COLLECTION ZÊTÊSIS

L'ART DE PHILOSOPHER

BERTRAND RUSSELL

LES PRESSES DE L'UNIVERSITÉ LAVAL

Bertrand Russell

L’ART DE PHILOSOPHER

Traduit de l’anglais par
Michel Parmentier

LES PRESSES DE L’UNIVERSITÉ LAVAL

Publié en anglais sous le titre : *The Art of Philosophizing and Other Essays.*
Traduit de l'anglais avec la permission de la Bertrand Russell Peace Foundation, Ltd.

Imprimé au Canada
Dépôt légal 1er trimestre 2005
ISBN 2-7637-8203-5
2e tirage 2005

I

L’Art de la conjecture rationnelle

Commençons par dire quelques mots de ce qu’est la philosophie. Ce n’est pas une connaissance exacte, car cela, c’est la science. Il ne s’agit pas non plus d’une crédulité sans fondement, comme celle des sauvages. C’est quelque chose qui se situe entre ces deux extrêmes et que l’on pourrait peut-être appeler « l’art de la conjecture rationnelle ». Selon cette définition, la philosophie nous indique la manière de procéder quand nous voulons découvrir ce qui est vrai, ou ce qui a *la plus grande probabilité* d’être vrai lorsqu’il est impossible de savoir avec certitude ce qui *est* vrai. L’art de la conjecture rationnelle est très utile à deux égards. Premièrement, ce qui est souvent le plus difficile dans le processus de découverte de ce qui *est* vrai, c’est de concevoir une hypothèse qui *puisse être* vraie : une fois formulée, l’hypothèse peut être soumise à l’épreuve de la vérification, mais pour la formuler, il aura souvent fallu un esprit génial. Deuxièmement, nous devons souvent agir dans l’incertitude parce qu’il serait dangereux ou fatal de différer : dans un tel cas, il est utile de maîtriser un art nous permettant de juger de ce qui est probable. Cet art, en ce qui concerne les hypothèses d’ordre très général, c’est la philosophie. Des questions particulières, telles que « va-t-il pleuvoir demain ? » ne sont pas du ressort de la philosophie ; la philosophie s’occupe de questions d’ordre général, comme par exemple : « Le monde est-il régi par des lois mécaniques ou est-ce qu’il a une finalité cosmique, ou encore possède-t-il ces deux caractéristiques à la fois ? » La philosophie cherche à savoir s’il y a quoi que ce soit que l’on puisse dire sur des questions générales de ce genre.

La première chose à comprendre, si vous voulez devenir philosophe, c’est que la plupart des gens passent leur vie entière habités par une constellation de croyances dénuées de toute justification rationnelle, et que l’univers de croyances d’un individu a toutes chances d’être incompatible avec celui d’un autre, de sorte qu’il ne peuvent pas tous deux avoir raison. Les opinions des gens ont pour fonction première d’assurer leur confort intellectuel ; la vérité, pour la plupart d’entre eux, est une considération secondaire. Vous, cher lecteur, êtes naturellement exempt de tout préjugé, mais vous devez admettre qu’en cela vous êtes différent de la plupart des gens. Imaginons que vous soyez un baptiste du Tennessee. Il vous semble évident que les États-Unis sont le meilleur pays au monde, que le Tennessee est l’État qui éclipse tous les autres et que les baptistes sont les seuls à détenir la vérité théologique. Supposons que je concède tout cela. Que vais-je dire à quelqu’un d’un autre État ou d’un autre pays ? Comment puis-je persuader un catholique canadien-français des vérités qui vous semblent d’une évidence aveuglante ? Il reste un bon nombre de questions sur lesquelles vous tomberez d’accord, mais qu’en est-il si vous devez en débattre avec un Turc, un hindou ou un confucianiste ? Vous les entendrez mettre en question presque tout ce que vous avez accepté comme étant hors de doute et si vous voulez avoir avec eux une discussion le moindrement fructueuse, il vous faudra trouver un terrain d’entente au-delà de vos convictions respectives.

Avec le Turc, vous parviendrez encore à vous entendre sur certaines choses. L’homme descend-il du singe ? N’y songeons même pas ! L’homme est-il le joyau suprême de l’univers ? Assurément. Sur de telles questions, votre humanité commune vous fait partager le même point de vue. Cependant, s’il devait un jour arriver sur terre un être intelligent en provenance de la planète Mars, il se pourrait qu'il y ait entre lui et nous un écart intellectuel aussi grand que celui qui existe entre nous et le singe : il trouverait peut-être que la différence entre l'homme et le singe est fort mince et qu'il est évident qu'ils ont une ascendance commune. Il proclamerait la supériorité de Mars (à moins qu'il ne s'agisse d'un philosophe) avec autant d'assurance que vous-même avez proclamé la supériorité du Tennessee. Et que pourriez-vous y faire ?

Si vous voulez devenir philosophe, vous devez essayer, autant que possible, de vous défaire de croyances qui sont entièrement tributaires de l'endroit et l'époque où vous avez reçu votre éducation et votre instruction ainsi que de tout ce qu'ont pu vous dire vos parents et vos professeurs. C'est une tâche que personne n'arrive tout à fait à mener à bien ; d'ailleurs personne ne peut devenir un philosophe parfait, mais nous sommes tous en mesure de réaliser ce projet jusqu'à un certain point si nous le voulons. « Mais, me demanderez-vous, pourquoi le voudrions-nous ? » Pour plusieurs raisons. L'une, c'est que les opinions irrationnelles sont une cause majeure de guerre et d'autres formes de conflit violent. La seule façon dont une société peut se préserver des conflits violents est d'établir la justice sociale ; or la justice sociale semble injuste à quiconque est persuadé qu'il est supérieur aux autres. La justice entre les classes sociales est difficile lorsque l'une de ces classes croit avoir droit à davantage de pouvoir ou de richesse que sa part proportionnelle. La justice entre les nations n'est possible que grâce au pouvoir des neutres, car chaque nation est convaincue de sa propre supériorité. La justice entre les dogmes est encore plus difficile puisque chaque dogme a la conviction de détenir le monopole de la vérité sur la question la plus importante de toutes. Il deviendrait de plus en plus facile de régler les différends à l'amiable et de manière équitable si le point de vue philosophique était plus répandu.

Une autre raison pour vouloir être philosophe, c'est que les croyances erronées ne permettent pas, en règle générale, d'atteindre les objectifs escomptés. Ainsi, quand il y avait une épidémie de peste au Moyen Âge, les gens se précipitaient en foule dans les églises pour prier, pensant que leur piété amènerait Dieu à les prendre en pitié ; en fait, les foules massées dans des bâtiments mal aérés créaient des conditions idéales pour la propagation de l'infection. Pour que les moyens soient appropriés aux fins, la superstition ou les préjugés ne suffisent pas : c'est le savoir qui est nécessaire.

Une troisième raison est que la vérité vaut mieux que la fausseté. Il y a quelque chose d'ignominieux à se nourrir de mensonges rassurants. Le mari trompé est la figure traditionnelle du ridicule, mais tout bonheur dont la condition est que l'on soit dupe ou aveugle a quelque chose de tout aussi risible ou pitoyable.

Pour devenir philosophe, on doit se soumettre à une formation tant au plan de l'intellect qu'à celui des émotions. Ces deux types de formation sont intimement liés, mais il faut dans une certaine mesure les dissocier pour pouvoir en discuter. Je commencerai par la formation intellectuelle.

La formation de l'intellect comporte à la fois un aspect positif et un aspect négatif : il faut apprendre à reconnaître ce qu'il faut croire et ce qu'il ne faut pas croire. Commençons par l'aspect positif.

Si, en dernière analyse, il se peut que toute chose soit plus ou moins douteuse, il y en a néanmoins certaines qui sont si proches de la certitude que l'on peut, à toutes fins pratiques, faire fi de la parcelle de doute qui subsiste. L'aspirant philosophe devra se demander quels types de savoir semblent le moins susceptibles d'être mis en doute et pourquoi. Il est raisonnable, d'entrée de jeu, de supposer que les types de savoir les plus certains sont ceux qui sont les moins contestés. Il ne tardera pas à s’apercevoir qu’il ne s’agit pas là des types de savoir, ou de prétendu savoir, que l’on professe avec le plus de véhémence. En effet, tout le monde est d’accord sur la table de multiplication, mais personne ne se soucie de proclamer qu’elle recèle la Sainte Vérité. Si jamais quelqu’un en niait la vérité, il ne serait ni brûlé au bûcher, ni jeté en prison en tant que membre de la cinquième colonne. Une personne raisonnable qui se retrouverait chez des hérétiques de l’arithmétique et à qui l’on demanderait d’abjurer sa foi dans la table de multiplication n’hésiterait pas à le faire, sachant bien que son abjuration ne saurait en rien nuire à la table de multiplication. Voilà les caractéristique d’une croyance qui ne fait l’objet d’aucun doute raisonnable.

Celui qui veut devenir philosophe a tout avantage à acquérir une vaste connaissance des mathématiques. Au cours de cette étude, il apprendra quelles sortes de vérités on peut découvrir par la seule réflexion, sans recours à l’observation. Il se familiarisera aussi avec le raisonnement exact et le genre d’erreurs auxquelles même les spécialistes n’échappent pas. Pour bien saisir ce dernier phénomène, il aura tout avantage à étudier les mathématiques selon une approche historique. Par exemple, avant Einstein, tout le monde croyait qu’il avait été prouvé mathématiquement que la gravitation se propage instantanément, mais la théorie d’Einstein exigeait qu’elle se propage à la vitesse de la lumière. Effectivement, les mathématiciens ont trouvé une erreur dans le raisonnement qui avait convaincu les générations antérieures et ils conviennent tous à présent — sauf les nazis — qu’Einstein avait raison quant à la vitesse de la gravitation. Toutefois, il s’agissait là d’une question très ardue dans un domaine de pointe et on aurait tort, à partir de cet exemple, de verser dans le scepticisme envers l’ensemble des mathématiques. Ce qu’il convient plutôt d’en déduire, c’est que, quand il s’agit de questions qui, à la fois, sont plus complexes et attisent davantage nos passions que les questions de mathématiques, le risque de commettre des erreurs de raisonnement augmente considérablement, et tout particulièrement lorsqu’il s’agit de questions d’ordre social et religieux.

La logique est utile au philosophe sous sa forme moderne, mais non sous la forme vétuste que les scolastiques du Moyen Âge ont tirée d’Aristote. Son utilité tient surtout à ce qu’elle nous enseigne à être prudent dans nos inférences. Ceux qui n’ont pas étudié la logique sont portés à tirer des inférences dénuées de toute validité. Par exemple, si telle classe ou telle nation est opprimée par une autre et que vous soyez d’avis que cette oppression doive cesser, on s’attendra à ce que vous perceviez la classe ou la nation opprimée comme dotée d’une vertu supérieure et on sera surpris si vous ne prenez pas en affection chacun des individus qui la composent. Or il n’y a pas ici de lien logique, quoi qu’il en paraisse au profane. Plus on s’exerce à la logique, moins il y a d’inférences dont on est prêt à reconnaître la validité et plus il est rare que l’on juge incohérent de maintenir deux opinions à la fois. Une telle attitude n’est pas sans incidence pratique puisqu’elle ouvre la voie aux compromis nécessaires et empêche l’esprit d’accepter tout amalgame doctrinal d’opinions. Les amalgames d’opinions, tels que le catholicisme, le communisme ou le nazisme, ont tendance à verser dans la persécution et sont presque toujours erronés, au moins partiellement. Lorsqu’on est rompu à l’analyse logique, il est plus difficile de se satisfaire de ce genre de prêt-à-porter intellectuel.

Pour utiles qu’elles soient, la logique et les mathématiques ne sont pour le philosophe qu’une étape de sa formation intellectuelle. Elles l’aident à savoir comment étudier le monde, mais ne lui fournissent aucune information réelle sur celui-ci. Elles sont l’alphabet du livre de la nature, non le livre lui-même. Ce qu’il faut par-dessus tout connaître quand on veut devenir philosophe, c’est la science — par quoi j’entends non pas une connaissance des détails, mais des résultats que la science a obtenus, de son histoire et surtout de sa méthode. C’est la science qui fait la différence entre le monde moderne et le monde du XVIIe siècle. C’est la science qui a détruit la croyance à la magie et à la sorcellerie. C’est la science qui a fait en sorte que les gens intelligents trouvent impossible d’accepter les anciennes croyances et les vieilles superstitions. C’est la science qui a rendu ridicule de tenir pour acquis que la terre est le centre de l’univers et que l’homme est le but suprême de la création. C’est la science qui fait voir la fausseté des vieux dualismes de l’âme et du corps ainsi que de l’esprit et de la matière, lesquels tirent leur origine de la religion. C’est la science qui commence à nous permettre de nous comprendre nous-mêmes et de nous percevoir de l’extérieur comme de curieux mécanismes. C’est la science qui nous a appris à remplacer l’erreur triomphaliste par la vérité provisoire. L’esprit scientifique, la méthode scientifique, le cadre conceptuel du monde scientifique doivent avoir été assimilés par quiconque souhaite adopter le point de vue philosophique qui convient à notre temps plutôt qu’une ancienne philosophie littéraire puisée dans de vieux livres. Il est certain que Platon était un grand génie et qu’Aristote possédait un savoir encyclopédique, mais aujourd’hui leurs disciples modernes ne sauraient qu’être induits en erreur. Une heure en compagnie de Galilée ou de Newton vous aideront davantage à progresser vers une philosophie valable qu’un an passé à fréquenter Platon et Aristote. Toutefois, si vous allez à l’université, vos professeurs ne partageront pas cet avis.

Nous disions que la science est importante pour le philosophe tant au niveau des résultats qu’elle atteints que des méthodes qu’elle élabore. Examinons ces deux éléments l’un après l’autre.

Pour ce qui est des résultats, ce qui est de toute première importance pour le philosophe, c’est l’histoire de l’univers, passée et à venir. Le début et la fin sont de l’ordre de la conjecture, mais il y a entre les deux un long intervalle qui ne laisse guère de place au doute. Il semble que, il y a fort longtemps, existait une nébuleuse diffuse, une sorte de brume très fine, dont certaines parties, qui n’étaient pas aussi légères que les autres, sont progressivement devenues des étoiles. Notre étoile à nous, le soleil, soit qu’une autre étoile soit passée à proximité, soit pour quelque autre raison, a donné naissance à plusieurs planètes qui, au début, étaient aussi chaudes qu’elle, mais qui, étant plus petites, se sont rapidement refroidies. L’une d’elles, après avoir atteint une température appropriée, a généré certaines structures chimiques complexes ayant la propriété de faire passer leur propre composition et leur propre organisation à une matière avoisinante qui s’y prête. Cette propriété s’appelle la vie. Les structures vivantes ont gagné en complexité au fur et à mesure de l’évolution des règnes animal et végétal — l’une des plus complexes étant l’homme. L’existence de la vie est fonction d’un certain nombre de conditions thermiques et chimiques. Pendant toute une éternité, la température était trop élevée pour la vie. Il est d’ailleurs fort possible qu’elle finisse par devenir trop froide, bien que certains astronomes, comme Sir James Jeans par exemple, nous disent que le soleil explosera avant de trop se refroidir, volatilisant ainsi la terre et les autres planètes. D’une façon ou d’une autre, il est pratiquement certain que ce sera la fin de la vie sur la terre.

L’univers est à grande échelle, dans le temps comme dans l’espace. Le soleil est à près de 150 millions de kilomètres de la Terre et sa lumière nous parvient en huit minutes, mais les étoiles les plus proches de nous sont à une telle distance que leur lumière met plusieurs années à nous parvenir. Toutes les étoiles que nous voyons à l’œil nu font partie de la Voie Lactée, qui est un amas d’étoiles parmi beaucoup d’autres. En plus des amas d’étoiles, il y a des nébuleuses — environ un million — qui sont incroyablement éloignées, si éloignées que leur lumière met des centaines de milliers d’années à nous rejoindre, bien qu’elle se propage à la vitesse de 300 000 kilomètres à la seconde. Pour ce qui est de l’échelle temporelle, la Terre existe depuis des millions d’années, mais sa naissance est récente comparée à celle du soleil. Quand Sir James Jeans évoque la possibilité que le soleil explose, on a d’abord l’impression que cette catastrophe est imminente, mais il finit par nous consoler en suggérant que cela ne se produira pas avant un million d’années. L’univers, nous dit-on, tend progressivement vers un état où l'énergie sera répartie uniformément, et donc inutile pour les fins qu'elle sert actuellement. Quand ce moment arrivera, et sans doute bien avant cela, la vie aura cessé partout et seul un miracle pourrait la ramener. Même les savants les plus croyants, à moins qu'ils ne soient catholiques, admettent qu'il s'agit là des conclusions les plus probables qu'on puisse tirer sur la base des connaissances actuelles.

Comparons cette image de l'univers avec celle que l'on trouve dans la Bible et les Pères de l'Église et qui était dans ressemble acceptée dans toute la chrétienté jusqu'à ce que la science entraîne sa mise en question. Selon la Bible et les Pères, l'univers fut créé en six jours par la volonté de Dieu ; la date de la Création peut être calculée d'après la Genèse et on l'a ainsi fixée à 4004 av. J.-C. La Terre est le centre de l'univers et la création d'Adam et Ève fut le dernier acte du labeur divin. Dieu leur dit de ne pas manger le fruit d'un certain arbre, et quand ils y goûtèrent néanmoins, il en fut très fâché, bien qu'il eût toujours su qu'ils lui désobéiraient. En fait, sa colère fut telle qu'il décida d'infliger une punition éternelle : Adam et Ève ainsi que toute leur descendance méritaient de brûler à jamais dans un feu perpétuel. Mais Dieu le Fils prit sur lui le châtiment destiné à une partie de l'humanité en se laissant crucifier et en passant trois jours en enfer. En contrepartie de ses souffrances, ceux qui s'en tiennent à des opinions théologiques orthodoxes et qui se soumettent à certaines cérémonies iront au paradis plutôt qu'en enfer. Le monde visible disparaîtra lors du second avènement du Christ. La date de cet avènement est incertaine : les premiers disciples ont cru qu'il était imminent, puis la date en fut remise à l'an mil. Certaines sectes protestantes croient toujours qu'il aura lieu d'ici quelques années. Après quoi, il n'y aura plus que le paradis et l'enfer — ainsi que le purgatoire pour quelque temps encore, si l'on en croit les catholiques.

Observons certaines des différences entre ces deux conceptions de l'univers. D'abord, la différence d'échelle : l'univers chrétien est de taille réduite et de courte durée (sauf pour ce qui est de l'enfer et du paradis), tandis qu'on ne connaît ni le début ni la fin de l'univers scientifique, que ce soit dans le temps ou dans l'espace — ce qui est sûr, c'est que son immensité, dans un cas comme dans l'autre, est inimaginable. Dans l'univers chrétien, tout avait une fonction et chaque chose avait sa place : c'était aussi propre et bien rangé que la cuisine d'une bonne ménagère. Autre différence : alors que l'univers chrétien avait la Terre pour centre, l'univers scientifique n'a pas de centre ; dans l'univers chrétien, la Terre était fixe et les corps célestes tournaient autour d'elle, tandis que dans l'univers scientifique, *tout* est en mouvement. L'univers chrétien était créé pour l'homme, tandis que, si l'univers scientifique est là pour servir une finalité quelconque, c'est une finalité que nous sommes incapables d'imaginer. En fait, la notion même de finalité, qui avait dominé la pensée pseudo-scientifique pendant deux mille ans, depuis Aristote jusqu'au XVIIe siècle, a disparu du discours scientifique moderne. La science a cessé de se demander pourquoi les lois de la nature sont ce qu'elles sont, parce qu'il n'y a aucune raison de supposer qu'il existe une réponse. Par ailleurs, la vision chrétienne était dominée par des notions morales, comme celles du péché et du châtiment, qui n'ont pas de place dans la vision scientifique. L'univers chrétien reflétait ce à quoi des gens sans instruction pouvaient s'attendre, tandis que l'univers scientifique n'a cure de nos préjugés et de nos espoirs, de ce que nous aimons et de ce que nous détestons.

Par delà ces différences, il y a la question des preuves. La preuve sur quoi repose la conception chrétienne du monde, c'est la Bible, alors que les preuves à l'appui de la conception scientifique du monde sont fournies par l'observation et l'induction. La science demande sur quelle base il faudrait accepter l'explication biblique. Est-ce que les auteurs du Pentateuque ont assisté à la Création ? De toute évidence, non. Peut-on croire que Dieu leur a révélé la vérité ? C'est un point de vue qui soulève bien des difficultés. En effet, la Bible n'est pas le seul livre sacré et d'autres religions ont des cosmologies différentes. Comment un chercheur impartial de la vérité peut-il savoir laquelle il faut croire ? Par ailleurs, la Bible se contredit parfois : ainsi, elle contient deux récits incompatibles de la création d'Adam et Ève ; par ailleurs, il est dit dans un passage qu'il y avait deux moutons dans l'arche de Noé alors qu'un autre passage en fixe le nombre à sept. Il y a d'autres difficultés encore. Ainsi, le jésuite Acosta, qui vécut en Amérique du Sud, était perplexe d'y voir des animaux inconnus ailleurs, étant donné que tous les animaux étaient censés venir du mont Ararat. Un cas particulièrement confondant était celui du paresseux, dont les mouvements sont si lents que tout le temps écoulé depuis le Déluge n'aurait pu lui suffire pour atteindre l'Amérique du Sud. Il se peut, bien sûr, que des marins en provenance du vieux monde aient amené avec eux ces divers animaux étranges, mais le révérend père croyait que c'était peu probable, surtout pour ce qui est des « acacias » à l'odeur insupportable. Puis sont apparus les problèmes associés aux fossiles, puisque ces derniers semblaient fournir la preuve que le monde était plus ancien qu'il ne devrait l'être s'il faut en croire la Genèse. Peu à peu, la plupart des gens en sont venus à cesser de croire à la vérité littérale de la Genèse et à se rallier à l'explication scientifique.

Ce que la science trouve à dire au sujet d'époques et de lieux très lointains, elle le dit avec hésitation : elle présente ce qui semble le plus probable en fonction des données actuellement connues, mais il peut arriver n'importe quand que de nouvelles données conduisent à de nouvelles conclusions sur tel ou tel point. Il est cependant peu probable que cela change grand chose à la vision d'ensemble. En revanche, ce que la théologie avait à dire, avant que la science ne vienne miner son autorité, elle le disait sur un ton fort différent : ce qu'elle affirmait était la venté éternelle, inaltérable et incontestable. Ceux qui la mettaient en question méritaient, comme Giordano Bruno, de périr sur le bûcher ; en tout cas, ils ne manqueraient pas de brûler jusqu'à la fin des temps. Aucun théologien ne dirait une telle chose de nos jours, mais c'est parce que même les dogmes infaillibles ont dû être subrepticement modifiés pour résister à l'assaut de la science.

Celui qui veut devenir philosophe trouvera profit à s'intéresser à l'histoire de la science, et tout particulièrement à la lutte qui l'a opposée à la théologie. À l'exception des mathématiques pures, chaque science a dû commencer par se battre pour faire valoir son droit à l'existence. L'astronomie fut condamnée en la personne de Galilée, la géologie en la personne de Buffon. L'Église ayant interdit la dissection de cadavres, il fut longtemps presque impossible à la médecine scientifique de se développer. Darwin est venu trop tard pour avoir à subir un châtiment, mais les catholiques et la législature du Tennessee continuent à tenir l'évolution en détestation. Chaque percée a été le fruit d'un combat difficile et chaque nouvelle avancée se heurte à des résistances, comme s'il n'y avait aucune leçon à tirer des défaites antérieures.

À notre époque, c'est la plus récente des sciences, la psychologie, qui rencontre une forte opposition, surtout quand elle risque d'aller à l'encontre de la doctrine du « péché ». Dans toute société humaine, il y a des gens dont les agissements sont nuisibles aux intérêts de la société ; pour maintenir la vie sociale, il faut trouver des façons de prévenir ces comportements anti-sociaux. La notion de « péché » était pour l'Église une manière d'atteindre cet objectif. Ainsi, si la police ne parvenait pas à l'appréhender, le pécheur ne pouvait pas se féliciter de l'avoir échappé belle, car Dieu le châtierait de toute façon. Cette méthode n'était pas dénuée d'efficacité dans certains types de cas. Mais nous savons maintenant que bien des comportements anti-sociaux ont des causes psychologiques profondes et ne cesseront pas de se manifester avant que ces causes ne soient éliminées par une cure psychologique. De nombreux comportements regroupés sans distinction sous l'étiquette « péché » s’avèrent relever davantage de la pathologie : il se peut qu’on parvienne à les corriger grâce à un traitement médical, mais certainement pas par des punitions. Ceux qui adoptent une telle attitude sont accusés par les bien-pensants de se porter à la défense de ces « péchés » pour lesquels ils suggèrent un traitement médical plutôt que pénal. On retrouve ici la vieille résistance à la science, qui tire courage du fait que la psychologie, la science dont il est question, est encore jeune et hésitante. De même, en matière d’éthique, le vieil obscurantisme perdure. Personne ne subit de préjudice quand un homme épouse la sœur de sa défunte femme, et pourtant l’Église s’indigne encore d’une conduite aussi répréhensible, car elle définit le « péché » non pas comme étant ce qui cause du tort à autrui, mais comme ce qui est condamné par la Bible ou par l’Église.

Il est temps de dire quelques mots au sujet de la méthode scientifique. La science a pour objet de découvrir des lois générales : elle s’intéresse aux faits particuliers dans la mesure où ceux-ci constituent des éléments de preuve en faveur ou à l’encontre de ces lois. L’histoire et la géographie s’intéressent aux faits particuliers pour leur intérêt intrinsèque, mais ni l’une ni l’autre n’est une science sauf dans la mesure où elle est capable de découvrir des lois générales. Il faut comprendre que nous pourrions nous trouver dans un monde sans lois générales, où le pain serait nourrissant un jour et les cailloux le lendemain, où le Niagara coulerait vers le haut plutôt que le bas et où les bouilloires gèleraient de temps en temps quand on les mettrait sur la cuisinière. Ce serait bien sûr malcommode, mais pas logiquement impossible. Heureusement, notre monde est différent. Quand nous commençons à penser, nous sommes déjà habitués à bon nombre de régularités : le jour et la nuit, l’été et l’hiver, les semailles et la moisson et ainsi de suite. En ce qui concerne les phénomènes qui semblent irréguliers, comme les orages, deux hypothèses se présentaient au départ. L’une était qu’il s’agissait en fait de régularités, mais trop complexes pour être aisément discernables ; l’autre, que les phénomènes de ce genre étaient causés par des dieux capricieux. C’est la seconde qui fut adoptée par l’ensemble des hommes primitifs et qui a continué de prévaloir chez les ministres du culte de la ville de Boston jusqu’à l’époque de Benjamin Franklin. Ces dignes hommes soutenaient que le paratonnerre était impie et que, ayant provoqué le courroux de Dieu, il était cause d’une augmentation du nombre de tremblements de terre. Le monde leur a cependant donné tort.

On en est venu peu à peu à accepter que tous les phénomènes naturels sont régis par des lois générales, bien que ces lois, en ce qui concerne les transitions quantiques les plus faibles, ne sont que statistiques. S’il est parfois très difficile de découvrir des lois générales, ce fut relativement aisé dans le cas du système solaire. Kepler a démontré que Mars décrit une ellipse autour du soleil et a fourni des raisons, quoique non concluantes, de supposer que les autres planètes en faisaient autant. Puis, Newton a découvert la loi de la gravitation qui n’a subi aucune modification pendant plus de deux siècles. D’infimes déviations ont amené Einstein à apporter un changement qui était tout à fait minime au niveau de la pratique, mais absolument révolutionnaire au niveau de la théorie. La loi de Newton, on l’admet aujourd’hui, n’était pas absolument exacte, bien que les erreurs de prédiction auxquelles elle donne lieu n’aient pu être décelées que dans certains cas, et ce, uniquement en prenant des mesures d’une extrême précision. Cette histoire peut servir d’exemple et de modèle de la méthode scientifique. Les hypothèses alternent avec les observations ; chaque nouvelle hypothèse appelle de nouvelles observations et, pour être acceptée, doit concorder avec les faits mieux que toute hypothèse préalable. Mais il demeure toujours possible, sinon probable, que l’on doive faire appel par la suite à une nouvelle hypothèse pour expliquer des observations ultérieures. Les hypothèses nouvelles ne démontrent pas la fausseté des anciennes, mais seulement qu’il s’agissait d’approximations qui n’étaient pas tout à fait justes : c’est d’ailleurs tout ce qu’elles représentent aux yeux d’un scientifique prudent.

Quand il trouve une loi scientifique qui fait l’unanimité, le philosophe en quête de connaissance peut tenir pour probable que la loi en question est approximativement exacte. Il serait hasardeux de supposer davantage.

Jusqu’à présent, je me suis attardé sur le versant positif de la formation préliminaire du philosophe ; il est maintenant temps d’en examiner le versant négatif. Pour ma part, vers l’âge de quinze ans, j’ai décidé de passer au crible toutes mes croyances et de me défaire de celles qui semblaient n’avoir d’autre fondement que la tradition ou mes propres préjugés. Avec un zèle tout puritain, je m’étais proposé d’examiner chaque jour une douloureuse hypothèse, et j’ai commencé par la possibilité qu’il aurait mieux valu que les Anglais perdent la bataille de Waterloo. Après mûre réflexion, j’ai trouvé un argument en faveur de Napoléon : s’il avait gagné, l’Angleterre aurait eu le système décimal. Je n’ai pas tardé à passer à des questions plus importantes, comme les dogmes de la religion chrétienne, que j’ai essayé d’examiner de façon impartiale malgré mon profond désir de garder ma foi. Un exercice de ce genre est, je pense, fort utile à ceux qui veulent devenir philosophes. C’est d’ailleurs plus facile et plus efficace si l’on n’a pas à inventer soi-même les arguments contre ses propres préjugés, mais si celui qui les avance est quelqu’un de convaincu. Ce serait admirable de voir dans nos écoles un certain pourcentage de musulmans et de bouddhistes que l’on encouragerait à défendre leurs religions respectives contre la majorité des élèves d’obédience chrétienne. Voilà qui affaiblirait peut-être la force des convictions irrationnelles de chaque côté.

Un autre élément important du côté négatif de cette préparation est l’histoire des croyances irrationnelles de l’homme. Ainsi Aristote, bien qu’il eût une épouse, a affirmé que les femmes avaient moins de dents que les hommes. Jusqu’au début des temps modernes, tout le monde croyait qu’il y avait un animal nommé salamandre qui vivait au milieu des flammes. On retrouve chez Shakespeare la superstition qui veut que le crapaud ait un bijou dans la tête. Bien sûr, ce ne sont pas là des sujets qui soulevaient les passions, mais à quelles erreurs peut-on alors s’attendre sur des questions qui mettent en jeu des préjugés bien ancrés ? Au XVIe siècle, tout le monde croyait à la sorcellerie — même, sans doute, les pauvres créatures qui étaient condamnées comme sorcières. L’histoire regorge de miracles attestés auxquels personne ne croirait aujourd’hui. Naturellement, je ne parle pas ici des miracles accomplis par des saints catholiques, mais de ceux, également bien attestés, qu’accomplirent des hérétiques ariens, nestoriens ou monophysites, voire même carrément des infidèles. Rien de ce qui relève du merveilleux ne peut être accepté sur la foi de documents historiques à moins que ceux-ci ne soient exceptionnellement convaincants. En effet, de tout temps les hommes ont été portés à croire des choses dont on a démontré par la suite qu’elles étaient fausses, et notre époque ne fait pas exception.

La formation du philosophe exige tout autant de discipliner les émotions que de cultiver l’intellect. Il est important d’être capable de voir les êtres humains comme les produits des circonstances. Puisque certaines sortes d’individus sont préférables à d’autres, c’est une question d’ordre scientifique que de découvrir comment accroître le nombre d’individus du premier type. Selon le point de vue de l’orthodoxie, cela se fait en prêchant, mais c’est une théorie que dément l’expérience. On peut, en effet, mal se conduire pour toutes sortes de raisons : manque d’éducation, mauvaise alimentation, soucis financiers et ainsi de suite. Il est tout aussi inutile de se fâcher contre quelqu’un qui se conduit mal que contre une automobile qui ne démarre pas, la seule différence étant que l’on peut conduire sa voiture au garage mais que l’on ne peut pas forcer Hitler à aller voir un psychiatre. On peut cependant faire quelque chose pour les jeunes Hitlers en puissance qui existent partout et qui sont aussi de bons citoyens en puissance. En revanche, on ne fera rien de constructif en les considérant comme des «

pécheurs ».

Il faut apprendre à ne pas vous fâcher face à des opinions différentes des vôtres, mais à vous efforcer de comprendre ce qui est à leur origine. Si, après les avoir comprises, elles vous semblent toujours fausses, vous pourrez alors les combattre avec beaucoup plus d'efficacité que si vous en étiez resté à une réaction d'horreur.

Je ne veux pas dire que le philosophe ne devrait pas avoir de sentiments : un homme qui n'a pas de sentiments, s'il en existe un, ne fait rien, et par conséquent n'accomplit rien. Personne ne peut espérer devenir un bon philosophe à moins de posséder certains sentiments qui sont plutôt rares. Il faut avoir l'intense désir de comprendre le monde dans toute la mesure du possible ; et pour ce faire, vouloir surmonter cette étroitesse de point de vue qui rend impossible une perception juste. Il faut apprendre à penser et à sentir, non pas en tant que membre de tel ou tel groupe, mais seulement en tant qu'être humain. S'il le pouvait, le philosophe se déferait des limites auxquelles il est soumis en tant qu'être humain. En effet, s'il pouvait percevoir le monde comme un Martien ou un habitant de Sirius, s'il pouvait le voir comme le voit une créature qui ne vit qu'une seule journée et aussi comme le verrait un être qui vivrait un million d'années, il serait un meilleur philosophe. Mais cela, il ne le peut pas : son corps est celui d'un humain et il est doté d'organes de perception propres aux humains. Jusqu'à quel point peut-on surmonter cette subjectivité humaine ? Sommes-nous en mesure de connaître quoi que ce soit de ce *qu'est* le monde, par opposition à ce qu'il *semble* être ? Voilà ce que le philosophe veut savoir, et c'est dans ce but qu'il lui faut faire un aussi long apprentissage de l'impartialité.

Jusqu'à présent, je n'ai parlé que de la formation pré-philosophique du philosophe. J'en viens maintenant aux questions qui sont proprement philosophiques. Une fois votre formation en logique et en science terminée, que devez-vous faire pour que cette formation puisse servir à aborder les problèmes qui vous ont poussé à vouloir devenir philosophe ?

Si vous posez la question à un professeur de la vieille école, il vous répondra qu'il faut lire Platon et Aristote, Kant et Hegel, ainsi que d'autres sommités de moindre calibre — Descartes, Spinoza et Leibniz —, sans oublier, à titre de mise en garde, Locke, Berkeley et Hume. Si vous suivez son conseil, vous serez en mesure de réussir des examens dans cette matière qui, à l'université, passe pour la « philosophie ». Vous aurez acquis, au pris d'efforts considérables, de vastes connaissances sur ce que pensaient ces grands hommes sur divers sujets. Mais à moins de laisser votre intelligence s'endormir pendant que vous lisez les « grands » philosophes, vous saurez que vous n'avez toujours pas découvert ce que vous devez penser vous-même sur des questions philosophiques. Il vous semblera évident que bien des choses que ces grands hommes ont dites ne sont qu'un verbiage propre à un climat intellectuel pré-scientifique. Leurs propos sont en partie erronés, en partie tissés de conjectures ingénieuses. Il est clair que si vous voulez résoudre vos problèmes, vous devez le faire vous-même.

On peut être amené à la philosophie par tel ou tel problème parmi tant d'autres. Prenons celui que nous évoquions plus haut : sommes-nous en mesure de connaître quoi que ce soit de ce qu'est le monde, par opposition à ce qu'il semble être ?

Considérons d'abord comment ce problème se pose. Nous voyons les choses avec nos yeux et nous nous imaginons, avant d'y réfléchir, que c'est ainsi que les choses sont. Mais les animaux, eux, voient les choses de façon différente : ils sont incapables d'appréhender les images — bien que peut-être, si nous savions comment, nous pourrions créer des images qu'ils seraient en mesure d'appréhender, et nous, non. Les mouches ont des yeux fort curieux, qui doivent faire en sorte que le monde leur apparaît très différent qu'il nous apparaît à nous. Tout ce que nous voyons et que nous entendons, pour prendre un autre exemple, nous semble se produire en ce moment même, pourtant nous savons que la lumière et le son mettent un certain temps à se propager : le tonnerre, comme phénomène physique, se produit au même moment que l'éclair bien que nous l'entendions quelques instants après avoir vu celui-ci. Quand on voit le soleil se coucher, il s'est « réellement » couché huit minutes auparavant. Quand une nouvelle étoile apparaît, comme cela arrive parfois, le phénomène que vous voyez maintenant peut s'être produit il y a des milliers d'années. Autre chose encore : les physiciens s'accordent à reconnaître que les couleurs, telles que nous en faisons l'expérience, n'existent que dans notre perception : ce qui, dans le monde extérieur, correspond à la couleur dans notre perception, ce sont des ondes de déformation, ce qui est quelque chose de très différent. Le monde du physicien n'a que certains points en commun avec celui des sens. Le monde des sens, si l'on suppose qu'il existe à l'extérieur de nous, est en grande partie une illusion.

Qu'est-ce que vous diriez si vous vouliez aborder cette difficulté en vous écartant le moins possible du sens commun ? Vous observeriez, tout comme le physicien, qu'après tout, nous vivons tous dans un monde qui nous est commun. Il se peut que les mouches aient des sens singuliers, mais elles n'en viennent pas moins s'agglutiner sur le pot à miel. En un certain sens, bon nombre de gens et d'animaux peuvent percevoir le même phénomène, même s'ils le perçoivent de façon différente. Ces différences doivent être subjectives ; quant à ce qui est commun à l'ensemble des perceptions, il se peut que cela soit le propre du phénomène lui-même, indépendamment de notre système perceptuel. Voilà grosso modo ce que le physicien suppose, et cela semble être une hypothèse raisonnable. On ne peut pas la considérer comme certaine, car il y a d'autres hypothèses qui rendraient compte de tous les faits connus. Mais elle a le mérite de ne pas pouvoir être réfutée et de ne pas pouvoir mener à des conséquences manifestement fausses, tout en étant aussi proche de nos croyances naïves que peut l'être une hypothèse qui n'est pas réfutable.

Si vous voulez venir à bout de ce problème, vous n'en resterez pas là. Vous allez essayer de trouver une méthode permettant de formuler toutes les hypothèses qui sont compatibles avec tous les faits contrôlables. Celles-ci doivent toutes concorder avec leurs conséquences vérifiables et par conséquent, à toutes fins pratiques, il est absolument indifférent que vous adoptiez l'une plutôt que l'autre. Si vous réussissez à vous rendre jusque là, vous avez fait tout ce qu'il est possible de faire puisque, bien que vous ne soyez pas parvenu à une théorie qui est *nécessairement* vraie, vous avez prouvé que c'est là quelque chose d'impossible et vous avez formulé toutes les théories qui *peuvent* être vraies. On ne saurait demander davantage du philosophe.

Prenons un autre problème philosophique, celui du rapport entre l'âme et le corps ou, de manière plus générale, entre l'esprit et la matière. Le sens commun en est venu à considérer ce dualisme comme allant de soi : nous estimons tous qu'il est évident que nous avons un corps et que nous avons un esprit. Toutefois, les philosophes n'aiment pas le dualisme : certains cherchent à l'éviter en disant que le corps est un fantôme engendré par l'esprit — on les appelle des « idéalistes » — tandis que d'autres disent que l'esprit n'est rien d'autre qu'une façon qu'a le corps de se comporter — on appelle ces derniers des « matérialistes ». Or la distinction entre l'âme et le corps n'a pas toujours existé : elle s'est opérée principalement dans l'intérêt de la religion. On la trouve d'abord chez Platon, qui soutenait que l'âme est immortelle, mais pas le corps. Elle fut reprise et approfondie vers la fin de l'Antiquité, d'abord par les néo-platoniciens, puis par les chrétiens. C'est dans les écrits de saint Augustin qu'elle est pleinement élaborée. Il est remarquable qu'une théorie ayant une origine aussi purement philosophique et théologique ait pénétré si profondément dans la pensée des hommes et des femmes ordinaires, à tel point qu'elle a fini par sembler d'une évidence quasi manifeste. Je crois toutefois que notre aspirant philosophe trouvera profit à revoir l'ensemble de la question et que, ce faisant, il se rendra compte que cette distinction est beaucoup moins limpide qu'on ne le suppose généralement.

À première vue, il peut sembler clair que, quand je pense, il se passe quelque chose dans mon esprit, tandis que, quand mon bras bouge, il se passe quelque chose dans mon corps. Mais qu'est-ce que j'entends par « penser » ? Et qu'est-ce que j'entends par « mon bras bouge » ? Rien de cela n'est évident.

Prenons d'abord le fait de « penser ». Je ressens du plaisir et de la douleur, je vois, j'entends et je touche des choses, je me souviens, j'éprouve des désirs et je prends des décisions : ce sont tous là des événements « mentaux » que l'on peut désigner par le mot « penser », pris dans son sens large. Il ne fait aucun doute que de tels événements se produisent, et par conséquent cela nous autorise à dire qu'il y a de la pensée. En revanche, cela ne nous autorise pas à dire aussi, comme le fait Descartes, qu'il y a une *chose* qui pense et que cette chose, c'est mon esprit. Supposer que les pensées aient besoin d'un penseur, c'est se laisser égarer par la grammaire (ou plutôt la syntaxe). Les pensées peuvent être perçues, mais pas le penseur, qui n'est qu'un inutile fardeau métaphysique.

Et qu'en est-il du mouvement de mon bras ? Jusqu'à ce que nous examinions la question, nous nous imaginons tous que nous savons ce qu'est un « mouvement » et que nous pouvons voir notre bras bouger. Le mouvement est un phénomène physique et c'est à la physique que nous devons nous adresser pour découvrir ce que c'est. Or la physique nous raconte une histoire incroyablement compliquée selon laquelle, bien qu'il y ait changement, le mouvement en tant que tel n'existe pas puisque le mouvement suppose une « chose » qui se déplace et qu'en physique quantique, les « choses » ont disparu. À la place, on trouve des chaînes d'événements reliés entre eux de diverses manières ; l'une de ces chaînes d'événements constitue ce que l'on pense à tort être une « chose ». Pour ce qui est du bras du point de vue de la physique, nous en sommes réduits à certaines lois mathématiques abstraites ; en fait, nous savons si peu de choses que nous ne pouvons dire si les événements dont il se compose ressemblent ou non à des pensées. C'est pourquoi tout ce que nous pouvons dire, c'est qu'il n'y a pas deux « choses », mon esprit et ma pensée, mais d'une part une série d'événements que l'on nomme « pensées », qui sont de nature telle que les derniers peuvent se rappeler ceux qui les ont précédés, et d'autre part, si la physique ne se trompe pas, une série d'événements qui constitue ce que l'on pense communément être mon bras, sans qu'il soit possible de savoir si les événements dans la série physique ressemblent à des pensées ou non.

Je ne veux pas laisser entendre que j'ai la certitude d'avoir raison ; je dis simplement que ce que j'avance me semble probable. De toute façon, il est clair qu'on ne saurait discuter utilement de la question de « l'esprit » et de « la matière » en termes traditionnels, mais seulement en des termes qui en font un problème tout différent. Il serait de toute évidence futile de débattre de l'immortalité de l'âme sans avoir la moindre idée de ce que nous voulons dire par « âme ». C'est ainsi que des questions plutôt arides s'avèrent des préliminaires nécessaires à la discussion de sujets propres à soulever les passions.

Mais vous me direz peut-être : je voulais devenir philosophe parce que je croyais que les philosophes savaient ce qu'était le but de l'existence et sauraient m'apprendre la meilleure façon de vivre ; or, jusqu'à présent, vous ne m'avez été d'aucun secours en ce sens. La philosophie n'a-t-elle donc rien à dire à ce propos ?

Cette question mérite réponse, mais on ne saurait y répondre en un mot. Historiquement, la philosophie se situe à mi-chemin entre la science et la religion ; pour les Grecs, elle était une « manière de vivre », mais une manière de vivre très largement centrée sur la poursuite de la connaissance. Certains philosophes ont mis l'accent sur les aspects religieux, d'autres sur les aspects scientifiques, mais chacun de ces deux versants de la philosophie a toujours été présent dans une plus ou moins large mesure. Un philosophe complet aura une certaine conception des fins auxquelles il convient de consacrer sa vie et il aura donc, en ce sens, un côté « religieux », mais il aura aussi un côté scientifique parce qu'il croit que la poursuite de la connaissance est un élément essentiel de la vie idéale et qu'il croit également que la connaissance est nécessaire pour atteindre la plupart des choses auxquelles il tient. Sa vie morale et sa vie intellectuelle sont donc étroitement entrelacées.

Il faut que le philosophe pense en termes généraux, car les problèmes auxquels il se consacre sont d'ordre général ; il faut aussi qu'il pense de manière impartiale parce qu'il sait que c'est la seule façon d'atteindre la vérité. La généralité et l'impartialité sur le plan de la pensée se retrouvent au plan des objectifs : ses objectifs fondamentaux, s'il est un vrai philosophe, seront des objectifs d'envergure qui intéressent l'ensemble de l'humanité. Il n'aura pas l'esprit de clocher, ni dans le temps ni dans l'espace : il gardera présents à l'esprit les gens d'autres contrées et d'autres âges. En effet, la justice, dans les questions pratiques, est étroitement associée à la généralité dans les questions intellectuelles. Si vous prenez l'habitude de penser à la race humaine, vous trouverez de plus en plus difficile de limiter votre bienveillance à un segment de celle-ci. Les stoïques ont poussé ce principe jusqu'à condamner les affections personnelles, ce en quoi ils se trompaient, car si vous n'aimez personne en particulier, votre amour de l'humanité restera froid et abstrait. En revanche, si, en lisant le récit de cruautés, vous imaginez qu'on les inflige à votre femme, à votre enfant ou à votre ami, elles vous inspireront une horreur que ne saurait jamais éprouver quelqu'un qui aimerait tous les êtres humains de façon égale. Le philosophe n'a pas à être moins attaché à ses amis et à son pays que les autres hommes, mais il doit apprendre, en imagination, à généraliser ces sentiments et à accorder aux amis et aux pays des autres une valeur égale à celle qu'il accorde lui-même aux objets de son affection.

La contemplation de distances immenses et de vastes durées à laquelle le philosophe doit s'accoutumer a la capacité de produire un certain effet de purification sur les émotions. Quelques-unes des choses qui ont tendance à nous agiter semblent de bien peu d'importance à l'échelle de l'univers stellaire ; d'autres, bien qu'elles puissent paraître moins importantes que nous ne l'avons d'abord cru, ne semblent pas indignes de notre attention. Les actions de l'Homme n'ont plus cette signification cosmique qu'on leur attribuait à l'époque de l'astronomie ptolémaïque, mais elles restent tout ce qu'il nous est donné de connaître du Bien et du Mal. Il est quelque peu ridicule de rechercher, à l'instar d'Osymandias, roi des rois, la grandeur personnelle si l'on considère que le pouvoir ou la gloire que peut atteindre un être humain est tellement microscopique que cela ne vaut guère même le plus petit effort. En revanche, les buts impersonnels, comme d'essayer de comprendre le monde autant qu'il est possible, de créer du beau ou de contribuer au bonheur humain, ne semblent pas risibles, car c'est ce que nous pouvons faire de mieux. Il est ainsi possible de retirer de la prise de conscience de notre manque d'importance une certaine forme de paix, en sorte qu'il peut devenir moins difficile de profiter de la bonne fortune sans s'en glorifier et de supporter la mauvaise sans désespérer.

II

L’Art de l’inférence

On peut définir la logique comme l’art de faire des inférences. Tout le monde fait des inférences ; en un sens important, on peut dire que même les animaux en font. Toutefois, la plupart des gens tirent des inférences hasardeuses et hâtives dont l’expérience vient par la suite démontrer le caractère erroné. Ce genre d’inférences douteuses est précisément ce que la logique cherche à éviter ; elle est analogue à ce qu’on appelle, dans le domaine du droit, les règles de la preuve. L’inférence est souvent incapable de donner une certitude, mais elle peut fournir un degré de probabilité suffisamment élevé pour servir d’assise à l’action d’une personne raisonnable. Les règles de l’inférence *probable* constituent la partie de la logique la plus difficile, mais aussi la plus utile.

C’est Aristote qui a pratiquement inventé la logique. Son autorité dans ce domaine est restée incontestée pendant près de deux mille ans. Encore aujourd’hui, les enseignants des établissements scolaires catholiques ne sont pas autorisés à admettre que sa logique a des défauts ; le non-catholique qui en fait la critique s’expose à l’hostilité farouche de l’Église Catholique Romaine. Je m’y étais risqué un jour à la radio et les organisateurs qui m’avaient invité furent submergés de plaintes contre la diffusion d’une telle hérésie. Toutefois, le respect immodéré dont jouit Aristote n’est pas le seul fait des établissements catholiques. En effet, dans la plupart des universités, on continue d’enseigner aux débutants la doctrine du syllogisme qui, en plus d’être inutile et compliquée, fait obstacle à la bonne compréhension de la logique. Si vous voulez devenir logicien, il y a un conseil sur lequel je ne saurais trop insister et qui est le suivant : n’apprenez PAS la logique formelle classique. Celle-ci constituait, à l’époque d’Aristote, un effort louable, mais c’était aussi le cas de l’astronomie ptolémaïque : enseigner, de nos jours, l’une ou l’autre, c’est faire preuve d’un passéisme ridicule.

Il y a deux sortes de logique : la *déductive* et l’*inductive*. Une inférence déductive, si elle est logiquement valide, donne à la conclusion autant de certitude qu’en ont les prémisses, tandis qu’une inférence inductive, même si elle se conforme aux lois de la logique, conduit à une conclusion qui n’est que probable, même si l’on juge les prémisses certaines.

La logique déductive est utile lorsqu’on connaît les prémisses générales et aussi lorsqu’on suppose leurs conséquences conformes à l’expérience. Le meilleur exemple de logique déductive, ce sont les mathématiques pures. En mathématiques pures, on part de principes généraux pour en tirer des inférences. Ainsi, chaque fois que vous faites vos comptes, vous vous servez de la déduction : les règles de l’arithmétique étant tenues pour incontestables, vous les appliquez aux chiffres particuliers qui représentent vos dépenses. Les mathématiques pures constituent un vaste domaine du savoir dont même les plus grands mathématiciens ne connaissent qu’une parcelle. Une bonne partie des mathématiques pures sont d’une grande utilité pratique pour la navigation, le génie, la guerre et de nombreuses branches de l’industrie moderne. Mais lorsqu’on s’en sert à des fins pratiques, il faut toujours les combiner à d’autres prémisses que l’on a obtenues au moyen de l’induction. Tant qu’elles restent pures, les mathématiques sont un jeu au même titre que la résolution de problèmes d’échecs ; elles diffèrent de jeux de ce genre par le fait qu’elles ont des applications.

Les mathématiques ne sont pas le seul exemple de logique déductive, bien qu'elles en soient l'exemple le plus important. Le droit en est un autre. Je ne veux pas dire la législation, où la question est de savoir ce que la loi devrait être, mais plutôt ce dont s'occupent les tribunaux et qui concerne ce qu'elle est effectivement. Les lois, telles qu'elles sont édictées, posent des principes généraux et les tribunaux doivent les appliquer à des circonstances particulières. Parfois la logique est simple : les assassins doivent subir la peine de mort ; cet homme est un assassin ; par conséquent, cet homme doit subir la peine de mort. Mais dans les affaires plus compliquées, comme celles de grande escroquerie financière, il peut s'avérer fort difficile de tirer des lois existantes les inférences déductives nécessaires, et si l'escroc a suffisamment d'ingéniosité, il arrive qu'il n'existe pas de lois qui s'appliquent à son cas.

Une autre démarche déductive est celle de la théologie. Du point de vue logique, elle ressemble beaucoup au droit : ce que les textes de loi sont au juriste, les Écritures le sont au théologien. Il est parfois étonnant de voir les résultats que donne la déduction pure dans ce domaine. Ainsi, saint Augustin déduisait de l'épître de saint Paul aux Romains que les enfants non baptisés allaient en enfer et que ce n'était pas la vertu qui ouvrait l'accès au paradis. Le raisonnement est valable et je crois que les conclusions sont implicites dans ce que dit saint Paul, mais je doute que l'apôtre ait eu conscience des implications de ce qu'il écrivait. S'il l'avait été, peut-être se serait-il prémuni contre elles.

Les raisonnements des juristes et des théologiens, bien qu'ils soient essentiellement déductifs, sont rarement présentés sous une forme strictement logique et introduisent généralement des considérations empiriques au-delà de leurs prémisses générales. Poussé à ses limites, tout raisonnement purement déductif relève des mathématiques pures. En fait, il n'y a pas de distinction entre les mathématiques pures et la logique déductive.

Je ne veux pas dire que tous les raisonnements déductifs relèvent des mathématiques pures. Ce ne serait pas vrai parce que ce à quoi s'applique le raisonnement peut se situer en dehors des mathématiques pures. Prenons le syllogisme classique : « Tous les hommes sont mortels ; or Socrate est un homme ; donc Socrate est mortel. » Ici, « Socrate », « homme » et « mortel » nous sont connus par l'expérience tangible ; ils n'ont pas l'universalité que demandent la logique et les mathématiques. Le principe purement logique correspondant s'énonce ainsi : « Quels que soient A, B et C, si tout A est B et si C est un A, alors C est un B ». De même, « Deux pommes et deux pommes font quatre pommes » n'est pas une proposition de l'arithmétique, car elle demande que l'on sache ce qu'est une pomme. Elle est déduite de la proposition arithmétique que 2 et 2 font 4. Seuls les énoncés tout à fait généraux de ce genre relèvent de la logique et des mathématiques, et si l'on s'en tient à de tels énoncés généraux, on voit qu'il n'y a aucune différence entre les mathématiques et la logique déductive. Elles ne forment qu'une seule et même discipline : la logique déductive, telle qu'on la comprend d'ordinaire, n'a fait que précéder les mathématiques pures, telles qu'on les comprend d'ordinaire.

Que peut-on apprendre au moyen de la déduction ? Si vous êtes suffisamment doué, il se peut que vous n'appreniez rien. Empruntons un exemple à l'arithmétique. Dès que vous savez la table de multiplication, vous êtes à même de multiplier deux nombres, disons 24657 et 35746 : vous appliquez les règles et vous faites le calcul. Mais si vous étiez un un as du calcul mental, vous « verriez » les réponses, de même que vous « voyez » que deux et deux font quatre. En réalité, cependant, même les as du calcul ne peuvent pas « voir » la réponse quand l'opération dépasse un certain niveau de difficulté. En pratique, dès que le raisonnement est le moindrement compliqué, on ne peut arriver à la conclusion qu'au moyen du processus de déduction. Il reste vrai que tout ce que donne la déduction est déjà, en un sens, contenu dans les prémisses, mais on ne découvre ce qui est contenu dans les prémisses qu’au moyen du processus de calcul.

L’utilité de la logique déductive est très importante, mais elle est strictement limitée. Elle ne peut pas vous dire ce qu’il faut croire, mais seulement que, si vous croyez A, vous devez croire B. *Si* vous croyez à la loi de la gravitation, vous devez croire ce que les astronomes vous disent au sujet des mouvements des planètes. *Si* vous croyez que tous les êtres humains sont égaux, vous devez être contre l’esclavage et en faveur du vote des femmes. (Il aura fallu un siècle pour qu’on fasse cette déduction particulière.) *Si* vous croyez que toute la Bible est vraie, vous devez croire que le lièvre rumine. La déduction vous dit ce qui découle de vos prémisses, mais elle ne vous dit pas si vos prémisses sont vraies.

Elle peut toutefois vous permettre de savoir si vos prémisses sont *fausses*. Il peut arriver que les conséquences de vos prémisses puissent être invalidées, et, dans ce cas, vos prémisses doivent être plus ou moins fausses. Ainsi, l’évêque Colenso, cherchant à convertir les Zoulous, traduisit la Bible en leur langue. Ils entreprirent de la lire sans idée préconçue, mais quand ils en vinrent au passage où il est dit que le lièvre rumine, ils lui firent observer que ce n’était pas le cas. L’évêque était un homme au savoir livresque, qui n’était guère au fait des habitudes des lièvres, mais à l’instigation des Zoulous, il observa un lièvre et se rendit compte qu’ils avaient raison. Cette découverte fit naître en lui des « doutes », ce qui poussa les autorités à le priver de son salaire.

Quand une théorie scientifique est avancée, on en déduit des conséquences susceptibles d’être observées, et si l’une quelconque d’entre elles se révèle fausse, la théorie doit être abandonnée. Il arrive qu’une théorie s’avère contradictoire en ce sens que, les prémisses étant tenues pour vraies, un raisonnement déductif viendra prouver qu’elles sont fausses, ce qui constitue la *reductio ad absurdum.* C’est ainsi que la déduction est souvent utile à la réfutation.

La déduction joue un rôle plus positif dans le processus de l’induction, où elle contribue à prouver des théories probablement vraies. Mais je m’étendrai davantage sur ce sujet par la suite.

Pour Aristote et les scolastiques, la logique était syllogistique. Un syllogisme est un raisonnement qui comporte deux prémisses, dont l’une au moins doit être générale, et une conclusion qui en découle. Il relève des relations de classes : soit deux classes A et B, A peut être inclus dans B, A peut être entièrement en dehors de B, A et B peuvent se chevaucher, ou une partie de A peut être en dehors de B. Le syllogisme déduit une relation entre A et C des relations entre A et B et entre B et C. Par exemple : si A est inclus dans B et que B est en dehors de C, alors A est en dehors de C ; si une partie de A est incluse dans B et que B est tout entier inclus dans C, alors une partie de A est incluse dans C ; et ainsi de suite. Cependant, il y a bon nombre de raisonnements déductifs qui ne sont pas de ce type ; en fait, les mathématiques, qui sont déductives, contiennent rarement des syllogismes, chose que les logiciens traditionnels n’ont jamais remarquée. Ils n’ont pas non plus remarqué qu’il existe des genres de déduction plus simples que le syllogisme — sauf dans le cas de ce que l’on appelle les « inférences immédiates », du genre « Si Jean est le père de Jacques, alors Jacques est le fils de Jean ». La théorie moderne de la déduction ne parvient aux relations de classes qu’après bien des choses qui sont logiquement plus simples. Il faut toutefois noter que ce qui est plus simple logiquement n’est pas du tout la même chose que ce que le débutant trouve le plus facile.

J’en viens maintenant à la logique inductive, qui est plus utile que la déductive, mais qui soulève des difficultés beaucoup plus grandes. En fait, il y a dans la philosophie de l’induction des problèmes qui n’ont toujours pas été résolus et qui lui donnent un petit parfum de scandale depuis l’époque de Hume. Personne ne doute que la technique fonctionne, mais le difficile est de comprendre *pourquoi* elle fonctionne.

L'induction prend sa source, psychologiquement parlant, dans une propension animale. En effet, l'animal qui a eu l'expérience de choses se déroulant d'une manière particulière va se comporter comme s'il s'attendait à ce qu'elles se reproduisent de la même manière la fois suivante. Si on fait suivre très souvent un chemin particulier à un cheval, il empruntera automatiquement ce chemin si vous le laissez à lui-même ; il peut même devenir très difficile de lui faire prendre une autre route. En cela, le cheval est différent d'une automobile puisque celle-ci ne saura jamais quelle route vous avez l'habitude de prendre. Les animaux domestiques en viennent à connaître l'heure de leur repas et à attendre de la personne qui les nourrit habituellement qu'elle leur apporte à manger. Naturellement, ce genre de choses n'est pas une croyance que l'animal peut formuler, mais une simple habitude de comportement. Cependant, si l'on pouvait apprendre à l'animal à parler, il exprimerait ses habitudes en ces termes : « Bien sûr qu'Untel va me donner à manger : il le fait toujours. » Il arrive qu'un sauvage encore naïf dise ce genre de choses, tout comme les enfants d'ailleurs.

Bon nombre de nos croyances ordinaires, bien qu'elles puissent parfois être validées par la science, sont en fait simplement fondées sur cette loi de l'habitude animale. On présume que le soleil va se lever demain, parce que c'est ce qu'il a toujours fait. Quand on est sur le point de croquer dans une pomme, on s'attend à ce qu'elle ait un goût de pomme, et non de bifteck, parce que c'est ce goût-là que les pommes ont toujours eu. Si vous voyez la moitié d'un cheval venir vers vous au détour d'une rue, vous présumez que la seconde moitié est aussi celle d'un cheval, et non d'une vache, parce que vous n'avez jamais vu un animal dont la partie antérieure ressemblait à un cheval et la partie postérieure à une vache. Ces anticipations ne sont pas d'ordre intellectuel : vous ne commencez pas par examiner vos données afin d'en venir à une conclusion. Si, en tombant, vous vous attendez à subir un choc, vous ne vous livrez pas à un raisonnement sur l'impact des corps solides avec le sol dur : votre anticipation, bien qu'elle ait pu être *causée* par des chocs antérieurs, n'est pas, en quelque sens logique que ce soit, *inférée* de ceux-ci. Il semble que l'expérience ait la capacité d'être stockée dans le corps même et de donner naissance à des anticipations d'ordre physiologique plutôt que mental. Dans le cas sus-mentionné où vous voyez la moitié d'un cheval, vous n'avez probablement aucune anticipation consciente en ce qui concerne l'autre moitié, mais si cette seconde moitié se révélait être une vache, vous en seriez stupéfié, ce qui montrerait bien que l'anticipation était effectivement présente, même si c'était au niveau du subconscient.

La logique inductive est une tentative pour justifier cette propension animale, pour autant qu'elle puisse être justifiée. Elle ne peut pas l'être complètement, car après tout, il se produit parfois des choses surprenantes. Ainsi, il arrive qu'un poulet ait été nourri par un certain homme toute sa vie et qu'il s'habitue à compter sur lui en toute confiance pour lui apporter son grain ; mais un jour, à la place, l'homme vient lui tordre le cou. Il eût été préférable pour le poulet que ses inférences inductives fussent moins rudimentaires. La logique inductive vise à vous informer des types d'inférences inductives qui sont le moins susceptibles de vous amener à subir la tragique déception du poulet. Il semble que, même dans le meilleur des cas, on ne puisse jamais être *certain* qu'une inférence inductive s'avérera juste, mais il existe des façons de diminuer indéfiniment la probabilité d'erreur jusqu'à ce qu'on atteigne un point où tout homme raisonnable jugerait la conclusion suffisamment solide pour passer à l'action. On pourrait dire que la théorie de l'induction tout entière est négative. Le sauvage fait des inductions totalement irréfléchies ; les civilisés qui n'ont pas appris la méthode scientifique sont eux aussi enclins à l'imprudence ; mais celui qui a appris la logique inductive ne s'autorise à faire qu'un tout petit nombre des inductions pour lesquels il ressent une propension animale. La question de savoir pourquoi il se permet encore celles-ci reste obscure ; en revanche, les raisons qu'il a de s'abstenir des autres sont assez claires.

La forme d'induction la plus élémentaire est « l'énumération simple ». Elle consiste en ceci : dans tous les cas dont j'ai eu connaissance, A a toujours été suivi (ou accompagné) de B ; par conséquent, le prochain A que je trouve sur mon chemin sera probablement suivi (ou accompagné) de B et, avec un degré de probabilité légèrement moindre, A sera toujours suivi (ou accompagné) de B. Notre corps, comme celui des animaux, est ainsi fait que, à moins de nous retenir consciemment, nous agissons comme si nous croyions à la validité de l'induction par énumération simple, mais, comme nous l'avons vu, il arrive que les actions de ce genre nous égarent. Le jour a toujours succédé à la nuit, aussi présumons-nous naturellement qu'il en ira toujours ainsi, mais certains astronomes disent qu'à la longue le frottement des marées amènera la Terre à toujours présenter la même face au Soleil et qu'alors le jour cessera de succéder à la nuit. Il y avait jadis un philosophe stoïque qui fut invité à dîner avec Ptolémée, le roi d'Égypte. Le roi, par plaisanterie, lui offrit une grenade en cire dans laquelle le philosophe s'empressa de mordre à belles dents. Il s'était laissé aller à la croyance inductive générale d'après laquelle ce qui ressemble à une grenade a le goût d'une grenade. Si vous donnez à un sauvage une boîte contenant un gyrostat, il croira qu'elle est ensorcelée parce qu'il n'arrivera pas à la faire tourner : la magie et la sorcellerie sont des explications commodes lorsqu'on s'aperçoit que l'on a tiré des inductions erronées.

Si, en fin de compte, nous ne pouvons pas échapper à l'induction par énumération simple, il nous est en revanche possible de l'étayer considérablement par des lois générales. De cette manière, tout devient observation à l'appui d'une généralisation beaucoup plus vaste que celle qui a initialement donné lieu à notre croyance inductive. Cette généralisation élargie peut nous permettre de reconnaître les limites de la généralisation initiale et peut aussi nous indiquer la présence de régularités là où il ne semblait pas y en avoir à première vue. Prenez, par exemple, la croyance selon laquelle le soleil se lèvera demain. Chez l'homme primitif, cette croyance n'a aucun fondement logique, mais elle a des causes : ces causes sont l'expérience qu'il a lui-même de voir le jour succéder à la nuit et le témoignage de ses aînés lui disant qu'il en a toujours été ainsi, aussi loin que l'on remonte dans la mémoire et la tradition. La réflexion transforme ces causes en raisons, mais la science fournit de nouvelles raisons qui sont beaucoup plus sûres : le soleil se lève parce que la terre tourne, les lois qui régissent la rotation terrestre sont les lois de la dynamique et les lois de la dynamique sont confirmées par toutes les observations des phénomènes pertinents, sur terre ou dans le ciel. Ainsi ces lois, en raison de leur grande généralité, sont confirmées par beaucoup plus de cas qu'il n'y a de levers de soleil. Mais ces lois elles-mêmes sont encore acceptées sur la base de l'énumération simple. Le seul gain essentiel, c'est que les cas énumérés sont beaucoup plus nombreux que dans les généralisations de moindre ampleur d'où nous sommes partis.

Le processus que nous avons examiné repose sur la découverte de lois générales ; or, on ne peut pas découvrir de lois générales si elles n'existent pas. On pourrait imaginer un univers sans lois générales, ou du moins, sans lois qui soient suffisamment simples pour que nous puissions les découvrir. De toute évidence, nous ne serions pas capables de survivre dans un tel univers. Les animaux se fient à la loi générale : « Ce qui sent bon est bon à manger. » Cette loi comporte des exceptions et c'est ce qui nous permet d'empoisonner les rats et les fourmis. Cependant, si ces exceptions n'étaient pas exceptionnelles, les animaux seraient incapables de décider quoi manger car, s'ils se décidaient de toute façon, ils s'empoisonneraient très souvent. Pour notre part, à l'aide du microscope, nous sommes parvenus à de meilleures lois générales et nous avons appris à ne pas consommer du lait qui sent bon mais qui provient de vaches tuberculeuses. En revanche, s’il n’y avait pas de lois générales, il pourrait arriver demain que du lait qui ne provient pas de vaches tuberculeuses nous rende malades. S’il n’y avait pas de lois générales, il serait impossible de savoir ce qu’il faut faire.

Il est vrai qu’à toutes fins pratiques, nous pouvons nous débrouiller avec des lois générales qui sont *habituellement* vraies ; ce que nous mangeons nous empoisonnerait *parfois*, mais c’est ce qui se passe déjà de toute façon. Dans les faits, la science affirme avoir trouvé des lois générales qui sont *toujours* vraies et il n’y a aucune raison de douter qu’il existe de telles lois, qu’elles soient ou non exactement les mêmes que celles auxquelles la science croit actuellement. La méthode scientifique est essentiellement une méthode pour découvrir des lois. En supposant donc qu’il existe des lois générales, voyons comment il faut s’y prendre pour les découvrir.

Notre principe de l’énumération simple faisait état du cas où un fait quelconque A est toujours suivi ou accompagné d’un fait B d’une autre sorte. Ce phénomène, en soi, ne constitue pas toujours une base très solide pour une induction. Ainsi, en Chine, les gens sans instruction croient que la cause d’une éclipse de lune, c’est que le Chien Céleste essaie de la manger. Aussi, quand survient une éclipse de lune, sortent-ils de chez eux et se mettent-ils à taper énergiquement sur des gongs afin de faire fuir le dangereux animal céleste. Un jour, à Changsha, j’ai assisté à une éclipse de lune et j’ai ainsi pu entendre le vacarme assourdissant des gongs. Effectivement, peu de temps après, l’éclipse a pris fin, et c’est ce même phénomène qui se reproduit en Chine depuis la nuit des temps. Pourquoi ne faudrait-il donc pas croire que les gongs permettent de mettre fin à l’éclipse ? Bien sûr, nous disposons de témoignages d’observations d’éclipses qui n’étaient pas visibles en Chine, mais c’est là un simple effet de hasard ; si la superstition chinoise était universelle, ces témoignages n’existeraient pas.

Les preuves à l’appui d’une loi générale sont meilleures quand A et B sont des quantités mesurables et que l’on trouve qu’il y a plus de B quand il y a plus de A. Plus la température du feu est élevée, plus l’eau bout vite. C’est ce qu’on appelle le principe des « variations concomitantes ». Beaucoup de gens qui se targuent de prévoir le temps pensent que celui-ci change selon les phases de la lune, mais une étude minutieuse fait bien voir que ce n’est pas le cas. En revanche, il est exact que les marées changent avec la lune : les grandes marées ont lieu juste après la nouvelle lune et la pleine lune, les marées de morte-eau juste après le premier et le troisième quartier. Il y a donc clairement une loi qui relie la lune et les marées.

Ou encore, prenons la loi selon laquelle un corps se dilate à mesure que la température monte. Qu’est-ce que cette loi veut vraiment dire ? L’idée que nous nous faisons de la température, en termes non-scientifiques, c’est qu’elle est ce qui nous fait avoir froid ou chaud, mais cela n’est vrai que de façon approximative. En effet, une journée sans vent où il fait 21° semble plus chaude qu’une journée venteuse où il fait 27°. Nous définissons donc la température d’après le thermomètre et non d’après ce que nous ressentons. Puis, nous découvrons que tous les corps, sauf l’eau lorsqu’elle est près du point de congélation, occupent plus d’espace à une température élevée qu’à basse température. Quand de nombreuses expériences ont confirmé ce phénomène, nous ne pouvons pas le considérer comme étant une coïncidence fortuite et nous nous permettons de croire qu’il existe une loi générale à cet effet.

Le cas qui a fait la plus forte impression sur le monde scientifique a été la loi de la gravitation. Newton fit la découverte que toutes les planètes ont, à chaque instant, une accélération dirigée vers le soleil qui, pour chacune d’elles, varie selon le carré de la distance qui la sépare du soleil. Une loi de ce genre réunit non seulement les données effectivement recueillies par le passé, mais un nombre infini de données potentielles à venir. Si toutes ces données se conforment à ce que la loi nous a amenés à attendre, nous ne tardons pas à nous convaincre que la loi doit être juste, du moins en tenant compte des erreurs d’observation.

L’induction est liée à la probabilité, non seulement en ce sens que la conclusion d’une inférence inductive n’est jamais davantage que probable, mais d’autres manières également. Par exemple, si une hypothèse qui concorde avec tous les faits connus vous amène à prédire quelque chose qui semble fort peu probable et que cette prédiction se réalise, il en résulte que la probabilité que votre hypothèse était vraie semble maintenant très élevée. Supposons que je veuille asseoir ma crédibilité en tant que prophète de la météo. Si je dis au mois de juillet « Demain, il va y avoir un orage » et qu’il y en ait un, mes amis pourront dire que ce n’était qu’un coup de chance ; mais si au mois de janvier, je dis « Demain, il va y avoir un orage accompagné d’une grosse chute de neige » et qu’il y en ait un, cela les impressionnera davantage. Si je dis « Demain, Hitler va faire un discours grandiloquent » et que ma prophétie se réalise, personne n’en sera autrement surpris ; mais si je dis « Demain Hitler va abandonner son poste de Führer et devenir moine » et que cela se réalise, tout le monde sera frappé par mes capacités de prophète ou on pensera que je suis dans la confidence des nazis davantage que je ne devrais l’être. Plus votre prophétie est improbable, plus votre hypothèse se voit confirmée quand ce que vous avez prédit se réalise.

Or, dans toutes les sciences de pointe, les lois sont quantitatives et permettent de faire des prédictions exactes — du moins, aussi exactes que nos instruments de mesure sont à même de le confirmer. En revanche, toute prophétie quantitativement exacte sans rapport avec aucune loi scientifique aurait infiniment de chances de ne pas être vraie. Prenons un exemple. Supposons que je dise « Le prochain homme que nous croiserons pèsera entre 60 et 78 kilos », vous me direz « C’est très probable puisque c’est ce que pèsent la plupart des hommes ». Et s’il s’avère que j’avais raison, vous direz « Bon, mais vous ne risquiez pas grand-chose. » Si je dis qu’il pèsera entre 69 et 70 kilos et que c’est effectivement le cas, ce sera un peu plus remarquable. Mais supposons que je dise « Il pèsera 69, 5001 kilos » et que nous découvrions en utilisant la meilleure balance d’un laboratoire de physique qu’il s’agit bien là de son poids, vous me demanderez comment je pouvais le savoir. Or, les prédictions scientifiques sont généralement de cette sorte : elles indiquent le moment exact où une éclipse du soleil débutera et se terminera, la position exacte de Jupiter à tel ou tel moment et ainsi de suite. Si l’on pouvait prendre le terme « exact » au sens strict, ce serait tellement remarquable que c’en serait presque incroyable : même en tenant compte de la marge d’erreur des observations, c’est renversant.

La découverte de Neptune fut l’un de ces exploits qui inspirèrent au grand public un respect considérable envers les astronomes. En effet, la planète Uranus ne se comportait pas exactement comme elle l’aurait dû et deux hommes, Adams et Leverrier, attribuèrent ce comportement à la présence d’une planète inconnue dont ils calculèrent la position. Quand on chercha celle-ci dans le ciel, on la découvrit à l’endroit où ils avaient dit qu’elle se trouverait. Si cet événement fit sensation, c’est que, si ce n’avait été de leurs calculs, il aurait été tout à fait improbable qu’on découvre une nouvelle planète en quelque endroit que ce fût.

Toutefois, la prédiction en soi, pour spectaculaire qu’elle puisse être, n’est aucunement concluante. Il est fréquent que deux hypothèses complètement différentes aient les mêmes conséquences dans un vaste rayon et, dans ce cas, quand les conséquences sont confirmées, il ne nous est pas possible de choisir entre les deux hypothèses. La loi de la gravitation d’Einstein est, du point de vue philosophique et logique, très différente de celle de Newton, mais les conséquences observables sont pratiquement identiques. Dans un tel cas, il faut continuer d’être à l’affût de toute chose pour laquelle les conséquences observables des deux hypothèses seraient différentes, et si on découvre que les conséquences sont conformes à une hypothèse et non à l'autre, alors la première prend provisoirement le dessus.

L'une des choses les plus importantes et les plus difficiles en ce qui concerne la méthode inductive est la recherche d'analogies fructueuses et le problème connexe de la décomposition d'un phénomène complexe en éléments susceptibles d'être étudiés séparément. L'analogie fructueuse est une analogie qui fait apparaître une similitude des causes et le chercheur doit commencer par faire des conjectures sur la cause. Si les tremblements de terre sont dus à la colère divine, alors les phénomènes analogues sont les pestes, les épidémies, les famines et les comètes. Voilà du moins ce que l'on croyait au Moyen Âge. Mais ce sont des analogies toutes différentes qui viennent à l'esprit du chercheur moderne. Je me rappelle l'anecdote suivante au sujet d'un physicien qui faisait un séjour à Tokyo et qui en vint ainsi à s'intéresser au phénomène des tremblements de terre. Après avoir élaboré une théorie sur le sujet, il l'appliqua aux vibrations des tôles des locomotives, lesquelles constituaient un objet de préoccupation pour les sociétés de chemins de fer. Pour prendre un autre exemple, l'analogie entre l'éclair et l'étincelle électrique est évidente à nos yeux tandis qu'au Moyen Âge, si un homme était frappé par la foudre, il semblait probable que la cause en fût les péchés qu'il avait commis. De nos jours, lorsqu'on étudie les orages, on se pose la question : « Quel état de l'atmosphère est présent au cours d'un orage et absent quand il n'y en a pas ? » Une fois que l'on a émis une conjecture pour répondre à cette question, on essaie de produire des conditions analogues à petite échelle en laboratoire ou, si cela n'est pas possible, on tente de trouver d'autres phénomènes naturels qui ressemblent à celui que l'on étudie dans ce que l'on pense en être la caractéristique essentielle. Seul le résultat peut indiquer si la conjecture que l'on a hasardée était juste.

Le but de la logique inductive est de tirer des lois générales de cas particuliers. La logique déductive fait l'inverse ; en effet, elle *part* de prémisses générales, ce qui appelle nécessairement la question suivante : comment en arrive-t-on à connaître ces prémisses ? En mathématiques pures, la réponse est que nous les connaissons parce qu'elles sont purement verbales. L'énoncé « Deux et deux font quatre » est similaire à l'énoncé « Il y a cent centimètres dans un mètre ». Il n'est pas nécessaire de vérifier cela par l'observation parce que ce n'est pas une loi de la nature, mais une décision que nous prenons d'utiliser les mots d'une certaine façon. C'est pourquoi les mathématiques pures peuvent se passer de l'observation ou de l'expérimentation.

Cependant, en dehors de la logique et des mathématiques pures, la question des prémisses générales ne peut se résoudre aussi facilement. Prenons à nouveau le syllogisme classique de la logique formelle traditionnelle : « Tous les hommes sont mortels ; or, Socrate est un homme ; donc, Socrate est mortel. » Comment sait-on que Socrate est mortel ? On le sait par induction et, comme tout ce que l'on sait par induction, on sait seulement qu'il s'agit d'un fait extrêmement probable, mais non certain. « Tous les hommes sont mortels » est un énoncé qui constitue lui-même la conclusion d'un raisonnement dont les prémisses sont les suivantes : A est mort, B est mort, C est mort et ainsi de suite. Comme tous les gens qui sont actuellement en vie ne sont pas morts, il faudra formuler les prémisses de sorte que la population existante ne constitue pas un argument qui aille à l'encontre de la conclusion. En supposant que l'on ne connaisse pas de cas d'homme ayant vécu jusqu'à 150 ans, on peut prendre comme prémisse : « A, B, C, etc. n'ont pas vécu 150 ans. » En effet, cette affirmation ne connaît aucune exception. On peut alors poursuivre en disant : « Par conséquent, tous les hommes meurent avant l'âge de 150 ans » ; ensuite, on peut en arriver à la déduction qui concerne Socrate (que l'on suppose toujours vivant). Mais ce n'est là qu'un détour ridicule. Vos prémisses, si elles rendent votre affirmation générale probable, rendent votre affirmation concernant Socrate beaucoup plus probable encore, car s’il existait quelques très rares exceptions, il est peu vraisemblable que Socrate en soit justement une, mais votre affirmation générale serait fausse. Il vaut donc mieux dire : « Dans tous les cas que l’on connaît, les hommes sont morts avant d’atteindre l’âge de 150 ans ; par conséquent c’est probablement la même chose qui va se produire dans le cas qui nous occupe. »

Toutefois, c’est là un argument par énumération simple et, comme nous l’avons vu, les raisonnements de ce genre peuvent être renforcés par la découverte de lois générales qui font de notre cas particulier un élément d’une généralisation beaucoup plus vaste. Plutôt que de nous limiter aux hommes, nous pouvons prendre en compte tous les organismes multicellulaires, qu’il s’agisse des plantes ou des animaux. Il est possible que nous puissions aller plus loin en étudiant les causes des changements dans la composition des combinaisons chimiques. Voilà pourquoi la recherche des lois générales est si importante. Ces lois augmentent notre certitude, non en remplaçant la déduction par l’induction, mais en fournissant une base plus étendue aux énumérations fondamentales sur lesquelles toutes les inductions reposent.

L’utilisation la plus importante de la déduction consiste à inférer les conséquences d’hypothèses qui doivent être testées par l’observation ou l’expérimentation. Si une hypothèse est vraie, toutes ses conséquences déductives sont vraies ; si elle est fausse, certaines de ses conséquences restent vraies, mais d’autres sont fausses. Par conséquent, si toutes les conséquences que l’on peut tester se révèlent vraies, il semble probable que l’hypothèse est vraie ou presque totalement vraie. Pour tirer les conséquences, il faut souvent recourir à des mathématiques très difficiles et c’est ce qui explique l’importance des mathématiques dans le processus de découverte de lois générales. Quand ces lois sont tenues pour acquises, les mathématiques sont importantes pour tirer les conséquences qui sont maintenant tenues pour vraies. Il est souvent essentiel en effet d’avoir de bonnes raisons d’accepter les conséquences préalablement à toute expérimentation. Par exemple, si l’on projette de construire un pont ferroviaire, personne ne veut attendre qu’un train passe dessus avant de savoir s’il est solide. Dans un tel cas, on se fie entièrement aux lois générales que l’on a inférées par induction à partir d’expériences antérieures. Il existe *un certain* risque que l’induction est erronée, mais il est bien moindre que les autres dangers auxquels la vie pratique est exposée, comme, par exemple, des pratiques frauduleuses de la part de l’entrepreneur qui doit construire le pont.

Depuis l’époque de Pythagore jusqu’à ce que la science moderne prenne son essor au XVIIe siècle, l’exemple des mathématiques a donné aux érudits une fausse idée de la manière dont s’acquiert la connaissance et de ce qui constitue le type de logique le plus utile. On pensait que la connaissance des prémisses générales était le fait de l’intuition ou d’une illumination divine ou encore de la réminiscence d’une vie antérieure. Si c’était effectivement le cas, tout ce qu’il nous faut inférer pourrait l’être par déduction. Ce n’était pas tout à fait le point de vue d’Aristote, qui faisait une place à l’induction, mais c’était, à toutes fins utiles, celui de Thomas d’Aquin. Il s’ensuivait, naturellement, que l’observation jouait un rôle tout à fait secondaire dans la poursuite de la connaissance. Aristote avait déclaré, apparemment pour des raisons d’ordre religieux, que tout ce qui se trouve dans le ciel, à moins d’être plus bas que la lune, est indestructible. Cette déclaration empêchait toute possibilité d’en arriver à une théorie correcte des météores et des nouvelles étoiles. Ceux dont les observations venaient prouver que la vieille théorie était fausse passaient pour des iconoclastes et l’on faisait fi des faits qu’ils rapportaient. Le trop d’importance que l’on accordait à la déduction, associé à la croyance à des principes généraux manifestes, fut l’une des causes de la stérilité scientifique du Moyen Âge. Naturellement, cette attitude était liée à la nature essentiellement déductive de la théologie et à la vision du monde de l’époque, toute inspirée de la religion.

Le lecteur aura remarqué au fil de notre exposé que nous parlons souvent de probabilité. C’est là ce qui caractérise la logique moderne par opposition à celle de l’Antiquité et du Moyen Âge. Le logicien moderne est conscient que toutes nos connaissances sont seulement probables à divers degrés, et non certaines et indubitables ainsi que les philosophes et les théologiens le pensaient jadis. Il ne s’inquiète pas outre mesure du fait que les inférences inductives ne donnent à leurs conclusions qu’un certain degré de probabilité, car ils ne s’attendent pas à mieux. En revanche, il s’inquiète s’il trouve des raisons de douter que l’induction soit même capable d’aboutir à une conclusion probable.

Il y a donc deux problèmes qui revêtent beaucoup plus d’importance dans la logique moderne que dans celle d’autrefois. Le premier concerne la nature de la probabilité et le second, la validité de l’induction. Je vais les présenter rapidement tour à tour.

Il y a deux types de probabilité, que l’on pourrait appeler respectivement la probabilité définie et la probabilité indéfinie. La probabilité définie est ce dont traite la théorie mathématique de la probabilité ; elle concerne des choses comme le jeu de dés ou celui de pile ou face. On trouve cette sorte de probabilité chaque fois qu’il existe un certain nombre de possibilités et qu’il n’y a pas lieu de s’attendre à ce que l’une se réalise plutôt qu’une autre. Si on lance une pièce, elle retombera nécessairement sur pile ou sur face, mais il semble qu’un côté soit tout aussi probable que l’autre. Par conséquent, la probabilité pour l’un comme pour l’autre est de 1/2. De même, si vous lancez un dé, il y a six faces sur lesquelles il peut retomber et il n’y a aucune raison de penser que l’une est plus probable que l’autre, donc la probabilité pour chaque face est de 1/6. La probabilité dont se servent les compagnies d’assurance est de ce type. Les compagnies ignorent quel immeuble va subir un incendie, mais elles savent quel est en moyenne par année le pourcentage d’immeubles sinistrés. Elles ignorent jusqu’à quand vivra telle ou telle personne, mais elles savent quelle est l’espérance moyenne de vie à tel ou tel âge. Dans tous les cas de ce genre, ce n’est pas l’estimation de probabilité elle-même qui est seulement probable, sauf au sens où toute connaissance n’est que probable. L’estimation d’une probabilité peut elle-même avoir un haut degré de certitude. Si ce n’était pas le cas, les compagnies d’assurance feraient faillite.

De vigoureux efforts ont été déployés pour classer sous cette rubrique la probabilité d’une induction, mais il y a lieu de penser que toutes les tentatives de ce genre ont été fallacieuses. La probabilité que fournit l’induction semble toujours être du type que j’ai appelé *indéfinie*. C’est ce type-là qu’il faut maintenant expliquer.

C’est un truisme que de dire que tout le savoir humain est susceptible d’erreur. Cette susceptibilité à l’erreur a naturellement divers degrés. Si je dis que le Bouddha a vécu au VIe av. J.-C., le risque d’erreur est évidemment très grand. Si je dis que César a été assassiné, le risque est moindre. Si je dis qu’une grande guerre a lieu au moment où j’écris ces lignes, la possibilité d’erreur est si faible que seul un philosophe ou un logicien admettrait qu’elle existe. Ces exemples ont trait à des événements historiques, mais on trouverait une gradation similaire en ce qui concerne les lois scientifiques. Certaines d’entre elles sont sans conteste des hypothèses auxquelles personne n’ajouterait sérieusement foi si elles devaient rester sans preuves tandis que d’autres semblent si assurées que leur vérité ne fait aucun doute réel aux yeux des scientifiques. (Quand je dis « vérité », j’entends « vérité approximative », car toute loi scientifique est susceptible de subir de légères modifications.) Ce genre de chose, qui distingue ce que l’on croit fermement de ce que l’on est seulement plus ou moins enclin à admettre, ne devrait pas porter le nom de *probabilité*, si ce terme s’entend au sens de la théorie mathématique de la probabilité. Il serait préférable de parler de *degrés d’incertitude* ou de *degrés de crédibilité*. Il s’agit là d’une notion plus vague que celle que j’ai appelée « probabilité définie », mais elle est aussi plus importante.

Prenons un exemple. Si vous êtes membre d'un jury criminel, le juge vous dira que vous devez rendre un verdict de culpabilité s'il ne peut y avoir aucun doute *raisonnable* que l'accusé a commis le crime qu'on lui reproche. Si vous avez étudié la logique, vous pouvez demander au juge quel degré de doute est « raisonnable », mais, à moins qu'il n'ait *pas* étudié la logique, il sera incapable de vous donner une réponse nette. Il ne peut pas vous dire « Il y a un doute raisonnable si les chances que l'accusé soit coupable sont de moins de 100 contre 1 » parce qu'il n'y a pas de moyen de calculer les chances. En effet, on ne peut pas avoir une série de procès exactement semblables accompagnée de données permettant de déterminer si les verdicts étaient justes ou injustes. Et pourtant tous les jurys, à peu d'exceptions près, parviennent à rendre un verdict, et normalement avec un degré considérable de confiance en leur propre jugement.

C'est cette notion assez vague que l'on invoque lorsqu'on dit que toutes nos connaissances peuvent être mises en doute.

La question de savoir quel degré de doute est « raisonnable » dépend du but que l'on a. Il peut y avoir un doute raisonnable du point de vue d'un philosophe ou d'un logicien quand il n'y en a aucun du point de vue d'un juré. Du point de vue du logicien, ce qui est important, c'est de décider du *degré* de crédibilité de divers énoncés. Il semble que là-dessus, l'accord soit assez général. La plupart des gens accordent la plus haute place à des énoncés tels que « Deux et deux font quatre » : il serait quasi pathologique de les mettre en doute. Les énoncés portant sur notre expérience immédiate, tels que « J'ai chaud » ou « J'entends un grand bruit », si on les interprète soigneusement, occupent une place très élevée dans l'échelle comparative de la certitude. Les souvenirs nets et récents sont moins fiables, mais deviennent presque sûrs s'ils sont confirmés par un bon nombre d'autres personnes. Il y a en histoire et en géographie certaines choses qu'aucune personne raisonnable ne met en doute — par exemple, l'existence de Napoléon dans le passé et celle du mont Everest dans le présent. Il est à peine moins sûr que la Terre est ronde et que les planètes décrivent autour du Soleil des orbites plus ou moins elliptiques. Je ne parle pas ici en tant que philosophe, mais en tant que porte-parole du sens commun des gens instruits.

Or, si vous vous demandez, en tant que logicien, quelle est la nature des preuves sur lesquelles reposent des croyances qui sont certaines en pratique, mais non en théorie, comme celles concernant Napoléon et le mont Everest, vous trouverez que dans chaque cas, la preuve n'est bonne que si l'on admet, sous une forme quelconque, le principe d'induction. Pourquoi croyons-nous à Napoléon ? À cause des témoignages. Pourquoi croyons-nous aux témoignages ? Parce que nous pensons qu'il est peu probable qu'un certain nombre de gens inventent tous la même histoire de façon indépendante. Pourquoi ? Parce que l'expérience nous apprend que les menteurs, à moins de faire partie d'une conspiration, se contredisent d'habitude les uns les autres. Au bout du compte, nous devons atteindre un point où nous nous servons de l'expérience de ce qui est connu comme base pour inférer ce qui ne l'est pas, et ce genre d'inférence n'est valide que si l'induction est valide.

Laplace pensait qu'en ce qui concerne l'inférence inductive, la probabilité était une probabilité *définie* et qu'on pouvait la mesurer numériquement. Il avait un principe duquel il découlait que, si en arrivant dans un village gallois, on demandait au premier homme venu quel était son nom et qu'il réponde « Williams », alors les chances étaient de deux contre une que le suivant s'appelle également Williams. Si c'était le cas, les chances que le troisième se nomme Williams lui aussi étaient de trois contre une et ainsi de suite : si les cent premiers s'appelaient Williams les chances du cent unième seraient de 101 contre 1. Si ce principe était valide, les inductions de la science — surtout quand, au moyen de lois, on en rassemble un grand nombre en une seule induction générale — auraient une probabilité telle qu'aucun individu réaliste n'aurait besoin d'envisager la possibilité qu'elles puissent se révéler fausses. Malheureusement, toutefois, le raisonnement de Laplace comporte des erreurs et on a généralement cessé d'y souscrire. Obtenir une estimation numérique de la probabilité des inductions, si c'est même possible, ne saurait être aussi facile.

Hume, qui se permettait d'être sceptique à tous égards, mit en doute le principe d'induction. Depuis, les logiciens ont beaucoup écrit sur ce problème, mais sans le résoudre. En gros, il y a trois possibilités. La première est que le principe soit démontrable. La seconde, que le principe, bien qu'il ne soit pas démontrable, soit accepté comme allant de soi. La troisième, c'est qu'on le récuse en arguant qu'il ne s'agit que d'une simple habitude animale qui ne peut pas se justifier rationnellement. À chacune de ces trois possibilités il y a des objections.

Les tentatives pour démontrer le principe d'induction, comme celle de Laplace, ont toutes échoué. Et à quiconque a l'habitude de réfléchir à ce que l'on peut déduire de quoi que ce soit, il semble nécessairement fort improbable qu'on puisse trouver une preuve, à moins de supposer quelque autre principe, tel que le règne de la loi, qui a lui-même tout autant besoin d'être prouvé. Bien qu'on ne puisse pas affirmer de manière dogmatique qu'on ne trouvera jamais de preuve, c'est une possibilité qu'il faut tenir pour extrêmement mince.

Peut-on dire que le principe d'induction « va de soi » ? Tout d'abord, ce que cela signifie n'est pas clair. On peut dire que quelque chose va de soi quand on ne peut pas s'empêcher de le croire ; cependant, dans ce cas, ce qui va de soi peut être faux. Ainsi, il allait de soi autrefois qu'il ne pouvait y avoir de gens vivant aux antipodes parce qu'ils tomberaient de la Terre. On peut renforcer la définition de « ce qui va de soi » : on peut dire que quelque chose « va de soi » quand personne ne peut en douter, malgré tous les efforts en ce sens. Si l'on adopte cette définition, il nous faut donc dire que le principe ne va pas de soi puisque Hume a réussi à en douter. Les inférences inductives ont ceci de singulier que la conclusion, pour qui n'y réfléchit pas, se présente comme étant indubitable, bien que l'inférence, lorsqu'elle est formulée selon les règles, semble laisser place au doute. Pour en revenir à un exemple donné plus haut, l'expérience que vous avez des pommes fait en sorte que vous vous attendez en toute confiance à ce que cette pomme-ci, que vous vous apprêtez à manger, ait un goût de pomme, et non de bifteck. Le logicien qui suit la méthode inductive essaie d'en tirer un argument : « Puisque les pommes que vous avez mangées auparavant avaient un goût de pomme, celle-ci aura également le goût de pomme. » Mais en réalité, les pommes que vous avez mangées auparavant ne vous viennent probablement pas à l'esprit. Ce ne sont pas des raisons intellectuelles qui sont à l'origine de votre attente en ce qui concerne *cette pomme-ci*, mais des causes physiologiques. Quand le logicien essaie de trouver des raisons, il essaie également de miner votre confiance : il vous dit qu'il est seulement *probable* que cette pomme n'aura pas un goût de bifteck. Arrivé à ce stade, vous direz probablement : « C'en est assez des logiciens ! Tout ce qu'ils font, c'est d'essayer de semer la confusion dans mon esprit à propos de choses que tout le monde sait pertinemment. » Cependant, ce que tout le monde sait, ou croit savoir, ce sont les *conclusions* des inductions et non leur rapport avec les prémisses. C'est le corps plutôt que l'esprit qui opère le lien entre les prémisses et la conclusion dans une induction. La tentative pour faire du principe inductif lui-même un principe qui va de soi semble donc faire long feu.

Allons-nous dès lors rejoindre les rangs des sceptiques en disant : « Assez parlé de l'induction ! C'est une superstition dont j'entends bien me passer » ? Un sceptique est capable de répondre à la plupart des objections que vous pouvez être enclin à lui faire. Vous pouvez lui dire : « Vous devez au moins reconnaître que l'induction fonctionne. » « Qu'elle *a* fonctionné, vous voulez dire », vous répondra-t-il ; car ce n'est que l'induction elle-même qui nous assure que ce qui a fonctionné continuera de fonctionner. Peut-être que demain les pierres seront nourrissantes et que le pain sera un poison, que le soleil sera froid et la lune, chaude. Ce qui fait que nous ne croyons pas à de telles possibilités, ce sont nos habitudes animales, mais celles-ci peuvent elles aussi changer et nous pourrions soudain commencer à nous attendre au contraire de tout ce à quoi nous nous attendons en ce moment.

À cet argument, le professeur Reichenbach, grand spécialiste de la probabilité, a apporté une forme de réponse dont la teneur est grosso modo la suivante : si l'induction est valide, la science est possible ; si elle ne l'est pas, la science est impossible puisqu'il n'y a aucun autre principe imaginable qui puisse s'y substituer. On aura donc tout intérêt à faire comme si l'induction était valide puisque, autrement, on n'a aucune raison de faire telle chose plutôt que telle autre. Cette réponse n'est pas fallacieuse, mais je ne peux pas dire que je la trouve très satisfaisante. J'ai quand même bon espoir qu'on finira par trouver une meilleure réponse. Si vous, lecteur, devenez logicien, ce sera peut-être vous qui la trouverez.

Je ne sais si l'utilité de la logique est devenue évidente au fil de mes propos et c'est pourquoi je terminerai en disant quelques mots à ce sujet.

Nous sommes tous perpétuellement en train de faire ou d'accepter des inférences ; or, bon nombre d'entre elles, bien qu'elles soient à première vue convaincantes, sont en fait fausses. Quand notre action est guidée par une inférence fausse, nous risquons fort de ne pas atteindre notre objectif. En politique et en économie, l'argumentation est la plupart du temps erronée. L'Espagne, au XVIe siècle, fut ruinée pour avoir accepté l'argument qui voulait que l'on garde l'or au pays. Je ne citerai pas d'autres exemples de crainte d'être entraîné dans des controverses politiques. Je dirai toutefois ceci : à la fin de la guerre qui se déroule actuellement, la reconstruction exigera beaucoup de rigueur et de clarté dans la réflexion ; les égarements de l'opinion publique constitueront un obstacle de taille aux mesures de bon gouvernement qui s'avéreront nécessaires. La science, qui est pour le moment plus proche de la logique que la politique, a connu des réussites spectaculaires ; pour remporter de semblables triomphes dans d'autres secteurs de la vie sociale, il sera nécessaire que les hommes apprennent à penser de manière plus logique, en étant moins esclaves des préjugés et des passions. Un tel espoir est peut-être utopique ; cependant, il est possible que les leçons de l'expérience puissent relâcher l'emprise des dogmes irrationnels qui infestent le monde moderne.

III

L’Art du calcul

Nous vivons dans une civilisation technicienne, mais la plupart d’entre nous n’y comprenons pas grand-chose. Pourquoi la lumière électrique s’allume-t-elle lorsqu’on appuie sur l’interrupteur ? Pourquoi fait-il froid dans le réfrigérateur ? Comment les aviateurs s’y prennent-ils pour viser une cible quand leur avion se déplace à grande vitesse ? Qu’est-ce qui permet aux astronomes de prédire les éclipses ? Sur quels principes les compagnies d’assurance se fondent-elles pour fixer le montant de leurs primes ? Toutes ces questions sont d’ordre éminemment pratique : si personne ne savait y répondre, nous ne pourrions pas jouir des conforts dont nous avons coutume de nous enorgueillir. Mais ceux qui détiennent les réponses sont peu nombreux. D’habitude, ces gens-là inventent une règle ou une machine qui permet à d’autres gens de se débrouiller avec un minimum de connaissances ; ainsi, un électricien n’a pas besoin de connaître la théorie de l’électricité, bien que celle-ci ait été nécessaire pour donner lieu aux inventions dont il connaît l’usage. Pour être capable de répondre à ce genre de questions terre-à-terre, il faut apprendre quantité de choses, et en particulier — ce qu’il y a de plus indispensable — les mathématiques.

Il y aura toujours des gens qui détesteront les mathématiques, même si elles sont très bien enseignées. Ces gens-là ne devraient pas essayer de devenir mathématiciens et leurs professeurs devraient les en dispenser après qu’ils ont fait la preuve qu’ils étaient incapables d’en maîtriser les rudiments. Cependant, si les mathématiques étaient bien enseignées, il y aurait bien moins de gens pour les détester qu’il n’y en a actuellement.

Il existe diverses façons de stimuler l’amour des mathématiques. L’une d’elles est la méthode paradoxale qu’avait adoptée le père de Galilée, qui était lui-même professeur de mathématiques, mais ne parvenait pas à gagner sa vie en exerçant cette profession. Il résolut que son fils occuperait un emploi plus lucratif et, à cet effet, cacha au garçon l’existence même des mathématiques. Mais un jour — c’est du moins ce que l’histoire raconte — le jeune homme, parvenu à l’âge de dix-huit ans, entendit par hasard une leçon de géométrie qui se donnait dans la pièce voisine. D’emblée captivé, il devint très rapidement l’un des plus grands mathématiciens de l’époque. Toutefois, je doute que cette méthode puisse être aisément adoptée par les autorités responsables de l’enseignement. Je pense qu’il existe peut-être d’autres méthodes qui ont plus de chances de réussite à grande échelle.

Au début, tout enseignement des mathématiques devrait se faire à partir de problèmes pratiques qui seraient aussi des problèmes faciles et de nature à intéresser l’enfant. Quand j’étais jeune (il se peut que les choses n’aient pas changé à cet égard), les problèmes étaient tels que personne n’aurait pu même *vouloir* les résoudre. Par exemple, A, B et C se déplacent d’un point X vers un point Y. A est à pied, B est à cheval et C est à vélo. A fait un somme à divers intervalles, le cheval de B se met à boiter et C fait une crevaison. A prend deux fois plus de temps qu’il n’en aurait pris à B si le cheval de ce dernier ne s’était pas mis à boiter, et C arrive une demi-heure après que A serait arrivé s’il ne s’était pas endormi, et ainsi de suite. Il y a là de quoi dégoûter même le plus zélé des élèves.

La meilleure façon de procéder est de s’inspirer des débuts des mathématiques. Celles-ci furent inventées parce qu'il existait des problèmes pratiques que les gens *voulaient* vraiment résoudre, soit qu'ils y fussent poussés par la curiosité, soit pour quelque raison pressante d'ordre pratique. Les Grecs racontaient d'interminables histoires sur ces problèmes et sur les hommes ingénieux qui avaient découvert des manières de les traiter. Ces histoires sont sans doute souvent apocryphes, mais cela importe peu lorsqu'on s'en sert à titre d'exemples. Je vais en répéter quelques-unes, sans toutefois en garantir l'exactitude historique.

Le fondateur de la philosophie et des mathématiques grecques fut Thalès, qui vécut aux environs de 600 av. J.-C. Au cours de ses pérégrinations, il se rendit en Égypte où le roi lui demanda s'il pouvait déterminer la hauteur de la Grande Pyramide. Thalès mesura à un moment donné la longueur de l'ombre de la pyramide et la longueur de son ombre à lui. Il était évident que le rapport de sa taille à la longueur de son ombre était le même que le rapport de la hauteur de la pyramide à la longueur de l'ombre de celle-ci, et il trouva la réponse en appliquant la règle de trois. Le roi lui demanda alors s'il pouvait, sans quitter la terre ferme, calculer la distance à laquelle se trouvait un bateau en mer. Il s'agit d'un problème plus compliqué auquel Thalès n'était guère en mesure de fournir une solution générale, quoi qu'en dise la tradition. Le principe consiste à observer la direction du bateau à partir de deux points qui, tous deux situés sur la côte, sont séparés par une distance connue : plus le bateau s'éloigne, moins il y a de différence dans les deux directions. Pour obtenir la réponse complète, il faut faire intervenir la trigonométrie, laquelle ne fit son apparition que plusieurs siècles après l'époque de Thalès. Mais dans certains cas particuliers, la réponse est facile. Supposons, par exemple, que la côte s'étende d'est en ouest, que le bateau se trouve droit au nord d'un point A situé sur la côte et directement au nord-ouest d'un autre point B. Dans ce cas, la distance entre A et le bateau est la même que celle qui sépare A de B, ainsi que le lecteur peut aisément s'en convaincre par un simple croquis. Pour le cas où le bateau aurait fait partie d'une flotte ennemie et que les troupes égyptiennes auraient pris position sur le rivage pour attendre celle-ci, il aurait pu être fort utile de disposer de cette information.

Les mathématiques font véritablement leur apparition avec la proposition connue sous le nom de théorème de Pythagore. Les Égyptiens avaient élaboré quelques notions de géométrie afin — d'après ce qu'on en dit — de pouvoir recalculer la superficie de leurs champs après la crue du Nil. Ils avaient remarqué qu'un triangle dont les côtés mesurent 3, 4 et 5 a un angle droit. Pythagore (ou l'un de ses disciples) observa que ce triangle avait quelque chose de curieux : si l'on construit des carrés sur les côtés d'un triangle de ce genre, l'un des carrés contient 9 unités d'aire, un autre 16 et le troisième 25 ; or, 9 et 16 font 25. Pythagore (ou un disciple) généralisa cette observation et démontra que, dans tout triangle rectangle, la somme des carrés des deux côtés les plus petits est égale au carré du côté le plus long. Ce fut une découverte très importante et elle encouragea les Grecs à élaborer la science de la géométrie, ce qu'ils firent avec une étonnante ingéniosité.

Toutefois, cette même découverte souleva une difficulté qui mit dans l'embarras tant les Grecs que les mathématiciens modernes, et ce n'est que récemment qu'on est parvenu à y trouver une solution complète. Supposons que l'on ait un triangle rectangle dont chacun des deux côtés les plus petits a un centimètre de long : quelle sera la longueur du troisième côté ? Le carré de chacun des côtés les plus petits est d'un centimètre carré ; par conséquent, le carré du côté le plus long mesurera deux centimètres carrés. Donc, la longueur du côté le plus long doit correspondre à un nombre de centimètres tel que, quand on multiplie ce nombre par lui-même, on obtient 2. Ce nombre s'appelle « la racine carrée de 2 ». Les Grecs eurent tôt fait de découvrir qu'un tel nombre n'existe pas. Vous pouvez aisément vous en persuader vous-même. En effet, ce nombre ne peut pas être un nombre entier puisque 1 est trop petit et que 2 est trop grand. Par ailleurs, si on multiplie une fraction par elle-même, on obtient une autre fraction, et non un nombre entier : il ne peut donc pas y avoir de fraction qui, multipliée par elle-même, donne 2. Par conséquent, la racine carrée de 2 n'est ni un nombre entier, ni une fraction. Ce qu'elle pouvait bien être, cela est resté un mystère, mais les mathématiciens continuèrent à l'utiliser et à en parler en gardant l'espoir qu'un jour, ils découvriraient ce qu'ils voulaient dire par là. Finalement, cet espoir s'avéra fondé.

Un problème similaire s'est posé au sujet de ce qu'on appelle « la racine cubique de 2 », c'est-à-dire un nombre x tel que x fois x fois x soit égal à 2. On raconte qu'une certaine cité, ayant été en proie à une succession de malheurs, avait fini par envoyer quelqu'un à Delphes pour y consulter l'oracle d'Apollon afin de savoir quelle était la cause de cette série de désastres. Le dieu répondit que sa statue, érigée dans le temple qui lui était consacré dans cette cité, était trop petite et qu'il en voulait une deux fois plus grande. Les citoyens étaient fort désireux de se conformer aux directives divines et la première idée qui leur vint à l'esprit fut de faire une statue deux fois plus haute que la précédente. Cependant, ils se rendirent tout de suite compte qu'elle serait également deux fois plus large et deux fois plus épaisse, de sorte qu'elle exigerait huit fois plus de matière et serait, en fait, huit fois plus grande. Cela irait bien au-delà de ce que l'oracle avait ordonné et serait une dépense inutile. Quelle devrait donc être la hauteur de la nouvelle statue pour que celle-ci soit deux fois plus grande en volume que l'ancienne ? Les citoyens envoyèrent une délégation rencontrer Platon pour lui demander s'il y avait quelqu'un dans son académie qui pouvait leur fournir la réponse. Platon demanda aux mathématiciens de se pencher sur ce problème. Quelques siècles s'écoulèrent avant qu'ils ne décident qu'il était insoluble. On pouvait, bien sûr, lui donner une solution approximative, mais, comme dans le cas de la racine carrée de 2, il n'existe pas de fraction qui puisse le résoudre exactement. Toutefois, bien que le problème n'ait pas été résolu, le travail accompli dans la recherche d'une solution fut d'une grande utilité.

Quittons l'histoire ancienne pour revenir à l'époque actuelle et venons-en aux problèmes des compagnies d'assurances. Supposons que vous vouliez assurer votre vie de sorte que votre veuve touche 1 000 $ à votre décès. Combien faut-il que vous versiez chaque année ? Supposons que vous ayez atteint l'âge auquel un homme peut s'attendre à vivre en moyenne encore vingt ans. Si vous versez 50 $ par an, vous aurez, dans 20 ans, versé 1000 $ et, à première vue, vous pourriez penser que vous faites une bonne affaire si la compagnie d'assurance vous demande de verser 50 $ par an. Mais en réalité, ce serait trop payer, car il faut tenir compte des intérêts. En supposant que vous viviez 20 ans de plus, le premier montant de 50 $ sera investi par la compagnie d'assurance et rapportera des intérêts ; ces intérêts seront à leur tour investis, et ainsi de suite ; il faut donc que vous calculiez ce que vaudra ce versement de 50 $ dans 20 ans en fonction de l'intérêt composé. Pour le second versement de 50 $, vous devez calculer ce qu'il vaudra dans 19 ans en fonction de l'intérêt composé, et ainsi de suite. Ainsi vos versements auront rapporté à la compagnie d'assurance bien plus que 1 000 $ après 20 ans. En fait, si la compagnie d'assurance réalise un rendement de 4% sur ses investissements, vos versements de 50 $ par an auront rapporté près de 1 500 $ en 20 ans. Pour opérer des calculs de ce genre, il faut savoir faire la somme de ce qu'on appelle une « suite géométrique ».

Une « suite géométrique » est une série de nombres dans laquelle chaque terme, après le premier, est un multiple constant du terme précédent. Par exemple, 1, 2, 4, 8, 16,… est une suite géométrique dans laquelle chaque nombre est le double du précédent ; 1, 3, 9, 27, 81, … est une suite géométrique dans laquelle chaque nombre est le triple du précédent ; 1, 1/2, 1/4, 1/8, 1/16, … est une série dans laquelle chaque nombre est la moitié du précédent, et ainsi de suite.

Revenons maintenant au dollar investi à un taux d'intérêt composé de 4 pour cent. À la fin de l'année, cela donne 1,04 $. À la fin de la seconde année, on a 1,04 $ plus les intérêts d'un an sur cette somme, c'est-à-dire 1,04 fois 1,04 ou encore $(1,04)^2$. À la fin de la troisième année, cela donne $(1,04)^3$ et ainsi de suite. De cette façon, si vous versez un dollar par an pendant 20 ans, à la fin de la 20e année, ce que vous avez versé vaudra $(1,04)^{20}$ plus $(1.04)^{19}$ plus… plus $(1,04)^2$ plus 1,04, ce qui constitue une suite géométrique.

Les Anciens portaient un grand intérêt aux suites géométriques, surtout à celles qui sont sans fin. Par exemple, 1/2 plus 1/4 plus 1/8 plus l/16 plus… égale toujours 1. Il en va de même de la suite décimale illimitée 0.9999… De là toutes sortes d'énigmes mathématiques fort longues à résoudre.

La géométrie des Anciens ne traitait pas seulement des lignes droites et des cercles, mais aussi des « sections coniques », qui sont les divers types de courbes qui s'obtiennent par l'intersection d'un cône et d'un plan ; ou encore toutes les formes que peut prendre l'ombre d'un cercle projetée sur un mur. Les Grecs étudiaient ces courbes par pur plaisir, en dehors de tout souci d'utilité pratique, chose qu'ils méprisaient. Mais après quelque 2 000 ans, au XVIIe siècle, on découvrit soudain leur formidable importance pratique. Du fait du développement de l'artillerie, on s'était rendu compte que pour atteindre un objet éloigné, il ne fallait pas viser directement la cible, mais un peu au-dessus. Personne ne savait exactement quelle trajectoire suivait un boulet de canon, mais cela intéressait les chefs militaires au plus haut point. Galilée, qui était au service du duc de Toscane, découvrit la réponse : les boulets décrivent une parabole, qui est un type particulier de section conique. Vers la même époque, Kepler découvrit que les planètes décrivent autour du Soleil des ellipses, lesquelles sont un autre type de section conique. C'est ainsi que tout le travail effectué sur les sections coniques trouva son utilité dans l'art de la guerre, la navigation et l'astronomie.

J'ai parlé un peu plus haut des sections coniques en évoquant les ombres d'un cercle. Vous pouvez vous représenter à vous-même les différents types de sections coniques si vous avez une lampe munie d'un abat-jour circulaire. L'ombre de l'abat-jour au plafond est un autre cercle, mais l'ombre portée sur le mur est une hyperbole. Si vous prenez une feuille de papier et que vous la teniez au-dessus de l'abat-jour pas tout à fait à l'horizontale, l'ombre est une ellipse ; plus vous inclinez la feuille, plus l'ellipse s'allonge et se rétrécit ; la première ombre qui, à mesure que vous inclinez la feuille davantage, n'est plus une ellipse, est une parabole ; ensuite, elle devient une hyperbole. Les gouttes qui retombent dans une fontaine décrivent une parabole, ainsi que les cailloux qu'on lance du haut d'une falaise.

Du point de vue mathématique, comme chacun peut le voir, la question des ombres est la même que celle de la perspective. L'étude des propriétés communes à une figure et à toutes ses ombres possibles s'appelle la géométrie « projective » ; celle-ci est en réalité plus simple que le type de géométrie que pratiquaient les Grecs, ainsi qu'on s'en est rendu compte beaucoup plus tard. L'un des pionniers dans ce domaine fut Pascal, qui décida malheureusement que la méditation religieuse était plus importante que les mathématiques.

Je n'ai encore rien dit de l'algèbre, dont l'origine remonte aux Grecs d'Alexandrie, mais qui fut développée d'abord par les Arabes, puis par les hommes du XVIe et du XVIIe siècles. L'algèbre, au premier abord, peut paraître plus difficile que la géométrie parce qu'en géométrie, on peut regarder une figure concrète, tandis que les x et les y de l'algèbre sont totalement abstraits. L'algèbre n'est qu'une arithmétique généralisée : quand une proposition est vraie quel que soit le nombre, c'est une perte de temps que d'en faire la preuve pour chaque nombre, c'est pourquoi on dit : « X représente n'importe quel nombre » et on poursuit le raisonnement. Supposons, par exemple, que vous remarquiez que 1 plus 3 égale 4, ce qui est 2 fois 2 ; que 1 plus 3 plus 5 égale 9, ce qui est 3 fois 3 ; que 1 plus 3 plus 5 plus 7 égale 16, ce qui est 4 fois 4. Peut-être vous demanderez-vous s'il s'agit là d'une règle générale, mais vous aurez besoin de l'algèbre pour parvenir à formuler la question que vous vous posez et qui est : « Est-ce que la somme des n premiers nombres impairs est toujours égale à n^2 ? » Quand vous en serez arrivé à être capable de comprendre la question, vous trouverez facilement une preuve que la réponse est *oui*. Si vous n'utilisez pas une lettre telle que n, il faut que vous utilisiez une formulation très compliquée, du genre : « Si un nombre quelconque de nombres impairs, commençant par 1 et sans en excepter aucun, sont additionnés, le résultat est le carré du nombre de nombres impairs additionnés. » C'est beaucoup plus difficile à comprendre.

Et quand nous en venons à des questions plus compliquées, il devient vite totalement impossible de les comprendre sans utiliser des lettres à la place de l'expression « n'importe quel nombre ».

Même les problèmes qui concernent des nombres particuliers sont souvent beaucoup plus faciles à résoudre si on utilise la lettre x pour le nombre que l'on veut trouver. Quand j'étais très jeune, j'étais intrigué par l'énigme mathématique suivante : « Si un poisson pèse 2 kgs et la moitié de son poids, combien pèse-t-il ? » La plupart des gens ont tendance à répondre 3 kgs. Si on commence par « x représente le poids du poisson » et que l'on continue par « 2 kgs ajoutés à la moitié de x est égal à x », il est évident que 2 kgs représente la moitié de x, et donc que x est égal à 4 kgs. Ce problème est presque trop simple pour que l'on ait besoin de « x ». Prenons-en un qui est un peu plus difficile. La police est à la poursuite d'un criminel sur une route ; celui-ci a 10 minutes d'avance, mais la voiture de la police peut faire du 70 km/h alors que celle du criminel ne peut faire que du 60. Combien de temps cela prendra-t-il à la police pour le rattraper ? La réponse est bien sûr 1 heure. Cette réponse, on la « voit dans sa tête » ; en revanche, si je dis que le criminel a 7 minutes d'avance, que sa voiture fait du 53 km/h et que celle de la police fait du 67, vous trouverez qu'il est plus facile de commencer par : « t représente le nombre de minutes qu'il faudra à la police pour rattraper le criminel ». Au début, il est difficile à un garçon ou à une fille de s'habituer à l'utilisation de lettres dans la méthode algébrique. On peut leur faciliter la tâche en fournissant d'abord un grand nombre d'exemples d'une formule générale. Par exemple :

11 fois 11, c'est 10 fois 10 plus deux fois 10 plus 1 ;

12 fois 12, c'est 11 fois 11 plus deux fois 11 plus 1 ;

13 fois 13, c'est 12 fois 12 plus deux fois 12 plus 1, et ainsi de suite,

et il finit par devenir facile de comprendre que

n fois *n* plus 1, c'est *n* fois *n* plus deux fois *n* plus 1.

Au cours des premières leçons d'algèbre, il est nécessaire de répéter ce processus pour chaque nouvelle formule.

Ce que les mathématiques ont de curieux, c'est que, malgré leur grande utilité pratique, elles semblent, au niveau des détails, n'être guère plus qu'un jeu frivole. On a peu de chances de devenir bon en mathématiques si on ne prend pas plaisir à jouer le jeu. Un travail spécialisé, quelle qu'en soit la nature, exige, pour être bien fait, qu'on y prenne un certain plaisir et ce, sans égard à son utilité, que ce soit en tant que gagne-pain ou du point de vue de ce qu'il apporte au monde. Personne ne peut devenir un bon mathématicien *seulement* pour gagner sa vie ni *seulement* pour être un citoyen utile : il faut aussi que l'on retire des mathématiques le même genre de satisfaction que l'on trouve à résoudre des problèmes de bridge ou d'échecs. Je vais donc donner quelques exemples. S'ils vous amusent, vous trouverez sans doute profit à consacrer pas mal de temps aux mathématiques ; sinon, tant pis.

Je me souviens, quand j'étais enfant, d'avoir découvert tout seul, à ma grande joie, la formule permettant de trouver la somme de ce qu'on appelle une suite arithmétique. Une suite arithmétique est une série de nombres dans laquelle chaque terme, après le premier, s'obtient en ajoutant à celui qui le précède un nombre constant. Ce nombre constant s'appelle la « différence commune » ou « raison arithmétique ». La série 1, 3, 5, 7… est une série arithmétique de raison 2. La série 21, 51, 81, 111… est une suite arithmétique de raison 30. Supposons maintenant que vous ayez une suite arithmétique comprenant un nombre fini de termes et que vous vouliez connaître la somme de tous ces termes : comment allez-vous procéder ?

Prenons un exemple simple : la série 4, 8, 12, 16… jusqu'à 96, c'est-à-dire tous les nombres inférieurs à 100 qui se divisent par 4. Si vous voulez savoir quelle est leur somme, vous pouvez naturellement les additionner un à un. Mais vous pouvez vous épargner cette peine grâce à une petite observation. En effet, le premier terme est 4, le dernier 96 ; en les additionnant, on obtient 100. Le second terme est 8 et l'avant-dernier 92 ; leur somme donne à nouveau 100. À l'évidence, vous pouvez de la sorte combiner ces nombres en paires et la somme de chacune de ces paires sera toujours 100. Il y a en tout 24 nombres, donc 12 paires et par conséquent, la somme que vous cherchez est 1200. On peut en retirer une règle générale : pour calculer la somme d'une suite arithmétique, additionner le premier et le dernier termes, puis multiplier par la moitié du nombre total de termes. Vous pouvez aisément vous en convaincre, non seulement quand le nombre de termes est pair, comme dans l'exemple ci-dessus, mais aussi quand il est impair.

Cependant, il se peut qu'on veuille modifier cette formule si on ignore quel est le dernier terme et qu'on ne connaisse que le premier terme, le nombre total de termes et la raison. Prenons un exemple. Supposons que le premier terme est 5, la raison est 3 et le nombre de termes est 21. Le dernier terme sera alors 5 plus 20 fois 3, c'est-à-dire 65. La somme du premier et du dernier termes est donc 70 et la somme de la suite est la moitié de ce nombre multipliée par le nombre de termes, c'est-à-dire la moitié de 70 fois 21, ce qui donne 35 fois 21, c'est-à-dire 735. La règle est la suivante : ajouter deux fois le premier terme à la raison multipliée par le nombre de termes de la suite moins un, puis multiplier le tout par la moitié du nombre de termes de la suite. La règle est la même que la précédente, mais exprimée d'une manière différente.

Prenons maintenant un autre problème. Supposons que vous ayez un certain nombre de réservoirs qui soient chacun un cube parfait, c'est-à-dire dont la longueur, la largeur et la profondeur sont toutes égales. Supposons que l'arête du premier cube ait une longueur de 1 mètre, le second de 2 mètres, le troisième de 3 mètres, et ainsi de suite. Vous voulez savoir combien de mètres cubes de pétrole l'ensemble de ces réservoirs peut contenir. Le premier peut contenir 1 mètre cube, le second 8, le troisième 27, le quatrième 64, le cinquième 125, le sixième 216, et ainsi de suite. Ce que vous voulez trouver, c'est la somme des cubes des n premiers nombres. Vous observez que

1 et 8 font 9, soit 3 fois 3, or 3 est la moitié de 2 fois 3 ;

1 et 8 et 27 font 36, soit 6 fois 6, or 6 est la moitié de 3 fois 4 ;

1 et 8 et 27 et 64 font 100, soit 10 fois 10, or 10 est la moitié de 4 fois 5 ;

1 et 8 et 27 et 67 et 125 font 225, soit 15 fois 15, or 15 est la moitié de 5 fois 6 ;

1 et 8 et 27 et 67 et 125 et 216 font 441, soit 21 fois 21, or 21 est la moitié de 6 fois 7.

Cette observation suggère une règle pour calculer la somme des cubes des n premiers nombres entiers. Cette règle est la suivante : multiplier le nombre de nombres entiers en question par lui-même plus un, diviser ce produit par deux et l'élever au carré. Vous pouvez aisément vous convaincre que cette formule est toujours vraie en utilisant ce qu’on appelle « l’induction mathématique ». Ce qui veut dire : en supposant que votre formule est vraie jusqu’à un nombre donné, prouvez que, dans ce cas, elle est vraie pour le nombre suivant. Observez que votre formule est vraie pour 1. Il s’ensuit donc qu’elle est vraie pour 2, et par conséquent pour 3, et ainsi de suite. C’est là une méthode très efficace qui permet de découvrir un grand nombre de propriétés des nombres entiers. Elle permet souvent, comme dans l’exemple ci-dessus, de transformer une conjecture en théorème.

Examinons à présent un autre type de problème que l’on appelle celui « des combinaisons et des permutations ». Ce type de problème revêt souvent une importance considérable, mais nous allons commencer par des exemples de la vie courante. Supposons qu’une maîtresse de maison veuille donner un dîner et qu’il y ait 20 personnes à qui elle doive rendre une invitation, mais qu’elle ne puisse en inviter que dix à la fois. Combien y a-t-il de façons possibles de faire un choix ? De toute évidence, il y a 20 manières de choisir le premier invité ; une fois qu’il a été choisi, il y a 19 manières de choisir le suivant ; et ainsi de suite. Quand 9 invités ont été choisis, il reste 11 possibilités, de sorte que le dernier invité peut être choisi de 11 façons différentes. Donc, le total des choix possibles est 20 fois 19 fois 18 fois 17 fois 16 fois 15 fois 14 fois 13 fois 12 fois 11. Il s’agit là d’un nombre pour le moins considérable : c’est un miracle que les maîtresses de maison n’en soient pas autrement déconcertées. Nous pouvons simplifier la formulation de la réponse en utilisant ce qu’on nomme des « factorielles ».

La factorielle de 2 est le produit de tous les nombres jusqu’à 2, c’est-à-dire 2 ;

la factorielle de 3 est le produit de tous les nombres jusqu’à 3, c’est-à-dire 6 ;

la factorielle de 4 est le produit de tous les nombres jusqu’à 4, c’est-à-dire 24 ;

la factorielle de 5 est le produit de tous les nombres jusqu’à 5, c’est-à-dire 120 ;

et ainsi de suite. Or, le nombre de choix possibles que nous avions ci-dessus, c’est la factorielle de 20 divisée par la factorielle de 10. Nous avons affaire à un problème de ce qu’on appelle « combinaisons ». La règle générale est que le nombre de façons dont on peut choisir *m* choses parmi *n* choses *(n* étant supérieur à *m)* s’obtient en divisant la factorielle de *n* par la factorielle de *m.*

Voyons maintenant la question des « permutations », où il ne s’agit plus de choisir des choses, mais de les organiser. Notre maîtresse de maison, qui, on le suppose, a choisi ses 10 invités, se demande à présent comment les placer à table. Elle et son mari ont chacun leur place désignée d’avance, aux deux bouts de la table, et il s’agit d’assigner les 10 places qui restent aux invités. Il existe ainsi 10 possibilités pour le premier invité et, quand sa place a été déterminée, il en reste 9 pour l’invité suivant et ainsi de suite ; le nombre total de possibilités est donc la factorielle de 10, c’est-à-dire 3 628 800. Heureusement, les règles de savoir-vivre — par exemple placer alternativement un homme et une femme et séparer les couples — réduisent le nombre de possibilités réelles à 4 ou 5.

Examinons encore un problème de « combinaisons ». Supposons que vous ayez un certain nombre d’objets et que vous puissiez en choisir autant ou aussi peu que vous le désirez, que vous puissiez même les choisir tous ou n’en choisir aucun. Combien de choix avez-vous ?

S’il y a un seul objet A, vous avez 2 choix : A ou rien.

S’il y en a 2, A et B, vous avez 4 choix : A et B, A, B, ou encore rien.

S’il y en a 3, A et B et C, vous avez 8 choix : A et B et C, A et B, A et C, B et C, A, B, C, ou rien.

S’il y en a 4, vous avez 16 choix, et ainsi de suite. La règle générale est que le nombre de choix est égal à 2 multiplié par lui-même autant de fois qu’il y a d’objets. Cela saute aux yeux, puisque vous avez deux possibilités en ce qui concerne chaque objet, soit de le choisir, soit de le rejeter, et que, une fois votre choix arrêté en ce qui concerne un objet, votre liberté de choix reste entière en ce qui concerne les autres.

Les problèmes de permutations et de combinaisons ont des applications multiples. L'une d'elles se trouve être la théorie mendélienne de l'hérédité. Les premiers biologistes qui redécouvrirent le travail de Mendel connaissaient peu les mathématiques, mais ils voyaient constamment les mêmes nombres réapparaître. L'un d'eux en fit part à un ami mathématicien, lequel vit tout de suite qu'il s'agissait de nombres que l'on trouve dans la théorie des combinaisons ; une fois qu'on eut remarqué cela, il devenait facile d'en comprendre la raison. De nos jours, le mendélisme fait constamment appel aux mathématiques. Prenons par exemple un problème comme celui-ci : si un trait récessif particulier procure un avantage dans la lutte pour la vie, aura-t-il tendance à se répandre dans une population où il apparaît de temps en temps ? Si oui, combien de temps faudra-t-il pour qu'il soit présent dans un pourcentage donné de la population, en supposant que l'on connaisse le pourcentage actuel des individus porteurs de ce trait ? Des problèmes de ce genre ont souvent une importance pratique considérable, par exemple, en ce qui a trait à la transmission de l'oligophrénie et autres débilités mentales.

Le grand avantage des mathématiques modernes par rapport aux mathématiques anciennes, c'est qu'elles peuvent rendre compte du changement continu. Le seul type de mouvement dont pouvaient rendre compte les mathématiques anciennes et médiévales était le mouvement uniforme en ligne droite ou en cercle : Aristote avait déclaré qu'il était « naturel » que les corps terrestres se meuvent en ligne droite et les corps célestes en cercles et cette conception perdura jusqu'à ce que Kepler et Galilée fassent la preuve qu'elle ne correspondait pas aux faits. La technique qui permet de rendre compte du changement continu est le calcul différentiel et intégral, inventé de manière indépendante par Newton et Leibniz.

Nous pouvons illustrer l'utilisation du calcul infinitésimal en examinant ce que signifie la « vitesse ». Supposons que vous soyez dans un train qui vient de sortir de gare et qui est encore en accélération, et que vous vouliez savoir à quelle vitesse il se déplace en ce moment. Supposons également que vous sachiez à quelle distance les uns des autres se trouvent les poteaux télégraphiques, de sorte que vous puissiez évaluer la distance que le train a parcourue dans un temps donné. Supposons toujours que durant la seconde qui suit l'instant où vous vouliez connaître la vitesse du train, celui-ci a parcouru 44 pieds. Or, 44 pieds à la seconde, cela fait 30 milles à l'heure, donc vous vous dites : « Nous faisions du 30 milles à l'heure ». Mais bien qu'il s'agissait là de votre vitesse moyenne au cours de la seconde écoulée, ce n'était pas votre vitesse au début, parce que le train accélérait et qu'il se déplaçait plus rapidement vers la fin de la seconde qu'au début. Si vous étiez capable de prendre des mesures suffisamment exactes, vous trouveriez que durant le premier quart de seconde, le train a parcouru 10 pieds, et non 11. Donc, la vitesse du train au début de la seconde était plus proche de 40 pieds que de 44. Cependant, 40 pieds à la seconde, c'est encore trop, car même en un quart de seconde il y aura eu *une certaine* accélération. Si vous êtes capable de mesurer avec précision des temps et des distances infimes, alors, moins il vous faudra de temps pour déterminer la vitesse du train, plus vos mesures seront exactes. Elles ne seront cependant jamais *parfaitement* exactes.

Que peut-on donc vouloir dire par la vitesse d'un train à un instant donné ? C'est à cette question que permet de répondre le calcul différentiel. Vous opérez une série d'approximations de plus en plus précises de la vitesse du train en prenant des intervalles de temps de plus en plus courts. Si vous prenez une seconde, vous estimez la vitesse à 44 pieds à la seconde ; si vous prenez un quart de seconde, à 40 pieds. Supposons qu'il y ait des personnes munies de chronomètres le long de la voie ferrée ; ils découvrent que si vous prenez un dixième de seconde, la vitesse est de 39,2 pieds à la seconde ; si vous prenez un vingtième de seconde, elle est de 39,1 ; et ainsi de suite. Si l'on imagine une précision impossible à atteindre dans les mesures et les observations, on peut supposer que les observateurs découvrent, en réduisant de plus en plus les intervalles de temps, que l'estimation de la vitesse est toujours légèrement supérieure à 39, mais qu'elle n'est pas toujours supérieure à un nombre plus grand que 39. On dit alors que 39 est la « limite » de la série de nombres et que 39 pieds à la seconde est la vitesse du train à l'instant donné, ce qui constitue la *définition* de la vitesse instantanée.

Le « calcul différentiel » est l'outil mathématique qui permet, si l'on connaît la position d'un corps à chaque instant, d'en calculer la vitesse à chaque instant. Le « calcul intégral » sert à résoudre le problème inverse : étant données la direction et la vitesse de déplacement à chaque instant d'un objet, et connaissant le point de départ de celui-ci, il s'agit de déterminer l'endroit où il se trouve à chaque instant. Les deux ensemble constituent ce qu'on appelle le « calcul infinitésimal ».

Un exemple simple de problème qui fait appel au calcul intégral est celui dit de la « courbe de poursuite ». Un fermier et son chien se trouvent dans un champ carré dont les coins sont A, B, C et D. Au départ, le chien est en A et le fermier en B. Le fermier se met à marcher vers C et, au même moment, siffle son chien qui, lui, se met à courir à une vitesse uniforme en se dirigeant toujours vers l'endroit où se trouve son maître à chaque instant. Quelle va être la courbe que décrira le chien ?

On trouve des exemples de plus grande envergure dans les mouvements des planètes. Kepler a prouvé par l'observation qu'elles décrivent des ellipses autour du Soleil et a découvert une relation entre les distances des différentes planètes au Soleil et leurs temps de révolution respectifs. C'est ce qui a permis à Newton, à l'aide du calcul différentiel, de déterminer la vitesse d'une planète à n'importe quel point de son orbite ; en effet, cette vitesse n'est pas constante : plus la planète est proche du soleil, plus sa vitesse est grande. Puis, se servant à nouveau du calcul différentiel, il a pu calculer l'accélération de la planète à chaque instant. Il a ainsi découvert que chaque planète à chaque instant possède une accélération dirigée vers le Soleil qui est inversement proportionnelle au carré de la distance qui la sépare du Soleil.

Il s'est alors attelé au problème inverse, lequel relève du calcul intégral. Si un corps, à chaque instant, a une accélération dirigée vers le Soleil qui est inversement proportionnelle au carré de la distance qui le sépare du soleil, quelle est sa trajectoire ? Il a démontré que cette trajectoire est une section conique. L'observation montre que, dans le cas des planètes et de certaines comètes, cette section conique est une ellipse : dans le cas d'autres comètes, il peut s'agir d'une hyperbole. C'est par cette découverte qu'il a conclu sa démonstration de la loi de la gravitation.

Il ne faudrait pas croire que le calcul infinitésimal ne s'applique qu'au changement dans le temps. Il trouve à s'appliquer chaque fois qu'une quantité est une « fonction » continue d'une autre. La notion de « fonction » est fort importante, ainsi que je vais tenter de l'expliquer.

Étant donné une quantité variable, on dit qu'une autre quantité est une « fonction » de celle-ci si, quand la quantité variable est donnée, la valeur de l'autre est fixe. Par exemple, si vous devez transporter une certaine quantité de pétrole par voie ferroviaire, le nombre de wagons-citernes dont vous aurez besoin est une « fonction » de la quantité de pétrole ; si vous devez nourrir une armée, la quantité de nourriture qu'il vous faut est une « fonction » du nombre de soldats. Si un corps tombe dans le vide, la distance qu'il parcourt est une « fonction » de la durée de sa chute. Le nombre de mètres carrés de moquette nécessaire pour recouvrir le sol d'une pièce carrée est une « fonction » de la longueur des côtés, de même que le volume de liquide que l'on peut mettre dans un récipient cubique ; dans le premier cas, la fonction est le carré, dans le second, c'est le cube : pour une pièce dont les côtés sont deux fois plus longs que ceux d'une autre pièce, il faudra quatre fois plus de moquette, et un récipient qui est deux fois plus haut qu'un autre pour contenir huit fois plus de liquide, à condition d'en augmenter les autres dimensions proportionnellement.

Certaines fonctions sont très compliquées. Votre impôt sur le revenu est une fonction de votre revenu, mais seuls quelques spécialistes savent quelle est cette fonction. Supposons qu'un spécialiste féru de mathématiques propose qu'on utilise une fonction simple, par exemple, que votre impôt sur le revenu soit proportionnel au carré de votre revenu. À cette proposition, il pourrait en ajouter une seconde qui voudrait qu'il n'y ait personne dont le revenu, après déduction de l'impôt, dépasse 25 000 $. Qu'est-ce que cela donnerait ? Il faudrait que l'impôt représente un cent millième du carré de votre revenu en dollars. Sur les revenus inférieurs à la racine carrée de 1 000 $ (environ 32 $), l'impôt serait de moins d'un sou et ne serait pas perçu ; sur 1 000 S, l'impôt serait de 10 $; sur 2 000 $, de 40 $; sur 10 000 S, de 1 000 $ et sur 50 000 $, de 25 000 $. Au-delà de cette somme, toute augmentation de revenu vous rendrait plus pauvre. Si vous aviez un revenu de 100 000 $, l'impôt à payer serait exactement égal à votre revenu et vous seriez sans le sou. Je doute qu'il se trouve jamais quelqu'un pour préconiser cette formule.

Pour toute fonction d'une variable x, un léger accroissement de x s'accompagnera d'une légère augmentation ou diminution de la fonction à moins que celle-ci ne soit discontinue. Supposons, par exemple, que x soit le rayon d'un cercle et que la fonction en question soit l'aire du cercle, lequel est proportionnel au carré du rayon. Si on accroît légèrement le rayon, l'aire du cercle augmente ; on calcule cet accroissement en multipliant l'accroissement du rayon par la circonférence. Le calcul différentiel permet de déterminer, pour tout petit accroissement de la variable, le taux d'accroissement de la fonction. À l'inverse, si on connaît le taux d'accroissement de la fonction par rapport à la variable, c'est le calcul intégral qui permet de déterminer ce que sera l'augmentation ou la diminution totale de la fonction quand la variable passe d'une valeur à une autre. Parmi les exemples significatifs, le plus simple est celui d'un corps tombant dans le vide. Dans ce cas-ci, l'accélération est constante, c'est-à-dire que l'accroissement de la vitesse à un moment donné est proportionnel au temps. Par conséquent, la vitesse totale à n'importe quel moment est proportionnelle au temps écoulé depuis le début de la chute. À partir de là, le calcul intégral fait apparaître que la distance totale parcourue depuis le début de la chute est proportionnelle au carré du temps écoulé. Cela, on peut le démontrer sans le calcul intégral, et c'est ce qu'a fait Galilée ; toutefois, dans les cas plus compliqués, le calcul infinitésimal est indispensable.

Les mathématiques sont — prétendument, du moins — un instrument exact et, quand elles sont appliquées au monde réel, il existe toujours une présomption injustifiée d'exactitude. Or, il n'existe pas de cercles ni de triangles exacts dans la nature ; les planètes ne décrivent pas exactement des ellipses autour du Soleil et si elles le faisaient, nous ne pourrions jamais le savoir. En effet, nos capacités de mesure et d'observation sont limitées. Je ne veux pas dire par là qu'elles ont une limite *définie* ; au contraire, les progrès de la technologie ne cessent de faire reculer les limites. Cependant, il est impossible qu'une technologie ne laisse aucune marge d'erreur probable parce que, quelques appareils que l'on puisse inventer, nous sommes dépendants, en fin de compte, de nos sens ; or, ceux-ci ne sont pas capables de distinguer entre deux choses qui sont extrêmement semblables. Il est facile de prouver qu'il y a des différences que l'on ne peut pas percevoir. Prenons, par exemple, trois nuances de couleur très proches que nous nommerons A, B et C. Il arrive qu'on ne voie aucune différence entre A et B, ni entre B et C, mais qu'on en voie une entre A et C. Cela montre bien qu'il doit y avoir des différences imperceptibles entre A et B ainsi qu'entre B et C. Il en irait de même si A, B et C étaient trois longueurs pratiquement égales. En effet, en dépit des progrès que l'on peut faire dans ce domaine, la mesure des longueurs ne sera jamais qu'approximative, même s'il s'agit d'une approximation très poussée.

C'est pour cette raison que les mesures scientifiques rigoureuses s'accompagnent toujours d'une « erreur probable », c'est-à-dire l'erreur que l'on a autant de chances de dépasser que de ne pas dépasser. Il est pratiquement certain qu'il y aura une erreur en plus ou en moins, mais il y a fort peu de chances que cette erreur s'écarte beaucoup de l'erreur probable. Je souhaiterais que les gens qui œuvrent dans d'autres domaines veuillent bien reconnaître que leurs opinions sont sujettes à l'erreur ; mais en fait, les gens ne sont jamais aussi dogmatiques que lorsque leur certitude est la moins fondée.

Le lecteur qui se rappelle notre définition de la « vitesse » voit bien qu'elle suppose une précision dans l'observation qui est impossible à atteindre. Du point de vue empirique, il ne peut y avoir de *vitesse à un instant donné*, car il y a une limite inférieure aux temps et aux distances que nous pouvons mesurer. Supposons que les progrès techniques nous permettent de mesurer un cent millième de seconde et un cent millième de centimètre. Nous pourrions alors déterminer la distance parcourue par un corps extrêmement petit en un cent millième de seconde à moins qu'il ne se déplace à moins d'un centimètre par seconde. Mais nous ne pourrions pas déterminer ce qu'il faisait au cours de cette durée extrêmement courte : il aurait pu se déplacer de manière uniforme, il aurait pu se déplacer plus lentement au début et plus rapidement ensuite ou vice-versa, ou encore il aurait pu franchir toute la distance d'un seul bond. Cette dernière hypothèse, qui semble bizarre, est bien ce que la théorie des quanta suggère comme étant la meilleure explication de certains phénomènes. Nous avons coutume de tenir pour acquis que l'espace, le temps et le mouvement sont continus, mais ce n'est pas quelque chose que nous pouvons savoir, car des discontinuités infimes seraient imperceptibles. Jusqu'à récemment, l'hypothèse de la continuité fonctionnait ; maintenant, on commence à douter de son efficacité en ce qui concerne les phénomènes d'un ordre infinitésimal.

L'exactitude des mathématiques est de l'ordre de l'abstraction logique et on perd cette exactitude dès qu'on applique le raisonnement mathématique au monde réel. Platon — et nombreux sont ceux qui l'ont suivi sur ce point — pensait que, les mathématiques étant vraies en un certain sens, il devait exister un monde idéal, une sorte de paradis du mathématicien, où tout se passe comme dans les manuels de géométrie. Ainsi, quand il arrivera au paradis (auquel, d'après Platon, seuls les philosophes sont admis), le philosophe trouvera sa récompense dans la contemplation de tout ce dont il a été privé sur terre : des lignes parfaitement droites, des cercles parfaits, des dodécaèdres absolument réguliers et tout ce qui peut encore lui être nécessaire pour combler son bonheur. Il comprendra alors que les mathématiques, bien qu'elles ne puissent s'appliquer à la réalité terre-à-terre, sont une vision qui à la fois rappelle et anticipe un monde meilleur où les sages ont leur lointaine origine et où ils vont retourner. Les harpes et les couronnes avaient moins d'attrait pour l'aristocrate athénien que pour les petites gens qui inventèrent la mythologie chrétienne ; néanmoins, les théologiens chrétiens, à la différence des chrétiens ordinaires, adoptèrent une bonne partie de la version platonicienne du paradis. Quand, à l'époque moderne, ce genre de choses devint proprement incroyable, on fit de l'exactitude un attribut de la Nature et les hommes de science se persuadèrent que l'univers fonctionnait très exactement de manière newtonienne. En effet, l'univers de Newton était un monde que Dieu aurait pu créer ; au contraire, un monde bâclé, inexact, approximatif était, croyait-on, indigne de Lui. Ce n’est que tout récemment que le problème de l’exactitude mathématique, en regard du caractère approximatif de la connaissance sensible, en est venu à être posé en des termes qui échappent à l’emprise de l’héritage théologique.

Les recherches que l’on a menées récemment sur ce problème ont eu pour résultat de faire pénétrer l’approximation et l’inexactitude partout, y compris dans les domaines de la logique et de l’arithmétique que la tradition tient pour les plus sacrés. Pour les logiciens d’autrefois, les choses étaient plus simples du fait qu’ils croyaient que les espèces naturelles étaient immuables. Il y avait des chats et des chiens, des chevaux et des vaches ; Dieu avait créé deux animaux de chaque espèce, il y en avait deux de chaque espèce qui étaient entrés dans l’arche et deux animaux de la même espèce engendraient en s’accouplant une progéniture appartenant à la même espèce. Quant à l’Homme, ne se distinguait-il pas des bêtes en ce qu’il possédait la raison, une âme immortelle et le sens du bien et du mal ? Ainsi donc, le sens de mots tels que « chien », « cheval » et « homme » était parfaitement défini, et tout être vivant auquel un de ces mots pouvait s’appliquer était séparé par une ligne de démarcation précise de tous les autres êtres vivants appartenant à d’autres espèces. À la question « Est-ce un cheval ? » il y avait toujours une réponse indubitable et sans équivoque. Mais pour celui qui croit en l’évolution, tout cela a changé. Il lui apparaît en effet que le cheval est le produit d’une évolution à partir d’autres animaux qui n’étaient certainement pas des chevaux et qu’au cours de cette évolution sont apparues des créatures qui n’étaient pas tout à fait des chevaux ni tout à fait des non-chevaux. Cela vaut également pour l’homme. La rationalité, pour autant qu’elle existe, est une conquête graduelle. Il est impossible de déterminer si les plus anciens spécimens retrouvés avaient une âme immortelle ou un sens moral, même en admettant que nous-mêmes possédons ces attributs. On a découvert divers ossements qui appartenaient clairement à des bipèdes plus ou moins humains, mais quant à savoir s’il convient d’appeler ces bipèdes des « hommes », c’est là une question purement arbitraire.

Il semble donc que nous ne sachions pas ce que nous voulons dire par des mots de la langue usuelle tels que « chat » ou « chien », « cheval » ou « homme ». On retrouve le même genre d’incertitude en ce qui concerne les termes les plus précis de la science, tels que « mètre » et « seconde ». Le mètre se définit comme la distance entre deux traits marqués sur un certain barreau conservé à Paris, lorsque ce barreau se trouve à une certaine température. Mais ces traits ne sont pas des points et la température ne peut pas être mesurée avec une précision absolue. Par conséquent, nous ne pouvons pas savoir *exactement* quelle est la longueur d’un mètre. Pour ce qui est de la plupart des longueurs, on peut être sûr qu’elles sont plus longues qu’un mètre, ou sûr qu’elles sont plus courtes. Mais il reste certaines longueurs dont on ne peut être sûr si elles sont plus longues ou plus courtes qu’un mètre, ou encore si elles ont exactement un mètre de long. La seconde, pour sa part, est définie comme la période d’oscillation d’un pendule d’une certaine longueur, ou comme une certaine fraction de jour. Mais on ne peut mesurer avec précision ni la longueur du pendule, ni la longueur d’un jour : le problème est donc le même, qu’il s’agisse de secondes ou qu’il s’agisse de chevaux et de chiens : nous sommes incapables de savoir exactement ce que les mots signifient.

« Mais, me direz-vous, rien de tout cela n’ébranle ma conviction que deux et deux font quatre. » Vous avez tout à fait raison, sauf dans les cas limites ; or, ce n’est que dans les cas limites que l’on se demande si un certain animal est un chien ou si une certaine longueur est inférieure à un mètre. Il faut que deux soit deux de quelque chose et la proposition « 2 et 2 font 4 » ne sert à rien si elle ne peut pas s’appliquer. Deux chiens et deux chiens font certainement quatre chiens, mais il peut y avoir des cas où on se demande si deux d’entre eux sont vraiment des chiens. « En tout cas, il y a bien quatre animaux », me direz-vous. Mais il existe des micro-organismes dont on ne peut pas dire s'il s'agit d'animaux ou de plantes. « Eh bien alors, des organismes vivants », direz-vous. Mais il existe des choses dont on ne peut pas dire s'il s'agit d'organismes vivants ou non. Vous en serez réduit à dire : « Deux entités et deux entités font quatre entités. » Quand vous m'aurez dit ce que vous voulez dire par « entité », nous reprendrons la discussion.

Ainsi les concepts, en général, ont un certain champ auquel ils sont certainement applicables, et un autre champ auquel ils sont certainement inapplicables, mais les concepts qui visent l'exactitude, comme « mètre » et « seconde », tout en ayant un vaste champ (au sein du domaine approximatif) auquel ils sont certainement inapplicables, n'ont aucun champ auquel ils sont certainement applicables. Si l'on voulait les rendre certainement applicables, il faudrait sacrifier leur prétention à l'exactitude.

Ce qui ressort de cette analyse, c'est que les mathématiques n'ont pas l'exactitude qu'elles semblent prétendre avoir, mais sont approximatives comme tout le reste. Cela n'a cependant aucune importance pratique puisque, de toute façon, c'est toute notre connaissance du monde sensible qui n'est qu'approximative.

Si je me suis attardé à cette question, c'est que, pour bien des gens, les mathématiques semblent avoir la prétention de détenir un type de savoir qui serait par nature supérieur à la connaissance ordinaire ; or cette prétention suscite chez ceux qui sont convaincus de son illégitimité une résistance qui nuit à leur capacité d'assimiler le raisonnement mathématique. La certitude supérieure des mathématiques n'est qu'une question de degré et, pour autant qu'elle existe, elle tient au fait que la connaissance mathématique est en réalité verbale, bien que cela soit occulté par son abord compliqué.

Ce que j'ai dit jusqu'à présent au sujet de l'exactitude n'est pas la vérité tout entière sur cette question. S'il est vrai que nous ne pouvons avoir une connaissance exacte du monde, nous savons par contre qu'en supposant que celui-ci est bien tel que les mathématiciens le disent, les résultats sont aussi justes qu'il est possible d'en juger. C'est dire que les mathématiques fournissent les meilleures hypothèses de travail pour comprendre le monde. Chaque fois que les hypothèses du moment semblent plus ou moins fausses, ce sont des mathématiques nouvelles qui apportent les corrections qui s'imposent. La loi de la gravitation de Newton a prévalu pendant deux siècles et demi avant d'être modifiée par Einstein, mais l'univers d'Einstein est tout aussi mathématique que celui de Newton. La théorie quantique a donné naissance à une physique de l'atome qui est fort différente de la physique classique, mais qui ne continue pas moins à employer des symboles et des équations mathématiques. L'appareil des concepts et des opérations qu'ont inventé les chercheurs en mathématiques pures est indispensable pour expliquer la diversité des phénomènes du monde à partir de l'opération de lois générales ; les seules hypothèses qui ont une chance d'être vraies, dans les sciences de pointe, sont celles qui ne viendraient à l'esprit de personne sauf d'un mathématicien.

Par conséquent, si vous voulez comprendre le monde d'un point de vue théorique, dans la mesure où il peut être compris, il est nécessaire de faire des études de très haut niveau en mathématiques. Si vos intérêts sont d'ordre pratique et que vous vouliez vous contenter de manipuler le monde, que ce soit pour votre bénéfice personnel ou pour celui de l'humanité, vous pouvez, sans pousser très avant vos études en mathématiques, réaliser bien des choses en vous appuyant sur le travail de vos prédécesseurs. Mais une société qui se limiterait à ce genre de travail ne ferait, en un sens, que parasiter ce qui a déjà été découvert. L'histoire de la radio illustre bien ce phénomène. En effet, dans les années 1830, Faraday fit un grand nombre d'expériences ingénieuses en électromagnétisme, mais n'étant pas mathématicien, il n'était pas en mesure d'inventer des hypothèses réellement complètes pour expliquer ses résultats. Puis vint Clark Maxwell, qui n’était pas un expérimentateur, mais un mathématicien de premier ordre. Des expériences de Faraday, il a retiré l’idée qu’il devait y avoir des ondes électromagnétiques et que la lumière doit se composer d’ondes électromagnétiques ayant des fréquences auxquelles les yeux sont sensibles. Pour lui, il s’agissait là de pure théorie. Son travail date des années 1870. Un peu moins de vingt ans plus tard, un physicien allemand du nom de Hertz, qui était à la fois un mathématicien et un expérimentateur, décida de mettre la théorie de Maxwell à l’épreuve de la pratique et inventa un appareil grâce auquel il pouvait produire des ondes électromagnétiques. Il s’avéra qu’elles se propageaient à la vitesse de la lumière et qu’elles avaient toutes les propriétés que Maxwell avait dit qu’elles devraient avoir. Enfin vint Marconi, qui transforma l’invention de Hertz en quelque chose qui pouvait s’utiliser en dehors du laboratoire puisque ce sont les ondes de Hertz qu’utilise la radio. Cet enchaînement de découvertes illustre admirablement l’interaction de l’expérimentation et de la théorie qui est au fondement du progrès scientifique.

Enfin, les mathématiques procurent, à ceux qui sont à même de les apprécier, de très grands plaisirs auxquels aucun moraliste ne saurait trouver à redire. On éprouve à manipuler des symboles le même genre de plaisir que l’on retire des échecs, mais c’est un plaisir honorable puisqu’il ne s’agit pas d’un simple jeu, mais d’une activité utile. En effet, le sentiment d’avoir compris quelque chose aux phénomènes naturels donne un aperçu de la puissance de la pensée ; par ailleurs, le travail des grands mathématiciens recèle une sorte de beauté limpide qui laisse entrevoir ce dont les êtres humains sont capables lorsqu’ils se libèrent de leur lâcheté, de leur férocité et de leur asservissement aux contingences de l’existence corporelle.