العربية :فريق الدراسة والبحث في التراث العلمي العربي ibr.khoury@gmail.com .

بريك الله، حبيب الجكني (التيندوفي): *فهرس المخطوطات الجزائرية بخزائن الدول العربية والإسلامية*، رويبة-الجزائر، دار الوعي، 2015.

الجزنائي: *جني زهرة الآس في بناء مدينة فاس*، تحقيق عبد الوهاب بن منصور، الرباط، المطبعة الملكية، 1991.

الخطابي، محمد العربي: *فهارس الخزانة الحسنية، الرباط، الفهرس الوصفي لمخطوطات الرياضيات والفلك وأحكام النجوم والجغرافيا*، الرباط، مطبعة المعارف الجديدة، 1983، المجلد 3.

الخطابي، محمد العربي: *علم المواقيت أصوله ومناهجه*، المحمدية-المغرب، مطبعة فضالة، 1986.

دوني، سافوا: *الأسطرلاب*، في *العلوم العربية في عصرها الذهبي*، إشراف أحمد جبار، باريس، معهد العالم العربي، 2007، ص.93-111.

الزركلي، خير الدين: *الأعلام*، بيروت، دار العلم للملايين، 2002.

سعد الله، أبو القاسم: *الطبيب الرحالة ابن حمادوش الجزائري حياته وآثاره*، الجزائر، عالم المعرفة، 2011.

سعد الله، أبو القاسم: *رحلة ابن حمادوش الجزائري*، الجزائر، عالم المعرفة، 2011.

سعد الله، أبو القاسم: *تاريخ الجزائر الثقافي من الفتح الإسلامي إلى نهاية القرن التاسع الهجري*، الجزائر، عالم المعرفة (جزءان)، 2015.

الصاغاني، أبو حامد: *برهان الأسطرلاب*، تقديم شمس الدين تبريزخان، الهند، نصرت ناهيد، 2000.

طالبي، عمار: المؤلفات العلمية في تلمسان من خلال البستان، *مجلة الوعي*، العدد المزدوج 3-4 (أفريل-ماي 2011)، الجزائر، دار الوعي، 2011.

عسالي، سيدي عمر: *الأدوات الرياضية في الأعمال الفلكية للحسن المراكشي (القرن 13م)*، أطروحة ماجستير في تاريخ الرياضيات، الجزائر، المدرسة العليا للأساتذة بالقبة، 2000.

عسالي، سيدي عمر: *الأدوات الرياضية لعلم الفلك العربي*، أطروحة دكتوراه في الرياضيات التطبيقية، جامعة سطيف، 2012.

عسالي، سيدي عمر: *مساهمة الحسن المراكشي (القرن 13م) في هندسة الإسقاطات العربية*، في: *وقائع الملتقى المغاربي الحادي عشر حول تاريخ الرياضيات العربية* (الجزائر 28،27،29 أكتوبر 2013)، إشراف عبد المالك بوزاري، الجزائر، دار الخلدونية، 2016، ص. 73-97.

عليوان، أسعيد (تحقيق): *محمد بن يوسف السنوسي وشرحه لمختصره في المنطق*، الجزائر، دار الكتاب الثقافي، 2016.

فيلالي، عبد العزيز: *تلمسان في العهد الزياني*، الجزائر، موفم للنشر والتوزيع (جزءان)، 2002.

الكوهي، ويجن بن رستم: *كتاب صنعة الأسطرلاب بالبرهان*، في رشدي راشد: *علم الهندسة والمناظر في القرن الرابع الهجري (ابن سهل- الكوهي-ابن الهيثم)*، بيروت، مركز دراسات الوحدة العربية، 2001، ص. 376-416.

مُظَفَّري، سيد محمد : تصحيح وشرح باب في معرفة سَمْت القبلة لأبي الريحان البيروني. مجلة تاريخ علم، معهد تاريخ العلوم، جامعة طهران، العدد 5 (2006)، ص. 59-82.

نوار، أحمد: *أعلام وأعمال علماء الرياضيات والفلك بالمغرب العربي*، من القرن التاسع إلى القرن التاسع عشر، قسنطينة، مطبعة طوب كولور، 2004.

نويهض، عادل: *معجم أعلام الجزائر من صدر الإسلام حتى العصر الحاضر*، رويبة-الجزائر، دار الوعي، 2017، 2011.

Calvo, E. (2005): Deux Traités de *Mīqāt* maghrébins des VIII^{e}-IX^{e} siècles H. (XIV^{e} et XV^{e} siècles J.C.), *Actes du 7^{e} Colloque Maghrébin sur l'Histoire des Mathématiques Arabes (Marrakech, 30 mai – 1 juin 2002)*, Marrakech, vol. 1, pp. 61-80.

Calvo, E. & Puig, R. (2006): Indalusian Improvments in the Field of Astronomical Instruments, Material and Perspectives, *Actes du 8^{e} Colloque Maghrébin sur l'Histoire des Mathématiques Arabes (Tunis, 18-20 Décembre 2004)*, Tunis, pp.123-130.

King, D. A. (1996): *Astronomy and Islamic Society: Qibla gnomonics and timekeeping*, in Rashed R. & Morelon R. (édit.): *Encyclopedia of the History of Arabic Science*, London: Routledge, vol. 1, pp. 128-184.

Puig, R. (1994): La *Risala fil-l-^{c}amal bi-l Shabiha d'Ibn al-Banna al-Murrakushi*, *Actes du 5^{e} colloque maghrébin sur l'histoire des mathématiques arabes (Tunis 1-3 décembre)*, Tunis, pp. 226-235.

Rosenfeld, B. A. & Youschkevitch A.-P. (1997): *Géométrie*, in Rashed R. (édit): *Histoire des sciences arabes*, Paris, Seuil, vol. 2, pp. 121-162.

Rosenfeld B. A. & Ihsanoglu E. (2003): *Mathematicians Astronomers and Other Scholars of Islamic Civilization and their works (7th-19th c.)*, Istanbul: Research Center for Islamic History, Art and Culture (IRCICA).

Sezgin, F. (2010): *Science and Technologie in Islam*, Frankfurt am Main: Institut für Geschichte der Arabisch-Islamichen Wissenschaften an der Johann Wolfgang Goethe-Universität (5 volumes).

باص، شيخ أبي الزبير في العدوة عاملة الدر بالخلاص، قصد بها العمل في سائر العروض ... "؛ شملت هذه المقالة

عرضًا مفصلاً حول كيفية وضع هذه الصفيحة وتخطيطها، وحل جملة من المسائل[78]، والهام في هذا التأليف هو أننا نجد استعمالاً واضحًا لمنظومة الحَبَّاك **بُغية الطلاب في علم الأسطرلاب** خصوصًا في المسألة الثالثة من الفصل الخامس في معرفة ارتفاع الكوكب لمغيب الشفق ولطلوع الفجر، حيث يقول: " قلت: ولا يَخفاك التصرف بنقل وسط السماء للشبكة عند التموير إنْ شئت وهو لذ الخانة أنسب، وإلى هذا الوجه أشار ابن الحَبَّاك بقوله: أو وسط السما انقلن للشبكة *** وخذ بما نقلت عد الحجرة ".

الخاتمة

لقد تميَّز عمل الحَبَّاك في منظومته بأنه عَمِل على معالجة المسائل الميقاتية بأوجه متعددة ومختلفة بحرصه على إعطاء العديد من الحلول للمسألة الواحدة، غير أنَّ منظومته تميزت بالاختصار مما صَعَّب فهم مضمونها في بعض الأحيان، فعمل تلميذه محمد بن يوسف السنوسي في شرحها على إيضاح الطرق التي عرضها الحَبَّاك، إضافة إلى عرض طرق أخرى للحل معروفة في الرسائل الميقاتية في التقليد الفلكي في الغرب الإسلامي وعلى الخصوص تلك المعروفة عند ابن أبي الصَّلْت والصفار والقرافي.

لا شك أنَّ عمل الحَبَّاك قد ساهم في إثراء علم الأسطرلاب وعلم الميقات في المغرب الكبير بعمله على معالجة كمٍ هائلٍ من المسائل الميقاتية واستخراج المطالب التي يُستعمل الأسطرلاب في حلها، بعرض معالجاته الخاصة إضافة إلى معالجات معروفة في التقليد الفلكي العربي قبله. ويمكننا ملاحظة التميز المنهجي في طريقة الإيضاح الذي التزم بها السنوسي في شرح منظومة الحَبَّاك ونجاحه في إظهار المقاصد التي هدف إليها شيخه من المفاهيم التي عالجها ووضعها في إطارها في التقليد الفلكي المغاربي بمقارنتها مع أعمال غيره من العلماء في مضمونها، كما عمل على إظهار الأوجه التي لم يذكرها الحَبَّاك أو كان ينبغي عليه ذكرها ووردت في الرسائل وكذا إظهار المعالجات التي انفرد بها الحَبَّاك عن غيره. يسمح لنا هذا كله بالقول أنَّ الحباك قد نجح في تدريسه لعلم الفلك وخصوصًا

78 ـ تكونت هذه المقالة من خمسة فصول، تعلق الفصل الأوَّل والثاني بكيفية تخطيط الرسوم التي على الصفيحة الجامعة، وتكونت الفصول الثلاثة المتبقية من مسائل متنوعة تبين كيفية العمل بهذه الآلة لأجل استخراج المفاهيم الفلكية بطريقة عملية سلسة.

علم الاسطرلاب بإنتاجه تلاميذ بارعين منهجيًا ومتمكنين علميًا من صنف محمد بن يوسف السنوسي.

ملاحظة هامة : إنَّ من أهم ما يمكن الإشارة إليه في ختام هذا المقال، هو أنَّ مهنة المؤقت بالطرق الفلكية العلمية القائمة على استخدام الأسطرلاب مازالت قائمة إلى يوم الناس هذا بمسجد القرويين بفاس الذي يشتغل به مؤقت وعشرة مؤذنين، حيث لا يرفع المؤذن الأذان لكل صلاة إلاَّ بإشارة من المؤقت، وبعد ذلك يُرفع الأذان في جميع مساجد المدينة.

إنَّ هذا المسجد يملك في خزانته مخطوطات هامة ونادرة جدًا في علم الميقات وغيره من العلوم، ومنها ما هو وقف من مؤلفيها وبخط يدهم، كما هو الحال في نسخة "*كتاب ديوان المبتدأ والخبر*" لابن خلدون. وقد ساهم السلاطين المغاربة في تزويد خزانة المسجد بالعدد الوفير من المخطوطات، ولا يستغرب ذلك لَمَّا نجد من بين هؤلاء السلاطين من انشغل بعلم الميقات وألَّف في موضوعه، كما هو الحال عند السلطان سيدي محمد بن عبد الرحمن العلوي (ت. 1873/1290) صاحب مقالة **نخبة الملوك لمن أراد إلى الأوقات أو للقبلة السلوك**[79].

قائمة المراجع

ابن راشد القفصي، محمد بن عبد الله: *لباب اللباب في بيان ما تضمنته أبواب الكتاب من الأركان والشروط والموانع والأسباب*، تحقيق محمد المدنيني و الحبيب بن طاهر، بيروت، دار مكتبة المعارف، 2012.

ابن سنان، إبراهيم: *رسائل ابن سنان*، تحقيق أحمد سليم سعيدان، الكويت، المجلس الوطني للثقافة والفنون والآداب، 1983.

ابن سهل : شرح *كتاب صَنْعَة الأسطرلاب لأبي سهل القوهي*، في رشدي راشد: *علم الهندسة والمناظر في القرن الرابع الهجري*، ترجمة شكر الله الشلوجي، بيروت، مركز دراسات الوحدة العربية، 2001، ص. 251-268.

ابن الصفار، احمد بن عبد الله: *رسالة العمل بالأسطرلاب وذكر آلاته وأجزائه*، تحقيق مياس بياكروزا، *مجلة المعهد المصري للدراسات الإسلامية*، مدريد، 1955، العدد 3، المجلد 1، ص. 47-76.

ابن النديم، محمد : *الفهرست*، ضبط وتقديم يوسف علي طويل، بيروت، دار الكتب العلمية، 1996.

79 ـ مخطوط الخزانة العامة بالرباط، رقم 266 د.

$(90° - q)(66 + \frac{2}{3})$ ميلاً. ذلك أنَّ الدرجة الواحدة تعدل $\frac{2}{3}$ + 66 من الأميال في الأرض.

معرفة كيفية نقل قبلة مسجدٍ إلى مسجدٍ آخر: العمل في ذلك أنْ نقيم قائمًا موازيًا لمحراب المسجد الأول الذي أردنا نقل قبلته، أو أمامه أو خلفه؛ ثم نرصد ظل القائم حتى نراه موازيًا لخط المحراب يُمْنَةً أو يُسْرَةً، أو على خط المحراب إنْ كان القائم أمامه أو خلفه، حينذاك نأخذ ارتفاع الشمس وسَمْتها ونحفظهما. فكلما وصلت الشمس ذلك الارتفاع في ذلك السَّمْت ننصب محرابًا على خط ظلنا أو موازيا له، فإنه يكون على سَمْت محراب المسجد الذي أردنا نقل قبلته.

وكذلك إذا كانت الشمس على سَمْت محراب المسجد الأول وإن لم تكن على الارتفاع المذكور ونصبنا محرابًا على خط ظلنا فيكون أيضًا على سَمْت محراب المسجد الأول الذي أردنا نقل قبلته.

14. معرفة الجيوب والقسي إنْ كانت مرسومة على ظهر الأسطرلاب

لتكن θ قوس، ونريد معرفة الجيب المرفقة بها من الأسطرلاب. فنحتاج في هذا إلى الحصة ولنرمز لها ب δ. وهي محددة كما يلي :

$\delta = 0 \Leftarrow \theta \leq 90°$	$\delta = 180° - \theta \Leftarrow 90° < \theta \leq 180°$
$\delta = \theta - 180° \Leftarrow 180° < \theta \leq 270°$	$\delta = 360° - \theta \Leftarrow 270° < \theta \leq 360°$

فجيب الحصة هو جيب القوس التي بحوزتنا وهو خط من آخر القوس إلى القطر.

ولدينا الوتر : $cord(\theta) = 2\sin(\frac{\theta}{2})$

15. معرفة ما مضى من النهار بالجيوب

ليكن لدينا جيب ونريد أنْ نعرف الماضي من النهار لهذا الجيب.

فنحدد مقدار هذا الجيب على قطر الجيوب في ظهر الأسطرلاب ونضع العضادة على منتهى ذلك الجيب، ونأخذ بطرف العضادة الارتفاع لذلك الجيب، فالقوس الحاصلة هي الماضي من النهار قبل الزوال، أو هي ما بقي من النهار إلى الغروب بعد الزوال.

إنتقال أعمال الحَبَّاك من بعده

لقد لقيت أعمال الحَبَّاك الفلكية اهتمامًا كبيرًا من طرف العلماء اللاحقين به، ويتضح ذلك بداية من الشروحات المتعددة التي وصلتنا حول الأعمال الفلكية للحباك عمومًا، وعلى الخصوص حول منظومته في علم الأسطرلاب، وهي الشروحات التي اعتمدها العلماء في التدريس لأجل توضيح هذا العلم لطلابهم. فمن الشروحات المعروفة لمنظومة **بغية الطلاب في علم الأسطرلاب** للحباك نذكر: بداية الشرح الذي قدمه بذاته لهذه المنظومة كما أوضحنا في مجمل مؤلفاته، ثم الشرح الذي أعده تلميذه أبي عبد الله محمد بن يوسف بن عمر بن شعيب السنوسي الحسني (1428/832-1490/895) تحت عنوان **عمدة ذوي الألباب ونزهة الحُسَّاب في شرح بُغية الطلاب في علم الأسطرلاب**[74]، الذي ربط فيه بين علم الأسطرلاب والقيام بالواجبات والشعائر الدينية التي تقوم على دقة الحساب كمعرفة أوقات الصلاة[75]؛ ونذكر **رسالة في العمل بالأسطرلاب**[76] لمحمد العربي بن عبد الرحمن مفرج الشفشاوني (كان حيًا عام 1730/1143) التي جمع فيها بين العمل بآلة الأسطرلاب والعمل بالحساب؛ وتأليف المؤقت أبي الربيع سليمان بن أحمد الفشتالي (ت. 1794/1208) **نبذة لامعة فيما يتعلق الصفيحة الجامعة**[77] حيث يقول في بدايتها " ... فهذه نبذة لامعة لِمَا يتعلق بالصفيحة الجامعة التي اخترع وضعها العلامة الفيلسوف ابن

[74] - مخطوط المكتبة الوطنية الجزائرية، رقم 613؛ الخزانة القاسمية الجزائرية؛ دار الكتب الوطنية التونسية، رقم 3994، 1001، 1131، 1395، 7/13084 (32ظ-153ظ)، 1/13295 (1ظ-71ظ)، 39994؛ الخزانة الحسنية، "*شرح بغية الطلاب في علم الأسطرلاب*"، رقم 1380 (132ظ-197ظ)، 5363، 6678 (1-195)، 10872، 13537، 13838؛ الخزانة الصبيحية بسَلاً، مجموع رقم 159/2؛ الخزانة الحميزية بإقليم الراشدية، مجموع رقم 179/2؛ معهد المخطوطات العربية بمصر، رقم 2/146؛ مركز الملك فيصل للدراسات والبحوث الإسلامية، رقم 10517.
نويهض، عادل: *معجم أعلام الجزائر من صدر الإسلام حتى العصر الحاضر*، المرجع السابق، 239.

[75] - عليوان، أسعيد (تحقيق): *محمد بن يوسف السنوسي وشرحه لمختصره في المنطق*، الجزائر، دار الكتاب الثقافي، 2016، ص. 139-140.
فيلالي، عبد العزيز: *تلمسان في العهد الزياني*، الجزائر، موفم للنشر، 2002، الجزء 2، ص. 475-476.

[76] - مخطوط الخزانة الحسنية، رقم 5367، 1818 (10ظ-34ظ).

[77] - مخطوط الخزانة العامة بالرباط، رقم 236 د/3 (ق. 37-42)؛ الخزانة الحسنية، مجاميع رقم 1009 (16ظ-19ظ، 67ظ-72و)، 1638، 259.

يهدف الحَبَّاك في هذا الفصل إلى تقديم كيفية معرفة ما يسامت رؤوس أهل أفق من الأفاق إذا لم يكن في الأسطرلاب صفيحة لعرض ذلك الأفق المبحوث عنه.

أمَّا إذا كان في الأسطرلاب صفيحة لعرض الأفق، فنعرف ما يسامت رؤوس أهله من أجزاء منطقة البروج بتحريك الشبكة على نقطة السَّمْت في المقنطرات (وهي نقطة 90°)، فالجزء الذي يمر بنقطة السَّمْت هو المُسامِت لرؤوس أهل ذلك العرض.

بيان عمل الحباك : لنعتبر أنه لدينا الأسطرلاب بصفيحة لبلد ما ونريد أنْ نعرف من خلالها ما يسامت الرؤوس من أجزاء منطقة البروج في بلد آخر، فنأخذ فضل ما بين عرضي البلدين إنْ كانا مختلفي العرض، ثم نضع علامة على خط نصف النهار في الصفيحة بداية من نقطة السَّمْتِ في جهة العلاَّقة بقدر فضل العرضين إنْ كان عرض الصفيحة أقل من عرض البلد الآخر؛ وفي جهة مركز الصفيحة إنْ كان عرض الصفيحة أكبر من عرض البلد الآخر؛ ثم ندير الشبكة فما وقع على تلك العلامة من أجزاء منطقة البروج أو محددة الكواكب فهو الذي يسامت رؤوس أهل البلد الآخر. وهو الجزء الذي يكون ميله مساويًا لعرض ذلك الأفق.

13. معرفة استخراج سَمْت القبلة وسَمْت كل بلدٍ تريده من بلدك

الشيء المعلوم أنَّ ما يسامت رؤوس أهل مكة من أجزاء منطقة البروج جزءان أحدهما سابع الجوزاء والآخر الجزء المساوي له في البعد عن رأس السرطان، وهو الجزء 24 من السرطان.

فلأجل معرفة سَمْت مكة من بلدنا فنعمل كما يلي:

نضع الجزء السابع من الجوزاء أو الجزء 24 من السرطان على خط وسط السماء، ونُعلِّم بموضع المُري علامة؛ وليكن L_1 طول مكة[71] و L_2 طول بلدنا، عندئذ لدينا ما يلي:

[71] - ينقل السنوسي حسب النسخة التي بحوزتنا أن المشهور في كتاب الجغرافيا وعند المتقدمين أن طول مكة هو 67° ، غير أنَّ هذا بعيد عن الطول الحقيقي لمكة المعروف بـ "39,49'46 شرقًا وعرضها "21,25'19 شمالاً، ويقدر الحسن المراكشي في **كتاب جامع المبادئ والغايات** عرض مكة بـ 21 درجة.

إذا كان $L_2 < L_1$ فإن مكة في شرق بلدنا، فنحرك المُري ناحية المشرق على خلاف توالي أعداد الحجرة بقدر فضل طول مكة على طول بلدنا وهو $L_1 - L_2$.

وإن كان $L_2 > L_1$ فإن مكة في غرب بلدنا، فنحرك المري ناحية المغرب على توالي أعداد الحجرة بقدر فضل طول بلدنا على طول مكة وهو $L_2 - L_1$.

ثم ننظر في الحالتين إلى ما وقع عليه الجزء المسامت لرؤوس أهل مكة[72] من أجزاء السَّمْت (الدوائر السَّمْتية) وفي أي ربع من الأرباع، فذلك يكون سَمْت مكة في ذلك الربع من أفق بلدنا أي بُعده عن عين المشرق أو عين المغرب (البُعد السَّمْتي)[73].

فلمعرفة سمت القبلة في بلدنا من أجل الصلاة أو بناء محراب المسجد، فنعمل على استخراج الجهات الأربع في بلدنا على ضوء ما سبق (بتحديد نقطة وسط المشرق ونقطة وسط المغرب ثم نقطة وسط الشمال ونقطة وسط الجنوب). ثم ننظر إلى الربع الذي وقع فيه سَمْت مكة وننقله إلى ظهر الأسطرلاب، ونأخذ من إحدى النقطتين (من النقاط الأربعة المذكورة) اللتين تحدان هذا الربع بقدر أجزاء البُعد السَّمْتي لمكة في بلدنا المحصل عليه سابقًا، ونضع العضادة على منتهى تلك الأجزاء في ذلك الربع، فيحدد طرف العضادة جهة القبلة في بلدنا.

وكذلك ننظر في المقنطرات إلى ما وقع عليه الجزء المُسَامت لرؤوس أهل مكة (من أجزاء منطقة البروج) من أجزاء الارتفاع ونسميه ارتفاع سَمْت القبلة في بلدنا، ولنرمز لهذا الارتفاع بـ q. فكلما كانت الشمس في ذلك السَّمْت على هذا الارتفاع كانت الشمس حينها على رؤوس أهل مكة، وكان ظل القائم في بلدنا على خط السَّمْت على عكس جهة القبلة. ويكون لدينا q -90° بُعد ما بين سَمْت رؤوس بلدنا وسَمْت رؤوس أهل مكة، وهو أيضًا البُعد بين بلدنا ومكة؛ وله من الأميال في المسالك الأرضية مقدار

[72] - وهو الجزء الذي حددناه سابقًا من أجزاء منطقة البروج، المتمثل في الجزء السابع من الجوزاء أو الرابع والعشرين من السرطان.

[73] - حول طرق تعيين سمت القبلة في التقليد الفلكي العربي أنظر: عسالي، المرجع السابق، (ص. 18-21). وحول كيفية تعيين سمت القبلة باستعمال فضل ما بين الطولين وفضل ما بين العرضين. أنظر نفس المرجع، (ص. 53-56). وكذلك : مُظَفَّري 2006 (ص. 59-82). وانظر : King 1996, (pp. 142-144). Rosenfeld & Youschkevitch 1997, (vol. 2, pp. 149-150).

الأسطرلاب برِفْقٍ على الأرض على ذلك الوضع دون تغيير سَمْت العضادة (أو تحفظ السَّمْت بشيء كسَهْمٍ تجعله أمامك)، عندئذ يكون وضع الأسطرلاب على هيئة السماء والأرض على الجهات الأربعة كما تقدم.

حالة خاصة : إذا وقع جزء الشمس أو محددة الكوكب على أمّ السُّمُوت (دائرة أوّل السُّمُوت) فقد وَقَعَا على عين المشرق والمغرب، فعندئذ نستخرج الجهات الأربع في ظهر الأسطرلاب على ما تقدم، وكذلك يكون ظل كل قائم على عين المشرق وعين المغرب (أي على الخط الواصل بينهما). حينئذ يمكننا رسم خط موازٍ لظل القائم وخط يقسمه بنصفين وقائم عليه على زوايا قائمة فتتحدد الجهات الأربع في ذلك الموضع. أمّا عند وقت الزوال يكون الظل على خط نصف النهار، وهو الخط المحدد للشمال والجنوب. تفيد هذه الأوضاع في تحديد الجهات الأربع ليُهتَدى بها إلى القبلة أو طريق يسير في بر أو بحر ونحو ذلك.

تحديد سمت القبلة في موضع معين : إذا عرفنا مقدار سَمْت القبلة في بلدنا وأردنا تعليمه على أفق بلدنا، فنضع جزء الشمس على ذلك السَّمْت في الصفيحة، وننظر في المقنطرات على كم وقع من أجزاء الارتفاع فهو ارتفاع سَمْت القبلة في بلدنا. فإذا رصدنا الشمس في يوم ما ووجدنا ارتفاعها مساويًا لذلك الارتفاع وسَمْتها مساويًا لسَمْت القبلة الذي عرفناه وموافقًا له في الجهة (من شرق أو غرب أو شمال أو جنوب) فإنَّ ظل القائم حينذاك يكون ممتدًا عكس جهة القبلة وهو على خط سَمْت القبلة، فيمكن للمصلي أنْ يجعل هذا الظل والشمس قبلة له. وبالليل يمكن أنْ يحل النجم الذي عُرِف ارتفاع سَمْت القبلة له محل الشمس في هذا الموضوع.

معرفة وقت توسط الكوكب (أو الشمس) وسط السماء في مداره من الظل : لأجل ذلك ننظر إلى ظل القائم وقت الزوال ونخط عليه خطًا، ثم نضع فوق هذا الخط وبوضعٍ موازٍ له خيطين بين جدارين أحدهما فوق الآخر مثبتين في الجدارين ليعمل عمل الشطبتَين في العضادة. عندئذ يمكننا الرصد في كل نهار وكل ليلة، فكل شمس وكل كوكب يعلو ذينك الخطين معًا فقد توسط دائرة مسيره في السماء في ذلك الوقت، هذا بالنسبة للكواكب التي تُسامت الرؤوس أو القريبة من سَمْت الرأس.

أمّا بالنسبة للكواكب الشمالية أو الجنوبية عن سَمْت الرأس، فيستحسن في رصدها هو تثبيت طرف الخيطين في الجدار والطرف الآخر في الأرض فتكون نقطة طرف الخيط في الأرض موازية لنقطة من دائرة الأفق، وهذا الوضع يفيد في رصد جهة واحدة من الكواكب الشمالية فقط أو الجنوبية فقط؛ وبوضعٍ أفضل أنْ يثبت طرفي الخيطين في الأرض ويرفعان في وسطهما بخشبة أو نحوها، ففي هذه الحالة يمكن رصد جميع الكواكب شمالية كانت أو جنوبية عن سَمْت الرأس.

12. معرفة استخراج ما يُسامِت كل عرضٍ من أجزاء البروج

عمل الحَبَّاك في هذا الفصل على استخراج ما يُسامِت رأس أهل كل عرضٍ من العروض (مدينة من المدن) من أجزاء فلك البروج، لذلك قدم لنا السنوسي المقدمة الضرورية التالية.

مقدمة : ينبه السنوسي إلى الحالات الثلاثة التالية :

* - إذا كان عرض المدينة أكبر من الميل الكلي (الميل الأعظم) لمنطقة فلك البروج، وهو ميل رأس السرطان عن معدل النهار في جهة الشمال[69]، فإنه لا يمكن أنْ يسامت رؤوس أهل هذه المدينة شيء من أجزاء منطقة البروج. ويكون ما بين رأس السرطان وسمت الرؤوس لأهل المدينة مقدار فضل عرض المدينة على غاية الميل.

** - وإذا كان العرض في ناحية الشمال مثل الميل الأعظم لزم أنْ يسامت رؤوس أهل المدينة رأس السرطان[70].

*** - وإذا كان العرض أقل من الميل الأعظم لزم أنْ يسامت رؤوس أهل المدينة جزءان متساويان في الميل من أجزاء منطقة البروج. وهما الجزءان اللذان بعداهما من المنقلبين سَوَاء (متساويان).

[69] - وهو أيضًا ميل رأس الجدي عن معدل النهار في جهة الجنوب، ومقداره حسب السنوسي 23° ونصف ونصف سدس أي '23°35.

[70] - نستخلص من هذا أيضًا أنه إذا كان العرض في ناحية الجنوب مثل الميل الأعظم لزم أنْ يُسامت رؤوس أهل المدينة رأس الجدي.

الأول بمقدار ساعتين قبل طلوعها في البلد الثاني، وحكم الزوال والغروب هو نفسه حكم الطلوع.

** - ويمكن معرفة ما بين الموضعين من الطول، وذلك باعتماد مدة كسوف الشمس أو خسوف القمر في الموضع الأول ومدته في الموضع الثاني، فبضرب فضل المدتين في 15 يخرج ما بين الموضعين من أدراج الطول.

الموضعان المختلفان في الطول والعرض: في هذه الحالة لدينا الأحكام التالية[67]:

* - كما تقدم في اختلاف الأطوال فسيتقدم نصف النهار فالبلد الأكثر طولا على نصف النهار في البلد الآخر بقدر فضل الطولين، ولا أثر لاختلاف العرضين في هذا الحكم.

** - يكون لكل من الاختلاف في الطول والاختلاف في العرض تأثير على طلوع الشمس وغروبها.

11. معرفة تحديد الجهات الأربع

يوضح الحَبَّاك في هذا الفصل كيفية تحديد الجهات الأربعة في موضع من المواضع من خلال ارتفاع الشمس وسَمْتها في ذلك الموضع أو من خلال ارتفاع كوكب من كواكب الأسطرلاب وسَمْته، وذلك بوضع الأسطرلاب على هيئة السماء في ذلك الموضع بموازاة سطح الأسطرلاب مع أفقه، ووضع الأرباع المستخرجة في ظهر الأسطرلاب على هيئتها الحقيقية في ذلك الأفق. ثم إنَّ الأرباع المستخرجة في ظهر الأسطرلاب مستخرجة أيضًا في سُمُوت كل صفيحة محددة بأم السُّمُوت وخط نصف النهار وقد تبين فيما سبق كيفية استخراج هذه الأرباع على ظهر وصفيحة الأسطرلاب.

وهذا ملخص لعمل الحَبَّاك في هذا الفصل:

67 - يذكر السنوسي أنَّ اختلاف الطول والعرض على أربعة أقسام: أولها أنْ يكون البلد الأول أكثر طولاً وأكثر عرضًا من البلد الثاني، وثانيها أنْ يكون أكثر طولاً وأقل عرضًا، وثالثها أنْ يكون أقل طولاً وعرضًا من البلد الأول، ورابعها أنْ يكون أقل طولاً وأكثر عرضًا. فإذا كانت الشمس في البروج الشمالية فيتقدم الطلوع في القسم الأول ولا حكم للغروب ويتقدم الغروب في القسم الثاني ولا حكم للطلوع؛ أما إذا كانت الشمس في البروج الجنوبية فيتقدم الغروب في القسم الأول ولا حكم للطلوع، ويتقدم الطلوع في القسم الثاني ولا حكم للغروب. أما القسم الثالث فهو على مقابلة القسم الأول، والقسم الرابع على مقابلة القسم الثاني.

طريقة أولى: نأخذ ارتفاع الشمس في النهار (بالرصد)، ونزيد عليه احتياطًا درجة إنْ كان الارتفاع شرقيًا وننقصها إنْ كان الارتفاع غربيًا، ثم نضع جزء الشمس على ما حصل في المقنطرات ونعرف ما وقع عليه من السُّمُوت وجهة ذلك السَّمْت؛ ثم نقلب الأسطرلاب على بسيط الأرض بوضع يوازي الأفق ونُعَلِّم على ظهر الأسطرلاب في الربع الذي وجدنا الشمس فيه على مثل ما وقعت عليه من أجزاء السَّمْت في الصفيحة علامة[68]، ثم نأخذ خيطًا في طرفه ثقل ونمسك بالطرف الآخر في يدنا ونمسك الأسطرلاب بيدنا الأخرى ونقابل بالربع الذي فيه العلامة الشمس والخيط معلق أمام السَّمْت المُعَلَّم عليه لا يفارقه، ثم ندير الأسطرلاب يُمْنَة ويُسْرَة حتى يقع ظل الخيط على العلامة والقطب (مركز الأسطرلاب)، وقتئذ نضع الأسطرلاب على بسيط الأرض وهو على هذه الهيئة فهو حينئذ على الجهات الأربعة في السماء وفي الأرض في الموضع الذي نحن فيه. فيكون القطران اللذان على ظهر الأسطرلاب موضوعان على الجهات الأربعة، فالطرف الذي فيه العلاقة هو نقطة وسط الجنوب والطرف الآخر نقطة وسط الشمال أمَّا القطر المُسَمَّى خط الاستواء فطرفه الذي في المغرب هو نقطة وسط المغرب (عين المغرب) وطرفه الأخر نقطة وسط المشرق (عين المشرق)، فيمكننا عندئذ رسم هذا الجهات على سطح الأرض أو الرخامات.

طريقة ثانية: تحديد الجهات الأربع ليلاً من ارتفاع كوكب من كواكب الأسطرلاب وسَمْته.

نأخذ ارتفاع كوكب من كواكب الأسطرلاب ويُختار الكوكب الذي يكون أخفض ما يكون من الكواكب الموضوعة على الأسطرلاب، ونضع العضادة على مثل ذلك الارتفاع في الربع الموافق له (أو في الربعين العلويين كما فعلنا بسمت الشمس نهارًا)، ثم نجعل ظهر الأسطرلاب إلى فوق (ظهره إلى أعلى ووجهه إلى أسفل) ونحاذي بهذا الوضع ذلك الكوكب الذي قسنا به بأن ندير الأسطرلاب يُمْنَةً ويُسْرَةً وإلى فوق وإلى أسفل إلى أنْ نأخذ وضع ارتفاعه برؤية الكوكب من ثقبي الشطبتين معًا رؤية صحيحة، حينذاك نضع

68 - هذه العلامة تكفي من حيث أصل العمل وهو المعمول به في الرسائل حسب قول السنوسي، غير أنَّ الحَبَّاك يضيف أنه يمكننا الاكتفاء بالربعين العلويين وتعيين سمتين بالمقدار الذي وجدنا في الصفيحة أحدهما في الربع العلوي الأيسر وهو الشرقي الجنوبي والآخر في الربع السفلي الأيمن المخالف له وهو الغربي الشمالي، ونُعَلِّم أيضًا سمتين أحدهما في الربع الغربي الجنوبي والآخر في الربع المخالف له وهو الشرقي الشمالي.

لنعتبر θ عرض بلدنا، و θ_1 عرض الصفيحة الأولى الأقل من عرض بلدنا، و θ_2 عرض الصفيحة الثانية الأكبر من عرض بلدنا. ولنفرض أن θ_1 أقرب العرضين إلى عرض بلدنا، أي أنَّ $|\theta - \theta_1| < |\theta_2 - \theta|$ ، ولنحسب النسبة $\lambda = \frac{|\theta - \theta_1|}{|\theta_2 - \theta|}$ ونحفظها.

فعلى سبيل المثال إذا أردنا معرفة غاية ارتفاع الزوال في بلدنا ولنرمز لها بـ φ ، فنعمل على تحديد هذه الغاية على ضوء ما تقدم سابقًا بصفيحة العرض الأقل ولتكن φ_1 ، ثم بصفيحة العرض الأكبر من عرض بلدنا ولتكن φ_2. ولنأخذ من الفضل $|\varphi_1 - \varphi_2|$ مثل النسبة المحفوظة أي نأخذ منها مقدار $|\varphi_1 - \varphi_2| . \lambda$. فيكون عندئذ لدينا ما يلي:

إذا كان $\varphi_1 < \varphi_2$ فإن غاية الزوال في عرض بلدنا هي : $\varphi = \varphi_1 + \lambda |\varphi_1 - \varphi_2|$

وإذا كان ${}_2 < \varphi_1$ فإن غاية الزوال في عرض بلدنا هي : $\varphi = \varphi_1 - \lambda |\varphi_1 - \varphi_2|$

وعلى هذا المنهج تمامًا تستخرج المطالب الأخرى.

ملاحظتان :

1- بناءًا على هذين التعريفين تكون المدينة التي يقع سَمْت رؤوس أهلها (وهو قطب أفقها) مثل قُبَّة أَرين على دائرة معدل النهار لا عرض لها، لأنه لا بعد لسَمْت رؤوس أهلها عن معدل النهار. وقطبا معدل النهار لا ارتفاع ولا انخفاض لهما عن أفق المدينة. ودائرة معدل النهار مائلة عن المساكن الشمالية إلى جهة الجنوب وعن المساكن الجنوبية إلى جهة الشمال. ويظهر القطب الشمالي أبدًا في جهة المساكن الشمالية ويغيب عنها القطب الجنوبي، ويظهر القطب الجنوبي أبدًا في جهة المساكن الجنوبية ويغيب عنها القطب الشمالي.

2- ما يمكن استنتاجه باعتبار الأطوال والعروض أنَّ كل بلدين من البلدان لا يخلوان من أحد الأوضاع الأربعة التالية: إما يكونان متحدين في الطول والعرض، وإما مختلفين في الطول والعرض، وإما متحدين في الطول مختلفين في العرض، وإما مختلفين في الطول متحدين في العرض. وقد أوضح الحَبَّاك الأحكام المترتبة عن كل وضع من هذه الأوضاع، وقد ترك التفصيل في الوضع الأول لوضوحه، ذلك أنَّ الموضعين المتحدين في الطول والعرض لزم عن ذلك استواؤهما في جميع الأحكام.

<u>الموضعان المتحدان في الطول دون العرض</u> : في هذين الموضعين تكون لدينا الأحكام التالية:

* - الاتحاد في الزمان لنصف النهار للشمس والكواكب، فلا يتقدم زوال الشمس في أحدهما قبل زوالها في الآخر. ولا يكون بُعْدٌ بين نصفي نهاريهما ولا نصفي ليلهما[66].

** - يَتَّحِدُ في الطلوع والغروب على هذين الموضعين كل ما وُجِد على دائرة معدل النهار من شمسٍ أو كوكبٍ. كما هو الحال عند حلول الشمس بنقطتي الاعتدال.

***- أما بخصوص ما لم يكن على دائرة الاعتدال فلا يخلو أنْ يكون في البروج الشمالي أو البروج الجنوبية. فإنْ كان في البروج الشمالية كالشمس بين رأس الحمل ورأس الميزان، فيتقدم الطلوع في الأفق الأكثر عرضًا على الأفق الأقل عرضًا، وذلك لانخفاض دائرة أفق الموضع الأكثر عرضًا عن دائرة أفق الموضع الأقل عرضًا؛ وأمَّا الغروب فعلى العكس من ذلك. وإنْ كان في البروج الجنوبية كالشمس بين رأس الميزان ورأس الحمل، فالحكم في هذا على عكس ما كان في البروج الشمالية.

تنبيه : في كِلتاَ الحالتين لا يوجد حدٌ منضبطٌ لمدة التقدم في الطلوع أو في الغروب. ثم إنَّ سائر المطالب الأخرى من قوس نهارٌ ومطالع وسعة مشارق وغيرها تختلف باختلاف العرض، مثل ما اختلف الطلوع والغروب؛ كما يختلف هواء المواضع المختلفة العرض باعتبار الحر والبرد، فالمساكن الشمالية أبرد من المساكن الجنوبية.

<u>الموضعان المتحدان في العرض دون الطول</u> : في هذين الموضعين تكون لدينا الأحكام التالية:

* - يتقدم طلوع الشمس والكواكب في الموضع الأكثر طولاً عن الموضع الأقل طولاً بقدر فضل الطول. فمثلاً: إذا كان طول بلد 60° وبلد آخر غربه بطول 30° فيكون فضل الطولين هو 30° وهو مقدار ساعتين معتدلتين، فعلى هذا يتقدم طلوع الشمس في البلد

66 - يذكر السنوسي انه ستنبني على هذا مسألة فقهية وهي: إذا ثبت أنْ توفى إنسانان في موضعين متحدين في الطول في نصف النهار أو نصف الليل وكان بينهما سبب التوارث، فلا يرث أحدهما من الآخر، لعدم تقدم أحدهما بالموت على الآخر.

ملاحظة : لم يذكر الحَبَّاك المطلب الثالث واستغنى عنه بالمطلب الثاني. وهذه المطالب تجري أيضًا في الكواكب باستثناء المطلب الأوَّل.

معرفة موضع درجة الشمس في منطقة البروج : نريد معرفة ذلك على الحقيقة حيث تقع بين خطي قسم من أقسام منطقة البروج. لأجل ذلك نضع أوَّل القسم على خط وسط السماء ونُعَلِّم بموضع المُري علامة، ثم نحرك الشبكة على توالي البروج حتى يقع آخر ذلك القسم على خط وسط السماء ونُعَلِّم بموضع المُري علامة ثانية. ولنعتبر a عدد الأجزاء التي قطعتها الشمس من قسم البروج المعلوم، و b مجموع أجزاء ذلك القسم، و c عدد الأجزاء التي تقطعها الشمس بين العلامتين، و d عدد ما بين العلامتين من أجزاء الحجرة، فنكون أمام أربعة مقادير متناسبة حيث يكون لدينا : $\frac{a}{b}=\frac{c}{b}$ وبالتالي $c=\frac{a\times d}{b}$ وهو قدر نسبة ما قطعت الشمس من ذلك القسم فيما بين علامتي المُري. فنعد مثله من أجزاء الطوق بدءًا من العلامة الأولى ونُعلِّم حيث انتهى العدد علامة ثالثة، ونضع المُري على هذه الأخيرة وننظر إلى ما وقع على خط وسط السماء من أجزاء أقسام منطقة البروج ونُعلِّم عليه علامة فهي موضع جزء الشمس في ذلك القسم على الحقيقة.

معرفة موضع جزء الشمس إنْ كان واقعًا بين خطي مقنطرة : لأجل ذلك نضع جزء الشمس على الخط الأول المتقدم على موضع الجزء ثم على الخط الثاني وهو المتأخر عن موضع الجزء ونُعَلِّم علامتين أولى وثانية بموضعي المُري على الحجرة، وليكن a عدد ما بين العلامتين من أجزاء الحجرة. ثم نأخذ من هذه الأجزاء نسبة الأجزاء التي أخذها جزء الشمس بين خطي المقنطرة إلى مجموع ما بين الخطين من الأجزاء، ونَعُدُّ من العلامة الأولى مثل تلك النسبة ونُعَلِّم حيث انتهى العدد علامة، ونضع المُري على هذه الأخيرة، وننظر إلى ما وقع عليه جزء الشمس فيما بين المقنطرتين فهو موضعه منها.

وبطريقة أخرى يمكننا استعمال أربعة مقادير متناسبة على ضوء ما تقدم في المطلب الذي قبل هذا.

$$\frac{\text{أعداد جزء الشمس بين المقنطرتين}}{\text{مجموع ما بين المقنطرتين من الأجزاء}}=\frac{\text{ما ينوب كسر ما بين المقنطرتين من أجزاء الحجرة}}{\text{ما بين علامتي المري من أجزاء الحجرة}}$$

تحقيق قدر نسبة الجزء من الساعة الزمانية إذا وقع جزء الشمس أو نظيره بين خطوط الساعات الزمانية: نريد أنْ نعرف هل هذه النسبة هي نصف الساعة أو ثلثها أو ربعها أو غير ذلك، ويُتعرف على ذلك من ثلاث علامات نُعَلِّمها بمواضع المُري الموافقة لوقوع جزء الشمس أو النظير على جزء الساعة المراد نسبته، ووقوعه على أوَّل الساعة، ووقوعه على آخر الساعة. فتسمح لنا هذه العلامات الثلاثة من معرفة عدد أدراج الساعة الزمانية (أزمانها)، وهو عدد ما بين العلامتين الثانية والثالثة من أجزاء الحجرة الموافقتين لأوَّل الساعة وآخرها؛ وكذلك معرفة ما في جزء الساعة (كسرها) من الأدراج وهو ما بين العلامتين الأولى والثانية من أجزاء الحجرة. وبالتالي معرفة قدر نسبة ذلك الجزء من الساعة[64].

$$\text{نسبة الجزء من الساعة}=\frac{\text{عدد ما في الجزء من الأدراج}}{\text{عدد أدراج الساعة الزمانية}}$$

10. العمل في عرض يقع بين صفيحتين[65]

نريد أنْ نعمل بالأسطرلاب في بلد يقع عرضه بين صفيحتين في الأسطرلاب، صفيحة عرضها أقل من عرض البلد وصفيحة أخرى عرضها أكبر من عرض البلد. لأجل استخراج جملة من المطالب كقوس النهار أو الليل وغاية الارتفاع (ارتفاع الزوال) والمطالع والسُّمُوت وغير ذلك من المطالب.

فالعمل في ذلك أنْ ننظر إلى أقرب العرضين من عرض بلدنا.

[64] ـ نلاحظ أنه لا يحتاج في هذه المطالب إلى مفهوم أربعة أقدار متناسبة، ذلك أنَّ عدد الأدراج المأخوذة من أجزاء الحجرة هو نفسه عدد ما في الساعة الزمانية أو كسرها من الأدراج، سواء بسواء.

[65] ـ يقول السنوسي أنه كان ينبغي على الحَبَّاك أنْ يُعَرِّف مفهوم العرض والطول للمدينة (البلد) قبل الحديث عن هذين المفهومين. ويعرض السنوسي التعريفين التاليين :
عرض المدينة هو عبارة عن البُعد عن سمت الرؤوس في تلك المدينة وبين دائرة معدل النهار؛ وهو قدر ارتفاع القطب (أي القطب الشمالي أو القطب الجنوبي. وهما قطبا دائرة معدل النهار) عن الأفق في تلك المدينة؛ وهو قدر انخفاض القطب الآخر فيها عن الأفق، وهذه الأشياء الثلاثة متساوية.
وطول المدينة هو ما تقدره القوس المارة بالبعد وبقطب معدل النهار من معدل النهار إلى أوَّل العمارة أعني عمارة الربع المسكون.

تنبيه: يشير السنوسي إلى أنَّ هناك عدة طرق لتسوية البيوت الاثني عشر، وينقل في شرحه عمل ابن الصفار وابن أبي الصلت وغيرهما في هذا الشأن. وذلك بنقل الطالع ساعتين ساعتين فتنتج مراكز البيوت الأخرى على التوالي؛ أو بقسمة ما بين كل وتدين من الأوتاد الأربعة على ثلاثة، ثم إضافة ما خرج إلى جزء البيت فيتعين مركز البيت المجاور له وهكذا.

كما نَبَّه السنوسي إلى معرفة مطالب تتعلق بتسوية البيوت الاثني عشر مثل: معرفة تحويل طالع سنة العالم إذا كان طالع سنة من السنين معلومًا، ومعرفة تعديل تاريخ ذلك التحويل؛ ومعرفة مدخل طالع الموالد، ومعرفة تاريخ ذلك التحويل؛ ومعرفة مطارح شعاعات الكواكب المُتَحيِّرة.

8. ترتيب أوقات السُّحُور

تعلق هذا الفصل بترتيب أوقات القيام للسُّحُور للمؤذنين في كل ليلة من شهر رمضان المبارك، وعمل ذلك كما يلي:

نضع جزء الشمس تحت الأفق على خط الفجر أو نضع نظير الشمس من جهة المغرب على مقنطرة 18 ونُعَلِّم بموضع المُري علامة نقطة الفجر، ثم نحرك المُري بعكس توالي أعداد الحجرة بـ 45 درجة، وهو مقدار 3 ساعات معتدلة قبل طلوع الفجر، ونقسم 45° إلى ستة أقسام متساوية كل منها 7°,30' (سبع درجات ونصف)، فيكون لكل قسم من الوقت نصف ساعة معتدلة[61]. ويُستعان في معرفة مبدأ حلول وقت كل قسم بمعرفة ارتفاع كواكب الأسطرلاب عند وضع المُري على أوَّل القسم، بمعنى عند وضع المُري على أوَّل قسم معين ننظر إلى كواكب الأسطرلاب في الشبكة ونحدد ارتفاع كوكب منها على ما وقع عليه من المقنطرات فنعرف ارتفاعه الموافق لذلك القسم، فلما يحل الكوكب بذلك الارتفاع[62] يدخل وقت أوَّل ذلك القسم، وحينها يقوم صاحب ذلك القسم من المؤذنين بتذكير الناس للسُّحُور، وهكذا في بقية الأقسام، على عُرفِ المؤذنين. وقد جعل الحَبَّاك القسم الأوَّل للتذكير، ووعظ الناس وتنبيههم على عبادة الله سبحانه وتعالى؛ والأقسام الثلاثة الموالية للسُّحُور، يعمل فيها المؤذنون بالإضافة إلى التذكير السابق على تنبيه الناس للسُّحُور ليستعين الصائم به على أداء سائر العبادات؛ والقسم الخامس للتعجيل في

[61] - أي ثلاثون دقيقة حاليًا.

[62] - يُعرَفُ حلول الكوكب بالارتفاع المذكور باعتماد الرصد، والأمر نفسه في بقية الأقسام مع الكواكب الموافقة لها.

الأكل مخافة الدخول في الوقت الممنوع؛ والقسم السادس لقطع الأكل والشرب احتياطًا ولوجوب الإمساك جزء من الليل، لاتصال هذا القسم الأخير بطلوع الفجر.

ملاحظة : يشير الحَبَّاك إلى أنَّ بعض المؤقتين يُخصِّص المبدأ الأول المذكور بـ 45 درجة أي ثلاث ساعات معتدلة قبل طلوع الفجر لليل الطويل؛ فإذا نقص الليل فإنه ينقص منها شيئًا فشيئًا حسب نقصان الليل إلى أنْ ينتهي في نقصانه في أقصر ليلة عند ساعتين وذلك ثلاثون درجة قبل طلوع الفجر. فتكون حصّة كل قسم من الأقسام الستة 5 درجات وهو ثُلثُ ساعة[63].

وبعض المؤقتين يترك احتياطًا أربع درجات، وذلك بأن يجعل القسم الأخير غير مساو لغيره من الأقسام فيقتصر فيه على 4° ، ويقسم ما تبقى من 45 درجة أو ما هو أقل منها إلى خمسة أقسام متساوية، ويعمل بها على ضوء ما سبق بالاستدلال عليها بالكواكب.

9. تحقيق ما بين خطين

عمل الحباك في هذا على أمور يُحتاج فيها إلى التحقيق للوصول إلى القطع فيها بالتدقيق وهي أربعة مطالب، ذكر منها ثلاثة وأضاف السنوسي في شرحه الرابع.

الأول : تحقيق موضع جزء الشمس، إذا وقع بين الخطين اللذين يَحُدَّان كل قسم من أقسام البروج المرسومة في المنطقة.

الثاني : تحقيق موضع الجزء، إذا كان ارتفاع الشمس يوجب وقوع الجزء بين خطي أوَّل المقنطرة وآخرها.

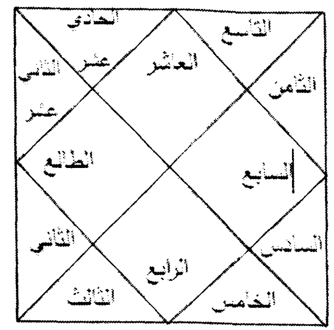
الثالث : تحقيق موضع سَمت الشمس، إذا اقتضى العمل وقوع جزئها بين خطوط الدوائر السمتية.

الرابع : تحقيق قدر نسبة الجزء من الساعة الزمانية، إذا وقع جزء الشمس أو نظيره بين خطوط الساعات الزمانية.

[63] - أي عشرون دقيقة حاليًا.

آخر الأولى والحادية عشر	آخر الثانية والعاشرة	آخر الثالثة والتاسعة	آخر الرابعة والثامنة	آخر الخامسة والسابعة	أخر السادسة
$\beta + 33 + \frac{1}{3}$	$\beta + 13 + \frac{1}{3}$	$\beta + 6 + \frac{2}{3}$	$\beta + 3 + \frac{2}{3}$	$\beta + 3 - \frac{1}{3}$	β

مطالب تُعرف من وضع كوكب على ارتفاعه المرصود في المقنطرات : إذا أخذنا كوكب من كواكب الأسطرلاب ووضعناه على مثل ارتفاعه المرصود، في المقنطرات الغربية إنْ كان الارتفاع غربيًا، وفي المقنطرات الشرقية إنْ كان الارتفاع شرقيًا. ثم نحدد علامة بموضع المُري، عندئذ يمكننا معرفة المطالب التالية :



- سمت ذلك الكوكب وجهته على ضوء ما فعلنا مع جزء الشمس. (لم يذكر الحَبَّاك هذا صراحة)
- الدائر من الليل : وهو عدد ما بين موضع المُري ونقطة الغروب من أعداد الحجرة. وبقسمته على 15 يخرج ما مضى من الليل من ساعات معتدلة.
- الباقي من الليل : وهو عدد ما بين موضع المُري ونقطة الشروق من أعداد الحجرة. وبقسمته على 15 يخرج ما بقي من الليل من ساعات معتدلة.
- الماضي أو الباقي من الليل من ساعات زمانية : بالنظر إلى ما قطع جزء الشمس تحت الأفق من الساعات، فهو ما مضى من الليل من ساعة زمانية قبل ذلك الارتفاع. وبطرحه من 12 يخرج ما بقي من الليل من ساعة زمانية.
- معرفة مغيب الشفق : ننظر هل وصل جزء الشمس في سيره تحت الأفق إلى خط الشفق أو جاوزه فيكون الشفق قد غاب ودخل وقت صلاة العشاء، وإنْ وقع قبله فلم يدخل وقت العشاء.
- معرفة طلوع الفجر : ننظر هل وصل جزء الشمس في سيره تحت الأفق إلى خط الفجر أو جاوزه فيكون الفجر قد طلع ودخل وقت صلاة الفجر، وإنْ وقع قبله فلم يدخل وقت صلاة الفجر.

تنبيه : يشير السنوسي إلى أنه يمكننا أيضًا معرفة ما نجهله من أعيان كواكب السماء الموضوعة في الشبكة، من خلال معرفة ارتفاع كوكب من كواكب الشبكة بالرصد. وذلك بوضع الكوكب على ارتفاعه المرصود في المقنطرات، ثم ننظر إلى الكوكب المطلوب

على كم وقع من ارتفاع المقنطرات وما وافقه من السُّموت في ربع من الأرباع الأربعة؛ ونثبت العضادة على مثل ذلك الارتفاع وننظر في تلك الجهة، فأي كوكب نراه من شطبتي العضادة فهو الكوكب المطلوب. وهكذا نعمل مع بقية الكواكب.

ملاحظة: يذكر السنوسي نقلاً عن ابن أبي الصَّلْت أنَّ أجود الأسطرلابات تلك المعمولة على رصد قريب، لأن طول الزمان يُغيِّر من مُحَددات الكواكب، فلا يصح فيها القياس.

7. تسوية البيوت الاثني عشر

تعتبر هذه الفقرة تكملة لما تعلق بكيفية استخراج الأوتاد الأربعة من وضع جزء الشمس على ارتفاعها المرصود. وذلك بأنْ نستخرج الأوتاد الأربعة كما سبق (المحور 6). ثم نضع الطالع على أوَّل الساعة 11 تحت الأفق فتكون الدرجة التي في خط وسط السماء من أجزاء البروج هي مركز البيت التاسع ثم نضع الطالع على أوَّل الساعة 9 تحت الأفق فتكون الدرجة التي في خط وسط

السماء من أجزاء البروج هي مركز البيت الثامن. ثم نضع السابع (نظير الطالع) على أوَّل الساعة 5 تحت الأفق فتكون الدرجة التي في خط وسط السماء من أجزاء البروج هي مركز البيت الثاني عشر. ثم نضع السابع على أوَّل الساعة 3 تحت الأفق فتكون الدرجة التي في خط وسط السماء من أجزاء البروج هي مركز البيت الحادي عشر.

بهذا يكون قد تم استخراج ثمانية بيوت من إثني عشر بيتا؛ تستخرج بقية البيوت الأربعة من نظائرها، فالثاني نظير الثامن، والثالث نظير التاسع، والخامس نظير الحادي عشر، والسادس نظير الثاني عشر.

فيكون الوضع الأخير كما هو مبين في الجدول[60].

[60] ـ هذا الجدول الذي أوضحه السنوسي في شرحه لمنظومة الحَبَّاك نجده مستعملاً فيما بعد وبنفس الكيفية في التقليد الفلكي المغاربي عند الفقيه المؤقت عبد السلام بن إدريس بن أحمد الأوديي السبيطي، في رسالته في العمل بالأسطرلاب المعروفة بـ **نزهة الزمان**، مخطوط الخزانة الحسنية، رقم 1009، ص. 25ظ.

- فضل الدائر : هو عد ما بين موضع المُري ونقطة التوسط من أجزاء الحجرة. فإنْ كان الارتفاع شرقيًا ففضل الدائر هو باقي الارتفاع المرصود إلى الزوال. وإن كان الارتفاع غربيًا ففضل الدائر هو الماضي بين الزوال والارتفاع المرصود.

بقسمة تلك الأعداد على 15 يخرج ما فيها من الساعات المعتدلة.

<u>معرفة الباقي أو الماضي من الارتفاع وصلاة الظهر أو العصر</u>: إنْ كان الارتفاع شرقيًا فيكون ما بين موضع المُري ونقطة الظهر أو نقطة العصر من أعداد الحجرة هو الباقي من الارتفاع المرصود إلى صلاة الظهر أو صلاة العصر. وإنْ كان الارتفاع غربيًا فتكون تلك الأعداد هي ما مضى من الارتفاع إليهما.

<u>معرفة ما مضى من النهار أو بقي من ساعة زمانية</u>: ننظر إلى ما قع عليه النظير في الساعات تحت الأفق فيكون هو الماضي من النهار من ساعة زمانية إلى ذلك الوقت، فبطرحه من 12 (وهو عدد الساعات الزمانية في النهار كله) يكون الخارج ما بقي من النهار من وقت الارتفاع إلى الليل من ساعة زمانية.

<u>معرفة استخراج وقت الظهر والعصر</u>: ننظر إلى نظير جزء الشمس في الساعات، فإن وصل النظير خط الظهر أو خط العصر أو جاوزهما فقد دخل وقت الصلاة للظهر أو العصر؛ وإن وقع النظير قبلهما أو قبل أحدهما فلم يدخل بعد وقت صلاة ما وقع النظير قبل خطه.

تنبيه : يضيف السنوسي في شرحه التفاصيل التالية حول معرفة ما مضى من النهار أو ما بقي من ساعة زمانية انطلاقًا من معرفة أصابع الظل لذلك الارتفاع المرصود أو أقدامه، وهي التفاصيل التي لم يذكرها الحَبَّاك في هذه الفقرة. وقد مضى في فقرة سابقة كيفية استخراج الساعات الزمانية من الظلال مُقدَّرة بالأصابع أو الأقدام.

فليكن δ الارتفاع المرصود، و λ ظله المبسوط بالأصابع[59]؛ وليكن φ ارتفاع نصف النهار في ذلك اليوم، و β ما في ظله المبسوط من الأصابع (ظل الزوال). حينئذ يكون لدينا : $b = \frac{72}{(\lambda+12)-\beta}$. وهو عدد ما مضى من النهار من ساعات زمانية إنْ كان الرصد قبل نصف النهار، وهو الباقي منه إنْ كان الرصد بعد نصف النهار، ويكون $12 - b$ ما بقي أو ما مضى من النهار من ساعات زمانية تبعًا لوقت الرصد.

وبالعكس من هذا إنْ كانت لدينا ساعات زمانية b وأردنا ما في ظل ارتفاعها من الأصابع المبسوطة فلدينا :

إذا كان $b < 6$ ، فإن : $\lambda = \left(\frac{72}{b} + \beta\right) - 12$ أصبعًا

وإذا كان $b > 6$ ، فإن : $\lambda = \left(\frac{72}{12 - b} + \beta\right) - 12$ أصبعًا

ومن هذا الأخير نستخرج ارتفاع جزء الشمس δ في ذلك الوقت.

وإن كان العمل في كل ما سبق بالأقدام، فيكون العمل على نحو ما يلي :

$$b = \frac{40}{\left(\lambda + 6 + \frac{2}{3}\right) - \beta}$$

وهو ما مضى من النهار من ساعة زمانية إنْ كان الرصد قبل الزوال؛ وهو الباقي منه إنْ كان الرصد بعد الزوال، ويكون الماضي حينئذ هو $12 - b$.

وعلى العموم لدينا يمكننا تحديد الساعات الزمانية في يوم معين من الجدول التالي : ليكن β ظل الزوال في ذلك اليوم. إذا قدرنا الظلال بالأصابع كان عدد ما في الساعات من الأصابع :

آخر الأولى والحادية عشر	آخر الثانية والعاشرة	آخر الثالثة والتاسعة	آخر الرابعة والثامنة	أخر الخامسة والسابعة	أخر السادسة
$\beta + 60$	$\beta + 24$	$\beta + 12$	$\beta + 6$	$\beta + 3$	β

وإن قدَّرنا الظلال بالأقدام فيكون عدد ما في الساعات من الأقدام :

59 - بمعنى $ctg(\delta) =$

ملاحظة هامة 1 : في بعض الأسطرلابات يوجد خطين تحت الأفق أحدهما إلى ما يلي المشرق كتب عليه خط الفجر والآخر إلى ما يلي المغرب كتب عليه خط الشفق يفيدان في استخراج الفضلة الفجرية والفضلة الشفقية. وذلك بوضع جزء الشمس على خط الفجر فتكون الفضلة الفجرية هي بُعدُ ما بين موضع المُري ونقطة الشروق؛ وعند وقوع جزء الشمس على خط الشفق تكون الفضلة الشفقية هي بُعدُ ما بين موضع المُري ونقطة الغروب.

وإذا أردنا أنْ نعرف ما مضى من الوقت لمغيب الشفق أو لطلوع الفجر فنعمل على تحقيق ارتفاع كوكب من كواكب الشبكة، ثم نضعه في المقنطرات على مثل ارتفاعه، في مقنطرات المشرق إنْ كان الارتفاع شرقيًا، وفي مقنطرات المغرب إنْ كان الارتفاع غربيًا، وننظر إلى جزء الشمس ونظيره، ونعرف موضع جزء الشمس في الساعات الزمانية فيكون ذلك ما مضى منها لمغيب الشفق أو لطلوع الفجر.

ملاحظة 2 : يشير الحَبَّاك أيضًا إلى أنَّ الفضلتين الفجرية والشفقية أعظم ما تكونان عليه عند حلول جزء الشمس بالمنقلبين رأس السرطان ورأس الجدي؛ وأقل ما تكونان عليه عند حلول جزء الشمس بالاعتدالين رأس الحمل ورأس الميزان. كما أنَّ زيادة النهار بعد الاعتدال الربيعي تقصر، بمعنى أنَّ حصة الزيادة في كل نهار تكون أقل من حصة الزيادة في النهار الذي قبله إلى أنْ تحل الشمس بالمنقلب الصيفي (الرجوع الصيفي). وكذلك زيادة الليل بعد الاعتدال الخريفي تقصر، بمعنى أنَّ حصة الزيادة في كل ليلة تكون أقل من حصة الزيادة في الليلة التي قبلها إلى أنْ تحل الشمس بالمنقلب الشتوي (الرجوع الشتوي). وعلى العكس من ذلك في الوضعين الآخرين بعد الرجوعين حيث تزداد الحصة في كل نهار أو ليلة عن الحصة في النهار الذي قبله أو الليلة التي قبلها إلى أنْ تحل الشمس بالاعتدال.

ملاحظة 3 : يُنَبِّه الحباك إلى أنه في حالة أخذ ارتفاع كوكب من الكواكب مثلاً، ووُضِع في المقنطرات على مثل ارتفاعه، فوقع جزء الشمس تحت الأفق بين خطين من خطوط الساعات الزمانية، ووقع النظير فوق الأفق بين مقنطرتين، وتَحَيَّرنا في تقدير ما وقع عليه الجزء تحت الأفق فيما بين خطي الساعات هل هو ربع ما بين الخطين أو نصفه أو غير ذلك من الأجزاء، أو ما وقع عليه النظير فوق الأفق فيما بين خطي المقنطرتين، فعلينا أنْ نحزر ذلك، فذلك مجموع كسر الساعة الواقع عليها جزء الشمس إلى ما قبله من الساعات؛ وجمع كسر ما بين المقنطرتين الواقع عليه النظير إلى ما قبله من المقنطرات.

6. معرفة الماضي من النهار والليل وما لحق به

يعتمد الحَبَّاك في هذه الفقرة على رصد ارتفاع جزء الشمس لأجل استخراج العديد من المفاهيم وهي عشرة مطالب نلخصها فيما يلي :

معرفة السَّمت وجهته من الرصد : نعمل على رصد ارتفاع جزء الشمس في وقتٍ معين، ثم نضع جزء الشمس على مثل ذلك الارتفاع من المقنطرات الشرقية إنْ كان الارتفاع شرقيًا (قبل الزوال)، وفي المقنطرات الغربية إنْ كان الارتفاع غربيًا (بعد الزوال). فما وقع عليه جزء الشمس من عدد السَّمْت (الدوائر السمتية) فذلك سَمْت الشمس في ذلك الوقت، أي بُعدها عن عين المشرق أو عين المغرب. أما إذا وقع جزء الشمس على أم السَّمْت (دائرة أوَّل السُّموت المارة من عين المشرق وعين المغرب) فلا سَمت لها، وهذا الوضع الأخير لا يكون إلى للأجزاء أو الكواكب التي ميولها موافقة لعرض بلدنا في الجهة وليست بأعظم منه. ويمكننا تحديد جهة السمت تبعا لوضعه بالنسبة لأم السُّمُوت. فإنْ وقع الجزء في جهة اليسار فوق أم السُّمُوت فالسَّمْت شرقي جنوبي، وإنْ وقع تحتها فالسَّمت شرقي شمالي؛ وإنْ وقع في جهة اليمين فوق أم السُّمُوت فالسَّمْت غربي جنوبي، وإنْ وقع تحتها في تلك الجهة فالسَّمْت غربي شمالي.

معرفة استخراج الأوتاد الأربعة : وهي أجزاء البروج التي تكون في النقاط الأربعة في وقت معين وهي عين المشرق ويكون فيها جزء البرج الطالع وهو الذي يقع على الأفق الشرقي وهو الأوَّل ومنه العَدُّ، وعين المغرب ويكون فيها جزء البرج السابع وهو الواقع على الأفق الغربي وهو نظير الطالع، ووسط السماء ويكون فيها جزء البرج العاشر الواقع على خط وسط السماء ويسمى أيضًا المتوسط، ووتد الأرض ويكون فيها جزء البرج الرابع الواقع على خط وتد الأرض ويسمى أيضًا الوتد وهو نظير المتوسط، وتعرف كل هذه الأجزاء بوضع جزء الشمس على ارتفاعها المرصود.

معرفة الماضي من النهار : بوضع جزء الشمس على ارتفاعها المرصود في المقنطرات، وتحديد موضع المُري فيكون لدينا ما يلي:

- الماضي من النهار : هو عَدُّ ما بين نقطة الشروق وموضع المُري من أجزاء الحجرة.
- الباقي من النهار : هو عَدُّ ما بين موضع المُري ونقطة الغروب من أجزاء الحجرة.

ولدينا القاعدة التالية لمعرفة ظل الوقت: لتكن m قامة الشخص القائم، و λ ظل الشخص القائم مبسوطًا، و δ ظل الوقت فيكون $\frac{\lambda}{m} = \frac{\delta}{12}$ وتفيد هذه القاعدة المتعلقة بأربعة أعداد متناسبة في معرفة ظل الوقت باستعمال أي شاخص (مقياس) كان.

5. معرفة استخراج الأوقات الخمسة

عمل الحَبَّاك في هذه الفقرة على توضيح كيفية استخراج الأوقات لكل واحدة من الصلوات الخمسة باعتماد الدائر من الفلك، وهذا المجال يُتَصرف فيه أيضًا بما يعرف بالأوقات الظلِّية، وقد تقدم ذلك في باب معرفة وقت الظهر والعصر من قبل الارتفاع والظل ومن جهة الحساب؛ ويعتمد الدائر من الفلك سيما عندما يتعرض للشمس أو الكوكب ما يمنع رؤيتهما (يحجبهما). ونحتاج في هذا بداية إلى معرفة موضع جزء الشمس في يومنا، واستخراج النقاط الثلاثة وهي نقطة الشروق (الطلوع) ونقطة التوسط ونقطة الغروب.

معرفة استخراج الدائر من معدل النهار من زوال الشمس لأول العصر: لأجل ذلك نستخرج ارتفاع الشمس لأول العصر وذلك بوضع نظير جزء الشمس في الساعات على خط العصر فما وقع عليه جزء الشمس من المقنطرات فهو ارتفاع الشمس لأول العصر، ونُعلِّم على موضع المُري علامة نسميها نقطة العصر. فيكون ما بين هذه النقطة ونقطة التوسط من أدراج الحجرة هو الدائر من معدل النهار من زوال الشمس إلى العصر. وبقسمته على 15 يكون الخارج هو عدد الساعات المعتدلة من الزوال إلى العصر.

معرفة استخراج الدائر من معدل النهار من العصر إلى غروب الشمس: وهو عد ما بين نقطة العصر ونقطة الغروب من أجزاء الحجرة، وبقسمته على 15 يكون الخارج عدد الساعات المعتدلة من العصر إلى المغرب. ويدخل وقت صلاة المغرب بإضافة درجة أو درجتين أو ثلاثة إلى تلك الساعات[57]، وتدعى تلك الزيادة من الدرجات بالتمكين وهي احتياط لِألاَّ يقع شيء من الصلاة قبل الوقت.

معرفة الدائر من الزوال إلى وقت الظهر المستحب: يعمل في هذا على ضوء ما عملنا في العصر. فنستخرج نقطة الظهر بوضع جزء الشمس في المقنطرات على مثل ارتفاعها

[57] - نشير إلى أنَّ كل درجة من الدائر من الفلك تقابل 4 دقائق من الساعات المعتدلة.

وقت الظهر، فموضع المُري نسميه نقطة الظهر. ويكون ما بين نقطة الظهر ونقطة التوسط من أدراج الحجرة هو الدائر من معدل النهار من الزوال إلى وقت الظهر. فبقسمته على 15 يكون الخارج ما بينها من الساعات المعتدلة.

ويكون ما بين نقطة الظهر ونقطة العصر من أجزاء الحجرة هو الدائر من معدل النهار من الظهر إلى العصر، وبقسمته على 15 يكون الخارج ما بينهما من الساعات المعتدلة.

ويكون أيضًا ما بين نقطة الشروق ونقطة الظهر من أجزاء الحجرة هو الدائر من معدل النهار بينهما، وبقسمته على 15 يكون الخارج ما بينهما من الساعات المعتدلة. وعلى مثل هذا يُعلم ما بين الظهر والغروب.

معرفة الدائر من معدل النهار ليلاً: بوضع نظير جزء الشمس على مقنطرة 18 في الشرق يكون موضع المُري في نقطة الشفق، ويكون ما وقعت عليه من الأجزاء هو ما يطلع من معدل النهار عند مغيب الشفق، ويكون ما بين نقطة الشفق ونقطة الشروق من أجزاء الحجرة هو دائر باقي الليل (دائر الغسق)، فبقسمته على 15 يخرج ما فيه من الساعات المعتدلة.

تعريف الفضلة : الفضلة هي الأدراج التي يقطعها معدل النهار بين وقت المغرب ووقت العشاء الذي هو مغيب الشفق؛ وهي الأدراج التي يقطعها معدل النهار بين طلوع الفجر وطلوع الشمس. وهي أنْ تَعُدَّ ما بين نقطة الشفق ونقطة الغروب إنْ وضَعْتَ نظير جزء الشمس على مقنطرة 18 في جهة المشرق (مقنطرة الشفق). أو تَعُدَّ ما بين نقطة الفجر ونقطة الشروق. وهاتان الفضلتان متساويتان أبدًا[58].

نقطة الفجر: هي النقطة التي ترسمها في موضع المُري، إن وضعت نظير جزء الشمس على مقنطرة 18 في جهة المغرب (مقنطرة الفجر).

[58] - يقول السنوسي أنَّ هذا التعريف هو الموجود في أكثر الرسائل أو كلها. ويذكر الحَبَّاك في منظومته أنَّ بعض المتأخرين زَعَم أنَّ الفضلتين غير متساويتين، فمنهم من جعل فضلة الفجر تستخرج بوضع نظير الشمس في جهة المغرب على مقنطرة 19؛ وفضلة الشفق تستخرج بوضع النظير في جهة المشرق على مقنطرة 17؛ فمنهم من جعل فضلة الفجر تستخرج بوضع نظير الشمس في جهة المغرب على مقنطرة 20؛ وفضلة الشفق تستخرج بوضع النظير في جهة المشرق على مقنطرة 18. وينصح الحَبَّاك بالاكتفاء بهذا القول الموحد للفضلتين، مع ترك الاختيار من بين الأقوال السابقة الذكر مفتوحًا.

ارتفاع الشمس لأول وقت الظهر هو :

$$\psi_2 = \varphi - [\frac{\varphi}{10} + \frac{(\varphi - 30)}{10}]$$

وبطريقة أخرى :
وهو أيضًا ارتفاع لوقت الظهر [51].

$$\psi_2 = \varphi - \frac{\varphi}{6}$$

ملاحظة هامة: يقول الحَبَّاك : "إنَّ كل مطلب تفرضه فإن موضع ابتداء حركة المُري استخراجه، وموضع انتهائها تسمى باسم يناسب ذلك المطلب. مثال ذلك: في مطلب الارتفاع للظهر أو العصر أو الدائر لهما تسمى تلك النقطة، نقطة الظهر، أو نقطة العصر، أو نقطة الشفق، أو نقطة طلوع، وقس على ذلك سائر المطالب"[52].

4. معرفة أصابع الظل وأقدامه والارتفاع بعضها من بعض

اتفق الفلكيون على أنَّ إذا رمزنا بـ m لقامة الشخص القائم[53] فيكون :

$m = 12$ أصبعًا[55] $= 6 + \frac{2}{3}$ قدمًا[54].

[51] ـ ذكر ابن البنا في القانون وجهًا آخر لارتفاع الشمس لوقت صلاة الظهر، وهو :

$$\psi_2 = \varphi - [\frac{\varphi}{10} + \frac{\varphi}{20}]$$

للاطلاع على مضمون رسالة ابن **البنا** **قانون في معرفة الأوقات بالحساب**، ومضمون رسالة **الجادري** **اقتطاف الأنوار من روضة الأزهار** وكلتاهما في علم الميقات أنظر: Calvo 2005, 61-80

[52] ـ السنوسي : المرجع السابق، (ص. 66-67).

[53] ـ الشخص القائم (المقياس): هو عمود قائم على سطح الأفق أو غيره من السطوح ويستخدم لأجل معرفة مقادير الظلال.
ينقل السنوسي تعريف ابن أبي الصَّلت للظلين المبسوط والمنكوس للشخص القائم فيقول: " الظل المبسوط هو الظل الواقع على بسيط الأفق من الشخص القائم على زوايا قائمة. والظل المنكوس هو الظل الممتد علي البسيط المستوي والقائم على بسيط الأفق على زوايا قائمة من الشخص القائم عليه الموازي لبسيط الآخر". أنظر السنوسي ، المرجع السابق ، (ص. 67).

[54] ـ وقد يقسم الشخص القائم بستين جزءًا وهي عدد أجزاء الجيب، كما جعل ابن أبي الصَّلْت القائم ستة أقدام ونصف. أنظر السنوسي، المرجع السابق، (ص. 68).

[55] ـ وهذا يعني أنَّ منتهى ما في شخص كل واحد من الظلين 12 أصبعًا، ويكون جداءهما 144 أصبعًا.

وليكن λ الظل المبسوط وهو المنبسط مع الأرض (ctg)، و μ الظل المنكوس وهو القائم (tg)

* فيكون لدينا في استخراج الظلال بعضها من بعض بالأصابع العلاقة العامة التالية:

$\lambda\times\mu = 144$ أصبعًا ، وينتج من ذلك أنَّ : $\lambda = \frac{144}{\mu}$ أصبعًا. وكذلك : $\mu = \frac{144}{\lambda}$ أصبعًا.

** وفي استخراج الظلال بعضها من بعض بالأقدام فهو ناتج من العلاقة السابقة معبر عنها بالأقدام.

*** أما ما يتعلق بدخول أوقات الصلاة (الظهر والعصر) ، فظل دخول الظهر ينتج بإضافة 3 أصابع إلى ظل الزوال مبسوطًا؛ وظل دخول العصر ينتج من إضافة 12 أصبعًا أو 24 أصبعًا إلى ظل الزوال مبسوطًا. وبالأقدام يكون ظل الظهر بإضافة $1 + \frac{1}{3}$ قدم إلى ظل الزوال، والعصر بإضافة قامة (أي $6 + \frac{2}{3}$ قدم) أو قامتين (أي $13 + \frac{1}{3}$ قدم) إلى ظل الزوال[56].

**** معرفة الارتفاع من الظل : لمعرفة الارتفاع من الظل المبسوط مثلاً نضع العضادة على مثل ذلك الظل من عمود الظل المبسوط في مربع الظل على ظهر الأسطرلاب، ثم ننظر إلى ما وقع عليه حرف العضادة في درج ربع الارتفاع، فما كان فهو الارتفاع لذلك الظل المبسوط؛ وعلى المنهج ذاته نفعل في معرفة ارتفاع الظل المنكوس.

فإذا كان الارتفاع °45 كان الظل المبسوط والمنكوس متساويين، وإلاَّ فلا. وإن كان الارتفاع °90 كان المبسوط منعدمًا أي لا ظل مبسوطًا لذلك الارتفاع.

[56] ـ نشير إلى أنه يوجد من يعتبر ظل الزوال هو ظل الظهر، بمعنى أنَّ دخول وقت الظهر يبدأ بالزوال وهو ما نجده على سبيل المثال عند الحسن المراكشي وعبد الرحمن الأخضري. وقد أعطى ابن راشد محمد بن عبد الله البكري القفصي تفصيلا في أوقات الصلاة إلى قسمين أداء وقضاء وجزأ الأداء إلى اختيار وفضيلة وضرورة، ويتفق مع المراكشي والأخضري في أول وقت الظهر بالزوال، وآخره أنْ يزيد الظل بقامة عن ظل الزوال وهو أوَّل وقت العصر، وآخر العصر أنْ يصير ظل القائم مثليه أو الاصفرار. أنظر : ابن راشد القفصي 2012، (ص. 110-111).

6.3 معرفة عرض الكوكب (بُعد الكوكب)

لاستخراج عرض الكوكب بالأسطرلاب وجهين[47]:

الوجه الأول: نضع محددة الكوكب على خط وسط السماء، وننظر إلى الجزء الذي وافى وسط السماء، فما بينهما من المقنطرات هو عرض الكوكب.

الوجه الثاني: نضع محددة الكوكب على خط وسط السماء، فيكون ما وقع عليه من عدد المقنطرات هو غاية ارتفاعه فنحفظه، ثم نحفظ العدد الذي وقع عليه جزء منطقة البروج في وسط السماء فهو غاية ارتفاعه أيضًا، ثم نسقط الأقل من الأكبر من المحفوظين فما بقي فهو عرض الكوكب. وهذا الوجه خاص بالكواكب التي تقع مع جزء المنطقة على خط وسط السماء بين سمت الرأس وأعلى الصفيحة أو بين سمت الرأس وأسفل الصفيحة.

7.3 معرفة طول الكوكب[48]

نضع رأس الحمل على خط وسط السماء، ونُعلِّم بموضع المُري علامة أولى، ثم ندير الشبكة على توالي أعداد الحجرة إلى أنْ تقع محددة الكوكب على خط وسط السماء، ونُعلِّم بموضع المُري علامة ثانية. ثم نَعُدُّ من أوَّل الحمل مثل عدد ما بين العلامتين، فحيث نفد العدد من أجزاء فلك البروج فهو موضع الكوكب[49].

8.3 معرفة درجة التوسط والطلوع والغروب للكوكب من أجزاء منطقة البروج

أي الدرجة التي تتوسط معه من أجزاء منطقة البروج إذا كان في وسط السماء، والدرجة التي تطلع معه إذا كان في أفق المشرق، والدرجة التي تغرب معه إذا كان في أفق المغرب. ولمعرفة ذلك نعمل مع الكوكب على ضوء ما عملنا مع الشمس في سعة المشرق والمطالع. فمثلاً بوضع محددة الكوكب على أفق المشرق فالدرجة الكائنة معه على أفق المشرق هي الدرجة الطالعة معه أبدًا.

---

[47] - ذكر السنوسي الوجهين معًا، واكتفى الحَبَّاك بذكر الوجه الأوَّل فقط.

[48] - **طول الكوكب**: هو عبارة عن موضعه من فلك البروج.

[49] - يذكر السنوسي أنَّ هذا العمل فيه تقريب كثير، ويذكر وجهًا آخر ذكره ابن أبي الصَّلْت يتوقف على معرفة قطب فلك البروج، فتحرك الشبكة يُمنة ويُسرة إلى أنْ تقع محددة الكوكب وقطب فلك البروج معًا على دائرة واحدة من دوائر السُّمُوت إنْ أمكن، حينذاك يكون الجزء الذي يقع على تلك الدائرة من أجزاء فلك البروج هو موضع ذلك الكوكب.

9.3 معرفة ارتفاع الشمس لوقت الظهر ولأول وقت العصر

الوجه الأول: نضع نظير درجة الشمس (وهي الدرجة من البرج السابع لبرج الشمس المساوية في نسبتها من برجها لنسبة درجة الشمس من برجها تحت الأفق) على خط الظهر أو العصر وننظر درجة الشمس كم ارتفعت في المقنطرات فهو ارتفاع الشمس في ذينك الوقتين.

أما أوَّل وقت الظهر فيُعرف من ارتفاع الشمس في نصف النهار، فحينذاك يدخل أوَّل وقت صلاة الظهر. وطريقة معرفة ذلك بوضع درجة الشمس (أي جزء الشمس) على خط وسط السماء ونضع نظيرها على خط وتد الأرض، فما وقع عليه جزء الشمس في المقنطرات فهو ارتفاع الشمس.

الوجه الثاني: نضع العضادة في مربع الظل على أصابع وقت الظهر أو وقت العصر في يومنا، فما وقع عليه طرف العضادة في ربع الارتفاع فهو ارتفاع الشمس في ذلك الوقت.

الوجه الثالث: ليكن φ غاية ارتفاع الشمس في نصف النهار ليومنا، عندئذ يكون :

ارتفاع الشمس لأول وقت العصر هو :

$$\psi_1 = \frac{\varphi}{8} + \frac{(90-\varphi)}{10}$$

وبطريقة أخرى :

$$\psi_1 = \frac{1}{2}\left[\varphi + \frac{(90-\varphi)}{6}\right]$$

وهو أيضًا ارتفاع لوقت العصر[50].

معرفة ارتفاع الشمس لأوَّل وقت الظهر المُستحَب :

الوجه الأوَّل: لتكن φ غاية ارتفاع الشمس في نصف النهار ليومنا، عندئذ يكون:

---

[50] - يضيف السنوسي في شرحه ما يلي:

آخر الظهر:	$\psi_1 = 45 - \frac{2}{5}(90-\varphi)$	ويذكر أنه على العموم هو ارتفاع آخر العصر	$\psi_1 = \frac{\varphi}{5} + 9$
وينقل قول ابن البنا في القانون الكبير أنّه لما يكون الارتفاع أكثر من 30، فارتفاع آخر العصر ، هو :			$\psi_1 = \frac{\varphi}{4} + 5$

إذا كانت الشمس في البروج الشمالية فلدينا : $\alpha = 0{,}5' x + 15$.

وإن كانت الشمس في البروج الجنوبية فلدينا $\alpha = 0{,}5' x - 15$.

ويكون أزمان ساعة زمانية ليلية واحدة هو : $30 - \alpha$ جزءًا.

** أما عدد الساعات المستوية في نصف النهار: إذا كانت الشمس في البروج الشمالية فلدينا :

$\frac{\alpha}{2} = 6 + 0{,}4' x$. ومنه فعدد الساعات المستوية النهارية هو : $\alpha = 2(6 + 0{,}4' x)$.

وإذا كانت الشمس في البروج الجنوبية فلدينا : $\frac{\alpha}{2} = 6 - 0{,}4' x$. ومنه فعدد الساعات المستوية النهارية هو : $\alpha = 2(6 - 0{,}4' x)$.

وينتج من كل هذا أنَّ عدد الساعات المستوية الليلية هو : $24 - \alpha$ جزءًا.

الطريق الثاني: ويتعلق بوجهين أحدهما يتمثل في استخراج الساعات المعتدلة من أزمان الزمانية، واستخراج أزمان الزمانية من المعتدلة. على النحو التالي $\alpha = a + \frac{a}{4}$ و $a = \alpha - \frac{\alpha}{5}$ وقد اتضح هذا سلفًا. والوجه الآخر: ويتمثل في استعمال نصف التعديل لاستخراج عدد الساعات المعتدلة وأزمان الساعة الزمانية وهو كما يلي:

فأزمان ساعة زمانية نهارية :
إذا كانت الشمس في البروج الشمالية فلدينا : $\alpha = 15 + \frac{10(\frac{x}{2})}{60}$

وإذا كانت الشمس في البروج الجنوبية فلدينا : $\alpha = 15 - \frac{10(\frac{x}{2})}{60}$

وأما عدد الساعات المستوية النهارية :
إذا كانت الشمس في البروج الشمالية فلدينا : $a = 12 + \frac{8(\frac{x}{2})}{60}$

وإذا كانت الشمس في البروج الجنوبية فلدينا : $a = 12 - \frac{8(\frac{x}{2})}{60}$

تنبيه هام: يقدم محمد بن يوسف السنوسي في شرحه لمنظومة الحَبَّاك إضافة تتعلق بكيفية معرفة الأجزاء المتساوية النهار والليل من أجزاء منطقة فلك البروج وهي الأجزاء المتفقة المدار. ونذكر في العمل في معرفة ذلك ثلاثة أوجه :

الوجه الأول: نضع الجزء الذي نريد معرفة الأجزاء المتفقة معه على خط وسط السماء، ونُعَلِّم على ما وقع عليه من عدد المقنطرات، ثم ندير الشبكة إلى أنْ يقع جزء آخر من فلك البروج على تلك العلامة، فيكون هذا الجزء الأخير إذا نزلته الشمس متفق في يومه مع الجزء الأول، أي أنهما متساويان النهار والليل.

الوجه الثاني: نضع الجزء الذي نريد معرفة الأجزاء المتفقة معه على خط وسط السماء، وننظر إلى ما وقع عليه المُري من أعداد الحجرة وننقصه من 360، ونُعَلِّم على العدد الباقي علامة في طوق الحجرة، وننقل المُري إلى تلك العلامة، وننظر إلى أي جزء من أجزاء فلك البروج وقع على خط وسط السماء. فهو الجزء المتوافق مع الجزء الأول في مساواة النهار والليل.

الوجه الثالث: نضع الجزء الذي نريد معرفة الأجزاء المتفقة معه على خط وسط السماء، وننظر إلى ما وقع عليه من الارتفاع وننقصه من ضعف ارتفاع رأس الحمل في تلك الصفيحة، ونُعَلِّم على العدد الباقي علامة على خط وسط السماء، وندير الشبكة إلى أنْ يقع جزء آخر من فلك البروج على تلك العلامة، فيكون ذلك الجزء إذا نزلته الشمس متفق في يومه مع الجزء الأول، أي أنَّ نهاريهما متساويان وليليهما متساويان.

5.3 معرفة غاية ارتفاع الشمس أو الكوكب

ليكن θ عرض البلد، و ω ميل جزء الشمس و لنرمز بـ ϕ لغاية ارتفاع الشمس في وسط السماء في نصف النهار.

لدينا $90°$ هي غاية ارتفاع رأس الحمل في الأفاق غير المائلة. فيكون $90 - \theta$ غاية ارتفاع الرأس الحمل (نقطة الاعتدال) في بلدنا.

عندئذ إذا كان جزء الشمس في البروج الشمالية (أي أن الميل شماليًا) فلدينا الغاية:

$\varphi = (90 - \theta) + \omega$ في جهة الشمال من سمت الرأس.

أما إذا كان $(90 - \theta) + \omega > 90$ فنضع $\varphi = 180 - [(90 - \theta) + \omega]$.

وإذا كان جزء الشمس في البروج الجنوبية (أي أن الميل جنوبيًا) فلدينا الغاية

$\varphi = (90 - \theta) - \omega$ في جهة الجنوب من سمت الرأس.

وعلى المنهج نفسه تحدد غاية ارتفاع الكوكب في بلدنا، فمثلاً يضاف الميل في حالة كوكب السرطان لأنه في البروج الشمالية، ويُنقَص الميل في حالة كوكب الجدي لأنه في البروج الجنوبية.

والنصف الثاني من البروج كالنصف الأول. أيْ أنَّ:

البروج	الميزان	العقرب	القوس	الجدي	الدلو	الحوت
الميل	12	8	4	4	8	12

4.3 معرفة نصف قوس النهار من المطالع[42]

ليكن μ المطالع الأفقية لجزء الشمس، وهو العدد الذي يقع عليه المُري عند وضع جزء الشمس على أفق المشرق. وليكن ν المطالع الاستوائية لجزء الشمس، وهو العدد الذي يقع عليه المُري عند وضع جزء الشمس على خط وسط السماء. ولنرمز بـ θ_1 لقوس النهار. عندئذ يكون لدينا حسب شرح السنوسي الحالتين التاليتين:

$\nu > \mu \Rightarrow \frac{1}{2}\theta_1 = \nu - \mu$ أو $\nu < \mu \Rightarrow \frac{1}{2}\theta_1 = (\nu + 360) - \mu$

ملاحظة : يعيب السنوسي على الحَبَّاك في كونه لم يُنَبِّه إلى الحالة التي تكون فيها المطالع الاستوائية أقل من المطالع الأفقية، وما ذكره الحَبَّاك هو الوجه المعروف في الرسائل. فمثلاً في عرض 35 تكون المطالع الأفقية 350 جزءًا، والمطالع الاستوائية 76 جزءًا.

وجه خاص : يتعلق بمعرفة نصف قوس كل من النهار الأطول والنهار الأقصر[43]، ويتوقف هذا على معرفة عرض البلد المحسوب له[44]. فإذا كان θ عرض البلد فإن: نصف قوس النهار الأطول هو $90 + \frac{\theta}{2}$ جزءًا، ونصف قوس النهار الأقصر هو

[42] - نقطة التوسط هي موضع المُري عند وضع جزء الشمس على خط وسط السماء. وبها مطالع الاستواء. وهو ما يطلع من أجزاء معدل النهار عندما تستوي الشمس في وسط السماء. وهي المطالع الاستوائية في الآفاق غير المائلة.
نصف قوس النهار هو ما بين نقطة التوسط ونقطة الشروق أو نقطة الغروب من أجزاء الحجرة.
نصف قوس الليل: بوضع جزء الشمس على خط وتد الأرض يكون موضع المُري هو نقطة الوتد (نقطة وتد الأرض)، وما بينها وبين نقطة الشروق أو الغروب من أجزاء الحجرة هو نصف قوس الليل.

[43] - النهار الأطول هو اليوم الذي تكون فيه الشمس في رأس السرطان؛ والنهار الأقصر هو اليوم الذي تكون فيه الشمس في رأس الجدي.

$90 - \frac{\theta}{2}$ جزءًا.

وجه آخر لمعرفة قوس النهار في جميع الأيام: لأجل ذلك إنْ كانت الشمس في البروج الشمالية، فنضع جزء الشمس أولاً على أفق المشرق ونعلِّم بموضع المُري علامة، ثم ننقل جزء الشمس إلى أفق الاستواء ونعلِّم بموضع المُري علامة ثانية. ونعكس الترتيب إن كانت الشمس في البروج الجنوبية. وليكن x ما بين العلامتين من أجزاء الطوق، فيكون قوس النهار θ_1 محددًا تمامًا كما يلي[45]:

في حالة البروج الشمالية : $\theta_1 = 2\,(90 + x) = 180 + 2x$

وفي حالة البروج الجنوبية : $\theta_1 = 2\,(90 - x) = 180 - 2x$

ملاحظة : يسمى القوس الذي قطعه الجزء من أفق المشرق إلى أفق الاستواء في الاصطلاح تعديلاً[46]. ويفيد هذا التعديل في معرفة أزمان (أجزاء) الساعات الزمانية وعدد الساعات المستوية (المعتدلة) في نهار كل يوم بطريقين مختلفين.

الطريق الأول: ليكن x تعديل نصف النهار في يومٍ ما، وليكن a أزمان ساعاته الزمانية النهارية المطلوب استخراجها، و a عدد ساعاته النهارية المطلوبة استخراجها.

* فأزمان الساعة الزمانية النهارية :

[44] - لم يحدد الحَبَّاك كيفية معرفة عرض البلد، وأعطى السنوسي في شرحه لمنظومة الحَبَّاك عدة طرق لاستخراج عرض البلد، نذكر منها: نرمز بـ θ لعرض البلد، β غاية ارتفاع رأس الحمل ببلدنا، η غاية ارتفاع رأس السرطان، δ غاية ارتفاع رأس الجدي. فيكون:

$\theta = 90 - \beta$ أو $\theta = \left(133 + \frac{1}{12}\right) - \eta$ أو $\theta = \left(66 + \frac{1}{3} + \frac{1}{12}\right) - \delta$

أنظر : السنوسي، محمد بن يوسف (ص. 56-57).

[45] - يقول السنوسي أنَّ الحَبَّاك لم يفرق بين الحالتين المتعلقتين بكون الشمس في البروج الشمالية أو الجنوبية، واعتبر أنَّ الجزء يوضع ابتداءً على أفق المشرق بشكل مطلق. على خلاف ما أوضح السنوسي الذي اعتمد على ما استحسنه أصحاب الرسائل في كون حركة الشبكة على توالي البروج مطلقًا.

[46] - أي تعديل نصف النهار ويسمى أيضًا نصف الفَضْلة.

هذه الحالة مابين العلامتين هو العدد الذي وقعت عليه العلامة الثانية من الحجرة[38]، وكأن المُري وقع على خط وسط السماء. أما إذا وقع المُري بعد وسط السماء فيكون ما بين العلامتين هو عدد العلامة الثانية مطروح منه عدد العلامة الأولى[39].

2.3 معرفة استخراج الساعات الزمانية والمستوية

معلومٌ في التقليد الفلكي العربي أنَّ عدد الساعات الزمانية (الساعات المعوجة) في كل ليلة 12 ساعة زمانية، وفي كل نهار 12 ساعة زمانية؛ فعددها ثابت دومًا لكن أزمانها (أجزاءها) تختلف على مر الأيام. بينما الساعات المستوية (الساعات المعتدلة) أزمانها ثابتة دومًا على مر الأيام بـ $15°$ ، وهو عدد ما في الساعة المعتدلة الواحدة من الأجزاء، بينما أعدادها تختلف من نهار لآخر ومن ليلة لأخرى. لكنه لدينا مطلقًا في كل يوم 24 ساعة مستوية، و 24 ساعة زمانية.

ففي نهار يوم محدد لدينا عدد الساعات المستوية هو $\frac{\theta_1}{15}$ ؛ وأزمان ساعة زمانية نهارية هو $\frac{\theta_1}{12}$. والأمر نفسه بالنسبة إلى عدد الساعات المستوية في الليل وهو $\frac{\theta_2}{15}$ ، وأزمان الساعات الزمانية الليلية هو $\frac{\theta_2}{12}$.

استخراج الساعات المستوية من الزمانية والزمانية من المستوية: ليكن a عدد الساعات المستوية في نهار أو ليل يوم معين و α أزمان ساعة زمانية منه عندئذ تكون لدينا العلاقة التالية[40]:

[38] ـ بمعنى أنْ تضع علامة على منطقة الشبكة المحاذية لجزء وسط السماء والحجرة، أو في الجهة المقابلة إنْ لم يقع فوق ذلك الجزء شيء من الشبكة، ثم خذ بتلك العلامة العدد الذي تقع عليه في انتهاء حركتها على توالي أعداد الحجرة.

[39] ـ يقول السنوسي في شرحه : " واعلم أنَّ هذا الوجه الذي ذكره المؤلف رحمه الله مع قوله لم يذكره أصحاب الرسائل، ولعلهم إنما أهملوه لتوقفه على الماسة جزء الشبكة المعمول به خط وسط السماء من الحجرة، وقد علمت أنَّ بعض أجزاء المنطقة لا شيء فوقه يُماس درج الحجرة ، على أنْ يصح هذا الوجه في الجزء غير المماس بتَكَلُّف في استخراج غير الوجه المماس العلامة الثانية. أما العلامة الأولى فلا تَكَلُّف في معرفتها لصحة أَخذها من السماء في الصفيحة، ومعلوم أنَّ كل جزء من المنطقة يُماسه. ولعله لهذا لم يعني المؤلف في خط وسط السماء كونه من الصفيحة أو من الحجرة ".

$$a = \alpha - \frac{\alpha}{5} \quad \text{و} \quad \alpha = a + \frac{a}{4}$$

3.3 معرفة غاية ارتفاع الشمس وميلها

نضع جزء الشمس على خط وسط السماء، فما وقع من عدد من المقنطرات فهو غاية ارتفاع الشمس في ذلك اليوم. وعلى المنهج ذاته تُعرف غاية ارتفاع الجزء من البروج أو الكوكب باعتماد محددة الكوكب بدل الجزء. فإن وقع الجزء فيما بين العلاّقة ونقطة سمت الرأس ودائرة الأفق فالارتفاع شمالي، هذا في الأسطرلاب الشمالي حيث تكون العلاقة جهة الشمال؛ وعلى العكس من ذلك في الأسطرلاب الجنوبي.

وميل النهار (وهو بُعد جزء الشمس عن معدل النهار) فهو فرق ما بين غاية ارتفاع الجزء وغاية ارتفاع رأس الحمل الأقل من الأكثر؛ وهو عَدُّ ما بين غاية ارتفاع الجزء ومدار رأس الحمل من المقنطرات. وبالطريقة ذاتها يُعَيَّن بُعد الكوكب أو الجزء من البروج عن معدل النهار. فإن كان الجزء من البروج الشمالية فالميل شمالي، وإن كان من البروج الجنوبية فالميل جنوبي.

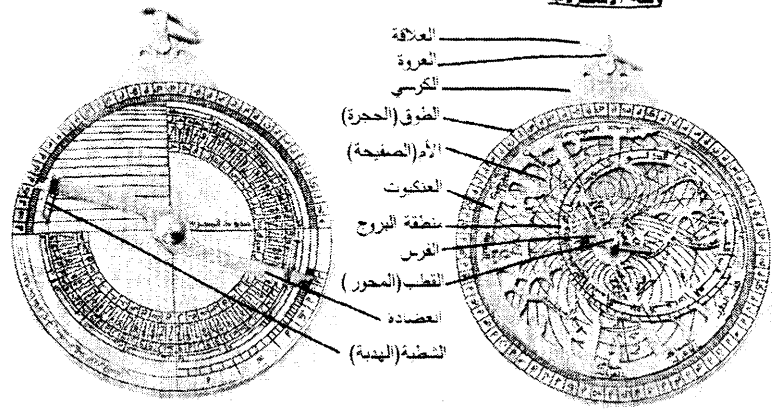
ملاحظة: إذا كانت معنا درجات من البروج وأردنا ميلها. فنضرب عدد الدرجات (الدرج المنكسر) في ميل برجها ونقسم الخارج على 30، فما كان فهو ميل تلك الدرجات[41].

يذكر السنوسي أنَّ ميول البروج ثابتة ولا تختلف باختلاف العروض، لهذا عُيِّنَت ميول البروج كما في الجدول التالي:

البروج	الحمل	الثور	الجوزاء	السرطان	الأسد	السنبلة
الميل	12	8	4	4	8	12

[40] ينتج ذلك من اعتماد قوس النهار أو الليل، ويصح العكس من ذلك، حيث لدينا $\theta_1 = 15 \times a = 12 \times \alpha$ فيكون $a = \frac{\theta_1}{15} = \frac{12 \times \alpha}{15} = \frac{(12-3)\alpha}{15} = \alpha - \frac{\alpha}{5}$ وبالمثل $\alpha = \frac{\theta_1}{12} = \frac{15 \times a}{12} = \frac{(12+3)a}{12} = a + \frac{a}{4}$

[41] ـ يتعلق هذا بمفهوم أربعة أقدار متناسبة وهي: الدرجات من البروج، 30، ميل الدرجات، ميل البروج.



أسطرلاب حميد بن علي الواسطي (القرن 10/4)[32]

2. معرفة أخذ الارتفاع[33]

ويُعمل في هذا بطريقة رصدية، فمثلاً لأجل أخذ ارتفاع الشمس: نرفع الأسطرلاب باليُسرى ونحرك العضادة حتى يمر نورها من ثقبتي الشظيتين (ثقبتي الهدبتين) العليا والسفلى، فحينذاك يكون ما يحاذي حرف العضادة من درج رُبع الارتفاع هو ارتفاع الشمس عن الأفق في ذلك الوقت، وما مَرَّت به العضادة من مربع الظل فهو ظل ذلك الارتفاع. فإنْ كان القياس قبل الزوال فالارتفاع شرقي وإنْ كان بعد الزوال فالارتفاع غربي. وبالطريقة ذاتها يؤخذ ارتفاع الكوكب ليلاً بأن يرى الكوكب من الشظيتين معًا.

3. معرفة مطالع البروج وقوس النهار والليل وما لحق بهما

تعلقت هذه الفقرة بمعرفة سِعَة المشارق والمغارب، ومعرفة المطالع الأفقية وهي المطالع في الآفاق المائلة عن خط الاستواء محمولة من أوَّل الحمل[34]، ومعرفة قوسي النهار والليل، وساعاتهما المستوية (المعتدلة) والزمانية.

32 - SEZGIN, F. (2010): *Science and Technology in Islam*, Op. cit., vol. II, p. 88.

33 - وهو قوس صغرى بين مركز الشمس أو الكوكب والأفق.

1.3 معرفة السِّعَة والمطالع وقوسي النهار والليل[35]

لأجل ذلك نضع جزء الشمس على أفق المشرق، ونُعلِّم بموضع المري علامة أولى (نقطة الشروق) فيكون: ما وافق جزء الشمس من أجزاء السمت فهو سعة المشرق ومثله سعة المغرب. وما وقع عليه المُري من أجزاء الحجرة فهو ما يطلع مع جزء الشمس من أجزاء معدل النهار (مطالع الأفق).

وبالمثل من ذلك بوضع جزء الشمس على أفق المغرب ونعلم على موضع المري علامة ثانية (نقطة الغروب) فما وقع عليه المُري من أجزاء الحجرة هو مطالع النظير[36].

وما كان بين العلامتين من أجزاء الحجرة فهو قوس النهار، وما بين العلامتين من الطرف الآخر فهو قوس الليل[37].

نستخلص من هذا أنَّ هذين القوسين متلازمان أبدًا فمعرفة أحدهما دليل على معرفة الآخر.

فإذا كان θ_1 قوس النهار ، و θ_2 قوس الليل ليوم محدد. فيكون : $\theta_1 + \theta_2 = 360°$

يقدم الحَبَّاك وجه آخر لاستخراج المطالب بغير المُرِي: وذلك باستعمال منطقة الشبكة واعتماد العلامة الأولى منقولة من وسط السماء وهو مبدأ الأعداد على الحجرة فيكون في

34 - يقول السنوسي الأسطرلاب موضوع على هذه المطالع، ويعتمدها أهل الزيجات محمولة من أول الحمل؛ ويذكر المطالع الثانية وهي المطالع الاستوائية ويعبر عنها بالمطالع بالفلك المستقيم وهي مطالع أفاق خط الاستواء، ويعتمدها أهل الزيجات محمولة من أول الجدي. والمطالع الأولى هي التي ذكرها الحباك في منظومته.

35 - قوس النهار هو المدة التي بين شروق الشمس وغروبها. ونصف قوس النهار هو المدة التي بين شروق الشمس وزوالها، أو بين زوالها وغروبها. قوس الليل: هو المدة التي بين غروب الشمس وشروقها.

36 - إذا أردنا ما يطلع مع قسم من أقسام البروج (مطالع البروج): فنضع أوَّل ذلك القسم على أفق المشرق ونُعَلِّم بموضع المُري علامة أولى، ثم ندير الشبكة إلى أنْ يقع أفق ذلك القسم بأفق المشرق ونُعَلِّم بوضع المُري علامة ثانية، فما كان بين العلامتين من أجزاء الحجرة فهو مطالع ذلك القسم في ذلك البلد.

37 - وعلى المنهج نفسه يُحدد قوسي نهار وليل أي كوكب، كما فعلنا بجزء الشمس. ويمكن القيام بنفس العمل بنظير جزء الشمس من أفق المغرب إلى أفق المشرق لاستخراج قوس الليل.

فالأجزاء هي[22]: **العلاّقة** وهي الحلقة التي يُعلق بها الأسطرلاب، **العروة** وهي الحلقة المتصلة بالعلاقة الداخلة فيها، **الأم** وهي الصفيحة الكبرى الجامعة للصفائح، **الطوق** ويسمى **الحجرة** وهو ما ارتفع عن الأم من الحلقة التي تحيط بجميع الصفائح وداخله توضع الصفائح، **الصفائح**، **الشبكة** وتسمى العنكبوت وهي الصفيحة المُخرَّمة المشتملة على منطقة فلك البروج ومحددات الكواكب المكتوبة عليها أسماء البروج والكواكب، **المُري** وهو الزيادة التي في رأس الجدي التي تحاذي الحجرة من الشبكة، **العُضَادة** وهي المسطرة المتحركة على ظهر الأسطرلاب وفيها شطبتان (هدبتان) مثقوبتان قائمتان عليها، **الكرسي** وهو الجزء البارز من محيط الأسطرلاب وتتصل به العروة بمسمار في وسطه، **المحور** وهو الثقب الذي في الشبكة، **القطب** وهو المسمار الداخل في مركز الصفائح والشبكة، **الفرس** وهو السلك الداخل في القطب الممسك للصفائح[23].

أما بخصوص الرسوم التي على الأسطرلاب: فنذكر الخطوط والدوائر الأساسية التي تعتبر أدوات عمل في استخراج المطالب الفلكية والميقاتية، وهي على قسمين، قسم على الوجه أي على الصفيحة وحجرة الأسطرلاب، وقسم على ظهر الأسطرلاب.

فعلى وجه الأسطرلاب نجد: المدارات[24]، المقنطرات (دوائر الارتفاع)[25]، الدوائر السمتية، خطوط الساعات الزمانية (المعوجة)، خط الظهر وخط العصر، خط الشفق

[22] - اعتمدنا في هذه التعريفات على ما قدمه السنوسي في شرحه لمنظومة الحباك، واستعنا في التعريفات التي لم يذكرها السنوسي على ما ورد في **رسالة في العمل بالأسطرلاب وذكر آلاته وأجزائه** لأحمد بن عبد الله الصفار ذلك أن التعريفات المقدمة فيهما متقاربة جدًا.

[23] - لم يذكر الحباك في تحديده لأجزاء الأسطرلاب العروة والكرسي والمحور والفرس، ونحن ذكرناها هنا كأجزاء معروفة ووردت عند السنوسي في شرحه لمنظومة الحباك وفي رسالة ابن الصفار وغيرها من الرسائل.

[24] - كل صفيحة تحمل ثلاث دوائر متمركزة على مركز الصفيحة، مدار رأس الجدي ومدار رأس الحمل ورأس الميزان وهي دائرة معدل النهار (مدار الاعتدال) ومدار رأس السرطان. ولكون الأسطرلاب الذي وصف رسومه الحَبَّاك جنوبي (بمعنى تم تسطيحه من القطب الشمالي) باعتبار جهة الجنوب في أعلى الأسطرلاب والشمال من الأسفل والشرق على اليسار فإن أكبر المدارات مدار السرطان وأوسطها مدار الاعتدال وأصغرها مدار الجدي. لم يعط الحَبَّاك مقدار المدارات بعضها إلى بعض، غير أنّ السنوسي في شرحه وابن الصفار في رسالته أوردا تلك التفاصيل تبعا لكون الأسطرلاب شماليًا أو جنوبيًا، ثم إنّ كل التسميات الأخرى التي ذكرها الحَبَّاك متطابقة تمامًا مع ما ذكره ابن الصَّفَّار.

وخط الفجر[26]، خط المشرق والمغرب (عين المشرق وعين المغرب)[27]، خط وسط السماء وخط وتد الأرض (الشمال والجنوب)[28]، دائرة منطقة البروج والكواكب الثابتة (على الشبكة)[29]، درج الحجرة 360° (على الأم).

وعلى ظهر الأسطرلاب نجد: قطران متقاطعان على زوايا قائمة يحددان الجهات الأربعة (الجنوب والشمال من الأعلى والأسفل، والمشرق والمغرب من اليسار واليمين)، ربع الارتفاع[30]، دائرة الشهور والأيام (365 يوم)، دائرة أجزاء فلك البروج (360° لكل برج 30 درجة)[31]، مربع الظلال (المبسوط والمنكوس ولكل منها 12 أصبعًا)، مربع الجيوب (في بعض الأسطرلابات).

[25] - وهي تسطيحات دائرة الأفق والدوائر الموازية لها، ودائرة الأفق هي الفاصل بين الظاهر من الفلك والخفي منه، وما يلي المشرق من الأفق فهو الأفق الشرقي وما يلي المغرب منه فهو الأفق الغربي.

[26] - يقول عبد السلام بن إدريس المؤقت في نزهة الزمان : "إن فُقِد خط الشفق والفجر فيُغْنِيك عنهما مقنطرة ثمانية عشر". مخطوط الخزانة الحسنية، مجموع رقم 1009، (ص. 22 ظ).

[27] - وهو خط الاستواء، ويمر من نقطتي الاعتدالين.

[28] - وهو الخط المستقيم الآخذ من طرف العلاَّقة على مركز الدوائر وعلى نقطة سَمْت الرأس ويقسم الصفيحة بنصفين، فما كان منه فوق الأفق فهو خط وسط السماء ويسمى خط نصف النهار وخط الزوال، وما كان منه تحت الأفق فهو خط وتد الأرض ويسمى خط وسط الليل وهو خط الزوال أيضًا.

ابن الصفار، أحمد بن عبد الله: رسالة في العمل بالأسطرلاب، مخطوط الخزانة الحسنية، مجموع رقم 1009، ص. 2 و.

للاطلاع على نص هذه الرسالة محققا أنظر: ابن الصفار، 1955.

[29] - منطقة البروج هي مسار الشمس السنوي من البروج، فالستة الشمالية منها ما كان داخل مدار رأس الحمل ورأس الميزان، والجنوبية منها ما كان خارج رأس الحمل والميزان وهي الستة المتبقية. والزوائد التي عليها الكواكب، و الزوائد الأخرى تسمى الشظايا.

[30] - قد يؤخذ الارتفاع من الربعين العلويين المقسم كل منهما 90 درجة حسب الحَبَّاك، وقد يؤخذ الارتفاع من الربع الذي يلي الشرق فقط حسب ابن الصفار.

[31] - تفيد دائرة الشهور والأيام ودائرة البروج في تعديل الشمس، وبهما يُعلم جزء الشمس، أي الموضع الذي تكون فيه الشمس من فلك دائرة البروج. غير أنَّ الحَبَّاك لم يورد فقرة في منظومته حول كيفية تعديل الشمس وهو خلاف ما نجده عند العديد من المؤلفين حول الأسطرلاب من المتقدمين والمتأخرين مثل ابن الصفار في رسالة في العمل بالأسطرلاب وفيما بعد عند عبد الرحمن الأخضري في أزهر المطالب في تعديل الأفلاك والكواكب وغيرهما.

نظم رسالة الصفار في الأسطرلاب[17].

نيل المطلوب في العمل بربع الجيوب[18]

رسالة في التعديل[19]

شرح التلمسانية في الفرائض.

شرح تلخيص ابن البنا.

تُحفة الحُسَّاب (أو الأحباب) في عدد السنين والحساب[20].

شرح روضة الأزهار[21]. وهو شرح على أرجوزة **روضة الأزهار في علم وقت الليل والنهار** لأبي زيد عبد الرحمن بن أبي غالب الجادري المؤقت (ت. 1435/839).

المضمون العلمي لمنظومة الحَبَّاك

اعتمدنا في تحضير المضمون العلمي لمنظومة **الحباك بُغية الطلاب في علم الأسطرلاب** على المخطوطات التالية:

- مخطوط المكتبة الوطنية الجزائرية، مجموع رقم 1458/1.
- مخطوط الخزانة الحسنية (الخزانة الملكية) بالرباط، رقم 388 (128-137).
- مخطوطتي مكتبة مؤسسة الملك عبد العزيز بالدار البيضاء، رقم MS166-m7؛ MS254-m4.

17 أنظر : فيلالي، عبد العزيز 2002، (الجزء الثاني، ص.475) وكذلك : سعد الله، أبو القاسم (الجزء 2، ص. 305).

18 ـ مخطوط الخزانة الحسنية، رقم 938، 5266؛ الخزانة العامة بالرباط، رقم 1525د.

19 ـ مخطوط الخزانة العلمية الصبيحية بمدينة سلا، رقم 230.

20 ـ مخطوط الخزانة الحسنية، مجموع رقم 6441؛ الزاوية الحمزاوية بتافيلالت، رقم 179.

21 ـ مخطوط الخزانة العامة، رقم 488 د/8 (ق. 66-75) بعنوان **تفجير الأنهار من خلال روضة الأزهار**.

- مخطوط مكتبة الأستاذ أحمد جبار.
- نص المنظومة في شرح لمحمد بن يوسف السنوسي على **بُغية الطلاب** لمحمد بن أحمد بن الحباك، مخطوط دار الكتب المصرية، رقم 1/169.
- مخطوط الخزانة القاسمية (بوسعادة - الجزائر) : **عُمدة ذوي الألباب في شرح بُغية الطلاب في علم الأسطرلاب**، لمحمد بن يوسف السنوسي.

قسَّم الحباك منظومته بعد مقدمة من بيتين حمد الله فيها وأثنى عليه في إجزال الثواب وصلى على الرسول الكريم، إلى خمسة عشر محورًا. وتتميز بأنها تضمنت كمًا هائلاً من المعلومات، ومعالجة الكثير من المفاهيم والمسائل الفلكية والطرق العملية لكيفية استخراجها بالأسطرلاب بشكلٍ مختصرٍ جدًا، وأدَّى هذا الاختصار إلى تعقيدٍ وصعوبة في فهم مضمونها بجميع أبعاده، وقد يكون هذا ما جعل الحَبَّاك يعمل على شرحها بنفسه، كما شرحها تلميذه السنوسي فيما بعد.

نحاول في ما يلي إعطاء دراسة تحليلية لمضمون منظومة الحَبَّاك ووضعها في إطارها من التقليد الفلكي المغاربي ومن التقليد الفلكي الوسيط في بلاد الإسلام، وبالرغم من أننا نعلم حسب ما تذكره المصادر أنَّ الحَبَّاك قام بشرح منظومته بنفسه إلاَّ أنه ليست لدينا أية نسخة من هذا الشرح ولا معلومات حول مكان تواجده لحد الآن؛ ولهذا سنعتمد على إيضاح مضمون منظومة الحَبَّاك على شرح محمد بن يوسف السنوسي المذكور؛ ولكون الحَبَّاك قام بنظم رسالة أبي القاسم أحمد بن عبد الله بن عمر الصفار **رسالة في العمل بالأسطرلاب** فسنعمل في هذه الدراسة على الاستفادة من مضمون رسالة ابن الصفَّار التي بحوزتنا نسخة منها من أجل توضيح مضمون منظومة الحَبَّاك في المجالات المشتركة بين المقالتين. وسنعمل في هذا العرض على تثبيت العناوين التي اعتمدها الحباك في الفقرات الرئيسية في منظومته مع إضافة الكلمة "معرفة" في بداية العناوين التي لم ترد فيها عند الحباك، وسنضع عناوين للفقرات الجزئية تبعًا لمضمون كل فقرة جزئية.

1. تسمية أجزاء الأسطرلاب ورسوماته

يُقدِّم الحَبَّاك تسمية أجزاء الأسطرلاب ووصفٍ للرسومات التي تحملها مختلف الأجزاء.

المكتبة الحكومية، القسم الشرقي (رقم: Springer 2050)؛ وآخرى في المتحف الملكي الأسكوتلندي في أدمبورغ) يحمل تسعة صفائح، وخطوط عرض ستة عشر مدينة منها طليطلة والقيروان ومكة والمدينة والقاهرة؛ ووضع أحمد بن محمد النقاش أسطرلابًا مسطحًا؛ واخترع علي بن خلف القرطبي (القرن 11م) أسطرلابًا شاملاً يصلح استعماله في جميع العروض على شكل صفيحة عرفت بالشكازية، وطوَّرها ابراهيم بن يحيى النقاش الزرقالي الطليطلي (1100/493-1030/421) وعُرفت بالزرقالية[7]؛ وصَنَع الحسن المراكشي (القرن 13م) أسطرلابًا كرويًا وصفه في كتاب **جامع المبادئ والغايات** ويحتفظ به اليوم في متحف أكسفورد، ويرجع إليه الفضل في وضع خطوط الساعات على العديد من الآلات الفلكية[8]؛ وعمل محيي الدين المغربي الأندلسي المعروف بابن أبي الشكر (ت. 1290/688)[9] على إعطاء طريقة إنشائية لجميع الدوائر والنقاط الثابتة على صفيحة وعنكبوت الأسطرلاب[10]؛ ووضع الحسين بن يوسف بن باص الأسْلَمِي (1316/716) مؤقت المسجد الجامع بقرطبة صفيحة جامعة يُعمل بها في جميع العروض وعمل على تطويرها[11]؛ وكان أبو الحسن علي بن أحمد التلمساني المعروف بابن الفحام (ت. بعد 1357/758) صانع ساعات شمسية وعمل كموقت للسلطان أبي عنان المريني[12]؛ وعرض أبو القاسم عمر بن عبد الرحمن التونسي التوزري (ت.

---

[7] - لمزيد من المعلومات حول الآلات الفلكية المنتجة في الأندلس، أنظر: Calvo & Puig 2006, 123-130

[8] - عمل المراكشي في هذا الكتاب على إعطاء حوصلة هامة حول مضمون الأبحاث المنجزة من طرف سابقيه في التقليد العربي حول وضع الآلات الفلكية، وكيفية العمل بها في تخريج المفاهيم الفلكية والميقاتية، وخصص لذلك مجالين كبيرين من هذا الكتاب، مبينًا الإصلاحات التي قام بها لأعمالهم وكذا الإضافات الجديدة التي ساهم بها في هذين الموضوعين، كما عمل على إدراج حساباته في جداول. أنظر: عسالي، سيدي عمر 2000 و 2016.

[9] **كتاب تسطيح الأسطرلاب**، مخطوط المكتبة الوطنية ألمانيا، رقم 5816؛ خدابخش بتنه الهند، رقم 1/234 (2040)؛ مدرسة مالي سبهسالار طهران، رقم 1/186، 2/602.

[10] النقاط الثابتة في الأسطرلاب هي تسطيحات نقاط تقاطع دوائر الارتفاع والدوائر الموازية للأفق، وبها تحدد الكواكب الثابتة. أنظر : Rosenfeld & Youschkevitch 1997 vol. 2, p. 151-152

[11] - تعمل الصفيحة الجامعة التي اخترعها ابن باص القرطبي في جميع العروض وتفيد في استخراج قوس الليل والنهار، ومعرفة سَمْت القبلة وسعة مشرق الجزء ومغربه، ومعرفة ارتفاع الشمس لوقت الظهر والعصر، واستخراج الجهات الأربع وغير ذلك. أنظر : الخطابي، محمد العربي 1986، (ص. 7).

[12] - الجزنائي 1991، (ص. 53).

1454/858) جملة ما يُحتاج إليه في تخطيط الظلال في سطوح الرخائم والحيطان، وما تنبني عليه أعمال التخطيط من الأمور الفلكية والحسابية[13]. وغيرهم كثيرون.

حياة الحَبَّاك وأنشطته العلمية[14]

هو أبو عبد الله محمد بن أحمد بن يحيى الحبَّاك (ت. 1463/867م) التلمساني، تشح المصادر في المعلومات حول حياة الحباك وكيفية تكوينه، غير أنها تجمع على تلقيبه بالفرضي العددي الفلكي المالكي، وعلى أنه ولد ونشأ في تلمسان. اشتغل بالفقه المالكي والرياضيات وعلم الفرائض وعلم الفلك وعلم الميقات. من تلامذته محمد بن يوسف السنوسي (ت. 1490/895).

المؤلفات العلمية للحباك[15]

اهتم الحَبَّاك بالتأليف في كل المجالات العلمية التي انشغل بها من رياضيات وفرائض وفلك وميقات، ومن مؤلفاته العلمية نذكر.

- **بُغية الطلاب في علم الأسطرلاب** (منظومة من 171 بيتا)[16].
- **شرح منظومة بغية الطلاب في علم الأسطرلاب**

---

[13] - الخطابي، محمد العربي 1983، (المجلد 3، ص. 119).

[14] - أنظر : الزركلي، خير الدين 2002، (الجزء 5، ص. 333) و نويهض، عادل 2017، (ص. 157). وكذلك
Rosenfeld & Ihsanoglu 2003, 281-282.

[15] - لمزيد من المعلومات حول المؤلفات العلمية للحَبَّاك، أنظر: بريك الله، حبيب الجكني (التيندوفي) 2015، (ص. 12، 59-60، 80، 93، 116، 139). وكذلك : سعد الله، أبو القاسم 2015، (الجزء 2، ص. 305).

[16] - مخطوط المكتبة الوطنية الجزائرية، مجموع رقم 1458/1؛ الخزانة الحسنية بالرباط، 388 (ق128-137)، 6678 (ق195-225)، 1009 (178ظ-185ظ)، 13253، 13927؛ الخزانة العامة بالرباط، مجموع رقم 208 د/3 (ق.37-45)، 1425د (ق. 33-38)؛ مؤسسة الملك عبد العزيز بالدار البيضاء، رقم MS166-m7، MS254-m3؛ معهد المخطوطات العربية بمصر، رقم 1/146؛ دار الكتب المصرية، ميقات 1/169، 1/177.

المقدمة

يندمج علم الأسطرلاب من علم وضع الأسطرلاب (صناعة الأسطرلاب وتخطيطه) وعلم عَمَل الأسطرلاب (كيفية العمل بالأسطرلاب). ومعروف أنَّ أوَّل من اهتم بالأسطرلاب هم العلماء اليونانيون وتشهد على ذلك الأعمال الأولية المنجزة في التقليد اليوناني حول علم التسطيح (الإسقاطات) لأجل إنجاز الآلات الفلكية[1]. وكان لدراسة المؤلفات اليونانية حول علم التسطيح في بلاد الإسلام الدور الفعال في انطلاق الدراسات الجدية، وتنشيط الأبحاث حول علم التسطيح في القرنين التاسع والعاشر الميلاديين، واستمرارها فيما بعد من طرف العديد من علماء الرياضيات والفلك في المشرق الإسلامي، وكان كنتيجة لهذه الأبحاث ظهور العديد من الآلات الفلكية المختلفة ومن أهمها الأسطرلابات[2] التي حظيت بالعديد من الإضافات والتطويرات والتنويع في الأشكال والتسميات (الكروي، المسطح، المبطخ، الشامل، المخروطي، الخطي (عصا الطوسي)) [3]، وكذا ظهور العديد من المؤلفات الهامة في المشرق الإسلامي حول كيفية وضعها (صناعتها وتخطيطها)[4] وكيفية العمل بها، لأجل حل العديد من المسائل الفلكية المتعلقة بالحياة اليومية وبعض الشعائر الدينية كتحديد أوقات الصلوات واتجاه القبلة وغيرها.

وعلى نفس المنوال انتقل الاهتمام بعلم الأسطرلاب في القرون اللاَّحقة وبالتوازي مع النشاط القائم في المشرق إلى مختلف المناطق في الإمبراطورية الإسلامية، بدءًا من المشرق الإسلامي وصولاً إلى المغرب الإسلامي (المغرب الكبير والأندلس)؛ وظهر في

[1] - تتضارب الأبحاث بوضوح حول مدلول كلمة الأسطرلاب وحول تحديد المخترع الأول للأسطرلاب بين بطلميوس وهيبارخوس وأرسطو طاليس. وينقل لنا محمد بن يوسف السنوسي في مقدمة شرحه لمنظومة الحباك جملة من المدلولات والتعريفات لهذه الآلة كما وردت عند بعض العلماء السابقين.أنظر : ابن النديم 1996 (ص. 451) وابن سنان 1983 (ص. 318) ومخطوط **عمدة ذوي الألباب** للسنوسي (الخزانة القاسمية الجزائرية، ص. 7-9).

[2] - يُعتبر الفزاري أوَّل واضعٍ للأسطرلاب في التقليد العربي الوسيط، ووضعه مسطحًا ومُبطَّحًا، وله **كتاب العمل بالأسطرلاب وتعلقٌ بكيفية العمل بذات الحَلَق**، وله أيضًا **كتاب العمل بالأسطرلاب المسطح**، أنظر: ابن النديم 1996، (ص. 437). وكذلك بروكلمان 1983 (الجزء الرابع، ص. 199-200).

[3] - لمزيد من المعلومات حول نماذج من الأسطرلابات في التقليد الفلكي العربي، أنظر: عسالي 2012 (ص. 222-237). , كذلك .Sezgin 2010, 79-144.

[4] - نذكر من بينها على سبيل المثال: **الكامل في الأسطرلاب** للفرغاني (ت. 861/274)، و **كتاب صنعة الأسطرلاب بالبرهان** للكوهي (القرن 10م)، و **كتاب التسطيح التام** لأبي حامد الصاغاني (ت. 990/379)، و **كتاب في استيعاب الوجوه الممكنة في صنعة الأسطرلاب** للبيروني (ت. 1048/440).

المغرب الإسلامي علماء بارزون كرَّسوا جهدًا كبيرًا في دراسة الجوانب النظرية والصناعية والتطبيقية لعلم الأسطرلاب كما هو الحال للعديد من الآلات الفلكية المختلفة، وذلك بالتدقيق في كيفية وضعها وتخطيطها وكيفية العمل بها لأجل استخراج العديد من المطالب الفلكية والميقاتية.

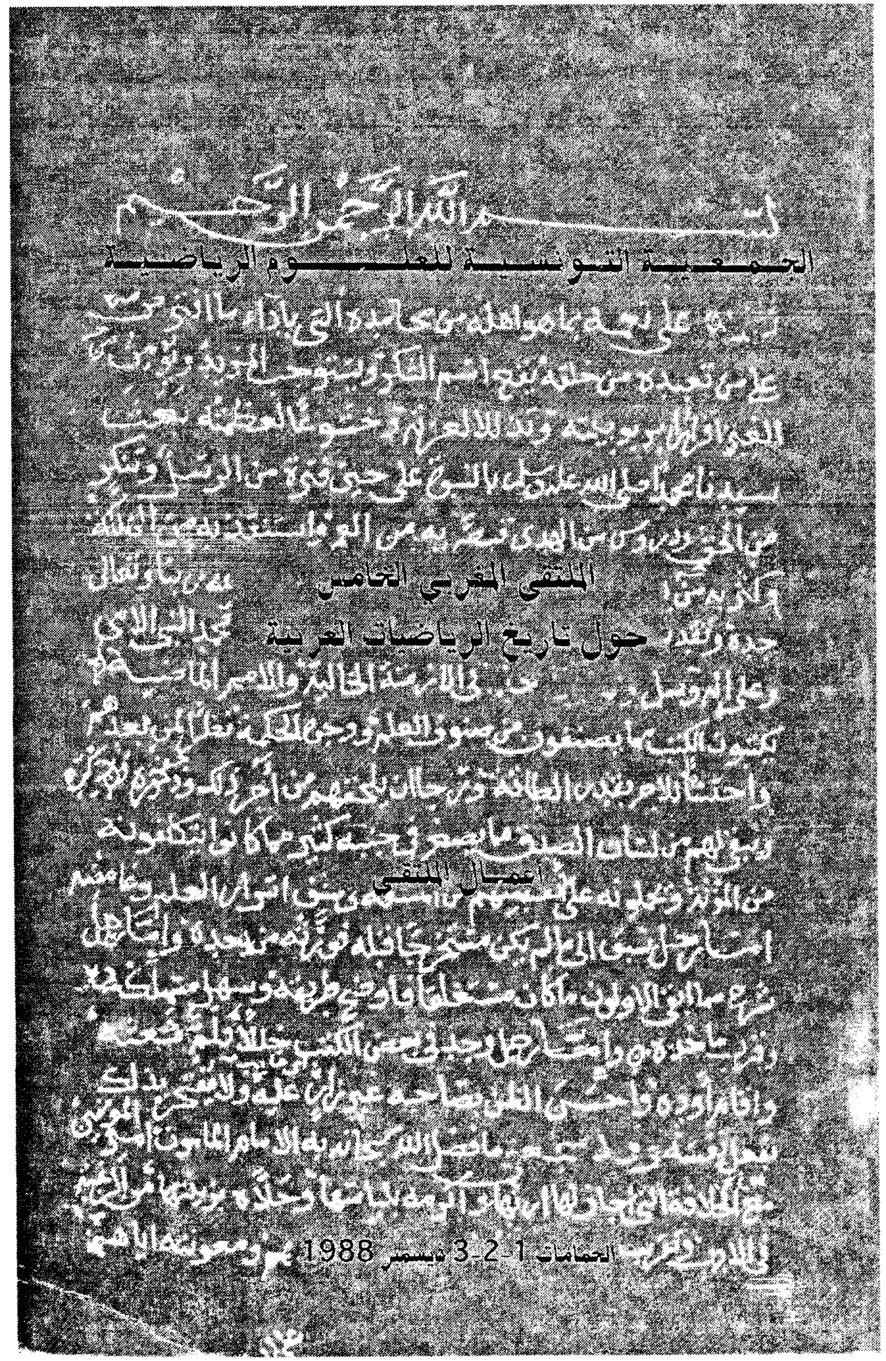
نهدف في هذه المقال إلى تسليط الضوء على مساهمة علماء المغرب الكبير في علم الأسطرلاب، وكمثال لذلك سنعمل على إبراز مساهمة محمد بن أحمد بن يحيى الحَبَّاك التلمساني (ت. 1463/867) في علم الأسطرلاب من خلال منظومته **بُغية الطلاب في علم الأسطرلاب** وذلك بالعمل على تقديم نبذة حول حياة الحَبَّاك وأنشطته العلمية، وعرض المضمون العلمي لهذه المنظومة.

علم الأسطرلاب في الغرب الإسلامي حتى عصر الحَبَّاك

تؤكد لنا المصادر التي وصلتنا الاهتمام الذي أوْلاه العديد من علماء الغرب الإسلامي عمومًا للعلوم الفلكية وعلى الخصوص تلك المفاهيم والأدوات المتعلقة بعلم الميقات، وكان لانشغال العديد من العلماء المتضلِّعين في العلوم الشرعية الفقهية بالأبحاث في تلك المفاهيم والأدوات، واطلاعهم على الدراسات التي حصلت في المشرق الإسلامي، الدور الفَعَّال في اكتمال القدرة عندهم كما هو الحال عند علماء المشرق وأحيانًا بالتوازي معهم على التأليف في علم المواقيت، واختراع الآلات الميقاتية والرصدية وصناعتها وخصوصًا الأسطرلابات[5] واستعمالها في حل جملة من المسائل الفلكية لضبط أوقات العبادات، والجهات الأربع وخصوصًا جهة القبلة، وغير ذلك؛ وهي المساهمات التي تشهد عليها مؤلفاتهم المطولة والمختصرة والأراجيز والشروحات والأزياج التي وصلت إلينا، والمتواجدة في العديد من الخزائن المخطوطاتية في مختلف مناطق الغرب الاسلامي[6]. فقد كان العديد من مناطق الغرب الإسلامي وخصوصًا المغرب الكبير مثل مدن فاس ومراكش وتونس غنية بصناعة الأسطرلابات وصانعيها، ومن أشهرهم أبو بكر بن يوسف و محمد ابن فتوح الخمائري (القرن 13م) الذي صَنع أسطرلابًا مسطحًا من خمسة صفائح؛ وصَنع محمد بن الصفار أسطرلابًا مسطحًا (يحتفظ بنسخة منه في برلين،

[5] - المراكشي، حسن 1984، (الجزء 2، ص. 8-14). و دوني، سافوا 2007 (ص. 93-98). وكذلك : Sezgin 2010, *op. cit.*, vol. II, 95-100.

[6] - أنظر : طالبي، عمار 2011 (ص. 59).



علم الأسطرلاب في الغرب الاسلامي

مثال: بُغية الطلاب في علم الأسطرلاب للحَبَّاك التلمساني (تـ. 1463/867)

سيدي عمر عسالي *

ملخص : نهدف في هذا المقال إلى إعطاء نبذة حول إسهامات علماء المغرب الكبير الفلكيين والفقهاء المنشغلين بعلم الميقات والتوقيت في علم الأسطرلاب، بعرض جملة من أعمالهم المنجزة في هذا العلم. ومثالاً لذلك لا حصرًا عملنا على دراسة مساهمة محمد بن أحمد بن يحيى الحَبَّاك التلمساني (ت. 1463/867) من خلال منظومته " بُغية الطلاب في علم الأسطرلاب" بتقديم لمحة حول حياة الحَبَّاك وأنشطته العلمية وعرض المضمون العلمي لهذه المنظومة، والإشارة إلى انتقال أعماله من بعده، واستمرار هذا العلم في المغرب الكبير إلى يومنا هذا.

الكلمات المفتاحية: الحبّاك، السنوسي، أسطرلاب، ميقات، قبلة.

Abstract: The main objective of this study is to give an overview about contributions of Maghreb scientist astronomers and Jurists engaged in timekeeping science in astrolabe science by presenting a number of their works accomplished in this science. Among these contributions, we studied those of Mohammed Ibn Ahmad ibn Yahya al-Ḥabbāk al-Tilimsānī (d. 867/1463) from his poem "*Bughyat at-Tullāb fī ᶜilm lusturlāb*", providing a glimpse on the al-Ḥabbāk life, his scientific activities, and presenting the scientific content of this poem. We conclude by referring to the transmission of his work after his death.

Key words: al-Ḥabbāk, Snoussi, Astrolabe, Timekeeping, Qibla.

---

* مخبر الإبستيمولوجيا وتاريخ الرياضيات، المدرسة العليا للأساتذة بالقبة-الجزائر وجامعة عمار ثليجي بالأغواط، الجزائر.

الأصغر واحفظ الخارج. ثمّ اضرب الأصغر في عدّة الأعداد واجمع الخارج إلى المحفوظ فالجملة هي المجموع".[20]

الخاتمة

تبقى معرفة الهويّة الكاملة للبلشطار أساسية لمعرفة الفترة التاريخية التي عاش فيها حتى نستطيع تحديد مكانة كتابه ضمن التقليد الرياضي للغرب الإسلامي. أمّا مقارنة هذا الأخير بنصّ القسيس ألمان وبنصوص غيره ممّا كان متداولا آنذاك بإسبانيا، فسيسمح لنا بتحديد ما أخذه عن كلّ واحد منها. ويمكن أن يساعدنا اكتشاف هوية أستاذه محمد الأندلسي على التعرف على التقليد الرياضي المتداول بين الموريسكيين. كما سنقارن محتوى **كتاب في الصناعة الحسابية** بما ورد في مؤلفات الرياضيين بالغرب الإسلامي، ابتداء بالذين ذكرهم.

هذا ومن المؤكد أن البلشطار درس الحساب واطلع على مؤلفات رياضية لابن الياسمين وابن البنّا والغُربي والمغربي والعقباني – مباشرة أو عن طريق غيرهم – وكانت له أيضًا معرفة ببعض كتب "النصارى". ونسجّل كذلك عدم إلمامه بمحتواها الرياضي الدقيق إذ ادعى، مثلا، اكتشافه لقاعدة تعميم ضرب عدد في عدد كل أرقامه تسعات[21] وهذا الادعاء غير صحيح إذ القاعدة موجودة في كتب الرياضيين الذين ذكرهم. كما أنّ تناوله للكسور بقي ضبابيًا وغير متماسك في أكثر من موضع. ويبقى الحسم في هذا الباب رهينة مقارنته بكتاب القسيس ألمان.

[20] - وهذا التّمشّي يمكن إرجاعه إلى :
en posant $a_n = a_{n-1} + 7xn$ on aura $a_n - a_{n-1} = 7xn$ d'où la résolution

[21] - حيث كتب : ..."تنبيه اعلم وفّقك الله أني وجدت في بعض كتب الحساب المؤلفة للأقدمين كل عدد تضربه في تسعة فإنك تقدم العدد صفرا ثم اطرح العدد من الخارج والباقي يكون الخارج من الضرب. فظهر لي أن كل عدد تضربه بعدد تكون حروفه كلها تسعات ولو كان خمسين منزلة أو أكثر القاعدة قائمة بنفسها صحيحة لا إخلال فيها ..." [16450، 9و].

ونؤكد على أهمّية مساهمة البلشطار من حيث تجميع مسائل رياضية متعددة وطريفة أيضا رغم جهله للسان العربي[22] حسب ما ذكره.

المراجع

أبو القاسم سعد الله، **تاريخ الجزائر الثقافي** (9 مجلدات). دار الغرب الإسلامي. بيروت 1998.

جمال يحياوي، **سقوط غرناطة ومأساة الأندلسيين 1492-1610**. الجزائر 2004.

صالح عبّاد، **الجزائر خلال الحكم التركي (1514 – 1830)**. دار هومة. الجزائر 2012.

عبد الله حمّادي، **الموريسكيون ومحاكم التفتيش**. تونس – الجزائر 1989.

علي منتصر الكتاني، **انبعاث الإسلام في الأندلس**. دار الكتب العلمية. لبنان 2005.

محمد عبد الله عنان، **نهاية الأندلس وتاريخ العرب المتنصّرين**. الطبعة الثانية. القاهرة 1966.

محمد عبده حتامله، **محنة مسلمي الأندلس عشية سقوط غرناطة وبعدها**. عمان 1977.

________، **التنصير القصري لمسلمي الأندلس في عهد الملكين الكاثوليكيين**. عمان 1980.

________، **التهجير القصري لمسلمي الأندلس في عهد الملك فيليب الثاني 1528 – 1598**. عمّان 1982.

________، **الأندلس التاريخ والحضارة والمحنة**. عمان 2000.

________، **الاعتداءات الافرنجية على ديار العرب في الأندلس**. عمان 2001.

مهدي عبد الجواد وحميده هادفي، **مخطوطات علمية بالمكتبة الأحمدية (رياضيات – فلك – تنجيم)**. منشورات دار الكتب الوطنية. تونس 2018.

[22] - حيث كتب : "...بعض بواعثي على تقييد هذه الأوراق في هذا العلم مع جهلي باللسان العربي لكن العمل صحيح..." [16450، 18و].

[كلها دنانير من النعت[17]. فكم وجدوا فيها من الدور وكم دنانير][18] وجدوا في الدار الأول؟ "[16450، 40و].

هذه المسألة عبارة عن متتالية عددية، عدد تفاضلها 100 وعددها الأخير : 636970 والجملة 2028972400. ويحلها البلشطار جبريّا بأن اعتبر عدد الديار المجهول. يقول "اجعل عدد الدور شيئًا". ويحصل على معادلة جبرية من الدرجة الثانية تفضي إلى عدد الديار 6370 وقيمة المال الموجود بالدار الأولى 70 دينارًا.

ويعلّل اختيار هذه المسألة كما يلي :

"... وضعت هذه المسألة على هذا المثال عكسًا على الكُفار، دمرهم الله تعالى، لأني وجدت في كتبهم الموضوعة في هذا الفن أمثلة كثيرة يتمنّون فيها أخذ الجزائر. وأهلكهم ونكس أعلامهم وأدامها الله للإسلام بجاه النبي عليه الصلاة والسلام. وسنذكر من ذلك أمثلة في باب الجبر والمقابلة نعكسها عليهم."[16450، 40ظ].

وتمثّل هذا المسألة درجة سخط وعداء سكان الأندلس القدامى الفارّين إلى شمال إفريقيا وكرهم للكاثوليكيين الاسبان.

أما زعم البلشطار أنه وجد في كتب النصارى مسائل حسابية بطابع جهادي يتمنى فيها أصحابها الغزو على السواحل الاسلامية[19]، فلم نعثر عليها إلى يوم إنهاء هذا البحث.

بقيّة مسائل البلشطار

وغطت بقية المسائل عدّة جوانب من الحياة اليوميّة وهي لا تختلف كثيرا عن الواردة في جلّ كتب المعاملات العربية والفرائض رغم تنوّعها. كما يورد عديد الأمثلة المجرّة للعمليات الحسابيّة ولقسمة عدد (10 – 11 – 12 – 30) على قسمين حسب شروط معيّنة [16450، 45و].

[17] - الجيّد.

[18] - سقطت هذه الجملة من المخطوط 16450 وتوجد في مخطوط 16475 صفحة 42و.

[19] - حيث كتب : "... لأني وجدت في كتبهم الموضوعة في هذا الفنّ أمثلة كثيرة يتمنّون فيها أخذ الجزائر..." [16450، 40ظ].

واعتمد البلشطار على قاعدة الثلاثة أعداد المتناسبة والخمسة أعداد المتناسبة والكفّة الواحدة والكفّتين والنسبة والتفاضل والجبر والمقابلة ويمكن أن نضيف قاعدة الأمزجة.

ونلاحظ ميله إلى الأعداد الكبيرة سواء في الأمثلة أو المسائل. ونعتقد أنّه، غالبا ما يحاول أن تكون نتيجة مسائله معقولة وهو ما لم يوفّق فيه أحيانا. ومن ذلك :

"...تاجر اشترى سمنا وعسلا 100 جرّة. فباعها وربح لكل جرة من العسل 30 دينارا وخسر لكل جرة من السمن 35 درهما. فكانت خسارته وفائدته سواء. فكم كانت جرار السمن وكم كانت جرار العسل أيضا؟" [16497، 50ظ].

يجد عدد جرار العسل 53 جرة و $\frac{11}{13}$ جرة وعدد جرار السمن 46 جرة و $\frac{2}{13}$ جرة. وهو غير واقعي.

ونورد المسألتين التاليتين، للفت النظر إلى نوعية هذه النسب، في انتظار إعداد بحث حولها :

الأولى [16450، 36و] :

هذه ستة أعداد : 7 10 15 18 23 26

7 3+7 5+(10) 3+(15) 5+(18) 3+(23)

ويقترح حلها مع التعميم : مجموع الأصغر والأكبر في نصف عدة الأعداد إذا كانت زوجا

أما إذا كانت فردا، فيلغي الأصغر ثم يطبق القاعدة السابقة قبل إضافة الملغى للمجموع.

الثانية [16450،36ظ] :

وإن كانت الأعداد تتفاضل على هذا الترتيب في هذه الخمسة أعداد.

5 12 26 47 75

5 $7+5$ $2\times7+12$ $3\times7+26$ $4\times7+47$

"فالعمل في ذلك أن تلغي الأوّل والثاني واقسم باقي الأعداد على ثلاثة أبدا يخرج واحد. احمل عليه واحدا أبدا تكن اثنين، اضربها في فضل الأكبر على

$\frac{23}{36}$ ، وهو 23 جزء من 36. ولا تقل فيه خمسة أتساع وثلاثة أرباع التسع. وكذلك لا تقل أيضا ربعان وخمسة اتساع الربع. ولو كان الكل صحيحًا لأنّ الأصل ما قلناه. ولما اطلعت على شرح الحوفي للإمام العقباني ... وضع الكسر كما قلناه..."[16450، 17و].

أخذ قاعدة الأمزجة، المتعلقة بخلط أنواع الذهب والفضّة وغيرهما، عن القسيس ألمان إذ لم يجدها عند العلماء العرب، حيث كتب :

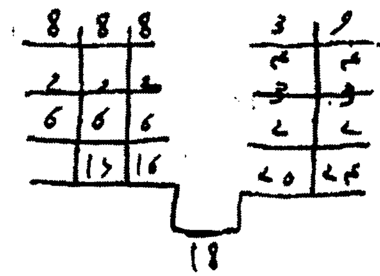
" باب في قاعدة الأمزجة "... أذكر منها مسائل في هذه القاعدة ولم أرَ من ذكرها من القدماء وهي قاعدة ظريفة..." [16450، 31و].

وأخذ أيضا عنه صورة الميزان المعتمدة. وجسّمها بالمثال التالي :

مسألة :

"... إذا أردنا أن نأخذ من ذهب قوته 24 قيراطا ومن ذهب 20 ومن ذهب 16 ومن ذهب 15 ومن ذهب 14 وتمزج من الجميع ذهبا تكون قوته 18 قيراطا. فتقول بعد وضع الميزان..."[16450، 31ظ].

صورة الميزان [16450، 32و]



التمشّي :

6 = 18 – 24
2 = 18 – 20
4 = 14 – 18
9 = 5 + 3 + 2

2 = 16 – 18
3 = 15 – 18
8 = 2 + 6

فلكلّ 8 أجزاء من التي هي أدنى يأخذ 9 أجزاء من التي هي أعلا.

لاحظ البلشطار أنّ القسيس ألمان قدّم قاعدة استخراج الجملة فقط في باب الجمع على النسبة الأرتماطقيّة ممّا جعله يضع أمثلة لإثراء هذا المفهوم معتمدا في ذلك على شرح التلخيص للغُربي، فيقول :

" تنبيه : إنما وضعت هذه الثلاثة قواعد وأمثلتها لضرافتها لكي يتمكن الطالب فيها. وأما ألمان القسيس فإنه لم يحل إلا القاعدة المتقدّمة، وهي قاعدة استخراج الجملة فقط. وسنبيّن إن شاء الله أمثلة النسبة الأرتماطقية، وهي كما

ذكرها الغُربي لشرحه لتلخيص ابن البنا رحمة الله عليهما..." [16450، 38و].

بذل البلشطار مجهودا في تعريب المسائل والأمثلة الواردة بكتاب القسيس ألمان أو التي أخذها من كتب أخرى، وجعلها مستمدّة من الواقع المعاش بالجزائر وعلاقتها ببلدان الغرب الإسلامي وكذلك تركيا العثمانية، مذكرا في أكثر من مناسبة بكرهه للنصارى. فممّا كتب :

"... ثم نذكر قاعدة الثلاثة أعداد المتناسبة : مسائل مذكورة في كتب النصارى، دمّرهم الله تعالى وأهلكهم، منها ما يجوز في ديننا ومنها ما لا يجوز، اجتنبنا منها ما لا يجوز. وقد كثر اليوم التعامل بها لا سيّما أهل البحر والعمال وهم يسمّونها المارِدة[16] ولا تفعله إلا المردة. وأيضا فإنّ في بعض الأوقات قد يُحتاج إلى معرفة هذه المسائل ... كما إذا كان تاجران أو أكثر من النصارى واشتركا في التجارة على الوصف المذكور ومعاملتهم على ما ذكرنا، ولهم أولاد ومات الآباء وأسلم الأولاد والمال مشترك لم ينقسم. فلا بد من قسمته على نحو المعاملة الواقعة بين الآباء المذكورين، والله اعلم." [16450، 27و].

عمد البلشطار إلى عكس بعض المسائل التي أخذها عن القسيس ألمان أو وجدها في كتب النصارى أو اسطنبتها للتعبير عن سخطه على النصارى ودعوة للأخذ بالثأر. ثم قدّمها في شكل مسائل رياضية واقعيّة باعتماد معطيات عدديّة وتحلّ بالجبر. ومن ذلك المسألة التالية :

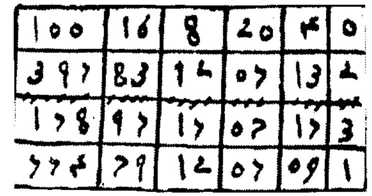
"... إن قدّرنا أن عمارة الجزائر غزت بلدة من بلاد النصارى، دمّرهم الله، فأخذوها وسلبوا جملة ديارها. فوجدوا في الدّار الأولى عددا من دنانيرهم المعروف بالأشكود، ووجدوا في الدار الثانية 100 دينارا من الفضة زائدة على ما في الدار الأولى، ثم وجدوا في الدار الثالثة 100 دينارا زائدة على ما وجدوا في الدار الثانية. وتتفاضل هكذا بمائة دينار الى آخر دورهم في الدار الأخيرة 636970. ثم جمعوها كلها. فكانت الجملة هذه : 2028972400 ،

[16] - تستعمل كلمة المارد لوصف الطاغية العملاق وجمعها المردة.

جمع الموازين

مخطوط 16497، صفحة 7و

100	16	8	20	4	0
395	83	12	05	13	2
158	95	15	07	15	3
664	79	12	05	09	1



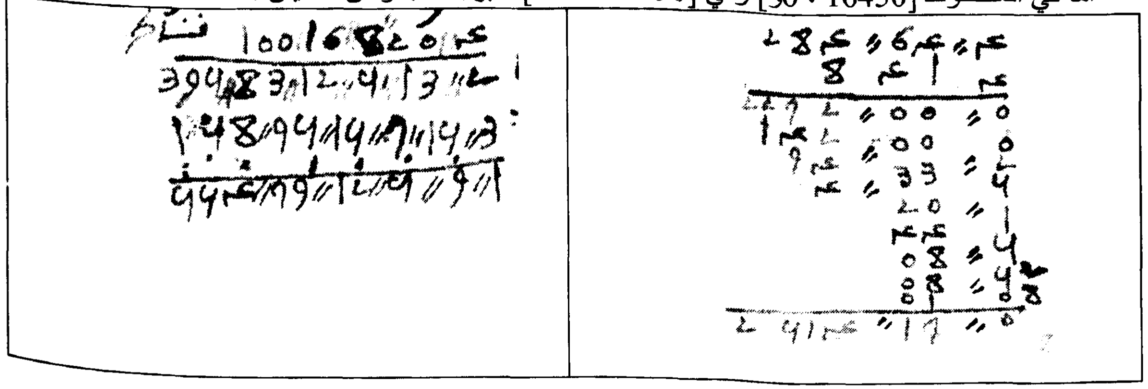
نلاحظ أنّ المؤلف يضيف سطرا في الأعلى ينصّ فيه على قيمة الصرف.

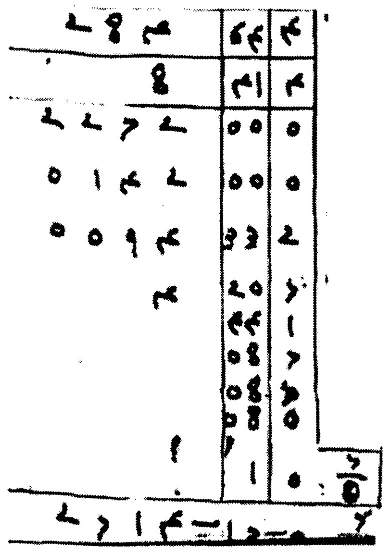
ضرب الأجناس المختلفة [16497، 13ظ] :

"...إذا قيل لك 284 قنطارا من التمر و64 رطلا و4 أواق، ثمن كل قنطار 8 دنانير و 41 درهما و 4 أفلس. فانزل هكذا على هذه الصورة..."[15] :

ضرب الأجناس المختلفة

[15] أما في المخطوط [16450 ، 6و] وفي [16450، 12ظ] ، يوجد الجدولان التاليان :





مخطوط 16497، 13ظ

يجزئ المؤلف العمليّة مبتدأ بضرب 284 في 8 ، ثم يلاحظ المؤلف أنّ 41 درهما و4 فلسا تساوي نصف دينار وثلث دينار.

فكأنك ضربت 284 قنطارا و64 رطلا و4 أوقية في $(8+\frac{1}{2}+\frac{1}{3})$ دينارا.

فتضرب 284 في $(8+\frac{1}{2}+\frac{1}{3})$ وتحصل على $2272+142+94$ دينارا,

لكن 64 رطلا يساوي $(\frac{1}{2}+\frac{1}{10})$ قنطارا + 64 أوقية.

تحسب ثمن 60 رتل وهو :

$(\frac{1}{2}+\frac{1}{10})\times(8+\frac{1}{2}+\frac{1}{3})$

تزيد 64 الأوفية البقية إلى 4 الأوقية وتحسب ثمن 68 أوقية.فتحصل 18 درهما و أربعة فلسا وخمسة أثمان الفلس.

ويكون الحاصل :

2514 دينارا و17 درهما و $\frac{5}{8}$ فلسا.

ذكر المؤلف، عند تعرّضه لحلّ معادلة جبرية، أنّ القسيس ألمان جعل المعادلات ثمانية عوض ستة.

وأكّد ذلك لما كتب :

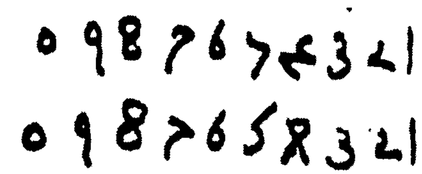
"... فلا يمكن استخراجه إلاّ بالضرب الخامس من الجبر والمقابلة وهو السادس لألمان لأنه جعل الضروب ثمانية والغُربي وابن الياسمين وابن البنّا وغيرهم لم يجعلوه إلا ستّة..."[16450، 38ظ].

واكتفى بهذه الملاحظة دون تقديم الضروب.

أما في كتابة الكسور، خيّر البلشطار اتّباع طريقة القسّيس ألمان إذ كتب :

"... وهو على نوعين متّصل ومنفصل ونكتفي بهاذين القسمين عن كلام كثير وضعه القدماء من مبغض ومستثنى وغير ذلك... فإذا عرفت الاشكال وعرفت ما فوق الخطّ هو جزء أو أجزاء مما تحته فاعلم أنّ الذي فوق الخطّ يسمّا بسطا وهو المقسوم أبدًا والذي تحته يسمّا إمامًا وهو المقسوم عليه أبدًا. هكذا :

والخمسة خاصة من قبل غير العارف بهذا العلم، مؤكدا ما ذهب إليه بمثال اعترضه [16450، 2ظ].
السطر الأول : حروف الغبار في شمال إفريقيا والأندلس
السطر الأول : حروف الغبار عند القسيس ألمان



- أدخل "... جمع الأجناس المتعدّدة..." وطرحها وضربها. وهي المتمثلة في الأعداد المقترنة بوحدات القيس مع اعتماد ما كان متداولا في "الجزائر المحروسة"، لأنّ "...الأشياخ المتقدمين لم يذكروه ولا رأيت من يذكره إلا مؤلف الكتاب المذكور... أذكر منه أمثلة ينتفع بها من فهمها فإنها كثيرة الفوائد قريبة المأخذ..."[16450، 4و].
وذكر [16450، 4ظ] كيفية الصرف في عهده :

صرف السكك :

الصرف في السكك

	دينار	درهم	فلس
دينار	1		
درهم	50	1	
فلس	300	6	1

وصرف الموازين :

الصرف في الموازين

	قنطار	رطل	أوقية	ثمن	خروبة	حبة
قنطار	1					
رطل	100	1				
أوقية	1600	16	1			
ثمن	12800	128	8	1		
خروبة	256000	2560	160	20	1	
حبة	1024000	10240	640	80	4	1

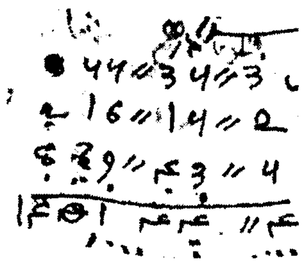
جمع الأجناس المتعددة :

مثال أوّل [16450، 4و] :

"اجمع 355 دينارا و35 درهما و3 أفلس إلى 216 دينارا و15 درهما و2 أفلس إلى 869 دينارا و43 درهما و5 أفلس"

جمع الاجناس المتعددة

فلس	درهم	دينار
3	35	355
2	15	216
5	43	869
4	44	1441



مخطوط 16450، صفحة 4و

نلاحظ أن الجدول هذا يقرأ من اليسار إلى اليمين ، فهو حينئذ نسخة من جدول موجود في كتاب القسيس ألمان أو في كتاب آخر من كتب النصارى.

مثال ثاني [16497، 7و] :

"...اجمع 395 قنطارا و83 رطلا و12 أوقية و5 أثمان و13 خروبة و 2 حبتين إلى 158 قنطارا و95 رطلا و15 أوقية و7 أثمان و15 خروبة و 3 حبات..."

يأتي - بعد ذلك مباشرة بالنسخة المشار إليها أعلاه - مثال مجرّد[12] يحلّه بالكفّتين، ويتلوه بأربعة أمثلة أخرى من نفس النمط يحلّها سريعا أو يلمّح للطريقة المعتمدة دون إطالة. ثم ينتقل، بصفة مفاجئة [48و – س17]، إلى فصل في المعاملات، ذكر فيه مسائل متفرقة لا علاقة لها بالموضوع إلى نهاية النصّ [16450،51ظ]. ومحتوى هذا الجزء لا يتلاءم مع تطوّر النصّ وهو غير موجود بالنسختين الأولى [00692] والرابعة [16497].

تحليل محتوى كتاب في الصناعة الحسابية[13]

حدّد البلشطار، في بداية نصّه، منهجه كاتبا :

"... فنبدأ أوّلا بقواعد الصحيح الأربعة ... ثمّ نتبعها بقواعد الكسور. فإذا فهم الطالب قواعد الصحيح الأربعة التي هي الجمع والطرح والضرب والقسمة وعرفها أيضا في الكسور على الطريقة المرسومة في هذا الكتاب فإنّها تكون بعون الله آلة لجميع أعمال الصنع ويستغنى بها عن المطوّلات الصّعاب ويفهم بها جميع الصنع الأصغر وكثير من أعمال الصنع الأكبر الذي هو الجبر والمقابلة..."[16450، 2و]

يوحي لنا الفهرس وهذا التحديد بأنّ البلشطار نظم نصّه على منوال شروح **تلخيص** ابن البناء، ولم يتردد في الاستشهاد في أكثر من موضع بابن البنّا والغُربي والمغربي والعقباني وابن الياسمين ناعتا إياهم بالشيوخ الأقدمين [16450، 37ظ – 38و – 38ظ].

ونلاحظ أنّ البلشطار كثيرا ما يورد عبارة "تنبيه" في آخر كل باب أو فصل لتقديم ملاحظة رياضية أو بيداغوجيّة "شخصيّة" أو للتذكير بما جاء عند شيخ من الأقدمين أو التعليق على ما كتبه القسيس ألمان. وحافظ في نصّه على التقليد الرياضي المغاربي لكتابة الأعداد والكسور والعبارات الجبرية وأجرى كل العمليات الحسابية في النظام العشري الموضعي.

ونتساءل، منذ الفقرات الأولى للنصّ، عن علاقة تصنيف البلشطار بكتاب القسيس ألمان؟ هل هو نقل كما ذكر أم تعليق أم مزج بين الاثنين مع الاعتماد على نصوص أخرى.

12 - وهو : "...إذا قيل لك مال طرح ثلثه وربعه من ثلث الستين وربعها بقي منه أربعة عشر..."

13 - سنعتمد على النصّين [16450] (بصفة أساسية) و[16497].

بين القسيس ألمان والبلشطار

منذ البداية يوضّح البلشطار علاقته بالقسيس ألمان كاتبا :

"... أنّي لمّا كنت ببلد النصارى، دمّرهم الله تعالى وأهلكهم، اطلعت على كتاب من فنّ الحساب ألفه قسّيس يسمّا ألمان ... فرأيته في غاية ما يكون من الإفادة إذ فيه تقريبات بديعة واختصارات رفيعة لا توجد في غيره من الموضوعات في هذه الصناعة الحسابية وفتح عليّ الله بفهمه وقدمت على هذه الغدوة الإسلامية فوجدت هذا العلم كاد أن يذهب بالكليّة ولا وجدت من يحسنه صناعة بل صار في حيّز الاندراس والإضاعة فأدركتني لذلك حسرة كبيرة وغيرة شديدة خطيرة لكون هذا العلم هو أصل علم الفرائض ...ولا شكّ أنّ علم الحساب من أجلّ العلوم قدرا... فرأيت أن ننسخ الكتاب المذكور وأنقله من العجميّة إلى العربية وأبنيه جهدي وأزيد معه في موضع تنبيهات وفوائد ... وتسهل على المعلمين قواعده ..." [16450، 1ظ - 2و].

وهكذا يتبيّن إعجاب البلشطار بعلم القسيس ألمان رغم عدائه الظاهر للنّصارى[14] مؤكدا عزمه على نقل كتاب القسيس ألمان إلى العربية ولكن لن يتردد في إثرائه. وإشارة البلشطار إلى غياب المؤلّفات الحسابية في تلك الفترة أكّدها سعد الله، إذ كتب : "... ولكن عنايتهم بتدوين الطب والحساب والفلك ... قليلة... وحلّ محلّ الحساب معلومات سطحية عن التعديل وقسمة التركات..."[سعد الله ج2، 401]. وتداخل نصّ القسيس ألمان مع تحرير البلشطار إذ لم يشر هذا الأخير صراحة إلى الأجزاء المنقولة مكتفيا في بعض المواضع بالتلميح لذلك.

وسنحاول فيما يلي تتبّع آثار هذا التأثير من خلال النصّ :

خيّر البلشطار عدم استعمال أشكال حروف الغبار الواردة في كتاب القسيس ألمان والتي تختلف عن حروف عرب الغرب الإسلامي في شكلي الأربعة والخمسة خوفا من الخلط والالتباس، مفسّرا ذلك بإمكانيّة الغلط نتيجة حرفي الأربعة

14 - ذكر سعد الله حساسية العلماء المسلمين للنصارى واليهود إذ كتب : "...ومع ذلك فإنّ العلماء كانوا شديدي الحساسية من النصارى واليهود، فالأولون لمنافستهم الدينية والحضارية، أما اليهود فلمنافستهم المادية وحتى السياسية. فكلما ذكر اسم نصراني أو يهودي أضاف إليه العالم المسلم عبارة "لعنه الله" أو "أخزاه الله" ونحو ذلك من عبارات الامتعاض والكراهية..." [سعد الله ج1، 446].

ونسجّل إمكانية وجود نسخة أخرى مبتورة، على الأقل، بالاعتماد على ملاحظتين ذكرهما ناسخ النصّ [13053] عند تفطّنه لنقصان النصّ. وردت الأولى بنهاية الصفحة [313و] وهي "... إن شاء الله تعالى، ابحث على مقابل هذا لأنّه وجد غير مقابل للصفحة الآتية"، أما الثانية فجاءت في نهاية الصفحة الأخيرة [337و] كما يلي : "... هذا ما وجد من الأصل."

محتوى كتاب في الصناعة الحسابية

احتوى النصّ على مقدمة وقسمين : الأول في 10 أبواب والثاني في بابين و 6 فصول.

وهذه فهرسته حسب النسخ المخطوطة الأربعة المعروفة حاليًا :

فهرس كتاب في الصناعة الحسابية

المحتويات	مخطوط 16450	مخطوط 16497	مخطوط 00692	مخطوط 13053
المقدمة	1ظ	1ظ	1ظ	286
قسم الحساب	2ظ	2ظ	3و	287
باب 1 : وضع أشكال الغبار (في الغرب الإسلامي وعند النصارى)	2ظ	2ظ	3و	287
باب 2 : الجمع	3ظ	4و	4ظ	288
باب 3 : الطرح	5و	5ظ	8و	290
باب 4 : الضرب	6ظ	7ظ	9ظ	293
باب 5 : القسمة	12ظ	14و	18ظ	302
باب 6 : أعمال الكسور	16و	17ظ	23ظ	306
باب 7 : جمع الكسور	18و	20و	27و	309
باب 8 : طرح الكسور	19و	21و	29و	310
باب 9 : ضرب الكسور	20ظ	22ظ	31و	312
باب 10 : قسمة الكسور	21و	23ظ	32و	
فصل : تعميم صحيح وكسر	22و	24ظ	34ظ	
قسم المعاملات	23و	25ظ	35و	
باب 11 : كيفية العمل في الثلاثة أعداد المتناسبة	23و	25ظ	35و	
فصل : كيفية العمل في المحاصاة	24و	26ظ	36و	
مسائل مذكورة في كتب النصارى	27و	29ظ	41و	
فصل : قاعدة الخمسة أعداد المتناسبة	27ظ	30ظ	42و	
فصل : معاملات أخرى	29ظ	32ظ	45و	
باب 12 : في قاعدة الأمزجة	31و	34و	47ظ	314

فصل 1 : قواعد النسبة والتفاضلات	35و	37و	51ظ	318
العمل في الجمع على نسبة الارتماطقيّة	35و	37و	52و	319
فصل : الجمع على تفاضلين مختلفين	36و	38و	53ظ	320
فصل 2 : الجمع على نسبة هندسية	36ظ	38ظ	54و	321
فصل 3 : حلّ المسائل بالنسبة وبقاعدة الكفة الواحدة	40ظ	42ظ	60و	327 -337
فصل 4 : حلّ المسائل بقاعدة الكفتين	46ظ- 47ظ	48ظ- 53ظ	69ظ- 78و	
فصل 5 : مسائل مختلفة في المعاملات	47ظ- 51ظ			
آخر المخطوط	51ظ	53ظ	78و	337

ومن خلال مقارنة أوّلية للنسخ الأربعة يتبيّن :

- تجانس النسختين [16450] و [13053] مع تطابق النصّين، من بداية [16450] إلى آخر الصفحة [20ظ] ومن الصفحة [31و] إلى السطر السابع من [46و]. وكذلك تجانس النسختين 00692 و16497 مع تطابق كامل لنصّيهما.

- محتوى الصفحات الأخيرة من النسختين الأولى [00692] (ابتداء من [72ظ] إلى نهاية النصّ [79و] والرابعة [16497] (ابتداء من السطر التاسع [49ظ] إلى نهاية النصّ [53ظ] لم يرد بالنسخة الثالثة باعتبار الثانية مبتورة وهذا المحتوى المتمثّل في تواصل تقديم أمثلة حول كيفيّة العمل بالكفّتين يتماشى مع تطوّر النصّ.

- ورد في بداية الفصل المتعلّق بكيفية العمل بالكفّتين في النسخة [16450، 4 ظـ س 15]، بعد التعريف بالمفهوم، مثال وحيد يتطرق إلى الموضوع دون رسم الصورة[11] وينتهي في [16450، 47 ظـ س 8]، وهذا المثال هو آخر الجزء المشترك بين النصوص الثلاثة.

[11] ـ يتعلّق هذا المثال، الوارد في النسخ الثلاثة، برجل تزوّج بثلاث زوجات ودفع لكل واحدة منهنّ نصف مهرها والنصف الآخر دين عليه. ومن الواضح أنه غير مأخوذ من كتاب ألمان ولا من كتاب مؤلفه "نصراني".

حتامله [1977، 1980، 1982، 2000، 2001] وأبو القاسم سعد الله [1998] وعبد الله حمّادي [1989] وجمال اليحياوي [2004] وعلي منتصر الكتاني [2005] وصالح عبّاد [2012].

ومن الأرجح أنّ يكون إبراهيم البلشطار، المنعوت بالثغري، وهي صفة لكثير من الأسر النازحة من أراغون (Aragon) أو الثغر الأعلى [عنان ،166]، قد ولد خلال النصف الأوّل من القرن السادس عشر الذي عرفت فيه حملة تجريم مستعملي اللغة العربية ذروتها بإسبانيا مع مصادرة سلطات الكنيسة للكتب العربية، من خلال قرار 1526 وبيان 1593 [يحياوي،217]. كما أصدر الامبراطور شارل الخامس سنة 1528 قرارا يخوّل للموريسكيين تعلم الرومنثيّة البلنسية أو اللغة القشتالية أو الأعجمية في مدّة 40 سنة، وهذه الأخيرة ستصبح لغة الموريسكيين. وقلصت محاكم التفتيش هذا القرار إلى عشر سنوات [حمّادي، 33]. وانتشرت اللغة الأعجميّة بين مسلمي الأندلس رغم محاربة الكنيسة والحكومة لها [الكتاني، 214-215]. وممّا يدعونا إلى هذه الفرضيّة هو تأكيد البلشطار على عدم إلمامه باللغة العربية [16450، 18و]. كما نميل إلى إمكانية حصوله على الكتاب في فنّ الحساب خلال بداية النصف الثاني من القرن السادس عشر.

ومن المحتمل أنّ إبراهيم البلشطار هاجر إلى شرشال قبل بداية القرن السابع عشر أي قبل تطوّر الحملة الشرسة على الموريسكيين من خلال نشر الكتب باللغتين القشتالية والبلنسية وسط التجمّعات الموريسكية في سنة 1606 [حمّادي، 41] واشتداد حملة محاكم التفتيش التي طالبت سنة 1608 بإرسال مدرّسين من المسيحيين القدامى إلى كل الأماكن الآهلة بطوائف الموريسكيين غصبا عنهم حتى يعلموا أبناء هؤلاء قراءة اللغة القشتالية وكتابتها [حمّادي، 40]. وتوّجت هذه الحملة سنة 1609 باتخاذ قرار الطرد النهائي للموريسكيين. وممّا يدعّم فرضية هجرة البلشطار المبكّرة إلى الجزائر هو عدم تمكّنه من قراءة كامل كتاب القسيس ألمان على أستاذه محمد الغرناطي[7] وغياب أيّ إشارة، مباشرة أو غير مباشرة، في نصّه عن محنة الموريسكيين خلال هذه المرحلة الصعبة التي مرّوا بها. ونشير إلى أنّ هجرة الموريسكيين، وخاصة من منطقة الأراغون، إلى الجزائر ابتدأت في سنة 1529 وتواصلت سنة 1559 [الكتاني، 89-163-179] قبل أن تتكاثر سنة 1609 وكانت مدينة شرشال إحدى وجهاتهم [سعد الله ج1، 148] و[حتامله 2000، 918]. ولقد بقيت هذه المدينة، خالية مدّة طويلة من السكّان قبل سقوط غرناطة ولهذا قصدها

7 - حيث كتب : "... فقرأت منه جملة على شيخنا ..." [16450، 1ظ].

المهاجرون من الأندلس وعملوا على إحيائها واشتغلوا بصناعة الحرير زيادة على الفلاحة [عبّاد، 19]. واحتوى كتاب البلشطار عديد المسائل المتعلّقة بتجارة الحرير والخضر.

نسخ البلشطار **كتاب في الصناعة الحسابية**[8] عن كتاب القسيس ألمان ثمّ نقله إلى العربية بمدينة شرشال، حسب ما جاء في أوّل نصّه [16450، 2و][9] ولكنّ المصادر والمراجع لم تذكر لا البلشطار ولا كتابه.

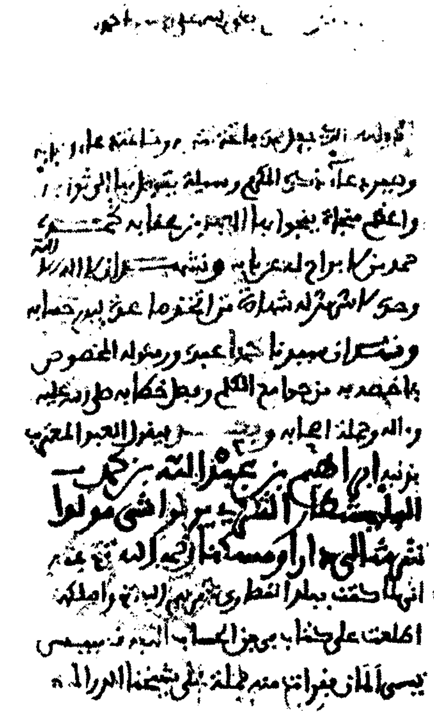
من المحتمل أن يكون البلشطار قد توفّي بعد استقراره بشرشال بمدّة قصيرة أو انخرط بسرعة في حملات محاولة الرجوع إلى الأندلس ومحاربة المسيحيين[10]، اعتبارا للكره الشديد لهم الوارد في نصّه حسبما سنذكره لاحقا، وتوفّي في إحدى هذه الغزوات. كما لا نعتقد تعمّد البلشطار تغيير هويّته لاعتزازه الواضح بها.

أمّا كتابه المحفوظ في أربع نسخ بالمكتبة الوطنيّة بتونس، دون سواها من المكتبات المعروفة والتي تمكنّا من الاطلاع على فهارسها، فنميل إلى أنّ النسخة الأصلية أخذت من مكتبة الجامع الأعظم بالجزائر، تبعا لحالة الإهمال التي عرفتها خلال القرنين السابع عشر والثامن عشر ممّا سمح لبعض العلماء بأخذ الكتب منها إلى بيوتهم وبيع بعضها خارج الجزائر ومن بين هؤلاء الشيخ الطاهر ابن الماروني الذي حمل من هذه المكتبة إلى منزله عددا من الكتب وعند وفاته أخذها ابنه إلى تونس وباعها وقبض ثمنها [سعد الله ج 1، 300].

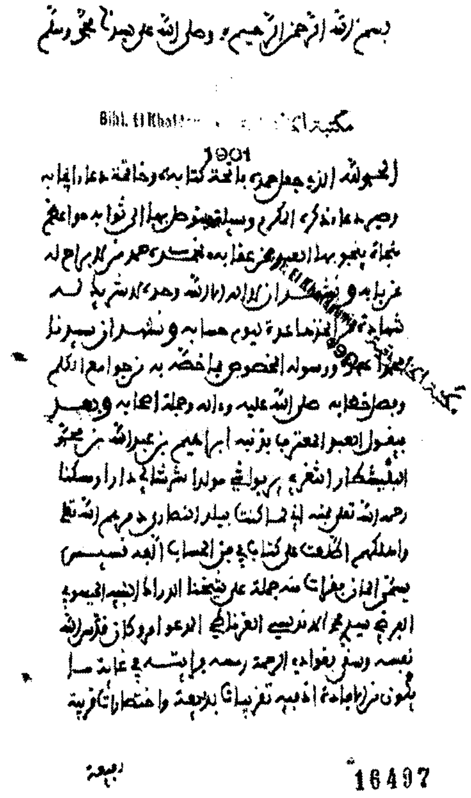
8 - اخترنا هذا العنوان حسب السياق عوضا عن **كتاب من فنّ الحساب** الذي ورد أيضا في أوّل النصّ بصيغة وصف لكتاب القسيس ألمان وسندقّقه لاحقا بعد دراسة نصّ القسيس ألمان الذي اكتشفه بيار آجيرون أخيرا كما تأكّد عنده من أنّ هذا القسيس هو ماركو أورال (Marco Aurel).

9 - "... وقدمت على هذه الغدوة الإسلامية... فرأيت أن ننسخ الكتاب المذكور وأنقله من العجميّة إلى العربية..."

10 - ذكر سعد الله : "...فلقد حلّ بمعظم المدن الساحلية الجزائرية عدد كبير من المهاجرين الأندلسيين الفارين من اضطهاد الإسبان... وأشهر المدن التي حلوا بها : شرشال وتنس ومستغانم ومدينة الجزائر ودلس وبجاية وعنابة... وأسهموا في الحياة الاجتماعية بإدخال عنصرين أساسيين، الأول مضاعفة الكفاح ضدّ الإسبان في البحر والثغور دفاعا عن النفس، والثاني نشر أنماط حضارتهم بين الجزائريين..." ..."[سعد الله ج1، 148]، قبل أن يضيف : "...قال بيري رايس أن الأندلسيين قد اتخذوا شرشال قاعدة لهم..."[سعد الله ج1، 182].



00692
من مخطوط رقم A-MSS - 00692
المكتبة الوطنية بتونس



1/16497
من مجموع رقم A-MSS - 16497
المكتبة الوطنية بتونس

المؤلّف : إبراهيم بن عبد الله بن محمد البلشطار الثغري بربواشي مولدا شرشالي دارا ومسكنا

ورد في أوّل كتاب في الصناعة الحسابية :

"... أمّا بعد، فيقول العبد المعترف بذنبه إبراهيم بن عبد الله بن محمد البلشطار الثغري، بربواشي مولدا، شرشالي دارا ومسكنا، رحمه الله تعالى بمنه وكرمه. أنّي لما كنت ببلد النصارى، دمرهم الله تعالى وأهلكهم، اطلعت على كتاب من فن الحساب ألفه قسيس يسما ألْمَانْ، فقرأت منه جملة على

شيخنا الدارك النبيه الحيسوبي الفرضي سيدي محمد الأندلسي الغرناطي المدعو امروكان قدس الله نفسه وسقا بفوائد الرحمة رمسه..." [16450، 1ظ].

وردت هذه المعلومات في أوّل كتاب البلشطار وهي كل ما نعرف عنه، إذ لم تذكره المصادر والمراجع المتوفرة لدينا ولم تتعرض أيضا للقسيس ألمان ولمحمد الغرناطي. والمتأكد أنّه كان حيّا بعد سنة 1408/810، إذ أورد في كتابه أنّه اطلع على **شرح الحوفي** للإمام العقباني مضيفا عبارة "رحمه الله تعالى" [16450 ، 17و]، وهذا الأخير توفي سنة 1408/810.

ونستفيد من ذلك أنّ إبراهيم البلشطار ولد ببربواش (Barbués)، وهي قرية بالأراغون (Aragon) قرب مدينة هيسكا (Huesca) بإسبانيا[4] . وتحصّل على كتاب في الحساب ألّفه قسّيس يدعى ألمان لمّا كان ببلد النصارى. قرأ منه جملة على أستاذه سيدي محمد الأندلسي الغرناطي المدعو أمروكان[5] - دون ذكر مكان وقوع ذلك – ونميل إلى الاعتقاد أن يكون قد تمّ ببربواش أو بإحدى القرى القريبة منها بالأندلس حوالي سنة 1570. فلقد أصدر فيليب الثاني يوم 28 أكتوبر من هذه السنة، إثر الثورة الكبرى لموريسكيي غرناطة، قرارا لنفي هؤلاء من مملكة غرناطة إلى داخل البلاد [عنان، 375] و[الكتاني، 123]. ومن المحتمل أن يكون محمد الأندلسي الغرناطي من بين المعنيين بهذا النفي.

تمكّن البلشطار من استيعاب محتوى كتاب القسيس ألمان، دون إعانة، حسب ما كتب[6] فقرّر نقل الكتاب المذكور من العجمية إلى العربية بعد استقراره بمدينة شرشال بالجزائر.

تبقى حياة البلشطار لغزا في انتظار اكتشاف معلومات أخرى عنها. والمحيّر أكثر هو غياب كلّي لما يتعلّق بالفترة الزمنيّة التي عاشها بشرشال أين نقل **كتاب في الصناعة الحسابيّة** من العجميّة إلى العربيّة. ومن الأكيد أنّ المصادر المعروفة حتى اليوم أهملته لأمر ما. ولم يذكره المهتمّون بتاريخ العلوم وأيضا المؤرخون لهجرة الأندلسيين طوعًا أو قسرًا خلال القرنين السادس عشر والسابع عشر. وسنكتفي، على سبيل الذكر وليس الحصر، بالذين أخذنا عنهم معلومات وهم : محمد عبد الله عنان [1966] ومحمد عبده

---

4 - معطيات توصل إليها بيار آجيرون في نطاق بحثنا المشترك.

5 - يقترح بيار آجيرون أن يكون اللقب "مروكان" أي أن حرف الألف تابع لكلمة المدعو وهو خطأ شائع.

6 - "... وفتح الله تعالى عليّ بفهمه..." [16450، 1ظ].

المخطوطات المعروفة من كتاب البلشطار :

مخطوط رقم	مقاس	مسطرة	أوراق
00692	22 × 17	17	78
19/13053	20.5 × 14.5	23	26
1/16450	21 × 15.5	25	52
1/16497	21 × 14	19	54

الخطّ مغربي وواضح في مجمله في جميع النسخ، إلا بالنسبة للأولى، مع اعتماد الرموز الجبرية المتداولة بالغرب الإسلامي وأيضا حروف الغبار لكتابة الأعداد والكسور. ولم يرد اسم الناسخ بأيّ واحدة وكذلك تاريخ النسخ. حافظنا على الترقيم الأصلي الوارد بالمخطوطات مع الملاحظ عدم وجود الرقم 33 في النسخة [16450] كما احتوت النسخة [00692] على ترقيم ثان يدلّ على انتمائها سابقا لمجموع. سنشير في بحثنا هذا إلى النسخ كما يلي : 00692 و 13053 و 16450 و 16497.

ولم تذكر المصادر والمراجع التي اطلعنا عليها نسخا أخرى لهذا النصّ. مع الملاحظ أنّ النسخة الثانية [13053] مبتورة في الوسط وفي الآخر. وجاء في نهاية النسختين الأولى والرابعة عبارة : "... وبالله التوفيق وصلى الله على سيدنا محمد وعلى آله وصحبه". ممّا يدل على إمكانيّة اكتمالهما خلافا للثالثة.

ولا نستبعد إمكانية وجود نسخة أصلية واحدة أخذت عنها النسخ الأربعة.

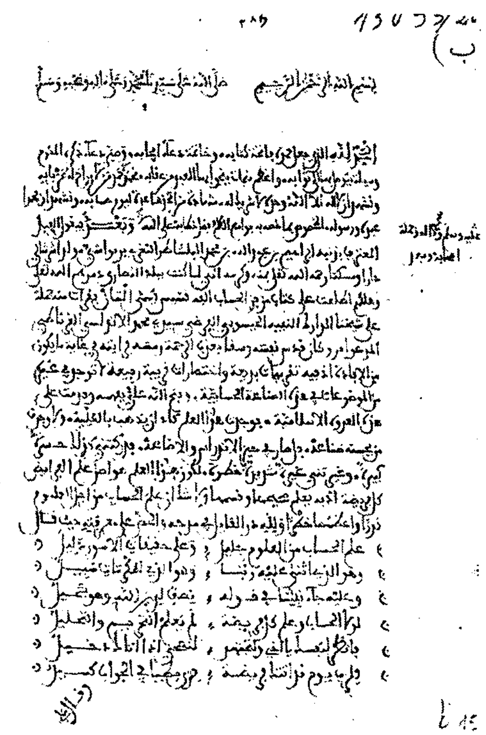
احتوى المجموع 16450 على نصين آخرين : الأوّل **تحفة الناشئين على أرجوزة ابن الياسمين** للقلصادي والثاني **المعرف في التكسير والتقطيع** للمرسي الحجي ولم يقع ذكر الناسخ لأي واحد منهما ولا تاريخ النسخ.

واحتوى المجموع 13053 على 21 نصّا وذكر تاريخ نسخ النصين السادس والثالث عشر فقط.

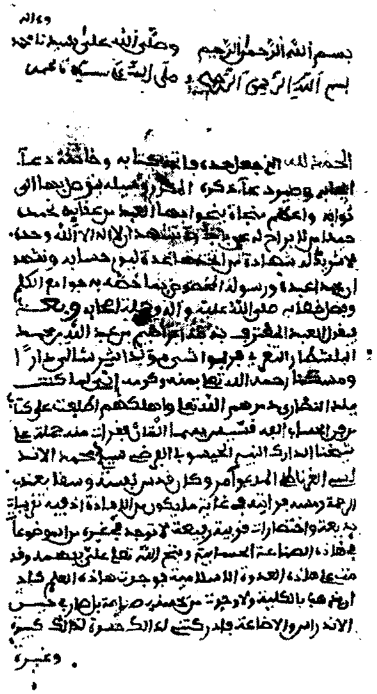
[3] - منشورات دار الكتب الوطنية، تونس، 2018.

أمّا المجموع 16497 المُهدى للمكتبة الخلدونيّة سنة 1901 تحت عنوان **مجموع في الحساب: البلشطار وعلم الجبر** حسب ما ورد في الصفحة الأولى، فلقد احتوى على أربعة نصوص زيادة على **كتاب في الصناعة الحسابية**.

الأوّل **رقائق الحقائق في حساب الدرج والدقائق** لمحمد سبط المارديني وتمّ نسخه سنة 1279 هـ. والثاني، دون عنوان، ونسخه محمد بن محمد بن عبد الله ابن الحاج حسن القليبي سنة 1277 هـ. والثالث **متن الرحبية** والرابع **كشف الأسرار عن علم حروف الغبار** للقلصادي ونسخه سعيد بن أيوب سنة 1269 هـ. نلاحظ أنّه من الصعب تقديم أيّ استنتاج من هذه المعلومات.



19/13053
من مجموع رقم A-MSS - 13053
المكتبة الوطنية بتونس



1/16450
من مجموع رقم A-MSS - 16450
المكتبة الوطنية بتونس

الخاتمة

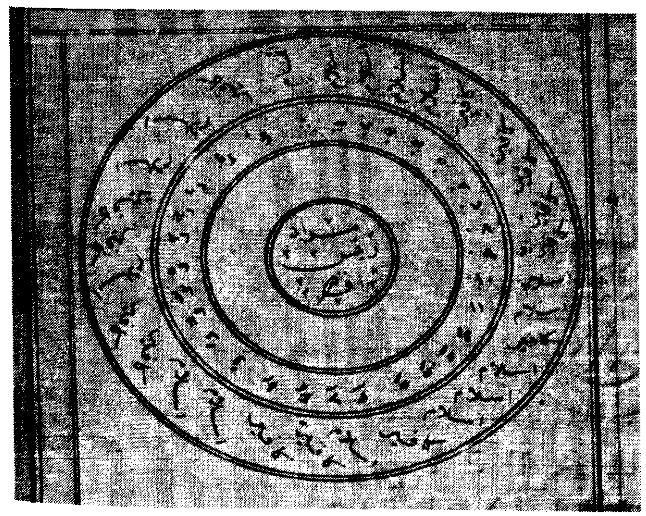
لا شك أنّ مصر كانت مهد لعبة المؤمنين والكفار في العالم العربي ولاشك أنه تم تداولها ما بين الطائفتين اليهودية والإسلامية ثم أصبحت معروفة عند مختلف النوادي الأدبية والشِعرية في مصر وفي بلاد الشام . ويبدو كذلك أن اللعبة انتقلت من المشرق العربي إلى بلاد السودان من جهة وإلى البلاد الفارسية من جهة أخرى.

وظهرت هذه اللعبة في شتى أنواع المؤلفات والسياقات ولكنها غائبة كلّيًا من الكتب العربية الخاصة للرياضيات. وهذا فرق كبير ومدهش بين المصادر الإسلامية والأوروبية. ولعلّ سبب ذلك هو أن حدود علم الحساب كانت في أوروبا لا تزال مفتوحة بينما استقرت بالفعل في العالم العربي والإسلامي.

الاستثناء الوحيد الذي نعرفه حتى الآن هو التالي : لقد اكتشف زميلنا أتيلا بولاط من جامعة إسطنبول تأليفين قصيرين في علم الحساب على الطراز التقليدي وباللغة التركية تظهر فيهما لعبة المؤمنين والكفار. وهما :

- **زينة الكتّاب ومغني الطلّاب،** ألفه خليل بن محمد الأعظمي البغدادي عام 1845/1261، مخطوط ؛
- **زبدة الحساب،** مجهول المؤلف، مطبوع على الحجر في مدينة إسطنبول عام 1856/1272.

إذاً، هل يمكن أن تكون لهما مصادر أوروبية ؟



صورة عدد 5 : **زبدة الحساب**

كتاب في الصناعة الحسابية

إبراهيم البلشطار الثغري

حميدة الهادفي
(جامعة تونس)

لاحظنا منذ سنوات وجود مجموع رياضي مدرج في دفاتر المكتبة الوطنيّة بتونس تحت عنوان مجموع الشرشالي والقلصادي [رقم : 16450][1]. واستدعى انتباهنا محتوى النصّ الأوّل لما احتواه من معلومات وعبارات غير مألوفة إذ ذكر مؤلّفه أنّه نقله من العجميّة إلى العربية. وورد عنوان هذا النصّ، في بدايته وهو **كتاب في الصناعة الحسابية** وكذلك الاسم الكامل لمؤلّفه.

سنحاول التعريف بمحتوى النص وبمؤلّفه وتقديم نماذج من المسائل الرياضية الواردة فيه في انتظار إعداد دراسة نقديّة له بالاشتراك مع بيار آجيرون (Pierre Ageron)[2] .

نسخ كتاب في الصناعة الحسابية :

عثرنا، على هامش إعداد كتاب **مخطوطات علمية بالمكتبة الأحمدية (رياضيات – فلك – تنجيم)** بالاشتراك مع المهدي عبد الجواد[3] على ثلاثة نسخ أخرى من نصّ البلشطار بالمكتبة الوطنية بتونس :

---

[1] - ورد اسم المؤلّف كاملا في أوّل النصّ كما يلي : إبراهيم بن عبد الله بن محمد البلشطار الثغري بربواشي مولدا شرشالي دارا ومسكنا ولكنّ واضع الفهرس اكتفى بالاعتماد على ما ورد بوثيقة حبس المجموع.

[2] - لفت انتباهنا بيار آجيرون، خلال انعقاد الملتقى المغاربي الثالث عشر حول تاريخ الرياضيات العربيّة (تونس 30 مارس إلى 1 أفريل 2018)، إلى أنّ هذا النصّ يعتبر مفقودا واقترح علينا أن نعدّ معا تحقيقا وتحليلا وترجمة له للفرنسيّة. رحّبنا بالفكرة وتوصّلنا معا إلى معطيات جديدة حول النصّ وكاتبه سنذكر البعض منها في هذا المقال.

وتوجد في مالي صيغات شفوية تتَّصل بالممارسة السحرية المسماة باللغة البمبرية *œ-bi-saba* أي الرجال الثلاثون وتوجد أيضاً نسخ ملغاشية ضمن مخطوطات بكتابة عربية حول وصول العرب إلى المحيط الهندي[51].

الباب الخامس : في بلاد فارس

أخبرنا زميلنا محمود شهيدي من طهران بوجود لعبة المؤمنين والكفار في مصادر إيرانية بالفارسية أو أحياناً باللهجة التركية الأذرية . قد وجدناها مثلًا في كتاب ضخم بعنوان **مقامع الفضل** ، الذي ألفه آقا محمد على كرمانشاهى عام 1778/1192 . القضية هنا بين مسلمين ويهود وتنسَب طريقة الترتيب إلى العالم الشهير نصير الدين الطوسي . ولحفظه قدم المؤلف البيتين العربيين المذكورين سابقاً إضافة إلى القصيدة الفارسية التالية :

ز ترکان چهار و ز هندوى پنج	Quatre Turcs, cinq Indiens
دو رومى ابا يک عراقى بسنج	Pour deux Anatoliens, compte un Irakien ;
سه روز وشبى ، يک نهار ود وليل	Trois jours, une nuit, une période diurne et deux nocturnes,
دو باز و سه زاغ و يکى چون سهيل	Deux buses <blanches >, trois < corbeaux > craves, un < qui brille > comme Canopus,
دو ميغ و دو ماه و يکى همچو دود	Deux < semblables à des > nuages, deux < qui sont comme des > Lunes et un comme la fumée :
ز نه نه شمردن برافتد يهود	En comptant de neuf en neuf, les Juifs auront succombé.

[51] Pierre Ageron, Gérard Hamon, *op. cité (note 1)*.

وتوجد نفس القصيدة تقريباً وقصيدة مشابهة بالأذرية في هوامش بعض المخطوطات الراجعة إلى عهد القاجاريين (1786-1925) .

صورة عدد *4* : **مقامع الفضل**

ولما فتنت بلحظ له عذلت فما خفت من شامت.

وعثرنا أخيراً على كتاب آخر في الفقه الشافعي ذكرت فيه نفس اللعبة تحت عنوان «استطراد ». وهذا الكتاب هو **حاشية على شرح جلال المحلي على جمع الجوامع للإمام ابن السبكي** [43] لحسن العطّار [44].

الباب الرابع : في بلاد السودان

واقع غريب هو أننا لم نعثر حتى الآن على أي نسخة لعبة المؤمنين والكفار في المغرب العربي بمعنى تونس والجزائر والمغرب. بل توجد لها نسخ شعبية كثيرة في بلاد السودان ربما نقلت من مصر إلى غرب أفريقيا عبر طريق دارفور وليس على طول سواحل البحر المتوسط. مثلاً تُلُقِّيت نسخة موريتانية في 25 يونيو 1934 وقد كتبت العالية بنت المختار ولد عائدة[45] الأبيات التالية نقترح لها ترجمة إلى الفرنسية : [46 47]

طرحت في الأرض أربعة شهود	J'ai posé, assis par terre, quatre qui professent la foi
خمسة من أهل الركون[48] قعود	et cinq qui inclinent vers l'incroyance.
واثنين لله شهود	Puis sont assis deux qui professent foi en Dieu,
وواحد فرد نصراني	un chrétien tout seul,

[43] حسن بن محمد العطار ، المولود عام 1766/1180 والمتوفى عام 1835/1250، هو عالم مصري اصبح في نهاية عمره شيخاً للأزهر الشريف.

[44] العطار ، **حاشية على شرح الجلال المحلي على جمع الجوامع للإمام ابن السبكي**، بيروت : دار الكتب العلميَّة، 2011. تصوير طبعة 1898، ج 2 ، ص 331.

[45] هي أخت أحمد ولد المختار ولد عائدة أمير آدرار الذي أُنتُخب في مجلس النواب الفرنسي عام 1959

[46] Charles Béart, *Jeux et jouets de l'Ouest africain*, Dakar, IFAN, 1955, vol. 2, p. 739-743.

[47] النص في الأصل بالكتابة اللاتينية فقط ويبدو أنه معيب . نشكر الأستاذ عبد الودود ولد الشيخ من جامعة لورين الفرنسية لمساعدته في القراءة.

[48] الركون : الميل أو الرجوع إلى الظلم والشرك.

وثلاث يصلوا بالرب المعبود	trois qui prient le Seigneur adoré,
والعلج ماه رباني[49]	un non-musulman qui n'est pas pieux
فقيه في يديه تسبحَين قعدو	et un juriste musulman avec deux chapelets en mains.
شمريرَين[50] في الجماعة أقعدت فقهَين	J'ai fait asseoir dans l'assemblée deux hommes à grand chapeau, deux juristes musulmans,
ثلاث نصارى حزينين	trois chrétiens tristes,
مسلم حنين	un musulman affectueux.
قبله اثنين	Après celui-ci, deux (chrétiens),
ومسلمَين ونصراني.	deux musulmans et un chrétien.
أربعة مع اثنين وثلاثة	Quatre avec deux et trois,
وواحد مع اثنين أقران	et un avec deux en union,
أطرح واحد للوراثة	pose un pour l'héritage
وباثنين زيد العداد.	et avec deux augmente le compte.
خمسة مع واحد فرد	Cinq avec un tout seul,
زد واحد	pose encore un tout seul,
واثنين إن ثلاثة عدّي	et deux et trois selon mon compte,
واثنين وأطرح جنو بَعر نصراني	puis deux, puis pose un chrétien, petit tas de crotte.

[49] ماه رباني : هو غير ورع.

[50] شمرير : قبعة الشمس.

ولكنه لم يوضح أن ذلك البيت يخصّ مجموعة من 32 راكباً وليس 30 راكبًا[30].

الباب الثالث : المصادر العربية الشرقية الأخرى

لعلّ أهم نقطتين في شهادات الصفدي عن لعبة المؤمنين والكفار هي أولاً الصلة القائمة بين هذه اللعبة ولعبة الشطرنج وثانياً ممارسة تمارين شعرية مرتبطة بها . إنّ هذين المظهرين ما زالا موجودين عند مؤلفي القرون التالية .

في مقالة حول لعبة الشطرنج بعنوان **أنموذَج القِتال في نَقل العَوال** ، ذكر ابن أبي حَجَلَ التلمساني[31] لعبة المؤمنين والكفار مقتبساً كلام صلاح الدين الصفدي حرفياً ، غير أنّه اقترح بشكل واضح الصيغة البديلة يساوي فيها عدد الركاب عدد قطع الشطرنج أي اثنين وثلاثين .

ونقل الأديب علاء الدين علي الغزولي[32] في باب « الشطرنج والنرد » من كتابه المسمى ب **مطالع البدور ومنازل السرور**[33] سبعة أبيات من رسالة العالم المصري البشتكي[34]. وقال عنها إنها مرتبطة بإلقاء العاشر والتاسع والثامن والسابع والسادس والخامس والرابع من الشطرنج على قاعدة الحكاية المشهورة. ولم يرَ من الضروري توضيح ما هي هذه الحكاية وما هي هذه القاعدة. وأضاف : « لم أعلم الضابط في هذه الأعداد جميعها له – أي للبشتكي – أم لغيره وأنسيت أن أسأله ».

ونلاحظ على كل حال أنّ البيت لإلقاء التاسع الذي ينقله هو بيت الصفدي بعينه :

ولما فتنت بلحظ له   عذلت فما خفت من شامت

[30] المتتالية المرتبطة بها هي 1-3-2-3-3-1-1-3-3-1-2-2-1-2-2-1-1 ولا يحسب حرف الهمزة .

[31] شهاب الدين أحمد بن يحيى بن أبي حَجَلَ التِّلمساني، المولود عام 1325/725 والمتوفى عام 1375/776 ، وهو عالم وشاعر قد ولد في تلمسان وانتقل إلى القاهرة.

[32] علاء الدين علي بن عبد الله البهائي الدمشقي الغزولي، المتوفى عام 1412/815 ، كان أديبا مملوكاً تركياً ، نشأ في دمشق وزار القاهرة عدة مرات.

[33] الغزولي ، **مطالع البدور ومنازل السرور** ، حققه وعلّق حواشيه التجاني سعيد محمود ، بيروت : دار الكتب العلمية ، 2015، ج1 ، ص 194-196.

[34] بدر الدين محمد بن إبراهيم الدمشقي البشتكي ، المتوفى عام 1427/830 ، كان شيخا صوفيا وشاعرا ، شامي الأصل . عاش في القاهرة في الخانقة التيأسسها الأمير سيف الدين بشتاك الناصري.

ونقل الغزولي أيضا بيتا لإلقاء الثالث ، ألفه وأنشده جلال الدين داريا[35]. وقد نقل بعده هذه الأبيات المؤرخ شمس الدين محمد عبد الرحمن السخاوي[36] في تأليفه عمدة المحتج في حكم الشطرنج[37].

أشهر رواية للعبة المؤمنين والكفار باللغة العربية هي التي توجد في كتاب حكايات وغرائب وعجائب ولطائف ونوادر وفوائد ونفائس، ألفه الفقيه الأديب المصري شهاب الدين أحمد القليوبي[38] في القرن السابع عشر الميلادي . وتوجد نفس الرواية مع اختلافات قليلة في حاشية على كنز الراغبين[39] لنفس المؤلف . ونصها المتميز بإيجازه كما يلي :

لطيفة[40]: حكي أن بعض الملاحين الحذاق أشرفت سفينته على الغَرَق وفيها مسلمون وكفار. فتحير في أمره ، ثم اتفق معهم على أن يمزُج بعضهم ببعض ويجعلهم حلقة ويدور فيهم بعدد مخصوص وكل من وقع عليه آخر العدد يلقيه في البحر . ففعل ذلك فوقع العدد على جميع الكفار فألقاهم في البحر ونجا المسلمون . وصورة المزج تعلم من هذا البيت :

الله يقضي بكل يُسر   ويرزُق الضيف حيثُ كان

فكل حرف مهمَل مكان مسلم وكل حرف منقوط[41] مكان كافر والعدد فيهم بتسعة بعد تسعة من أوله إلى آخره مرة بعد أخرى والله أعلم[42].

وبعضهم أبدل مكان البيت بيتاً آخر مثله فيما تقدم بقوله :

[35] جلال الدين بن خطيب داريا ، المولود عام 1345/745 والمتوفى عام 1409/811 ، كان شاعراً.

[36] شمس الدين محمد بن عبد الرحمن السخاوي، المولود عام 1428/831 والمتوفى عام 1497/902، كان مؤرخا وعالم حديث . قد ولد في القاهرة وأمضى السنوات الأخيرة من عمره في الحجاز.

[37] السخاوي، **عمدة المحتج في حكم الشطرنج** ، حققه وعلق عليه أسامة الحريري ونذير كعكة ، بيروت : دار النوادر، 2007 ، ص 149-151.

[38] شهاب الدين أحمد بن أحمد القليوبي ، المتوفى عام 1659/1069 ، فقيه وأديب مصري. هو صاحب كتب متنوعة في الفقه والطب والجغرافيا والفلك والسحر والأدب وغيرها.

[39] **كنز الراغبين** : هو كتاب للمحلي الذي هو بدوره شرح **منهج الطالبين** للنواوي. وهو كتاب تعليمي في الفقه على المذهب الشافعي من القرن الثالث عشر الميلادي . طبعت حاشيتا القليوبي وعميرة على **كنز الراغبين** عام 1956/1375.

[40] في **كتاب النوادر** : الحكاية السادسة والسبعون بعد المائة فيما استحسن من بعض الظرفاء .

[41] في حاشية على **كنز الراغبين** : معجم.

[42] في حاشية على **كنز الراغبين** : فافهم وتأمل. وهنا ينتهي النص.

النصر الذي هو معجم ضخم لتراجم أشهر معاصري المؤلف[27]. وقد حصّل محققو كتاب **أعيان العصر** على مخطوطة خاصة لهذا الكتاب يشيرون إليها برمز أ يوجد فيها المزيد من التفاصيل حول هذه اللعبة ويبدو أنها للمؤلف نفسه.

من الظاهر من كتابات الصفدي أن لعبة المؤمنين والكفار كانت بالفعل مشهورة في مصر منذ جيل على الأقل . أولاً ، يُوْحِي بأنها كانت معلومة عند لاعبي الشطرنج كما يُرى في بداية كلامه عنها في كتاب **الغيث المسجّم** ، إذ يقول : « رأيت أنا بعض الأصحاب يأخذ قطع الشطرنج يرُصّها رصّاً مخصوصاً صورةً دائرة ويدّعي أنّ مركباً كان على ظهر البحر إلخ ».

وثانيًا ، يقول في مخطوطة أ إنه وجد أنّ الفاضل الأديب الكامل صفي الدين الحلي[28] قد جاء إلى شيء مثل هذا وصنع خمسة أبيات لضبط ترتيب ركاب السفينة. غير أنّ الصفدي لم يذكر إلا البيت الأول منها مما بقيت طريقة ترميز الحلي غامضة وهذا البيت هو :

جيش من الزنج والإفرنج يقدمه ما كان بينهما زوج من الخدم .

ثم يقترح الصفدي طريقة ترميز يكفي بها بيت واحد ويقول : « الضبط في هذا ببيت واحد أخصر وأحسن وأسرع في العمل».

إن الطريقة المعنية هي التي ذكرنها سابقاً أي بالحروف المهملة والمنقوطة والبيت المقترح هو :

ولمّا فُتِنْتُ بلحظ له أُذلت فما خِفْتُ مِنْ شامِتِ[29]

وفي كتاب الغيث المسجّم وكذلك في هامش مخطوطة أ يذكر الصفدي بيتاً آخر يطابق البيت الموجود في هامش المخطوطة اليهودية العربية الآنفة الذكر :

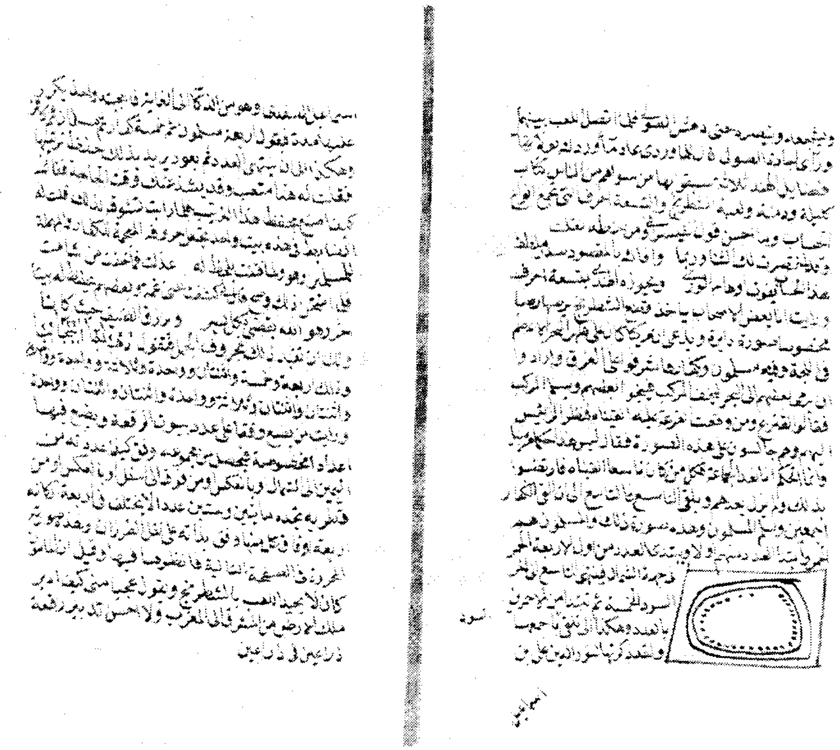
الله يقضي بكل يسر ويرزق الضيف حيث كان

---

[27] الصفدي ، **أعيان العصر وأعوان النصر** ، بتحقيق علي أبو زيد ونبيل أبو عمشة ومحمد موعد ومحمود سالم ، دمشق : دار الفكر ، وبيروت : دار الفكر المعاصر ، 1998، ج 3 ، ص. 298-300.

[28] صفي الدين عبد العزيز بن سرايا الحلي ، المولود عام 1278/677 والمتوفى عام 1339/752 ، هو شاعر شهير. قد ولد في العراق فانتقل إلى ماردين ثم إلى القاهرة. وكان صديقاً للصفدي.

[29] *wa-lammā futintu bi-laḥẓ*^{in} *lahu ʻudhiltu fa-mā khiftu min shāmit.* [Lorsque je fus séduit par un regard de lui, je fus blâmé et n'eut point de crainte d'un médisant.]



صورة عدد 3 : الصفدي : الغيث المسجم في شرح لاميَّة العجم

ويقترح الصفدي طريقة ترميز أخرى وهي بحروف حساب الجُمل :

دهبـا جا أبـجـا ببـا

وكخاتمة لهذا الباب نلاحظ أنّ الصفدي كان يهتمّ اهتماماً شديداً بمناهج الترميز عبر أبيات الشعر ولكن لم ينشر المنطِق المؤدي إلى حل المسألة في حد ذاتها كأنّه لم يرد كشف السِتار عنها . ومع ذلك نظر في بعض تغيُّرات المسألة إذ أتى في المخطوطة أ بالبيت التالي الذي يعتبره مناسبًا لإلقاء السابع إلى البحر بدلاً من التاسع :

فديتك إن صدقي من فخار أبان بناء سر في دعائي

14 Et que quiconque, le comptage des neuf s'étant achevé

15 sur lui, soit jeté à la mer, qu'il soit Juif

16 ou chrétien. Et ceci est la disposition :

17-19-21 héb[reu] – inc[irconcis] – héb[reu] – inc[irconcis] – héb[reu] – inc[irconcis] – ...

18-20-22 *Derosh ha-ḥōkhmōt baʾasher ʾatūmōt gelūyim ʾelai ʾadamōt be-ʿorkhei binyamīn gr[...] ʾavanīm bat babat ʾaḥrōnīm* : « Recherche la sagesse cachée, qui pour moi est claire, dans les terres de valeur, les pierres de construction (?) Tu es venu, suivent les derniers. »

23=24 *Allāh yaqḍī bi-kull yusr wa-yarzuq al-ḍayf ḥaythu kāna* : « Dieu décide de toute prospérité et pourvoit à la subsistance de l'invité là où il se trouve »

تحليل النص

إن الرواية بحد ذاتها مقتضبة جداً وتنتهي في السطر السادس عشر . وفي ما بعد نجد بدون توضيح جملتين غامضتين تُستخدم كِلْتاهما لتسهيل حِفظ المتتالية العددية

4 و 5 و 2 و 1 و 3 و 1 و 1 و 2 و 2 و 3 و 1 و 2 و 2 و 1

عن ظهر القلب . الجملة الأولى الموجودة في سطور 18 و 20 و 22 هي باللغة العبرية والقاعدة فيها على ما يلي : إذ نربط بكل كلمة من كلماتها رقم حرفها الأول في الأبجدية العبرية ، أي

א ← 1 و ב ← 2 و ג ← 3 و ד ← 4 و ה ← 5

فنحصل على المتتالية المرادة . من المثير للاهتمام أن تظهر نفس الجملة تقريباً في رواية عبرية مشابهة مجهولة المصدر بعنوان « حيلة للحاخام إبراهيم ابن عزرا » ، طبعت في مدينة البندقية عام 1546 لاحقاً بكتاب موسى بن شمطوف بن حبيب حول النحو العبري . الأشخاص في هذه النسخة هم خمسة عشر طالباً وخمسة عشر كسولاً على متن سفينة مع عالم الرياضيات الشهير الحاخام إبراهيم ابن عزرا . والجملة هي :

صورة عدد 1 : من كتاب موسى بن شمطوف بن حبيب

أما الجملة الثانية في مخطوطة المكتبة البودلية فهي بيت من الشعر باللغة العربية والقاعدة هنا هي أن تطابق المتتالية المرادة بحروف البيت المهملة والمنقوطة كما يتبين من التلوين التالي :

الله يقضي بكل يسر ويرزق الضيف حيث كان

ونلاحظ أن البيت المذكور مكتوب بالكتابتين العبرية والعربية على الرغم من عدم فائدة الكتابة العبرية في هذه الحالة.[24] ويمكن أن يدل ذلك على نقله من الطائفة الإسلامية إلى الطائفة اليهودية.

الباب الثاني : الصفدي

أول كاتب مسلم ذكر في مؤلفاته لعبة المؤمنين والكفار هو – وفقا لما نعرفه حاليًا – صلاح الدين خليل الصفدي الذي عاش في مصر في القرن الرابع عشر[25]. وقد ذكرها في كتابين له أولهما كتاب **الغيث المُسجَّم في شرح لامية العجم** ، وهو مجموعة مختارات منظمة كشرح قصيدة من قصائد الطغرائي[26] ، والثاني كتاب **أعيان العصر وأعوان**

---

[24] توجد الكتابة العبرية في السطر 23 والكتابة العربية في سطر 24 أي في الهامش

[25] صلاح الدين خليل بن أيبك الصفدي ، المولود عام 1297/696 والمتوفى عام 1363/764 ، هو عالم وكاتب له عدد كبير من المؤلفات ، وكانت مدينتا دمشق والقاهرة مركزين أنشطته.

[26] الصفدي ، **الغيث المسجَّم في شرح لاميَّة العجم** ، بيروت : دار الكتب العلميَّة، 2016، ج 2، ص. 94-95 [دون تحقيق].

12	בהדה אלמשורה חסנת בבאל	بهذه المشورة حسنت ببال
13	אלערלים והי אן יצפו ב'ב 'ויעדו ט'ט ' באלזוג'	العرليم وهي أن يصفوا بب[17] بالزوج ويعدّوا طط[18]
14	ואיٓ מן אנתהא עדד אלט'	وأيّ من انتهى عدد الط
15	ענדה ירמי אלבחר מן יהודי	عنده يرمى البحر من يهودي
16	או מן נצראני והד'ה נצ [...]	أو من نصراني وهذا نص [...[19]]
17	עב ער עב ער עב ער	عب[20] عر[21] عب عر عب عر
18	דרוש החכמות באשר אטומות גלויים אלי	דרוש החכמות באשר אטומות גלויים אלי
19	עב ער עב ער עב	عب عر عب عر عب
20	אדמות בערכי בנימין גר [...] אבנים	אדמות בערכי בנימין גר [...[22]] אבנים
21	ער עב ער	عر عب عر
22	באת בבאה אחרונים	באת בבאה אחרונים
23	אללה יקצ'י בכל יסר וירזק אלציף חית כאן	الله يقضي بكل يسر ويرزق الضيف

[17] بب : إثنان إثنان .وربما كان هناك خطأ في النص.
[18] طط : تسعة تسعة
[19] هناك كلمة غير واضحة.
[20] عب : اختصاراً كلمة عبري.
[21] عر : اختصاراً كلمة عرل أي غير مختون.
[22] نهاية الكلمة غير واضحة.

		حيت كان
24	الله يقضي بكل يسر ويرزق الضيف حيت كان[23]	الله يقضي بكل يسر ويرزق الضيف حيت كان

ترجمة النص اليهودي العربي إلى اللغة الفرنسية

1 Relation d'un fait survenu entre des Juifs et des chrétiens.

2 Ils étaient en mer Salée [= Méditerranée] dans un bateau,

3 et la main des incirconcis était agressive

4 envers eux. Ils voulurent les noyer.

5 Ils leur dirent : ce qui nous fait remuer

6 sur le bateau, et le vacarme du vent

7 énorme qui nous malmène,

8 c'est à cause de vous. Alors s'accordèrent tous

9 les incirconcis pour les noyer.

10 Il y avait dans le groupe des Juifs

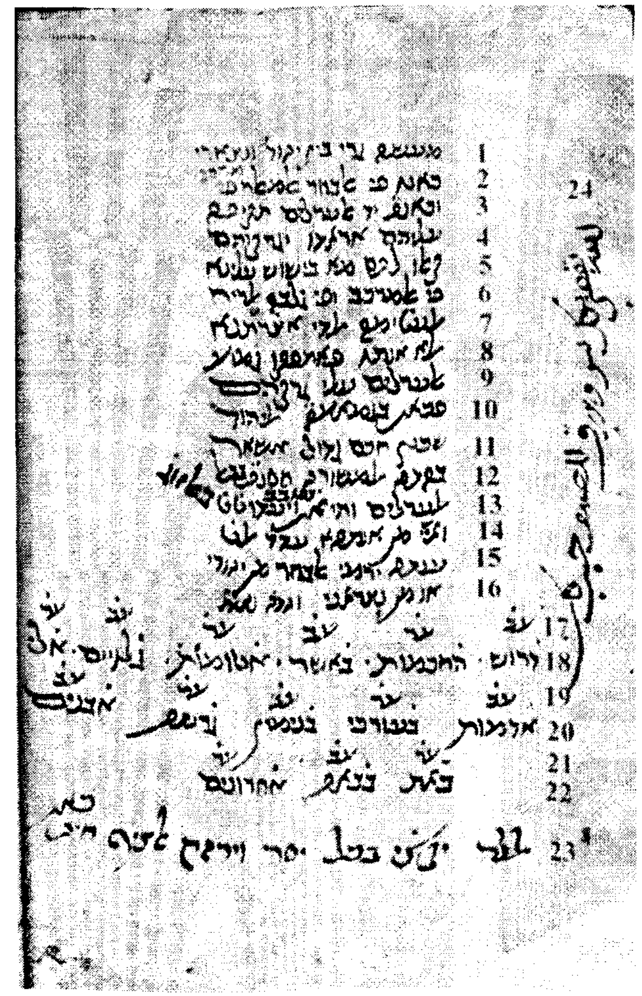
11 une personne qui était un grand sage. Il proposa

12 ce conseil, qui fut agréé par

13 les incirconcis : qu'ils se mettent deux par deux [*sic*], et comptent de neuf en neuf.

[23] قد نُسخ هذا البيت في الهامش بالحرف العربي.

أولا صورة النص المخطوط مع ترقيم السطور (صورة عدد 2) – ثانيا تحقيق النص الأصلي بالكتابة العبرية[9] - ثالثا تحويل النص إلى الكتابة العربية مع بعض الملاحظات اللغوية – رابعًا ترجمة النص إلى اللغة الفرنسية – خامسًا تحليل النص.



صورة عدد 2 : مخطوطة Pococke 238 ، ص 2ب

[9] نشكر الأستاذة مريم فرنكل من الجامعة العبرية في القدس لمساعدتها الكريمة في القراءة.

تحقيق النص الأصلي بالكتابة العبرية

1	מעשה גרי בין יהוד ונצארי	معشة[10] جرى بين يهود ونصارى
2	כאנו פי אלבחר אלמאלח פי מרכב	كانو في البحر المالح11 في مركب
3	כאנת יד אלערלים תקיפה	وكانت يد العرليم12 ثقيفة13
4	עליהם ארארו יגרקוהם	عليهم أرادوا يغرقوهم
5	קאלו להם מא בישוש עלינא	قالوا لهم ما بيشوش[14] علينا
6	פי אלמרכב ופי גלבה אלריח	في المركب وفي جلبة الريح
7	אלעט'ימה אלדי אצרֿתנא	العظيمة الذي أضرّتنا
8	אלא אנתו פאתפקו ג'מיע	إلا إنتو[15] فاتفق جميع
9	אלערלים על גרקהם	العرليم على غرقهم
10	פכאן בג'מאעה אליהוד	فكان بجماعة اليهود
11	שכץ חכם גדול אשאר	شخص حكم جدول[16] أشار

[10] معشة أو معسة : كلمة عبرية أدبية بمعنى حديث.
[11] البحر المالح : هو البحر المتوسط بالمقارنة مع البحر الحلو الذي هو نهر النيل.
[12] العرليم : هم غير المختونين أي النصارى.
[13] ثقيفة : اعتدائية.
[14] بيشوّش : يشوّش في اللهجات العربية الشرقية.
[15] إنتو : أنتم في اللهجات العربية الشرقية.
[16] جدول : كلمة عبرية بمعنى كبير.

المقدمة

ما سنشير إليه في هذه المداخلة بـ " لعبة المؤمنين والكفار" هي حكاية عجيبة أو لغز أو لعبة أو مسألة حسابية معروفة عند مختلف الحضارات وموجودة في مختلف السياقات الأدبية تجعل في وضع مواجهة مجموعتين من البشر.[1]

أشهر صورة لهذه اللعبة هو كما يلي : من أجل تخفيف سفينة في خطر الغرق أمر رئيس السفينة بسحب القرعة حتى يُلقى إلى البحر نصف الركاب الثلاثين . كان منهم خمسة عشر مؤمناً وخمسة عشر كافراً. أجلسهم كلهم حلقةً فبدأ يعُدّ دائرياً 1-2-3-4-5-6-7-8-9. فألقى التاسع إلى البحر فبدأ يعُدّ من هنا دائرياً مجدداً 1-2-3-4-5-6-7-8-9 . فألقى التاسع إلى البحر وهكذا دواليك حتى ألقي خمسة عشر راكباً. والسؤال هو : كيف رتبهم حتى نجَا المؤمنون كلهم وهلك الكفار كلهم ؟ والجواب في المتتالية العددية التالية :

4 و 5 و 2 و 1 و 3 و 1 و 1 و 2 و 2 و 3 و 1 و 2 و 2 و 1

وهذا يعني أن الترتيب أو المزج الصحيح هو : 4 مؤمناً، ثم 5 كافراً، ثم مؤمنان، ثم كافر واحد، الخ.

يبدو أنّ هذه اللعبة ظهرت في شمال أوروبا في القرن التاسع الميلادي. ومن الجدير بالملاحظة أنّ أقدم الكتابات اللاتينية لم تذكر مؤمنين وكفارا على متن سفينة بل بيض وسود في مخيم عسكري. وابتداءً من القرن الثاني عشر أصبح البيض مسحيين والسود كفارًا حسب المعتمد في الدين المسيحي واعتبر اليهود أو المسلمون حسب الروايات كفاراً. ثم في القرن الخامس عشر تحولت الحكاية إلى مسألة حسابية بحتة. ومنذ ذلك الحين لا تزال موجودة في بعض كتب الحساب الأوروبية[2]، أو في بعض كتب الرياضيات

[1] Pierre Ageron, Gérard Hamon, « Le jeu des quinze croyants et des quinze infidèles », in : M. Gandit, D. Tournès, M. Morales et N. Chevalarias (dir.), *Mathématiques récréatives. Éclairage historique et épistémologique*, UGA éditions, 2018, p. 8-26

[2] Fernandes, Chuquet, Tartaglia, Pacioli, Benedetto, ...

المُسلّية[3]. وقد ألف عالم الرياضيات العظيم أويلر عام 1776 رسالةً شاملة حول هذه المسألة وتعميماتها[4].

يرتكز تقرير البحث هذا على نسخ من نفس اللعبة وجدناها عند العرب والمسلمين، وهي رغم كثرتها وتنوعها لم تحظ بالشهرة الواسعة والدراسات الدقيقة التي حظيت بها الكتابات الأوروبية.

الباب الأول : نسخة يهودية عربية

أقدم نسخة باللغة العربية تعرفنا عليها حتى الآن موجودة في مخطوطة يهودية مصرية. هذه المخطوطة الضخمة متكونة من ستة مجلدات محفوظة في المكتبة البودلية في جامعة أكسفورد[5]. تحتوي على شرح موسى بن ميمون[6] على المِشْناه ويرجع نسخها إلى عام 1535 حسب التقويم السلوقي[7] الموافق لعام 1223 بعد الميلاد. وما يهمنا في هذه المخطوطة لا يقع إلا في الصفحة الأولى للمجلد الأول وليس مستبعداً أن يكون إضافة لاحقة، وهو نص قصير لا يتجاوز عدد سطوره أربعة وعشرين ولا علاقة له بباقي المتن . وعلى الرغم من أنه مكتوب بالحرف العبري، فهو محرر باللغة العربية، مع بعض التراكيب اللهجية الشرقية وبعض الكلمات العبرية.

ونشير هنا إلى أنّ أول باحث دل على هذا النص هو موريتس اشتينشنيدر[8] صاحب فهرس الكتب العبرية في المكتبة البودلية المنشور فيما بين 1852 و 1860 غير أنّ اشتينشنيدر لم ينشر النص المَعنيّ ولم ينقله إلى الأبجدية العربية ولم يترجمه إلى أي لغة من اللغات الأوروبية. ولذلك نقدم في ما يلي :

[3] Lucas, Bachet, ...
[4] Leonhard Euler.
[5] Bodleian Library, Pococke Collection: 238, 236, 235, 237, 97, 233.
[6] Maïmonide.
[7] Séleucide.
[8] Moritz Steinschneider.

10	30	13	24	33	1
11	29	23	14	32	2
12	28	15	22	31	3
25	9	21	16	6	34
26	8	20	17	5	35
27	7	19	18	4	36

36	70	26	80	41	60	85	11	95	1
37	69	27	79	59	42	84	12	94	2
38	68	28	78	43	58	83	13	93	3
39	67	29	77	57	44	92	14	82	4
40	66	30	76	45	56	81	15	91	5
61	35	71	25	55	46	20	86	10	96
62	34	72	24	54	47	9	87	19	97
63	33	73	23	48	53	18	88	8	98
64	32	74	22	52	49	17	89	7	99
65	31	75	21	51	50	16	90	6	100

النسخ العربية والإسلامية للعبة المؤمنين والكفار

بيار آجيرون
جامعة كا ن (Caen)

Résumé. Cette contribution recense et étudie les sources arabo-islamiques du fameux « jeu des croyants et des infidèles », où on demande comment ranger en cercle quinze croyants et quinze infidèles de sorte qu'en jetant chaque neuvième à la mer, les quinze premiers éliminés soient tous les infidèles. Nous rappelons d'abord quelques données sur l'histoire de ce jeu en Europe du IX^e au XVIII^e siècle et sur sa popularité chez les mathématiciens de la Renaissance. Nous établissons ensuite le texte d'une version judéo-arabe égyptienne (XIII^e siècle) et examinons celles données par al-Ṣafadī (XIV^e siècle) et d'autres auteurs musulmans égyptiens ou syriens en lien avec le jeu d'échecs et/ou avec des exercices poétiques. Nous remarquons la circulation du jeu, probablement à partir de l'Égypte, en Afrique occidentale (Mauritanie, Mali) ainsi qu'à Madagascar. Nous signalons l'existence de versions en persan et en turc azeri dans des anthologies littéraires de la fin du XVIII^e siècle. Nous concluons avec deux versions turques ottomanes du XIX^e siècle : ce sont les seules de tout le corpus arabo-islamique à figurer dans des ouvrages de mathématiques, une situation qui contraste vivement avec celle du corpus européen.

الكلمات المرجعية : رياضيات مُسلّية – لهجة عربية يهودية – مصر – بلاد السودان – فارس – الدولة العثمانية

40	70	30	80	45	56	81	11	91	1
39	69	29	79	57	44	82	12	92	2
38	68	28	78	43	58	83	13	93	3
37	67	27	77	59	42	94	14	84	4
36	66	26	76	41	60	85	15	95	5
65	35	75	25	55	46	16	86	6	96
64	34	74	24	54	47	7	87	17	97
63	33	73	23	48	53	18	88	8	98
62	32	72	22	52	49	19	89	9	99
61	31	71	21	51	50	20	90	10	100

ومنها : أن تقسم الشكل إلى أربعة[39] مربعات، كالذي تقدّم، وضَع الأول في إحدى زوايا الشكل، وامش في أحد ضلعيها من مربعها الأول[40] إلى نهايته، وانتقل منه إلى موازيه، من المربع الذي يليه في جهة الحركة، وضَع تالي المنتهي إليه في طرف هذا الموازي الواقع في حاشية الشكل، وامشِ بالأعداد على تواليها، في بيوته من مربعه على تواليها، بعكس الحركة في المربع الأول، فإن لم يتم وضع النصف من كل صف من صفوف نصف الشكل إلا واحداً؛ انتقل بتالي ما انتهيت إليه، إلى البيت /39ᵛ/ الثالث من بيت مبدأ الدور الذي قبله من الحاشية المقابلة للمبدوء منها، وضع ضلع المربع الثاني. وامشِ على <نفس> النسبة في الدور الذي تمّ إلى أن يكمل ما ذكر.

وأبدل فيما عدا مربع الستة، ما في البيتين اللذين في قطري المربع الثاني قبل نهايتي أعداد ضلعهما أحدهما بالآخر.

ثم انتقل بتالي ما انتهيت إليه <من الأعداد> وضعه في رابع البيت المنتقل عنه من صفه في النصف الثاني. وضَع أدواراً بعدّة ما وضعت من الأدوار في النصف الأول، بعكس الحركة فيها.

[39] أربعة: أربع
[40] الأول: كالأول

ثم انتقل بتالي ما انتهيت /40ʳ/ إليه < من لأعداد>، إلى ضلعي الوسط، وتمم العمل كما تقدّم في الطريق الذي قبل هذا، فيكمل الوفق. تكون صورة العمل في مربع ستة وفي مربع عشرة[41] هكذا[42] :

12	28	15	22	33	1
11	29	23	14	32	2
10	30	13	24	31	3
27	7	21	16	6	34
26	8	20	17	5	35
25	9	19	18	4	36

36	70	26	80	41	60	85	11	95	1
37	69	27	79	59	42	84	12	94	2
38	68	28	78	43	58	83	13	93	3
39	67	29	77	57	44	92	14	82	4
40	66	30	76	45	56	81	15	91	5
61	35	71	25	55	46	20	86	10	96
62	34	72	24	54	47	9	87	19	97
63	33	73	23	48	53	18	88	8	98
64	32	74	22	52	49	17	89	7	99
65	31	75	21	51	50	16	90	6	100

ومنها: أن تضع من الشكل أدوار نصفه الأول، كالطريقة التي قبل هذه. ثم تنتقل بتالي ما انتهيت/40ʳ/ إليه، إلى رابع مبدأ النصف الآخر من آخر أدوار النصف الأول، وامش كمشيك في النصف الأول، إلى أن تضع أدوار النصف الثاني. ثم انتقل، بتالي ما انتهيت إليه، إلى بيت نهاية قطر البيت المنتقل عنه من ربعه، فيقع في طرف أحد الوسطين. ثم انتقل منه، بحركة الفرز، إلى <ضلع> الوسط الثاني في الربع الأول، ومن الثاني إليه، وهكذا، إلى أن تضع فيهما أعداداً بقدر ضلع أحد الربعين. ثم انتقل، بتالي ما انتهيت إليه، إلى زاوية المربع الثاني الواقعة في الوسط. وكمّل العمل كما تقدّم. فيكون صورة العمل في المسدس وفي المعشر هكذا[43] والله أعلم.

[41] عشرة: عشر.
[42] ورد في صورة المخطوط في هذا المربع خطاء في وضع العددين 82 و92، ويصح الوفق بعد التبديل فيما بينهما.
[43] ورد أيضاً في صورة المخطوط لهذا المربع خطاء في وضع العددين 82 و92، ويصح الوفق بعد التبديل فيما بينهما.

وبأخذ : $x=2kn+\frac{n}{2}$ و $y=2kn+\frac{n}{2}+1$ ، وهو الحل الذي قدّمه الشبراملسي، يأتي مجموع الأعداد على القطر D' مساوياً للوفق الطبيعي . وأخيراً وبما أن القطر D هو نظير القطر D' بالتماثل بالنسبة للمحور الأفقي فكل عدد x من الأول يقابله قرينه n^2+1-x من الثاني ومجموع كل عددين متقابلين منهما يساوي n^2+1 فمجموع أعدادهما معاً : $n(n^2+1)$ وبالتالي فإنّ مجموع أعداد القطر D يساوي :

$$S=n(n^2+1)-S'=n(n^2+1)-\frac{n}{2}(n^2+1)=\frac{n}{2}(n^2+1)$$

وبهذا تتأكد صحة الوفق على القطرين.

4. تحقيق النصّ

بداية النصّ من الصفحة 38^r ، السطر 13 :

ومنها أن تقسم الشكل إلى أربعة[34] مربعات، كل واحدٍ منها يحوز ركناً من الشكل. ثم ابدأ بوضع الواحد في بيت أحد أركانه، وامش منه في <أحد> صفيه، /38^r/ على توالي البيوت، إلى أن يكمل ضلع المربع؛ وانتقل بتاليه، بحركة الفرزان لجهة الداخل، إلى المربع الثاني وضعه في بيت الفرز، وامش في صفه[35] الموازي لصف البيوت الموضوعة إلى أن تنتهي إلى حاشية[36] الشكل؛ فإن لم يحصل بذلك وضع النصف من كل ضلع من أضلاع نصف الشكل إلا واحداً، تنتقل بتالي ما انتهيت إليه إلى البيت الثالث من بيت مبدأ الدور الذي قبله من حاشية الشكل المقابلة للمنتقل عنها، وامش على النسبة <نفسها> في وضع الذي قبله، وهكذا إلى أن يصير/38^v / ما ذكر.

وأبدِل، فيما عدا مربع الستة، ما في البيتين اللذين في قطري <المربع> الثاني بعد البدايتين من أعداد ضلعهما أحدهما بالآخر.

[34] أربعة: أربع

[35] صفه: صفيه.

[36] حاشية: الحاشية.

ثم انتقل بتالي ما انتهيت إليه من الأعداد إلى رابع المنتقل عنه في الحاشية من النصف الثاني[37] من الشكل، وامش بوضع الأعداد على عكس الحركة فيما وضعت، إلى أن تضع أدواراً بقدر ما وضعت من الأدوار في النصف الأول.

ثم انتقل بتالي ما تنتهي إليه من الأعداد إلى بيت نهاية قطره من مربعه، فيقع في بيت من أحد صفيّ الوسط؛ وانتقل منه بحركة الفرز، إلى النصف الواقع من <ضلع> الوسط التالي في المربع الأول، ومنه إلى <ضلع> الوسط الأول. وهكذا إلى أن تضع فيهما أعداداً بمقدار ضلع أحد مربعهما.

ثم انتقل بتالي ما انتهيت إليه، وضَعْهُ في زاوية الربع الثاني الواقعة في الوسط : وامش بالأعداد فيه على تواليها، في بيوته على تواليها، إلى أن يكمل ضلع ذلك المربع، إن كان الشكل مربع ستة؛ وإلاّ فاقتصر منه على بيتين، وانتقل منه إلى موازيه، وهو<ضلع> الوسط الثاني، بحركة الفرز لجهة حاشية منتهى الدور الأول، ومن الموازي إليه، وهكذا تنتقل بتالي كل موضوع بأحد الوسطين إلى فرزانه من الآخر، إلى أن ترى ما وضع <وقد> بقي من ضلعه بيت واحد، فضع فيه تالي ما انتهيت <إليه>. فيكمل بذلك وضع نصف بيوت الشكل.

ثم ضع فضل <العدد> العدل على كل عدد موضوع، في البيت المقابل له عرضاً إن كان من أحد الوسطين المنتقل عنهما، وإلاّ فالمقابل له من ضلعه طولاً؛ ويكون/39^r / صورة العمل في المسدس هكذا :

12	30	15	22	31	1
11	29	23	14	32	2
10	28	13	24	33	3
27	9	21	16	4	34
26	8	20	17	5	35
25	7	19	18	6	36

وفي المعشّر هكذا[38]

[37] الثاني: التالي.

[38] ورد في هذا المربع خطاء في وضع العددين 82 و92 ويصح الوفق بعد التبديل فيما بينهما.

بتزايد $n-2$ وأول عددٍ منها هو $b_1 = kn + \frac{n}{2} - 1$ ومجموعها:

$$k\left(kn+\frac{n}{2}-1\right)+\frac{k\,(k-1)}{2}(n-2)$$

وبعد مقابلة كل عدد بقرينه في المرحلة الأخيرة من التركيب نجد في D_4 الأعداد الصغيرة $a_1, a_2, \dots, a_k$ ومعها الأعداد الكبيرة $n^2+1-b_1, n^2+1-b_2, \dots, n^2+1-b_k$ فيكون مجموع أعداد D_4 جميعها:

$$S_4 = \sum_{i=1}^{k} a_i + \sum_{i=1}^{k} n^2+1-b_i = \sum_{i=1}^{k} n^2+1+\sum_{i=1}^{k} a_i - \sum_{i=1}^{k} b_i$$

ولكن :

$$\sum_{i=1}^{k} a_i = k\,(kn+n-2)+\frac{k\,(k-1)}{2}(n-2)$$

$$\sum_{i=1}^{k} b_i = k\left(kn+\frac{n}{2}-1\right)+\frac{k\,(k-1)}{2}(n-2)$$

والفرق بينهما : $\sum_{i=1}^{k} a_i - \sum_{i=1}^{k} b_i = k\left(\frac{n}{2}-1\right) = 2k^2$ وبالتالي

$$S_4 = \sum_{i=1}^{k} n^2+1+\sum_{i=1}^{k} a_i - \sum_{i=1}^{k} b_i$$
$$= k\left(n^2+1\right)+2k^2$$

ولمّا كان $\frac{n}{2}-1=2k$ وجب أن يكون: $S_4 = k\left(n^2+\frac{n}{2}\right)$

$$S_4 = S_2 = k\,(n^2+\frac{n}{2}+2)$$

وبطريقةٍ مشابهة نجد أيضاً أنّ مجموع الأعداد الموضوعة في D_3 يساوي:

$$S_3 = k\,(n^2-\frac{n}{2}+2)$$

والآن لو وضعنا الأعداد x, y, n^2+1-x, n^2+1-y في مربع 2×2 الموجود في وسط عمودي الوسط على الترتيب التالي:

x	n^2+1-x
n^2+1-y	y

يقع x و y في وسط القطر D' كما يقع n^2+1-x و n^2+1-y في وسط القطر D . ويصبح بالتالي مجموع الأعداد الموضوعة في D' يساوي:

$$S_4+S_2+x+y = k\,(n^2+\frac{n}{2})+k\,(n^2+\frac{n}{2}+2)+x+y = 2k\,(n^2+\frac{n}{2}+1)+x+y$$

وبما أنّ $2kn+1 \le x,\ y \le 2kn+2n$ و $2kn+1 \le y \le 2kn+2n$ فإنّ هذا العدد يزيد حتماً عن الوفق الطبيعي $\frac{n}{2}(n^2+1)$ ولَزِمَ بالتالي إنقاص مجموع S_4+S_2.

لذلك كان لابد من التبديل في الصف نفسه بين ما في البيتين اللذين في قطري الربع الثاني بعد البدايتين، وهما $n-1$ و $n-1+(k-1)n$ المشار إليهما في المرحلة الثانية من التركيب. وينبغي هنا الانتباه إلى ضرورة التبديل أيضاً بين ما في نظير كل بيتٍ منهما بالتماثل وفق المحور الأفقي. وبعد هذا التبديل يصبح مجموع أعداد القطر D' يساوي :

$$S' = 2k\,(n^2+\frac{n}{2}+1)+x+y-(n-1+(k-1)n)+n-1$$

ونجد : $S' = 2k\left(n^2+1\right)+n+x+y$ وإذا أردنا: $S' = \frac{n}{2}(n^2+1)$ وجب أن نأخذ:

$$x+y = \frac{n}{2}(n^2+1)-\left(2k\left(n^2+1\right)+n\right) = n^2-n+1$$

ذلك يتوجب علينا اختيار x و y من بين الأعداد الطبيعية المتوالية من $2kn+1$ إلى $2kn+2n$ بحيث يكون: $x+y = n^2-n+1 = 4kn+n+1$.

$$\sum_a (a+a') + \sum_b (n^2+1-b)+(n^2+1-b') = \sum_b (2n^2+2) + \sum_a (a+a') - \sum_b (b+b')$$

والجمع يتم على كل الأزواج $\{a,a'\}$ و $\{b,b'\}$. ولما كان: $\sum_a (a+a') = \sum_b (b+b')$

فمجموع الأعداد في الصف L_i يساوي: $\sum_b (2n^2+2) = k\,(2n^2+2) = 2k\,(n^2+1)$

ويتضح أيضاً بسهولة أن مجموع الأعداد في الصف L_{n+1-i} يساوي أيضاً $2k\,(n^2+1)$.

وبعد انجاز المرحلة الرابعة من التركيب نجد أن عددي الوسط من كل صف اللذين في عمودي الوسط لهما المجموع نفسه وهو n^2+1، وبالتالي يكون مجموع الأعداد في كل صف يساوي:

$$2k\,(n^2+1)+(n^2+1) = (2k+1)(n^2+1) = \frac{n}{2}(n^2+1)$$

وهو الوفق الطبيعي، وتصح بذلك شروط الوفقيةعلى كل الصفوف. ومن جهةٍ أخرى فكل عمود، فيما عدا عمودي الوسط، يتألف من $\frac{n}{2}$ زوج من الأعداد المقترنة x و n^2+1-x وحاصل جمعها جميعاً $\frac{n}{2}(n^2+1)$ وهو الوفق الطبيعي. أمّا عمودا الوسط فقد تمّ تعميرهما بحيث تصح شروط الوفقية عليهما. وبهذا تتحقق شروط الوفقية على كل صفوف واعمدة المربع.

أمّا القطر فلهما شأن آخر، وسنفرد لهما الفقرة التالية.

البرهان على صحة الوفق على القطرين في الوجه الثالث

تعتمد طريقة التركيب في هذا الوجه على بعض خصائص المربع الطبيعي بشكلٍ عام وبصورةٍ خاصة على المربع الطبيعي الفردي من الرتبة $\frac{n}{2} = 2k+1$ الذي نتخيله موضوعاً في الربع الأول من المربع الأساسي $n\times n$. تتألف الأعداد الموضوعة في بيوت D_1 من أعداد صغيرة وعدتها k تشكل مع العدد $\left(\frac{n}{2}\right)^2$ مجموعة من

الأزواج المتماثلة على قطر المربع الطبيعي $\frac{n}{2}\times\frac{n}{2}$ مع عدد الوسط $\mu = \frac{\left(\frac{n}{2}\right)^2+1}{2}$ أو بدونه. وبما أنّ القطعتين D_1 و D_2 متماثلين وفق المحور الأفقي فكل عدد صغير b في D_2 يقابله العدد الكبير n^2+1-b في D_1 وكل عدد صغير a في D_1 يقابله العدد الكبير n^2+1-a في D_2 و بالتالي يكون حاصل جمع جميع الأعداد الموضوعة في D_1 يساوي :

$$S_1 = (k+1)\frac{\left(\frac{n}{2}\right)^2+1}{2} - \left(\frac{n}{2}\right)^2 + k\,(n^2+1) - k\,\frac{\left(\frac{n}{2}\right)^2+1}{2}$$

وبحساب بسيط نجد: $S_1 = k\,(n^2 - \frac{n}{2})$

أمّا مجموع الأعداد الموضوعة في فهو :

$$S_2 = (k)\frac{\left(\frac{n}{2}\right)^2+1}{2} + k\,(n^2+1) - (k+1)\frac{\left(\frac{n}{2}\right)^2+1}{2} + \left(\frac{n}{2}\right)^2$$

ونجد بعد حسابٍ قليل $S_2 = k(n^2+\frac{n}{2}+2)$. ومن أجل حساب الأعداد الموضوعة في D_3 و D_4 يكفي أن نلاحظ أنه : بعد إتمام المراحل الثلاث الأولى، ونكون قد وضعنا، فقط، الأعداد من 1 إلى $2kn$ ؛ نجد في D_4 عدد k من الأعداد الصغيرة $a_1, a_2, \ldots, a_k$ التي تشكل متوالية حسابية بتزايد $n-2$ وأول عددٍ منها هو $a_1 = kn+n-2$ و مجموعها : $k\,(kn+n-2)+\frac{k(k-1)}{2}(n-2)$. ونجد أيضاً في D_3 عدد k من الأعداد الصغيرة $b_1, b_2, \ldots, b_k$ التي تشكل متوالية حسابية

خوارزمية الوجه الثالث

يتم تعمير الوفق في هذا الوجه على ست مراحل:

المرحلة الأولى: نضع الواحد في الركن الأيمن الأعلى من الشكل وهو ركن الربع الأول، وننتقل في عموده الأول، فنمشي في بيوته على تواليها ونضع فيها الأعداد من 1 إلى $\frac{n}{2}$ على تواليها أيضاً، ونكون قد وضعنا الدور الأول. وننتقل إلى العمود الموازي له وهو العمود الثاني من الربع الثاني الذي يلي الأول في جهة الحركة وننطلق فيه من حاشية الشكل أي من أسفله نحو الأعلى ونضع فيه أعداد الدور الثاني من $\frac{n}{2}+1$ إلى n. فإذا أتينا بالوضع على $\frac{n}{2}-1=2k$ من الأعمدة، ننتقل إلى المرحلة الثانية، وإلاّ ننتقل إلى رأس العمود الثالث من الربع الأول فنضع فيه أعداد الدور الثالث $n, n+1,.., n+\frac{n}{2}$ ؛ وننتقل من جديد إلى العمود الموازي له من الربع الثاني وننطلق فيه من حاشية الشكل أي من أسفله نحو الأعلى ونضع فيه أعداد الدور الرابع ونواصل الانتقال والوضع على هذه النسبة إلى أن ننتهي من تعمير النصف من كل عمود من أعمدة النصف الأول ماعدا أحد عمودي الوسط من هذا النصف، ونكون قد وضعنا عدد k من الأدوار وانتهينا إلى العدد kn.

المرحلة الثانية: إذا كان $n=6$ ننتقل إلى المرحلة الثالثة. أمّا إذا كان $n>6$ فنبدّل ما في البيتين اللذين في قطري الربع الثاني بعد البدايتين أحدهما بالآخر، وهذين العددين هما $n-1$ و $n-1+(k-1)n$.

المرحلة الثالثة: ننتقل من البيت الأخير الذي وضعنا فيه أول آخر أدوار النصف الأول وهو بيت العدد $(k-1)n+\frac{n}{2}+1$ إلى البيت الرابع منه في الصف نفسه وهو دائماً البيت المناظر له بالتماثل وفق المحور العمودي ونضع العدد $kn+1$ ونمشي في وضع أدوار النصف الثاني (فيما عدا عمودي الوسط) مثل مشينا في وضع أدوار النصف الأول.

المرحلة الرابعة: ننتقل على قطر بيت آخر عددٍ موضوع وهو $2kn$ إلى البيت المقابل له قطرياً في ربعه من عمودي الوسط، فيقع في طرف أحد عمودي الوسط، ونضع فيه العدد

$2kn+1$. ثم ننتقل منه بحركة الفرزان إلى عمود الوسط الآخر في الربع الأول ومنه إلى عمود الوسط الأول وهكذا نلازم الانتقال بينهما بحركة الفرزان إلى أن نضع فيهما أعداداً بعدة $\frac{n}{2}$. ثم ننتقل بتالي ما انتهينا إليه بالوضع وهو العدد $2kn+\frac{n}{2}+1$ فنضعه في زاوية الربع الثاني الواقعة في وسط المربع الأساسي. فإذا كان الشكل مربع الستة $(n=6)$ ننتقل في هذا العمود على توالي الأعداد إلى أن يكمل عمود هذا الربع. أمّا إذا كان $n>6$ فإننا نقتصر بوضع عددين متواليين في بيتين متلاصقين، وننتقل إلى عمود الوسط الموازي له بحركة الفرزان نحو الأسفل، ونلازم الانتقال من أحدهما إلى الآخر إلى أن يبقى بيتان نضع فيهما عددين متتاليين في نفس العمود نفسه وهما دائماً $\frac{n^2}{2}-1$ و $\frac{n^2}{2}$.

المرحلة الخامسة: نضع، **بالتماثل** وفق المحور العمودي، في مقابل كل عدد موضوع a من عمودي الوسط العدد n^2+1-a.

المرحلة السادسة: نضع، بالتماثل وفق المحور الأفقي، العدد n^2+1-a في نظير بيت كل عدد موضوع a من غير عمودي الوسط.

المبادئ العامة التي اعتمدت عليها خوارزمية الوجه الثالث

بعد إنجاز المراحل الثلاث الأولى من طريقة التركيب في الوجه الثالث نكون قد وضعنا جميع الأعداد من 1 إلى $2kn$ وملأنا من كل عمود نصفه فيما عدا عمودي الوسط. ونجد في كل صفٍ L_i من النصف الأول عدد k من أزواج الأعداد $\{a,a'\}$ حيث يكون دائماً $a+a'=2i+(4k-1)\frac{n}{2}$.

أمّا في الصف المناظر له بالتماثل وفق المحور الأفقي وهو الصف L_{n+1-i} فإننا نفس العدد نفسه k من أزواج الأعداد $\{b,b'\}$ حيث يكون أيضاً $b+b'=2i+(4k-1)\frac{n}{2}$.

وحاصل جمع الأعداد الموضوعة في أيٍ من هذين الصفين يساوي: $k(2i+(4k-1)\frac{n}{2})$.

فإذا قمنا بمقابلة كل عدد موضوع x فأنزلنا في نظير بيته بالتماثل وفق المحور الأفقي قرينه وهو العدد n^2+1-x أصبح مجموع الأعداد في كل صفٍ منهما:

$$S_2 = (k)\frac{\left(\frac{n}{2}\right)^2+1}{2} + k(n^2+1) - \left[(k+1)\frac{\left(\frac{n}{2}\right)^2+1}{2} - \left(\frac{n}{2}\right)^2\right]$$

ونجد: $S_2 = k(n^2+\frac{n}{2}+2)$

ومن أجل حساب الأعداد الموضوعة في D_3 و D_4 يكفي أن نلاحظ أن كل عدد صغير a موضوع في D_1 يقابله بالتماثل وفق المحور العمودي العدد الصغير $2kn+1-a$ في D_4 ويقابله بالتماثل المركزي العدد: $n^2+1-(2kn+1-a) = n^2-2kn+a$. وكل عدد كبير n^2+1-b موضوع في D_1 يكون مقابله b في D_2 و $2kn+1-b$ في D_3 ويقابله في D_4 العدد $n^2-2kn+b$. ونجد بالتالي أنّ مجموع الأعداد الموضوعة في D_4 يساوي:

$$S_4 = \sum_a (2kn+1-a) + \sum_b (n^2+2kn+b)$$

وعملية الجمع هنا تشمل كل الأعداد الصغيرة a في D_1 وكل الأعداد الصغيرة b في D_2 وبالتالي نجد بعد حسابٍ قليل أنّ : $S_4=S_2=k(n^2+\frac{n}{2}+2)$

وبطريقةٍ مشابهة، نجد أيضاً أنّ مجموع الأعداد الموضوعة في D_3 يساوي:

$$S_3=S_1=k(n^2-\frac{n}{2})$$

والآن لو وضعنا الأعداد $x,\ y,\ n^2+1-x,\ n^2+1-y$ في مربع 2×2 الموجود في وسط عمودي الوسط على الترتيب التالي:

x	n^2+1-x
n^2+1-y	y

يقع x و y في وسط القطر D' كما يقع n^2+1-x و n^2+1-y في وسط القطر D . ويصبح بالتالي مجموع الأعداد الموضوعة في D' يساوي:

$$S_4+S_2+x+y = 2k(n^2+\frac{n}{2}+2)+x+y$$

وبما أنّ : $2kn+1 \le x \le 2kn+2n$ و $2kn+1 \le y \le 2kn+2n$

فهذا العدد يزيد حتماً عن الوفق الطبيعي $\frac{n}{2}(n^2+1)$ ووجب بالتالي إنقاص مجموع S_4+S_2 . لذلك كان لابد من التبديل في الصف نفسه بين ما في البيتين اللذين في قطري الربع الثاني بعد البدايتين، وهما $\frac{n}{2}+2$ و $\frac{n}{2}+2+(k-1)n$ المشار إليهما في المرحلة الثانية من خوارزمية التركيب. وينبغي هنا الانتباه إلى ضرورة التبديل أيضاً بين ما في نظير كل بيتٍ منهما بالتماثل وفق المحور الأفقي. وبعد هذا التبديل يصبح مجموع أعداد القطر D' يساوي:

$$S' = 2k(n^2+\frac{n}{2}+2)+x+y-(\frac{n}{2}+2+(k-1)n)+\frac{n}{2}+2$$

وبما أن $n=4k+2$ فإننا نجد: $S'=2kn^2+2n-2+x+y$

وإذا أردنا: $S'=\frac{n}{2}(n^2+1)$ وجب أن نأخذ $x+y=\frac{n}{2}(n^2+1)-(2kn^2+2n-2)$

ونجد بذلك $x+y=4kn+2+\frac{n}{2}$. لذلك كان لزاماً علينا اختيار x و y من بين الأعداد الطبيعية المتوالية من $2kn+1$ إلى $2kn+2n$ بحيث يكون $x+y = 4kn+2+\frac{n}{2}$.

وبأخذ $x=2kn+1$ و $y=2kn+1+\frac{n}{2}$ ، وهو الحل الذي قدّمه الشبراملسي، يأتي مجموع الأعداد على القطر D' مساوياً للمجموع السحري. وأخيراً وبما أن القطر D هو نظير القطر D' بالتماثل وفق المحور الأفقي فكل عدد x من الأول يقابله قرينه n^2+1-x من الثاني ومجموع كل عددين متقابلين منهما يساوي n^2+1 فمجموع أعدادهما جميعاً: $n(n^2+1)$ وبالتالي فإنّ مجموع أعداد القطر D يساوي:

$$S=n(n^2+1)-S'=n(n^2+1)-\frac{n}{2}(n^2+1)=\frac{n}{2}(n^2+1)$$

وبهذا نتأكد صحة الوفق على القطرين.

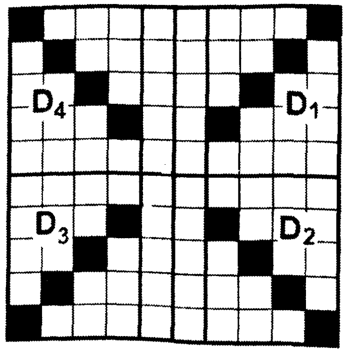
من الشكل: (2)، ومجموع عددي العمود الأيسر من هذا المربع يساوي $x+n^2-x = n^2$ بينما مجموع عددي العمود الأيمن يساوي: $n^2+1-x+x+1 = n^2+2$ والفرق بين المجموعين 2 لصالح العمود الأيمن. أمّا إذا بادلنا العدد x مع قرينه n^2+1-x فإننا نحصل على مربّع من النوع: (3)، ويكون الفرق 2 لصالح العمود الأيسر. ومن جهةٍ أخرى فآخر مربعٍ في الأسفل هو مربّع (4)، والفرق في هذا المربع بين عموديه 4 لصالح العمود الأيمن. وبالمبادلة بين عمودي هذا المربع نحصل على المربع (5)، (الصورة 7)، والفرق في هذا المربع بين عموديه 4 لصالح العمود الأيسر.

ولمّا كان عدد هذه المربعات $\frac{n}{2}=2k+1$ ومن أجل الحصول على الوفق الطبيعي في عمودي الوسط يمكننا استخدام $k+1$ مربع من النوع (2) و $k-1$ مربع من النوع (3)، أما آخر المربعات فيكون المربّع (5)، وبذلك يأتي الفرق بين العمود الأيمن والعمود الأيسر: $(k+1)(+2)+(k-1)(-2)+(-4) = 0$

وبالتالي مجموع كلٍ منهما يساوي الآخر. ولما كان مجموعهما يساوي $n(n^2+1)$ فمجموع كلٍ منهما يساوي: $\frac{n(n^2+1)}{2}$ وهوالوفق الطبيعي. ويمكننا في حال $n = 10$ وضع الحل كما في الصورة 11، الشكل (7). وتجدر الإشارة هنا أن الحل يبقى صحيحاً إذا قمنا بأي تبديل بين أي صف يتكون من عددين مقترنين مع أي صفٍ آخر من عمودي الوسط؛ ويمكننا بهذا ترتيب صفوف عمودي الوسط بحيث نحصل على الحلّ الذي قدّمه محمد الشبراملسي شكل (8) من الصورة 11 . وبهذا يمكننا التأكد من صحّة وضع عمودي الوسط في الوجوه الثلاث.

البرهان على صحة الوفق على القطرين

ليكن D قطر المربع الأساسي النازل من الزاوية اليمنى العليا إلى الزاوية اليسرى السفلى. ولتكن D_1 مجموعة بيوت القطر D في R_1 و D_3 مجموعة بيوته في R_3 . وليكن D' القطر النازل من الزاوية العليا اليسرى إلى الزاوية السفلى اليمنى و D_2 مجموعة بيوته في R_2 بينما D_4 مجموعة بيوته في R_4 ، (الصورة 12).



الصورة 12

نلاحظ أنّ الأعداد الصغيرة وعدتها k الموضوعة في D_1 تشكل مع العدد $\left(\frac{n}{2}\right)^2$ مجموعة من الأزواج المتماثلة على قطر المربع الطبيعي مع أو بدون عدد الوسط $\mu=\frac{\left(\frac{n}{2}\right)^2+1}{2}$ من الرتبة $\frac{n}{2}$ إذا ما تخيلناه موضوعاً في الربع الأول.

وبما أنّ قطعتي القطرين D_1 و D_2 متماثلتين بالنسبة للمحور الأفقي فكل عدد صغير b في D_2 يقابله العدد الكبير n^2+1-b في D_1 ، **وكل عدد صغير** a **في** D_1 يقابله العدد الكبير n^2+1-a في D_2 و بالتالي يكون حاصل جمع جميع الأعداد الموضوعة في D_1 يساوي:

$$S_1=(k+1)\frac{\left(\frac{n}{2}\right)^2+1}{2}-\left(\frac{n}{2}\right)^2+k(n^2+1)-k\frac{\left(\frac{n}{2}\right)^2+1}{2}$$

وبحساب بسيط نجد

$$S_1=k(n^2-\frac{n}{2})$$

أمّا مجموع الأعداد الموضوعة في D_2 فهو:

فإنّ الصف L_{n+1-i} يحتوي الأزواج

$$\{\, b_1,\ 2kn+1-b_1 \,\}\ ,\ .\ .\ .\ ,\{\, b_k,\ 2kn+1-b_k \,\}$$

وتقع هذه الأزواج في غير البيوت المناظرة للبيوت المشغولة في L_i . فإذا أنجزنا المرحلة السادسة من الخوارزمية وقابلنا كل عدد موضوع a بقرينه n^2+1-a فوضعنا n^2+1-a في البيت المناظر بالتماثل وفق المحور الأفقي لبيت العدد a ، نجد في الصف L_i مجموعة الأزواج:

$$\{\, a_1,\ 2kn+1-a_1 \,\}\ ,\ .\ .\ .\ ,\ \{\, a_k,\ 2kn+1-a_k \,\}$$

ومعها : $\{\, n^2+1-b_1\ ,\ n^2-2kn+b_1 \,\}\ ,\ .\ .\ .\ ,\ \{\, n^2+1-b_k\ ,\ n^2-2kn+b_k \}$

وحاصل جمع هذه الأعداد يساوي، كما لا يخفى، $2k(n^2+1)$. ولما كان عددا بيتي الوسط يقعان في عمودي الوسط ومجموعهما n^2+1 وجب بالتالي أن يكون مجموع أعداد الصف L_i يساوي:

$$2k(n^2+1)+n^2+1 \;=\; (2k+1)(n^2+1) \;=\; \frac{n}{2}(n^2+1)$$

وهو الوفق الطبيعي. أمّا كل عمود، فيما عدا عمودي الوسط، فإنه فيتألف من $\frac{n}{2}$ زوج من الأعداد المقترنة $\{x,\ n^2+1-x\}$ وحاصل جمعها $\frac{n}{2}(n^2+1)$. ولمّا كان مجموع أعداد كلٍ من عمودي الوسط يساوي الوفق الطبيعي فإنّ شروط الوفقية تتحقق على جميع الأعمدة والصفوف. امّا شروط الوفقية على القطرين فتحتاج إلى شروطٍ خاصة في طريقة التوزيع ولم نجد لها قاعدة عامة. ولكننا سنبين أنّ هذه الطريقة تنطلق في فكرة تركيبها وفي إثبات صحتها من المبادئ والقواعد الأساسية التي تحكم المتواليات الحسابية والمربع الطبيعي.

طريقة تعمير عموديّ للوسط

مسألة حسابية

نذكّر بأنّ B هي مجموعة الأعداد الطبيعية المتوالية من $2kn+1$ إلى $2kn+2n$ ، نريد تعبئة عمودي الوسط P_m بأعداد المجموعة B المكوّنة من الأعداد الطبيعية المتوالية من $2kn+1$ إلى $2kn+2n$ بحيث يأتي مجموع أعداد كلٍ منهما مساوياً للوفق الطبيعي $\frac{n(n^2+1)}{2}$ بينما يكون مجموع كل عددين متقابلين في الصف نفسه يساوي n^2+1 . ومن أجل إيجاد حلٍ لهذه المسألة يمكننا كتابة عناصر المجموعة B في عمودين متوازيين بحيث يقابل كل عدد صغير x قرينه n^2+1-x : (الصورة 11، شكل (6))، $(n=10)$.

x	n^2+1-x
$x+1$	n^2-x

(1)

x	n^2+1-x
n^2-x	$x+1$

(2)

n^2+1-x	x
$x+1$	n^2-x

(3)

$\frac{n^2}{2}-1$	$\frac{n^2}{2}-2$
$\frac{n^2}{2}$	$\frac{n^2}{2}+1$

(4)

$\frac{n^2}{2}-2$	$\frac{n^2}{2}-1$
$\frac{n^2}{2}+1$	$\frac{n^2}{2}$

(5)

41	60
42	59
43	58
44	57
45	56
46	55
47	54
48	53
49	52
50	51

(6)

41	60
59	42
43	58
57	44
45	56
55	46
54	47
48	53
52	49
51	50

(7)

45	56
57	44
43	58
59	42
41	60
55	46
54	47
48	53
52	49
51	50

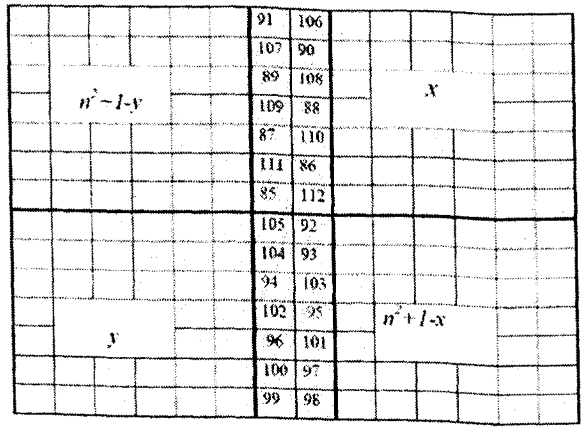
(8)

الصورة 11

ويمكننا دائماً تقسيم شكل العمودين (6) إلى مربّعات 2×2 من النوع: (1)، (الصورة 11)،

وإذا قمنا بمبادلة ما بين العددين n^2-x و $x+1$ في هذا المربّع نحصل على مربّع

المرحلة السادسة: بالتماثل وفق المحور الأفقي، نضع العدد n^2+1-x في نظيربيت كل عدد موضوع x من غير عمودي الوسط (الصورة 9 والصورة 10).



الصورة 9 : شرح المرحلة السادسة

84	126	70	140	56	154	91	106	155	29	169	15	183	1
83	125	69	139	55	153	107	90	156	30	170	16	184	2
82	124	68	138	54	152	89	108	157	31	171	17	185	3
81	123	67	137	53	151	109	88	158	32	172	18	186	4
80	122	66	136	52	150	87	110	159	33	173	19	187	5
79	121	65	135	51	149	111	86	188	34	174	20	160	6
78	120	64	134	50	148	85	112	161	35	175	21	189	7
119	77	133	63	147	49	105	92	36	162	22	176	8	190
118	76	132	62	146	48	104	93	[redacted]	163	23	177	[redacted]	191
117	75	131	61	145	47	94	103	38	164	24	178	10	192
116	74	130	60	144	46	102	95	39	165	25	179	11	193
115	73	129	59	143	45	96	101	40	166	26	180	12	194
114	72	128	58	142	44	100	97	41	167	27	181	13	195
113	71	127	57	141	43	99	98	42	168	28	182	14	196

الصورة 10 : وَفق 14x14 مُعَمَّراً بالوجه الأول

خوارزمية الوجه الثاني

لا يختلف هذا الوجه عن الوجه الأول إلاّ في المرحلة الأولى وذلك بطريقة وضع الأدوار في الربع الثاني، إذ نمشي في بيوت كل عمودٍ من هذا الربع من الأسفل إلى الأعلى ونضع فيه الأعداد على تواليها. أما بقية المراحل في التركيب فإنها تبقى على حالها دون أي تغيير. ولا تختلف عملية التبديل بين العددين في المرحلة الثانية إلاّ بقيمة هذين العددين وهما في هذا الوجه $n-1$ و $n-1+(k-1)n$. ويمكن شرح وتحليل وتعليل صحة الوفق في الوجهين الأول والثاني بطريقةٍ واحدة وإن كان هناك بعض الفروقات الطفيفة التي لا تستحق الذكر. أمّا الوجه الثالث فإنه يختلف اختلافاً جوهرياً عن هذين الوجهين لذلك سنفرد له باباً خاصا بهً.

المبادئ العامة التي اعتمدت عليها الخوارزمية في الوجهين الأول والثاني:

تعتمد هذه الطريقة في تركيب أوفاق زوج الفرد من الرتبة $n=4k+2$ على فكرة تعبئة عمودي الوسط بطريقة خاصة بالأعداد الطبيعية المتوالية من $2kn+1$ إلى $2kn+2n$ بحيث يأتي مجموع أعداد كلٍ منهما مساوياً للوفق الطبيعي: $\frac{n(n^2+1)}{2}$

بينما يكون مجموع كل عددين متقابلين في الصف نفسه يساوي n^2+1 .

في المرحلة الأولى قمنا بتوزيع أعداد المجموعة A في بيوت P_d ومررنا على جميع أعمدتها، وعمّرنا من كل عمودٍ منها نصفه، بحيث لا يقع في بيتين متماثلين بالنسبة للمحور الأفقي إلاّ عدد واحد فقط. ثم بالمرحلة الثالثة وضعنا، بالتماثل بالنسبة للمحور العمودي في نظير بيت كل عددٍ a من A العدد $2kn+1-a$ من A' فعمّرنا بذلك نصف بيوت P_g وبسبب تماثل البيوت التي احتوت عناصر A مع البيوت التي تحتوي عناصر A' لا يقع عددان من A' في بيتين متماثلين وبالنسبة للمحور الأفقي.

ويقع نتيجة ذلك في كل صف k زوج من الأعداد $\{a,\ 2k+1-a\}$ ويكون حاصل جمعها في كل صف يساوي $k(2kn+1)$. وهذه الأزواج تكون متحيّدة عن بعضها البعض في كل زوج $\{L_i,\ L_{n+1-i}\}$ من الصفوف المتماثلة وفق المحور الأفقي. فإن كان الصف L_i يحتوي الأزواج

$$\{a_1,\ 2kn+1-a_1\}\ ,\ .\ .\ .\ ,\ \{a_k,\ 2kn+1-a_k\}$$

									29		15		1
									30		16		2
													3
	$2kn+1-a$									a			4
									33		19		5
									34		20		6
									35		21		7
								36		22		8	
								9		23		37	
								38		24		10	
								39				11	
	$2kn+1-b$							40		b		12	
								41		27		13	

الصورة 6 : شرح المرحلة الثالثة (مربع 14x14)

84		70		56					29		15		1
83		69		55					30		16		2
82		68		54					31		17		3
81		67		53					32		18		4
80		66		52					33		19		5
79		65		51					34		20		6
78		64		50					35		21		7
	77		63		49			36		22		8	
	76		62		48					23			
	75		61		47			38		24		10	
	74		60		46			39		25		11	
	73		59		45			40		26		12	
	72		58		44			41		27		13	
	71		57		43			42		28		14	

الصورة 7 : المرحلة الثالثة لمربّع 14x14

المرحلة الرابعة: ننتقل على قطر بيت آخر عددٍ موضوع، وهو $2kn$، إلى البيت المقابل له قطرياً في ربعه من عمودي الوسط فنضع فيه العدد $2kn+1$. وننتقل منه بحركة

الفرزان إلى عمود الوسط الآخر في الربع الأول ومنه إلى عمود الوسط الأول وهكذا نلازم الانتقال بينهما بحركة الفرزان إلى أن نضع فيهما أعداداً بعدة $\frac{n}{2}$. ثم ننتقل بتالي ما انتهينا إليه بالوضع وهو العدد $2kn+\frac{n}{2}+1$ فنضعه في زاوية الربع الثاني الواقعة في وسط المربع الأساسي. فإذا كان الشكل مربع الستة ($n=6$) ننتقل في هذا العمود على توالي الأعداد إلى أن يكمل عمود هذا الربع. أمّا إذا كان $n>6$ فإننا نقتصر بوضع عددين متواليين في بيتين متلاصقين، وننتقل إلى عمود الوسط الموازي له بحركة الفرزان نحو الأسفل، ونلازم الانتقال من أحدهما إلى الآخر إلى أن يبقى بيتان نضع فيهما عددين متتاليين في العمود نفسه وهما $\frac{n^2}{2}-1$ و $\frac{n^2}{2}$ (الصورة 8).

85	
86	
87	
88	
89	
90	
91	
92	
93	
94	
95	
96	
97	
98	

91	
	90
89	
	88
87	
	86
85	
	92
	93
94	
	95
96	
	97
	98

المرحلة الرابعة لمربّع 14

91	106
107	90
89	108
109	88
87	110
111	86
85	112
105	92
104	93
94	103
102	95
96	101
100	97
99	98

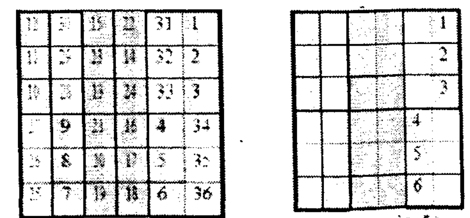
91	
	90
89	
	88
87	
	86
85	
	92
	93
94	
	95
96	
	97
	98

المرحلة الخامسة لمربّع 14

الصورة 8

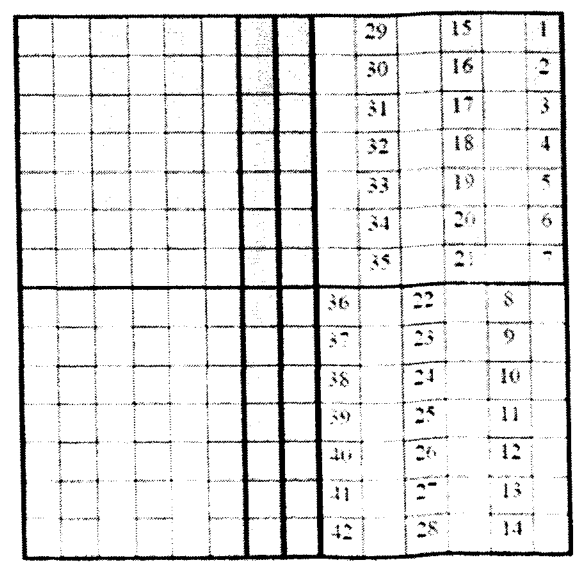
المرحلة الخامسة: نضع، بالتماثل وفق المحور العمودي، في مقابل كل عدد موضوع x من عمودي الوسط العدد n^2+1-x ، (الصورة 8).

على $\frac{n}{2}-1=2k$ من الأعمدة ننتقلُ إلى المرحلة الثانية (وهذا يحدث في حالة مربّع 6×6 (الصورة 3))، وإلاّ ننتقل إلى رأس العمود الثالث من الربع الأول فنضع فيه أعداد الدور الثالث $n,\ n+1,\ldots,\ n+\frac{n}{2}$ ، وننتقل بحركة الفرزان، لجهة الداخل، إلى الربع الثاني فنضع فيه كذلك أعداد الدور الرابع ونواصل الانتقال والوضع على هذه النسبة إلى أن ننتهي من تعمير النصف من كل عمود من أعمدة P_d ، ونكون قد وضعنا عدد k من الأدوار وانتهينا إلى العدد kn ، (الصورة 4)؛ وبذلك نكون قد قمنا، عملياً، بتوزيع أعداد المجموعة A في نصف بيوت P_d بحيث لا يقع عددان من A في بيتين متماثلين بالنسبة للمحور الأفقي.



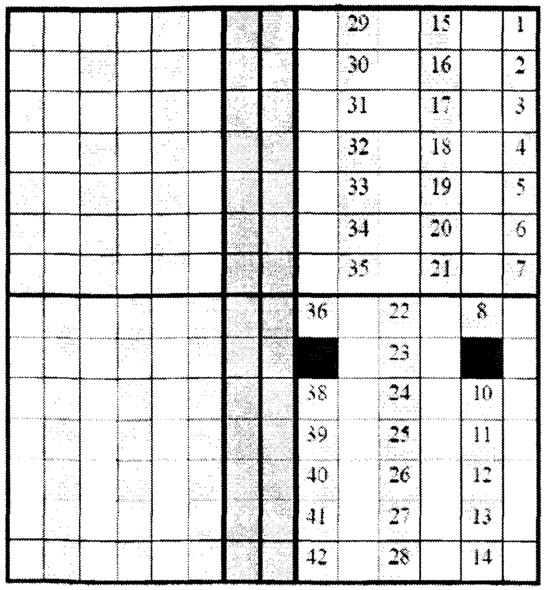
وفق 6x6 — المرحلة الأولى لمربع 6x6

الصورة 3



الصورة 4 : المرحلة الأولى لمربّع 14×14

المرحلة الثانية: إذا كان $n=6$ ننتقل إلى المرحلة الثالثة، أمّا إذا كان $n>6$ فنبدّل ما في البيتين اللذين في قطري الربع الثاني بعد البدايتين[33] أحدهما بالآخر، وهذين العددين هما $\frac{n}{2}+2$ و $\frac{n}{2}+2+(k-1)n$ ، (الصورة 5).



الصورة 5 : المرحلة الثانية لمربع 14×14

المرحلة الثالثة: ننتقل من البيت الأخير الذي وضعنا فيه العدد kn إلى البيت الرابع منه في الصف نفسه، وهو دائماً البيت المناظر له بالتماثل وفق المحور العمودي، ونضع العدد $kn+1$ ونمشي في وضع أدوار النصف الثاني (فيما عدا عمودي الوسط) بعكس مشينا في وضع أدوار النصف الأول.

وهذا يعني أننا باستخدام التماثل وفق المحور العمودي، نضع في نظير بيت كل عدد a موضوع من المجموعة A في النصف الأول العدد $2kn+1-a$ من أعداد المجموعة A' في النصف الثاني من المربّع (الصورة 6 والصورة 7).

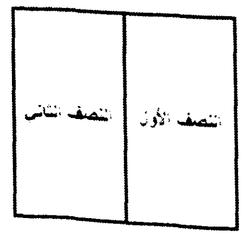
[33] نعتبر على الطريقة التقليدية العربية أن القطر الأول لكل مربع يبدأ من الزاوية العليا اليمنى وينتهي في الزاوية السفلى اليسرى بينما يبدأ القطر الثاني من الزاوية العليا اليسرى وينتهي في الزاوية السفلى اليمنى.

وجه التركيب المعطى أعلاه سهل، فإن تطبيقه ليس بقليل العناء والتعب." ،ويتابع روز بال فيقول: " إنّه لمن المؤسف أننا لم نجد لحد الآن قاعدة أوضح – مثلاً من النوع المعطى لتركيب أطواق مربّعات زوج الزوج – التي تسمح بالكتابة مباشرةً وبدون تردد للمربعات السحرية من زوج الفرد من أيّة رتبةٍ كانت". ويمكننا، اليوم، القول أن هذه القاعدة التي أرادها المؤرّخ الرياضي روز بال كانت موجودة في التقليد الرياضي العربي، منذ أكثر من خمسة قرون، ولكنها مدفونة في بطون المخطوطات العربية النائمة في مكتبات العالم.

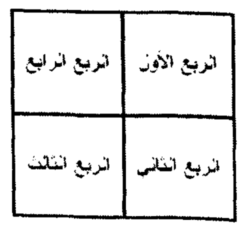
3. تحليل نَصّ "طوالع في وضع الأوفاق"

مقدمات لا بدّ منها

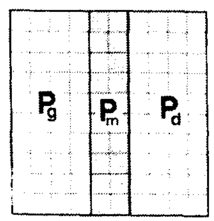
قبل الدخول في تحليل النص نحتاج إلى المقدمات التالية : نشير بكلمة الشكل $n \times n$ إلى شكل مربع زوج الفرد من الرتبة $n = 2(2k+1)$ ونعتبر دائماً أنّ k عدد طبيعي $k \geq 1$. يقسم المربع بواسطة محوره العمودي إلى نصفين النصف الأول وهو الأيمن والنصف الثاني وهو الأيسر. كما يقسمه محوره الأفقي إلى نصفين النصف الأعلى والنصف الأسفل. ويقسم المربع بمحوريه إلى أربعة أرباع أو أربعة مربعات من الرتبة $\frac{n}{2}$ يحوز كلٍ منها ركناً من أركان المربع الأساسي (الصورتان 1 و 2).



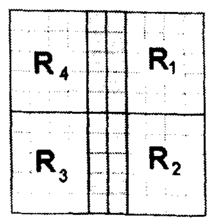
الصورة 1



الصورة 2



الصورة 3



الصورة 4

نرقّم الأعمدة من اليمين إلى اليسار ونرقّم الصفوف من الأعلى إلى الأسفل. نشير على التوالي بـ $P_g,\ P_d,\ P_m$ لمجموعة بيوت عمودي الوسط، والأعمدة الـ $2k$ اليمنى الأولى، والأعمدة الـ $2k$ اليسرى. كما نشير بـ R_i لمجموعة بيوت الربع ذي الرقم i من غير بيوت عمودي الوسط، $1 \leq i \leq 4$ ، (الصورتان 3 و 4).

خوارزمية الوجه الأول

تتألف مجموعة الأعداد الطبيعية المتوالية من 1 إلى n^2 ، المطلوب وضعها في المربع، من مجموعتين: الأولى وهي مجموعة الأعداد من 1 إلى $\frac{n^2}{2}$ ونسميها مجموعة الأعداد الصغيرة. والثانية مجموعة الأعداد الكبيرة من $\frac{n^2}{2}+1$ إلى n^2 ، حيث يقابل كل عدد a من الأعداد الصغيرة قرينه n^2+1-a من الأعداد الكبيرة.

ولتسهيل عملية وضع هذه الأعداد في المربع $n \times n$ يقسمها الشبراملسي إلى أدوارٍ عدتها $2n$ ويتألف كل دورٍ منها من أعدادٍ متوالية عدتها $\frac{n}{2}$ على الشكل التالي:

$$j\frac{n}{2}+1,\ j\frac{n}{2}+2,\ .\ .\ .\ ,\ j\frac{n}{2}+\frac{n}{2}$$

وبعد تقسيم المربع إلى الأقسام الثلاثة $P_g,\ P_d,\ P_m$ نقوم بتقسيم الأعداد الصغيرة إلى ثلاث مجموعات من الأعداد المتوالية وهي A من 1 إلى kn ؛ A' من $kn+1$ إلى $2kn$ ؛ و B من $2kn+1$ إلى $2kn+n$.

يتم تعمير الوفق بهذه الطريقة على ست مراحل:

المرحلة الأولى: نختار أحد أركان الشكل، ونضع العدد الأول 1 فيه، ونمشي في أحد صفيه. ولنقل أننا، ولتوضيح الرؤية، وضعنا الواحد في الركن الأيمن الأعلى من الشكل وهو ركن الربع الأول،

وانتقلنا في عموده الأول، فنمشي في بيوته على تواليها ونضع فيها الأعداد من 1 إلى $\frac{n}{2}$ على تواليها أيضاً ونكون قد وضعنا الدور الأول. وننتقل بحركة الفرزان[32] لجهة الداخل إلى العمود الموازي من الربع الثاني (وهو العمود الثاني منه) فنضع فيه كذلك أعداد الدور الثاني من $\frac{n}{2}+1$ إلى n ونصل إلى حاشية الشكل. فإذا أتينا بالوضع

[32] Voir note 22 ci-haut. Voir aussi : Sesiano (2003, 5

2. كتاب "طوالع في وضع الأوفاق" وموضوع الدراسة

تحتوي المخطوطة العربية في المكتبة الوطنية بباريس برقم 2698 على نسخة من كتاب **طوالع الإشراق في وضع الأوفاق** للشبراملسي[25] ، المذكور سابقاً، ولم نجد لهذا الكتاب سوى نسخة ثانية في مكتبة الأسد[26] بدمشق رقم 61030، رقم2 م ف /م/ 7865. أمّا المؤلف فهو محمد بن علي بن محمد الشبراملسي. فلكي، رياضي، منطقي، له اشتغال بعلم الحروف والأوفاق. ينسب إلى بلدة شبراملس في مصر، توفي[27] عام 1612م.

يشكل هذا الكتاب وثيقةً تاريخيةً مهمة، تدلنا على الحالة التي وصل إليها علم الحروف والأوفاق في القرن السابع عشر الميلادي. نقل إلينا المؤلّف، من خلالها، العديد من الطرق العامة القديمة في تركيب الأوفاق، بعد تصنيفها وشرحها وتهذيبها أحياناً. ويحتوي هذا الكتاب على الكثير من المصطلحات والتعابير المتطورة الخاصة بالأوفاق، والعديد من الإشارات إلى المصادر العلمية، وإلى أسماء المشتغلين بهذا الفن.

كان جاك سيزيانو أول من تعرّض لهذه المخطوطة، فقام خلال أبحاثه في كتاب **المربعات السحرية**، بدراسة العديد من الطرق الواردة فيها، كما استخدمها كمصدر من مصادره الأساسية في كتابه **المربعات السحرية في البلاد الإسلامية**[28]. أمّا موضوع دراستنا فهو أوراق هذه المخطوطة الثلاث من الصفحة 38^r إلى 40^v التي تحتوي على نص رياضي لثلاثة وجوهٍ من طريقة فريدة في تركيب أوفاق زوج الفرد. هذه الطريقة لا تحتاج لوضع نقط أو علامات سابقة في المربع، وباتباع خطوات الخوارزمية يمكننا تعبئة هذا المربع بصورة سهلة ومتواصلة وبدون حساب أوتردد أو تجريب. ويمكننا أن نطلق على هذه الطريقة تسمية: "طريقة ضلعيّ الوسط في تعمير زوج الفرد". لم يهتمّ محمد

[25] مخطوطة باريس 2698 عبارة عن مجموع من 103 أوراق جميعها من تأليف محمد الشبراملسي: يأتي كتاب **طوالع الاشراق في وضع الأوفاق** في الأوراق من 1 إلى 71 ، ويتبعه كتاب **النبذة الوفية في وضع الأوفاق العددية والحرفية** في الأوراق من 80 إلى 103. أمّا بقيّة الأوراق فتحتوي على فوائد وفصول في الحروف والأسماء.

[26] محمد بن علي الشبراملسي، (1051 ه- 1612 م)، **طوالع الاشراق في وضع الأوفاق**، مخطوطة رقم 61030، رقم2 م ف /م/ 7865، مكتبة الأسد، دمشق.

[27] زهير حميدان، 1996، **أعلام الحضارة العربية الإسلامية في العلوم الأساسية والتطبيقية**، العهد العثماني، المجلّد السادس. ص. 258

[28] Sesiano J. (2004), *op. cité*, p. 18.

الشبراملسي بالجانب الرياضي لهذه الطريقة ولكنه قام بعرضها بصورةٍ واضحة دون تعليلها أو البرهنة على صحّتها.

تُعْرَضُ هذه الطريقة لأول مرّةٍ، على حدّ علمنا، في هذه الصفحات؛ وقد قمنا بشرح خوارزميات وجوهها الثلاث مع البرهنة على صحّتها لكلّ رتب زوج الفرد. أمّا النصّ الأصلي الذي أخذناه عن مخطوطة باريس فقد أتى بغاية الدقة والوضوح، ولم نجد فيه أخطاء تذكر سوى ما يعود منها للناسخ. أمّا الأمثلة المكوّنة من ستة أوفاق من الرتبتين 6 و10 فقد تكرّر فيها خطأٌ واحد، قمنا بإصلاحه، في كلّ مرّة، وأشرنا إليه في موقعه من النصّ الأصلي، الذي حقّقناه وأضفناه في آخر هذه الدراسة.

لم نجد في نسخة الأزهر[29] لكتاب **بهجة الآفاق** لمحمد الكشناوي أي ذكر لهذه الطريقة. ولم نجد أيضاً في كتابات ج. سيزيانو (Sesiano J.) أيّ اشارةٍ إليها، رغم أهمّيتها؛ ويقول في الفصل الأول من كتابه **المربّعات السحرية في البلاد الاسلامية** ما تَرْجَمَتُهُ: " صنّف المصري محمد شبراملسي حوالي سنة 1600 رسالة[30] سميكة في تركيب الأوفاق، التي تبدو، إلى حدٍ ما، أنها ليست أصيلة وأنّها تجميع لطرقٍ سابقة". وهذا الكلام صحيح، باعتراف المؤلّف نفسه، فهو يقول: في المقدمة (صفحة 1^v): "هذه رسالة مختصرة مفيدة معتبرة جمعت فيها من وضع الأوفاق ما به الرشاد إلى حصول المراد وسمّيتها طوالع الاشراق في وضع الأوفاق." (الصفحة 18). وهذا القول لا يخفض من قيمة وأهمية هذا الكتاب، لما يحتويه من مادة علمية غنيّة، ومعلومات مفيدة في تاريخ الأوفاق.

ومن المهمّ الإشارة أيضاً إلى صعوبة تركيب الأوفاق العددية من نوع زوج الفرد، بالتعمير المتواصل الذي لا يتطلّب تنقيط أو تعليم مسبق أو تجزئة للمربع، نظراً للسهولة المعروفة في تركيب بقيّة أنواع الأوفاق بهذه الصورة . وبهذا الخصوص يقول و. روز بال في كتابه **تسالي رياضية ومسائل الأزمان القديمة والحديثة** المُتَرْجَم إلى اللغة الفرنسية والمطبوع في باريس[31]: " تركيب المربعات السحرية الفردية ومربعات زوج الزوج لا تشكّل أيّة صعوبة؛ ولكن فيما يتعلّق بالمربعات من نوع زوج الفرد ، رغم أن

[29] الكشناوي، "بهجة الآفاق "، مذكور سابقاً.

[30] بالفرنسية: traité

[31] Ball, R. (1926). *Récréations mathématiques et Problèmes des temps anciens et modernes*, Paris : Hermann. p. 171.

الكتابات العربية في الأوفاق العددية

تجدر الاشارة هنا أنّ أقدم صورة معروفة للأوفاق العددية وُجِدَتْ في الصين وكانت للوفق العددي 3×3 ، المسمّي لو- شو (حوالي سنة 1150ق.م.)[12]. ولم تظهر الأوفاق العددية، من رتب أعلى من ثلاثة، في الصين أو في الهند، إلاّ مع بداية القرن الثالث عشر الميلادي. كما أنّه لا يوجد أي أثر يدل على اشتغال علماء اليونان القدماء بالأوفاق العددية[13].

تعود أول الكتابات العربية المعروفة المتخصصة بالأوفاق العددية إلى بداية القرن التاسع الميلادي[14]، ولم تظهر طرق تركيبها العامة إلاّ في أواسط القرن العاشر[15]. وكانت هذه الكتابات تأتي، في البداية، ضمن أعمالٍ في علم العدد والحساب أو في مجال رياضيات التسلية، كما أشار إلى ذلك مؤلف كتاب "إعداد في وفق الأعداد"[16]. صنّف علماء تلك الفترة الأوفاق إلى فرديةٍ وزوجية، والزوجية قسموها إلى أوفاق زوج الزوج وأوفاق زوج الفرد. واستخدموا طريقة التطويق[17] في تركيب الأوفاق من كلّ الرتب. كما استخدموا طريقة التلفيق[18] للرتب المركّبة n حيث $n=r\cdot s$ ، $r,s\geq 3$، الفردية منها والزوجية من نوع زوج الزوج. أمّا أوفاق زوج الفرد فقد اقتصرت فيها طرقهم بالتلفيق على تلك التي تقسم رتبها على 3.

---

12 Howard (1983) *An Introduction to the History of Mathematics*, 5th ed., Philadelphia : Saunders college Publishing. p. 179

13 Sesiano (2004). *Les carrés magiques dans les pays islamiques*, Lausanne : Presses polytechniques et universitaires romandes. pp. 8

14 Suter (1900). Die Mathematiker und Astronomen der araber und ihre Werke. Abhandlungen zur Geschichte der mathematischen Wissenschaften, X. Heft. Leipzig, Teubner, p.36

15 Sesiano (2004). pp. 8-9.

16 Sesiano J. (1996). *Un traité médiéval sur les carrés magiques, De l'arrangement harmonieux des nombres*, Lausanne, Presse Polytechnique et Universitaires romandes. pp. 21 et 208

17 Shabrāmallisī, *Ṭawāliᶜ al-ishrāq*, ff. 2^{v}, 7^{v}, 10^{v}, 40^{v}.

18 Shabrāmallisī, *Ṭawāliᶜ al-ishrāq*, ff. 2^{v}, 10^{v}, 45^{r}.

ومن جهةٍ أخرى، تشير الوثائق العربية المحفوظة من القرون الوسطى إلى أن المربع الطبيعي كان شائع الاستعمال في محاولات تركيب الأوفاق، إن بواسطة "النقل[19]" في المربعات الفردية، أو بواسطة " التنقيط[20]" في المربعات الزوجية[21]. كما استُخدمت الحركات الشطرنجية[22] في تركيب مختلف أصناف الأوفاق.

كان الحسن بن الهيثم (965-1041) مهتماً بتعليل طرق تركيب «العدد الوفق» والبرهنة عليها؛ ولكن كتاباته في هذا المجال لم تصل إلينا إنّما تم لنا التعرف على بعض ما تضمنته من خلال نص لكاتب مجهول من القرن الثاني عشر الميلادي[23]. يشيد هذا الكاتب بالطرق العامة (الكلية) التي قدمها ابن الهيثم، ويبين أنه انطلق من خصائص المربع الطبيعي في التوصل إلى طرق عامة في تركيب الأوفاق الفرديّة وأوفاق زوج الزوج أمّا في تركيب أوفاق زوج الفرد فقد ذكر له طريقة واحدة اقتصرت على المربّعات من الرتب ذات الشكل $8k+2$.

ومن الأعمال المتأخّرة المهمة في الأوفاق نشير إلى كتابين: الأول كتاب **طوالع الإشراق في وضع الأوفاق** لمحمد بن علي الشبراملسي الذي صنفه حوالي سنة 1600 م؛ والثاني كتاب **بهجة الآفاق وإيضاح اللبس والإغلاق في علم الحروف والأوفاق** لمحمد بن محمد الكشناوي المتوفى في القاهرة سنة 1741 م والذي أشار إلى كتاب الشبراملسي من جملة مراجعه التي أخذ عنها[24].

---

19 Sesiano J. (1998), "Le traité d'Abū l-Wafā' sur les carrés magiques", *Zeitschrift für Geschichte der arabisch-islamischen Wissenschaften* 12, pp. 121-244. (pp, 203, 213, 220, 227, 230).

20 Shabrāmallisī, *Ṭawāliᶜ al-ishrāq*, ff. 24^{v}, 25^{v}.

21 Sesiano, (2004, 43-45)

22 يحدد محمد الشبراملسي الحركات الشطرنجية في كتابه **طوالع الاشراق في وضع الأوفاق** بحركات الفرز (أو الفرزان) والفرس والفيل أمّا الفرز فينتقل بالوارب (قطرياً) بيتاً واحداً إلى أيٍ من المربعات التي تلي زواياه الأربعة والفرس تنتقل ببيتين بالاتجاه العامودي أو الأفقي وبيت واحد بالاتجاه المعاكس وأخيراً ينتقل الفيل خطوتين على الوارب في أيٍ من الاتجاهات القطرية الأربعة. ولمزيد من الإيضاح يمكن العودة إلى أوراق جاك سيزيانو: " (Sesiano 2003, 5), ".

23 Sesiano (2003, 137-189)

24 Sesiano (1994, 54)

الطبيعي[1] ونشير إليه بالرمز: M_n . ولما كان: $1+2+3+...+n^2=\frac{n^2(n^2+1)}{2}$ وهذه الأعداد تتوزع في صفوفٍ متساوية المجموع فيما بينها، وعدتها n فإنّ مجموع أعداد كل صفٍ منها يساوي : $M_n=\frac{n(n^2+1)}{2}$.

تتعلق طرق تركيب الوفق العددي برتبته n ، لذلك قسّمت الأوفاق إلى ثلاثة أقسامٍ أساسية[2]: الأوفاق الفردية: $n=2k+1\ ;\ k>0$ ؛ أوفاق زوج الزوج: $n=4k\ ;\ k>0$ ؛ وأوفاق زوج الفرد: $n=2(2k+1)\ \ k>0$.

وبوضع شروطٍ إضافيةٍ، صُنِّفت الأوفاق إلى أنواعٍ عديدة، نذكر منها: الوفق المُطوّق[3] (bordered[4]) وهو الذي كلما نزعنا منه الطوق أو الحلقة[5] بقي المربع الداخلي الذي في وسطه وفقاً مطوقاً وهكذا إلى أن نصل إلى وفق 3×3 أو وفق 4×4 ؛ وهذه الطريقة تسمّى طريقة التطويق[6] ؛ والوفق المُلفّق[7] (composite[8]) وهو الوفق العددي الذي تكون رتبته عدداً مركباً $n=r\cdot s$ ، $r\ ,\ s\ge 3$ ويُقسم كل ضلعٍ من أضلاعه، بخطوطٍ عموديةٍ عليه، إلى أقسامٍ متساوية عدّتها r فنحصل على

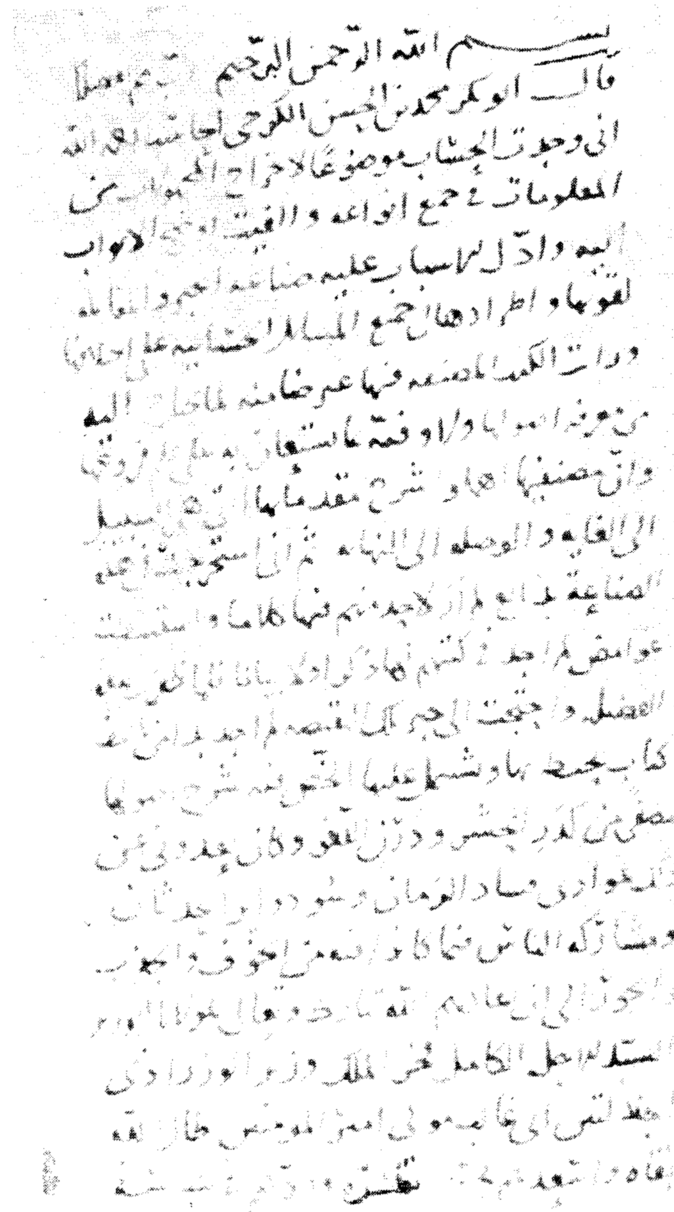
[1] Shabrāmallisī, *Ṭawāliᶜ al-ishrāq*, f. 3^{v}.
[2] Ibid. p. 2^{v}.
[3] Ibid. pp. 2^{r}-2^{v}.
[4] Sesiano J., (2003, 1)
[5] الطوق أو الحلقة في مربّع معيّن عبارة عن: بيوت العمودين الأيمن والأيسر والصفين الأعلى والأسفل.
[6] تقوم طريقة التطويق على تقسيم المربّع إلى أطواق أو حلقات يتمّ تعبئتها بالتسلسل، نزولاً ، واحدة بعد الأخرى إلى أن نصل لمربع الثلاثة أو لمربع الأربعة فنقوم بتعبئته بالأعداد الباقية. ويمكننا أيضاً السير بعكس هذا الطريق فباضافة الطوق لأيّ وفق من الرتبة n نحصل على وفق من الرتبة $n+2$ وبالانطلاق من وفق الثلاثة للمربعات الفرديّة، ووفق الأربعة للمربعات الزوجيّة ، وبطريقة التطويق طوقاً بعد طوق، نتمكّن من تركيب الأوفاق من أيّة رتبةٍ كانت.
[7] Shabrāmallisī, *Ṭawāliᶜ al-ishrāq*, f. 2^{v}.
[8] Sesiano J. (2003), Une compilation arabe du XII^{e} siècle sur quelques propriétés des nombres naturels, *SCIAMVS, Sources and Commentaries in Exact Sciences*, vol. 4, Kyoto, Japan, pp. 137-189.

مربعٍ من الرتبة r وكلّ بيت من بيوته وفق عددي من الرتبة s ، وطريقة تركيب الوفق الملفّق تسمّى طريقة التلفيق[9].

نسمّي مربعاً طبيعياً كل مربع $n\times n$ يحتوي على الأعداد الطبيعية المتوالية من 1 إلى n^2 على الترتيب الطبيعي[10]. يحقق المربع الطبيعي العديد من الخصائص المعروفة نذكر منها ما يلي[11]:

1. كلّ بيتين متماثلين وفق مركز المربع يحتويان على عددين مقترنين a و a' حيث $a+a'=n^2+1$.
2. في كل ضلع (طولي أو عرضي) أو في أي قطر (أساسي أو منكسر) يكون كل زوج من الأعداد الموجودة في بيتين من هذا الضلع على نفس البعد من الوسط لهما المجموع نفسه. وفي حال المربع الطبيعي الفردي يكون عدد الوسط μ، الموجود في مركز المربع، يساوي $\mu=\frac{n^2+1}{2}$.
3. تشكّل الصفوف والأعمدة والأقطار متواليات حسابية: في الصفوف بتزايد 1، ووفي الأعمدة بتزايد n، و وفي الأقطار بتزايد $n-1$ أو $n+1$.
4. مجموع الأعداد في كل قطرٍ من أقطار المربع الطبيعي (الرئيسية أو المنكسرة) يساوي الوفق الطبيعي: $M_n=\frac{n(n^2+1)}{2}$.
5. مجموع الأعداد في كل ضلعٍ من ضلعي الوسط من المربع الطبيعي الفردي يساوي الوفق الطبيعي: $M_n=\frac{n(n^2+1)}{2}$.

[9] Ibid.
[10] Descombes R., (2000). *Les carrés Magiques, Histoire, théorie et technique du carré magiques, de l'Antiquité aux recherches actuelles*, Paris : Vuibert. pp. 119-121.
[11] Ibid.


بسم الله الرحمن الرحيم
قال ابو بكر محمد بن الحسن الكرجي

[1ظ] بداية **كتاب الفخري** للكرجي، مخطوط الأحمدية رقم 16166

دراسة بعض الأوراق من كتاب "طوالع الإشراق في وضع الأوفاق" لمحمد بن علي بن محمد الشبراملسي

د. أحمد الحاج دياب *

Résumé : Le manuscrit arabe 2698 de la bibliothèque nationale de Paris contient un traité sur les carrés magiques intitulé Ṭawālic al-ishrāq fī waḍc al-awfāq (Ascension de l'illumination pour le remplissage des dispositions harmonieuses des nombres), dont l'auteur est l'égyptien Mūḥammad al-Shabrāmallisī. Ce traité contient des descriptions des méthodes classiques importantes. Quelques-unes des plus remarquables méthodes de ce traité ont été étudiées par Jacques Sesiano.
Les fol. 38r – 40v de ce manuscrit contiennent trois algorithmes d'une méthode élégante de construction des carrés magiques d'ordre impairement-pair, par remplissage continu. Cette méthode qui n'est pas encore étudiée, sera l'objet de cette étude.

الكلمات المرجعية : خوارزميات تركيب، أوفاق، زوج الفرد، محمد الشبراملسي.

1. مقدمة في الأوفاق العددية

الوفق العددي من الرتبة n جدول مربّع $n\times n$ مكون من مربعاتٍ صغيرة تدعى بيوتاً، تحتوي على أعدادٍ طبيعية يتساوى فيها مجموع الأعداد في كل صفٍ وعمودٍ وفي القطرين الأساسيين. نقتصر في هذه الأوراق، عموماً، بتعبير وفق عددي، على ذلك الوفق العددي الذي تتوزع في بيوته الأعداد الطبيعية المتوالية من 1 إلى n^2 ، ونسمّي المجموع المشترك للأعداد في كلّ صفٍ وعمودٍ وفي القطرين الأساسيين: الوفق

* كليّة العلوم – الجامعة اللبنانيّة، "فريق الدراسة والبحث في التراث العلمي العربي" الملحق بالمجلس الوطني للبحوث العلميّة، لبنان.

تقدم الأستاذة روزر بويك مخطوطا وقع اكتشافه في الأشهر السابقة بالمكتبة الأحمدية بتونس (رقم 12/11925). ويحتوي هذا المخطوط على كتاب المستوعب الكافي لأبي خلف.

الأستاذ أولريتش ربسطك (Ulrich Rebstock) : "كتاب الفرائض والمواريث لأحمد بن شهاب الدين القرافي الصنهاجي (تـ. 1285 م)".

يحتوي كتاب الذخيرة في الفروع المالكية للقرافي الصنهاجي على باب في الفرائض والوصايا. ويشتمل هذا الباب على قسم في الحساب. قام الاستاذ أولريتش ربسطك بدراسة دقيقة للمحتويات الحسابية لهذا القسم مع تقديم جميع المسائل بالرموز الجبرية العصرية.

الأستاذ ڤارت شوبرينڨ (Gert Schubring) "حول مفهوم جبر القوسيين (cossistes) وأصوله".

حساب القُوسْ (cosse) هو نوع من نظام للمفاهيم الجبرية تم استنباطها وتطويرها أولا بألمانيا في القرن السادس عشر، ثم في الدول الأوروبية الأخرى. يحتوي هذا النظام على جملة من الرموز تشابه تمامًا الرموز التي استعملها علماء الحساب والجبر بالغرب الاسلامي (الأندلس والمغرب).

إن حروف الخط القوطي التي استعملت في حساب القُوسْ معقدة وصعبة الاستعمال ولذا لم يستمر استخدامها وسرعان ما تم التخلي عنها. وعكسا لموقف المؤرخين المعاصرين الذين لم يولوا أي قيمة لهذا النظام فيلحّ الباحث ڤارت شوبرينڨ على أهميته بالنسبة لتطور علم الجبر معتبرا أن دور القوسيين (cossistes) مثل ريجيونامنتوس (Regiomontanus) (تـ. 1475 م) هاما وحلقة متميزة لها تأثير كبير على أعمال باقي الجبريين.

فهرس القسم العربي

الأستاذة مرقرات قائدة (Margaret Gaïda) : "التقنيات في مقدمات كتب التنجيم في العصر الإسلامي الوسيط"

ازدهر علم التنجيم في العالم الإسلامي في العصور الوسطى. ونشر في هذا الفن كتب علماء عظام مثل أبو معشر والقابسي وكشيار بن لبان وعلي بن أبي الرجال والبيروني ووصلوا إلى مستوى عال من الكفاءة في الحسابات الفلكية وبناء الجداول. تتناول هذه الورقة مستوى التفاصيل الفنية التي ينطوي عليها إجراء العديد من الحسابات التي تم تضمينها في هذه الفنون، وتحاول فهم بشكل أفضل كيف تم استخدام هذه المقدمات.

الأستاذ يانس هويروب (Jens Hoyrup) : "أعلى كفاءة في الرياضيات بلغها المثقفون اللاتينيون القدماء : مثال أبوليوس (Apuleius) و أوغسطينيوس (Augustinus)."

يبدو أن مثقفي العصور اللاتينية القديمة لم يألفوا بتاتا الجوانب النظرية للرياضيات. لكن هناك استثناءان لهذه الظاهرة، كلاهما من أعيان بربر إفريقية : أبوليوس في مادورا وأوغسطينيوس من غرب الجزائر. فلهما بعض المعرفة بالحساب والهندسة.

الأستاذ زعيم لعبيد : "مسائل الجبر لابن زكريا الأوسي (1404 م)".

درس زعيم لعبيد مخطوطا قصيرا، مجهول المؤلف، له ستة ورقات توجد بالمكتبة البريطانية (عدد 420.2). وهو مقتطف من كتاب "بغية الطالب المستفيد وعمدة الراغب المستزيد" لابن زكريا الأوسي. هذا النص يحتوي فقط على مسائل في الجبر، يمكن لتحليله التاريخي والرياضي أن يسلط الضوء على محتوى عمل ابن زكريا الغرناطي.

الأستاذ ادريس لمرابط : "مختصر في المساحة لعبد الله العلويني التونسي (تـ. 1466 م)"

يحلل ادريس لمرابط هذه الرسالة الموجودة بالمكتبة الحسينية بالرباط (رقم 4748). وهي تحتوي على حساب مساحة الأشكال المسطحة (تكسير المثلثات والمربعات وغيرها) وحجم الأجسام المختلفة وتقطيعها.

الأستاذة آمال لبزة والأستاذ أحمد نوار : "الأوفاق في كتاب شمس المعارف لأحمد البوني".

هذه المقالة مواصلة لدرس الأوفاق عند البوني وتحليلها تحليلا رياضيا. وهو يتناول الباب السادس عشر من كتاب البوني وعنوانه " في أسماء الله الحسنى وما له من الأوفاق النافعة والأسماء المجربة".

الأستاذ إريك مارسيبي (Eric Mercier) : "الجودة العلمية للأدوات الفلكية بالمغرب والأندلس (من القرن 9 إلى القرن 19 م)".

تهدف هذه الدراسة إلى تقييم الكفاءات والقدرات العلمية في مجال الرياضيات لدى صانعي الأدوات الفلكية (الإسطرلابات، الرباع، الساعات الشمسية) واختبار دقة هذه الآلات ودرجة مراعاتها للتعديلات وللاكتشافات الحاصلة عبر السنين والقرون والمتعلقة بسير الكواكب والنجوم وتأثيرها على ضبط أوقات الصلوات. ولهذا الغرض، تم تطوير برمجيات إعلامية بديعة بهدف محاكاة تصميم هذه الأدوات وحسابها وتخطيطها والحصول بذلك على عينات نموذجية ومقارنتها لاحقا بالتشكيلة الماثلة على هذه الأدوات واختبار مدى تطابقها معها.

الباحث فؤاد نفطي : "كتاب علل الجبر للكرجي، عودة إلى أسس الجبر".

اشتهر الكرجي بأعماله في الجبر، وتعتبر كتبه الثلاثة : كتاب الفخري وكتاب البديع وكتاب الكافي في الحساب المرحلة الأساسية في تطور علم الجبر ومساهمته في ضبط حساب المجهولات والعمليات على متعدد الحدود من الدرجة العليا. يقدم الباحث كتابا رابعا ساهم هو أيضا في "حسبنة" الجبر وهو كتاب علل حساب الجبر الذي لا يحتوي على البراهين الهندسية لحل المعادلات من الدرجة الثانية بل براهينها الحسابية البحتة.

الأستاذة روزر بويك (Roser PUIG) : "كتاب المستوعب الكافي والمقنع الشافي لابن خلف الأموي القرطبي (تـ. 1206 م)".

تعتبر دراسة عمل ابن خلف الأموي فرصة ثمينة للباحث في تاريخ العلوم حيث استند هذا المؤلف إلى التقويمات التي كُتبت في القرن العاشر بقرطبة الأندلسية، وحيث هو المصدر الرئيسي لتقويم ابن البنا المراكشي (تـ. 1321 م)، الذي هو من ناحيته تم تكييفه مع خط عرض مدينة فاس من قبل الجادري الموقت (تـ. 1416 م).

الأبحاث التي جرت في العقود الأخيرة حول الممارسات التوافُقية في البلدان الإسلامية، نقدّم عناصر جديدة حول استمرار بعض هذه الممارسات، بعد القرن الثالث عشر الميلادي، في مؤلفات رياضية مغاربية. وبعد ذلك، نقدم معلومات غير منشورة عن وجود هذه الممارسات نفسها في علم الحديث. ونُمثّل هذه الظاهرة بتحقيق وترجمة وتحليل نصّ يعرض فيه مؤلّفه طرقًا مختلفة لعدِّ أنواع الحديث الضعيف. ونختتم عرضنا ببعض الملاحظات حول تنقّل الأفكار والعمليات التوافُقِية عبر الزمان والمكان."

الباحثة سنيه برنتجاس (Sonja Brentjes) : "في القادمين من المغرب لدراسة العلوم الرياضية بالقاهرة في عهد المماليك".

قدمت الباحثة بعض المعلومات حول الطلاب والأساتذة الذين استقروا بالقاهرة في عهد المماليك واهتموا بالعلوم الرياضية خاصة في القرن الخامس عشر.

الاستاذة اميليا ماريا كالڤو (Emilia Maria Calvo) "الوضع الحالي في البحوث التاريخية حول النشاط الفلكي في الإسلام".

قدمت الأستاذة نتيجة الأبحاث التي أجريت في العقود الأخيرة والتي غيّرت معرفتنا للأنشطة الفلكية المنجزة باللغة العربية في العصور الوسطى. وأقرت الباحثة بأن هاته الأنشطة كانت أكثر ثراء وانطوت على جوانب أكثر تنوعًا مما كان يُعتقد سابقًا، كما تداخلت مع الثقافات الأخرى، ويخضع حاليا هذا الجانب لمزيد من الدراسة. ويمثّل نقل المعرفة الفلكية أحد أكثر الجوانب إثارة للاهتمام في هذا المجال، إما من ثقافة إلى أخرى أو داخل العالم الإسلامي ذاته. وهناك بعض القضايا التي لم يتم حلها والتي تحتاج إلى البحث في المستقبل.

المقالات

الأستاذ المهدي عبد الجواد : "تقديم كتاب بلوغ المراد المنعوت في العلم المستخرج عن هاروت وماروت للخوارزمي".

هذا وصف وجيز لمخطوط رقم 19255 بدار الكتب الوطنية بتونس، وهو كتاب طويل (40 ورقة) يحتوي على عرض لعدة ممارسات سحرية. وجاء اسم مؤلف الكتاب في التوطئة وهو محمد بن جعفر الخوارزمي الذي أتمّ تحريره سنة 370 هجري. ولا بد أن

نلاحظ بعد البحث المطول في فهارس المخطوطات العربية أن هاته النسخة يتيمة ولا توجد منها نسخ أخرى في مكتبات العالم.

الأستاذ بيار آجيرون (Pierre Ageron) : "أمثلة من ترجمات مبكرة لدراسات علمية إلى اللغة العربية بشمال افريقيا".

تجمع هذه المداخلة أربع دراسات حالات إفرادية لم تنشر أي منها متعلقة بتراجم كتب أوروبية في العلوم الرياضية إلى اللغة العربية فيما بين عامي 1620 و 1850. الأول هو "كتاب ناصر الدين على قوم الكافرين" لأحمد بن قاسم الحجري المتوفى بتونس قبل 1643. والثاني "كتاب في الملاحة" مجهول المؤلف، موجود في مخطوط عدد 1491 بالمكتبة الوطنية الجزائرية. والثالث كتاب في الحساب مترجم من الفرنسية ومستعمل بمصر في أوائل عهد محمد على باشا (القرن 19م). أما الرابع فهو ترجمة إلى العربية لكتاب في الهندسة العملية بدأ في انجازها المثقف التونسي سليمان الحرائري (توفي سنة 1877).

الأستاذ نجيب بولحية : "رسالة في الربع الجيوب لأبي القاسم الأنصاري المؤخّر الصفاقسي (كان حيا سنة 1722)".

يقدم المؤلف رسالة أبي القاسم المؤخر الذي يصف فيها الربع الجيوب وهي آلة تستعمل في العلوم الفلكية وفي الهندسة العملية، وتستخدم أساسا لتتبع سير النجوم ولقيس المرتفعات والأبعاد. يرتكز صنع هذه الآلة على حساب الجيوب وهو فرع من علم المثلثات. ويأتي الباحث نجيب بولحية بحلول حسابية للمسائل المطروحة في الرسالة ويثبت صحة الأجوبة التي قدمها من غير برهان أبو القاسم المؤخر.

الباحثة أنتونيتا أمباران (Antonieta Emperan) : "رياضيات غير متقنة في الكود الرمزي لزليج بمدينة فاس في عهد المريين".

تحاول الباحثة التثبت في مدى معرفة أصحاب الحرف التقليدية لعلوم الرياضيات (هندسة، حساب، فلك، إلخ.) وتتساءل عن طريقة تمكن المختصين في صناعة الزليج من نقل تلك العلوم النظرية إلى هندسة الزينة وإيجاد لغة مجازية في الفن الهندسي.

دارت فعاليات الملتقى بالمركز الدولي لتكوين المكونين والابتكار البيداغوجي خلال يومي الجمعة 30 مارس والأحد 1 أفريل. وانتقل المشاركون يوم السبت 31 مارس إلى دار الكتب الوطنيّة بتونس أين حضروا حفل تقديم كتاب **مخطوطات علمية بالمكتبة الأحمدية**، الصادر عن الدار. وأشرفت على هذا الحفل الأستاذة رجاء بن سلامة، المديرة العامة للدار. ودعت المشاركين إلى زيارة معرض للمخطوطات الرياضية أقيم بالمناسبة. ثم واصل المشاركون أعمالهم بفضاء الدار.

سعت لجنة تنظيم الملتقى إلى اتباع الجدول الزمني المقدّم في الجلسة الختاميّة والذي تعهدت فيه بنشر وقائع هذه التظاهرة العلمية المتميّزة قبل نهاية 2018. كما احترمت تقاليد النشريات العلمية وقواعدها. ولا يسعنا إلا أن ننوّه بالتزام جميع المشاركين بالجدول المذكور ممّا سهّل عمليّة النشر.

المقالات المنشورة في هذا الكتاب

قد رتبنا المقالات المنشورة على قسمين : الأول يحتوي على المداخلات باللغة العربية والثاني المداخلات باللغة الفرنسية أو الانقليزية. ونقدم في ما يلي تلخيص هاته المقالات.

تلخيص المقالات باللغة العربية

درس الأستاذ أحمد الحاج دياب بعض الأوراق من كتاب **طوالع الإشراق في وضع الأوفاق** لمحمد بن علي بن محمد الشبراملسي، وهو فلكي ورياضي ومنطقي، له اشتغال بعلم الحروف والأوفاق، توفي عام 1612.

قدم الأستاذ بيار آجيرون **لعبة المؤمنين والكفار** المتداولة في مصادر متنوعة وبلغات مختلفة (عربية وفارسية وتركية أذرية). قدم أجيرون عرضا تاريخيا لجل هذه المصادر وتحليلا لأقدم نسخة لها معروفة حتى الآن. كما أشار لوجود نسخ شعبية عديدة من هذه اللعبة في بلاد السودان.

استعرض الأستاذ حميده الهادفي جوانب من كتاب ظريف، عنوانه **كتاب في الصناعة الحسابية**، ألفه إبراهيم البلشطار الثغري، بمدينة شرشال بالجزائر التي هاجر إليها من الأندلس خلال القرن 16م أو 17م. ويحتوي كتاب البلشطار على مقدمات حسابية ومسائل تدخل في صنف المعاملات. وذكر المؤلف أنه نقل كتاب القسيس ألمان في الحساب من

العجميّة إلى العربية. وسبق لحميده الهادفي أن اكتشف أربع نسخ من كتاب البلشطار، الذي كان مفقودا، بدار الكتب الوطنية بتونس.

تطرق الأستاذ سيدي عمر عسالي إلى حياة محمد بن الحَبَّاك التلمساني (تـ. 1463) وعرض المضمون العلمي لمنظومته : **بُغية الطلاب في علم الأسطرلاب**، وختم نصه بلمحة حول انتقال أعمال ابن الحبّاك من بعده بالغرب الإسلامي.

حلّل الأستاذان علي عيسى وإبراهيم الخوري كتاب **نصاب الحبر في حساب الجبر** الذي ألفه إسماعيل النميري الماريديني المعروف بابن فلوس (تـ. 1239). وهو عالم في الرياضيات عرف بملخصاته الأربعة في الحساب والجبر وعلم العدد والهندسة. ويمتاز **نصاب الحبر** بتقديمه ترتيبا للمعادلات الخمسة والعشرين مغايرا لترتيب كلّ من عمر الخيام وشرف الدين الطوسي الذين وردت الإشارة إليهما في الكتاب.

طمح الأستاذان فتحي الجـرّاي و إيريـك مارسيـيـي إلى دراسة موضوع القبلة وطريقة ضبطها ببعض الجوامع التونسية من القرن 11 إلى القرن 19، وخاصة بعد اكتشاف حساب المثلثات الكروية وذلك بالاعتماد على مصدر جديد يتمثل في مدونة المزاول ولاسيما منها البسيطة التي تتضمن اتجاه القبلة.

قسم اللغات الأجنبية

يحتوي هذا القسم على خمسة عشر مقالة في الحساب والهندسة العملية والمعاملات والحساب في الميادين الدينية.

المحاضرات

الأستاذ أحمد جبار : "الممارسات التوافُقية في البلدان الإسلامية . مثال في علم الحديث".

بدأ رئيس اللجنة العلمية للملتقى، الأستاذ أحمد جبار، بالترحيب بالحاضرين، ثم قدم محاضرة حول الرياضيات والمجتمع. وهذا ملخصها : " بعد استعراض سريع لنتائج

نظمت الجمعيات العلمية المهتمة بالرياضيات بتونس[1] الملتقى المغاربي الثالث عشر حول تاريخ الرياضيات العربية بتونس أيام 30-31 مارس و 1 أفريل 2018، وذلك بدعم من مؤسسات التعليم العالي [جامعة تونس- جامعة قرطاج -جامعة المنار- جامعة منوبة - المعهد العالي للتربية والتكوين المستمر - مخبر العالم العربي الإسلامي للقرون الوسطى] والمركز الدولي لتكوين المكونين والابتكار البيداغوجي ودار الكتب الوطنيّة بتونس. وترأس هذا الملتقى الأستاذ بشير كشوخ الرئيس الشرفي للجمعية التونسية للعلوم الرياضية.

وتُنظم هذه التظاهرة منذ 30 سنة بالتداول بين تونس والجزائر والمغرب. وهو إنجاز نعتزّ به جميعا متمنّين أن يتواصل في المستقبل على نفس الوتيرة، إذ يمثّل فضاء يلتقي فيه جلّ المهتمّين بتاريخ العلوم ببلدان المغرب العربي ويقدّم خلاله الأساتذة المختصّون نتائج أبحاثهم الدقيقة ويحاول الباحثون الشبّان إظهار قدراتهم على التمكّن من الرّصيد المعرفي المتعلق بهذا الجانب الحضاري وتوظيفه في بحوثهم المستقبليّة.

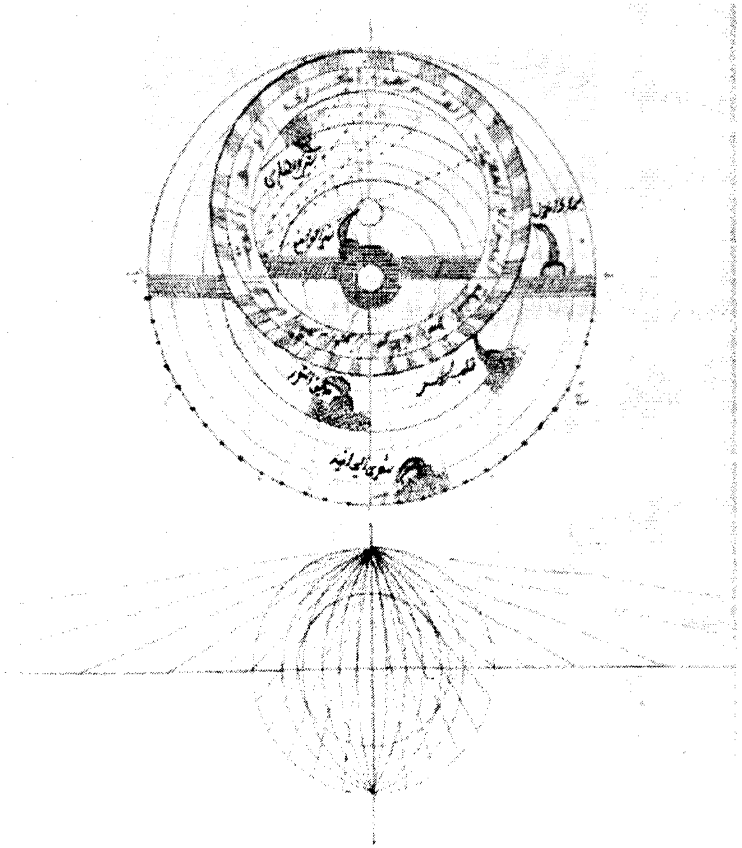
وساهم في هذه الدورة الثالثة عشر حوالي 40 مشاركا من جنسيات مختلفة (المغرب، الجزائر، لبنان، إسبانيا، فرنسا، ألمانيا، هولندا، أمريكا، الدانمارك، الأرجنتين) زيادة على تونس. وقدّم هؤلاء بحوثا جدّية ومتميّزة وتبعتها نقاشات ذات قيمة علميّة متأكدة من شأنها أن تفتح آفاقا جديدة للبحث العلمي في تاريخ الرياضيات.

كما بادرت اللجنة العلميّة للملتقى، ولأوّل مرّة، بدعوة عدد من المختصّين لتقديم محاضرات مفتوحة للأساتذة وطلبة الدكتوراه من غير المساهمين ببحوث. ووقع التطرق في هذه المحاضرات إلى مواضيع تتعلق بجوانب متنوعة من تاريخ الرياضيات النظرية والتطبيقية. وسجلنا غياب الأستاذ مصطفى موالدي (مدير معهد التراث العلمي العربي بحلب) والأستاذة مها الشعار مديرة قسم تاريخ العلوم بنفس المعهد لعدم حصولهما على تأشيرة الدخول وعبرّنا عن أسفنا الشديد لذلك.

---

[1] الجمعية التونسية للنساء الرياضيات - الجمعية التونسية للعلوم الرياضية - الجمعية التونسية لديداكتيك الرياضيات - المعهد المتوسطي للعلوم الرياضية – تونس - الجمعية التونسية للرياضيات - الجمعية التونسية للصناعة والبيئة والبحوث ببرج السدرية.

وقائع
الملتقى المغاربي الثالث عشر
حول تاريخ الرياضيات العربية
(تونس، 30-31 مارس و 1 أفريل 2018)



نشر حميده الهادفي و مهدي عبد الجواد

تونس ، ديسمبر 2018