SCIENCE OUVERTE

Seuil

PIERRE CASSOU-NOGUÈS

Les démons de Gödel

Logique et folie

LES DÉMONS
DE GÖDEL

Du même auteur

De l'expérience mathématique
Vrin, 2001

Hilbert
Édition revue et corrigée, Les Belles Lettres, 2005

Gödel
Les Belles Lettres, 2004

Une histoire de machines, de vampires et de fous
Vrin, 2007

PIERRE CASSOU-NOGUÈS

LES DÉMONS DE GÖDEL

LOGIQUE ET FOLIE

OUVRAGE PUBLIÉ AVEC LE CONCOURS
DU CENTRE NATIONAL DU LIVRE

ÉDITIONS DU SEUIL
27, rue Jacob, Paris VIe

ISBN 978-2-02-092339-2

www.seuil.com

Prologue

C'était un bel après-midi, à la fin du mois de février, avec un ciel clair, un soleil orangé. Il faisait presque doux, la neige commençait à fondre et l'on entendait un peu partout des bruits d'eau, des gouttes qui tombent, de petits ruisseaux dans les rigoles. J'attendais sur le quai de la gare, en regardant vaguement le parking, silencieux à cette heure, les quelques arbres le long des grillages et les bois derrière, l'enchevêtrement des branches qu'il me semblait voir pour la première fois : les branches nues qui avaient quitté leur vêtement blanc et que le soleil dessinait avec une précision particulière.

Je revenais de New York. Il devait être dans les quatre heures, j'avais déjeuné en ville et je rentrais à Princeton. Je louais une chambre chez une vieille dame, dans une maison de bois, comme elles le sont toutes, au milieu d'un quartier résidentiel, pas trop loin de l'université.

Le trajet de New York à Princeton est laborieux. On prend le train à Penn Station, Manhattan, 7e avenue, 34e rue, un carrefour animé, près de Broadway et des grands magasins. Il y a une multitude de passants de tous âges, de toutes conditions et de toutes les couleurs dont l'espèce humaine est susceptible. Il y a des vendeurs ambulants, et une file de taxis jaunes qui déversent rapidement leurs passagers. On s'engouffre dans un souterrain, un hall avec une foule fatiguée qui attend. On se presse sur le quai le long du train. On trouve une place sur une banquette. Les wagons sont toujours surchauffés et l'on se surprend sur le point de s'endormir. Il faut au moins fermer les yeux pour consommer la rupture. Le train s'ébranle lentement et s'enfonce avec un bruit assourdissant dans des tunnels qui semblent interminables. On ressort pourtant à l'air libre de l'autre côté de ce bras de mer qui sépare l'île de Manhattan du continent. On aperçoit un instant la ligne des gratte-ciel qui s'éloigne. Puis se succèdent les bourgades, pauvres pour la plupart de ce côté du New Jersey, qui forment la banlieue de New York. Le train s'arrête partout. Une voix dans les haut-parleurs lance un nom incompréhensible, et c'est un quai de gare surélevé au-dessus d'une rue déserte, bordée de bâtiments de brique, bas et plus ou moins délabrés. Cela dure jusqu'à New Brunswick. On passe ensuite dans les bois qui entourent Princeton et semblent protéger cette bourgade riche, universitaire et insouciante, de ses voisines plus sombres. Le train ne s'arrête pas du reste à Princeton même mais à Princeton Junction, une petite gare isolée, avec son parking et sa buvette. Si l'on ne dispose pas d'une voiture, il faut encore prendre une navette, le *dingy*, deux wagons si vieux qu'ils sont sans âge, et que l'on s'étonne de ne pas voir surmontés d'un cône de vapeur. Ils traversent poussivement, avec des sifflements et des grincements de toutes sortes, cinq ou six kilomètres de bois, jusqu'à l'entrée de la prestigieuse université. Il faut compter entre deux heures et deux heures et demie pour parcourir les quatre-vingts kilomètres qui séparent Manhattan de Princeton. Il s'agit, je suppose, de décourager le visiteur.

L'université, qui fait le centre de la petite ville, tient à ce calme, à cette atmosphère protégée : comme hors du temps. Ces bois la coupent du monde et elle semble n'être nulle part, ni dans notre espace, ni dans notre temps, mais plutôt dans un conte. Il y a aussi à cette impression une autre cause, tout à fait prosaïque. Les bâtiments de l'université ont tous été construits par de riches donateurs, qui en choisissaient le style, librement et avec imagination. Je me souviens, je sortais le soir d'une bibliothèque gothique, avec un clocher, des gargouilles, des fenêtres en ogive, je passais devant des amphis qui ressemblaient à des temples grecs. Je me dirigeais vers une tour de château fort. Parfois, je traversais (c'était un détour) un cloître de style Tudor avec des statues dans les angles qui vous surveillaient. Sinon, je longeais une église orthodoxe surmontée de dômes mais bâtie en grès rose. C'était le chemin que je prenais pour rentrer chez ma logeuse. J'habitais un peu plus loin, derrière la tour. Je n'ai pas visité tous les bâtiments, mais partout où je me promenais c'était le même foisonnement, absolument dépaysant. Les pelouses, les arbres, les bâtiments eux-mêmes étaient recouverts d'une épaisse couche de neige, qui assourdissait tous les bruits. Oui, c'était, à la tombée de la nuit, dans la lueur orangée des réverbères, un silence de conte. Même l'artère principale de la bourgade, qui borde l'université, avec ses quelques magasins, deux ou trois cafés, semblait plongée dans une sorte de sommeil, comme un brouillard dont on ne sait pas d'où il vient mais qui envahit peu à peu les rues et ces maisons de bois, toutes identiques.

C'est dans cette bibliothèque gothique que je passais mon temps, dans la salle de lecture réservée aux manuscrits et aux livres rares. Je lisais les papiers de Gödel. Kurt Gödel, que l'on a pu décrire comme le plus grand logicien depuis le temps d'Aristote, a vécu dans cette bourgade près de quarante ans. C'était un exil, il avait quitté Vienne avec son épouse Adele, en janvier 1940. Ils avaient fait le tour de la Terre par l'est : la Russie, le Japon, le Pacifique, Tahiti, le Pacifique à nouveau, San Francisco, Chicago. Et ils étaient arrivés à Princeton pour ne plus en bouger. Adele, qui a toujours détesté cette petite ville, a bien fait quelques voyages en Europe. Kurt a rarement été plus loin que New York. Il n'a jamais en tout cas quitté la côte Est des États-Unis. À Princeton, les Gödel habitaient une maison comme les autres, à quelques centaines de mètres de l'université. Et, chaque jour, le logicien traversait ce campus étrange pour aller travailler à son bureau. Au début, il faisait le chemin avec Einstein. Celui-ci a même pu dire qu'il n'allait plus à l'Institut que pour avoir le privilège de marcher avec Gödel. Einstein est mort en 1954. Et Gödel a continué à faire seul le même trajet, peut-être avec une certaine appréhension : il était persuadé que les bois, qui entourent la ville et dont il reste quelques vestiges à l'intérieur même du campus, étaient hantés.

Kurt est mort en 1979, Adele en 1982. Elle a légué les manuscrits du logicien à l'*Institute for Advanced Studies*, des milliers de pages, des notes bizarres, qu'il n'avait pas publiées, qu'il cachait en réalité, de peur qu'on ne le prenne pour un fou. Moi, sachant qu'en effet il était « fou », je passais mes journées à la bibliothèque sur ses notes. Je ne m'étais éloigné ce jour-là que pour quelques heures, une course à faire à New York, et je comptais bien passer à la bibliothèque en fin d'après-midi.

Seulement, ce jour-là, le soleil mais aussi la malchance étaient au rendez-vous. Le train de New York avait du retard, la navette était déjà partie. Nous étions donc cinq ou six à nous retrouver sur le quai désert, à Princeton Junction, quelques étudiants et moi. Le taxi qui attendait en bas nous observa quelques instants puis démarra pour tourner au premier carrefour. Les horaires affichés le long du quai annonçaient la prochaine navette dans une heure et demie. La plupart des étudiants prirent le chemin de la buvette, dans l'intention sans doute de se fortifier de l'un de ces cafés-crème dont la surprenante consistance permet de passer sans difficulté (autre que digestive) plusieurs heures. Un jeune homme à l'air ténébreux s'enferma dans la salle d'attente avec un livre. Je restai seul sur le quai.

J'avais l'habitude de passer l'après-midi à la bibliothèque, sur les manuscrits de Gödel, essayant de déchiffrer cette écriture fine, au crayon, qui se confond avec le papier jauni. Je ne voyais du jour que ce qui en passe à travers les hautes fenêtres grillagées. Cet après-midi au soleil, dans l'air doux qui marquait la fin de l'hiver, c'était donc un peu des vacances pour moi. Je ne voulais pas perdre mon temps sur le quai d'une gare. Je décidai de marcher jusqu'au centre-ville. Il me suffisait de suivre la voie ferrée où la neige était déblayée et où je savais qu'il ne passerait pas de train dans la prochaine heure.

Je descendis sur la voie, sans que personne ne m'arrête, et partis d'un bon pas. Le parking, la petite gare disparurent bientôt derrière un rideau d'arbres. Je marchais sur le gravier qui borde les rails, dans le silence, absolument seul, sous les arbres qui se penchaient vers la voie et me semblaient bienveillants. Le soleil faisait des taches jaunes sur la neige ou dessinait avec l'ombre des branches des motifs compliqués. Les rails me traçaient un chemin tout droit à perte de vue. J'avais encore dans les yeux les images de Manhattan, et j'aimais finalement l'idée de traverser à pied cette espèce de frontière qui devait me mener hors du monde, dans ce campus féerique. Oui, « féerique » est bien le mot qui convient pour cette promenade dans les bois à la fin de l'hiver.

En marchant, je repensais à Gödel et à sa bizarre superstition. Comment imaginer que ces bois si bien nettoyés puissent être hantés ? C'est un autre logicien, Georg Kreisel, qui a raconté l'anecdote, dans les années soixante. Il se promène avec Gödel un après-midi, près de l'université. Ils longent un bosquet. Gödel s'arrête, écoute. Kreisel lui demande ce qui se passe.

« Vous savez bien que ces bois sont hantés », lui répond Gödel.

Kreisel est surpris :

« Vous croyez à l'existence des fantômes ?

– Bien entendu, aux fantômes, aux démons et aux anges. Vous n'avez jamais remarqué qu'il y a dans notre monde beaucoup plus de choses laides, mauvaises, désagréables que de choses belles, bonnes ou simplement plaisantes. D'où croyez-vous que cela vienne ? »

Kreisel réfléchit :

« Je ne sais pas. Je suppose qu'il est dans l'âme humaine de remarquer plutôt ce qui lui déplaît. Nous sommes par principe mécontents de ce qui nous entoure ?

– Mais précisément – Gödel ricane –, ce pessimisme, ce mécontentement, d'où croyez-vous qu'ils nous viennent ? »

Je reconstituais dans ma tête ce dialogue d'après l'histoire que rapporte Kreisel[1]. Sur le nerf de l'argument, il n'y a pas de doute : « Nous vivons – écrit Gödel à sa mère – dans un monde où 99 % des choses belles sont détruites dans leur germe même », c'est qu'« il y a certaines forces qui travaillent directement à recouvrir le bien »[2]. Ces forces maléfiques, Gödel les concevait comme des démons vivant dans les bois. Bon. Il faut croire que Gödel était fou.

Moi, bien entendu, qui ne crois pas aux démons, ni aux fantômes, je marchais tranquillement le long des rails. Les ombres, il est vrai, s'étaient allongées, le soleil touchait la cime des arbres et les bois se remplissaient d'une sorte de brume, très légère. La voie ferrée était maintenant bordée par un sentier, en contrebas, et j'aperçus un homme, avec un survêtement et une casquette, qui courait vers moi. Il faisait son jogging.

Dans quelque pays que ce soit, il y a toujours des gens pour vous donner des conseils dont vous n'avez pas besoin. Je ne dis pas qu'il y en a plus en Amérique qu'ailleurs. En arrivant à ma hauteur, l'homme me cria de ne pas marcher sur les rails :

« C'est dangereux, il y a des trains.

– Le sentier va à Princeton ?

– Oui, bien sûr, tout droit. »

Il n'y avait aucun danger. Je savais, pour avoir consulté les horaires, qu'il ne passerait pas de train dans la prochaine demi-heure. Les trains sur ce tronçon roulaient lentement. S'il en était venu un, je l'aurais entendu de très loin. Mais sans doute quelque chose dans ces bois silencieux devait m'inquiéter et je suivis le conseil de cet homme, espérant trouver ainsi un raccourci. Je descendis donc du terre-plein que formait la voie ferrée, et pris le chemin d'où venait l'homme, qui partit de son côté. Le sentier s'éloigna bientôt de la voie ferrée et je me retrouvai au milieu des bois sous un réseau de branches enchevêtrées. Il y faisait beaucoup plus froid. Je regrettais de n'avoir pas des vêtements plus chauds. Le soleil avait disparu. Il ne restait qu'un ciel pâle au-dessus des arbres et la neige blanche qui reflétait les dernières lueurs du jour. L'air me semblait plein de craquements. Cela faisait aussi quelque temps que je marchais, et je commençais à m'étonner de ne pas voir apparaître les premières maisons, ou un bâtiment quelconque, même un parking qui m'indiquerait que j'approchais de la ville. Je pressai le pas, mais j'avais la plus grande peine à suivre ce sentier recouvert par la neige et, plusieurs fois, j'hésitai devant ce qui me semblait être des bifurcations. L'homme, bizarrement, n'avait pas laissé de traces.

La nuit tombait quand, brusquement, le ciel se couvrit de gros nuages noirs. Un vent glacial s'était levé, qui sifflait dans les branches. Il commença à neiger, des flocons lourds, tourbillonnants. Je dus marquer une pause. J'étais essoufflé. Je m'appuyai contre le tronc d'un arbre pour reprendre haleine. Je restai là quelques instants. Tout à coup, malgré l'obscurité, je vis quelque chose bouger : des yeux jaunes qui se dirigeaient vers moi et une forme noire, ramassée mais bien dessinée sur la neige. C'était un chien sauvage, qui grognait, de grande taille, avec des mâchoires carrées et des yeux en effet allongés, jaunes et qui brillaient étrangement. La bête s'était arrêtée à un ou deux mètres de moi et me regardait, immobile, prête à bondir si je faisais un geste.

Je m'efforçai de ne pas la regarder. Je fixais les arbres un peu plus loin quand justement sortit de sous les branchages un homme dans un manteau noir avec un chapeau de feutre, noir également, élégant donc pour cette promenade de nuit dans les bois enneigés. Il s'avança vers la bête en faisant de grands gestes. Elle aboyait, d'une voix rauque, immobile sur ses pattes. Puis, l'homme s'approchant, elle disparut derrière les arbres. Il me sembla que je respirais pour la première fois depuis plusieurs minutes.

« Voyez-vous, me dit l'homme, ce chien a été dressé pour ne laisser passer aucun être vivant. Il attaque, il tue, sa cruauté est infinie. Mais ne vous inquiétez pas, je sais lui parler. »

Il me tendait la main. Je regardai son visage plus attentivement. Je le reconnus aussitôt, ce visage très maigre, souriant, ces lunettes à montures noires, rondes, et derrière, ces yeux bienveillants mais méfiants. J'avais vu des dizaines de photographies de Gödel. Il ressemblait du reste à ces photographies en noir et blanc : il ne portait aucune couleur. Il était vêtu de noir, son visage était d'un blanc parfait. Même ses yeux étaient sans couleur, gris. Je pris sa main en hésitant, comme si j'avais peur de passer au travers.

« Voulez-vous que je vous accompagne ? »

J'acquiesçai d'un geste de la tête, j'étais trop intimidé pour dire quoi que ce soit. Nous marchions l'un derrière l'autre entre les arbres. Et je n'osais pas lui demander par quel miracle il pouvait se trouver là alors qu'il était mort depuis près de trente ans. Je le regrette maintenant. Sa réponse, quelle qu'elle fût (et quelles que fussent les circonstances), m'eût intéressé, évidemment.

Bientôt les bois s'éclaircirent et nous arrivâmes devant un grand portail un peu rouillé. La grille au-dessus portait un large bandeau orangé avec l'inscription suivante, à demi effacée, que je déchiffrai lentement :

Dinanzi a me non fuor cose create
se non etterne, e io etterno duro[3].

Pendant que je lisais, Gödel, se tournant vers moi, me mit la main sur l'épaule mais, au lieu de m'inviter à franchir le seuil ou de me pousser gentiment, il commença à me secouer de plus en plus violemment. Je sursautai, la tête appuyée contre la vitre, le train était en gare et le contrôleur penché sur moi essayait de me réveiller.

*

Mon rêve s'expliquait aisément. J'avais sur les genoux encore ouvert le premier livre de *La Divine Comédie* de Dante, *L'Enfer*. Je revenais en effet de New York. J'arrivais à Princeton pour étudier les papiers Gödel. Cela faisait plusieurs années en réalité que je travaillais dessus. Au fond, je cherchais bien à pénétrer le monde de Gödel. Quoi de plus naturel que de rêver de le visiter accompagné par Gödel lui-même ? Je me demandais ce que j'aurais vu si le contrôleur ne m'avait pas réveillé. Le monde de Gödel est-il un enfer ? Peut-être. Il faut imaginer un monde peuplé de démons. Peuplé d'anges aussi, mais ceux-ci doivent être plus contemplatifs, ou paresseux, que les démons qui réussissent à détruire une si grande proportion des choses belles. Plus inquiétant peut-être, c'est un monde où chaque chose a une vie propre, une vie souterraine, que nous ne saisissons pas mais qui est toujours susceptible de se développer. Ce monde, comme un corps avec ses cellules, est donc au bord du chaos, d'une sorte de maladie, et il faut seulement espérer que Dieu a réglé la vie des choses de façon que tout reste dans cette harmonie précaire que nous connaissons. Un monde fragile aussi parce qu'il est transitoire et posé à côté d'autres mondes, parallèles, que nous ne connaissons pas encore, mais où nous migrerons certainement à notre mort.

Fig. 1. Kurt Gödel en 1933.

PARTIE I

La « folie » de Gödel

1. Un logicien « fou »

Gödel est un logicien « fou ». Je précise : il n'est pas vrai que tous les logiciens soient fous et, inversement, tous les fous ne sont pas logiciens. Mais Gödel est logicien et il est « fou ».

Logicien. Personne ne contestera que Gödel soit logicien. Il est l'une des figures les plus marquantes de l'histoire de la logique. Pour dire vite, il y a, dans l'histoire de la logique, une rupture au cours de la seconde moitié du XIXe siècle, qui transforme ce qui était un chapitre de la philosophie en une discipline mathématique. Gödel prend place en une époque où la logique est déjà mathématique et il y produit des résultats. Mais ceux-ci ont une portée exceptionnelle. Ils réorientent le travail logique, en modifiant les buts techniques que les logiciens peuvent se donner. Ils prennent surtout un sens qui dépasse le seul domaine de la logique mathématique. Le théorème le plus fameux de Gödel, le théorème d'incomplétude, est (disons-le sans trop d'emphase) un point d'inflexion dans l'histoire intellectuelle. Oui, il y a dans le théorème d'incomplétude tel qu'il peut être reformulé avec les machines de Turing un moment comparable au *cogito* cartésien. Cette inférence que semble inventer Descartes, ce *Je pense donc je suis*, est, à partir de Descartes et jusqu'à nous, un énoncé par rapport auquel toute philosophie doit prendre position ou qu'elle doit situer dans la perspective qu'elle se donne. Il en est de même des machines de Turing et du théorème d'incomplétude. C'est une nouvelle image de l'esprit, une nouvelle formulation de la question des limites de la pensée et de son rapport à une transcendance.

Gödel lui-même accepte le statut ambigu de son travail, qui prend toute sa portée à l'extérieur de la logique. C'est ce qu'il écrit très clairement à sa mère à l'occasion d'une cérémonie au cours de laquelle les travaux d'une quinzaine de scientifiques sont discutés : « La présentation qui a été faite de mon travail était sans conteste la plus belle. J'y étais désigné comme le découvreur de la vérité mathématique la plus significative du siècle. Tu ne dois pas penser que j'étais décrit comme le plus grand mathématicien du siècle. Le mot “significative” dit plutôt : du plus grand intérêt en dehors des mathématiques[1]. »

Il n'y a aucune amertume dans la dernière phrase. C'est tout au contraire le mérite que Gödel se reconnaît : avoir établi en logique une proposition philosophique. Il tire en effet de son théorème d'incomplétude « peut-être la première proposition rigoureusement prouvée à propos d'un concept philosophique[2] ».

On voit ici la singularité de la position de Gödel dans l'histoire de la logique. Gödel est du côté de la logique moderne, de la technique mathématique, qui donne pour nous à ses arguments une rigueur incontestable. En même temps, il peut encore se tenir comme les logiciens classiques du côté de la philosophie. Gödel, lorsqu'il travaille en logique, est à moitié philosophe et à moitié mathématicien. Cette ambiguïté est sans doute rendue possible par l'époque : « Quand je suis entré dans le champ de la logique, il y avait 50 % de philosophie et 50 % de mathématiques. Il y a maintenant [en 1975] 99 % de mathématiques et 1 % de philosophie, et ce 1 % est de la mauvaise philosophie[3]. »

Mais l'époque ne fait pas tout. C'est bien le génie propre de Gödel que d'avoir su intégrer des thèmes philosophiques dans des énoncés logiques, des énoncés qui s'inscrivent dans une discipline dont les raisonnements sont normés. Ce même mouvement se retrouve du reste dans la réflexion de Gödel sur le temps, qui le conduira à démontrer la possibilité (dans le cadre de la théorie de la relativité générale) du voyage dans le temps.

Cela dit, Gödel n'est pas uniquement logicien, c'est-à-dire à moitié mathématicien et à moitié philosophe. Il est aussi purement philosophe, peut-être parce qu'il y a d'autres thèmes, d'autres problèmes, qu'il ne réussit pas à exprimer en logique. C'est à sa philosophie en tout cas que je m'intéresserai. Je parlerai assez peu dans l'ensemble de logique. Je discuterai bien entendu du théorème d'incomplétude. Mais mon objet est plutôt la philosophie de Gödel, et sa logique seulement dans la mesure où sa philosophie en dépend.

Ou, plus exactement, le monde de Gödel, le monde tel qu'il le voit, ou tel qu'il l'imagine, et la logique seulement en tant qu'elle s'y intègre.

Gödel est né en 1906 à Brno (dans l'actuelle Tchéquie). Il étudie à Vienne à partir de 1924 et donne un premier théorème important en 1929. Il établit son théorème d'incomplétude en 1930, pour le publier en 1931. Il émigre aux États-Unis en 1940 et s'installe à Princeton. On sait maintenant qu'il part de Vienne avec dans ses valises presque tous les résultats logiques qu'il publiera de son vivant. L'un des rares résultats véritablement découverts aux États-Unis concerne la physique et la possibilité du voyage dans le temps, et il est motivé par un problème et une thèse philosophiques : que le temps n'a pas de réalité objective. Que fait donc Gödel aux États-Unis ? Comme il l'avoue lui-même[4], il continue, après 1943, à travailler en logique surtout pour suivre les travaux de ses contemporains et remplir les quelques obligations qui lui sont imposées par son poste à l'*Institute for Advanced Studies*. Mais l'Institut, créé en 1930 par deux millionnaires philanthropes pour accueillir les plus grands savants dans des conditions de travail exceptionnelles, laisse ses membres très libres. Gödel peut consacrer l'essentiel de son activité à la philosophie. En 1966, il mentionne ainsi en dehors de son travail logique :

> Depuis 1940,
> 1. environ 1 000 pages sténographiées 6*8 [pouces] de notes philosophiques (également philologiques, psychologiques) parfaitement rédigées (= des assertions philosophiques).
> 2. Deux articles philosophiques prêts à être publiés.
> 3. Plusieurs milliers de pages d'extraits philosophiques et littéraires […][5].

Gödel ne publie pratiquement rien de ses notes philosophiques. Il justifie ce silence de deux façons différentes. D'abord, il n'obtient pas le système rigoureux qu'il espérait. Ce qui signifie sans doute qu'il ne réussit pas à lui donner cette forme qui le lierait à la logique. Mais ce n'est pas tout. Gödel ajoute que sa philosophie est contraire à l'esprit du temps. Et il est convaincu (on le verra) que les philosophes doivent craindre l'esprit du temps. Ainsi, dit Gödel, « je suis prudent et ne rends publiques que les parties de ma philosophie qui se prêtent le moins à la controverse[6] ».

Mais, pour moi, la philosophie de Gödel n'est pas seulement originale dans son milieu et son temps. Elle est « folle ».

Gödel est « fou ». « Fou » : au sens le plus banal et vague, comme on dit de quelqu'un, à tout propos finalement : « Oh, c'est un fou ! » Il y a de multiples exemples dans la vie de Gödel de comportements qui justifient ce qualificatif de « fou ».

Il y a la peur des « gaz ». Entre 1941 et 1945, les Gödel, Adele et Kurt, déménagent trois fois, parce que lui ne supporte pas le « mauvais air » que produit le chauffage central. Par la suite, c'est – plus étonnant – le « mauvais air » qui sort de leurs réfrigérateurs. Je mets « réfrigérateurs » au pluriel parce que les Gödel en changent fréquemment, au point d'être célèbres dans les magasins d'électroménager des environs de Princeton[7]. Les Gödel laissent les fenêtres constamment ouvertes, de façon à laisser s'échapper les gaz du réfrigérateur.

Il y a aussi – plus triste – la peur d'être empoisonné. Dès 1936, avant même qu'ils ne soient mariés, Kurt emmène Adele pour un séjour à Afflenz, une ville d'eau, et elle commence à goûter ses repas, elle qui ne craint pas qu'on les empoisonne. Les mêmes scènes se reproduisent à Princeton, où Gödel s'est persuadé que l'Institut est mécontent de son travail et cherche à le supprimer[8]. Et, finalement, c'est de cette peur que Gödel meurt. Il cesse à peu près de s'alimenter. À sa mort, il pèse 31 kg. Comment aurait-on pu l'empoisonner chez lui ? Un repas qu'il se serait préparé lui-même ? C'est difficile à imaginer, mais Gödel dit avoir démasqué deux faux médecins, des agents étrangers en réalité, qui cherchaient sous ce déguisement à s'introduire chez lui.

Il y a, du reste, l'hypocondrie de Gödel, qui, à certaines périodes, lit beaucoup plus de livres de médecine que de logique ou de philosophie. Il ne faut pas faire confiance aux médecins, tout le monde en a plus ou moins conscience. Mais Gödel l'affirme de façon explicite : « Je n'accepte pas l'avis des médecins. Ils ont des problèmes particuliers avec moi[9]. » Son frère, Rudolf, qui est lui-même médecin, confirme : « Kurt a toujours eu sur toute chose des opinions très personnelles et très fermes. Il a cru toute sa vie avoir raison non seulement en mathématiques mais aussi en médecine. C'était un patient très difficile pour ses docteurs[10]. »

L'un des médecins de Gödel a raconté une scène, parmi d'autres. On l'appelle au chevet de Gödel qui a des douleurs à l'estomac et qui crache du sang.

« Vous avez un ulcère, lui dit le Dr Rampona.

– Je ne crois pas », répond calmement Gödel.

Il faut téléphoner à Einstein, qui n'habite pas loin et qui vient aux nouvelles. Einstein appelle un médecin viennois, émigré lui aussi, en qui Gödel semble avoir un peu plus confiance, le Dr Hoffmann. Et les trois parlementent en allemand, langue que Rampona ne comprend pas. Le téléphone sonne, Rampona répond. C'est le Pr Oppenheimer, directeur de l'Institut :

« Vous êtes le Dr Rampona ? Eh bien, croyez-le ou non, vous avez sous votre garde le plus grand logicien depuis le temps d'Aristote. Soignez-le bien. »

On comprend l'embarras du médecin[11].

Gödel est obsédé par sa santé. Il y a dans ses manuscrits des dizaines d'enveloppes, conservées soigneusement, avec des relevés de température, la liste impressionnante des médicaments qu'il consomme quotidiennement, le régime draconien qu'il s'impose (à base essentiellement de beurre). C'est apparemment un miracle, ou la marque d'une constitution exceptionnellement solide, que Gödel survive dans de telles conditions jusqu'à l'âge de 73 ans.

J'évoque pêle-mêle ces comportements bizarres, parce qu'ils sont incontestablement « fous ». De quelqu'un, disons d'un oncle, qui éviterait de s'approcher du réfrigérateur « à cause des gaz », on dirait à mi-voix : « Vous savez bien, il est fou. » Gödel est « fou » dans ce même sens, ce sens banal et qui ne signifie rien de précis.

Que cela soit clair : je n'affirme pas que Gödel est fou, ce qui supposerait que je puisse expliquer ce qu'est être fou et ce qu'est la folie ; j'affirme seulement (et cela me semble incontestable) que Gödel est l'un de ces personnages, pleins de bizarreries, dont *on dit* qu'ils sont fous. C'est pourquoi je mets des guillemets autour de la « folie » de Gödel. Je ne fais que rapporter un on-dit. Et, précisément, je cherche à comprendre en quoi consiste la « folie » d'un logicien. Les symptômes en eux-mêmes ne m'intéressent pas, pas plus que le diagnostic que l'on pourrait en faire : paranoïa, névrose obsessionnelle, etc. Ce qui m'intéresse, c'est la façon dont la « folie » de Gödel s'exprime dans ses notes philosophiques et se lie à la logique. C'est, plutôt que dans sa vie, dans sa philosophie, qui est beaucoup mieux documentée, que l'on peut avoir une chance de saisir la « folie » de Gödel et, peut-être, ce que c'est en général que la folie.

Gödel cherche à constituer un système dans lequel il intègre des idées « folles » mais qu'il entend tirer de la logique et, sans doute, formuler « logiquement ». On peut lire dans certaines notes les linéaments d'une philosophie fantastique (« mystérieuse », dit Gödel), comme un système de science-fiction, inachevé mais qui développe (« extrapole », dans les mots du logicien) nos sciences, la logique et la physique, pour en faire sortir toutes sortes d'idées bizarres. Ces idées « folles » sortent-elles réellement de la science ? N'est-ce pas dire alors que notre science est « folle » en germe ? Ou, au contraire, ne s'agit-il que d'une conjonction accidentelle entre une logique en elle-même neutre et un univers subjectif bizarre ? Ce bizarre, cette « folie » de Gödel se laissent-ils alors mieux cerner lorsqu'ils s'expriment en logique ? Peut-on saisir dans la philosophie et dans la logique de Gödel une version sublimée de ses peurs ? Caractériser leur forme propre, leurs objets ? Mais, de nouveau, comment ces peurs ont-elles pu se concilier avec la logique ? Ce sont ces questions, sur le rapport entre logique, folie et philosophie, qui m'orientent dans l'exploration des papiers et du monde de Gödel.

On dit parfois que les logiciens, les mathématiciens sont fous. C'est une erreur. Il suffit de se promener dans un département de mathématiques. Il n'y a rien dans le comportement des mathématiciens en général qui en fasse ces « fous ». Néanmoins, on trouve dans l'histoire des mathématiques beaucoup plus d'anecdotes sur la folie (Gödel, Cantor et les autres) que dans celle d'aucune autre discipline. S'agit-il seulement de légendes ? Ou de on-dit que, pour une raison obscure mais extérieure à la discipline, nous retenons lorsqu'ils concernent les mathématiciens et oublions lorsqu'ils concernent les physiciens ou les philosophes ? Ou bien, au contraire, la logique risque-t-elle toujours en effet de rendre fou ? Peut-être parce qu'elle enferme dans un monde clos par rapport à la réalité matérielle ? Je ne sais pas. Mais, dans le cas de Gödel, nous disposons des documents qui permettent de suivre la façon dont se développent ses idées « folles ». Il est donc possible d'interroger sa « folie » dans les faits et non plus dans la légende.

2. Les papiers Gödel

Nous sommes dans une petite salle octogonale, un bâtiment des années cinquante imitant le gothique flamboyant. La salle des manuscrits et livres rares ressemble à une chapelle, avec ses fenêtres allongées, protégées par des croisillons métalliques et auxquelles il ne manque que la couleur des vitraux. Nous sommes en général quatre ou cinq, plus le préposé qui nous surveille, vérifiant que nous ne tentons pas de glisser dans nos pochettes quelques pages d'un livre précieux.

Les papiers Gödel sont classés dans une vingtaine de boîtes en carton. Chaque boîte mesure une trentaine de centimètres sur le côté le plus long, environ vingt-cinq centimètres dans la hauteur et douze dans la largeur. On rangerait facilement l'ensemble dans une grande armoire.

Sur ces vingt boîtes, cinq environ ne contiennent que des papiers d'intérêt limité, ou très spécifique. Ce sont les relevés médicaux, les relevés bancaires, des notes d'hôtel au cours des voyages que fait Gödel dans les années trente, des papiers anecdotiques, comme ce prospectus sur les « acides » rédigé par l'association des étudiants de Princeton et qui décrit en toute objectivité de bons et de mauvais « trips ». Gödel l'a lu et souligné aussi soigneusement qu'un article de logique.

Plusieurs boîtes contiennent encore des cahiers d'écolier, des bulletins scolaires. Ce qu'il reste de la vie intellectuelle du logicien philosophe, l'homme de la maturité, est donc enfermé dans quelque douze boîtes. Ce sont des cahiers avec des maximes, des brouillons, des notes sur des feuilles coupées en deux ou en quatre, parfois de simples bandes de papier, en général rédigées au crayon, d'une écriture arrondie, avec quelque chose d'enfantin, mais qui tend à s'effacer sur le papier jauni. Gödel écrit en allemand (sa langue maternelle) ou en anglais. Il utilise parfois le Gabelsberger, une méthode sténographique qui porte le nom de son inventeur et qu'apprenaient les élèves germanophones, au début du XX^e^ siècle. Les caractères, qui ne ressemblent à aucun autre, codent les phonèmes de l'allemand. Le Gabelsberger est absolument illisible pour le non-initié. À l'heure actuelle, seule Cheryl Dawson semble savoir déchiffrer le Gabelsberger de Gödel. Elle a transcrit une partie des textes en allemand. Le reste dort encore dans les boîtes.

Le catalogage des papiers Gödel est entièrement l'œuvre d'un couple, John et Cheryl Dawson. Les papiers qu'Adele Gödel a légués à l'Institut (non sans les avoir elle-même triés : elle a, par exemple, détruit les lettres de sa belle-mère) ont d'abord simplement été entreposés dans des caves : des tas de cahiers et les enveloppes dans lesquelles Gödel rangeait ses notes. Ils sont restés là quelques années, jusqu'à ce que John Dawson commence ce travail d'archiviste : dépouiller, numéroter, classer, ranger dans les boîtes, pendant que Cheryl apprenait à déchiffrer le Gabelsberger.

Elle a donc réalisé la transcription de certains cahiers, John a établi un index des papiers, et écrit une biographie, *Logical Dilemmas*, la seule biographie détaillée et précise du logicien.

On est donc assis dans cette salle hexagonale, avec l'index des Dawson d'un côté et, de l'autre, une boîte que l'on commence à lire linéairement, du début à la fin. Puis, très vite, on se perd. Les papiers s'appellent les uns les autres. Telle note, des années soixante, développe des réflexions plus anciennes. Ou, au contraire, ce brouillon montre clairement que Gödel a changé de position, et l'on se souvient d'un papier où la position antérieure du logicien était précisément définie et qu'il faudrait retrouver et placer au regard de ce brouillon. Ces renvois, évidemment, ne sont pas marqués dans les papiers, et Gödel lui-même n'en avait peut-être pas conscience. Les boîtes, dès qu'on les a ouvertes, sont devenues un labyrinthe, dans un espace dont l'une des dimensions est le temps d'une vie intellectuelle, et les autres sont formées par les différentes thématiques qui préoccupaient le logicien. L'index des Dawson n'est, on s'en rend compte maintenant, que la carte approximative (mais nécessaire) que dessinent les premiers explorateurs lorsqu'ils découvrent un nouveau continent. Ou mieux une carte qu'on aurait tracée en survolant ce labyrinthe, en repérant des zones hétérogènes mais sans pouvoir distinguer les galeries de ce dédale. Il y a des voies qui reconduisent en arrière, vers un point dont on ne connaît plus la position et il faut repartir d'une autre entrée, une autre boîte, pour retrouver ce papier auquel on a été renvoyé. Il y a des impasses, des textes qui s'achèvent en Gabelsberger et restent donc hermétiques. Il y a des galeries qui ne mènent en nul endroit connu, un thème que l'on n'a jamais rencontré et dont on se demande comment il pouvait se lier aux préoccupations habituelles de Gödel.

C'est un labyrinthe donc, mais un labyrinthe absurde auquel il ne manque qu'une chose : une issue. On peut toujours refermer les boîtes et partir avant l'heure, rentrer chez soi ou aller se promener. Il n'est pas sûr que l'on quitte pour cela le labyrinthe et qu'une partie de l'esprit ou un double de soi-même n'y reste pas enfermé, continuant de chercher à s'y repérer. Quoi qu'il en soit, tant que l'on est penché sur ces papiers jaunis, les galeries de textes que le hasard et la logique propre de la vie de Gödel ont bâties ne conduisent nulle part. Il n'y est pas ménagé de sortie. De point que l'on atteindrait après s'être perdu dans des détours inutiles, mais où, brusquement, on respirerait l'air frais et pourrait se dire : « C'est fini, je suis sorti. » Non, s'il faut filer la métaphore, ce labyrinthe n'a pas d'issue.

Je pensais souvent au-dessus des papiers Gödel à une nouvelle de Virginia Woolf, « L'héritage ». C'est un couple, dont la femme meurt brusquement, renversée par une voiture. Le mari reste. Il s'aperçoit qu'elle a préparé minutieusement son « héritage » : les bijoux portent des étiquettes avec le nom de ceux à qui ils doivent être donnés, tel colifichet à la femme de chambre, le diamant à la nièce, etc. Pour lui, le mari, elle a laissé le journal qu'elle tenait quotidiennement et refermait toujours quand il entrait dans la pièce, ce qui l'intriguait, bien entendu, mais sans qu'il s'en soucie réellement. Il commence à lire le début, avec sa vision à elle de leur vie commune, les premiers temps de leur mariage. Il feuillette sans plus. Puis il découvre peu à peu d'autres remarques, des choses qu'il ne soupçonnait pas et, enfin, un homme, un mystérieux B., dont le nom apparaît incidemment d'abord, puis de façon régulière à mesure que le sien, le prénom du mari, se fait de plus en plus rare. Le mari maintenant lit attentivement. Il y revient le lendemain, et les jours qui suivent. Le journal occupe toute une série de cahiers, que le mari déchiffre avidement, et il revient en arrière. Il veut comprendre à la fois cette mort, qui apparaît comme un suicide, et ce moment, ce qui se passe dans la vie de cette femme, qui n'est plus la sienne que formellement, quand B. entre en scène et que lui-même disparaît, et pourquoi et si ce moment pouvait se laisser présager. Il en cherche des indices dans les cahiers qui précèdent, il compare des passages et le voilà dans le labyrinthe.

Évidemment, on commence par vouloir établir des faits, des faits à des moments qui apparaissent comme des points d'inflexion dans la vie du personnage. Je m'intéressais à la période 1940-1944, au moment où, en gros, Gödel se détourne de la logique pour se consacrer à cette philosophie bizarre. On sait qu'il travaille à cette époque à une démonstration d'importance (l'indépendance de l'hypothèse du continu par rapport aux axiomes de la théorie des ensembles) et qu'il échoue. La dernière tentative a lieu durant l'été 1942 à Blue Hill, une station balnéaire dans le Maine. Gödel est enfermé dans une chambre d'hôtel, Adele est là aussi. Lui écrit des mathématiques lentement et des pages et des pages d'un journal philosophique. Ces remarques ne touchent pas en général aux mathématiques. Il est question de Dieu, de démons, du langage, de la vie. Et ce sont ces cahiers que Gödel poursuivra une fois rentré à Princeton, pas la démonstration. Que s'est-il passé ? Gödel dit parfois que c'est par frustration qu'il s'est éloigné de la logique, parce qu'il n'arrivait pas à conclure cette démonstration. Ou encore que ce déplacement vers la philosophie s'était amorcé bien plus tôt[12]. Mais j'avais néanmoins trouvé dans une lettre une remarque intrigante : « Ce sont, écrivait Gödel en parlant de ce tournant de l'année 1942-1943, des circonstances accidentelles qui m'ont amené à m'intéresser d'assez près à la philosophie de Leibniz[13]. » Il est clair que Leibniz est, dès le début, au centre de la réflexion de Gödel. Mais quelles « circonstances accidentelles », quel événement, réel ou imaginaire, ont-ils pu pousser le logicien vers Leibniz ? Il ne s'agit pas seulement d'une proximité intellectuelle (qui a existé avant même les années quarante). Le terme de « circonstances accidentelles » laisse entendre autre chose : une rencontre, un accident précisément, que j'ai d'abord essayé de reconstituer en fouillant dans la vie et les textes de Gödel, comme dans ceux de Leibniz.

Mais, dans un deuxième temps, la lecture même des manuscrits, paradoxalement, éloigne de ces préoccupations pour le seul fait. L'écriture propre de l'auteur conduit à une proximité, ou à l'impression d'une proximité, tout à fait particulière. C'est sans doute que les hésitations, dans la rédaction, dans les ratures, dans la forme même des lettres, projettent au plus près de la pensée, à ce moment même où la pensée naît et se met en mots. Dans un livre sur l'Europe et la Vienne d'avant la guerre, un livre que Gödel a lu et aimé, Stefan Zweig, qui collectionnait les manuscrits, décrit très bien cette impression de saisir l'instant même de la création :

> La seule chose qui puisse nous donner une légère idée de cet insaisissable processus de création, ce sont les pages manuscrites, et principalement celles qui ne sont pas destinées à la publication, les esquisses encore incertaines, semées de corrections et à partir desquelles ne se cristallisera que peu à peu la forme définitive et valable.
>
> Cet instant de transition infiniment mystérieux où un vers, une mélodie, surgissant de l'invisible, de la vision et de l'intuition d'un génie, entrent dans le monde des réalités terrestres sous une forme fixée graphiquement, où l'observer si ce n'est dans ces manuscrits primitifs des maîtres, nés dans la lutte ou le feu de l'inspiration, comme dans un état de transe[14] ?

Qu'il s'agisse d'un poète, d'un philosophe ou d'un logicien ne change rien à cette impression de proximité, cette sensation d'assister à la pensée qui se fait. Ce n'est pas seulement comme si l'on était penché au-dessus de l'épaule de l'auteur, mais plutôt, oui, comme si l'on était dans sa tête. Disons du moins que l'on ne peut pas être plus près de sa pensée et que l'auteur lui-même n'en était peut-être pas plus près. Car que pouvait-il faire finalement que se relire sur ces mêmes papiers que je tenais à mon tour entre les mains ? Bien sûr, il n'y a pas télépathie et, par exemple, la fréquentation des manuscrits de Gödel ne m'a pas rendu à elle seule meilleur en logique. Mais la manipulation des papiers, la familiarité avec la langue, l'écriture amènent une sympathie un peu étrange.

C'est donc comme si l'on pouvait observer librement Gödel tantôt de l'extérieur, tantôt de l'intérieur. D'un côté, il y a ces textes, ces notes, ces journaux qui donnent l'intérieur de la pensée du logicien. De l'autre côté, il y a toute une série de documents, les relevés de compte, les factures, que l'on peut dépouiller si l'envie en survient, et les souvenirs des contemporains. Ces documents donnent l'image extérieure d'un personnage que l'on étudie avec une sorte de neutralité et comme personne ne peut s'observer soi-même. Nécessairement donc, un portrait de Gödel est ambigu et l'on passe insensiblement de l'intérieur à l'extérieur et de l'extérieur à l'intérieur.

3. Les sources

Les œuvres de Gödel, les *Collected Works*, publiées entre 1986 et 2003, comportent cinq volumes : deux volumes de textes publiés par Gödel de son vivant (en logique, philosophie et physique) ; un volume de textes publiés par les éditeurs à titre posthume à partir des archives ; deux volumes de correspondance.

On trouve dans les papiers Gödel de la bibliothèque de Princeton des brouillons pour ces textes ainsi que pour la correspondance, avec des variantes souvent instructives. Gödel est réticent à dévoiler les thèses qui s'opposent à ce qu'il appelle l'esprit du temps. En préparant une conférence ou un article, il commence par écrire une première version très longue, dont il élimine ensuite les passages qui lui semblent les plus risqués, qui sont aussi les plus personnels. Il y a donc, pour ce qui m'intéresse, le fantastique de Gödel, le monde tel qu'il l'imagine avec tous les êtres qu'il y inscrit, des remarques dans les brouillons que l'on ne retrouve pas dans les versions définitives que Gödel a publiées ou que les éditeurs des *Œuvres* ont choisies.

Les papiers Gödel comportent aussi des cahiers qui sont en réalité des journaux logiques, philosophiques, ou qui abordent ce que Gödel appelle des questions « d'intérêt général » à propos de la vie quotidienne aux États-Unis. Il y écrit régulièrement, vraisemblablement tous les jours à certaines périodes. Il utilise malheureusement le Gabelsberger. Cheryl Dawson a transcrit à peu près une moitié des cahiers philosophiques (fig. 2). Sa transcription n'est pas définitive et comporte sans doute des erreurs. Je m'appuierai néanmoins sur ce texte, qui donne un panorama des préoccupations philosophiques du logicien. Les quatorze cahiers philosophiques couvrent la période de 1940 (lorsque Gödel arrive aux États-Unis) à 1956. Néanmoins, le dernier cahier à lui seul contient les remarques des dix années 1946-1956. Le cahier 13 a été perdu. On a donc douze cahiers de 1940 à 1945. Gödel cesse ensuite de tenir régulièrement ce journal

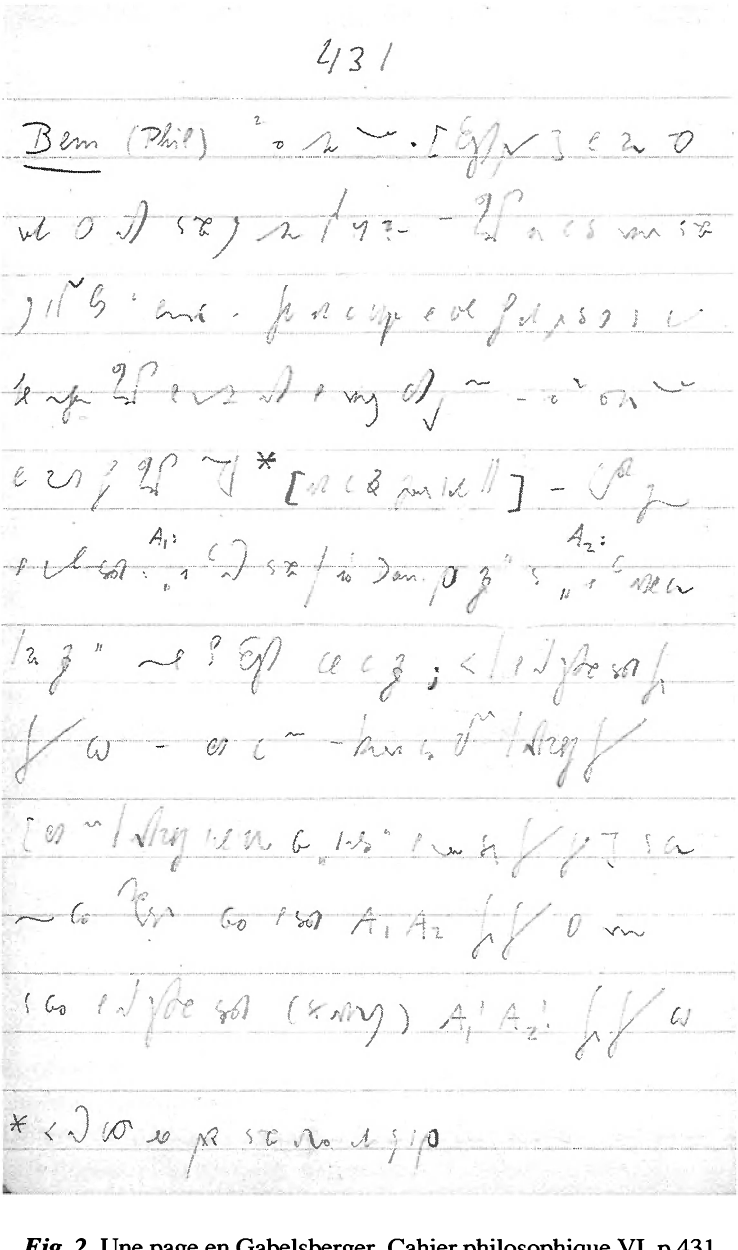


Fig. 2. Une page en Gabelsberger. Cahier philosophique VI, p.431
(cité *infra*, p. 240-241)

philosophique, alors que, de son propre aveu, la philosophie devient son activité principale.

Il y a enfin les souvenirs des contemporains, souvenirs anecdotiques parfois. Mais, dans les années soixante et soixante-dix, Gödel a noué des amitiés avec de jeunes logiciens : Georg Kreisel d'abord, qui a retracé ses souvenirs dans un long mémoire, puis Hao Wang. Hao Wang a rencontré régulièrement Gödel dans les années 1972-1975. Il a pris des notes de leurs conversations, que Gödel a en général relues et l'a engagé à publier. Son livre de 1996, *A Logical Journey*, qui livre l'intégralité de ces notes, est l'une des principales sources sur la philosophie de Gödel.

4. La vie et la vérité

Il y a, dans les cahiers philosophiques, quelques fragments où Gödel discute de sa propre vie. Curieusement, le début de la guerre, l'exil ne semblent pas constituer dans son esprit des tournants mais, au contraire, s'intègrent dans une période qui a débuté quelques années auparavant :

> Ma vie se divise apparemment selon différentes périodes : à savoir 1920-1927, 28-36, 37-maintenant. Les problèmes se répètent, c'est-à-dire en relation aux femmes, au travail, à la vie sociale, à la vie religieuse (= philosophie). C'est-à-dire, il s'agit toujours d'occasions ratées pour la connaissance du vrai dans l'un de ces quatre champs d'activité. Ce que je néglige dans chacune de ces phases qui se suivent tient à une faute opposée dans la phase précédente[15].

Ou encore :

> Il y a dans ma vie trois parties : 1920-1927, 1928-1936, 1937-maintenant. Dans chacune, les mêmes problèmes, amour, travail et monde, politique, philosophie [...], apparaissent sous une autre lumière. Chaque partie est une autre approche pour me conduire à la connaissance de la vérité. Peut-être mes erreurs et mes actions justes, au cours de ces différentes parties de ma vie, s'opposent-elles les unes aux autres. Par exemple,

> en 1 et en 3 je me consacre [?] trop peu aux femmes. En 2 trop. En 1 et en 3 trop peu à ma vocation. En 2 trop[16].

Ces passages datent de 1943. Ils comportent une ambiguïté. Ce « maintenant », dans l'expression « 1937-maintenant », pourrait aussi bien indiquer la fin d'une période et le début d'une nouvelle que marquer une continuité : la même période dans laquelle Gödel se trouve maintenant s'est ouverte en 1937. Je pencherais plutôt pour cette seconde hypothèse. Gödel, dans ces passages, ne dit rien d'une éventuelle période qui débuterait en 1943. Et cette continuité est corroborée par certains passages où Gödel suggère que son intérêt pour la philosophie, ce déplacement même de son travail, de la logique à la philosophie, sont antérieurs à son arrivée à Princeton. Cette hypothèse enlève, il est vrai, de l'importance aux circonstances accidentelles qui ont amené Gödel vers Leibniz.

1920-1927. Gödel a 14 ans en 1920. Il s'agit de sa période d'apprentissage, au lycée de Brno puis à l'université de Vienne.

1928-1936. C'est la période la plus productive, où Gödel obtient ses principaux résultats, la période des voyages aussi, fréquents, aux États-Unis, en Allemagne. Elle s'achève par une crise ou, disons, de façon vague, un accès dépressif. Gödel passe le premier semestre de l'année 1936 dans deux sanatoriums spécialisés dans les « maladies nerveuses », près de Vienne et près de Salzbourg. Il revient à l'université de Vienne à l'automne 1936. Il est plus silencieux, plus retiré qu'avant. Ses collègues, ses amis notent ce changement[17].

1937-maintenant. Gödel achève des travaux logiques commencés dans la période précédente et s'attaque à cette grande démonstration (l'indépendance de l'hypothèse du continu), une tentative qu'il poursuit jusqu'en 1943, avant de se tourner définitivement vers la philosophie. C'est aussi la période d'Adele, qu'il épouse en 1938, bien qu'ils se connaissent depuis déjà longtemps. Il y a le début de la guerre, le départ de Vienne, l'installation à Princeton, qui ne semblent rien changer.

La vie de Gödel comporte trois périodes et chaque période quatre champs : les femmes ou l'amour ; le travail (ce sont, je pense, les obligations que lui imposent l'université et la publication de ses résultats) ; la vie sociale, qui doit comprendre aussi bien les relations humaines de la vie quotidienne que la politique ; enfin, la philosophie, qui est identifiée à la vie religieuse. Chaque période est une distribution différente de l'activité dans ces champs, avec des renversements, les femmes trop nombreuses ou trop peu nombreuses, mais une sorte de continuité : la structure de la période qui suit s'explique par les réussites et les fautes de la période précédente. Chacun de ces quatre champs est une approche de la vérité. En quel sens entendre « vérité » lorsque celle-ci est cherchée dans l'amour ? Le logicien ne le dit pas.

La vie est, pour Gödel, tout entière tournée vers la vérité. Elle s'explique aussi de façon purement intérieure : la période précédente détermine celle qui suit. Comme si ne comptait aucune circonstance extérieure (ni la montée du nazisme en Autriche, ni le début de la guerre, ni le départ pour l'Amérique). Comme si la vie n'était au fond que le développement solitaire d'un individu singulier qui tente d'approcher de la vérité. Cette vision s'accorde parfaitement avec la monadologie que Gödel tente d'élaborer, dans laquelle chaque individu est une monade, « sans porte ni fenêtre », dit Gödel après Leibniz, c'est-à-dire isolée, isolée des autres monades et du monde. Le seul frein, dans cette vie, est donc l'ignorance, la paresse ou une sorte d'inertie, qui fait que nous acceptons notre ignorance. Gödel, à la suite d'un passage similaire, divisant sa vie en ces trois mêmes périodes, note :

> Peut-être la raison pour laquelle je progresse si lentement dans la connaissance est-elle que je déteste trop peu ma propre ignorance [...][18].

5. Gödel et les femmes

« Gödel aimait les femmes et n'en faisait pas un secret. » Olga Taussky fut la condisciple de Gödel à l'université de Vienne, et elle raconte quelques épisodes de ces années, presque des frasques. Gödel a ses admiratrices : des jeunes femmes qui se plaignent déjà de ses habitudes de *prima donna*, de ses levers tardifs, son caractère d'enfant gâté. Gödel a aussi ses trucs : donner rendez-vous à l'une de ses admiratrices dans une salle de l'université où travaille une autre femme qu'il cherche à séduire. Gödel semble avoir utilisé ce même truc plusieurs fois.

Ensuite, il y a Adele, que Gödel rencontre alors qu'elle est serveuse dans un restaurant où il va dîner avec ses parents. Elle a aussi été danseuse. Sur les photographies de leur mariage, on voit une femme élégante, qui tourne toujours la tête vers la gauche pour cacher, dit-on, une tache de naissance qu'elle a sur la joue. Kurt est un jeune homme souriant, qui tient son épouse par l'épaule et regarde l'objectif, droit devant lui, fièrement. Rien ne paraît de ses tourments (fig. 3).

Sur les photographies plus tardives, à Princeton, Gödel est une silhouette maigre, enveloppée dans un manteau noir, avec un sourire presque craintif et une façon particulière de scruter le photographe, semble-t-il, plus que l'objectif.

> Il était souvent indisposé. Quand il venait [à la maison], il portait même l'été trois manteaux les uns sur les autres. [...] Il était très bien élevé, très « baisemain », très, très gentil, très civilisé[19].

> Il était très maigre, on aurait dit qu'il sortait d'un camp de concentration, il portait toujours un chapeau. Je veux dire élégant dans le sens où il était toujours très soigné, sans un pli. Sa femme s'occupait très bien de lui[20].

Sa maigreur, sans doute, a rendu Gödel très frileux. Il ne sort jamais sans manteau et chapeau, même au plus chaud de l'été, et garde jusque tard dans le printemps une cagoule de laine qui ne laisse paraître que ses yeux et sa bouche. Il semble n'avoir jamais cessé de s'intéresser aux jeunes femmes qu'il pouvait croiser. Adele décrit du reste l'Institut comme une maison de repos pour vieillards avec des jeunes filles qui font la queue devant les chambres[21].

Au début de l'année 1941, Gödel dresse une liste : comment améliorer son existence. Il se propose de faire du sport, de se promener plus souvent, de publier des articles plus nombreux, etc. Il y a, cependant, plusieurs rubriques étonnantes. L'une concerne les « stupéfiants ». Une autre concerne les « femmes. Jeux d'enfants : expériences physiques ; jeu de cartes : expérience psy[22] ».

Je ne sais pas en quoi pouvaient consister ces jeux d'enfants. Le dernier mot est également inachevé : ce pourrait être « psychologique », « psychique ». Le logicien joue en effet aux cartes, avec

Adele. Il tire une carte dans le paquet, sans la montrer à sa femme mais en la gardant sous ses propres yeux. Et Adele doit deviner la couleur et la figure. Elle obtient apparemment des résultats qui dépassent de loin ceux qu'aurait donnés le seul hasard (1/4 pour la couleur, 1/52 avec la figure). C'est donc la preuve empirique de ses talents télépathiques :

> Adele a un talent marqué pour deviner à l'avance le résultat dans les jeux de hasard. Naturellement pas toujours mais beaucoup plus souvent que ne le voudrait le hasard. J'ai établi cela de façon incontestable sur environ deux cents essais. Cela appartient bien au chapitre des phénomènes occultes, que l'on étudie dans une université d'ici avec une grande rigueur scientifique. La conclusion est que chaque personne possède ces facultés mais le plus souvent à un degré réduit[23].

Les rares remarques sur la question des « femmes » dans les cahiers philosophiques font presque toujours intervenir l'idée d'une polarité. Dans la note la plus frappante, Gödel joue à appliquer à la « vie sociale » les concepts de la physique. La famille est comparée à un atome. L'homme est le noyau autour duquel tourne la femme, comme un électron. L'attirance sexuelle est une force électrique entre ces deux particules, le noyau étant positif, l'électron négatif. La vocation, l'attirance pour le travail, est l'équivalent d'un champ magnétique (lequel, il faut le remarquer, dépend du mouvement des particules électriques).

Une seconde note comporte simplement ce tableau :

Dei	Diab.
Viri	Mulieres

Ce que les diables sont aux dieux, les épouses le sont aux hommes. Rien n'indique comment l'amour, rapporté aux femmes, peut, dans les remarques autobiographiques citées plus haut, constituer un champ, une approche de la vérité. Cette dernière note, avec le diable, ferait plutôt de la femme une cause d'errements.

Il va de soi que ces notes, aussi bien sur les femmes télépathes que diaboliques, font partie de ce que l'on peut considérer comme la

Fig. 3. Adele et Kurt Gödel lors de leur mariage, à Vienne, en 1938.

Fig. 4. Le logicien et sa mère, Marianne Gödel, à Princeton.

« folie » de Gödel. Cela dit, il n'est pas clair que ces notes ne soient qu'anecdotiques et que cette bipolarité, par exemple, ne s'intègre pas réellement dans le monde tel que l'imagine Gödel. L'analogie en général est, pour Gödel, un mode de raisonnement tout à fait sérieux. Le logicien croit également à l'existence du diable, dont il prouve au moins la possibilité à partir de son théorème d'incomplétude.

6. « Fanatiquement rationnel »

Il y a différentes façons de se faire « fou » avec logique et philosophie. La première, et la plus simple, est d'appliquer sans restriction cette rigueur de la logique à la vie quotidienne. Nos mœurs, nos habitudes, nos opinions ne sont pas toujours cohérentes. Il suffit donc d'user à leur propos d'une logique sans concession pour, en effet, se comporter « comme un fou ». Mais ce « fou » que l'on est alors devenu semble avoir gardé toute sa raison, et sa « folie » ne se manifeste qu'au regard d'une paresse d'esprit, d'une inertie qui nous entraîne, nous autres, à suivre des mœurs absurdes. C'est dans cette sorte d'hyperrationalité que Wang voit l'origine des bizarreries de Gödel : « être fanatiquement rationnel, écrit-il, n'est plus rationnel[24] ».

Le philosophe, ou le logicien, « fanatiquement rationnel » nous apparaît comme un fou, parce qu'il agit selon des normes qui lui sont propres. Mais est-il réellement fou ? Cette hyperrationalité sort-elle de ce que l'on dira être le domaine de la raison ?

À la mort de sa mère, Gödel refuse de faire le déplacement de Princeton à Vienne pour assister à l'enterrement. Il se contente d'envoyer Adele. Son frère lui reproche son absence. Mais, répond le logicien, « pourquoi donc aurais-je dû passer une demi-heure sous la pluie devant une tombe ouverte[25] ? ». Gödel a toujours été proche de sa mère. Leur correspondance abondante en témoigne. Il n'y a donc nulle animosité dans cette phrase, mais ce qui apparaît à Gödel comme une évidence : pourquoi risquer de prendre froid, sous la pluie, alors que cette mère qu'il aimait n'est plus de ce monde (mais, selon les convictions du logicien, dans un autre monde où elle est absorbée dans les mathématiques et ne se soucie donc guère de ce qui se passe à l'enterrement de ses « restes », comme on dit). Gödel, en refusant d'assister à l'enterrement de sa mère parce qu'il aurait risqué de s'enrhumer, est-il ou non raisonnable, est-il ou non fou ?

Il est difficile de trancher la question. Dans le *Discours de la méthode*, Descartes se demande également dans quelle mesure appliquer la science, ou la raison, aux affaires de la vie. Il faut, en philosophie et pour le fondement des sciences, n'admettre que des propositions absolument certaines et qui, en dernier ressort, s'appuient sur une certitude qui échappe à tout doute. Mais, dans la vie, en attendant d'avoir élaboré une philosophie certaine et complète qui permette de trancher les affaires de la vie, que faire ? Descartes – c'est la première maxime de sa morale provisoire – se propose au contraire « d'obéir aux mœurs et aux coutumes de [s]on pays [... se] gouvernant [...] suivant les opinions les plus modérées et les plus éloignées de l'excès, qui fussent communément reçues[26] ».

Gödel, lui, hésite. Dans une note des cahiers philosophiques, il considère la maxime cartésienne mais en la qualifiant d'un « peut-être[27] ». C'est qu'il reconnaît le risque : que la logique, appliquée à la vie, ou, pour paraphraser Wang, l'hyperrationalité, risque de rendre « fou » et peut-être, c'est-à-dire si Descartes a raison, est une véritable folie (qui s'écrit alors sans guillemets).

7. Monadologie et hypersensibilité

Mais on peut encore dire Gödel « fou » de bien d'autres façons. J'ai déjà évoqué son hypocondrie, sa peur des maladies et sa peur des gaz. Je suis convaincu qu'il s'agit en réalité d'une peur métaphysique : la peur de l'infiniment petit et de la vie autonome de ces petites choses, que nous ne connaissons pas.

L'air qui nous entoure est plein de microbes, de parasites de toutes sortes, de gaz, en effet, qui nous empoisonnent lentement. Nous respirons tout cela, confiants dans le fait que la composition de l'air ne se modifie pas insensiblement, que la fatigue que nous ressentons ne vient pas du gaz carbonique qu'une chaudière mal réglée dégagerait à l'étage en dessous. Mais, au fond, nous ne savons rien. Pire, notre corps, et cela nous le savons pour sûr, est fait d'un assemblage de cellules dont chacune a sa vie et peut se développer ou se multiplier. La maladie n'est rien d'autre qu'une rupture dans l'harmonie précaire qui lie ces cellules. Il suffit que l'une d'elles décide (en quelque sorte) de vivre sa vie, de former une colonie autonome, et elle prend notre vie. Ce sont ces petites choses que Gödel craignait avant tout ou, plus exactement, des choses plus petites encore et qui constituent celles que nous pouvons déceler

On dit que Gödel avait développé, à force d'exercices, une hypersensibilité qui lui permettait de saisir d'infimes modifications dans son environnement. Et c'est pourquoi il était si attentif aux gaz et à toutes sortes d'odeurs qui échappaient à son entourage :

> Je crois que la sensibilité de Gödel réagissait à beaucoup de choses auxquelles les autres personnes restaient insensibles. [...] Sans doute beaucoup de choses le dérangeaient dont en fait les gens n'étaient pas conscients[28].

Dorothy Morgenstern continue en racontant comment, un jour où elle était invitée chez les Gödel, Kurt en entrant dans l'appartement a immédiatement décelé une souris morte (derrière un placard) que personne ne sentait, mais qui rendait la pièce invivable pour lui. Son interlocuteur, qui conduit l'interview, renchérit :

> Gödel a cherché à cultiver une sorte d'ultrasensibilité. Il avait apparemment mis au point un entraînement sensoriel, quelque chose comme une prière ou un exercice religieux[29].

Mme Morgenstern acquiesce.

Faut-il faire la part de la légende ou accepter l'assertion que les sens de Gödel étaient doués d'une acuité exceptionnelle ? La seconde hypothèse donnerait un fondement sensible, empirique d'une certaine façon, à la peur d'une vie autonome des petites choses. En tout cas, cette peur se retrouve dans la métaphysique de Gödel.

> Ma théorie – dit Gödel à Wang – est une monadologie avec une monade centrale (Dieu). Elle est comme la monadologie de Leibniz dans sa structure générale[30].

L'univers de Gödel est fait de monades. Les monades sont, un peu comme les cellules d'un corps, des individus, qui constituent les choses visibles, et chacune possède une vie, une expérience intérieure, une conscience qu'elle peut développer. Non seulement les êtres vivants, mais les choses elles-mêmes, ce caillou dans ma main, l'air que je respire, sont tout entiers constitués de ces monades, vivantes, spirituelles :

> C'est une idée de Leibniz que les monades sont spirituelles en ce sens qu'elles ont conscience, expérience, pulsion (*drive*) du côté actif et contiennent des représentations du côté passif. La matière est également composée de telles monades. Nous avons cette idée vague d'éviter d'infliger de la douleur aux choses vivantes, mais un électron, ou un morceau de pierre, a également des expériences[31].

L'univers est dans chacune de ses parties vivant ou, plus exactement, chaque partie de l'univers a sa vie. Leibniz parlait d'un lac plein de poissons, d'un lac en réalité avec autant de poissons que l'on peut en loger. Il faut imaginer que les poissons s'imbriquent les uns dans les autres pour constituer le lac lui-même. Il n'y a pas d'espace vide : chaque zone qui se laisse distinguer est une sorte d'organisme.

Quel chaos alors si chacun de ces organismes vivait sa vie, en toute indépendance, les choses visibles se transformant sous nos yeux, à chaque instant, se dispersant même en une multitude de monades, tantôt solitaires, tantôt se joignant avec d'autres pour former de nouvelles figures. Notre corps lui-même est pris dans ce chaos. Non, il faut un principe régulateur dans ce monde. C'est Dieu. Dieu a créé les monades, après avoir réfléchi au genre de vie que choisirait chacune d'après la nature qu'il lui donnait : « Chaque chose a été créée par Dieu dans un but déterminé. Rien n'a été créé sans but[32]. » Dieu n'a donc pas besoin d'intervenir après la création. Les monades, telles qu'elles ont été créées, continuent de former ce monde stable que nous connaissons. Il y a – c'est vrai –, sinon quelques erreurs, du moins une certaine incomplétude dans la création divine, qui laisse sa place au chaos et, j'y reviendrai, au diable. Mais, dans l'ensemble, on peut dire que Dieu a bien fait les choses. La vie des monades est régulée. La peur de l'infiniment petit se résout dans l'infiniment grand.

8. Le monde de l'esprit

La peur des petites choses a sa contrepartie dans le monde de l'esprit. L'esprit, en effet, n'est pas simple, mais forme un véritable monde, un monde intérieur, comportant une multiplicité exactement semblable à celle du monde extérieur :

> On suppose toujours que ce qui se passe « dans l'âme » (c'est-à-dire la monade [...]) est quelque chose de simple à voir, de la même façon que l'état d'un atome est décrit par son lieu et son mouvement [...]. Mais en réalité le degré de complication est le même que celui du monde entier[33].

Dans le cadre d'une monadologie, il faut admettre que le monde extérieur se reflète dans la monade. Ainsi, l'esprit comporte autant de petites perceptions qu'il y a de petites choses dans le monde. Ces petites perceptions ne se distinguent pas en elles-mêmes. C'est seulement par leur assemblage qu'elles constituent nos pensées distinctes, comme les monades dans le monde constituent les choses visibles. Néanmoins, ces petites perceptions, ces pensées indistinctes, gardent une efficacité et peuvent en principe se développer, sans que nous en ayons conscience. Gödel évoque ces « facteurs inconscients » qui changent à certains instants le cours de nos pensées[34]. Ce sont des facteurs que nous ne maîtrisons pas, que nous ne comprenons pas : qui ne semblent pas dépendre des impressions extérieures mais ne sont pas non plus déterminés par un intérêt explicite. Les pensées, les soucis, les images qui nous viennent à l'esprit ne sont pas la conséquence des pensées explicites que nous entretenions à l'instant précédent. Ils ne sont pas non plus causés par l'environnement extérieur. D'où sortent-ils alors ? Du regroupement et de la cristallisation de ces pensées infimes qui constituent le fond de notre esprit mais que nous ne remarquons pas.

Le cours de nos pensées n'est donc jamais maîtrisé mais dépend du développement autonome de pensées inaperçues. En quel sens alors est-ce bien moi qui pense, si je ne me reconnais pas dans le cours de mes pensées, si je ne le comprends pas ? Peut-on imaginer qu'un ange ou un démon ou le diable lui-même réussisse, d'une façon ou d'une autre, à infléchir ce mécanisme ou à se loger dans ces complexes que forment d'elles-mêmes les petites perceptions ? Ce sont des hypothèses fantastiques sans doute, mais Gödel prend au sérieux les hypothèses fantastiques. Du reste, il y a toujours un risque dans ce contexte, un risque qui, lui, n'a rien de fantastique. Nous vivons avec nos habitudes, une pensée presque mécanique et dont nous décidons au moins en partie le cours. Mais ce cours de la pensée n'est que de surface et s'appuie sur un fond que nous ne connaissons pas. Nous ne pouvons jamais être certain que ce fond des pensées inaperçues n'est pas sur le point de se dérégler et d'entrer dans le plus grand chaos : des pensées absurdes, ou monstrueuses, dont nous ne saurons pas d'où elles viennent et que nous ne pourrons pas arrêter ; ou, pire, une sorte d'éclatement, donnant lieu à une pure multiplicité de pensées hétérogènes, qui ne signifient plus rien et se succèdent sans suite. Le risque de la folie, dans le monde de l'esprit, correspond exactement à celui du chaos dans le monde des choses : le risque que ces monades qui forment les choses visibles, se rebellent contre les lois qui réduisent leur activité et se développent de la façon la plus anarchique. Il faut croire en un Dieu qui a réglé ces deux mondes et qui garantit le monde extérieur contre le chaos, et le monde intérieur contre la folie. Et encore. Ce Dieu n'a réglé l'univers que de façon incomplète. On verra qu'en ce qui concerne l'esprit il reste des brèches ouvertes, des interruptions dans le fonctionnement normal de l'esprit humain, qui donnent lieu aux rêves et ouvrent la porte aux démons.

Gödel a toujours refusé de publier ces recherches métaphysiques, qui (incontestablement) étaient à l'opposé de la philosophie en vogue dans les universités américaines des années cinquante et soixante. Mais pourquoi, finalement, le contraste entre ses recherches et la philosophie institutionnelle devait-il empêcher le logicien de publier ? Je crois qu'au fond Gödel avait peur qu'on le prenne pour un fou, et cela, parce qu'il avait peur d'être fou. Cette peur de la folie n'est que la contrepartie intérieure de sa peur des petites choses.

9. Rien n'est laissé au hasard

Dieu a créé chaque chose dans un but déterminé, chaque être en lui donnant une nature telle qu'il réalise de lui-même ce que Dieu attend de lui. Il n'y a donc pas de hasard dans l'univers de Gödel.

> Gödel utilisait pour observer le monde un axiome intéressant : à savoir que rien de ce qui arrive n'est accidentel ou n'est simplement dû à la stupidité [des hommes]. Si vous prenez cet axiome au sérieux, toutes les théories étranges auxquelles Gödel croyait deviennent absolument nécessaires. J'ai essayé plusieurs fois de discuter avec lui, mais il n'y avait pas d'issue. De cet axiome, toutes ses théories suivaient[35].

C'est ce que dit, dans une lettre, E. G. Straus, un assistant d'Einstein. Sur ce thème, Gödel n'est pas loin, à première vue, du physicien. Il en reprend du reste le mot célèbre : « Dieu ne joue pas aux dés avec le monde, c'est-à-dire rien dans le monde ne se fait par hasard[36]. » Cependant, Gödel donne à cet axiome, selon lequel il n'y a pas de hasard, une signification plus forte que ne le fait le physicien. Cet axiome donne lieu, dans le monde de Gödel, à un principe de surdétermination. Non seulement les événements ont des causes physiques et sont eux-mêmes causes de nouveaux événements, mais ils ont un sens littéralement surnaturel. Dieu a injecté dans le monde un maximum de sens, donnant donc aux mêmes événements des valeurs multiples, une fonction sur une multitude de plans.

C'est surtout à propos de la politique que Gödel s'attache à interpréter ce sens des événements. Gödel a pu dire que la politique, l'analyse politique était pour lui comme un « hobby[37] ». Mais, ce qu'il cherche dans la politique, ce sont en réalité des coïncidences qui alimentent son appétit pour le mystérieux. Dans la politique universitaire, d'abord :

> N'est-il pas remarquable que la mort d'Einstein survienne près de quatorze jours après l'anniversaire des vingt-cinq ans de l'Institut[38] ?

Puis dans la politique américaine :

> Si l'on regarde de plus près les circonstances de la mort [de Roosevelt] on ne peut se défaire de l'impression qu'il y a là-dessous un mystère qui n'a pas été éclairci. Il est mort à peu près une semaine avant la première séance des Nations unies qu'il devait ouvrir à San Francisco[39].

Ou encore :

> Il est intéressant que, en l'espace d'une demi-année, tous les principaux opposants d'Eisenhower soient morts (opposant politique étranger, Staline, à l'intérieur, Taft). Le président de la Cour suprême également est mort. Quelque chose d'aussi étrange (*peculiar*) n'est, je crois, jamais arrivé auparavant. La probabilité pour une telle conjonction est de 1 sur 2000[40].

Gödel n'accuse pas directement l'administration d'Eisenhower d'avoir supprimé ses opposants. Il s'agit plutôt d'une coïncidence indiquant la finalité de notre monde, un changement d'époque prévu dans la structure de notre monde. Gödel commentera près de vingt ans plus tard, avec Wang :

> Quand une situation extrêmement improbable se réalise, nous pouvons légitimement en tirer des conclusions importantes. Ce défaut que nous avons de ne jamais atteindre un niveau de généralité suffisant ne se manifeste pas seulement en philosophie. [...] Ce n'est pas une coïncidence si Robert Taft et Joseph Staline sont morts si peu de temps après qu'Eisenhower est devenu président. Il y a des lois concernant la structure du monde au-dessus du règne des causes naturelles[41].

Ces coïncidences révèlent une sorte d'harmonie, une mise en ordre de notre monde, qui dépasse le règne de la physique et dépend directement de ce que Gödel appelle, de façon énigmatique, la « structure du monde », ou ses « lois de structure ». C'est ce sens surnaturel que Gödel tente de lire dans la politique, notamment dans la politique américaine, ou parfois dans l'histoire même de l'humanité :

> Il y a deux séquences de quatre étapes : (1) judaïque, (2) babylonienne, (3) perse, (4) grecque ; (1') première Chrétienté (romaine), (2') Moyen Âge, (3') capitalisme, (4') communisme. Il y a une surprenante analogie entre les deux séquences, dans les dates, etc. Les périodes de la seconde séquence sont trois fois plus longues que celles de la première. [...] La similitude est beaucoup plus étroite qu'on pourrait le croire. Il y a des lois structurelles qui ne peuvent pas être expliquées par les causes[42].

Le parallélisme qu'établit Gödel est sans doute inattendu. Le logicien n'explique pas par exemple en quoi ces différentes périodes (judaïque/chrétienne, babylonienne/médiévale, etc.) sont analogues. S'il s'agit d'une pure correspondance dans les dates et les durées, ou bien s'il existe une proximité dans le contenu idéologique. Comment la durée de la période « communiste », telle qu'elle peut être envisagée en 1975 (dont date le fragment), est-elle équivalente à trois fois la période grecque ? Peu importe. Ce fragment est sans doute plus instructif rapporté au monde de Gödel qu'à l'histoire de l'humanité.

Gödel ne nie pas la possibilité d'une explication par des causes (que l'on ait empoisonné Staline ou qu'un caillot sanguin, s'étant formé lentement, ait finalement bloqué une artère à tel moment), mais cette explication par les causes doit se compléter d'une ou de plusieurs interprétations qui dégagent le sens des événements. Il y a, répétons-le, un principe de surdétermination dans le monde de Gödel qui inscrit les mêmes événements dans plusieurs registres signifiants. Dieu dépose dans les événements du monde de multiples sens et, apparemment, autant de sens que ceux-ci peuvent en supporter. Dieu devant le monde est comme, dans la théorie de Freud, le rêveur devant son rêve, le rêveur qui surdétermine les figures de son rêve en leur donnant ce même maximum de sens. Le monde de Gödel est comme un rêve. Du reste, « seules les fables représentent le monde comme il doit l'être et en lui donnant du sens[43] ».

L'axiome de Gödel, que rien dans le monde n'est laissé au hasard, a donc un statut ambigu. D'un côté, il répond aux peurs de Gödel et, avant tout, à la peur de l'infiniment petit. Dieu, en réglant l'univers, en donnant à chaque être un but déterminé, nous assure contre le chaos, dans l'extériorité, et, dans notre esprit, contre la folie. Cet axiome, avec sa conséquence : que tout dans le monde est signifiant, relève également de la même tournure d'esprit que la paranoïa pour laquelle Gödel est célèbre. Cette recherche d'une signification cachée, secrète, Gödel l'applique à la politique comme à sa propre vie, où un mot équivoque d'un collègue trahit la préparation de cet empoisonnement que le logicien redoute.

Mais, d'un autre côté, ces théories « étranges » (pour reprendre l'expression d'E. G. Straus dans la lettre citée plus haut) dépendent d'un postulat métaphysique d'origine leibnizienne et qui a une portée scientifique : toute chose a une raison ou, disons, tout phénomène peut s'expliquer. Gödel, comme il le revendique dans ses textes philosophiques, adopte un optimisme rationaliste : il n'y a rien dans notre monde qui puisse échapper à la connaissance. Et on retrouve ce rationalisme dans les positions de Gödel en logique : il n'y a pas de problème insoluble pour la pensée humaine, c'est-à-dire toute proposition que l'esprit peut formuler est susceptible ou d'une démonstration ou d'une réfutation.

On pourrait sans doute distinguer différents postulats à l'intérieur de ce rationalisme. Adopter cette thèse sur le caractère illimité de l'esprit humain (pas de problème insoluble) n'oblige pas forcément à chercher des coïncidences dans la politique, telles celles que Gödel met en évidence. Néanmoins, on pourrait sans doute également soutenir qu'un principe général (en langage naturel et, par là même, gardant quelque chose de vague) comme « rien n'échappe à la connaissance » ou « tout phénomène a une explication » justifie également et la position de Gödel en logique, qui refuse l'existence de problèmes insolubles, et sa recherche des coïncidences, qui sont des phénomènes à expliquer et qui, sans doute, s'expliquent plus simplement par la causalité divine, si l'on ne refuse pas celle-ci par principe.

La monadologie comme le rationalisme de Gödel font donc se rejoindre une « folie », subjective et accidentelle, et une logique, une philosophie, avec leurs visées d'universalité.

10. Dans quel monde vivons-nous ?

John Dawson, dans sa biographie, rapproche deux notes du journal de Morgenstern. Parler avec Gödel, note l'économiste, c'est « immédiatement être plongé dans un autre monde ». Il y a, continue-t-il ailleurs, « trop de complots »[44]. Et c'est l'image sur laquelle J. Dawson conclut son livre : un Gödel que sa paranoïa a enfermé dans un monde illusoire mais logiquement inattaquable. Gödel semble avoir « développé une structure de croyances paranoïdes qui est logiquement consistante (et, par conséquent, inattaquable d'un point de vue logique) mais absurde de l'extérieur. [... Sa] paranoïa est le point culminant de sa recherche d'une vision du monde consistante[45] ».

La paranoïa de Gödel, avec cette fascination pour les coïncidences, ce soupçon d'un complot contre sa vie, contre les philosophes en général (on le verra), apparaît ainsi comme un effort pour obtenir une vue de l'univers absolument rationnelle, c'est-à-dire cohérente, aussi complète que possible, et pourtant, du point de vue du biographe qui l'examine de l'extérieur, absurde. Or (ce que J. Dawson sait bien) c'est un thème que Gödel aborde dans ses cahiers : que nos croyances, les postulats qui déterminent notre monde nous enferment dans une image du monde qui peut être fausse et, pourtant, indépassable.

> Que l'homme ne vienne pas à la connaissance facilement, de lui-même, mais ait besoin d'une recherche tient vraisemblablement à ce qu'il a dans son enfance (et, en partie, de façon inconsciente) développé un système de croyances fausses [...] mais de telle sorte que (dans la structure donnée du monde où le comportement erroné s'autojustifie [?]) il n'arrive pas à les dépasser. Il serait intéressant de constituer le modèle d'un tel système de croyances fausses mais stables[46].

Un peu plus loin, Gödel conclut, après une remarque semblable :

> La méthode alors pour le fondement de la connaissance est la psychanalyse[47].

Celle-ci en effet pourra mettre en évidence la source de ces croyances fausses mais stables, sans les contredire de front, mais plutôt en en dévoilant le caractère conditionné et, par conséquent, accidentel.

Gödel, dans ces notes, doute-t-il de la réalité de son propre monde ? Un exemple d'un système stable, « irréfutable » ajoute même le logicien, est précisément la monadologie de Leibniz[48]. Dans ce cadre, en effet, le monde est composé d'atomes spirituels et n'est donc pas tel que je le perçois. Il n'y a pas devant moi une table, des murs, mais un ensemble de monades qui vivent une vie intérieure et que je recouvre de telles apparences, des formes colorées dans un espace tridimensionnel. En prenant les textes de Leibniz à la lettre, je n'ai même aucun contact avec ces monades qui m'entourent. Je me contente de rêver d'un monde d'apparences, illusoire mais qui partage certaines propriétés de structure avec l'univers des monades. Or, si rien ne me force à penser que je rêve, rien non plus ne semble m'interdire absolument d'adopter cette hypothèse. En cela, une monadologie est irréfutable alors même qu'elle peut être fausse. Il y a une alternative : ou bien la monadologie à laquelle Gödel croit est fausse et Gödel vit dans l'illusion, ou bien c'est le monde phénoménal, avec ces apparences, qui n'est qu'un rêve, une image fondée sur une réalité qu'elle n'exprime pas adéquatement. Et il faudra, un jour, nous réveiller :

> Que les monades n'ont pas de fenêtres. C'est-à-dire dans cette vie nous rêvons tous mais rêvons en accord (rêvons de concepts, rêvons dans le sensible), mais pas complètement en accord (comme le montre la possibilité de l'erreur). Dans cette vie, [...] nous n'entrons jamais en contact avec la réalité (ou y a-t-il un « réveil » dans cette vie ?) Cette vie est semblable à celle de l'enfant dans le ventre de sa mère (est-ce qu'eux aussi rêvent d'une réalité ?)[49].

Il y a besoin de guillemets autour du mot « réveil ». Il ne s'agira pas simplement d'ouvrir les yeux, nos yeux qui ne sont capables de voir que des formes et des couleurs, jamais des monades. Non, « se réveiller », ce sera sans doute se retrouver dans un autre monde, après la mort. La possibilité d'un « réveil dans cette vie », qui consisterait en l'expérience mystérieuse d'une réalité autre, reste une question.

Gödel a bien le sentiment de la fragilité du monde : que le monde dans lequel on vit, ce complexe d'impressions et de croyances, peut n'être qu'une illusion. Et c'est sans doute pourquoi il pose la possibilité d'autres mondes, qui doubleraient le nôtre, comme des mondes parallèles, ou qui le contiendraient, comme l'univers de la monadologie. D'où vient ce sentiment de la fragilité du réel et de la pluralité des mondes ? Est-ce, comme les remarques de J. Dawson semblent le laisser entendre, un autre effet de la paranoïa de Gödel ? En tout cas, Gödel, dans les années quarante, avec l'image de ce réveil, introduit ce qui fera le thème de nombreuses histoires de science-fiction. Seulement, pour Gödel, il ne s'agit pas d'une histoire mais d'une possibilité philosophique, sérieuse.

11. Gödel est-il « fou » ou seulement leibnizien ?

Je dis que la philosophie de Gödel est « folle » et qu'elle exprime, sous une forme sublimée, les peurs du logicien. Voici une objection que l'on peut m'opposer : Gödel est peut-être « fou » dans la vie, c'est-à-dire qu'il a certaines difficultés dans des situations quotidiennes et un comportement parfois hors du commun ; mais Gödel, en philosophie, n'est pas fou, ni « fou » (au sens de ce on-dit, « c'est un fou ») ; il est seulement leibnizien.

Gödel, en effet, reprend certaines thèses de Leibniz, qu'il adapte à la logique moderne. Il les complète par d'autres thèses qu'à ma connaissance on ne trouve pas chez Leibniz, mais qui semblent avoir une origine, tout aussi respectable, dans la philosophie médiévale. Seulement, le fait de reprendre au XXe siècle ces considérations en modifie absolument la portée. Il faut, comme on dit, mettre les choses en perspective. Gödel écrit aux États-Unis, il y a environ quarante ou cinquante ans. Imaginons.

(1) Je déjeune au restaurant universitaire. Je suis attablé seul avec mon plateau-repas. Un collègue s'assied à côté de moi. Nous parlons de choses et d'autres, à propos de l'université. Puis mon collègue me glisse avec un sourire au coin des lèvres :

« Vous avez remarqué que notre président a eu son accident exactement quinze jours avant l'inauguration des nouveaux bâtiments ? Non, vous n'avez pas remarqué ? C'est étrange[50]. »

(2) Mon collègue a promis de me donner un article, dont nous avons parlé la veille. Nous sommes dans son bureau, il fouille dans

ses tiroirs, il parcourt du regard ses étagères, sans trouver le texte. Je suggère :

« Vous l'avez peut-être déjà prêté à quelqu'un d'autre. »

Lui s'arrête et regarde autour de lui :

« Non, il y a un esprit (*ein Kobold*) dans cette pièce. C'est une force invisible (*eine unsichtbare Kraft*) qui m'empêche de trouver cet article[51]. »

Je m'aperçois que l'homme est tout à fait sérieux. Sans y réfléchir, je toussote, comme si je n'avais pas entendu. Lui continue :

« Vous savez, "il existe des esprits, qui n'ont pas de corps, mais qui peuvent communiquer avec nous et influencer le monde. Ils restent à l'arrière-plan maintenant. [...] C'était différent dans l'Antiquité et au Moyen Âge, quand il y avait des miracles[52]". »

(3) Ce collègue a une certaine sympathie pour moi, sans doute parce que je l'écoute, avec finalement beaucoup d'intérêt. Nous sommes à nouveau en train de déjeuner à la cafétéria. Il semble inquiet. Je lui demande ce qui se passe. Il regarde autour de lui, pour vérifier que personne, ou rien, ne nous entend. Puis il me dit, dans un murmure :

« C'est le diable. Je viens de prouver son existence à partir du théorème d'incomplétude, vous savez, le théorème de Gödel. Et j'ai peur qu'il ne m'emporte. »

Ce collègue, on le dira, j'en suis certain, fou. Et moi-même, en tant que j'appartiens à ce « on », à l'esprit du temps, il m'arrivera de dire qu'il est fou. Cela ne m'empêchera pas de l'interroger, en déjeunant, sur sa démonstration de l'existence du diable et de lui parler de celle que me semble avoir imaginée Gödel.

Je l'avoue, j'appartiens à l'esprit du temps, tel que Gödel le caractérise. J'ai, comme on dit, mon bon sens et ne peux pas croire un instant à l'existence des anges ou à celle des démons, ni à aucune autre de ces thèses fantastiques. Pourtant, en tant que j'appartiens à l'esprit du temps, je suis convaincu que des thèses philosophiques doivent être « sérieuses » et, au moins, pouvoir être tenues pour vraies : il faut pouvoir croire à ce que l'on dit. Or les thèses de Gödel débordent largement le domaine de ce dont j'accepte de me laisser convaincre, le domaine de ce dont j'accepte de discuter. Je ne voudrais même pas réfuter les thèses fantastiques que défend Gödel. Ces thèses sont d'emblée absurdes, hors du domaine de ce que je peux, dans l'esprit du temps, envisager.

Cela dit, et tout en restant dans l'esprit du temps, l'absurdité des thèses de Gödel ne signifie pas, me semble-t-il, qu'elles soient dépourvues d'intérêt ou, disons, que le théorème d'incomplétude, dans un contexte raisonnable, ne puisse impliquer l'existence du diable. En fait, c'est précisément ce genre de questions qui m'intéresse. Gödel a certaines peurs dans la vie quotidienne, certaines angoisses. Il réussit à les exprimer dans sa philosophie, c'est-à-dire à les faire coïncider avec certaines thèses de la philosophie classique, à les lier avec des résultats logiques, interprétés selon des principes qui, en eux-mêmes, semblent acceptables. À quoi tient cette coïncidence ? Faut-il penser que Gödel déforme en quelque sorte la philosophie classique, la logique et ces principes de sens commun pour y faire entrer ses propres peurs ? Ou bien, faut-il reconnaître que ce complexe qui nous est commun, de philosophie, de logique, de bon sens, se prête à cette expression de la « folie » ? Faut-il dire que ce complexe de philosophie, de logique et de bon sens contient déjà cette « folie », que Gödel ne fait qu'y révéler ? À la limite, sommes-nous tous « fous », de façon implicite, sans vouloir nous en rendre compte et en refoulant cette « folie » sous le couvert d'un esprit du temps vaguement matérialiste ? Ou bien, au contraire, Gödel est-il un « fou » particulièrement habile, qui dénature la philosophie et la logique pour y loger sa « folie » ? Mais pouvons-nous alors saisir, dans cet ordre théorique, le point et la façon dont il déforme notre sens commun ? Est-il donc possible de cerner, de définir en un sens, la « folie » de Gödel et, peut-être, la folie elle-même dans l'ordre théorique, dans l'ordre du concept ? C'est pourquoi également je dis de façon vague que Gödel est « fou », sans chercher un diagnostic de cette « folie », une caractérisation médicale. C'est seulement la « folie » telle qu'elle s'exprime en philosophie ou (pourquoi pas ?) en logique qui m'intéresse et que je cherche à définir.

12. Des fragments

> En philosophie, Gödel n'a jamais obtenu ce qu'il cherchait : une nouvelle vision du monde, avec ses constituants de base et les règles de leur composition[53].

Ce texte publié par Wang a été sinon écrit du moins relu par Gödel. On y lit à la fois l'ambition philosophique de Gödel et un constat d'échec. Le logicien entend d'abord bel et bien transformer la philosophie et, cela, de deux façons différentes. D'une part, la philosophie doit devenir une véritable théorie, analogue aux théories scientifiques, où figurent clairement les notions primitives, qui déterminent les « constituants » du monde, les monades par exemple, et les relations que les notions primitives entretiennent et qui seront fixées dans des axiomes. En ce sens :

> La philosophie vise à être une théorie. Dans une théorie, il faut combiner concepts et axiomes, et les concepts doivent être précis[54].

Il s'agit donc de transformer ce domaine de discours vagues qu'est la philosophie en une science, une discipline rigoureuse, au domaine défini et aux raisonnements normés. Est-ce possible ? Newton semble avoir réalisé une telle opération en physique. Les spéculations sur la nature, qui appartenaient aux philosophes, sont devenues une véritable science :

> La philosophie, en tant que science exacte, devrait faire pour la métaphysique autant que Newton a fait pour la physique. [Wang note d'abord : « Il n'est pas exclu que… », mais Gödel corrige par :] Gödel pense qu'il est parfaitement possible que le développement d'une telle philosophie ait lieu dans les cent prochaines années ou même plus tôt[55].

Cette première transformation concerne la forme de la philosophie. La seconde concerne son domaine, que le logicien entend déplacer de la matière vers l'esprit. Contre l'esprit du temps, qui est embarrassé de préjugés matérialistes, Gödel entend « spiritualiser » la matière (les choses n'étant faites que de monades) et, par exemple, inclure dans le domaine de la philosophie la référence à d'autres esprits, Dieu, les anges, et à d'autres mondes.

Ce projet, qui, pour dire vite, semble faire de la philosophie une science fantastique, apparaît très tôt dans la pensée de Gödel. C'est en effet le cœur de son opposition au cercle de Vienne. Gödel accepte l'idée d'une philosophie scientifique, mais pour l'appliquer à (ou, du moins, inclure dans le domaine de la métaphysique) ce qui relevait de la théologie. L'ex-Viennois Carnap rapporte par exemple cette conversation de 1943 sur la possibilité de développer une « théorie de la métaphysique religieuse », une théorie exacte qui partirait de concepts comme « Dieu », « l'âme », « les idées », et qui serait comparable à la physique théorique, en ce que celle-ci, en principe, rattache à des énoncés observationnels (supposés décrire une expérience) des entités qui ne sont jamais observées directement (des particules insaisissables, des champs électromagnétiques). Carnap est sceptique. De telles théories sont mythologiques. Pourquoi faire intervenir Dieu ? La psychanalyse explique comment l'idée de Dieu nous vient du rapport au père dans l'enfance :

> Cela – répond Gödel – je ne le crois pas. Dans tous les cas, il faut tenter [une telle métaphysique religieuse][56].

Et c'est bien ce que Gödel se propose dans les années qui suivent : transformer ses croyances religieuses en un système rigoureux, ce qui serait la métaphysique comme science. Il le répète à Wang :

> La religion peut également être développée sous la forme d'un système philosophique bâti sur des axiomes. Aujourd'hui, le *rationalisme* est compris en un sens absurdement étroit. [...] Le rationalisme ne doit pas faire seulement intervenir des concepts logiques[57].

La métaphysique telle que Gödel l'envisage a donc deux sources : la science, dont elle doit prendre la forme, et une religiosité que l'on peut dire fantastique. C'est en pensant à ces deux sources que Gödel peut caractériser son effort philosophique :

> Mon travail est l'application d'une philosophie suggérée en dehors de la science mais obtenue à l'occasion d'une étude des sciences[58].

Il reste que Gödel n'aboutit pas et ne réussit pas à constituer ce système. Cette philosophie rigoureuse ne se trouve pas dans les textes que Gödel a laissés. De son travail philosophique, il reste quelques conférences, quelques brouillons et, pour l'essentiel, des fragments, presque des aphorismes, des remarques éparses, sans liens évidents : les notes dans les cahiers philosophiques, les conversations avec Wang. Ce sont des passages courts, qui ne font pas système et dont il faut discuter un à un. Ces notes s'étalent sur environ trente-cinq ans et ne doivent pas être traitées comme s'intégrant dans un ensemble cohérent, ni même comme conduisant à un système rigoureux. Gödel est bien conscient qu'il ne laisse que ces remarques. Il conseille Wang pour la présentation de ses notes :

> Cela devrait être une liste de citations, chacune étant intelligible et complète par elle-même.

Et peut-être, finalement, Gödel se satisfait-il de cette suite de remarques, sans système. Il écrivait à sa mère en 1953 :

> Les aphorismes sont à mon goût. J'aime tout ce qui est court, et je trouve en général que plus un texte est long, moins il en contient[59].

13. Le fantastique, ou le mystérieux

> Il y a d'autres mondes et d'autres êtres rationnels d'une espèce (*kind*) différente et plus élevée [que l'espèce humaine][60].

C'est la quatrième des quatorze thèses que Gödel présente à Wang comme les fondements de sa métaphysique : d'autres mondes, d'autres intelligences. Il ne faut sans doute pas prendre cette pluralité de mondes au sens de la science-fiction, comme s'il y avait d'autres planètes avec des extraterrestres. Gödel s'est intéressé, au moins de façon anecdotique, à cette question d'une vie extraterrestre, et il reste dans ses papiers quelques articles de journaux à propos de la vie sur Mars, que le logicien a lus attentivement, soulignés, annotés et conservés. Mais, dans cette quatrième thèse, Gödel semble parler de mondes, disons parallèles, qui ne sont pas situés dans l'espace et le temps de notre monde et auxquels nous n'accéderons que dans une vie future. Les intelligences supérieures qui habitent ces mondes sont des anges et des démons et, sans doute, ces sortes de fantômes que nous deviendrons dans ces mondes d'après la mort terrestre.

Il y a, pourtant, de la science-fiction dans la métaphysique de Gödel. C'est que Gödel vise à tirer cette métaphysique de la science ou, du moins, à lui faire englober la science de son époque et à lui en donner la forme. Il y a également du fantastique. Ces êtres bizarres sont posés comme avérés (et faisant l'objet d'une expérience, de première ou de seconde main) mais comme problématiques et, d'un certain point de vue, impossibles. Ces êtres bizarres de la métaphysique de Gödel sont au cœur d'une tension entre l'expérience, qui laisse pressentir des êtres bizarres, et le sens commun, l'intelligence humaine, qui ne comprend pas ces phénomènes et ne peut les situer dans ses catégories. Gödel n'emploie pas le mot « fantastique » mais celui de « mystérieux », en un double sens :

> Mystérieux = quand on peut démontrer le contraire ou
> = quand aucune cause connue ne suffit à produire le phénomène et que ce phénomène est néanmoins signifiant (raisonnable, beau). [...]
>
> Le dépassement de la raison a lieu à propos du mystérieux d'une façon particulière, non par complication ou quantitativement, mais de façon qualitative (c'est-à-dire par un concept simple, celui de l'existence universelle dont nous n'avons aucune représentation claire)[61].

Les êtres bizarres, Dieu, anges, démons, fantômes, n'existent pas sur le même mode que nous autres, humains. Par exemple, une question, pour Gödel, est de savoir s'ils ont un corps et quelle sorte de corps. Nous ne comprenons pas leur existence, bien que nous la ressentions, la percevions même, avec un organe tout à fait spécifique : une sorte d'œil au milieu du cerveau. C'est donc un premier sens du mystérieux : un être reconnu impossible par l'entendement et, pourtant, objet d'une expérience. Cependant, si l'intelligence, dans ce qu'elle a de spécifiquement humain, laisse échapper ces êtres, le mystérieux exige un autre mode de penser, un autre mode de raisonnement. C'est le second sens du mystérieux : ce qui exige un dépassement de l'entendement naturel, des modes de raisonnements proprement humains.

> Les mystères sont un moyen de donner à entendre par analogie des concepts que nous n'arrivons pas exactement à comprendre, ni à exprimer avec des mots, c'est-à-dire extérieurs au monde de concepts par nous perceptible. Mais la recherche des concepts fondamentaux de la logique n'est-elle pas déjà de cet ordre[62] ?

Le mystérieux appelle un autre régime de pensée, qui nous reste étranger et que, en particulier, nous ne pouvons pas exprimer adéquatement dans nos langages. Il n'y a que l'analogie qui puisse nous en donner une idée. En fait, ces raisonnements par analogie semblent à la fois donner accès au mystérieux et refléter la pensée mystérieuse, le mode de pensée des êtres mystérieux, qui ne sont plus embarrassés d'un cerveau humain. Je discuterai plus en détail de cette idée d'un dépassement de la pensée humaine. Mais il faut remarquer dès maintenant que les objets logiques sont déjà en un sens des êtres « mystérieux », parce que, pas plus que les anges, ils ne relèvent de ce mode d'existence que nous connaissons dans notre monde. Pas plus que les anges, les entités mathématiques ne figurent dans le monde naturel. Elles sont « mystérieuses », dans les deux sens du mot : le travail logique, de même que la démonologie, demande, on le verra, des modes de raisonnement que notre incarnation, dans le monde naturel, nous rend étrangers.

PARTIE II

La réalité des objets immatériels

1. L'œil pinéal

On perd la raison comme on perd la perception sensible[1].

Il faut prendre l'analogie à la lettre : la raison suppose une sorte d'œil. Il y a un organe dans le cerveau destiné à percevoir les concepts abstraits, les objets mathématiques par exemple, comme l'œil perçoit les objets sensibles. Gödel a un argument qui permet de localiser (de façon approchée) cet œil mathématique. Admettons qu'il y ait, comme Gödel en est convaincu, une intuition mathématique, une expérience directe des objets abstraits. Il reste que nous nous aidons, pour faire des mathématiques, d'un papier et d'un crayon. Nous écrivons des formules, nous dessinons des figures (au moins dans notre tête). Or, demande Gödel, pourquoi, si nous avons une intuition mathématique, avons-nous besoin de nous donner une représentation sensible de ces objets qui sont d'un tout autre ordre ? C'est, continue Gödel, comme si, devant un paysage qui s'étend devant nous, nous avions besoin d'en faire d'abord un tableau, de le dessiner avant de pouvoir l'observer[2]. Il n'y a qu'une solution : c'est que l'œil mathématique soit lié aux centres cérébraux de la perception sensible et du langage (en quelque sorte branché sur eux). Ainsi :

> Gödel conjecture qu'un organe physique est nécessaire pour le maniement des impressions abstraites (par opposition aux impressions sensibles). Et, puisque nous avons une faiblesse dans le maniement des impressions abstraites, à laquelle nous remédions en nous appuyant sur des impressions sensibles pour percevoir les impressions abstraites, cet organe doit être étroitement lié au centre neuronal du langage. Mais nous n'en savons pas encore assez[3].

C'est une hypothèse sur laquelle Gödel revient fréquemment dans ses cahiers : l'existence d'un organe de la raison, d'un organe de la perception qui n'est pas tourné vers le domaine sensible[4]. Cet organe ouvre sur un autre domaine : des objets mathématiques, des concepts et, disons, une région d'êtres qui n'ont pas de place dans le monde sensible. Or cet organe de la raison, cet œil pinéal, semble être susceptible de deux sortes de troubles. D'une part, l'œil mathématique saisit aussi bien les concepts abstraits que les êtres vivants qui habitent ce monde. En effet, les anges, remarque Gödel, sont de la même matière, de la même nature que les objets mathématiques. La seule différence est que les objets mathématiques sont morts alors que les anges sont vivants. Le monde mathématique est grouillant de vie et, sans doute, ce spectacle, avec cette agitation des anges autour des objets mathématiques, n'est pas la contemplation calme que l'on imagine parfois. Il y a donc un risque d'hyperactivité de l'œil pinéal, qui est alors comme fasciné par les mouvements, le ballet si l'on veut, des anges, et qui oublie sa fonction première (qui « est de diriger nos actions de façon raisonnable, comme l'œil guide la marche[5] »). Il y a, d'autre part, un trouble inverse, dont Gödel parle à Wang : l'œil mathématique peut se fermer, comme l'œil sensible, ou son acuité peut diminuer, comme celle de la vue ou de l'ouïe.

*

C'est le matin. Je me suis réveillé tard. Le jour passe à travers les persiennes. Je reste au lit. Je pense à tout ce que je dois faire aujourd'hui et que je n'ai pas envie de faire. Je dois vouloir essayer de me rendormir. Bizarrement, je sens bien quelque chose comme un œil qui se ferme, dans ma tête, mais je garde les yeux ouverts. Oui, j'ai bien senti comme le clignement d'une paupière et, pourtant, mes yeux sont ouverts. Je ne m'en préoccupe d'abord pas outre mesure. J'ai toujours en tête le programme de la journée, une liste, avec des phrases qui – c'est vrai – ne me semblent rien vouloir dire.

Je me lève. Je prends mon petit déjeuner en écoutant la radio. C'est un charabia, des mots que je reconnais mais que je ne comprends pas. Je ne comprends rien de ce que le présentateur est en train de dire. Je n'y prête du reste qu'une oreille discrète. J'ai ce matin l'impression étrange que tout est silencieux. Aussi bien autour de moi que dans ma tête. C'est une impression très difficile à décrire. Il y a du bruit, autour de moi du moins, il y a la radio. Mais, comme on dit, cela ne rentre pas.

Je vais ensuite chercher le pain. Je traverse le square, quelques rues. J'entre dans la boulangerie. Nous échangeons avec la boulangère quelques mots d'usage, sur le temps qu'il fait, l'approche de l'hiver. Je réponds mécaniquement, sans y penser du tout. Puis elle me demande, comme tous les matins, un euro soixante-dix.

C'est à cet instant que je m'aperçois que quelque chose ne va pas. Je sors mon porte-monnaie, il y a des pièces au fond. Je sais (ou mon corps sait par habitude) que je dois sortir des pièces de mon porte-monnaie, des pièces qui portent un chiffre et qu'il faut combiner d'une certaine façon pour répondre à ce que l'on m'a demandé. Mais je ne sais pas du tout comment faire. Puis je me souviens qu'il y a une autre ressource. Ce bout de papier plié en quatre, vert, avec un autre chiffre, un billet, que je tends à la boulangère, laquelle me rend toute une poignée de pièces.

Je reviens chez moi, soucieux. Je repense à la scène dans la boulangerie et, maintenant que je m'interroge, chacun de mes gestes, chacun des mots que je prononce devient problématique. Qu'est-ce que c'est qu'une « pièce » ? Que veut dire le mot « pièce » ? Je ne saurais pas le dire, et pourtant, il s'est associé tout à l'heure de lui-même avec ces petits ronds colorés, rougeâtres, blancs et jaunes.

Je remarque maintenant que ma perception s'est modifiée. Je m'assois sur un banc dans le square. Je vois bien ces formes colorées, ce vert gigantesque des arbres, que je ne saurais plus nommer, le brun des bâtiments tout autour, le jaune de l'allée. Je ne peux pas dire que ces couleurs se mélangent : c'est plutôt qu'elles semblent flotter d'elles-mêmes autour de moi, sans jamais se regrouper en ces ensembles que l'on appelle des choses.

J'ai donc perdu jusqu'au concept de chose. Une chose est, dit Gödel, un ensemble de phénomènes sensibles, un ensemble défini par un certain concept et, par conséquent, déjà de l'abstrait. Moi qui garde l'œil pinéal fermé, je ne saisis plus que des impressions sensibles, sans autre ordre que celui de l'habitude. Mon corps a l'habitude de la façon dont s'organisent les phénomènes. Un savoir muet que telle tache de couleur restera immobile et qu'il faut l'éviter, mais que l'on peut passer à côté, sans danger. Un savoir muet que telles et telles taches de couleur sont liées entre elles dans une relation qui m'échappe, mais dont je garde le souvenir. Je me promène. C'est très amusant de regarder les choses ainsi sans savoir que ce sont des choses : les visages en particulier, des pans de chair de différentes couleurs, avec des trous et agités des mouvements les plus inattendus.

Enfin, j'arrive chez moi. C'est un miracle de l'habitude que mon corps ait retrouvé le chemin alors que je ne connais plus le nom des rues, ni rien de la géométrie d'une ville, l'angle des rues, les parallèles. Si je pouvais me demander où je suis, je serais complètement perdu.

Ma femme est rentrée. Elle me demande quelque chose et je réponds mécaniquement, quelque chose que je ne comprends pas non plus. Elle me regarde fixement et me demande autre chose.

En fermant mon œil pinéal, j'ai évidemment perdu le langage. Ou, plus exactement, j'ai gardé l'habitude d'entendre et de prononcer certains groupes de sons. Je sais (ou, à nouveau, mon corps sait) que certains groupes de sons en appellent d'autres : un « Bonjour » appelle « Bonjour, comment allez-vous ? », et cette deuxième phrase appelle un « Ça va bien, merci, et vous-même ? ». Cet échange, mon corps peut le conduire de lui-même. Mais, moi, je ne comprends pas ce qu'il dit, ce corps. Je ne comprends pas la référence des mots, ce qu'ils désignent et qui appartient (mis à part les déictiques « ceci ») au domaine de l'abstrait. Dans l'expression « Ceci est vert », le vert est déjà un concept, qui s'incarne dans cette tache désignée par « ceci ». Moi, à la limite, je pourrais comprendre « ceci », mais le « vert » dépasse mes facultés, qui n'ont plus l'intelligence de l'abstrait. Gödel note que « si nous ne pouvions percevoir aucun concept, nous ne pourrions comprendre aucun énoncé singulier[6] ». C'est maintenant mon cas. Je ne comprends rien, je me contente de répéter des phrases toutes faites, que mon corps a gardées en mémoire. Or la deuxième question que me pose ma femme, quand j'entre dans la pièce, n'appelle, semble-t-il, rien de particulier ou, au contraire, les réponses possibles sont trop nombreuses pour que mon corps puisse choisir de lui-même sans que j'y réfléchisse. Je ne réponds donc rien.

En réalité, je suis réduit à un stade purement animal. Il me reste l'habitude de la parole, la parole usuelle, mécanique, mais c'est un langage que l'on pourrait apprendre à un singe pourvu de cordes vocales. La différence véritable entre l'homme et l'animal réside, pour Gödel, dans l'intuition des essences. Celle-ci passe par l'œil pinéal, et le mien s'est fermé.

Je consulte un premier docteur, qui me renvoie chez un spécialiste. Il y a ensuite, je suppose, toute une série de médecins, jusqu'au Dr Hesselius. Hesselius est un personnage de l'écrivain irlandais Sheridan Le Fanu, qui défend, comme Gödel, l'existence d'un œil, ouvrant sur un domaine immatériel et, pour ainsi dire, invisible. Cet œil, d'après Hesselius, est notamment sensible au thé vert, qui l'excite et le fait s'ouvrir en grand. Gödel note qu'un « thé fort donne des rêves désagréables », sans lier ceux-ci à l'œil pinéal[7].

Toujours est-il que le Dr Hesselius, après m'avoir examiné, prend dans sa pharmacie un sachet d'une herbe exotique et me prescrit une infusion tous les matins.

Ma femme s'occupe de moi pendant ma convalescence. C'est une cuisinière distraite. Elle laisse le mélange du Dr Hesselius infuser trop longtemps. Mon thé a un goût exécrable. Je le bois pourtant jusqu'à la dernière goutte.

Une demi-heure passe. Puis, brusquement, je sens ce même clignement de paupière dans ma tête. Mon œil pinéal s'est ouvert d'un seul coup. Je le sens même grossir. Je retrouve instantanément l'usage du langage, le sens des mots. Je m'étonne même que nous utilisions un langage aussi imparfait et je réfléchis à une réforme complète de la grammaire. Cela m'amène à des considérations logiques : sur les langages, l'incomplétude. Je résous plusieurs problèmes d'importance, qui ne sont plus pour moi que des jeux d'enfant. Je domine le monde mathématique, un peu comme les paysages nuageux que l'on survole en avion. Je vois des combinaisons merveilleuses. J'écoute aussi les anges qui s'approchent et me parlent d'égal à égal. Ou, plus exactement, les anges me parlent sans utiliser de mots, par une sorte de suggestion silencieuse. C'est une impression que je n'avais jamais eue auparavant et qu'il m'est impossible de rendre maintenant. J'entends également des démons qui tentent de m'entraîner dans l'erreur. Je reconnais les anges et je démasque les démons. Il n'y a donc pas de danger. Je reste dans mon lit, sans bouger, fasciné. On me demande comment je me sens. C'est une voix sensible, celle-ci, avec des mots tout humains. J'essaie de décrire ce que je vois du paysage mathématique et ce que j'entends. Mais les paroles des anges et leurs raisonnements mathématiques ne se laissent pas traduire dans le langage humain.

Je ne peux donc pas raconter ce que j'ai pu observer du monde mathématique et de ses habitants, anges et démons. Cela ne s'exprime pas. Et (peut-être en est-ce la conséquence) j'ai tout oublié, sitôt que l'infusion a cessé de faire effet. Je n'ai jamais retrouvé ces évidences logiques, ni mes démonstrations pour ces grands problèmes qu'il me semblait avoir résolus. Je sais qu'il faut garder l'œil pinéal entrouvert seulement et que l'homme tient le milieu entre une bêtise animale et une folie angélique.

2. Le platonisme

En 1936, année qu'il considérera comme la pire de son existence, Gödel a lu toute une série d'ouvrages sur les « maladies nerveuses[8] ». Entendait-il les voix des anges lorsqu'il faisait des mathématiques, ces voix qui parlent sans mots et restent un peu irréelles, comme à côté de la réalité sensible ? Avait-il peur d'entendre ces voix et en soupçonnait-il seulement l'existence ? En tout cas, le logicien admet la possibilité d'une « communication » de l'esprit humain avec des êtres bizarres, hors de notre monde. On peut se demander, en réalité, si ce n'est pas d'abord l'expérience, ou le pressentiment d'une telle « communication », entre des êtres de natures différentes, l'homme et l'ange, qui a conduit Gödel à accepter l'intuition mathématique : celle-ci est également une relation entre des êtres de natures différentes. Gödel aurait entendu les anges avant de voir les objets mathématiques. C'est une hypothèse que j'essaierai d'étayer.

On raisonne sur les nombres : les nombres entiers, ceux que l'on peut compter (cinq comme dans cinq pommes) ; les nombres rationnels, que l'on obtient par division des précédents ; les nombres réels, que l'on associe aux points de la droite mais que l'on ne peut certainement pas distinguer sur la droite et que, à la différence des nombres rationnels, on n'a en général aucun moyen de construire ; les nombres complexes, comme la racine carrée de -1. On raisonne aussi sur des ensembles arbitraires, constitués d'éléments indéterminés. On examine leurs propriétés. Bref, on s'occupe d'un domaine d'objets qui, à première vue, ne figurent pas dans le monde sensible, ce que l'on voit avec les yeux, touche avec les mains. Ces objets ont-ils une existence indépendante, formant donc comme un monde à part, un ciel d'idées, au-dessus du monde sensible, ou bien sont-ils seulement inventés, créés par l'esprit humain ?

Gödel penche pour la première hypothèse, que l'on dit platoniste ou réaliste. Dans un texte de 1951, Gödel écrit :

> La position platoniste est la seule qui soit tenable. Par là, j'entends la position selon laquelle les mathématiques décrivent une réalité non sensible qui existe indépendamment aussi bien des actes que des dispositions de l'esprit humain et qui est seulement perçue, et probablement perçue de façon très incomplète, par l'esprit humain[9].

Dans ce passage, Gödel soutient sans ambiguïté la thèse d'une réalité mathématique indépendante de l'esprit humain et que celui-ci perçoit sans pouvoir la changer. D'autres textes sont, cependant, beaucoup plus nuancés. En fait, et de façon plus générale, les arguments de Gödel ne visent pas à établir la position platoniste, caractérisée dans ce passage, mais un énoncé plus faible qui laisse ouvert tout un éventail de positions possibles. Un autre point remarquable est que les arguments de Gödel peuvent s'appliquer à toutes sortes d'objets, aux objets sensibles, aux objets mathématiques, mais aussi aux anges ou aux démons. Comme si donc, et bien que dans ses textes de philosophie des mathématiques, Gödel ne le précise pas, ces arguments étaient destinés à prouver du même coup l'existence d'êtres bizarres et celle des objets mathématiques.

Dans l'esprit de Gödel, l'existence des anges est solidaire de celle des objets mathématiques. Les anges habitent le monde mathématique, comme nos corps le monde sensible, et ils sont faits de la même matière que les objets mathématiques. Il est donc naturel que des arguments sur l'objectivité mathématique, s'ils sont valides, puissent s'appliquer également à ces êtres bizarres qui sont de la même nature et ont le même mode d'existence que les objets mathématiques.

Par ailleurs, le premier argument qu'invoque Gödel en faveur de l'existence des anges comme des objets mathématiques est celui de l'expérience, du fait. C'est bien comme un fait qu'il décrit à Wang l'existence de ces esprits « qui communiquent avec nous ». Et, de même, il y a « un fait psychologique de l'existence d'une intuition [mathématique] » :

> Nous avons quelque chose comme une perception des objets de la théorie des ensembles. Je ne vois pas de raison pour avoir moins de confiance dans cette espèce de perception, c'est-à-dire dans l'intuition mathématique, que dans la perception sensible[10].

La question qui m'intrigue est de savoir ce qui a fait basculer Gödel dans ce réalisme, ce qui a conduit le logicien à poser ce second plan de réalité, la possibilité d'une communication avec les esprits ou la reconnaissance d'une intuition mathématique. En réalité, il est difficile de dater le platonisme de Gödel. Dans les années soixante-dix, Gödel dit avoir adopté ce « réalisme » dès sa première rencontre avec la logique en 1925. Mais faut-il accorder foi à ce souvenir, qui peut n'être qu'une construction rétrospective ? Les premiers textes sont en effet très prudents sur la question du platonisme. En 1933, Gödel évoque par exemple ce « platonisme qui ne peut satisfaire aucun esprit critique[11] ». Gödel ne veut donc pas, du moins, se dire platoniste. L'est-il déjà malgré tout, dans son for intérieur ? Ou ne l'est-il devenu qu'après 1936 et sa grande crise et ses lectures autour des « maladies nerveuses » et, peut-être, ce pressentiment qu'aucune lecture, qu'aucun psychanalyste n'a jamais pu lui ôter, d'une communication avec des êtres extramondains ?

3. Différentes sortes d'objets

Cette préoccupation pour la question de la réalité mathématique n'est, bien entendu, pas propre à Gödel. Elle semble accompagner le travail mathématique même. Godfrey H. Hardy, le grand mathématicien britannique, lance par exemple ce défi :

> Celui qui pourrait donner une explication (*an account*) de la réalité mathématique aurait résolu beaucoup des problèmes les plus difficiles de la métaphysique. S'il pouvait inclure de

> surcroît la réalité physique dans cette explication, il les aurait tous résolus[12].

Or c'est bien le projet de Gödel : déterminer le statut de la réalité mathématique, et cela dans une analyse, avec des arguments qui puissent s'appliquer à toutes sortes d'objets. Le problème de la réalité doit, pour le logicien, être posé en toute généralité. Et, dans son analyse :

> La question de l'existence objective des objets mathématiques [...] est l'exacte réplique de la question de l'existence objective du monde extérieur[13].

Gödel ne parle pas volontiers, dans les textes qu'il publie, de ses démons. Ceux-ci sont pourtant sous-jacents aux arguments du logicien. Je prendrai pour exemple un argument des années cinquante, sur les objets mathématiques, que j'étendrai aux démons et à d'autres objets dont j'accepte l'existence beaucoup plus facilement que celle des démons : les objets littéraires. Dans quelle mesure ou en quel sens les personnages fictifs, Sherlock Holmes, Madame Bovary, ont-ils une existence objective ? Le problème se pose de la même façon pour les objets littéraires et mathématiques. Comme des objets mathématiques, on parle des personnages fictifs, on raisonne sur eux, dans le roman lui-même qui leur donne jour mais aussi dans des conversations, ou dans des suites que l'on imagine (ces nouvelles aventures de Sherlock Holmes que de multiples romanciers ont prétendu retrouver). Ces personnages ont-ils été inventés ou bien ont-ils, en un sens ou en un autre, une réalité, une existence qui précède et détermine le récit que livre le romancier ? À première vue, il est paradoxal de donner une réalité indépendante aux objets littéraires, même si l'on accorde celle-ci aux objets mathématiques. On dira que les nombres existent indépendamment de nos calculs, mais que Sherlock Holmes n'existe que dans l'imagination de Conan Doyle. Ou, du moins, que celle-ci lui a donné naissance, alors que les nombres ne sont pas seulement sortis de l'entendement de Pythagore. Mais quelle raison a-t-on d'établir cette différence de statut ? Pourquoi reléguer les objets fictifs dans notre imagination, dans un monde subjectif, intérieur, et projeter au contraire les objets mathématiques sur un autre plan de réalité ?

Il faut dire que, par rapport aux objets mathématiques, les objets fictifs semblent susciter une difficulté supplémentaire. Les nombres, par exemple, ne peuvent pas être situés dans l'espace et dans le temps. On ne peut pas dire que le nombre 2 se trouvait le 1er janvier 2006 à Paris. Cela n'a pas de sens. Les nombres ne s'inscrivent pas dans le monde sensible, dans notre espace et notre temps, mais appartiennent seulement à un monde d'idées, où, d'une certaine façon, ils ne nous dérangent pas. En revanche, donner une réalité à un personnage littéraire, cela revient à admettre que les énoncés du roman (ou, du moins, certains d'entre eux et d'autres que l'on peut faire à propos des mêmes objets) sont vrais. Or il peut arriver que, dans l'une de leurs aventures, Holmes et Watson soient dits passer à la gare de Waterloo le 7 février 1898. Et il faut considérer que cet énoncé est vrai. Donc Holmes et Watson se sont réellement trouvés à la gare de Waterloo ce jour-là ? Mais on pourrait avoir interrogé les voyageurs qui ont pris le train : aucun n'aurait vu nos deux compères. On pourrait également – bien sûr c'est un anachronisme – avoir quadrillé la gare de caméras de surveillance et s'assurer que Holmes, avec sa casquette, son manteau et sa célèbre pipe, ne s'y est pas montré.

Une autre solution peut être envisagée : admettre que les personnages littéraires ont bien une réalité, que les phrases des romans sont vraies mais dans un autre monde. Holmes serait un homme réel, figurant par exemple sur la liste des contribuables, dans un autre monde, parallèle au nôtre. Et le roman retracerait alors les aventures de cet homme dans ce monde. Le roman serait faux rapporté à notre monde mais vrai rapporté à ce monde possible[14]. Cette perspective, de prime abord séduisante, comporte néanmoins plusieurs difficultés. La première est de savoir comment le romancier peut connaître les aventures de Holmes, si celui-ci se trouve dans un autre monde, absolument sans rapport avec le nôtre. Une seconde difficulté est que, réciproquement, les personnages des romans parlent des choses de notre monde, ce qui suppose qu'ils appartiennent bien eux-mêmes à notre monde. Par exemple, quand Holmes se plaint du style qu'emploie Watson en racontant leur première aventure, dans *Une étude en rouge*, il se réfère au livre que j'ai moi-même dans ma bibliothèque et non pas, dans un autre monde, à un autre livre dont il faudrait supposer qu'il est identique au mien. Le sens, ironique, de ces reproches de Holmes à Watson implique que ceux-ci se réfèrent au livre que nous avons également pu lire, et non à un double de celui-ci dans un autre monde, un autre livre dont nous ne pourrions jamais être certains qu'il est identique à celui que nous connaissons.

La conclusion est que, si nous donnons une réalité aux objets littéraires, il faut les placer dans notre monde, où, apparemment, ils ne sont pas. Les objets mathématiques, qui s'inscrivent dans un monde d'idées, ne donnent pas lieu à cette difficulté. Cependant, celle-ci ne saurait à elle seule conduire à nier la réalité des objets littéraires. Si les mêmes arguments s'appliquent aux objets mathématiques et aux objets littéraires, et s'ils engagent également à conférer une réalité à ces deux sortes d'objets, on ne peut pas simplement refuser la réalité des objets littéraires parce que celle-ci conduit à une difficulté particulière. Il faudrait plutôt lui trouver une parade. Les objets littéraires semblent poser un problème plus complexe que les objets mathématiques.

4. Le mathématicien et le docteur Watson

Marianne Gödel, la mère du logicien, se plaint d'un livre sur Einstein qu'elle ne comprend pas. Kurt lui répond :

> Ce livre sur Einstein est-il vraiment si difficile à comprendre ? Les préjugés contre et l'anxiété devant tout ce qui est « abstrait » jouent aussi, je crois, un rôle. [Il faut d'abord] essayer de le lire comme un roman (sans vouloir comprendre tout à la première lecture) [...][15].

Les sciences se laissent-elles lire comme un roman ? Je voudrais, avant de discuter du statut des objets mathématiques et des objets fictifs, montrer qu'en effet les mathématiques, ou l'image que les logiciens en donnent, copient le roman policier et, pour prendre un exemple, les aventures de Sherlock Holmes.

On a souvent évoqué la proximité des problèmes des mathématiciens avec ceux des détectives : trouver un entier possédant telles et telles propriétés comme trouver l'homme qui a commis ce meurtre, à savoir (une fois que le détective a examiné la scène du crime à la loupe) un gaucher, qui boite de la jambe droite, pointure 42, fumant des cigarettes américaines, costume en tweed… Le détective ne peut pas passer en revue les habitants de Londres. Le Londres du détective est en pratique infini comme l'ensemble des entiers que considère le mathématicien. Le détective doit trouver un moyen de construire, en un sens, son coupable, comme le mathématicien l'entier qui vérifie les propriétés demandées.

Les problèmes des détectives semblent donc analogues à ceux des mathématiciens. Et c'est peut-être à partir de l'exemple des mathématiques que l'art de la détection a été imaginé. Cependant, il y a une autre analogie, qui concerne la structure des textes : l'article ou le livre de mathématiques et le roman policier. Et, de ce point de vue, ce sont plutôt les mathématiques, ou l'image que la logique moderne en donne, qui sont calquées sur le roman policier.

Comment se présente un article de mathématiques ? Le mathématicien d'abord raconte. Il raconte les origines, le contexte, les buts de sa recherche. Il parle alors à la première personne (je ou nous). Il donne ensuite des démonstrations pour ses théorèmes en y intercalant des commentaires, qui ne s'intègrent pas dans les démonstrations, c'est-à-dire qui ne sont pas nécessaires à la preuve et ne s'expriment pas dans le même langage. Il y a, en réalité, deux personnages différents : celui qui raconte et celui qui démontre. En effet, en principe (ou, du moins, c'est ce qu'exigent les logiciens), les démonstrations (en arithmétique ou en théorie des ensembles) doivent se laisser formaliser, c'est-à-dire (on le verra plus en détail) pouvoir être transformées en une suite de formules qu'enchaînerait une certaine machine. Une démonstration arithmétique, en toute rigueur, est une suite de formules tapées les unes à la suite des autres par une machine arithmétique. Le mathématicien, celui qui peut raconter les origines ou les circonstances de sa découverte, n'est pas cette machine qui démontre. Il ne fait que rapporter les démonstrations d'une machine qu'il aurait en lui, à côté de lui, mais qui n'est pas lui. Il raconte, en ajoutant quelques commentaires, en résumant la démonstration qui, présentée par la machine elle-même, serait trop fastidieuse pour un lecteur humain. Il fait exactement ce que fait Watson dans les aventures de Sherlock Holmes : retracer en les embellissant les déductions d'une machine, car le détective est une machine.

Les aventures de Sherlock Holmes sont racontées par ce médecin, Watson, qui observe le détective, sa logique, sa capacité de calcul, son insensibilité. Il n'y a pas de doute :

> Vous êtes vraiment un automate – dit franchement Watson à Holmes –, une machine à calculer. Il y a parfois quelque chose de positivement inhumain en vous[16].

Ou encore, s'adressant au lecteur :

> Holmes est, je crois, la plus parfaite machine à raisonner et à observer que le monde ait connu[17].

Les aventures de Sherlock Holmes sont, comme un article de mathématiques, le récit par un narrateur humain des déductions accomplies par une certaine machine. La structure de ces textes est en principe identique. On pourrait du reste donner un nom au narrateur mathématicien, qui commente les démonstrations de sa machine. Cela permettrait de le distinguer du mathématicien réel qui signe l'article. Il n'y a pas de raison de penser que le récit qui est fait du contexte de la découverte soit un compte rendu adéquat à la réalité, ou même qu'il vise à l'être. Le mathématicien réel peut bien s'inventer un personnage qui lui sert de narrateur dans ses articles et qui n'est pas tout à fait lui. Ce narrateur est à la place de Watson, la machine qui démontre est à la place de Holmes, le mathématicien avec le nom que lui a donné l'état civil est à la place de Conan Doyle.

Évidemment, c'est une analogie purement formelle qui ne prend pas en compte le contenu véritable des enquêtes de Holmes. Celles-ci ne sont pas, en réalité, des déductions mathématiques. Elles n'ont rien de mécanique (en quelque sens qu'on entende « mécanique », au sens courant ou au sens de Turing). Si Holmes est décrit par Watson comme une machine, ses déductions ne se laissent pas formaliser. Inversement, du reste, si les démonstrations du mathématicien doivent pouvoir être formalisées et, par conséquent, rendues mécaniques au sens de Turing, c'est d'une tout autre façon que le mathématicien les invente et les expose. Je ne dis donc pas que le roman policier soit mathématique, mais seulement qu'il y a une analogie entre l'image que les logiciens donnent des mathématiques et la structure posée dans le roman policier. D'un côté comme de l'autre, il s'agit en principe du récit par un narrateur humain des déductions d'une certaine machine.

On serait d'abord tenté de penser que cette structure dans le roman, un narrateur et une machine, a été modelée sur celle des mathématiques. Holmes nous y engage, qui compare ses enquêtes à des démonstrations mathématiques, que Watson a maladroitement déformées :

> Je ne peux pas vous féliciter [à propos d'*Une étude en rouge*, le premier récit que donne Watson d'une enquête de Holmes]. La détection est, ou devrait être, une science exacte, et il faut en traiter de la même manière, froidement et sans émotions. Vous avez essayé de la teinter de romantisme, ce qui produit le même effet que si vous introduisiez une histoire d'amour dans la cinquième proposition d'Euclide[18].

Holmes fait comme s'il ignorait que les mathématiciens eux-mêmes ne se contentent pas de déduire froidement, mais introduisent eux-mêmes cette touche de romantisme, en commentant leurs démonstrations. Watson semble en savoir plus sur les mathématiques que Holmes et la plupart des mathématiciens de son temps. Ces récits datent du début des années 1890. La transformation de la logique, qui lui donnera sa figure actuelle, n'est pas encore achevée. Il faudra attendre 1937, avec la parution de l'article de Turing, pour obtenir une caractérisation du formel : une démonstration formelle est un enchaînement de formules susceptible d'être écrit par une certaine machine, une machine de Turing. Au moment où Conan Doyle écrit, on ne sait donc pas qu'un texte de mathématiques est, ou devrait être, ce récit par un narrateur des déductions d'une machine. En comparant l'art du détective à celui des mathématiques et en identifiant de façon explicite et récurrente le détective à une machine à calculer, Watson est donc l'un des premiers à s'approcher de cette caractérisation des mathématiques.

Le dispositif qu'invente Conan Doyle (un narrateur et une machine) n'est pas emprunté aux mathématiques de son temps. Doyle a pu s'inspirer de certaines analyses, de Charles Babbage notamment, mais, en posant de façon claire cette structure, il est en avance sur les mathématiciens. Il n'est pas exclu du reste que Turing, avant d'inventer ces machines à déduire, ait lui-même lu quelques histoires de Sherlock Holmes. L'idée de machine, en tout cas, est en 1936 dans l'air du temps, et la forme que Turing donne aux aventures du mathématicien emprunte de fait à celle, qui lui préexiste, des aventures du détective.

Il faut dire cependant qu'il reste dans la structure de ces textes une différence fondamentale, qui tient à la relation du narrateur à ses objets. Dans le roman policier, le narrateur, Watson, vit dans le même monde et, en quelque sorte, est de la même nature que le détective et les objets que celui-ci cherche. En revanche, dans le texte mathématique, le narrateur se décrit comme un être humain, dans notre monde, où ne figurent pas les objets mathématiques, les nombres, qui s'inscrivent sur un autre plan de réalité. La machine qui déduit, dans le texte mathématique, peut être considérée comme un objet logique (que l'on définira comme une machine de Turing), mais le narrateur est séparé de ce monde logique, de cette sorte de ciel où semblent se trouver ses objets. C'est ainsi que le narrateur, dans le roman policier, peut être le coupable que le détective cherche (on se souvient du tour d'Agatha Christie dans *Le Meurtre de Roger Ackroyd*) alors qu'aucun mathématicien n'est lui-même la solution des équations qu'il décrit. La solution est un nombre, donc un objet de nature différente.

Il y a de ce fait dans le texte mathématique une véritable énigme, qui n'est pas tant celle qui fait l'objet du récit que celle de la possibilité de ce récit. Comment un narrateur mathématicien peut-il parler d'objets qu'en général il semble considérer comme dotés d'une réalité différente de la sienne ? Comment a-t-il accès à ce plan de réalité ? Comment pouvons-nous le croire lorsqu'il nous parle de ces objets ?

5. L'argument de Gödel

Si Gödel a plusieurs arguments pour établir la réalité des objets mathématiques, il revient toujours (à partir des années cinquante) au même argument, qu'il formule dans la plus grande généralité[19]. En quelques mots, l'idée est la suivante : un objet qui possède des propriétés que nous ne connaissons pas ne peut pas avoir été créé par nous de façon consciente et à partir de rien. Nous connaissons ce que nous créons à dessein. Par conséquent, un objet que nous ne connaissons qu'imparfaitement, ou bien suppose un matériel extérieur (à partir duquel nous l'avons conçu mais qui lui donne une réalité indépendante), ou bien renvoie à des processus de création dans une partie inconsciente de notre esprit.

L'argument, dont il existe plusieurs versions, semble apparaître pour la première fois dans une conférence écrite en 1951 :

> Le créateur connaît nécessairement toutes les propriétés de ses créatures, puisque ses créatures ne peuvent avoir d'autres propriétés que celles qu'il leur a données. [Ce qui implique, puisque les nombres par exemple ont encore des propriétés que nous ne connaissons pas,] que les objets et les faits mathématiques (ou, du moins, *quelque chose* en eux) existent objectivement et indépendamment de nos actes mentaux, de toute décision que nous pouvons prendre. [...] On pourrait objecter que le constructeur ne connaît pas nécessairement toutes les propriétés de ce qu'il construit. Par exemple, nous fabriquons des machines et ne pouvons pourtant pas prévoir leur comportement dans tous les détails. Mais cette objection est très faible. Parce que nous ne créons pas les machines à partir de rien, mais les fabriquons à partir d'un matériel donné. Si la situation était similaire en mathématiques, alors ce matériel, ou base de nos constructions, serait quelque chose d'objectif et nous obligerait à accepter un point de vue réaliste, alors même que certains autres ingrédients dans les mathématiques seraient notre propre création. Il en serait de même si nous utilisions un instrument en nous mais différent de notre *ego* (tel qu'une « raison », quelque chose comme une machine pensante). Car les faits mathématiques exprimeraient alors (au moins en partie) les propriétés de cet instrument, qui auraient une existence objective[20].

On voit que cet argument peut s'appliquer à tout objet, mathématique ou non. Créer un objet, c'est-à-dire imaginer un nouvel objet, le concevoir de bout en bout, donne la connaissance pleine, complète, de l'objet : l'objet dans toutes ses propriétés. Inversement, un objet qui nous demeure étranger en ce sens, avec des propriétés que nous ne connaissons pas, ne peut pas avoir été créé par nous. Il y a seulement deux restrictions à ce principe. D'une part, nous pouvons avoir créé l'objet à partir d'un matériel préexistant, à partir de données reçues de l'extérieur. Celles-ci rattachent alors l'objet à une réalité. Nos objets, dans ce cas, ne reflètent pas adéquatement la réalité, mais ils s'y enracinent. D'autre part, nous pouvons avoir produit l'objet de façon inconsciente, dans une partie de notre esprit à laquelle la conscience, l'*ego*, n'a pas accès. Ce n'est alors pas véritablement nous, l'*ego*, qui avons créé, mais plutôt quelque chose en nous que nous ne maîtrisons pas et que, en fait, nous ne sommes pas. Nos objets se rattachent donc à nouveau à une réalité : cet inconscient, indépendant de nous, c'est-à-dire de l'*ego*.

Gödel reprend cet argument dans de nombreuses notes, qui éclairent plusieurs points restant obscurs dans la version citée. En particulier, il apparaît que, lorsque Gödel parle de propriétés que nous ne connaissons pas et dont l'ignorance implique la réalité des objets, il n'entend pas seulement des propriétés absolument inconnaissables, que l'esprit humain ne pourra jamais connaître, mais simplement des propriétés qu'après un certain effort d'élucidation nous ne réussissons pas à déterminer. Un tel effort a été réalisé en mathématiques[21] et, par conséquent, le fait qu'après la réflexion sur le fondement des mathématiques qui a été menée au tournant du XXe siècle, après le travail d'axiomatisation, il reste des problèmes ouverts en théorie des nombres, suffit à établir la réalité de ces objets.

La force de l'argument de Gödel est qu'il s'applique à toutes sortes d'objets possibles. En premier lieu, les objets sensibles, que nous donne la perception, possèdent également des propriétés que nous ne connaissons pas. Ce n'est pas, dans la métaphysique de Gödel, qu'ils existent tels que nous les percevons. Notre perception n'est pas adéquate au monde réel (qui est un ensemble de monades). Le monde tel que nous le voyons, les objets de notre perception sont seulement formés à partir d'impressions que nous recevons passivement. Il y a une réalité à la racine du monde sensible.

Il en est de même du monde mathématique. Puisque nous ne démontrons pas tous les théorèmes que nous pouvons formuler, puisque certaines propriétés des objets mathématiques nous restent inconnues, il y a une réalité mathématique. Cela ne signifie pas que nos mathématiques reflètent cette réalité. Celle-ci peut être bien différente. Nous formons en fait nos objets, nos théories mathématiques, sur la base d'une réalité autre, et qu'il reste à découvrir dans sa forme propre. Nous y avons accès dans une intuition. Mais

> [...] il faut noter que l'intuition mathématique ne doit pas forcément être conçue comme une faculté offrant une *connaissance immédiate* des objets en question. Il semble plutôt que, comme dans le cas de l'expérience [sensible], nous *formions* également nos idées de ces objets sur la base de quelque chose d'autre qui alors *est* immédiatement donné[22].

La position d'une telle réalité, qui n'est pas tant la réalité de nos objets qu'une réalité à leur racine, satisfait entièrement au platonisme de Gödel[23]. Cela dit, la réalité mathématique, le monde mathématique, ne comporte pas seulement ces objets morts que sont les nombres ou les concepts mais également des êtres vivants, des esprits, des anges, des démons. La réalité de ces êtres bizarres peut être tirée du même argument.

Je rêve. Un ange m'apparaît et commence à me parler. Je l'interroge, ses réponses me prennent au dépourvu. Je n'aurais certainement pas pu les deviner. Je me réveille stupéfait : cette voix a gardé tout un côté mystérieux. L'argument qu'utilise Gödel implique que la voix qui me parlait ou bien a une réalité (qui n'est peut-être pas identique à ce que j'entendais) ou bien a été imaginée dans une part de mon esprit, un inconscient auquel je n'ai pas accès. L'argument s'applique parfaitement à ces êtres bizarres, anges ou démons. Bien entendu, on sera plutôt tenté de ne leur reconnaître que cette réalité inconsciente, alors même que l'on donne aux objets mathématiques une réalité objective. Il faut toutefois trouver une raison de distinguer ces êtres bizarres et ces objets mathématiques. Il faut aussi prendre la mesure d'une remarque de Gödel (dans le passage cité plus haut) à propos de l'hypothèse de l'inconscient : elle rattache également nos objets à une réalité indépendante, cette partie de notre esprit que nous ne contrôlons pas et qui n'est pas « nous ». Il n'importe pas que nos objets s'enracinent dans une réalité objective ou dans une réalité subjective : ils ont une réalité qui ne dépend pas de nous.

Considérons pour finir les objets fictifs, qui eux aussi ont des propriétés que nous ne connaissons pas. Quelle est la date de naissance de Sherlock Holmes ? Elle n'est pas mentionnée à ma connaissance dans les textes de Conan Doyle. Nous ne pouvons pas la choisir arbitrairement. Il faut d'abord maintenir une cohérence logique. Holmes doit avoir une trentaine d'années en 1890. Cela restreint donc le champ des possibilités aux années 1858-1862, disons. Mais il y a aussi une cohérence d'un autre ordre. Holmes pourrait-il être né un 25 décembre ? Si, peut-être, pour un homme réel, il est indifférent d'être né un 25 décembre, cela n'est pas le cas pour un personnage fictif. Il est clair que cette date de naissance, si elle apparaissait au détour d'une nouvelle de Conan Doyle, modifierait considérablement la figure du détective. Parce qu'on ne pourrait pas considérer que c'est par hasard que Holmes est né le jour de la fête chrétienne par excellence. Il faudrait bien admettre, si l'on nous disait que Holmes est né ce jour-là, que c'est pour une raison particulière, pour donner un certain sens au personnage.

Nous ne pouvons donc pas choisir arbitrairement la date de naissance de Sherlock Holmes. Il faut chercher dans les textes ou imaginer à partir des textes des renseignements qui, en tenant compte des lois logico-mathématiques (que vérifie le monde de Holmes) et de cette cohérence particulière aux objets fictifs, nous permettent de déterminer cette date. Et il se peut que nous ne réussissions pas à fixer une date suffisamment cohérente.

Prenons un autre exemple qui ne laisse aucune place au choix. Holmes serait-il capable de faire arrêter son frère Mycroft si celui-ci se révélait coupable d'un meurtre ? On sait bien que Holmes prend certaines libertés avec les lois. Il n'appartient lui-même ni à la police ni à la justice de son pays, et il lui arrive de laisser partir libres des meurtriers dont il a établi la culpabilité. Fermerait-il les yeux sur un crime que commettrait son frère ? Il est clair que cette question ne se décide pas de façon arbitraire. Il faut relire les aventures du détective, glaner des informations sur ses relations avec son frère, essayer d'imaginer un meurtre qu'accomplirait celui-ci, avec peut-être des circonstances atténuantes. Il est possible que nous n'obtenions jamais une réponse satisfaisante. Il est même vraisemblable que nous ne réussirons jamais à construire une situation, à imaginer une histoire et une réponse à la question qui soient aussi convaincantes que les autres aventures de Holmes, et le reste de ce que l'on sait sur lui.

Bref, les personnages fictifs possèdent, comme les objets mathématiques et les êtres « mystérieux », des propriétés que nous ne connaissons pas. Ils ont donc une réalité. Cette réalité, dans l'argument de Gödel, peut se penser de trois façons différentes : (1) il y a quelque part (dans notre monde ou dans un monde possible) un homme, nommé Sherlock Holmes ; (2) le personnage de Sherlock Holmes a été imaginé à partir d'une réalité autre, ce qui peut signifier simplement qu'il a un modèle ; (3) le personnage de Holmes est sorti de l'inconscient de Doyle et c'est pourquoi il est resté pour Doyle comme pour nous-mêmes un inconnu, un être que nous pouvons approcher mais qui, au fond, nous échappe toujours. Ce sont en réalité les trois principales théories concernant le statut des objets fictifs : la théorie des mondes possibles, remise en vogue par le philosophe américain David Lewis ; le réalisme, qui calque les objets fictifs sur un modèle réel ; les théories de l'inconscient, qui, à partir de Robert L. Stevenson, rapprochent la création littéraire du rêve.

L'argument de Gödel semble mieux s'appliquer aux objets fictifs et aux êtres bizarres de sa théodicée qu'aux objets mathématiques. Il s'appuie en particulier sur un sens du mot « création » tout à fait étranger à la tradition de la philosophie mathématique[24]. Cela tient, je crois, à ses sources.

6. Descartes et le psychanalyste

L'argument de Gödel rappelle d'abord l'une des preuves de l'existence de Dieu dans les *Méditations métaphysiques*, une preuve que Descartes tient lui-même de la scolastique médiévale. Nous avons, dit Descartes, l'idée d'un être infini. Cette idée, comment aurions-nous pu la tirer de nous-mêmes qui sommes des êtres finis ? Il faut qu'elle ait été mise en nous par un être lui-même infini, ce qui prouve l'existence de Dieu. Or l'un des éléments qui vient étayer la thèse qu'il est impossible à un être fini de créer l'idée de l'infini est que, précisément, l'infini nous échappe, nous ne le comprenons pas :

> Il se rencontre en Dieu une infinité de choses que je ne puis comprendre, ni peut-être même atteindre par la pensée, car il est de la nature de l'infini que ma nature, qui est finie et bornée, ne le puisse comprendre[25].

La non-compréhension de l'infini est un indice de son existence réelle, un indice de ce que notre idée de l'infini n'est pas une fiction mais le reflet d'une réalité extérieure à nous. Maintenant, si, pour Descartes, nous ne comprenons pas l'infini, c'est dans la mesure où il donne lieu à des paradoxes : la moitié d'une grandeur infinie (une demi-droite par exemple, ou l'ensemble des entiers pairs) est également infinie, de sorte que le tout est d'une certaine façon égal à sa partie, ce qui semble une contradiction : comment un tout pourrait-il être égal à sa partie ? Pourtant, comme le remarque Leibniz, l'argument de Descartes suppose que « l'idée de Dieu [l'idée de l'infini] est possible et n'implique pas de contradiction[26] ». En effet, nous ne pourrions pas, pour reprendre l'exemple de Leibniz, déduire la réalité du mouvement perpétuel de ce que nous pouvons parler de celui-ci et en avons donc l'idée, sans pouvoir la comprendre. L'idée du mouvement perpétuel est contradictoire (elle s'oppose aux lois de la physique). En cela, nous ne la comprenons pas, mais la contradiction montre la non-existence du mouvement perpétuel. On ne peut pas tirer l'existence du mouvement perpétuel de ce que l'idée en est contradictoire. Bref, l'argument de Descartes suppose, en termes modernes, la consistance de l'idée en question, en même temps que, dans le cas de l'infini, il s'appuie sur le fait que l'idée de l'infini donne lieu à des paradoxes.

On le voit, l'argument de Descartes comporte, dans l'esprit du XVII^e^ siècle, quelques difficultés. Celles-ci, cependant, semblent se lever si nous considérons les mathématiques du XX^e^ siècle. D'abord, le fait qu'une grandeur infinie puisse être équivalente à l'une de ses parties propres, n'est plus, depuis Bolzano, un paradoxe, mais constitue la définition de l'infini. Ensuite, si l'on a découvert d'autres paradoxes dans la théorie des ensembles (autour de 1900), ceux-ci ont été, selon Gödel, pleinement résolus. Notre idée de l'infini, nos idées mathématiques ne semblent donc plus donner lieu à aucune contradiction. Pouvons-nous dire que nous comprenons l'infini ? Peut-être. Cependant, nos théories restent incomplètes. Les objets mathématiques gardent des propriétés que nous ne connaissons pas et, en ce sens, continuent à nous échapper. Gödel peut donc s'inspirer du texte cartésien pour poser qu'un objet dont nous ne réussissons pas à déterminer les propriétés ne peut pas avoir été créé par nous. Cet argument, il est vrai, semble supposer la consistance de nos idées, de nos théories mathématiques. Il établit donc la réalité de leurs objets sans que l'on puisse s'appuyer sur celle-ci pour justifier en retour nos théories et leur consistance. Mais, ce retour, justement, Gödel ne l'accomplit pas.

Il n'y a pas, à ma connaissance, de textes où Gödel rattache de façon explicite son argument à celui de Descartes. Cette filiation n'est qu'une hypothèse. Elle n'explique du reste qu'une moitié du critère de Gödel pour la réalité des objets. Le logicien laisse en effet ouverte la possibilité que ces objets que nous ne connaissons qu'imparfaitement aient été créés de façon inconsciente, dans une partie de notre esprit que nous ne pouvons ni analyser ni contrôler. Cette seconde possibilité n'apparaît pas dans le texte cartésien. Si l'on veut lui donner une source, il faut, je crois, chercher tout à fait ailleurs : chez le psychanalyste de Gödel.

Gödel a l'habitude d'aller à New York consulter le Dr Hulbeck. George Hulbeck n'est qu'un nom d'emprunt qu'a choisi ce médecin pour exercer aux États-Unis. Richard Huelsenbeck a changé d'identité en 1939, après avoir émigré pour fuir le nazisme. D'origine allemande, c'est un ancien dadaïste, porte-parole bruyant du mouvement. Il se décrit lui-même comme le « tambour de Dada[27] ». Il publie dans les années vingt des poèmes (*Les Prières fantastiques*) et de courts essais dans cette veine surréaliste. Il renie par la suite le côté politique de Dada, ce communisme révolutionnaire sans concession, tout en voulant rester fidèle au mouvement artistique. Il reste proche de peintres tels que Hans Arp, avec qui il s'est lié d'amitié dès l'origine du mouvement, en 1917.

Huelsenbeck a terminé ses études de médecine dans les années vingt. Il exerce d'abord dans la marine, sur les paquebots. Il voyage, puis se fait psychiatre et psychanalyste, d'inspiration jungienne. Il est inquiété par les nazis. Il cherche à émigrer et c'est apparemment grâce à Einstein qu'il obtient un visa pour les États-Unis en 1936. On peut supposer qu'Einstein sert d'intermédiaire et met Gödel en relation avec Huelsenbeck (bientôt Hulbeck).

Habitude qui peut paraître surprenante entre un analyste et son patient, il arrive à Hulbeck de venir à Princeton déjeuner chez les Gödel, le dimanche midi, en famille, avec sa femme et son fils. Gödel, qui raconte la journée à sa mère, en est très content. Mme Hulbeck est « charmante », et « elle s'entend très bien avec Adele »[28]. Kurt discute avec Richard/George et son fils.

Gödel aime les films surréalistes avec « une symbolique abstraite[29] ». Le logicien se prend d'intérêt pour l'art contemporain[30]. Il est difficile de ne pas y voir l'influence de Huelsenbeck, qui participe lui-même à un court métrage (au côté de Marcel Duchamp, Jacqueline Matisse, Yves Tanguy) et écrit régulièrement dans les journaux sur la peinture contemporaine. L'influence du psychanalyste s'exerce-t-elle jusque dans la philosophie mathématique de Gödel ? Gödel a lu des livres de Huelsenbeck[31]. Et le fait est que, à la suite de Jung, celui-ci met l'accent sur le rôle de l'inconscient comme « force créatrice[32] ». L'écart, écrit-il, par rapport à la perspective de Freud tient justement à ce que l'inconscient n'est plus seulement un « réservoir » de fantasmes et de désirs refoulés, mais un aspect véritable de la personnalité et le fond sur lequel s'appuie la force créatrice. L'inconscient ne répète pas seulement un traumatisme enfantin. Il crée. C'est à l'inconscient qu'il faut faire remonter les véritables créations de l'art humain.

Voici donc mon hypothèse. Gödel, que ce soit au cours d'une séance ou d'un déjeuner dominical, expose à Huelsenbeck sa théorie. La preuve qu'un objet a une réalité propre est qu'il nous échappe. Les objets mathématiques ont des propriétés qu'on ne connaît pas. Ils forment un monde à part. Ces voix que l'on entend quand on fait des mathématiques ou, du moins, dont Gödel pressent qu'on peut les entendre, ces voix surprennent : c'est qu'elles ne viennent pas de nous, mais appartiennent à des anges qui vivent parmi les objets mathématiques. Huelsenbeck réfléchit. Il accepte peut-être l'idée de Gödel de traiter de la même façon les mathématiques et les voix, les nombres comme ces personnages qui sont pour son patient des anges. Mais il objecte que ce qui échappe à l'*ego* conscient peut aussi bien sortir de ce fond inconscient sur lequel l'*ego* s'appuie. C'est dans ce soubassement, qui fait la personnalité mais qui déborde l'*ego*, qu'il faut chercher l'origine de toute œuvre, nouvelle et durable. Gödel prend la réponse de son psychanalyste au sérieux. Mais il n'a de cesse de rétablir malgré tout la réalité de ses objets, les voix comme les mathématiques. Il veut donc montrer que l'hypothèse de l'inconscient est indifférente et que rapporter nos objets à un inconscient véritable leur donne une réalité indépendante. Il suffit que cet inconscient soit radicalement inconscient, qu'il nous soit à la fois étranger et commun, à nous tous : c'est l'esprit de Dieu avec lequel nous sommes en contact.

7. Borges, les rêves et la réalité des fictions

Il est remarquable que Borges utilise le même critère que Gödel pour déterminer la réalité : un être réel nous échappe, il nous surprend et nous ne le comprenons pas. Néanmoins, il y a, à première vue, cette différence : Borges semble d'abord exclure la possibilité, que Gödel laisse ouverte, d'une productivité de l'inconscient. Pour Borges, les rêves du moins ne produisent rien par eux-mêmes, sinon des « fantômes », auxquels on « répèt[e] des choses déjà dites et [qui] le sav[ent] et répond[ent] de façon mécanique »[33]. S'il peut y avoir création, ce n'est pas dans le rêve inconscient, dans le rêve comme délire, mais au contraire dans un rêve maîtrisé, travaillé, un rêve les yeux ouverts, tel que celui des « Ruines circulaires ». Le dormeur par lui-même rêve en solitaire sans jamais rencontrer véritablement un autre qu'il n'aurait pas créé et pourrait le surprendre. Ce critère de réalité – est réel ce qui nous échappe – peut alors intervenir à l'intérieur même du rêve pour y distinguer ce qui, précisément, *n'* est *pas* rêvé.

C'est ce qui apparaît dans une nouvelle, « L'autre », qui touche également à un second thème de la métaphysique de Gödel, le voyage dans le temps. Nous sommes en 1969, près de Boston. Borges s'est étendu sur un banc devant le fleuve Charles. Un jeune homme s'assied à côté de lui, sifflotant un air argentin. Borges le reconnaît bientôt : c'est lui-même plus jeune, un jeune Borges qui pense être à Genève. Évidemment, si Borges plus âgé peut sans difficulté se reconnaître plus jeune, il reste à convaincre le jeune Borges que ce vieil homme à côté de lui est bien lui-même, plus âgé. Le vieux Borges commence par évoquer devant le jeune Borges certains détails de sa vie que lui seul peut connaître : les livres de sa bibliothèque, une « certaine fin d'après-midi au premier étage »... Donc le jeune Borges sait qu'il ne parle pas à un inconnu. Mais cela ne prouve rien. Il peut encore penser qu'il ne fait que rêver ce vieil homme.

> Si je suis en train de rêver, il est naturel que vous sachiez ce que je sais.

C'est peut-être déjà dire qu'il n'y a pas dans le rêve de véritable scission : le sujet, qui produit le rêve, se retrouve tout entier dans chacun de ses personnages. En tout cas, c'est dans cette perspective que le vieux Borges (qui est dans la position du narrateur) s'efforce de prouver au jeune Borges qu'il ne rêve pas :

> – Je veux te prouver immédiatement, lui dis-je, que tu n'es pas en train de rêver de moi. Écoute bien ce vers que tu n'as jamais lu, que je sache.
>
> Lentement, je déclamai le vers célèbre :
>
> *L'hydre-univers tordant son corps écaillé d'astres.*
>
> Je sentis sa stupeur presque terrifiée. Il le répéta à voix basse, en savourant chacun des mots resplendissants.
>
> – C'est vrai, murmura-t-il. Je ne pourrais jamais écrire un tel vers, moi.
>
> Hugo nous avait réunis[34].

Ainsi, c'est en lui montrant quelque chose qui lui échappe, un vers plus beau que les siens, que le vieux Borges convainc le jeune Borges qu'il n'est pas, lui, le vieux Borges, un simple fantasme. Le sujet rêveur est le même que le sujet éveillé, avec les mêmes facultés et la même impuissance. L'inconscient qui domine le rêve ne produit rien de lui-même. Ou, plus exactement, il n'y a pas dans le rêve borgésien cette raison inconsciente, qui pourrait produire un énoncé, un être qui transcenderait l'*ego*. Donc celui qui peut réciter devant le jeune Borges ce vers que le jeune Borges ne pourrait pas écrire n'est pas rêvé par le jeune Borges. Même si, on l'apprendra à la fin de la nouvelle, le jeune Borges est en train de rêver, dans ce rêve un être réel s'est introduit sans le savoir et n'est pas lui-même rêvé : le vieux Borges.

Le rêve du dormeur, le rêve spontané, est stérile. L'esprit borgésien semble ici être entier et ne pas pouvoir dans une partie de lui-même produire ce qu'une autre partie, l'*ego*, ne reconnaîtrait pas. Gödel, en revanche, admet cette scission de l'esprit. Si Gödel rencontrait son double, il faudrait à celui-ci un autre argument pour établir sa propre réalité. Si ce double se contentait de réciter un vers, ou de démontrer un théorème, le logicien (bien conseillé par son psychanalyste) aurait encore la ressource de se penser rêvant et son esprit dominé par cette raison cachée, inaccessible à l'*ego*.

L'écart de Borges par rapport à l'argument de Gödel est pourtant très mince. En effet, l'inconscient gödelien, s'il doit pouvoir produire les objets mathématiques, doit être universel et partagé par tous. Il nous est en même temps absolument inaccessible. C'est, au fond, l'esprit d'un Dieu, enfoui sous l'*ego* personnel mais qui déborde celui-ci pour toucher en principe tout homme. Borges accepterait alors de renvoyer la création à ce Dieu caché en nous. Ainsi, dans un poème intitulé, comme la nouvelle précédente, « L'autre », à propos de la création littéraire :

> *L'impitoyable Dieu jamais nommé*
> *Donne aux élus le parfait instrument.*
> [...]
> *À lui seul, ce qui reste en la mémoire*
> *Du temps séculaire. À nous les scories*[35].

Les véritables vers, ou ce qu'il y a de véritable dans les vers, peuvent bien être produits par ce Dieu, un autre en nous, comme les mathématiques par cette « raison » qui sous-tend l'*ego*. Borges semble se trouver, finalement, au plus près de l'argument de Gödel. La seule question, et une question de mots sans doute, est de savoir dans quelle mesure ce Dieu qui crée en deçà de l'*ego* peut être dit appartenir à l'esprit humain. Finalement, Gödel devant son double pourrait croire ne faire que rêver, mais il lui faudrait alors accepter que ce rêve et ce double lui sont envoyés par un tel Dieu, caché en lui mais qui le dépasse.

8. Les mathématiques comme rêve

Gödel prend tout à fait au sérieux l'hypothèse que les mathématiques, les objets mathématiques, sont constituées de façon inconsciente, dans une partie de l'esprit à laquelle l'*ego* n'a pas accès. Les mathématiques deviennent alors une sorte de rêve : une histoire qui se déroule devant nos yeux, que nous savons avoir produite mais que nous ne maîtrisons pas, et dont nous ne comprenons pas les ressorts.

Ou, plus exactement, c'est le monde du rêve, le monde dans lequel se déroule le rêve et dont le rêveur se souvient au réveil et qu'il cherche à retrouver. Notre raison inconsciente, dans cette perspective, pose en effet un cadre : les axiomes ou, plus largement, les lois (qu'elles puissent s'énoncer ou non dans les langages que nous utilisons) du monde mathématique. Elle fait naître l'univers mathématique, sans que nous saisissions les mécanismes selon lesquels elle procède. Et l'*ego*, la partie consciente de notre esprit, nous-même au sens le plus étroit, cherche à comprendre quelles sont les propriétés de ces objets qu'il a devant les yeux ou pourquoi tels axiomes lui semblent évidents :

> En mathématiques, la question est de découvrir ce que nous avons peut-être produit inconsciemment[36].

La « raison », dans cette perspective, est un inconscient, une région fermée à l'*ego*, qui ne l'observe que de l'extérieur :

> [...] un instrument en nous mais différent de notre *ego* (tel qu'une « raison » [...])[37]
>
> [...] si les mathématiques n'étaient pas créées par *nos* actes (*i. e.* les actes conscients de notre *ego*) mais par une entité en nous appelée raison [...][38]
>
> [...] quelque chose en lui [le mathématicien] mais inaccessible à lui[39]
>
> L'esprit : un *ego* utilisant une raison. L'*ego* utilise une entité différente de lui mais en contact avec lui[40].

Notre esprit est donc fait de deux composantes : l'*ego*, qui est la sphère des actes conscients dans lesquels nous nous reconnaissons, et une raison sous-jacente que l'*ego* ne contrôle pas et qui produit, comme à l'insu de l'*ego*, le monde mathématique que l'*ego* s'attachera ensuite à explorer. Il y a, dans les papiers Gödel, un dessin non daté, au dos d'une feuille de calcul, qui est sans doute l'œuvre de l'ennui (comme ces croquis que l'on trace machinalement en parlant au téléphone) mais qui illustre parfaitement cette scission de l'esprit : une tête de profil, à l'intérieur de laquelle s'est logé un second personnage, qui, la bouche entrouverte, semble murmurer quelque chose [41].

Mais reprenons les textes. D'où vient cette raison, ce quelque chose dans l'esprit fermé à l'*ego* ? En quoi peut consister une raison inconsciente et pourquoi reste-t-elle inconsciente ? La difficulté est que ces notes sur la raison datent pour la plupart des années cinquante, qui représentent la période la moins bien connue du développement intellectuel du logicien philosophe. Les cahiers philosophiques nous renseignent sur les années quarante, avec le passage de la logique à la philosophie. Les conversations avec Wang, des années soixante-dix, illustrent la dernière période de la philosophie de Gödel. En revanche, les années cinquante restent, dans l'état actuel du dépouillement des papiers et, si l'on veut, dans ce labyrinthe des archives, une zone obscure. Il faut aussi prendre en compte la prudence de Gödel, déjà évoquée : « [...] je ne rends publiques que les parties de ma philosophie qui se prêtent le moins à la controverse. » Et, sans doute, cet inconscient mathématique n'en fait pas partie.

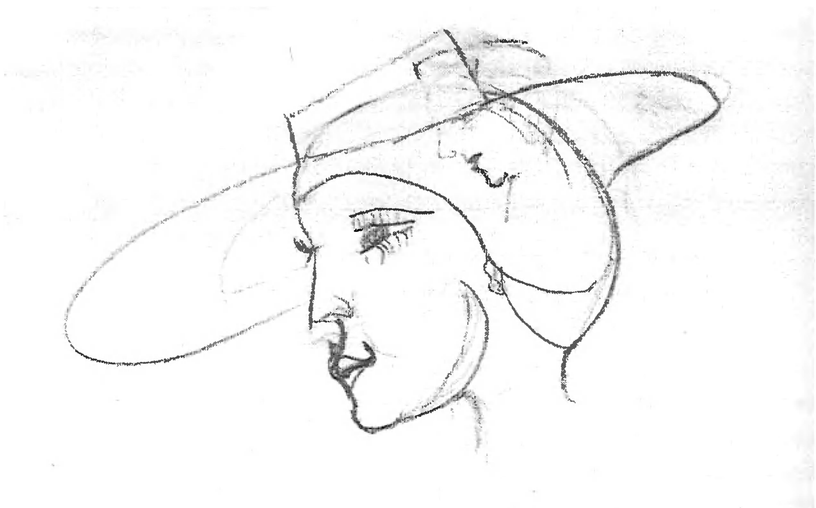


Fig. 5. Dessin non daté de Kurt Gödel.

Deux séries de remarques peuvent néanmoins éclairer la nature de notre « raison », dans l'hypothèse où celle-ci est inconsciente.

En premier lieu, Gödel rapporte, à plusieurs reprises, nos sciences à un appareil conceptuel, constitué dans l'enfance et dont l'origine est ensuite oubliée. Nos sciences, mathématiques comme physiques, semblent alors s'appuyer sur les concepts que forme l'enfant, pour seulement les développer. Les concepts fondamentaux de nos sciences sont un acquis de l'enfance. Gödel évoque ainsi

> l'appareil conceptuel/intellectuel que, dans notre culture, nous acquérons dans les quinze premières années de notre vie et qui n'est jamais élargi mais seulement appliqué d'une façon de plus en plus complexe par la science aujourd'hui[42].

Ou encore

> les termes primitifs de notre pensée que l'on obtient à l'âge de 2 ou 3 ans [...] et que l'on fortifie ensuite par un usage constant dans la description des faits objectifs[43].

L'enfant possède donc déjà le système des concepts qui lui permettra de devenir mathématicien, ou qui formera la base à partir de laquelle il pourra développer des mathématiques. Seulement, l'adulte, devenu mathématicien, a oublié les processus par lesquels il a d'abord formé ce système de concepts qu'il applique maintenant. Celui-ci apparaît simplement évident, sans que l'on puisse en retrouver le fondement :

> Il est pensable que, quand on apprend une théorie du monde dans la plus jeune enfance (que ce soit par un enseignement ou de façon automatique) et qu'on l'utilise beaucoup, alors dans la vie adulte des conséquences complexes de cette théorie semblent immédiatement évidentes, sans que l'on puisse en donner une justification. [...] Quelle est la méthode à utiliser pour les fondements de la connaissance ? (Psychanalyse)[44].

Ces remarques expliquent la position d'une « raison » inconsciente. La raison, qui invente les mathématiques, sans que l'*ego* comprenne comment, ce serait l'esprit de l'enfant que l'adulte garde avec lui, mais refoule en deçà de la conscience. Dans cette perspective, fonder les mathématiques suppose un retour sur l'enfance, qui réactualise ce processus de constitution. Le fondement des sciences se rapproche de la méthode psychanalytique. Les concepts mathématiques jouent, pour ainsi dire, le rôle d'un souvenir-écran, un paysage dont l'adulte se souvient mais qui occulte une autre scène (l'élaboration d'un système de concepts, d'une « théorie » du monde – dit Gödel –, sur la base d'un arrière-fond peut-être plus inquiétant et chaotique), que l'adulte a refoulée.

C'est pour Gödel l'occasion d'opérer un rapprochement étonnant entre Freud et Husserl, la psychanalyse et la phénoménologie. La phénoménologie, en effet, entend également développer une méthode réflexive permettant de réactualiser la constitution des concepts, dont l'origine est oubliée et s'est « sédimentée », dans les mots de Husserl[45]. Gödel semble commencer à lire les écrits de Husserl autour de 1959. Dans une conférence de 1961, il rappelle, en des termes proches des remarques précédentes, le rôle que joue selon lui l'enfance dans la constitution des concepts scientifiques. Et c'est cette constitution dans l'enfance que la phénoménologie doit éclairer. Elle prend alors la même fonction que la psychanalyse dans la note ci-dessus (qui date des années quarante). Ce n'est pas que la phénoménologie remplace la psychanalyse mais plutôt que, dans l'esprit de Gödel, celles-ci se rencontrent :

> Husserl et Freud ont tous les deux considéré – de façon différente – la pensée subconsciente[46].

Une seconde série de remarques conduirait, toutefois, à donner une autre interprétation de la « raison » inconsciente qui accompagne l'*ego*. En effet, Gödel envisage, dans ses cahiers philosophiques, de reprendre la thèse leibnizienne que l'univers mathématique est d'abord réalisé en Dieu. Dieu pense, en quelque sorte, les mathématiques, il en imagine tous les objets, il en démontre tous les théorèmes. Il n'y a pas alors besoin de poser que nos mathématiques décrivent un monde d'idées, un monde à part. Elles décrivent seulement, ou reproduisent autant qu'il est possible, la pensée de Dieu. C'est ce qui leur donne leur réalité :

> Les idées et les vérités éternelles sont des pièces de la substance divine. Il ne s'ensuit pas que Dieu les ait créées (Dieu ne s'est pas créé lui-même) mais elles forment l'existence (*das Wesen*) de Dieu[47].

Nos mathématiques ne sont pas tout entières divines. Un théorème se laisse toujours énoncer et démontrer de plusieurs façons. Mais il y a une formulation parfaite, « objective » : c'est « celle qui est réalisée en Dieu », et « elle est vue en Dieu »[48].

Dans cette perspective, où les objets mathématiques sont les idées de l'entendement divin, plutôt que des entités indépendantes dans un monde à part, l'intuition mathématique est un accès à l'entendement de Dieu, comme une sorte de télépathie qui nous ouvre à la pensée de Dieu. Celle-ci, dans la mesure où l'*ego* entre en contact avec elle, joue bien le rôle de cette raison inconsciente que Gödel évoque dans son argument sur la réalité mathématique. L'*ego* prend ses évidences mathématiques dans l'entendement divin, sans pouvoir saisir les mécanismes de cette pensée. L'*ego* reçoit ses évidences de la pensée divine, mais de façon incomplète et sans comprendre ce qui les justifie. C'est une perspective que Gödel envisage à plusieurs reprises, dans les années soixante-dix comme dans les années quarante. Il reprend par exemple avec Wang le mot de Josiah Royce : « La raison signifie une communication avec l'esprit divin[49]. » Ou encore, dans une note des cahiers philosophiques :

> La raison apparaît comme une instance de conseil immanente à nous ou, d'une certaine façon, un émissaire de Dieu, ou le Verbe de Dieu incarné[50].

Il est clair que cette deuxième interprétation, qui considère la raison comme une partie de l'entendement divin, explique l'insistance de Gödel sur le fait que, en renvoyant les mathématiques à une raison inconsciente que l'*ego* ne contrôle ni ne comprend, on leur donne la même réalité qu'en les rapportant à un monde à part.

> Si les mathématiques n'étaient pas créées par *nos* actes (*i. e.* les actes conscients de notre *ego*) mais par une entité en nous appelée raison, les faits mathématiques seraient quelque chose

> d'objectif, à savoir les propriétés de cet esprit, que nous ne pouvons en aucun cas déterminer par nos propres choix[51].

Il y a des idées que nous formons de nous-mêmes, il y a des idées qui nous viennent de la perception sensible, et il reste – dit Gödel – une troisième chose : « quelque chose comme un esprit objectif [qui] représente alors un aspect ou un plan de la réalité objective[52] ».

Les données qui sont à la base de nos mathématiques et qui ne sont pas des impressions sensibles sont rapportées à un « esprit objectif », qui nous est étranger mais avec lequel il faut bien que nous soyons en contact. Cet « esprit objectif », d'après les notes des cahiers philosophiques, serait l'esprit de Dieu, dont notre raison est comme une parcelle ou un reflet, et qui donne aux mathématiques leur réalité.

Maintenant, faut-il opposer ces deux interprétations de la raison, la raison comme souvenir d'enfance *versus* la raison comme pensée divine ? Il n'y a pas, à ma connaissance, de texte qui les mette en relation de façon explicite, que ce soit pour les concilier ou pour les opposer, comme une alternative. On peut sans doute les imaginer ensemble. L'enfant constitue cet appareil de concepts que l'adulte ne fera que développer, parce que, dépourvu de préjugés, il est plus proche de cet entendement de Dieu, ou bien parce que, placé devant le chaos des impressions sensibles, il lui faut de toute nécessité pénétrer ce schème qui lui permettra de les ordonner et de se constituer un monde stable. La raison sous-jacente à l'*ego* peut donc recouvrir à la fois les premiers efforts de l'enfant pour mettre en ordre le monde environnant, efforts que l'adulte refoule pour s'assurer de la stabilité du monde ainsi constitué, et l'esprit de Dieu, avec lequel l'*ego* reste toujours en contact et dans lequel l'enfant a d'abord puisé ces concepts.

Il me semble que cette ambiguïté (la raison est-elle l'esprit de l'enfant et/ou celui de Dieu ?) s'accorde avec l'hypothèse d'une influence de la psychanalyse, qui vient nuancer un argument d'abord cartésien. Gödel a un argument, qu'il tire des *Méditations* de Descartes et qu'il applique indissociablement aux mathématiques et à ses démons. La psychanalyse lui dit que ces objets qui échappent à l'*ego* peuvent aussi bien renvoyer à un travail de l'inconscient, que l'*ego* ignore, renvoyer à la constitution d'une certaine structure au cours de l'enfance. Gödel prend l'argument au sérieux. Il n'entend pas écarter sans plus cette idée que le fondement des sciences appelle une méthode d'examen comparable à la méthode psychanalytique. En même temps, le logicien veut maintenir la réalité de ses objets. Il réinterprète donc cette raison inconsciente qui nous vient de l'enfance, pour en faire une pensée objective, la pensée divine, qui, en effet, donne à ses objets le même degré de réalité qu'une existence dans l'extériorité.

9. Retour sur l'œil de la pensée

Le platonisme de Gödel est marqué par trois thèses :

(1) Il est indifférent que les objets mathématiques s'inscrivent dans une réalité à part, un ciel d'idées qui se superpose au monde sensible, ou dans une raison sous-jacente à l'*ego* et, par conséquent, inconsciente.

(2) Le monde mathématique (soit intérieur à la raison soit développé dans l'extériorité) est peuplé d'anges. Les objets mathématiques s'accompagnent d'êtres bizarres, qui sont dans les idées comme nous sommes dans la matière.

(3) Le monde mathématique (objets et anges mathématiques) nous est donné dans une intuition, différente de l'intuition sensible mais supposant comme elle un organe particulier.

La première thèse a fait l'objet d'une discussion déjà longue. L'existence des anges et la position d'un œil de la pensée ont également été évoquées. Les anges, dans le monde de Gödel, semblent allier la vie et la conscience à un mode d'être qui les rapproche des concepts. Ils constituent une forme d'être plus haute que celle des concepts qui ne vivent pas, et plus haute que la nôtre, nous qui vivons dans le monde matériel :

> La conscience est une haute forme de l'être (celle de la vie), et l'âme est par là en un sens quelque chose de plus haut que les concepts (qui sont quelque chose de mort). [Mais il y a] d'abord les anges et Dieu qui sont une forme d'être encore plus haute[53].

Ou encore :

> Le temps est une forme d'existence plus haute que le simple être des concepts, à savoir la forme de la vie [...], ce qui n'exclut pas qu'il y ait une forme encore plus haute, à savoir celle des anges, qui, d'un certain point de vue, soit de nouveau semblable aux concepts[54].

On le verra, Gödel entend prouver à partir de la théorie de la relativité que le temps n'a pas de réalité objective. Le temps n'est qu'une forme subjective d'appréhension des phénomènes qui est propre aux êtres du monde sensible. Le logicien peut donc opposer la temporalité de la vie humaine à l'immobilité des concepts, et ces deux formes d'être à celle des anges, qui sont de la nature du concept mais ont également part à la vie. Les anges semblent vivre parmi les concepts. Gödel peut ainsi se demander si leur corps n'est pas lui-même idéel :

> La couche la plus basse des anges peut-être est-elle matérielle (ou lumineuse) ? [...]
> Les idées sont-elles aux anges ce que la matière est pour nous ? [55].

Les anges s'incarneraient dans les idées comme nous nous incarnons dans la matière. C'est, évidemment, difficile à imaginer. Mais il y a véritablement un monde mathématique : un paysage inanimé et des êtres vivants qui l'habitent. Ce monde nous est donné dans une intuition. L'intuition mathématique est, pour Gödel, un « fait psychologique[56] ». Elle a lieu dans un organe particulier, une sorte d'œil situé dans le cerveau, à proximité de la zone consacrée au langage :

> Un organe physique est nécessaire pour rendre possible le maniement des impressions abstraites. Personne ne peut les utiliser, sinon en les comparant avec ou à l'occasion d'impressions sensibles. Cet organe sensoriel [qui saisit l'abstrait] doit être étroitement lié aux centres du langage[57].

La position d'un œil mathématique est l'une des thèses les plus stables de la métaphysique de Gödel. Elle apparaît dès les cahiers philosophiques et s'affirme encore dans les conversations avec Wang. Gödel dispose par exemple déjà dans les années quarante de l'argument qui rattache l'organe mathématique à la région du langage. Il se livre également à d'autres spéculations. Il s'interroge en particulier sur la perception des animaux en supposant que ceux-ci sont dépourvus de cet organe qui perçoit l'abstrait et qui est spécifique au cerveau humain. Or l'abstrait entre déjà dans la constitution du monde sensible tel que nous le connaissons. Une chose est, pour nous, un ensemble d'apparences, l'ensemble des impressions sensibles que l'on peut considérer comme les apparences de cette chose. Mais un ensemble n'est pas seulement une collection d'éléments, c'est un tout d'un autre type que ses éléments. Former un ensemble suppose une aptitude au concept. Il n'y a donc véritablement de choses dans le monde sensible que pour un être intelligent, ce que les bêtes ne sont pas. À quoi ressemble alors le monde des animaux ?

Il est inutile de suivre Gödel dans ces spéculations. En réalité, la position de l'œil mathématique, c'est-à-dire d'un organe corporel réalisant l'intuition mathématique comme l'œil fait voir, conduit à toute une série de difficultés, dont Gödel discute finalement peu, et souvent, y compris dans des papiers personnels, à mots couverts. C'est du reste à propos de l'œil mathématique que Gödel parlait à Wang de sa prudence.

10. Diverses spéculations

Il y a d'abord une analogie entre l'intuition mathématique et la perception sensible, qui permet de considérer la raison comme un sixième sens :

> Supposons que quelqu'un possède un sixième sens qui ne lui donne que quelques perceptions et celles-ci sans connexion causale avec les perceptions des autres sens. Il pourrait incorporer ces perceptions dans un petit nombre de règles [des axiomes...]. Cela, dans mon opinion, exprime très bien la relation de la raison aux sens[58].

Ou encore :

> Nous pourrions posséder par exemple un sens supplémentaire qui nous montre une réalité complètement séparée de l'espace et du temps [...] et si régulière qu'elle puisse être décrite par un nombre fini de lois. [...] Je crois que cela approche la situation réelle, sauf que la raison n'est pas comptée avec les sens parce que ses objets sont bien différents de ceux des autres sens[59].

Ces notes donnent à ce sixième sens qu'est la raison deux particularités. D'une part, les données du sixième sens sont si simples, si « régulières », qu'on peut les résumer en quelques axiomes, qui, une fois posés, permettent de prédire nos perceptions ultérieures. D'autre part, les données du sixième sens sont dépourvues de relations causales avec celles de nos cinq sens habituels. Elles ouvrent donc sur un monde à part. C'est cette particularité qui affaiblit l'analogie entre la raison et les sens. Il y a, en effet, un principe d'échange entre les sens qui n'existe pas dans le cas de la raison. Je peux toucher ce que je vois et, en principe, voir ce que je touche (bien que ce que je touche puisse être transparent, comme une vitre). En revanche, ce que je vois avec la raison ne se laisse ni toucher ni voir avec les yeux. Dans quelle mesure peut-on alors parler d'un sens, si la raison ne se lie pas avec les cinq sens comme ils se lient entre eux ? Par ailleurs, si les données de la raison ne sont pas situées dans l'espace et dans le temps mais constituent une réalité d'un autre ordre, comment peuvent-elles agir sur cet organe qu'est l'œil mathématique ? Les données visibles agissent sur l'œil voyant parce que celui-ci est de la même nature, de la même matière, élément du même monde que ce qu'il voit. Précisément, cette conaturalité n'existe pas entre les objets et l'œil mathématique.

Que veut dire Gödel lorsqu'il décrit la raison comme un sixième sens ? Est-ce seulement qu'il y a des évidences mathématiques, des données qui s'imposent à nous sans que nous soyons en mesure de les justifier ? Les textes que je viens de citer ne disent finalement que cela. Mais Gödel, avec sa prudence, avec ses mots couverts, avec cet art du secret que, selon lui, les philosophes doivent cultiver, veut-il signifier plus ? Si ce n'est pas le cas, pourquoi fait-il de la raison un sixième sens tout en donnant dans le même paragraphe un argument qui la distingue nettement des cinq sens ?

Je suis tenté de penser que c'est l'expérience vécue de l'intuition mathématique qui la rapproche de la vision, de l'audition, d'un véritable sens, et l'expérience vécue d'une similitude de la raison avec les sens qui justifie la position d'un organe de la raison. Comme si le logicien éprouvait (dans sa chair en quelque sorte) que l'intuition, la double intuition des objets et des anges mathématiques, fonctionne comme la vision sensible, avec un travail physiologique, alors même qu'elle ouvre à une réalité autre, qui ne s'intègre pas dans la réalité sensible. C'est, pour moi, la seule façon d'expliquer l'insistance de Gödel sur cet organe de l'intuition, qui, pourtant, fait problème dans sa métaphysique. L'hypothèse d'un organe corporel ayant pour fonction de saisir les idées mathématiques pose de façon évidente deux difficultés majeures.

La première s'éclairera lorsqu'on discutera du théorème d'incomplétude. Mais, pour dire vite, Gödel décrit le cerveau comme une machine (de Turing) de sorte que les théorèmes que peut produire le cerveau sont incomplets : on peut formuler dans le langage de ces théorèmes des propositions qui ne seront ni démontrées ni réfutées. Or Gödel en appelle précisément à l'intuition pour compléter nos théories. Pourquoi alors rattacher l'intuition mathématique à un organe dans le cerveau ? Si l'intuition doit pouvoir fonder des théories complètes (en un sens à préciser), il faut que cet organe échappe aux mécanismes qui régissent le cerveau. La même difficulté resurgira à propos du temps. L'intuition mathématique ne prend pas de temps. Elle n'a pas de durée, elle est « instantanée ». Mais les processus qui s'opèrent dans le cerveau ont une durée. Comment alors ce qui a une durée peut-il fonder ce qui n'en a pas ? Ou comment ce qui n'a pas de durée peut-il se réaliser dans un processus qui dure ? L'œil de l'intuition, l'œil pinéal, tout en étant posé comme un organe dans le cerveau, doit constituer une sorte de parenthèse, une zone franche si l'on peut dire, où s'interrompent les mécanismes du cerveau et les lois de la matière.

La seconde difficulté est entièrement métaphysique. Gödel y insiste, les objets mathématiques (qu'ils s'inscrivent dans une raison universelle ou dans une réalité à part) sont d'une autre nature que les impressions sensibles. Les données mathématiques sont, par rapport aux données sensibles, « d'une seconde espèce[60] ». Il y a une différence de type d'être entre l'idéel et le matériel. Comment l'un peut-il donc agir sur l'autre ? Il faut souligner que la difficulté concerne aussi bien l'intuition des objets mathématiques que la communication avec les esprits. Lorsque Gödel parle de ces esprits « qui n'ont pas de corps mais peuvent nous influencer », on peut accepter (de façon purement théorique) que ces anges agissent sur notre esprit mais non qu'ils modifient l'état de notre cerveau. C'est pourtant bien ce qui doit se passer s'il y a un œil qui capte les objets mathématiques, et que les anges sont de même nature que les objets mathématiques. Comment un ange qui n'a pas de corps pourrait-il toucher en quelque sorte cet œil dans le cerveau ?

Je parle d'un œil « pinéal » car l'organe de l'intuition, dans la métaphysique de Gödel, pose le même problème que la glande pinéale dans celle de Descartes. La glande pinéale, que Descartes pensait avoir découverte au milieu du cerveau, doit assurer, comme l'organe de l'intuition, une incompréhensible communication entre des substances d'attribut différent, une substance qui est de la pensée (l'âme) et une autre qui est de l'étendue (le corps). Ajoutons entre parenthèses que, dans une nouvelle, H. G. Wells invoque également un œil pinéal, qui, comme l'organe gödelien, met en rapport l'individu avec des âmes errantes (presque des anges). Seulement, l'écrivain reconnaît que celles-ci possèdent une sorte de corps, un corps gazeux, imperceptible à l'œil nu[61].

Pourquoi Gödel ne discute-t-il pas des difficultés métaphysiques auxquelles conduit sa conjecture qu'il existe un organe de l'intuition ? Le logicien n'a peut-être pas lu H. G. Wells, mais il a lu Descartes. Pense-t-il avoir résolu dans le cadre de sa monadologie cette difficulté de la communication des substances, difficulté qui, pour Leibniz, motive le recours à l'harmonie préétablie ? Si c'est le cas, pourquoi n'en discute-t-il pas ? Nous ne disposons que d'une transcription partielle des cahiers philosophiques. Peut-être trouvera-t-on une telle discussion dans la partie qui n'a pas encore été transcrite ? Ce n'est pas certain, ni même vraisemblable. Wang a publié l'intégralité des notes de ses conversations avec Gödel. Gödel y évoque l'œil mais non les difficultés métaphysiques qui s'attachent à sa conjecture. Il se contente, je l'ai dit, de faire remarquer qu'il faut rester prudent et ne pas divulguer ce qui est sujet à controverse. Que craignait-il ?

11. De soudaines illuminations

Pourquoi Gödel rattache-t-il cette faculté d'intuition, ce sixième sens, à un organe corporel ? Il a sans doute un argument, à savoir que l'intuition mathématique est liée à la faculté du langage qui suppose l'incarnation. Mais que vaut cet argument face aux difficultés métaphysiques dans lesquelles l'entraîne la position d'un œil pinéal ? Ou encore, ces anges qui n'ont pas de corps matériel et vivent parmi les concepts n'ont-ils pas eux-mêmes une intuition mathématique, qui s'opère alors sans organe ? À nouveau, pourquoi Gödel attribue-t-il un organe spécifique à l'intuition mathématique ? Et pourquoi le logicien associe-t-il les objets mathématiques et les anges désincarnés ? Je ne vois pas à ces questions d'autre réponse que celle de l'expérience vécue.

Autre question : quel est le rôle de ce sixième sens ? Dans une note déjà citée, Gödel décrit le monde sensible comme un rêve et se demande dans quelle mesure un « réveil dans cette vie » est possible. Ce réveil, est-ce l'œil pinéal qui s'ouvre plus grand que d'ordinaire et qui révèle alors non seulement les concepts mathématiques, les êtres qui les entourent, mais également le monde sensible tel qu'il est, ou les concepts qui le caractérisent en réalité ? Gödel note au moins une fois que « la raison est l'unique organe avec lequel l'homme peut percevoir les choses mêmes, pas seulement en image[62] ».

Il est clair que Gödel est fasciné par ces expériences d'illumination qui révèlent aux philosophes le monde en réalité. Il y a bien sûr les songes de Descartes :

> Il [Descartes] nous apprend que le 10 novembre 1619, s'étant couché tout rempli de son enthousiasme et tout occupé de la pensée d'avoir trouvé ce jour-là les fondements de la science admirable, il eut trois songes consécutifs en une seule nuit, qu'il s'imagina ne pouvoir être venus que d'en haut[63].

Mais Descartes n'est pas seul :

> Aussi bien Descartes que Schelling rapportent explicitement l'expérience d'une illumination soudaine. Ils commencèrent à tout voir dans une lumière différente.

De même :

> Entre 1906 et 1910, Husserl eut une crise psychologique. Il doutait de pouvoir accomplir quoi que ce soit. Son épouse était très malade. Mais, à un moment durant cette période, tout lui devint soudainement clair, et il est arrivé à une connaissance absolue[64].

Seulement, et c'est un thème qui se précisera avec le théorème d'incomplétude, il est impossible d'exprimer dans les langages humains la connaissance absolue. Il est impossible de la traduire en mots, en en conservant le contenu et en lui donnant cette rigueur sans laquelle une véritable science est impossible. Les écrits de Husserl restent donc en deçà de sa découverte :

> On ne peut pas transférer la connaissance absolue à quelqu'un d'autre. On ne peut donc pas la publier[65].

Il y a aussi autre chose, de plus mystérieux, qui pouvait conduire Husserl à recouvrir sa découverte :

> Husserl a atteint la fin, il est arrivé à la science de la métaphysique. [Mais] il a dû cacher sa grande découverte. La philosophie est une science persécutée. S'il n'avait pas caché [sa découverte], la structure du monde aurait pu le tuer[66].

Il faut remarquer accessoirement que, si Gödel a une grande admiration pour Husserl, et sans doute une dette à l'égard de la phénoménologie, il est difficile de savoir ce qu'il tire de ses écrits et lesquelles de ses thèses il reprend. Mais ce n'est pas la lettre de la phénoménologie qui intéresse le logicien :

> Je n'aime pas particulièrement le style de Husserl – long et difficile. Il ne nous dit pas de façon détaillée comment procéder.
>
> Husserl ne pouvait pas communiquer ses idées. Il en savait plus. Ce n'est pas surprenant. De façon générale, en psychanalyse et dans d'autres champs, beaucoup de choses – pulsions, volonté, décisions, etc. – sont cachées[67].

Il y a donc un secret dans les écrits de Husserl, une découverte que le philosophe a cachée sous un texte d'abord « long et difficile ». Cela rend évidemment impossible une analyse précise des rapports de Gödel à Husserl. Comment savoir ce que le logicien emprunte à la phénoménologie ? Gödel ne nous dit pas quelle est la découverte enfouie dans la phénoménologie et, du reste, s'il a retrouvé cette découverte, il n'a pas pu, lui non plus, nous la communiquer.

Les philosophes sont persécutés. Il y a un complot contre Leibniz. Gödel est persuadé qu'une société secrète s'attache à détruire les écrits de celui-ci. Et elle aurait déjà réussi à en faire disparaître certains, parmi les plus importants. Le logicien tente d'en convaincre ses proches, Morgenstern, puis Menger[68]. Il y a aussi ce risque que Gödel évoque à propos de Husserl (dans un passage précédent) : « la structure du monde ». Il emploie la même expression à propos de ces coïncidences dans l'histoire humaine qui ne sont pas dues au hasard. Que recouvre exactement cette expression ? Une société secrète, à nouveau, qui tenterait d'empêcher la diffusion de la connaissance ? Les démons à l'œuvre qui détruisent 99 % des choses belles dans ce monde ? Ce monde lui-même, qui est ainsi fait que la vérité ne doit pas pouvoir s'y dire et que les philosophes qui veulent la dire sont persécutés. Comment savoir ? Mais Gödel, qui a cru plusieurs fois qu'on voulait l'empoisonner, pouvait craindre de provoquer « la structure du monde ».

Comme Husserl, Gödel a connu une « crise psychologique », autour de 1936. Mais, ajoute-t-il avec Wang :

> Je n'ai moi-même jamais eu une telle expérience [d'une soudaine illumination]. Pour moi, il n'y a pas de connaissance absolue. Il n'y a que des probabilités[69].

Pourtant, dans les années quarante, Gödel pressent, espère et redoute à la fois la possibilité d'une telle expérience :

> [...] la lumière qui donne à tout sens et signification [...] Un entendement humain parfait, objectif (libre du péché) peut-il gagner cette évidence sans enseignement (ou expérience parapsychol[ogique]) ?

Et, dans une note presque illisible sur le diable qui donne de fausses évidences, le diable comme malin génie, Gödel semble avouer « le sentiment que quelque chose [lui] a été envoyé », quelque chose qui peut pourtant lui être arraché, par le « diable » ou par « d'autres hommes à qui le diable en a donné le pouvoir »[70].

Le mal, pour Gödel, tient d'abord à l'ignorance. La connaissance conduit au Bien et à la « sainteté ». Mais, on le verra avec le théorème d'incomplétude, les évidences, ces intuitions qui viennent compléter la connaissance humaine, peuvent être aussi bien véridiques et sorties de la bouche d'un ange que trompeuses et comme murmurées par le diable à notre oreille. Dans les deux cas, elles relèvent d'une connaissance surhumaine, que l'on pourra dire radicalement folle. La structure du monde, que Gödel imagine persécutant les philosophes « illuminés », n'est, je crois, qu'un dernier rempart qu'il s'est constitué pour s'interdire la folie. L'œil pinéal, par lequel passent nos évidences, ces soudaines illuminations, si celles-ci nous sont envoyées par les anges, est l'organe qui marque dans le corps humain une folie toujours possible. Gödel est convaincu, malgré toutes les difficultés métaphysiques que cela comporte, que les esprits, bien qu'eux-mêmes sans corps, s'écoutent et se voient de façon quasi corporelle et s'adressent donc à un organe spécifique en nous. L'œil pinéal est alors le point mystérieux où non seulement un esprit mais un cerveau humain peut interrompre son fonctionnement normal pour basculer dans une folie complète.

PARTIE III

L'incomplétude

1. Incomplétude et hypnose

Gödel, je l'ai dit, avait peur d'être fou, peur que ces pensées infimes, inconscientes, dont il faut remplir l'esprit, si l'on accepte le cadre d'une monadologie, se développent d'elles-mêmes, sans contrôle. Elles pourraient alors faire basculer l'esprit dans le chaos ou, au contraire, prendre une nouvelle unité, se configurer autrement pour former une nouvelle personnalité, comme si l'esprit de Gödel n'était plus celui de Gödel mais celui d'un autre, d'un inconnu. Et Gödel, une fois au moins, a bien cru n'être plus lui-même mais agir sous une influence étrangère : on l'aurait hypnotisé à son insu[1].

Je crois que cette peur s'exprime dans le théorème d'incomplétude, ce théorème que l'on a décrit comme la proposition mathématique la plus significative du XXᵉ siècle. Chaque commentateur en a une interprétation. C'est un passage obligé. Je vais donc livrer la mienne.

Je procéderai, je dois le dire, à grands traits. Je ne donnerai du reste un énoncé précis du théorème que dans les sections suivantes. Je veux d'abord essayer de lier l'incomplétude, et l'exercice de traduction sur lequel le théorème repose, aux peurs et à la métaphysique fantastique que Gödel développera par la suite.

Il faut partir du programme par lequel Hilbert, dans les années vingt, veut donner un fondement aux mathématiques et, en premier lieu, à la plus simple de leurs théories, l'arithmétique. Le but est de montrer que l'arithmétique est dépourvue de contradiction : que l'on ne peut pas prouver un énoncé comme $0 + 1 = 0$ (qui contredirait celui que l'on sait être vrai, $0 + 1 = 1$)

L'arithmétique est d'abord une théorie naïve, que l'on apprend à l'école et qui demande du savoir-faire, mais dans laquelle les démonstrations ne sont pas rigoureuses. Cette théorie naïve doit être formalisée : on établit des axiomes, on fixe des règles indiquant comment déduire une formule d'une ou de plusieurs autres et on exige que, en effet, les démonstrations partent d'axiomes et que chaque inférence suive l'une des règles que l'on s'est données. On explicite ainsi le savoir-faire arithmétique dans une série de règles.

L'arithmétique étant formalisée, d'une certaine façon, tout s'y fait de soi-même, sans que l'on ait à y penser, sans que l'on ait à penser au sens des formules. Il suffit pour vérifier une démonstration de s'assurer, symbole après symbole, que les formules de départ sont des axiomes et que chaque inférence exemplifie l'une des règles convenues. Il suffit de considérer les symboles de la démonstration, de les comparer aux symboles des axiomes et à ceux des schémas d'inférence. Il n'y a pas à réfléchir. On pourrait faire de l'arithmétique de façon automatique, avec l'esprit ailleurs ou, si l'on veut, laisser son cerveau faire des mathématiques tout seul. Il suffit d'avoir éduqué son cerveau (ou, disons, le cerveau et la main qui trace les symboles) à suivre les règles fixées pour qu'il puisse ensuite fonctionner tout seul. C'est un peu comme la natation. Le corps s'est habitué à exécuter certains gestes, il travaille de lui-même et on est libre de penser à autre chose.

Donc mon cerveau fait de l'arithmétique, moi je pense à autre chose. En fait, je pense à ce que fait mon cerveau et je me demande si mon cerveau est susceptible, en suivant ce mécanisme que je lui ai inculqué, de prouver quelque chose comme $0 + 1 = 0$. Mon cerveau produit des suites de formules, des démonstrations, et je raisonne sur ces démonstrations, en les considérant simplement comme des assemblages de symboles, pour vérifier qu'elles ne peuvent pas aboutir à la ligne $0 + 1 = 0$. Pour écarter toute difficulté, je n'utilise, pour analyser ces démonstrations qui sortent de mon cerveau, que des raisonnements très simples, dont je peux vérifier moi-même chaque étape. Ces raisonnements sur les suites de formules que produit le cerveau mathématicien constituent ce que l'on appelle la métamathématique.

C'est en gros le programme de Hilbert (tel que l'interprète par exemple Nicolas Lusin)[2]. Maintenant, quelle est la stratégie de Gödel ? Avant tout, Gödel refuse que ce soit le cerveau qui fasse les mathématiques. Au fond, le programme de Hilbert suppose que les démonstrations arithmétiques n'ont pas de sens et ne sont qu'un jeu de symboles que le cerveau, qui agit mais ne pense pas, accomplit de lui-même. Non, répond alors Gödel, l'arithmétique a un sens : ce n'est donc pas mon cerveau mais bien moi, le mathématicien.

Ce déplacement introduit, du même coup, une difficulté et une voie vers une solution. La difficulté est la suivante. Il est impossible de penser à deux choses à la fois : penser aux démonstrations arithmétiques et à cette métamathématique, dans laquelle je raisonne sur les démonstrations arithmétiques. Il faudrait véritablement se couper l'esprit en deux. Cependant, si je dois faire moi-même mes démonstrations arithmétiques, comme mes raisonnements métamathématiques, il y a une nouvelle possibilité que Hilbert ne pouvait pas imaginer : c'est de traduire la métamathématique dans l'arithmétique. Dans la perspective de Hilbert, il aurait été absurde de chercher à traduire la métamathématique, qui exigeait que l'on puisse conduire effectivement chaque raisonnement, dans l'arithmétique dont on supposait qu'elle n'avait pas de sens. En revanche, si l'arithmétique a un sens, elle offre un cadre à la métamathématique.

Dans la métamathématique, pour raisonner sur les démonstrations arithmétiques, on s'est constitué un appareil conceptuel, on a inventé des prédicats pour les appliquer aux formules que (croyait-on) produisait le cerveau. Par exemple, le prédicat « être une démonstration », qui s'applique à une suite de formules : je vérifie que cette suite de formules commence par des axiomes, qu'elle respecte les règles d'inférence et, si c'est le cas, je conclus que cette suite de formules est bien une démonstration. Ou bien le prédicat « être une formule démontrable », qui s'applique avec vérité à une formule si celle-ci est la conclusion d'une démonstration possible. Ces propriétés métamathématiques, qui s'appliquent aux formules et aux démonstrations arithmétiques, Gödel les traduit par des propriétés arithmétiques. Le logicien code les formules de l'arithmétique par des entiers et trouve alors une propriété, dans l'arithmétique (comme « être un nombre pair », mais un peu plus longue à écrire), qui traduit la propriété métamathématique « être une formule démontrable ». C'est-à-dire, si l'on peut établir dans la métamathématique que telle formule de l'arithmétique, disons F, est « une formule démontrable », alors on pourra démontrer dans l'arithmétique que le code de la formule en question, F, vérifie cette propriété arithmétique qui traduit le prédicat métamathématique « être une formule démontrable ».

Au lieu de se couper l'esprit en deux pour faire de l'arithmétique et, en même temps, de la métamathématique, Gödel s'arrange pour que les formules arithmétiques disent deux choses à la fois : elles ont un sens propre et un sens métamathématique. On peut se plonger tout entier dans l'arithmétique, les formules arithmétiques ont un double sens : d'un côté, elles expriment des relations entre les entiers et, de l'autre, elles traduisent des faits métamathématiques. Cette traduction de la métamathématique dans l'arithmétique est le pas essentiel de la démonstration de Gödel.

Ensuite, il est assez facile de construire une formule arithmétique, disons *I*, qui traduit l'assertion métamathématique « *I* n'est pas démontrable ». Maintenant, si *I* était démontrable dans l'arithmétique, elle serait vraie, ce qui signifierait au niveau métamathématique que *I* n'est pas démontrable. Inversement, si *I* était réfutable dans l'arithmétique (c'est-à-dire sa négation démontrable), elle serait fausse, ce qui signifierait au niveau métamathématique que *I* est démontrable. Par conséquent, si l'arithmétique est consistante, et que l'on ne peut pas démontrer une proposition et sa négation, *I* n'est ni démontrable ni réfutable : elle est indécidable dans l'arithmétique. L'arithmétique, telle qu'elle a été formalisée, est incomplète.

Il y a un corollaire à ce premier théorème. Gödel réussit également à traduire dans l'arithmétique cette proposition métamathématique que la non-contradiction de l'arithmétique implique l'indécidabilité de *I*. Il s'ensuit qu'une preuve de la non-contradiction de l'arithmétique (dans l'arithmétique) donnerait une preuve de *I* (dans l'arithmétique). Or il n'y en a pas. Par conséquent, on ne peut pas prouver la non-contradiction de l'arithmétique par des raisonnements qui s'expriment dans l'arithmétique. Il faut des raisonnements qui, d'une façon ou d'une autre, dépassent l'arithmétique, et ce ne sont plus alors de ces raisonnements immédiatement vérifiables par lesquels Hilbert voulait fonder l'arithmétique. Le programme de Hilbert est ruiné.

Mais essayons d'imaginer ce qui se passe dans l'esprit du mathématicien. Mettons-nous à sa place. Je fais de l'arithmétique. Mes formules ont un double sens. Cependant, dans la mesure où je fais de l'arithmétique, je me concentre sur mes démonstrations, je réfléchis à la portée de mes théorèmes et je ne me préoccupe pas d'un autre sens que ces énoncés pourraient avoir. Je tombe sur la formule *I*. Je cherche à la démontrer, je cherche à la réfuter, je n'y arrive pas, parce qu'il ne s'en trouve dans l'arithmétique ni preuve ni réfutation. Mais, cela, je ne le sais pas. Je ne comprends pas, en tant que je suis arithméticien, que cette formule dit elle-même qu'elle n'est pas démontrable. Ce sens second s'adresse à un autre en moi, le métamathématicien, que j'ai cessé d'être au moment où j'ai refusé de laisser mon cerveau faire de l'arithmétique tout seul et où je me suis mis à donner un sens à mes formules. Ce métamathématicien, du reste, qui m'observe en train d'essayer de démontrer la proposition *I*, non seulement comprend que cette démonstration est impossible dans l'arithmétique et que *I* est indécidable pour moi, mais se rend compte en même temps que la formule *I* est vraie, puisque, pour lui, elle signifie « *I* n'est pas démontrable » et que, en effet, elle n'est pas démontrable.

Pour dire vite : je fais de l'arithmétique, comme le cerveau du programme de Hilbert, et, pendant ce temps, un autre en moi, le métamathématicien, donne un sens différent à mes formules et détermine leur vérité sans que moi, plongé dans l'arithmétique, je m'en rende compte.

Imaginons la situation : je parle, je me dis certaines phrases, j'essaie de raisonner pour vérifier ces énoncés, je n'y arrive pas et, pendant ce temps, ce que je ne sais pas, c'est que ces énoncés ont un double sens qui les rend évidents pour un autre qui m'observe. Cet autre se joue de moi. Et c'est lui que craint Gödel. Comme il a pu avoir peur d'avoir été hypnotisé à son insu. Gödel se méfie d'un autre qui le conduirait à faire certains gestes ayant un sens et un but que lui, Gödel, ne comprendrait pas. C'est exactement ce qui arrive au mathématicien dans le théorème d'incomplétude. Le monde de Gödel est un cauchemar, où ce que l'on craint le plus se réalise toujours. On verra du reste que cet autre, cette sorte de double, surgit une nouvelle fois avec le voyage dans le temps.

En tout cas, en arithmétique, Gödel n'aura de cesse d'éliminer cet autre, le métamathématicien, qui décide des phrases que le mathématicien laisse indécidées. Il y a en arithmétique élémentaire des propositions indécidables, des propositions qui ne peuvent être ni démontrées ni réfutées à partir des axiomes. Soit. Mais il suffit d'ajouter de nouveaux axiomes pour rendre ces propositions démontrables. Il y a encore dans ce nouveau système d'autres propositions qui restent indécidables ? Ajoutons de nouveaux axiomes. Et ainsi de suite. Toute sa vie, Gödel cherchera une méthode permettant d'ajouter toujours de nouveaux axiomes à l'arithmétique de façon à en faire un système complet, où le mathématicien puisse ou démontrer ou réfuter chacun de ses énoncés et où son autre n'ait ainsi plus de place.

Seulement, pour cela, pour compléter l'arithmétique et éliminer l'autre, il faudrait inventer des raisonnements inouïs, des raisonnements auxquels aucun homme encore n'a pensé et dont, mieux, on montrera que le cerveau humain n'est pas capable. Comment mettre en place de tels raisonnements ? Il faudrait penser sans utiliser son cerveau. Il faudrait penser, en réalité, comme un ange ou comme un fantôme, un esprit détaché de son corps. En attendant, on ne peut qu'essayer de deviner, d'écouter les bruits qui courent dans le ciel mathématique. On ne peut éliminer l'autre (celui qui détermine à mon insu la valeur de vérité de mes énoncés) qu'à ce prix : en se risquant à écouter les anges mathématiques et, forcément, ces démons trompeurs qui les accompagnent. C'est le risque de vouloir être absolument un, sans autre que soi-même.

2. Les cafés viennois

C'est le 26 août 1930, au café Reichsrat, à Vienne, que Gödel annonce sa découverte. Il y a là Rudolf Carnap, Herbert Feigl, deux autres logiciens philosophes, comme Gödel, du Cercle de Vienne. Carnap note dans son journal : « Découverte de Gödel ; incomplétude du système des *Principia Mathematica* ; difficulté d'une preuve de non-contradiction[3]. »

Le Cercle de Vienne se constitue dans les années vingt, sous l'impulsion de Moritz Schlick, Hans Hahn, puis Karl Menger et Rudolf Carnap. Gödel est plus jeune que les deux derniers mais il appartient à la même génération, celle qui émigrera. Le Cercle de Vienne se constitue autour de deux séminaires, celui de Schlick, tourné vers la métaphysique, et le colloquium de Menger, consacré aux mathématiques et à la logique mathématique. Plutôt que des thèses, c'est une méthode qui fait l'unité du Cercle : l'idée d'appliquer aux questions métaphysiques, aux questions de la tradition philosophique, les instruments de la nouvelle logique, constituée au tournant du siècle, pour formuler alors clairement et résoudre de façon définitive ces problèmes restés confus. En cela, comme le dira Feigl, ses membres partagent « la conviction d'avoir trouvé une philosophie pour mettre fin à toutes les philosophies[4] ».

C'est bien cette méthode, l'idée d'une résolution rigoureuse des questions métaphysiques, qui intéresse Gödel et que celui-ci reprendra. Pour la plupart des membres du Cercle de Vienne, cette idée s'accompagne d'un héritage empiriste. Il y a des phénomènes observables (les apparences sensibles des choses, par exemple) et il s'agit, pour dire vite, ou bien d'éliminer les entités inobservables (Dieu, l'âme, les choses elles-mêmes par opposition à leurs apparences, les objets physiques, les entités mathématiques) ou bien de les réduire à leur fonction linguistique : c'est-à-dire de justifier leur position en montrant comment elles sont nécessaires à l'élaboration d'un langage utile. Sans doute, on peut discuter sur l'étendue des phénomènes observables. Schlick organise des séances avec des médiums pour déterminer dans quelle mesure on peut « observer » des phénomènes parapsychiques. Mais le but reste d'éliminer ce qui ne s'observe pas.

Gödel par contre ne gardera rien de cet héritage empiriste. Une part importante de son activité philosophique des années cinquante est même tournée contre celui-ci. De façon générale, Gödel utilise son théorème d'incomplétude pour lutter contre la tendance « matérialiste » (matérialiste au sens d'un matérialisme métaphysique qui ne reconnaît que la « matière »), qui appartient selon lui à l'esprit de notre temps et dans laquelle il inclut les thèses empiristes du Cercle de Vienne. En revanche, le logicien est toujours resté « en accord et en sympathie avec certaines vues, en particulier celles concernant le caractère non scientifique de la métaphysique existante, la nécessité d'utiliser en philosophie des conc[epts] précis, la logique mathématique, etc.[5] ».

Gödel s'est aussi lié d'amitié avec Menger, Feigl et Carnap, avec qui il partage la même orientation politique : « À sa connaissance – dit Gödel à la troisième personne –, il n'y avait que des antifascistes dans le Cercle[6]. »

Il est difficile de savoir quel rôle a pu jouer le climat politique dans la formation de Gödel, dans sa « crise » de 1936 (bien que celle-ci ait débuté durant un séjour aux États-Unis), ou pour ses convictions « mystérieuses », l'image des démons par exemple.

Gödel, de façon très curieuse, refuse d'admettre que les circonstances extérieures puissent influer sur la psychologie d'un individu. Il quittera du reste l'Autriche très tard, en 1939, alors que la guerre a déjà éclaté et que, contre son attente, il est déclaré apte au service militaire. Il n'est pourtant pas possible qu'il n'ait rien senti du climat politique. Schlick est assassiné sur les marches de l'université en 1936. Durant l'été 1939, Gödel est lui-même agressé par un groupe nazi (Adele les repousse avec des insultes et des coups de parapluie). Menger a émigré en 1937 :

> Simplement – se souvient celui-ci – parce que j'avais pressenti une catastrophe pour l'indépendance [de l'Autriche]. Je n'ai toujours pas compris [en 1978] que tant de gens ne l'aient pas vue venir. [...] Je n'en avais naturellement pas deviné les détails. Mais qu'une catastrophe dût arriver, cela m'était absolument clair[7].

En 1930, le Cercle se réunit autour des deux séminaires et dans les cafés. Gödel est réservé mais attire la sympathie. Il aime particulièrement parler avec les logiciens étrangers : Alfred Tarski, qui vient parfois de Varsovie ; John von Neumann, qui vit à Göttingen. Gödel a déjà parlé avec Carnap de l'incomplétude des mathématiques, avant de démontrer son théorème :

> Avec chaque formalisation, il y a des problèmes que l'on peut comprendre et exprimer dans le langage ordinaire mais que l'on ne peut pas exprimer dans ce langage formel. Il s'ensuit [...] que les mathématiques sont inexhaustibles : il faut toujours à nouveau revenir à la « fontaine de l'intuition ».

C'est le sens que Gödel donnera à son théorème d'incomplétude, en utilisant une notion rigoureuse de « formalisation », ou de « langage formel », et avec cette nuance que les problèmes qui font l'incomplétude du système s'expriment mais ne se résolvent pas dans le système. Cela dit, l'idée est la même : qu'un système mathématique pose des problèmes qui n'y trouvent pas de solution et, par conséquent, exige d'être complété par de nouvelles intuitions. L'idée est là, mais nous sommes le 23 décembre 1929, à l'Arkadencafé. Cela se passe le soir, de 5 h 45 à 8 h 30 – note Carnap avec précision. Gödel n'établira son théorème que l'été suivant[8].

Gödel prend aussi quelques notes de conversations dans des cafés : deux conversations en particulier, le 8 novembre et le 15 novembre 1937, qui ne concernent pas les mathématiques. Gödel, avec un interlocuteur dont on ne déchiffre pas le nom, parle de Husserl, de Brentano, de psychanalyse et de personnalités schizoïdes[9]. C'est la première mention de Husserl, dans les papiers de Gödel, et la phénoménologie est déjà mise en relation avec la psychanalyse.

Évidemment, les cafés ne sont pas les mêmes aux États-Unis. Mais Gödel y discute parfois. Il y a une conversation avec Emil Post, sans doute déterminante pour ce dernier, on le verra. Il y a des retrouvailles à New York, en 1957, avec Herbert Feigl et Marcel Natkin, deux anciens de Vienne. Feigl se souvient d'avoir passé une soirée « particulièrement agréable ». Gödel mentionne à sa mère, avec une certaine nostalgie :

> En ce moment, Natkin (du Cercle de Schlick) est en Amérique. Je l'ai retrouvé dernièrement avec Feigl à New York. Les soirées de Schlick ont trente ans mais les deux ont vraiment très peu changé. Je ne sais pas si cela est vrai de moi[10].

3. L'énoncé

Qu'est-ce que Gödel a dit à Carnap et aux autres, ce 26 août 1930, au café Reichsrat ? On peut imaginer quelque chose comme cela :

> Tous les systèmes formels avec un nombre fini d'axiomes qui contiennent l'arithmétique des entiers naturels sont incomplets. Cela vaut aussi pour les systèmes avec une infinité d'axiomes pourvu que la règle (c'est-à-dire la loi par laquelle l'ensemble infini des axiomes est engendré) soit constructive (en un sens qui peut être rendu assez précis)[11].

En août 1930, Gödel ne peut pas en dire beaucoup plus. Mais, vers le mois de novembre, il s'est sans doute à nouveau penché vers

Carnap, au-dessus d'une table encombrée de verres, de tasses et de cendriers, pour ajouter un corollaire :

> La consistance d'un système formel (de l'espèce déjà caractérisée) ne peut jamais être établie au moyen de preuves plus faibles (*geringeren*) que (ou identiques à) celles formalisées dans le système en question[12].

Gödel a établi le premier théorème durant l'été et son corollaire au début de l'automne. Les a-t-il présentés de cette façon ? Je prends ces énoncés dans un texte qui n'est pas daté. Ils ont l'avantage de ne pas être trop techniques (ce qui les rend plausibles autour d'une table de café) mais comportent une omission et une difficulté. L'omission, dans le premier énoncé : il faut supposer que le système en question est consistant, que l'on ne peut pas y démontrer une proposition et sa négation. La difficulté, qui est irréductible en 1930 : savoir ce que c'est qu'un système formel qui contient l'arithmétique. En réalité, Gödel a prouvé son théorème pour un système particulier, celui des *Principia Mathematica*. Avec les *Principia Mathematica*, qu'ils publient en trois tomes entre 1910 et 1913, Bertrand Russell et Alfred N. Whitehead ont donné un système (c'est-à-dire des axiomes et des règles d'inférence qui indiquent comment déduire de nouvelles formules à partir des axiomes) permettant d'exprimer la totalité des mathématiques connues à ce jour. On peut y isoler un sous-système qui concerne l'arithmétique et dans lequel on peut formuler les théorèmes d'arithmétique et leurs démonstrations (si, en effet, celles-ci ne comportent que des concepts arithmétiques et ne passent pas par une autre théorie). Gödel établit que les *Principia Mathematica*, dans l'hypothèse où le système est consistant[13], comportent des propositions indécidables : des formules que l'on peut reconnaître comme vraies, mais que l'on ne peut ni démontrer ni réfuter dans le système. Cela vaut pour l'arithmétique des *Principia Mathematica* comme pour le système plus large qui inclut une théorie des ensembles. Le corollaire ensuite est que la consistance du système ne peut pas se démontrer à partir de raisonnements qui se laisseraient traduire dans le système. En particulier, il faut, pour établir la consistance de l'arithmétique, utiliser des raisonnements qui, pour une raison ou pour une autre, échappent à l'arithmétique, des raisonnements que le système d'arithmétique ne permet pas d'exprimer et qui, vraisemblablement, seront en un sens plus puissants que ceux de l'arithmétique. Et il n'y a plus alors de raison de vouloir prouver la consistance, c'est-à-dire fonder l'arithmétique sur des raisonnements plus puissants et qui, en un sens, présupposent eux-mêmes des évidences arithmétiques.

Une amélioration que Gödel apportera au premier théorème concerne la forme des propositions indécidables. Celles-ci peuvent s'écrire comme des équations diophantiennes. Par exemple, peut-on trouver, pour toute valeur entière de a, des nombres entiers x et y, tels que $x^2 - ay^2 = 1$? Plus généralement, une équation diophantienne est définie par un polynôme P avec $m + n$ variables $(a_1, \ldots, a_m, x_1, \ldots, x_n)$. On demande, étant donné un tel polynôme, si, pour toute valeur de $a_1, \ldots, a_m$, il existe des entiers $x_1, \ldots, x_n$ qui vérifient $P(a_1, \ldots, a_m, x_1, \ldots, x_n) = 0$. Le théorème d'incomplétude établit que le système des *Principia Mathematica*, s'il est consistant, laisse de tels problèmes indécidés. On ne peut pas y répondre sur la base des axiomes posés. Cela vaut pour la partie du système qui exprime l'arithmétique, comme pour l'ensemble du système, qui suffit pourtant à exprimer tous les énoncés envisagés et toutes les démonstrations inventées par les mathématiciens à ce jour :

> Les quelques axiomes immédiatement évidents desquels peuvent être dérivées *toutes* les mathématiques contemporaines ne suffisent pas à répondre à toutes les questions diophantiennes.
>
> Pour résoudre toutes ces questions, une infinité de nouveaux axiomes sont nécessaires, dont la vérité peut seulement être appréhendée (si elle peut l'être) par un recours toujours renouvelé à l'intuition mathématique[14].

La première phrase énonce le théorème d'incomplétude, la seconde esquisse l'interprétation qu'en fera Gödel. Il reste, dans ce passage, comme dans celui cité au début de cette section, une difficulté. L'incomplétude des *Principia Mathematica* est-elle un défaut propre à ce système ? Ou bien le théorème de Gödel vaut-il pour tout système consistant, capable d'exprimer l'arithmétique ou, disons, les problèmes diophantiens ? La question se pose en 1931. La difficulté, que Gödel rétrospectivement souligne à de nombreuses reprises, tient à ce que, en 1931, on ne sait pas de façon précise ce qu'est un système formel. On donne des axiomes, on fixe des règles d'inférence. On exige que les axiomes et les règles d'inférence soient suffisamment précis pour qu'il soit possible de déterminer sans ambiguïté si une formule est un axiome et si une formule est la conséquence d'une ou de plusieurs autres. Mais qu'est-ce que cela veut dire ? « Précis », « sans ambiguïté », ce sont des mots du langage naturel qui, justement, ne déterminent pas de façon suffisamment précise le concept de système formel. On peut également exiger que, dans un système formel, les démonstrations soient des processus purement « mécaniques » : c'est-à-dire que les règles d'inférence soient telles qu'il soit possible de déduire une formule des axiomes, ou de formules déjà établies, en ignorant le sens des symboles et en ne considérant ceux-ci que comme des dessins, comme des dominos que l'on disposerait les uns à côté des autres selon les règles d'un jeu un peu absurde. Comme si donc « on ne se référait qu'à la structure extérieure des formules, et non à leur sens, de telle sorte que les règles puissent être appliquées par quelqu'un qui ne connaîtrait rien des mathématiques, ou par une machine[15] ».

Mais, à nouveau, qu'est-ce que cela veut dire, précisément ? La solution est pourtant là, dans l'idée de machine. On peut considérer que la notion de système formel est fixée en 1937 dans l'article de Turing, qui définit un concept logique de machine. La notion de système formel étant alors bien déterminée, il devient possible d'énoncer les théorèmes d'incomplétude en toute généralité.

4. Les machines de Turing

Alan Turing est encore étudiant au Trinity College de Cambridge, dans le sud de l'Angleterre, lorsqu'il invente ses machines. Il racontera les avoir imaginées un après-midi de printemps, allongé dans l'herbe, se reposant après une promenade dans la campagne. C'est un décor champêtre qui, je dois le dire, ne me convient guère. Je préférerais que le jeune Turing se soit trouvé dans un appartement londonien, avec les aventures de Sherlock Holmes sur la table de nuit, de sorte que sa machine soit directement inspirée de celle de Conan Doyle. Mais il y a des filiations qui ne passent que par l'air du temps.

Turing, avec ses machines, répond à un problème précis. Qu'est-ce que suivre des règles, des règles qui déterminent nos actions sans ambiguïté et aboutissent réellement à un résultat, réellement c'est-à-dire en un nombre fini d'étapes ? Et que peut calculer, démontrer l'esprit humain en suivant de telles règles ? Il s'agit donc de définir la pensée humaine en tant qu'elle est réglée, ou la pensée réglée et finie (puisque le raisonnement humain, s'il doit pouvoir aboutir, semble devoir rester dans le fini : ne mettre en œuvre qu'un nombre fini d'étapes). Des réponses ont déjà été proposées à cette question : par Alonzo Church, un logicien américain, dont on reparlera, et par Gödel lui-même, en 1934. Seulement, Church pose une thèse qui vise à définir le calcul, la pensée réglée et finie, alors que Gödel donne de fait une définition, qui est équivalente à celle de Church mais qu'il ne considère pas comme telle. Gödel n'est pas convaincu que ces définitions, celle de Church et la sienne, embrassent le calcul dans toute sa généralité. Il manque selon lui une véritable analyse qui justifie ces définitions. Et c'est cette analyse que donne Turing avec sa propre définition, laquelle, équivalente aux deux autres mais plus naturelle, semble les justifier. On parle donc, pour cette définition de la calculabilité (qu'est-ce qu'un calcul, un processus de pensée, réglé et fini ?), de la thèse de Church, de la thèse de Turing ou de la thèse de Church-Turing, suivant l'importance que l'on donne à la précédence temporelle ou à l'analyse philosophique.

En évoquant Church, Gödel, Turing, j'omets du reste, comme on le fait souvent, un quatrième logicien, Emil Post, qui donne une autre définition que l'histoire de la logique laisse un peu de côté. Emil Post est lui aussi un « fou » et son cas est instructif si on le compare à celui de Gödel. J'y reviendrai.

Je ne présenterai pas les définitions de la calculabilité de Church et de Gödel, qui sont plus techniques, mais d'abord uniquement celle de Turing, qui donne des formulations simples du théorème d'incomplétude, celles d'ailleurs que Gödel préfère. Le texte de Turing est un article rédigé en 1936 et publié en 1937[16].

Qu'est-ce qu'une machine de Turing ? D'abord, la machine est posée devant un ruban de papier, qui est divisé en cases. Celles-ci ou bien sont vides ou bien portent des symboles (un seul symbole par case) appartenant à une liste finie. La machine peut se déplacer sur le ruban. Elle peut « lire » le symbole sur la case devant laquelle elle se trouve. C'est-à-dire, elle dispose d'une sorte de caméra, de scanner (peu importe) braqué sur la case, et ses actions dépendent du symbole qui figure sur cette case (ou du fait qu'il ne s'y trouve pas de symbole). La machine peut imprimer un symbole dans une case vide ou effacer ou remplacer le symbole d'une case pleine. Elle est construite avec un programme qui détermine ses actions en fonction du symbole imprimé sur la case devant laquelle la machine est stationnée et de l'état dans lequel se trouve la machine à cet instant. La machine, en effet, est supposée susceptible de prendre un nombre fini d'états internes. On peut imaginer par exemple que la machine est une sorte d'horloge, avec des roues crantées, engrenées les unes sur les autres. L'état interne est alors défini par la position des roues. Comme les roues ne peuvent se placer les unes par rapport aux autres que dans certaines positions (définies par les crans), il y a un nombre fini d'états internes. On peut les numéroter E_1, E_2, ..., E_n. Le programme si l'on veut, les instructions que suit la machine, a alors la forme suivante – c'est un exemple : si la machine est dans l'état E_1 et que la case scannée est vide, alors la machine imprime le symbole 1, se déplace d'une case vers la droite et se met dans l'état E_2 ; si la machine est dans l'état E_2 et que la case scannée est vide, alors la machine imprime le symbole 0, se déplace d'une case vers la droite et se met dans l'état E_1. Partant d'un ruban vide, et dans l'état intial E_1, une machine avec un programme composé de ces deux instructions imprimera en alternance des 1 et des 0 à l'infini. La machine suit ses instructions, comme une horloge, qui est conçue pour effectuer certaines actions lorsque ses roues sont dans une certaine position : sonner une fois lorsque la grande aiguille atteint le quart, deux fois pour la demie, trois pour les trois quarts de l'heure et un nombre de fois égal au chiffre devant lequel se trouve la petite aiguille quand la grande atteint le sommet du cadran.

Une machine de Turing est un dispositif susceptible d'un nombre fini d'états internes, et dont les actions (se déplacer sur le ruban, imprimer un symbole, changer d'état) sont déterminées par une liste d'instructions : chaque instruction spécifie des actions en fonction de l'état de la machine et du symbole de la case devant laquelle est stationnée la machine. On suppose également que les symboles que la machine peut imprimer (et reconnaître sur le ruban) appartiennent à un alphabet fini.

La définition des machines de Turing ne dit rien de la nature du dispositif en question. On pose seulement que ce « dispositif » n'est susceptible que d'un nombre fini d'états internes. Mais ceux-ci peuvent être aussi bien matériels (la position des roues crantées d'une horloge, la position des diodes d'un ordinateur) que mentaux. On peut, en effet, considérer que l'esprit humain, si on lui attribue des états internes en nombre fini et qu'il suit un programme, une liste d'instructions, est une machine de Turing. Il en vérifie la définition.

Que faisons-nous, demande Turing, quand nous conduisons un calcul, quand nous « posons » une opération (comme on « pose » une multiplication à quatre chiffres) ? Nous écrivons nos chiffres sur une feuille, en utilisant les deux dimensions de cette surface. Mais il serait possible de les recopier les uns à la suite des autres sur une même ligne, un ruban, en ajoutant par exemple un trait vertical au point où nous avions l'habitude de changer de ligne. Nous suivons, dans ce calcul, des règles qui prescrivent certaines actions en fonction des symboles que nous considérons. Ces actions dépendent sans doute du point où nous en sommes (nous ne faisons pas la même chose s'il s'agit d'ajouter les retenues ou de multiplier un chiffre par un autre). Ce « point où nous en sommes » n'est pas marqué sur la feuille de papier. C'est le calculateur qui sait où il en est. Mais il est possible d'identifier ce « point où nous en sommes » à un « état interne », parmi un nombre fini d'états possibles. Le calculateur est alors – nous sommes au cours d'un calcul – une machine de Turing. Il est donc possible de poser : tout calcul que nous pouvons réaliser en suivant des règles définies est également susceptible d'être implémenté sur une machine. C'est la thèse de Turing.

Il en est de même des démonstrations formelles. On exigeait d'un système formel que les axiomes et les règles d'inférence y soient suffisamment précis pour qu'il soit possible de conduire une démonstration, de déduire de nouvelles formules, en ne considérant les symboles que comme des dessins, en procédant comme dans un jeu de cartes, ces « réussites » où les cartes sont disposées les unes à côté des autres selon leur couleur ou leur figure. C'est dire au fond qu'une machine de Turing doit pouvoir être programmée pour conduire ces démonstrations. Du reste, pour chacun des systèmes imaginés par les mathématiciens (et qu'ils reconnaissent comme « formels »), il est possible de définir une machine de Turing qui écrit les uns à la suite des autres toutes les formules prouvables, tous les théorèmes du système. On peut alors purement et simplement identifier les deux notions : systèmes formels et machines de Turing, ou poser qu'un système formel n'est qu'une liste d'instructions pour une machine de Turing, ou une certaine machine qui déduit les formules que l'on considère comme des théorèmes. C'est, pour Gödel, le sens de la notion de système formel :

> Un système formel peut simplement être défini comme une procédure mécanique pour produire des formules que l'on appelle formules prouvables. [Cela] est requis par le concept de système formel dont l'essence est que le raisonnement y est complètement remplacé par des opérations mécaniques sur les formules[17].

Turing, avec ses machines, donne la véritable définition du concept de formalisme. Cette définition permet maintenant d'énoncer les théorèmes de 1931 dans toute leur généralité :

> Il n'y a pas de théorie formelle capable de résoudre tous les problèmes diophantiens[18].

C'est-à-dire :

> Il n'existe pas de procédure mécanique pour décider de toutes les propositions de la classe [des problèmes diophantiens][19].

Voici une machine qui serait utile ; on écrit un problème diophantien sur son ruban (par exemple $\forall a\ \exists x\ \exists y\ x^2 - a.y^2 = 1$), on tourne la manivelle et la machine imprime *1* si la proposition est vraie, *0* si elle est fausse. Le théorème de Gödel établit que cette machine est impossible. On peut construire une machine qui résout certains problèmes diophantiens, mais il n'en existe pas qui puisse résoudre tous les problèmes diophantiens. C'est un exemple d'une classe de problèmes qui ne peut pas se résoudre de façon mécanique et qui, si l'esprit humain peut y réussir, exige de celui-ci autre chose que des raisonnements formels : de l'intuition, dira Gödel.

Le second théorème de 1931 établit ensuite que la consistance d'un système formel, capable de formuler la totalité des problèmes diophantiens, ne peut pas se démontrer par des raisonnements qui s'expriment dans le système. C'est dire que, si l'on conçoit une machine déduisant les uns à la suite des autres les théorèmes du système, elle n'écrira jamais une formule qui exprimera la consistance de celui-ci (si celui-ci est bien consistant). C'est dire encore qu'une machine de Turing ne peut pas prouver la consistance du système dans lequel elle travaille ou ne peut pas écrire une formule qui exprime la consistance des règles qui déterminent son fonctionnement (si celles-ci sont bien consistantes).

5. Dilemmes

Le théorème d'incomplétude n'était certainement pas dans l'air du temps. Néanmoins, il a, dans une certaine mesure, été anticipé par deux fois : par un mathématicien allemand d'abord, Paul Finsler, dans un raisonnement qui reste informel et dont je ne discuterai pas ici[20], puis de l'autre côté de l'Atlantique, par Emil Post, dont j'évoquerai les recherches dans une brève digression. Cependant, Post comme Finsler cherchent une proposition qui soit absolument indécidable, c'est-à-dire dont on puisse prouver qu'elle ne pourra jamais être ni démontrée ni réfutée par l'esprit humain. Or Gödel montre seulement l'existence de propositions indécidables dans certains systèmes formels. Le théorème de 1931 n'établit pas à lui seul l'existence de propositions indécidables en soi. Il ne permet pas non plus à lui seul de trancher la question : l'esprit humain est-il ou non une machine de Turing ? Nous pouvons démontrer qu'aucune machine de Turing ne peut résoudre la totalité des problèmes diophantiens. Mais rien ne dit que nous pouvons les résoudre. Rien ne dit non plus qu'en raisonnant sur les machines de Turing nous ne sommes pas nous-même une machine.

En réalité, le théorème de Gödel conduit à une alternative, un dilemme : ou bien l'esprit humain est irréductible à une machine de Turing, ou bien il existe des propositions arithmétiques (des problèmes diophantiens, par exemple) indécidables pour l'esprit humain, des problèmes donc qui ne seront jamais résolus par nos mathématiciens :

> Ou bien […] les axiomes évidents [des mathématiques] ne peuvent pas se résumer dans une règle finie, c'est-à-dire que l'esprit humain (même dans le domaine des mathématiques pures) surpasse infiniment les capacités de toute machine finie, ou bien il existe des problèmes diophantiens absolument indécidables […][21].

Si la totalité des propositions susceptibles de devenir évidentes pour l'esprit humain, et que nous pouvons donc poser comme axiomes, se laissent décrire par une règle finie, c'est-à-dire peuvent être écrites par une machine de Turing, alors les théorèmes qui en découlent peuvent également être enchaînés par une machine de Turing, et le système est incomplet. Si nos mathématiques ne doivent pas laisser de propositions indécidées, de problèmes ouverts, si nos mathématiques doivent être complètes, il faut que leurs axiomes, le domaine de l'évidence, dépassent ce que peut écrire une machine de Turing, il faut que nos mathématiques soient « inexhaustibles », comme Gödel le dit parfois.

L'intérêt de ce dilemme pour Gödel est que chacun des deux termes s'oppose « à la philosophie matérialiste[22] ». D'un côté, en effet, s'il existe des problèmes indécidables pour l'esprit humain, alors les objets mathématiques gardent, et garderont toujours des propriétés qui nous échappent, ce qui signifie (c'est l'argument de Gödel pour la réalité des objets) que les objets mathématiques ont une existence autonome, et il faut donc admettre un plan de réalité (un troisième monde ou une raison inconsciente) irréductible au monde sensible. De l'autre côté, Gödel est convaincu (j'y reviendrai) que le *cerveau* humain est une machine de Turing. Ainsi, si l'esprit humain surpasse toute machine de Turing, son fonctionnement est irréductible au mécanisme du cerveau et révèle une autre réalité, une sorte d'âme, elle-même irréductible au monde sensible. C'est, finalement, dans ce résultat que se résume pour Gödel le théorème d'incomplétude, l'impossibilité de se passer d'un objet non matériel :

> Mon théorème montre seulement que la mécanisation des mathématiques, *i. e.* l'élimination de l'*esprit* et des entités *abstraites*, est impossible, si l'on veut obtenir une fondation et un système satisfaisants des mathématiques[23].

Le dilemme, dans sa formulation initiale, a ce défaut que les deux conclusions auxquelles l'alternative aboutit (les objets mathématiques ont une réalité hors du monde sensible ou l'esprit est lui-même une réalité indépendante du monde sensible) sont, pour Gödel, toutes les deux vraies. On a « prouvé une disjonction alors qu'en réalité c'est la conjonction qui est vraie[24] ». Néanmoins, ce dilemme, qui ne fait qu'exprimer un théorème logique, est un point d'appui, rigoureux, dans l'opposition au matérialisme et à l'esprit du temps. Dès 1934, Gödel remarquait que, grâce au programme formaliste, « certaines questions concernant la structure des mathématiques, qui, auparavant, ne relevaient que de spéculations vagues et ne pouvaient pas même être énoncées avec précision, sont maintenant susceptibles d'un traitement scientifique[25] ». Le dilemme est, en fait, « peut-être la première proposition rigoureusement prouvée à propos d'un concept philosophique[26] ».

Pour Gödel, le développement de la pensée occidentale (dans les sciences, au sens étroit, comme dans la philosophie) représente un long mouvement de la théologie vers le matérialisme. C'est apparemment une loi générale que l'esprit du temps, quelle que soit l'époque, tende à tomber dans le matérialisme[27]. En tout cas, l'esprit de notre temps est matérialiste (matérialiste encore une fois au sens d'une métaphysique qui ne reconnaît que de la matière). Et ce matérialisme a pour effet de priver le monde de sens :

> Le matérialisme incline à considérer le monde comme un tas désordonné et, par conséquent, insignifiant d'atomes. De surcroît, la mort y apparaît comme une annihilation définitive et complète, alors que, de l'autre côté, la théologie et l'idéalisme voient dans tout du sens, un dessein et une raison[28].

Cette remarque de 1961 recoupe des notes plus anciennes des cahiers philosophiques :

> La vue théologique du monde se sépare de celle des sciences, en ce que tout y a un sens [...], c'est-à-dire se fait à dessein (*beabsichtigt ist*)[29].

Ou encore :

> Ce que j'appelle la vue théologique du monde est l'idée selon laquelle le monde et tout dans le monde a un sens et une raison[30].

Gödel est du côté du sens, du côté de la théologie. Or le théorème d'incomplétude semble représenter un point où les mathématiques se retournent contre l'esprit du temps et son matérialisme. Les deux côtés de l'alternative obligent à reconnaître une réalité qui n'appartient pas au monde matériel. Et cela dans une proposition rigoureuse, qui traduit philosophiquement un théorème logique. On comprend donc l'importance que Gödel lui donne dans les années cinquante :

> Mon travail actuel concerne des questions philosophiques générales qui, selon moi, doivent être élucidées avant que les problèmes philosophiques concernant le fondement des mathématiques puissent être résolus. Il s'agit en particulier des questions soulevées par le fait que les mathématiques ne peuvent pas être mécanisées[31].

Gödel donne en particulier de ses théorèmes des énoncés qui en mettent en lumière la portée philosophique. Le plus souvent, ces énoncés engagent à admettre l'irréductibilité de l'esprit à la machine, bien que celle-ci ne puisse pas être strictement déduite des théorèmes de 1931. Dans cette perspective, Gödel fait surtout intervenir le deuxième théorème. Celui-ci établit que la consistance d'un système (d'un système consistant qui contient l'arithmétique) se laisse exprimer par une formule dans le système, mais ne peut pas être prouvée dans le système. Cela signifie qu'il est impossible de formaliser la totalité de nos évidences. Si nous avons un système fondé sur certains axiomes, reconnus comme évidents, sa consistance doit aussi être une évidence mais elle n'est pas un axiome de ce système et ne peut pas être déduite des axiomes :

> Il est impossible de poser un certain système bien défini d'axiomes et de règles et, de façon consistante, d'ajouter à son propos : tous ces axiomes et toutes ces règles, je les perçois (avec une certitude mathématique) comme étant corrects et, de plus, je crois qu'ils contiennent toutes les mathématiques. Si quelqu'un énonce cela, il se contredit[32].

Percevoir la correction des axiomes, c'est en particulier les reconnaître comme consistants, mais poser la consistance exige un nouvel axiome, qui n'entre pas dans le système initial.

En cela

> Aucun formalisme [...] ne peut embrasser la totalité de la pensée abstraite. [...] Aucun formalisme dont nous savons qu'il exprime des pensées correctes (et seulement des pensées correctes) ne peut saisir toute *notre* pensée abstraite[33].

Maintenant, reformulé avec les machines de Turing, le second théorème de 1931 établit qu'une machine ne peut pas prouver, c'est-à-dire écrire (puisque, considérée comme une machine à déduire, la machine de Turing a « prouvé » les formules qu'elle a écrites), une formule qui exprimerait la consistance du système des formules qu'elle enchaîne. Si l'on admet que le mathématicien peut toujours (par l'intuition) reconnaître la consistance du système dans lequel il travaille, on conclut qu'il n'est pas une machine de Turing. Mais on ajoute alors au théorème d'incomplétude un principe philosophique, une sorte d'axiome si l'on veut, concernant la réflexivité de l'esprit et sa capacité à reconnaître la vérité – et la consistance – des systèmes qui dirigent ses démonstrations. Ce principe philosophique ne va pas de soi, et les théorèmes de 1931 n'excluent pas que l'esprit humain soit une machine de Turing. Ce serait seulement une machine avec un programme dont elle ne pourrait pas reconnaître le bien-fondé. La machine que nous serions alors ne pourrait pas établir que les formules que son programme la conduit à écrire sont vraies et sont consistantes entre elles. Dans les mots de Gödel, elle ne pourrait pas comprendre son propre mécanisme :

> Cela signifierait que l'esprit humain (dans le royaume des mathématiques pures) est équivalent à une machine finie qui, cependant, n'est pas capable de comprendre complètement son propre mécanisme. [...] La reconnaissance du fait que ce mécanisme particulier conduit toujours à des résultats corrects (ou seulement consistants) dépasserait les capacités de la raison humaine[34].

Ou encore :

> Il n'est pas exclu que la raison humaine puisse être *de facto* mécanisée mais sans pouvoir reconnaître ce mécanisme comme valide (les axiomes et les règles comme corrects) [...][35].

L'esprit considéré comme une machine ne peut pas reconnaître *a priori* (en restant dans le domaine mathématique) la consistance de son mécanisme. L'esprit-machine ne peut pas même poser cette consistance, l'écrire dans le fil de ses enchaînements. Or, pour Gödel, l'esprit doit être capable de cette réflexivité, qui lui fait reconnaître sa propre consistance.

> La raison humaine pourrait être un mécanisme correct qu'elle serait elle-même incapable de reconnaître comme tel. [...] Ce que l'on peut montrer aujourd'hui est qu'il n'existe aucun mécanisme que la raison humaine puisse affirmer/reconnaître être correct et qui représenterait toute la raison humaine [...]*. Mais il reste possible qu'un certain mécanisme qui ne peut pas être reconnu déductivement comme conduisant toujours à des propositions correctes [...] représente en fait toute la raison humaine [...].
>
> * [Gödel ajoute en note :] Donc en ce sens on peut prouver dès aujourd'hui que la raison humaine [...] *ne peut pas* être mécanisée[36].

La note ajoutée à ce passage est à ma connaissance la seule occasion où Gödel pense *prouver* l'irréductibilité de l'esprit à la machine. Cette « preuve », cependant, repose sur le principe philosophique de la réflexivité de l'esprit : l'esprit doit être capable de reconnaître sa propre consistance. Il reste à discuter réellement du sens de ce principe.

6. Question d'image

En 1963, *Time Magazine* prépare un numéro spécial consacré aux mathématiciens contemporains. On y trouve un article sur Gödel et son théorème. Les éditeurs proposent un texte au logicien, qui n'en est pas satisfait. Il prépare lui-même une note, avec, au brouillon, une dizaine de formulations différentes :

> Ou bien il existe une infinité de questions de théorie des nombres auxquelles l'esprit humain est incapable de répondre, ou bien l'esprit humain contient un élément / est quelque chose de / totalement différent d'un mécanisme combinatoire fini tel qu'un ordinateur électronique. J'espère prouver sur des fondements mathématiques, philosophiques et psychologiques que c'est la seconde alternative qui est réalisée / vaut.
>
> 1. Je conjecture que la seconde alternative peut être prouvée ou être rendue très probable et j'espère que les travaux dans lesquels je suis maintenant engagé conduiront à une résolution de ce problème / à une vérification de cette conjecture.
>
> 2. Je crois pour des raisons philosophiques que la seconde alternative est la plus probable et j'espère rendre cela évident par un développement systématique et une vérification de mes vues philosophiques. Ce développement et cette vérification constituent l'objet premier de mon travail actuel.
>
> 3. Je conjecture que la seconde alternative est vraie et que la transformation de certains aspects de la philosophie traditionnelle en une science exacte conduira à une preuve. Je travaille maintenant à une telle transformation.
>
> 4. Je conjecture que la seconde alternative est vraie et sera vérifiée par l'investigation phénoménologique des processus de raisonnement.
>
> 5. Je conjecture que la seconde alternative est vraie et espère que je réussirai à la prouver ou à la rendre probable.
>
> 6. Je conjecture qu'une investigation en profondeur du fonctionnement de la raison humaine montrera que ce n'est pas la première mais la seconde alternative qui vaut.
>
> [Précédé de deux flèches rouges :] 7. J'espère montrer par une investigation du contenu et de l'origine des idées fondamentales qui sous-tendent toute notre pensée, et de la façon dont elles fonctionnent dans nos esprits, que la seconde alternative vaut et qu'il existe des méthodes systématiques mais non mécaniques pour la décision des questions mathématiques.
>
> 8. J'espère montrer qu'il existe des méthodes systématiques non mécaniques pour la solution des problèmes mathématiques et, par là, rendre probable que ce n'est pas la première mais la seconde alternative qui vaut.

> 9. Je conjecture que ce n'est pas la première mais la seconde alternative qui vaut et que cela deviendra visible par une extension suffisamment large de notre connaissance philosophique et mathématique. Je travaille maintenant dans cette direction.
>
> 10. Je conjecture qu'il sera possible de développer des méthodes systématiques non mécaniques pour la résolution des problèmes mathématiques de façon à rendre probable que ce n'est pas la première mais la seconde alternative qui vaut[37].

Finalement, dans le texte qu'il envoie, Gödel écrit de façon neutre (et à la troisième personne) :

> Gödel espère qu'il sera possible de prouver que c'est la seconde alternative qui vaut.

Ces différentes formulations montrent bien (outre l'importance de l'idée de système en philosophie, ou l'idée de philosophie comme science) l'attention que Gödel porte à la formulation de ses thèses. Et, comme souvent, sa prudence le conduit à ne publier que la formulation la plus impersonnelle. C'est ce souci qu'il confie à Wang (on l'a vu) de ne divulguer de sa philosophie que ce qui échappera à la controverse. Il faut remarquer que la « prudence » de Gödel s'exerce ici à propos d'un texte qui n'est pas signé par lui. Dans le volume édité par *Time Magazine*, l'article, qui donne un bref portrait de l'homme et son œuvre, reste anonyme. Et il est effectivement l'œuvre d'un journaliste. L'éditrice répond à l'envoi de Gödel :

> Nous apprécions votre intérêt pour le texte qui accompagne votre photographie, et je vous remercie d'avoir pris le temps de nous écrire vos suggestions. Cependant, quand j'ai reçu votre lettre, le volume était déjà chez l'imprimeur, et il n'était plus possible de faire des corrections[38].

Je ne sais pas ce que Gödel a pu penser de cette réponse juste polie : s'il y a vu de la désinvolture, de la malice, une volonté de nuire ou un véritable complot. Les papiers Gödel comportent de nombreuses traces de démêlés avec des éditeurs, avec un producteur qui envisage de faire un film sur le théorème d'incomplétude (Gödel l'en dissuade) et avec quelques philosophes qui envoient leurs textes au logicien. Gödel est, comme on vient de le voir, attentif jusqu'à l'obsession non seulement à ses propres formulations mais à tout ce qui est publié à son propos. Il vérifie minutieusement les rééditions et les traductions de ses articles. Il rédige parfois lui-même à la troisième personne les textes qui décrivent son travail logique (ainsi ce texte pour *Time Magazine* qui ne sera pas publié, mais aussi de nombreuses notes pour les livres et les articles de Wang). Il y a d'abord un souci d'exactitude, mais ce n'est pas tout :

> Cher Monsieur Flanagan,
>
> Merci pour l'envoi de ce numéro du *Scientific American* et d'une seconde photographie. Je suis désolé de dire que la photographie de moi qui est publiée est très mauvaise. J'y ai l'air de bien mauvaise humeur (alors que je ne l'étais pas). La seconde photographie est incomparablement meilleure. Je suppose qu'il est trop tard pour faire quoi que ce soit. L'article sur mon travail me semble excellent.
>
> Bien à vous,
>
> Kurt Gödel[39]

Une question que je me suis souvent posée est de savoir pourquoi, alors qu'il était si attentif à ce qui se disait de son travail, comme à ce qui se montrait de sa personne, Gödel nous a laissé ses papiers. Gödel cherche à contrôler les textes qui présentent son travail (il les écrit lui-même quand il le peut). Il choisit la formulation qu'il veut voir paraître. Mais, d'un autre côté, il garde les notes où se trouvent les variantes qu'il a exclues. Sans doute n'a-t-il pas lui-même donné ces papiers, c'est son épouse Adele qui les fera déposer à l'Institut. Cependant, le logicien ne meurt pas brusquement mais après un long déclin, qui lui aurait laissé le temps de détruire ces papiers. Il sait que ceux d'Einstein sont à la bibliothèque. Il doit donc bien se douter que les siens prendront le même chemin. Or il les conserve, il les classe dans des enveloppes par thème. Pourquoi ? Ce n'est pas sa négligence qui nous a offert ses papiers. Il faut que, dans le même esprit que les conversations avec Wang, Gödel ait voulu que soient rendues publiques après sa mort les recherches qu'il avait tenues secrètes de son vivant. Se moquait-il de ce que l'esprit du temps, l'esprit matérialiste auquel j'appartiens moi-même, pourrait alors penser de sa philosophie « mystérieuse » ? Peut-être, mais ce n'est pas certain. Que nous ayons des papiers ne signifie pas forcément que nous avons *tous* les papiers ou que cette somme n'est que le fruit du temps et du hasard : qu'il n'y a, dans les papiers que Gödel nous a laissés, aucun dessein.

Je me souviens d'une note en particulier, tout à fait anecdotique. Je parcourais la boîte des fiches de bibliothèque. Gödel a gardé les fiches qu'il utilisait pour commander les livres dont il avait besoin. Il y en a des milliers, qui renseignent de façon très précise sur les lectures du logicien. Les dépouiller est un travail ennuyeux, et le plus souvent inutile, auquel mon sérieux sans doute me contraignait. C'était le début d'après-midi, j'avais bien déjeuné, en pensant au morne après-midi qui m'attendait. Le chauffage, dans la salle de lecture, était mal réglé et il régnait dans la pièce une chaleur accablante. Je passais mécaniquement en revue les petits carrés de papier identiques, qui dévoilent peu à peu (très lentement) quarante ans de lecture, quand, sur le verso d'une fiche (autrement quelconque), je tombai sur ce message, en lettres capitales :

I WILL BE BACK IN A MOMENT
KURT

Je dois dire que j'ai sursauté. Gödel a prouvé que le voyage dans le temps n'était pas impossible dans la théorie de la relativité. Il croyait aussi aux fantômes. Et je ne peux toujours pas m'empêcher de me demander à qui ce billet était adressé.

7. L'optimisme rationaliste

Gödel choisit dans ses dilemmes la deuxième alternative, qui implique l'irréductibilité de l'esprit à la machine. Il justifie cette option par deux arguments. Le premier dépend de la conviction que la raison humaine doit pouvoir résoudre les problèmes qu'elle se pose :

> Aux questions claires que pose la raison, la raison doit pouvoir donner des réponses claires[40].

C'est une conviction rationaliste : il n'y a rien que la raison puisse rencontrer et ne puisse connaître, aucun problème qu'elle puisse se poser et ne puisse résoudre. Pour Gödel, il en va de la cohérence de la raison et de ses évidences. Il nous semble évident que les problèmes mathématiques relèvent de la seule raison. Nous avons l'intuition, en quelque sorte, qu'il ne suffit pas de les résoudre de façon empirique (ou par induction, en observant que telle équation est en général vérifiée). Or cette évidence serait trompeuse, si la raison humaine, à elle seule, ne pouvait pas répondre aux problèmes mathématiques :

> La raison humaine [serait] tout à fait irrationnelle, à poser des questions auxquelles elle ne pourrait pas répondre, tout en affirmant emphatiquement que seule la raison peut y répondre. La raison humaine serait alors très imparfaite et, en un sens, inconsistante, ce qui marquerait une contradiction frappante avec le fait que les parties des mathématiques qui ont été développées systématiquement et complètement [...] montrent un degré étonnant de beauté et de perfection. [... Cela] semble justifier ce que l'on peut appeler un « optimisme rationaliste »[41].

Gödel parie donc sur la cohérence de la raison et de ses évidences pour poser que nos mathématiques ne comportent pas de problèmes indécidables pour nous. Il *faut* que nous soyons capables de résoudre les problèmes diophantiens et, par conséquent, que notre esprit surpasse la machine de Turing.

Le deuxième argument concerne la réflexivité de l'esprit. Il est possible de définir une machine de Turing qui écrit les unes à la suite des autres les formules démontrables de l'arithmétique élémentaire. On sait (c'est le théorème de Gödel) qu'elle laisse indécidées certaines formules (qui ne seront ni démontrées ni réfutées) et, en particulier, celles qui expriment la consistance du système. En ce sens, la machine ne « comprend pas son propre mécanisme[42] ». En revanche,

> quand on parle de l'*esprit*, on n'entend pas une machine (en un sens général) mais une machine qui se reconnaît elle-même comme juste (*a machine that recognizes itself as right*)[43].

La difficulté, dans ces énoncés, est qu'ils laissent dans l'obscurité la façon dont cette réflexivité, qui caractérise l'esprit par rapport à la machine, s'exprime. Le théorème de 1931 montre que la consistance d'un système (qui, par exemple, permet de formuler les problèmes diophantiens) se traduit dans le système par une formule qui y est indécidable. Cependant, les opérations qui, à partir des axiomes, permettent d'écrire une formule qui en exprime la consistance sont purement mécaniques. On peut donc imaginer une machine qui, partant de l'arithmétique élémentaire, imprime d'abord une formule signifiant la consistance de celle-ci. Puis elle imprime une formule signifiant la consistance du système obtenu en ajoutant comme axiome à l'arithmétique élémentaire la formule précédente (c'est-à-dire une formule exprimant la consistance de l'arithmétique élémentaire). Et, ainsi de suite. À chaque étape, la machine pose une formule exprimant la consistance du système précédent et l'ajoute comme axiome, pour former un nouveau système. À chaque étape, la machine semble donc « comprendre son mécanisme », au sens où l'entend Gödel : elle reconnaît la consistance du système d'axiomes qu'elle a posé. Pourtant, cette machine n'est qu'une machine, et elle n'est pas encore capable de reconnaître son mécanisme comme correct, ou de le « comprendre » au sens où l'entend Gödel. En effet, ces différentes formules qu'elle écrit à la suite, chacune exprimant la consistance de celles qui précèdent avec l'arithmétique élémentaire, forment elles-mêmes un système infini dont la machine n'écrira jamais la consistance. Elle fonctionne selon certaines règles qu'elle ne comprend pas.

Poser que l'esprit est une machine qui se reconnaît comme juste, ce n'est pas dire seulement que, telle la machine précédente, il est capable de reconnaître la consistance d'un système d'axiomes dans lequel il a travaillé, c'est dire plutôt qu'il est capable de reconnaître la consistance du système entier dans lequel il travaille, ou des axiomes qui déterminent son fonctionnement. Mais comment l'esprit exprimerait-il cette réflexivité ? S'il écrit une formule exprimant la consistance de ce système, et s'il la pose comme axiome, il obtient un nouveau système, dont il lui reste encore à reconnaître la consistance.

L'esprit de Gödel, l'esprit qu'invoque Gödel dans ses notes, n'a, semble-t-il, aucun moyen d'exprimer cette réflexivité qui le distingue de la machine. Ou alors il faut supposer qu'il utilise un autre langage, des axiomes d'une nature différente de ceux qu'on utilise dans les systèmes formels[44]. Bref, distinguer entre l'esprit et la machine, comme le fait Gödel, suppose en réalité une réforme de nos mathématiques et de leur langage.

Gödel fonde son « optimisme rationaliste », sa conviction que l'esprit peut résoudre tous les problèmes qu'il peut se poser et, par conséquent, qu'il est irréductible à la machine, sur deux traits : la cohérence de l'esprit et sa réflexivité. Mais pourquoi, au fond, admettre que l'esprit possède une telle réflexivité ? Pourquoi poser, comme le fait Gödel dans ce passage cité plus haut à partir des notes de Wang, que la raison est cohérente ? Il pourrait se trouver que nous ayons la conviction que les mathématiques relèvent de la pure raison (et non pas de l'observation empirique) et, pourtant, qu'elles comportent des problèmes insolubles. La beauté des mathématiques est-elle un indice suffisant pour poser la cohérence de la raison qui découvre cet univers ? Gödel voit également dans la beauté des mathématiques un indice de la beauté (cachée) du monde sensible, auquel les mathématiques s'appliquent, et un indice alors de l'harmonie que Dieu a mise dans le monde sensible en le créant.

Gödel ne semble pas justifier ces deux traits, qui fondent son optimisme rationaliste, par une observation directe, quasi phénoménologique, de ce qu'est l'esprit. Semble plutôt être à l'œuvre un principe philosophique qui rappelle le principe cartésien de la véracité divine : Dieu n'est pas trompeur. Dieu n'a pas pu mettre dans l'esprit humain cette évidence que les mathématiques ne relèvent que de la raison, si leurs problèmes ne peuvent être résolus par nous que de façon empirique. Dieu n'a pas pu créer l'esprit humain sans lui donner la possibilité de reconnaître sa propre consistance. L'optimisme rationaliste est, je crois, théologique. Ce que Gödel semble reconnaître lorsqu'il se place, dans son panorama de l'histoire de la philosophie, vers la droite c'est-à-dire vers « la métaphysique (*ou* la religion)[45] ».

8. Le développement des mathématiques

Admettons : l'esprit humain peut résoudre tous les problèmes qu'il peut se poser et, par exemple, tous les problèmes diophantiens. Il faut que nos mathématiques soient différentes de celles des machines de Turing, et plus puissantes qu'elles. Il faut que puisse devenir évident pour nous un système d'axiomes, une liste infinie de formules qu'une machine de Turing ne réussirait pas à écrire, ou des règles d'inférence, qui permettent de déduire des théorèmes à partir des axiomes, telles qu'une machine de Turing ne puisse pas les utiliser. Or la théorie qui forme la base des mathématiques, la théorie des ensembles avec ses axiomes usuels, est parfaitement mécanisable. Il s'agit donc de la développer avec de nouveaux axiomes qui ne ressemblent pas aux précédents ou qui s'enchaînent selon d'autres lois, pour former une liste complète (toute proposition qui peut y être formulée est ou démontrable ou réfutable).

Il y a une autre difficulté. Un système formel, au sens strict, comme l'entend Gödel, c'est-à-dire une liste de formules qu'une machine de Turing peut écrire les unes à la suite des autres, ne semble rien présupposer du passé mathématique, du fond implicite de la théorie. C'est l'exigence qui a amené la définition des systèmes formels. Un système formel, Gödel le souligne avant même 1936 et l'article de Turing, est défini par des axiomes et des règles qui ne s'appuient que sur la structure apparente des formules mathématiques ou qui utilisent les symboles comme des dessins, des cartes à jouer que l'on dispose les unes à côté des autres, sans en comprendre le sens. On peut (en principe) ne rien connaître des mathématiques, on peut n'être qu'une machine, il suffit d'appliquer les règles pour déduire des formules valides à partir des axiomes. Sur ce plan syntaxique, un système formel ne présuppose pas de notion qui ne serait, en un sens, définie : toute notion y est manipulable sans savoir préalable. Il y a des théories, l'analyse par exemple, qui ne s'écrivent pas comme des systèmes formels, en ce sens : elles présupposent certaines notions et ne peuvent être utilisées que par qui comprend ces notions. Il semble que nos langages soient toujours imparfaits : ou bien incomplets, comme les systèmes formels, avec des formules qui restent indécidées, ou bien hétéronomes (disons) et s'appuyant sur un savoir qu'ils ne récupèrent pas dans leur formalisme.

Si nos mathématiques doivent résoudre les problèmes qu'elles permettent de poser, il faut qu'elles se développent sous la forme de systèmes d'axiomes qui ne soient pas formels au sens strict. Quels sont ces axiomes ? Et comment les écrire, dans quel langage, s'ils doivent pouvoir former un système autonome qui ne présuppose pas des notions préalables mais détermine l'usage et définisse sans ambiguïté les notions qu'il utilise ?

Gödel a proposé différentes voies pour étendre la théorie des ensembles. Mais, à partir de 1964, le logicien semble envisager une réforme complète de nos mathématiques, qui remplace le concept d'ensemble par d'autres, plus larges. Ainsi,

> Plusieurs autres idées apparaissent à l'horizon, destinées au même développement [que le concept d'ensemble]. Deux exemples sont le concept réflexif de classe propre et le concept le plus général de concept (et le concept de véritable analogue [*true analogue*]). Ce serait du reste une réussite d'une importance sans précédent puisqu'elle impliquerait une telle accélération que les développements de siècles entiers se réaliseraient en quelques années, de la même façon que l'essor de la technologie moderne a fait plus en cent ans qu'il n'avait été fait dans les six mille années précédentes[46].

Il s'agit ni plus ni moins de remplacer notre mathématique, fondée sur le concept d'ensemble, par une autre, qui utiliserait un autre concept : le concept de concept ou le concept d'analogue. J'évoquerai dans la section suivante la différence qu'il y a entre le concept de concept, ou celui de classe, et le concept d'ensemble. En un mot, un concept peut s'appliquer à lui-même alors qu'un ensemble n'appartient pas à lui-même. La classe est, dans le vocabulaire de Gödel, l'extension du concept (la classe des objets qui vérifient le concept). Les classes peuvent donc appartenir à elles-mêmes, à la différence des ensembles. En cela, elles sont réflexives. L'idée de Gödel est que, si l'on ne possède pas encore des axiomes satisfaisants pour légiférer dans le domaine des concepts, ou des classes, ces axiomes pourraient néanmoins déterminer une nouvelle mathématique, dépourvue des imperfections de la nôtre et, en particulier, complète.

Gödel mentionne une autre possibilité avec le concept d'analogue. Il est difficile de savoir précisément ce que le logicien entend par là. Il y a des notes qui opposent la « composition » comme relation primitive des objets matériels et l'« analogie » comme relation primitive des objets abstraits, des notes aussi qui font de l'analogie le mode de raisonnement des purs esprits (ces anges qui vivent parmi les concepts et n'ont pas de corps matériel) ou le mode de raisonnement propre aux « mystères » et, dans cette mesure même, convenant à la logique[47]. Il y a, dans les cahiers philosophiques, de nombreuses analogies et réflexions sur les analogies : par exemple, « il n'y a pas de x tel que Dieu : homme = x : Dieu ». C'est-à-dire, aucun être n'est à Dieu dans le même rapport que Dieu à l'homme. Cependant, Gödel doit bien donner un sens technique à ce concept d'analogue, qui dépasse ces analogies informelles et que l'on ne rencontre pas, à ma connaissance, dans les papiers dépouillés à ce jour.

La note précédente rappelle également la possibilité laissée ouverte dans l'argument sur la réalité des objets, que nos mathématiques soient constituées à partir d'impressions reçues d'une réalité abstraite mais ne reflètent pas cette réalité. Dans cette hypothèse, la réalité, le monde mathématiques s'organisent autour d'autres concepts, qui ne figurent pas dans nos mathématiques et qu'il nous reste à comprendre. Nos mathématiques ne sont pas adéquates à leur réalité. Elles semblent se trouver dans la même situation que la physique par rapport à la réalité matérielle. Nous formons notre perception du monde sur la base d'impressions sensibles mais en recouvrant la réalité matérielle de formes que nous ne tirons que de nous-mêmes. C'est le rôle de la physique que de retrouver la réalité. Pour cela, elle passe par une succession de « niveaux d'objectivation ». La théorie de la relativité est, par rapport à la théorie newtonienne, un « pas » de plus vers la réalité, un « niveau d'objectivation » supérieur, mais non le dernier[48]. Et, pour deviner la nature de la réalité, Gödel cherche à « extrapoler » la physique, à prolonger ses résultats et anticiper sur ses futures transformations[49]. Les mathématiques semblent appeler la même extrapolation. Au fond, Gödel attend en mathématiques une révolution comparable à celle qu'a accomplie la théorie de la relativité par rapport à la physique newtonienne : une révolution qui transforme nos concepts fondamentaux et nous rapproche de la réalité.

Cela dit, cette révolution, la découverte d'une procédure non mécanique pour former des axiomes qui puissent constituer un édifice complet, où toute proposition formulée soit ou démontrable ou réfutable, passe non seulement par la position de nouveaux concepts mais aussi par une meilleure compréhension de notre esprit :

> La définition précise d'une procédure de cette espèce requerrait un approfondissement substantiel de notre compréhension des opérations de base de l'esprit[50].

Ce thème est en particulier développé dans une lettre à Paul Tillich, un théologien avec qui Gödel a manifestement passé le dimanche précédent :

> Cher Pr Tillich,
>
> Il m'est revenu que dimanche dernier je n'ai répondu à vos questions que de façon partielle. J'ai dit que, dans le raisonnement mathématique, les éléments non computationnels [non mécaniques] (*i. e.* l'intuition) consistent en des intuitions d'infinités de plus en plus hautes. C'est vrai. [Barré : Cependant, cette intuition peut être éduquée.] Mais la situation peut être encore analysée et alors il apparaît, ce qui devient tout à fait clair quand on entre dans les détails, que ces intuitions résultent d'une connaissance de soi de la raison de plus en plus profonde : pour être plus précis, d'une connaissance rationnelle de plus en plus complète de l'essence de la raison (essence dont la faculté de connaissance de soi est une partie constituante). Je crois que la raison computationnelle [mécanique] résulte aussi d'une connaissance de soi mais d'une connaissance de soi factuelle et non essentielle. Cela me semble être (dans le champ des mathématiques) la vérification de certains principes de la philosophie idéaliste[51].

Les textes de Gödel, durant la quarantaine d'années de sa période américaine, n'ont pas toujours les mêmes accents. La lettre à Tillich date de juin 1963. Gödel y renvoie le développement des mathématiques à des intuitions tournées vers différentes espèces d'ensembles infinis mais dépendant d'une réflexion de la raison sur elle-même. Ce paragraphe doit être mis en relation avec la seconde provision de l'argument de Gödel sur la réalité des objets mathématiques : que le monde mathématique est imaginé par une raison inconsciente en nous. Le développement des mathématiques, la découverte des axiomes, des lois qui les régissent, supposent alors bien une réflexion sur la raison, une reconquête en quelque sorte de cet inconscient mathématique et l'élimination finalement de cet « autre » qui reste dans l'esprit mathématicien.

Plus exactement, Gödel distingue une connaissance de soi factuelle, qui détermine la définition des machines de Turing, et une connaissance de soi essentielle, qui nous amène au fondement des mathématiques et à la connaissance complète de leur édifice. Il est clair que le rôle donné aux machines de Turing suppose une réflexion sur la psychologie du mathématicien. Pour identifier la notion de système formel à celle de machine (poser qu'« un système formel est une procédure mécanique pour produire des formules dites "prouvables" »), il faut se convaincre que les opérations que réalise le calculateur humain en suivant des règles, en manipulant des symboles selon des règles qui prescrivent chaque action sans ambiguïté, peuvent également être réalisées par une machine de Turing. Il faut donc analyser les opérations possibles du calculateur humain dans la manipulation des symboles. En affirmant que cette analyse ne relève que d'une connaissance factuelle, et en l'opposant à une connaissance de l'essence de la raison, Gödel laisse entendre, il me semble, que si de fait nous utilisons des symboles, et pratiquons certaines opérations sur eux, ce n'est qu'un accident. Et que d'autres mathématiques sont possibles (les mathématiques de ces anges du ciel des idées), où il n'y a plus de symboles et où les axiomes ont une autre forme. Et que ces mathématiques, nous pouvons néanmoins les approcher en retrouvant en nous, en deçà du fait de notre incarnation, une raison plus profonde.

Nos mathématiques, fondées sur le concept d'ensemble, apparaissent donc comme un état provisoire de la connaissance humaine, en attente d'une révolution qui nous donnerait de nouveaux concepts et une autre compréhension de notre propre esprit. Ce serait en réalité une transformation totale de notre culture, de notre façon de penser. Ce serait le début d'une nouvelle époque :

> Il faut noter que la réalisation de telles procédures non mécaniques requerrait un développement des facultés de l'esprit humain bien au-delà du stade qui a été atteint (ou potentiellement atteint) dans notre culture / dans la science d'aujourd'hui[52].

Dans « Mellonta Tauta », Edgar Allan Poe retrouve la correspondance, littéralement tombée du ciel, d'un homme du futur, qui survole l'Atlantique dans l'un de ces ballons qui ont remplacé la navigation maritime. Cette correspondance date des premiers jours du mois d'avril 2848. Ainsi, balancé au-dessus des nuages, notre voyageur médite sur l'histoire humaine et s'étonne de ce que les anciens, du millénaire passé (c'est-à-dire du XIXe siècle), aient progressé si lentement dans les sciences. Ils avaient réduit la connaissance « à l'art de ramper », nous dit-on. En fait, ils (c'est-à-dire nous) étaient aveuglés par l'analyse des moyens de la connaissance et refusaient toute proposition qui ne provenait pas directement de l'une de ces deux méthodes : la méthode *a priori*, qui procède par déduction à partir de quelques axiomes immédiats, et la méthode *a posteriori*, qui part de l'expérience. Les anciens faisaient (crois-le si tu peux, ajoute notre informateur à l'adresse de son correspondant) comme s'ils ne connaissaient rien de l'intuition !

Mais c'est exactement ce que pourraient dire de nous les anges, ou les hommes d'après la révolution mathématique, dans la cosmologie de Gödel : nous acceptons, d'un côté, des preuves inductives, fondées sur l'observation expérimentale ; nous acceptons de l'autre côté des systèmes formels, qui sont limités par la rigueur même de leurs enchaînements (qui doivent être mécanisables), et nous ignorons l'intuition qui nous ouvrirait le ciel mathématique.

9. Paradoxes et réflexivité de l'esprit

Dans ses conversations avec Wang, Gödel distingue trois espèces de paradoxes[53]. En premier lieu, les paradoxes sémantiques, comme le paradoxe du menteur, ne concernent que le langage et ont été résolus par la définition précise des langages mathématiques. « Je mens », dit le Crétois. S'il ment, il dit la vérité. S'il dit la vérité, il ment. Il y a contradiction. Mais il suffit de poser qu'en mathématique la vérité des formules d'un langage ne se définit pas dans ce langage mais dans un métalangage pour écarter de tels paradoxes. Le menteur mathématicien ne peut pas dire : « Je mens », ou « La proposition que j'écris à cet instant est fausse », mais seulement former des énoncés comme : « Telle formule du langage L est fausse », énoncés qui appartiennent à un autre langage que L, ce qui exclut cette sorte de cercle dont dépend le paradoxe[54].

Les deux autres espèces de paradoxes concernent les ensembles, paradoxes extensionnels, et les concepts, paradoxes intensionnels. Ces deux espèces de paradoxes semblent d'abord symétriques. Considérons l'ensemble des ensembles qui n'appartiennent pas à eux-mêmes. Si cet ensemble appartient à lui-même, il est l'un de ses éléments et, par conséquent, un ensemble qui n'appartient pas à lui-même. S'il n'appartient pas à lui-même, il est bien l'un de ces ensembles qui n'appartiennent pas à eux-mêmes et, par conséquent, l'un de ses propres éléments : il appartient alors à lui-même. Il y a contradiction. Maintenant, considérons le concept des concepts qui ne s'appliquent pas à eux-mêmes. Si ce concept s'applique à lui-même (comme le concept « difficile » s'applique à lui-même : il est difficile de saisir le concept de ce qu'est « être difficile »), c'est qu'il est un concept qui ne s'applique pas à lui-même. Et, inversement, s'il ne s'applique pas à lui-même, il tombe sous le concept des concepts qui ne s'appliquent pas à eux-mêmes et il s'applique à lui-même. À nouveau, il y a contradiction. Le raisonnement qui amène la contradiction est analogue, dans les deux cas. Pourtant, il y a, pour Gödel, une différence entre ces deux paradoxes.

Les ensembles sont « quasi spatiaux » ou « quasi physiques »[55]. Ils reflètent les propriétés, la structure, des choses matérielles. Ils sont par rapport à leurs éléments dans la position de la chose entière par rapport à ses morceaux ou de la chose elle-même par rapport à ses apparences. Ainsi, un ensemble ne peut pas appartenir à lui-même. Il est composé d'éléments, différents de lui-même, qui en sont comme des constituants.

Les paradoxes extensionnels peuvent alors être résolus par la répartition des ensembles mathématiques selon une hiérarchie (la hiérarchie des types de Russell, ou la hiérarchie cumulative de Zermelo). On part d'un domaine d'objets, les individus. On considère au premier niveau des ensembles formés avec ces individus, puis, au deuxième niveau, des ensembles formés d'ensembles du premier niveau, et ainsi de suite. Il faut évidemment formuler des clauses précises pour la formation des ensembles, mais on s'arrange pour que, dans cette hiérarchie, chaque ensemble soit formé d'éléments s'inscrivant dans les niveaux qui précèdent. Ainsi, aucun ensemble n'appartient à lui-même. Et on ne peut pas former dans cet univers l'ensemble des ensembles qui n'appartiennent pas à eux-mêmes, mais seulement l'ensemble des ensembles disons du niveau i qui n'appartiennent pas à eux-mêmes (et cet ensemble de niveau $i + 1$ n'appartient pas à lui-même). On peut donc considérer que les paradoxes extensionnels sont résolus.

La difficulté, du côté des paradoxes intensionnels, est qu'un concept peut s'appliquer à lui-même. Par exemple, le concept « difficile », le concept « vague » (« être vague » est un concept vague) ou le concept de concept, qui est lui-même un concept. On peut parler, pour l'extension d'un concept, de classe (la classe des objets qui vérifient le concept). Si un concept s'applique à lui-même, la classe correspondante appartient à elle-même. Il y a donc des classes qui ne sont pas des ensembles et qui n'ont pas de place dans la théorie des ensembles. Mais cette réflexivité est d'abord la propriété des concepts, les classes ne sont qu'« une façon de parler » de certains aspects des concepts[56].

Si nous avons, du côté des extensions, une théorie des ensembles, il nous manque une théorie des concepts. Il est impossible, puisque les concepts peuvent s'appliquer à eux-mêmes, de résoudre les paradoxes intensionnels en s'inspirant des hiérarchies mises en place du côté des ensembles. Les paradoxes intensionnels restent un problème ouvert[57]. Nous ne savons pas donner des lois satisfaisantes qui, à la fois, autorisent l'application d'un concept à lui-même et écartent les paradoxes intensionnels. C'est pourtant de cette théorie du concept que semblent dépendre le développement des mathématiques et cette révolution qui produira un nouvel édifice auquel ne s'appliqueront plus les théorèmes d'incomplétude[58].

Il faut aussi remarquer que Gödel semble renvoyer ce développement des mathématiques à différentes propriétés de « réflexivité ». Il y a la « réflexivité » des concepts, qui s'appliquent à eux-mêmes. Il y a la réflexivité de l'esprit, qui, à la différence de la machine (mais en un sens qu'il est difficile de préciser), doit pouvoir reconnaître la consistance du système dans lequel il travaille, ou « comprendre son propre mécanisme ». Il y a la « réflexivité » de l'esprit ou, plus exactement, de la raison qui, dans la lettre à Tillich, est reconnue capable d'une connaissance de soi essentielle. Ces propriétés ne s'appliquent pas aux mêmes objets et n'ont pas le même sens. Néanmoins, Gödel les fait intervenir toutes trois dans ces notes où il défend la possibilité d'un développement des mathématiques. La question est de savoir si ces propriétés, bien que différentes, sont liées et si les deux premières ne renvoient pas à cette faculté de l'esprit, cette troisième réflexivité, la plus fondamentale, la connaissance de soi. On pourrait en effet penser que, compte tenu de la formulation que lui donne Gödel, cette capacité à reconnaître sa propre consistance, à « comprendre son propre mécanisme », dépend en effet de cette connaissance de soi qui apparaît dans la lettre à Tillich. De même, les concepts ont, en quelque sorte, part à la pensée et leur réflexivité pourrait exprimer cette possibilité d'un retour sur soi de la pensée. De fait, en plusieurs occurrences (dans sa correspondance avec Gotthard Günther, notamment), Gödel met en relation la réflexivité des concepts, le fait qu'ils s'appliquent à eux-mêmes, avec la possibilité de la réflexion, à la connaissance de soi donc, et voit dans l'analyse de celle-ci un moyen de découvrir les axiomes propres de la théorie des concepts[59].

Les remarques de Gödel sur la théorie des concepts restent énigmatiques dans l'état actuel du dépouillement des papiers. Il est clair que Gödel attend une révolution en mathématiques qui en transforme l'édifice et les rapproche de cette réalité qu'elles ne reflètent pas : que la réalité soit dans un monde en soi, ou dans une raison sous-jacente à l'*ego* et qu'il reste à amener à la conscience. Et il semble que cette révolution doive s'appuyer sur une propriété de l'esprit, sa réflexivité, que nos sciences, dans l'esprit du temps, avec leurs préjugés matérialistes, tendent à ignorer. La révolution mathématique serait alors la reconquête de l'esprit par lui-même, une réduction de cette altérité qui demeure dans l'esprit mathématicien, une connaissance de soi « essentielle » qui déborde la connaissance superficielle qui intervient dans la machine de Turing.

10. Le logicien est-il humain ?

À propos des paradoxes et de la réflexivité de l'esprit, Gödel donne à Wang un énoncé surprenant :

> Il y a une apparente contradiction dans mon propre usage de l'*esprit humain* également comme concept. Ce qu'il faut éviter

> est d'utiliser ce concept d'une manière autoréférentielle. Nous ne savons pas le faire. Mais je ne fais pas un usage autoréférentiel du concept d'esprit humain[60].

Quand un esprit humain raisonne sur le concept d'esprit humain, le concept qui fait l'objet du raisonnement semble devoir s'appliquer au sujet de ce raisonnement. C'est cette sorte de cercle qu'évoque Gödel, avec l'usage « autoréférentiel » du concept d'esprit humain. Cette note, sans doute peu claire, pose alors deux problèmes. Quelle difficulté y a-t-il à utiliser le concept d'esprit humain de façon autoréférentielle ? Comment Gödel peut-il éviter d'utiliser le concept d'esprit humain de façon autoréférentielle ? Est-ce à dire qu'il n'est pas lui-même un esprit humain, en tant que logicien du moins ? La première question exige un détour par la métaphysique.

L'esprit humain et chaque individu (on le verra plus en détail) sont définis par des concepts. Chaque homme, chaque Je, est déterminé par un certain système de propriétés caractéristiques. Ce système de propriétés, ce concept, détermine de façon précise la place du Je dans le monde et, par conséquent, l'ensemble des objets que le Je peut percevoir et penser. C'est, dans la monadologie de Gödel, en vertu de mon concept que je suis à cette place où je suis et, par conséquent, avec cette perspective sur le monde. Les objets qui constituent l'expérience du Je, les choses qu'il perçoit, les objets qu'il pense, forment un ensemble et on peut dire que cet ensemble est strictement corrélatif du concept de ce Je. Il y a une correspondance bijective entre les concepts possibles des Je et les ensembles possibles de leurs expériences. On peut donc en un sens identifier le concept du Je à l'ensemble des objets dont le Je fait l'expérience.

Maintenant, si le Je pense son propre concept, celui-ci appartient à l'ensemble des objets de l'expérience du Je et, puisqu'on peut identifier le concept du Je à l'ensemble des objets de l'expérience du Je, cela signifie que cet ensemble, l'expérience du Je, appartient à lui-même. Un Je qui se pense lui-même, c'est un ensemble qui appartient à lui-même.

Poursuivons. Le concept d'esprit humain est un système de propriétés qui caractérisent un esprit humain. Or je suis un esprit humain (un esprit, plutôt qu'un corps ou un corps lié à un esprit). Donc ce concept d'esprit humain s'applique à cet autre concept, Je. Comme on associe au concept Je un ensemble, l'ensemble des objets de l'expérience du Je, on peut associer au concept d'esprit humain un ensemble analogue, l'ensemble des objets dont les esprits humains font l'expérience. Cet ensemble est la réunion des ensembles associés à chacun des esprits humains. Chacun des ensembles, associés aux Je humains, est inclus dans l'ensemble des objets dont les esprits humains font l'expérience. Par conséquent, si je pense l'esprit humain, ce concept appartient à l'ensemble des objets de mon expérience et, par conséquent, à l'ensemble des objets dont les esprits humains font l'expérience. Mais cela signifie que le concept d'esprit humain appartient à l'ensemble qui lui est associé dans cette correspondance entre concepts de sujet et ensembles d'objets d'expérience. Cela revient à dire que l'ensemble des objets dont les esprits humains font l'expérience appartient à lui-même.

Formulons autrement ce raisonnement logico-métaphysique. Le concept du sujet détermine de façon univoque l'ensemble des objets dont ce sujet fait l'expérience. Le concept d'esprit humain détermine de même l'ensemble des objets dont les esprits humains font l'expérience. Penser l'esprit humain revient donc à penser (de façon implicite, si l'on veut, ou en puissance) l'ensemble des objets dont les esprits humains font l'expérience, puisque cet ensemble est déterminé par ce concept. Par conséquent, si un Je pense l'esprit humain, ce concept et, avec lui, l'ensemble des objets dont les esprits humains font l'expérience appartiennent à l'ensemble des objets dont ce Je fait l'expérience et, par suite, à l'ensemble des objets dont les esprits humains font l'expérience. À nouveau, ce dernier ensemble appartient à lui-même.

Au total, parler (quand on est un esprit humain et que l'on pense ce que l'on dit) de l'esprit humain, c'est poser un ensemble qui appartient à lui-même. Or on ne sait pas traiter des ensembles, ou des classes, qui appartiennent à eux-mêmes. Il faut donc éviter de parler de l'esprit humain quand on est un esprit humain. C'est une partie de ce que dit Gödel à Wang. J'évoquerai plus longuement dans la cinquième partie les principes métaphysiques qui forment le contexte de ce raisonnement : que chaque Je est un concept et que le concept du sujet détermine l'ensemble des objets dont ce sujet fait l'expérience.

Cependant, le point qui reste énigmatique, dans la formule de Gödel, est de savoir comment le logicien, qui parle de l'esprit humain, peut éviter d'utiliser ce concept de façon autoréférentielle. Est-ce à dire qu'il ne s'applique pas ce concept à lui-même quand il en parle ? Est-ce à dire que Gödel, en tant que logicien, s'exclut du domaine des esprits humains ?

Cela me semble être la seule façon de comprendre la phrase de Gödel. Si le concept d'esprit humain n'est pas utilisé de façon autoréférentielle, c'est bien qu'il ne s'applique pas à l'esprit de celui qui parle et, par conséquent, que Gödel, lorsqu'il parle de l'esprit humain ou en tant qu'il parle de l'esprit humain, n'est plus un esprit humain.

Il y a, du reste, d'autres indices qui semblent montrer qu'il faut pouvoir en logique, ou en philosophie de la logique, quitter son point de vue d'esprit humain. On l'a vu, Turing, dans sa définition des machines, utilise une analyse de la psychologie du calculateur humain. En effet, pour établir que les calculs que le mathématicien peut accomplir sont également susceptibles d'être réalisés par une machine de Turing, il lui faut commencer par analyser le calcul, tel que peut le faire le mathématicien, avec son corps, son esprit, son langage, etc. Cette analyse est brève dans le texte de Turing, mais elle existe.

Gödel repère évidemment cette insertion d'une analyse psychologique dans un concept mathématique. S'appuyant sur cet exemple, il conjecture que de telles analyses interviendront également dans d'autres concepts, en particulier dans celui de preuve. Comme le concept de calcul dans l'analyse de Turing, le concept de preuve implique une réflexion psychologique :

> Je pense – dit Gödel en 1946 – qu'un tel concept fera intervenir un élément extramathématique concernant la psychologie de l'être qui fait des mathématiques[61].

Cependant, dans la cosmologie de Gödel, cet « être qui fait des mathématiques » n'est pas nécessairement un esprit humain. Il faut donc que l'esprit humain puisse, en partant de sa propre psychologie, la dépasser pour saisir la psychologie de la pensée, de la rationalité en général. Cette ambition de saisir dans la pensée humaine la pensée en général n'est pas propre à Gödel. Elle est aussi par exemple celle de Husserl, dont Gödel s'inspire[62]. Cependant, le problème est sans doute rendu plus ardu, dans la cosmologie de Gödel, par le fait qu'il y a, outre Dieu, toute une série d'esprits capables de mathématiques, dont, à l'heure actuelle, nous ignorons tout :

> Alors que les théorèmes sur les nombres cardinaux s'appliquent à *tous* les nombres cardinaux ou au système des nombres cardinaux dans toute son étendue, nous ne savons littéralement rien qui puisse s'appliquer à l'existence totale des êtres rationnels [barré à cet endroit : aux êtres rationnels dans toutes les phases de leur existence][63].

Dans la même perspective, Gödel se pose la question de savoir si l'analyse de Turing vaut pour le calculateur humain seulement ou pour tout calculateur qui serait incarné et, en quelque sorte, branché sur un cerveau. Ainsi, dans ce texte de Wang corrigé par Gödel :

> Par esprit, Gödel entend [ici] quelque chose qui est supposé vivre indéfiniment et rester de tout temps connecté à un cerveau de taille bornée [Gödel ajoute : avec à sa disposition une quantité de papier illimitée]. Ce quelque chose pourrait être en particulier humain ou pourrait être certaines forces de vie partagées par des formes de vie autres qu'humaines (*could be some life forces shared by life forms other than man*)[64].

Il y a, à nouveau, de la science-fiction dans la métaphysique de Gödel : la possibilité de « formes de vie » qui ne soient pas humaines ; la possibilité, suggérée négativement, d'esprits reliés à des cerveaux non bornés (avec une infinité de neurones). Ces remarques, en tout cas, supposent qu'il soit possible de découvrir une psychologie de la pensée qui ne soit pas seulement humaine. Est-ce de ce point de vue, littéralement surhumain, que Gödel se place dans l'énoncé cité au début de cette section, adoptant (comme après la réduction phénoménologique) une position dans la pensée en général, d'où il peut parler de l'esprit humain de l'extérieur ? Il faut dire que cela ne résout pas entièrement la difficulté que dénonce Gödel, car, de ce point de vue, si le logicien peut parler de l'esprit humain, il ne peut pas encore parler de la pensée, ou de l'esprit, en général, puisqu'il reste, de ce point de vue surhumain, un esprit. Pour parler de l'esprit en tant qu'esprit, comme pour parler de l'esprit humain en tant qu'esprit humain, il faudrait ni plus ni moins avoir résolu les paradoxes intensionnels qui semblent conditionner la révolution mathématique.

11. L'esprit et le cerveau

Si un développement des mathématiques est possible, qui complète leur édifice, de sorte, par exemple, qu'il soit possible de résoudre la totalité des problèmes diophantiens, il faut que l'esprit qui mène à bien ce développement soit irréductible à une machine de Turing. Gödel évoque ainsi un esprit, qui « surpasse infiniment les puissances d'une machine finie[65] », un esprit qui « contient un élément / est quelque chose de / totalement différent d'un mécanisme combinatoire fini[66] », une raison qui « contient un élément qui dans son action / sous certains aspects / est totalement différent d'un mécanisme combinatoire fini[67] », une raison qui « contient une partie complètement en dehors du mécanisme (*a part completely off mechanism*)[68] ». En même temps, Gödel est convaincu que le cerveau se laisse représenter comme une machine de Turing. Cette partie de la raison hors du mécanisme est donc également hors du cerveau, et ses processus ne se reflètent pas dans le fonctionnement cérébral.

On décrit le cerveau comme un système de neurones en nombre fini, susceptibles de se connecter les uns aux autres. Admettons que ces connexions ne puissent pas passer par un continuum d'états intermédiaires. Elles sont ou ouvertes ou fermées. L'état du cerveau, à un instant donné, est alors déterminé par les connexions ouvertes entre les neurones. Il n'y a qu'un nombre fini d'états possibles. Le passage d'un état à un autre est déterministe (et ne dépend que de l'état initial et des données extérieures). Le cerveau est bien une machine de Turing[69].

Gödel soutient du reste que cette description, comme un système de neurones en connexion binaire, ouverte ou fermée, n'est pas nécessaire à la détermination du cerveau comme machine de Turing. Le logicien s'appuie ici sur une interprétation propre des principes physiques. D'un côté, il accepte, dans la physique quantique, ce principe que les mesures ne sont pas exactes mais qu'il y a des limites de précision, des quanta en deçà desquels on ne peut pas descendre.

Cela, dans l'esprit de Gödel, interdit de donner à un système physique un continuum d'états possibles. Les états possibles d'un système physique (constitué de particules en un nombre fini) sont en nombre fini. D'un autre côté, le logicien semble refuser le caractère probabiliste de la mécanique quantique et admettre que les lois physiques, en dernier ressort, sont déterministes. Notre physique, je l'ai dit, n'est qu'une étape intermédiaire dans une approche de la réalité. Il est donc légitime de chercher à distinguer dans nos théories des principes qui reflètent déjà la réalité et ceux qui ne sont que provisoires et destinés à être dépassés. En l'occurrence, cette « extrapolation » de la mécanique quantique s'accorde parfaitement avec la monadologie de Gödel. Les monades, qui sont des particules spirituelles et, par conséquent, indivisibles, justifient le caractère quantique de la physique contemporaine, alors que la possibilité d'une harmonie entre elles, cette harmonie préétablie que Gödel reprend à Leibniz, semble exiger de donner à la physique des lois déterministes. Quoi qu'il en soit, un système physique pourvu d'un nombre fini d'états possibles liés par des lois déterministes est une machine de Turing. Toute partie finie de la nature (en particulier, le cerveau), laissée à elle-même, semble donc être une machine de Turing[70].

Dans certaines conversations avec Wang, comme dans les cahiers philosophiques, Gödel défend des thèses vitalistes dont on ne voit pas bien comment elles se concilient avec son interprétation de la physique. Cependant, il est certain que Gödel pose que le cerveau est une machine de Turing. Et il refuse que cette thèse, à laquelle il adhère, implique que l'esprit soit lui-même une machine. En réalité, l'inférence du cerveau à l'esprit est fondée sur des postulats métaphysiques, que Gödel considère comme des « préjugés » de notre temps :

> Deux hypothèses qui aujourd'hui sont en général acceptées, à savoir : (1) il n'y a pas d'esprit séparé de la matière ; (2) le cerveau fonctionne fondamentalement comme un ordinateur binaire. L'hypothèse (2) peut être remplacée par : (2') Les lois physiques, dans leurs conséquences observables, n'ont qu'une limite finie de précision. Cependant, si Gödel pense que (2) est très vraisemblable et (2') pratiquement certain, il croit que (1) est un préjugé de notre temps qui sera réfuté empiriquement (peut-être par le fait qu'il n'y a pas assez de cellules nerveuses pour accomplir les opérations observables de l'esprit.)[71].

L'hypothèse (1), la non-séparabilité de l'esprit et de la matière, peut être énoncée de façon plus précise. Il suffit de poser : (1.a.) à chaque état du cerveau correspond un état de l'esprit, et inversement ; (1.b.) le passage d'un état à un autre, dans le cerveau, se traduit par la transition correspondante dans l'esprit, et inversement. Ce « parallélisme » implique en effet que l'esprit est, comme le cerveau, une machine de Turing. Gödel espère que ces hypothèses seront réfutées. Son argument est que l'on pourra distinguer dans l'esprit (par introspection) des états plus nombreux que ceux dont le cerveau est susceptible. Le cerveau est un système de neurones en connexions binaires. On connaît approximativement le nombre de neurones (disons N), lequel détermine le nombre des états possibles du cerveau (2^N). Si l'on peut distinguer un nombre supérieur d'états dans l'esprit, c'est que certains états mentaux n'ont pas de correspondants cérébraux, et cela détruira l'hypothèse paralléliste. Cette réfutation (en acceptant qu'un décompte introspectif des états mentaux soit possible) serait purement empirique :

> La simple possibilité qu'il n'y ait pas assez de cellules nerveuses pour accomplir les fonctions de l'esprit introduit un composant empirique dans le problème de l'esprit et de la matière. Par exemple, selon certains psychologues, l'esprit est capable de se souvenir avec tous les détails de tout ce dont il a fait l'expérience. Il semble plausible qu'il n'y ait pas assez de cellules nerveuses pour accomplir cela[72].

Cette question du « nombre » des états mentaux est au centre des préoccupations de Gödel. Elle réapparaît à propos d'une autre difficulté que le logicien doit lever. En effet, si un parallélisme supposé entre esprit et cerveau implique la mécanisation de l'esprit, celle-ci peut également être établie directement. Ainsi, Turing, dans l'article de 1937, vise à montrer, par une simple analyse des processus mentaux, que le calculateur humain se comporte comme une machine (de Turing). Ce point est même essentiel à sa thèse. Pour affirmer qu'un processus formel est équivalent à une machine de Turing, il faut d'abord montrer que les opérations sur les symboles qu'accomplit le mathématicien peuvent bien être réalisées par une machine. Pour cela, Turing analyse le calcul humain et entend montrer que le mathématicien, lorsqu'il suit des règles calculatoires, est une machine, au sens qu'il a défini : un dispositif mental (non plus matériel) mais capable seulement d'un nombre fini d'états internes dont les transitions sont prescrites par des règles déterministes. Il n'y a pas de difficulté à établir que les écritures du mathématicien sur le plan d'une feuille de papier peuvent être reproduites par la machine sur la ligne de son ruban. Il n'y a pas de difficulté à admettre que le mathématicien, dans un calcul ou une démonstration formelle, suit des règles qui déterminent de façon univoque des transitions entre des états mentaux. La seule difficulté concerne le nombre, fini ou non, des états mentaux dont l'esprit est susceptible. Turing passe rapidement :

> Le nombre des états d'esprit que l'on doit prendre en compte est fini. [...] Si nous admettions une infinité d'états d'esprit, certains se trouveraient « arbitrairement proches » et seraient confondus[73].

C'est ce point que Gödel conteste. On ne peut pas préjuger du nombre des états mentaux :

> Turing [...] donne un argument qui est censé montrer que les procédures mentales ne peuvent pas aller plus loin que les procédures mécaniques. Cependant, cet argument n'est pas concluant, car il dépend de la supposition qu'un esprit fini n'est capable que d'un nombre fini d'états distinguables. Ce que Turing néglige complètement est le fait que l'esprit, en usage, n'est pas statique mais en constant développement. [...] Par conséquent, bien qu'à chaque étape du développement de l'esprit le nombre de ses états possibles soit fini, il n'y a aucune raison pour que ce nombre ne puisse converger vers l'infini au cours de ce développement[74].

Cette remarque éclaire le fonctionnement de l'esprit gödelien. Le logicien ne conteste pas que l'esprit puisse être représenté comme un dispositif avec des états distincts soumis à des règles déterministes. Il conteste seulement que le nombre des états possibles de l'esprit humain, dans l'ensemble de son développement, soit fini. C'est-à-dire, l'esprit reste fini : à chaque étape de son développement, il n'est passé que par un nombre fini d'états différents. Mais il n'y a pas de borne au nombre des états que ces différentes étapes sont susceptibles d'impliquer. Le développement de l'esprit, dans son cours entier, peut donc mettre en jeu une infinité d'états. L'esprit, si l'on prend en compte l'ensemble de son développement, est une machine déterministe mais infinie. Cet esprit gödelien est proche de l'automate spirituel de Leibniz (qui est également déterministe et infini)[75].

Cette description de l'esprit pose immédiatement un problème : comment l'esprit humain, s'il est attaché à un cerveau dont le nombre des états possibles est fixé, peut-il passer par un nombre croissant d'états différents ? Il y a bien un moment où le nombre des états par lesquels est passé l'esprit dépasse le nombre des états possibles du cerveau et où, par conséquent, l'esprit passe par des états qui n'ont pas de corrélats dans le cerveau. Quels sont ces états mentaux sans corrélats distincts dans le cerveau ? Et, plus largement, comment s'opère le développement indéfini d'un esprit attaché à un cerveau borné ? Comment l'esprit surmonte-t-il en quelque sorte les limites de son cerveau ? En réalité, dans l'exemple qui suit, l'un des rares exemples concrets que donne Gödel pour illustrer ce développement indéfini, l'esprit est détaché du cerveau :

> Pour décrire la situation rapidement : il est parfaitement possible que nous soyons capables d'une infinité d'états mentaux nettement distingués bien que, à chaque moment, seulement un nombre fini de ces états aient été actualisés. En fait, cela contredit la « finitude » de l'esprit humain aussi peu que la vie éternelle. Cette dernière présuppose également la possibilité d'une infinité d'expériences bien distinguées dans un être fini. C'est seulement un préjugé matérialiste qui exclut cela à cause de la finitude de notre « tête »[76].

L'exemple de la vie éternelle ne vient qu'illustrer le fait qu'un esprit qui reste à chaque instant fini peut néanmoins se développer indéfiniment. Gödel ne dit pas ici que le développement de l'esprit, qui le fait passer par une infinité d'états et seul semble le distinguer d'une machine de Turing, ne peut s'accomplir que dans une vie éternelle. C'est en revanche ce qu'il laisse entendre dans la note suivante, un texte de Wang corrigé de la main de Gödel :

> Pour ce que nous en savons, l'esprit (*mind*) ou l'*ego* [Wang a écrit *spirit*, que Gödel a remplacé par *ego*] peut être distinct du cerveau et, *au cours d'un temps infini*, être capable d'un nombre infini d'états distinguables. Le cerveau peut être essentiellement un ordinateur binaire [ici Gödel ajoute dans le texte de Wang : temporairement] connecté à un esprit fini capable d'un développement illimité [ici Gödel ajoute dans le texte de Wang : systématique et non mécanique]. On ne nie pas que l'esprit humain soit fini et, à chaque étape de son développement, capable seulement d'un nombre fini d'états différents. Cette observation pointe vers un monde possible (qui pourrait être le monde réel) dans lequel il existerait pour des esprits finis des procédures mentales [que ne puisse imiter] aucune machine de Turing[77].

Gödel, ou Wang mais sous l'œil de Gödel, admet que ce développement indéfini de l'esprit humain exige un temps infini. Celui-ci, on le sait, ne nous est pas accordé dans la vie terrestre. Le développement de l'esprit semble donc exiger une vie éternelle, dans un monde qui peut être, mais n'est pas forcément, ce que nous appelons dans cette vie le monde « réel ».

On pourrait sans doute imaginer que le développement de l'esprit ne s'accomplisse pas dans un individu unique (à qui il faudrait alors prêter une vie éternelle) mais à travers l'espèce humaine dans sa totalité. Ce développement se poursuivrait de génération en génération, chacune augmentant quelque peu les axiomes des mathématiques et le nombre de nos états mentaux. Mais ce déplacement, en réalité, ne changerait rien à la difficulté, puisque Gödel est convaincu (et y voit un résultat de la physique) que l'univers matériel a un début et une fin. L'espèce humaine, comme l'individu, ne dispose que d'un temps fini dans l'univers matériel :

> Notre monde, avec toutes les étoiles et les planètes qui sont dedans, a eu un début et, selon toute probabilité, aura une fin, c'est-à-dire, littéralement, deviendra « rien ». Mais pourquoi alors n'y aurait-il que ce seul monde[78] ?

La conclusion s'impose : c'est dans un autre monde qu'il faut envisager le développement des mathématiques, et il faut le rapporter à l'individu, plutôt qu'à l'espèce. À cette suggestion de Wang, que l'on pourrait attribuer le développement des mathématiques à un esprit de l'espèce, Gödel répond sans ambiguïté :

> Par esprit, j'entends un esprit individuel possédant une durée de vie illimitée. Ce n'est pas encore l'esprit collectif d'une espèce. Imaginez [plutôt] une personne occupée à résoudre tout un ensemble de problèmes[79].

Résumons. Gödel est convaincu que l'esprit humain peut résoudre tous les problèmes qu'il peut se poser (et, par exemple, tous les problèmes diophantiens). Cela suppose de développer nos mathématiques pour les transformer en un édifice complet. Cette révolution, que Gödel attend, changera les concepts à la base des mathématiques, apparemment en faisant intervenir une analyse de la réflexivité de l'esprit, c'est-à-dire une analyse de la conscience, que les sciences de notre époque ignorent. Mais, d'un autre côté, pour que les mathématiques puissent être développées en un édifice complet, il faut que l'esprit humain soit autre chose qu'une machine de Turing. Or, si l'esprit humain se distingue de la machine de Turing, c'est dans la mesure où il est susceptible d'un développement indéfini, qui semble ne pouvoir s'accomplir que dans une autre vie. Est-ce à dire qu'il faut attendre la mort pour assister à la révolution mathématique ?

Il me semble vraisemblable qu'à côté de ce développement progressif Gödel ait aussi envisagé la possibilité d'une intuition absolue qui révélerait dès maintenant la réalité mathématique, ses concepts fondamentaux et la structure de son édifice : une expérience analogue à celle des philosophes (Platon, Husserl, Descartes ou Leibniz), une connaissance absolue et qui vient d'un seul coup. Cependant, cette intuition suppose, à nouveau, une disjonction entre le cerveau, qui n'est susceptible que d'un nombre fini d'états, et l'esprit, qui, pour dépasser la machine de Turing, doit passer par une infinité d'états. Il faut que, dans l'intuition, l'esprit pense indépendamment du cerveau. Or, penser sans le cerveau, c'est vraisemblablement penser hors du temps et penser sans mots, parce que les mots, le langage, exigent des images sensibles et cet appareil pour les traiter qu'est le cerveau. Ce serait une intuition, comme cet « entendement » que Gödel mentionne au détour d'une phrase, « si parfait qu'il n'a pas besoin de marques sur le papier (ou d'images mémorisées dans le cerveau) (qui en tant que processus matériels ne sont possibles que dans le temps et l'espace) comme béquilles mais saisit toutes les relations conceptuelles d'un seul regard[80] ». Une telle intuition est-elle possible ? Comment se lie-t-elle à nos vécus habituels, dans le temps ? Ou, pour paraphraser une note déjà citée : un réveil est-il possible dans cette vie ?

12. La vie après la mort

Gödel est convaincu que l'*ego* survit à la mort du corps. L'optimisme rationaliste, la conviction que tout problème bien posé admet une solution définitive, couplé au théorème d'incomplétude, implique que l'esprit est irréductible à une machine de Turing. Si le cerveau est une machine de Turing, l'esprit doit être distingué du cerveau, et cela de telle sorte que le fonctionnement de l'esprit ne se reflète pas dans celui du cerveau ou que l'on puisse attribuer à l'esprit des états qui n'ont pas de correspondants dans le cerveau. Cela n'implique-t-il pas d'emblée que l'esprit soit une entité distincte du cerveau et, par conséquent, puisse survivre à la destruction de celui-ci ?

À Abraham Robinson, qui est en train de mourir d'un cancer du pancréas, Gödel écrit :

> Après ce que je vous ai dit lors nos discussions de l'an dernier, vous pouvez imaginer comme je suis désolé d'apprendre votre maladie. [...] Comme vous le savez, j'ai des vues hétérodoxes sur beaucoup de choses. Deux d'entre elles s'appliqueraient ici : (1) Je ne crois pas qu'un pronostic médical puisse être sûr à 100 % ; (2) La proposition que notre *ego* consiste en des molécules de protéines me semble l'une des plus ridicules jamais énoncées. J'espère que vous partagez au moins cette seconde opinion avec moi[81].

Il y a, dans cette lettre, quelque chose de cette logique du chaudron que Freud a rendue célèbre : je n'ai pas pris le chaudron et, quand je l'ai remis à sa place, il n'était pas percé. Du moins, Gödel donne à Robinson deux motifs d'espérance tout à fait différents. Pour que la seconde « vue » s'applique, il faut que les médecins ne se soient pas trompés dans leur diagnostic. Il faut que Robinson meure. Curieuse consolation. Mais ici, la non-identité de l'esprit, ou de l'*ego*, et de la matière (le fait que l'*ego* ne consiste pas en molécules) semble bien signifier l'immortalité de l'esprit. Un brouillon de la même époque poursuit :

> Puisque l'*ego* existe indépendamment du cerveau, nous pouvons avoir d'autres phases d'existence dans l'univers matériel ou dans un monde formé après que l'univers matériel a sombré dans le néant. L'apparence du contraire peut s'expliquer par le fait que nous en savons si peu sur le sujet.

Remarquons que, dans cette note, Gödel envisage que la vie après la mort puisse se dérouler (pour un temps du moins) dans le monde même où nous vivons actuellement. Cela ferait de nos morts des sortes de fantômes, des esprits privés de corps hantant le monde que nous habitons aussi. Gödel croyait aux fantômes. G. Kreisel rapporte des discussions sur ce thème, et la façon dont Adele se moquait du logicien et des livres qu'il lisait sur le sujet[82]. L'autre possibilité, plus banale si l'on veut, est que la mort nous transporte dans un autre monde où nous vivrons des jours plus heureux :

> Le monde dans lequel nous vivons n'est pas le seul dans lequel nous vivrons ou avons vécu[83].

Sans ambiguïté donc, le logicien croit à une vie après la mort, dans ce monde peut-être et dans d'autres mondes à coup sûr. Dans des lettres à sa mère, il développe un second argument pour justifier cette thèse d'une vie après la mort, un argument indépendant du premier qui pose l'immortalité de l'esprit à partir de l'irréductibilité de l'esprit au cerveau :

> Dans ta dernière lettre – écrit Gödel à sa mère – tu poses une question difficile, à savoir si je crois que nous nous verrons à nouveau [dans l'au-delà]. Sur ce point, je peux seulement dire la chose suivante : si le monde est rationnellement organisé et a un sens, alors ce sera le cas. Car quel serait le sens de former un être (l'homme) qui a un tel éventail de possibilités pour son

> développement individuel et pour ses relations avec les autres et de ne pas lui permettre d'en réaliser le millième ? C'est comme si l'on construisait les fondations d'une maison, avec beaucoup de difficultés et de dépense, pour ensuite tout laisser à la ruine[84].

L'homme a une capacité de développement, qu'il n'utilise pas dans ce monde, ou n'utilise que de façon partielle. Si tout, dans la création divine, a un sens, cette faculté de l'homme n'est pas non plus gratuite et doit pouvoir s'actualiser dans un autre monde. À sa mère, qui se plaint lorsqu'il parle de logique, Gödel ne précise pas plus son argument. On peut pourtant le rapprocher des discussions sur le théorème d'incomplétude et, en particulier, de cette remarque que l'esprit « n'est pas statique mais en constant développement ». L'argument donné à Marianne réaffirme : (1) que l'esprit a la capacité d'un développement indéfini, mais (2) que celui-ci ne peut pas se réaliser dans ce monde et, par conséquent, tant que l'esprit est attaché au cerveau. Il est clair, à l'inverse, que si l'esprit pouvait réaliser dans cette vie son développement indéfini, qui lui permet de surpasser la machine de Turing et de résoudre la totalité des problèmes mathématiques (ou de transformer les mathématiques en un édifice complet), l'argument tomberait en grande partie. Nous aurions dans cette vie résolu tous les problèmes que nous pouvons nous y poser. Il serait alors impossible (dans ce domaine rigoureux que sont les mathématiques) de mettre en évidence quoi que ce soit qu'il nous resterait à apprendre et qui exigerait une autre vie.

Les arguments de Gödel pour une vie éternelle semblent toujours faire intervenir le théorème d'incomplétude. Le premier argument part de l'irréductibilité de l'esprit au cerveau, qui se déduit de l'optimisme rationaliste (toute proposition que nous pouvons formuler doit pouvoir recevoir ou une preuve ou une réfutation), du théorème d'incomplétude (une machine de Turing ne peut pas résoudre la totalité des problèmes diophantiens) et du résultat empirique que le cerveau est une machine de Turing. Le second argument part lui-même de deux hypothèses. La première est inspirée du principe leibnizien de raison suffisante : « L'idée que tout dans le monde a un sens est, après tout, précisément analogue au principe que tout a une cause, sur lequel la totalité de la science repose[85]. » La seconde est qu'il y a dans l'homme une capacité de développement qui ne peut pas se réaliser dans cette vie. Mais cette hypothèse semble bien supposer que la machine qu'est le cerveau ne peut pas contenir dans son programme de solutions à la totalité des problèmes diophantiens, ce qui est au fond le théorème d'incomplétude.

Bien entendu, la thèse d'une vie après la mort n'est pas une conséquence du théorème d'incomplétude, qui, dans les arguments de Gödel, est joint à d'autres principes, comme le principe de raison suffisante. Néanmoins, ces principes qui viennent donner sa portée au théorème d'incomplétude sont tout à fait classiques. Le premier argument, par exemple, se laisse décomposer de la façon suivante : (1) admettre que l'homme peut résoudre tout problème qu'il peut se poser ; (2) admettre que le cerveau est une machine de Turing ; (3) en déduire que le fonctionnement de l'esprit est irréductible à celui du cerveau ; (4) remarquer que la façon la plus simple de dissocier le fonctionnement de l'esprit et celui du cerveau est d'accorder à l'esprit un nombre infini d'états possibles ; (5) raisonner que, si l'esprit doit pouvoir prendre des états internes plus nombreux que ceux dont est susceptible le cerveau, il faut que l'esprit soit une entité distincte du cerveau (non « réductible » au cerveau) ; (6) conclure que, si l'esprit est une entité distincte du cerveau, il doit pouvoir exister sans le cerveau. On trouverait dans la tradition philosophique des précédents « respectables » pour chacune de ces étapes et, dans la philosophie contemporaine, des débats concernant chacune de ces questions. Pourquoi alors la conclusion que le théorème d'incomplétude implique dans un contexte raisonnable l'immortalité de l'âme paraît-elle (me paraît-elle en tout cas) « folle » ?

13. L'incomplétude, le mal et le diable

Il semble, c'est vrai, qu'il y ait deux voies pour la résolution par l'homme des problèmes mathématiques : un développement indéfini de l'esprit humain, ce qui exige une vie éternelle, ou une intuition absolue, analogue à celle des philosophes et qui révèle d'un seul coup l'univers mathématique. Seulement, cette intuition absolue met dans l'esprit une complexité que le cerveau ne peut supporter. Il faut que s'opère à cet instant une disjonction entre l'esprit et le cerveau. Il faut que se brise l'harmonie que Dieu a mise dans les choses, cette harmonie (on le verra) par laquelle mon bras se lève de lui-même au moment où je pense à lever mon bras sans qu'il y ait d'influence réelle de mon esprit sur mes muscles. En cela, l'intuition absolue est contre nature, comme un miracle ou un accident de la création ou l'œuvre du diable, quelque chose en tout cas qui ne devait pas se produire. Et c'est pour cela, parce que l'intuition absolue est impossible dans le fonctionnement normal de la nature créée, que Dieu nous a donné la vie éternelle. Si cette intuition se produisait, ou se produisait habituellement, la vie éternelle n'aurait plus la fonction que Gödel lui donne, elle n'aurait plus de sens et, de fait, dans la mesure où nous n'aurions plus rien à y apprendre, elle serait un ennui infini. L'intuition absolue est, comme cet œil pinéal qui en est l'organe, un point d'achoppement dans la métaphysique de Gödel.

Peut-être aussi ne faut-il pas chercher une cohérence trop rigoureuse dans les notes de Gödel. Les textes sur lesquels je m'appuie sont bien des notes, de courts fragments, qui s'échelonnent sur environ trente-cinq ans. Gödel pose des problèmes, fait des hypothèses, tente des solutions qu'il abandonne par la suite. Il hésite. Il y a des points qui ne sont pas fixés. Il y a des contradictions entre les notes et, apparemment, avec les articles que Gödel a publiés de son vivant. Par rapport aux textes publiés, il y a, outre les tensions qui viennent de l'évolution de la pensée du logicien, un hiatus qui tient à sa prudence. Gödel cache ses thèses fantastiques : il les omet ou les recouvre sous des énoncés en apparence neutres et qui ne disent rien à qui ne connaît pas déjà ses thèses.

Je laisse donc délibérément de côté les articles publiés qui ne montrent rien, ou presque rien, du monde fantastique dans lequel vit le logicien, et je me concentre sur les brouillons, les notes. C'est dans ces écrits – que le logicien garde pour lui – que l'on rencontre les thèses « folles ». Le théorème d'incomplétude y semble justifier la vie éternelle. Il y semble également expliquer l'existence du mal.

> De la véridicité (*Wahrhaftigkeit*) de Dieu, il suit : tout est comme nous le percevons mais nos perceptions sont incomplètes (*unvollständig*). Nous percevons seulement une partie des choses et seulement une partie de ces parties[86].

Gödel reprend la thèse classique : Dieu n'est pas trompeur. Il ne joue pas à nous induire en erreur. Et ce qui m'apparaît comme irréductiblement évident et que je n'ai alors aucun moyen de corriger doit être, en effet, vrai. Seulement, Gödel est leibnizien et, dans ce cadre, Dieu n'a pas choisi les lois logiques. C'est-à-dire, à partir du moment où il a créé la matière, un monde matériel, il est contraint par les lois qui s'appliquent à celui-ci et contraint en particulier par le théorème d'incomplétude qui dit (à la condition que les lois physiques soient, comme le veut Gödel, et quantiques et déterministes) que tout système physique, avec un nombre fini de particules élémentaires, comme le cerveau, est incomplet et ne peut pas produire toutes les propositions vraies d'une théorie arithmétique (permettant par exemple de formuler les problèmes diophantiens). L'esprit humain, que Dieu attache à un tel cerveau, reste donc incomplet tant qu'il fonctionne en parallèle, en harmonie, avec le cerveau : il ne peut pas connaître la vérité entière. Dieu n'est pas trompeur mais ne peut rien pour remédier à ce défaut dont la cause est logique. Ou, comme le montre Gödel à sa mère, il peut seulement nous assurer une autre vie dans un autre monde (avec un autre corps, peut-être, comme celui des anges, fait de concepts), où ce qui échappait à la connaissance dans cette vie nous apparaît enfin.

Dieu ne trompe pas mais, en nous plaçant dans un monde matériel (pour une raison que nous ne pouvons pas comprendre), il ne nous offre qu'un cerveau incomplet et des langues incomplètes. Nos langues, lorsqu'elles sont rigoureuses et procèdent selon des axiomes bien déterminés et des règles sans ambiguïté, c'est-à-dire lorsqu'elles sont formelles et procèdent mécaniquement, sont incomplètes. Et Dieu lui-même n'y peut rien. Ni Dieu ni la langue ne nous trompent.

> Comme la science affirme que les sens nous trompent, la philosophie affirme que la langue nous trompe (mais la langue est seulement incomplète et ne nous trompe pas)[87].

Gödel reprend également la thèse classique, que le péché tient à l'ignorance. C'est par ignorance du bien que nous faisons le mal. Or, cette ignorance du bien vient d'abord de ce que, par nature, nous ne pouvons pas connaître la vérité entière, saisir le domaine entier de la réalité conceptuelle :

> La possibilité du mal ne naît que parce que nous ne percevons pas certaines essences conceptuelles et que nous ne percevons beaucoup des relations entre les concepts que de façon empirique[88].

Ou encore :

> [...] une représentation imparfaite (*unvollkommene*) des concepts (existence du péché)[89].

Le théorème d'incomplétude, qui montre que nos langues et nos cerveaux sont incomplets, semble donc bien expliquer l'existence du mal dans ce monde. Dans la mesure où nous pensons dans nos langues ou tant que nous pensons en parallèle avec notre cerveau (sans entrer dans des états qui n'ont pas de correspondants dans le cerveau), nous n'avons qu'une connaissance incomplète du domaine conceptuel, avec une ignorance qui nous permet de tomber dans le mal. Et, à nouveau, Dieu ne pouvait pas éviter ce mal, qui a une raison logique.

Je crois du reste qu'il y a pire. C'est que l'incomplétude ouvre la place au Grand Tentateur, le diable. Je n'en suis pas tout à fait certain et je n'ai pas trouvé de textes qui établissent ce point de façon claire. Mais on ne dispose à l'heure actuelle que d'une moitié seulement des cahiers philosophiques et il me semble y trouver quelques indices. Il se peut aussi que Gödel lui-même hésite.

L'idée est la suivante. Au début des *Méditations métaphysiques*, Descartes imagine un Malin Génie qui le tromperait et lui donnerait de fausses évidences, ou qui ferait en sorte que ses évidences soient erronées. Nous avons des évidences mathématiques, nous sommes convaincus que deux et trois font cinq, mais ce serait là une illusion dont nous convainc ce malin génie, un peu comme s'il nous hypnotisait. Seulement, Descartes prend appui sur le « Je pense donc je suis », qui est indubitable. De là, il prouve l'existence de Dieu. Or Dieu n'est pas trompeur et ne laisserait pas faire le Malin Génie. Ce qui m'apparaît comme évident, et que je n'ai aucun autre moyen de vérifier, est vrai.

Maintenant, que devient ce raisonnement dans la métaphysique de Gödel ? Nous disposons du moins de langues qui ne trompent pas. Ce sont les systèmes formels. Nous utilisons des symboles selon des règles définies sans ambiguïté : nous ne réfléchissons pas, nous appliquons les règles et nous déduisons alors des propositions à partir des axiomes. Nous gardons sous les yeux le dessin entier de la démonstration et nous vérifions sur cette image (en la considérant comme une impression sensible et sans devoir supposer la réalité des objets qu'elle montre) que chaque étape illustre une règle convenue. Nous ne pouvons pas nous laisser induire en erreur. Seulement, ces langues qui ne trompent pas sont incomplètes et ne permettent pas ou de démontrer ou de réfuter les propositions qu'elles permettent de formuler. Pour décider de ces propositions (dans ce monde et en attendant la vie éternelle), il faut chercher des intuitions qui supposent des états mentaux sans corrélats cérébraux et, ainsi, qui rompent cette harmonie que Dieu a instituée entre la pensée et la matière. Dieu peut-il garantir ces intuitions ? C'est ce dont il arrive à Gödel de douter.

> Les évidences ont souvent la forme de suggestions extérieures (*Einflüsterungen*). [...] Les évidences, à propos des mêmes questions, peuvent se modifier d'un jour à l'autre. Elles sont un [?] qui s'accomplit dans l'inconscient, de façon automatique, facile mais souvent fausse. Que nous sommes sous la puissance du diable signifie : [...] bien souvent que nous ne sommes pas placés devant de véritables choix [...]. Nous voyons comme un aveugle de la rétine ou comme à travers une oreille [*sic*]. Nos évidences directes se contredisent les unes les autres[90].

Se pourrait-il donc que le diable en personne nous suggère ainsi ces évidences changeantes ? Le diable, contre lequel Dieu ne pourrait rien, car ce que nous cherchons est indécidable dans les langues rigoureuses dont nous disposons dans ce monde matériel ?

Cette note d'un cahier philosophique est particulièrement mal écrite. La transcription n'est pas sûre. Certains passages (que j'ai laissés de côté) sont dépourvus de sens, soit que Gödel, dans son emportement, ait omis des mots, soit que son écriture altérée ait rendu la transcription impossible. Cependant, à parcourir les cahiers philosophiques, il n'y a pas de doute que Gödel croit à l'existence du diable. On le verra, c'est parfois une véritable angoisse. Mais il y a peut-être aussi un diable du philosophe, comme on parle d'un Dieu des philosophes, un diable qui possède une fonction épistémologique. Si le mal est dans l'ignorance, ou dans l'erreur, et si la pensée naturelle (la pensée qui suit le mécanisme du cerveau) ou la pensée rigoureuse (qui se fait par démonstrations formelles) est incomplète, cette incomplétude explique le mal et laisse ouverte la possibilité d'un diable qui nous suggère des évidences trompeuses, contre lesquelles nous ne pouvons pas nous défendre. Le diable est la figure de l'erreur comme Dieu est celle de la vérité. Ainsi, ce parallèle que fait Gödel :

> P et non-P se distinguent bien peu de l'extérieur.
>
> Dieu et le diable que l'on peut facilement confondre ([ils sont] isomorphes)[91].

Si Dieu possède la vérité, ou si son entendement contient le système des vérités, le diable représente sa négation, et l'on passe de Dieu au diable par un simple changement de signe.

Nos intuitions, ou certaines d'entre elles, peuvent-elles nous venir du diable ? Comment savoir ? Si nos intuitions concernent des ensembles abstraits et ne se laissent pas déduire des quelques axiomes dont nous disposons (l'arithmétique et le système usuel de la théorie des ensembles que, sans doute, nous ne remettrons pas en question), nous n'avons aucun moyen de les vérifier. Faut-il alors en accepter l'évidence apparente, qui est du reste changeante, ou dire qu'elles dépassent la connaissance strictement humaine (celle dont est capable l'esprit qui reste lié à un cerveau) et suspendre notre jugement ? L'intuition absolue, qui ouvre à l'édifice complet des mathématiques, suppose une rupture dans l'harmonie entre l'esprit et la matière, une harmonie qu'a établie Dieu. Dieu peut-il avoir voulu rompre cette harmonie ?

Dans une note (également obscure, comme si l'écriture de Gödel s'affolait lorsque y apparaît le diable), Gödel distingue les lois naturelles et ce qu'il appelle la structure du monde. On s'en souvient, la « structure du monde » est un système de lois surnaturelles, qui expliquent des coïncidences bizarres entre des événements apparemment indépendants, un système de lois qui menacent également les philosophes. Husserl, qui avait atteint la connaissance absolue, n'a pas pu publier ses découvertes, « la structure du monde – dit Gödel à Wang – l'aurait détruit ». Or, dans une note du cahier philosophique X, « la structure du monde » apparaît comme « véritablement la légalité dont il est le plus clair qu'elle dépend du “Créateur du monde” et de sa “Providence”[92] ».

Faut-il en conclure que c'est Dieu qui persécute les philosophes ? On peut comprendre que Dieu n'aime pas les philosophes. Il a réglé l'univers de telle sorte que la pensée se développe parallèlement à la matière, l'esprit parallèlement au cerveau. Il savait que cela ne nous laissait qu'une connaissance incomplète et ouvrait la possibilité du mal. Mais il nous donnait aussi une vie future, où nos intuitions se compléteraient et où nous comprendrions nos erreurs passées. Seulement, il y a des philosophes qui, avec l'aide du diable (ce ne peut être que lui), s'efforcent de transgresser cette harmonie préétablie pour saisir dès maintenant une vérité qui est réservée pour la vie future. Gödel a plusieurs fois évoqué avec sa mère le personnage de Faust.

Il faut, je crois, lire les notes de Gödel une à une. Gödel peut, dans certains textes, soutenir que les problèmes posés dans nos théories, les problèmes diophantiens par exemple, exigent de nouvelles intuitions et esquisser des pistes pour la définition d'une procédure non mécanique qui permettrait de formuler un système d'axiomes pour lequel vaudrait une propriété de complétude. Il peut également fonder son argument pour la réalité des objets sur l'incomplétude de notre connaissance et croire que nos seules intuitions nous viennent d'une raison inconsciente, sous-jacente à l'*ego*. Et, dans des moments de doute, de désarroi, il peut enfin penser que la connaissance complète de l'édifice mathématique n'appartient qu'à la vie future, ou se demander si ces intuitions dans cette vie ne lui viennent pas du diable. Ce sont différentes voies que Gödel suit sans réussir à (ni forcément vouloir) les faire se rejoindre. Il ne faut pas voir dans les notes un système mais, les considérant chacune pour elle-même, des indices qui révèlent les préoccupations « folles » du logicien et, par fragments, le monde tel qu'il l'imagine.

14. Un fou dans un monde de machines

On trouve une autre application du théorème d'incomplétude dans une lettre à un philosophe américain, David Scurlock :

Princeton, 15 mars 1961

Cher M. Scurlock,

[...]

J'ai prouvé qu'un système d'arithmétique complètement formalisé (comme une machine) est ou bien inconsistant ou bien incomplet. De même, peut-être, on peut s'attendre à ce qu'une société sans liberté aucune (c'est-à-dire procédant en tout selon des règles strictes de « conformité ») sera, dans son comportement, ou bien inconsistante ou bien incomplète, c'est-à-dire incapable de résoudre certains problèmes peut-être d'importance vitale. Aussi bien l'inconsistance que l'incomplétude peuvent bien sûr mettre en danger sa survie dans une situation difficile. Une remarque similaire pourrait s'appliquer aux êtres humains individuellement[93].

Dans le brouillon de cette lettre, on lit :

Il y a une analogie entre (1) une arithmétique formalisée [barré ici : robot ?] et une société sans liberté aucune (sujette à des règles mécaniques de comportement et d'action, des règles mécaniques de cond.[itionnement]) ; (2) une arithmétique intuitive qui admet l'introduction de nouveaux axiomes à n'importe quelle étape et une société démocratique et libre. De même pour les êtres humains individuellement[94].

Gödel n'est certainement pas en train d'opposer la société américaine, libre et démocratique, au modèle soviétique, conformiste et mécanique. Ce n'est certes pas la liberté qui, dans l'esprit de Gödel, caractérise les sociétés capitalistes (pas plus que la société soviétique des années cinquante), on le verra. Le problème dans cette lettre est, je crois, plutôt métaphysique que politique. C'est que, tant que nous utilisons notre cerveau, ou pensons en parallèle avec le cerveau, sans recourir à ces intuitions qui ne s'inscrivent pas dans le cerveau, nous sommes de telles machines, ou inconsistantes ou incomplètes, et que nos sociétés également sont, ou inconsistantes ou incomplètes, et en tout cas non libres.

Mais imaginons qu'un logicien accède brusquement à ces intuitions, qu'il ouvre tout grand son œil pinéal qui le projette dans le monde des concepts et lui en donne une connaissance absolue. Il en revient détenteur d'une série de principes et d'inférences que ses concitoyens ne comprennent pas, qu'ils ne peuvent pas suivre, puisque leur pensée à eux est déterminée par des règles mécaniques. Le discours du logicien, quand il essaie de communiquer, de façon inadéquate, ces intuitions dans nos langages, est réellement insensé. On l'écoute mais on ne le comprend pas, on ne comprend pas comment s'enchaînent ses phrases, selon quelle logique, selon quelles règles. Si on croit le comprendre, on se trompe. Ses énoncés ne s'enchaînent selon aucune règle, aucune règle de la nature de celles que l'on connaît. Le logicien est absolument fou. Cela peut ne pas se voir, si son discours est mal compris et chaque segment de ce discours confondu avec la parole mécanique à laquelle on est habitué. Peu importe. Que cela se voie ou non, le logicien, dans ce monde de machines, est fou : son discours suit une logique, une procédure, qui dépasse toutes celles dont l'homme est capable, l'homme c'est-à-dire un esprit attaché à un cerveau qui en reflète les processus. C'est un discours qui ne devait pouvoir s'actualiser que dans la vie future.

Il y a donc une folie qui n'est pas seulement telle par opposition à l'esprit du temps, une folie qui ne se caractérise plus seulement par des positions que l'esprit du temps juge hors de propos. Cette « folie » restait relative à l'esprit du temps. En revanche, la folie du logicien, qui a ouvert son œil pinéal dans un monde de machines, est absolue, en ce qu'elle suit une logique qui dépasse ce que l'homme en général, avec son cerveau mécanique, doit pouvoir penser. C'est aussi au fond la folie du Malin Génie de Descartes (le Malin Génie, pour me tromper, doit être imprévisible et me dire tantôt le vrai tantôt le faux, en suivant une logique qui me dépasse, de telle sorte que je ne puisse pas anticiper sur la règle qui détermine s'il dit vrai ou non). Et c'est cette folie que Gödel espère, parce qu'elle peut ouvrir à une connaissance absolue et signifier du même coup la reconquête de cette raison inconsciente qu'on décèle parfois dans son esprit. Et c'est cette folie que Gödel craint parce qu'elle peut aussi bien être l'œuvre du diable qui suggère, sans que l'on comprenne pourquoi, des évidences illusoires, et mauvaises.

PARTIE IV

Le cas Post : une brève digression

1. Un autre logicien « fou »

Peut-être le problème d'une définition de la calculabilité et, ensuite, celui d'évaluer la thèse de Turing risquent-ils toujours de rendre fou. Qu'est-ce que penser selon des règles qui prescrivent chaque action, sans ambiguïté ? Et peut-on penser autrement que selon de telles règles ? L'esprit humain est-il déterminé par un tel programme qu'il suivrait sans le savoir ? Turing donne un schéma qui explicite la pensée réglée, finie, qui permet de raisonner sur elle et d'en considérer la totalité. Penser selon des règles bien définies, dira-t-on après Turing, c'est penser comme une machine, une machine de Turing. Sommes-nous alors des machines de Turing ? Ou peut-on faire dévier l'esprit en quelque sorte pour qu'il se détache de ces programmes ? Peut-on imaginer un processus de pensée qu'aucune machine de Turing ne serait capable de reproduire ? C'est-à-dire formuler d'autres règles, un mode de raisonnement qui serait alors inouï (comme personne n'en a encore imaginé), ou prouver que l'esprit humain peut penser sans suivre aucune de ces règles mécaniques et, en ce sens, librement. On essaie, on joue sur son esprit. Il y a forcément à l'horizon le spectre de la folie, de ce qui est dans un monde de machines un dérèglement véritable, et le risque de la « folie », d'un léger décalage par rapport à l'« esprit du temps » et à nos pensées habituelles.

Emil Post, en tout cas, est un autre logicien « fou », et il est « fou » plus visiblement encore que Gödel. Post meurt le 21 avril 1954, alors qu'il est interné depuis l'été 1953. Le certificat de décès mentionne un infarctus consécutif à un traitement par électrochocs. Ce n'est pas la première fois que Post subit des électrochocs. En 1947, il y voyait un « traitement presque miraculeux[1] ».

Emil L. Post naît le 11 février 1897 en Pologne, dans une famille juive de Krasnapol, les Postawelski. La famille émigre aux États-Unis en 1904. Le père et l'oncle tiennent une boutique à New York sur la 14e rue. Ils américanisent leur nom en Post. Emil est un élève doué, qui fait toute sa scolarité dans des écoles gratuites, puis à l'université avec des bourses. À 13 ans, il est victime d'un accident stupide. Il joue au ballon dans la rue, le ballon roule sous une voiture stationnée. Pour le rattraper, Emil glisse son bras sous la voiture qu'un autre véhicule vient heurter. Il est amputé du bras gauche.

Lui-même ne parle apparemment jamais de cet accident, et je ne le mentionne que pour expliquer ses poses inhabituelles sur les photographies, où est toujours caché ce bras gauche qui manque (fig. 6). Dans ses textes logiques, il ne parle pas non plus de ses origines juives, sinon peut-être une référence, sous couvert de mathématiques, dans une lettre à Church, au cours des derniers mois de son existence.

Post obtient sa thèse à l'université de Columbia en 1920. Il passe l'année 1920-1921 à Princeton. Il dispose d'une bourse qui lui permet de se consacrer entièrement à la recherche. Il commence alors un jeu dangereux, mais sans le savoir et sans que personne ne puisse rien lui dire : il a une quinzaine d'années d'avance sur le développement de la logique. De fait, il se demande, comme ensuite Church, Gödel et Turing, ce que c'est que la pensée réglée, la pensée qui se fait selon des règles et qui aboutit en un nombre fini d'étapes, et il se demande aussi s'il y a des problèmes insolubles pour la pensée réglée, finie : c'est-à-dire si les théories axiomatiques sont incomplètes. Mais il a peut-être pris un mauvais départ, adopté une perspective trop ambitieuse. Post possède déjà une définition plausible de la pensée réglée (la pensée finie, dit-il), une définition qui se révélera être équivalente à celles de Church et de Turing. Il ne publie pourtant rien. Il veut plus que cela. Il veut montrer que la pensée humaine est toujours réglée en ce sens et que l'esprit suit toujours des règles telles que celles que, lui, Post est en train de caractériser. Il lui faut donc interroger l'esprit et analyser le fonctionnement de la pensée. Et Post se penche en particulier sur des moments singuliers, où l'esprit justement semble se dérégler : interrompre son fonctionnement habituel pour dépasser les règles qu'il s'était d'abord données.

Post a sa première crise en 1921, puis une deuxième en 1924. Il dit en anglais *breakdown*, qui signifie habituellement « dépression »,

Fig. 6. Emil L. Post entouré de sa fille et sa femme.

ou « panne », comme la panne d'une machine. Je parle de « crise » parce que les *breakdowns* de Post commencent par un état de surexcitation que le mot « dépression » n'exprimerait pas.

Après 1924, et sa deuxième crise, Post disparaît du champ de la logique. Il a mauvaise réputation (« il est fou ») et ne trouve de poste dans aucune université. Il enseigne au lycée, avec des horaires qui ne lui permettent pas de travailler à ses recherches. Et il semble que la logique ne convienne pas à sa santé. Cependant, il publie quelques articles en mathématiques, sans rapport avec la logique. Il voit l'article de Gödel en 1931, puis les textes de Church, sur la définition de la calculabilité. Il écrit à celui-ci pour lui en demander des exemplaires, et mentionne qu'il a lui-même travaillé sur ce thème en 1921. Church est curieux des recherches de Post. Ils échangent quelques lettres. C'est le début d'une correspondance régulière. Mais Post s'aperçoit que la logique l'a rattrapé et qu'il ne reste presque rien de ses idées qu'un projet trop ambitieux et quelques bribes. Il réussit quand même à tirer de ses anciens cahiers une autre formulation de la définition de la calculabilité, qui met en jeu un ouvrier travaillant à la chaîne. C'est à ce moment précis que Turing introduit ses machines, qui font la même chose que l'ouvrier de Post mais de façon apparemment plus convaincante.

À partir de 1936, Post reprend peu à peu le travail, avec la peur des « crises » : « Deux heures par jour cinq jours par semaine est tout ce que ma santé me permet de consacrer au travail scientifique[2]. » Post chronomètre ses séances de travail. Il s'arrête au bout de deux heures, et il a toujours deux thèmes en cours, qu'il alterne, une semaine chacun. Et, pourtant, il connaît, à intervalles réguliers, de nouvelles crises. La « folie », la lutte contre la « folie », est omniprésente dans les cahiers de Post : la mesure précise des heures de travail, les signes qui poussent Post à s'arrêter et, au contraire, ceux qu'il ne voit pas, bien qu'ils soient pour moi, qui lis par-dessus son épaule, évidents. Il y a quelque chose de vraiment malheureux dans la vie de Post : dès qu'il approche d'une découverte, à chaque bonne surprise, il chancelle et, inévitablement, il tombe et disparaît à nouveau pour quelques mois. Le cahier s'arrête. Voici un exemple parmi d'autres. Post vient d'être titularisé sur son poste de professeur au City College de New York. Le même jour, il a reçu une lettre élogieuse d'un autre logicien, Kleene :

29/11/1949

Session d'une heure peut-être moins. Aurait dû être deux heures mais trouble causé par la conjonction de ma promotion et découverte que « mes 52 ans » ne se voient pas (lettre de Kleene) m'ont presque conduit à la crise. Et encore aujourd'hui mal réglé, rêveries d'un côté, mauvaise estimation du temps passé de l'autre.

Avant 1850 : Cauchy, etc.
1850-1900 : Cantor, etc.
1900-1950 : Physique
1950-?

Avant, c'eût été le signe certain d'une crise imminente. Maintenant rêve « il a été guéri au tournant de la première à la seconde moitié du vingtième siècle dans la 29e année de sa maladie ».

Ah oui. Hier Gertrie [l'épouse de Post] a pris rendez-vous pour moi chez le Dr Rello [?] du Long Island Home, sans me prévenir. Trop tard pour y aller. Ou est-ce demain ?

Dans la situation présente, continuer à travailler est hors de question.

On tourne la page. Trois mois ont passé :

15/02/1950

Sessions d'une heure jusqu'à nouvel ordre. « Cela » est arrivé[3].

Il y a aussi les lettres. De temps en temps, Post prend peur, peur de ne pouvoir poursuivre ses recherches, ou bien parce que ses idées viendraient aussi à un autre logicien, plus rapide et plus habile que lui, qui lui volerait à nouveau une célébrité qui lui est due, ou bien simplement à cause de quelque accident, comme ce 3 novembre 1950, quand le logicien se convainc que New York risque d'être bombardé la nuit suivante. Dans ces cas-là, il écrit pour confier ses idées, le plus souvent à Church. Ce sont de longues lettres d'une dizaine de pages, rédigées à la hâte et dont, au fur et à mesure, l'écriture s'emballe. Post multiplie les remarques annexes et, bientôt, on ne sait plus de quoi il parle. Le texte semble peu à peu perdre son sens. Peut-être n'y faut-il pas chercher justement un sens logique. Ou la logique n'est qu'un prétexte pour parler d'autre chose, et il n'importe pas alors que ces lettres aient un sens logique, ou non. Elles sont sans exception suivies d'une crise, que, le plus souvent et avec une inlassable naïveté, Post ne voit pas venir :

> J'avais prévu de travailler une heure et cela fait cinq heures. [...] Mais puisque j'écris, non parce que je crains de perdre mes idées dans une crise, mais parce que, qui sait ?, je crois que New York risque d'essuyer un bombardement atomique cette nuit, je ne pense pas que cela affectera ma santé[4].

Il arrive rarement (mais c'est alors de façon poignante) que Post ait conscience de la crise qui approche :

> *P.-S.* Ma femme est très inquiète. Je lui ai raconté pour la première fois l'histoire exacte de mes hauts et de mes bas mentaux, et du pire que bas, depuis la première occurrence lorsque j'essayais de résoudre [mon] problème vraisemblablement insoluble à Princeton. Et comment avec cinquante ans d'expérience et une importance moindre accordée aux succès ou aux échecs personnels, avec environ 70 - 50 = 20 ans de vie encore... [phrase inachevée]. Mais je vois que mes cinquante ans d'expérience ne suffiront peut-être pas. Que Dieu m'aide alors[5].

Ce *post-scriptum*, qui n'est pas daté, doit avoir été écrit en 1947. Il reste donc à Post sept années à vivre, dont la dernière sera en grande partie passée à l'hôpital.

2. Une étoile

> 29 janvier 1954
> New York State Hospital
>
> Cher Church,
>
> Je sais que tu me croiras si je te dis que depuis ta dernière et merveilleuse lettre en réponse à ma « Philosophie symbolique », je n'ai eu qu'un jour dehors (le 14 septembre, de 9 heures du matin à 9 heures du soir) dans mon quartier, deux trajets en ambulance et un trajet en bus et rien d'autre.

> Je suis désolé de t'utiliser et d'utiliser notre sujet de cette façon. Si dans les dix minutes qui suivent, on ne m'appelle pas pour me faire sortir, je t'enverrai les pièces ci-jointes dans l'état où elles sont.
>
> Désolé.
>
> Comme toujours,
>
> Emil L. Post[6]

J'ai vu les « pièces jointes », des bouts d'enveloppe sur lesquels Post définit ce qu'il appelle une « étoile de David généralisée », un fractal en réalité, le « flocon » de Koch (fig. 7).

On prend une étoile, deux triangles équilatéraux inscrits dans un même cercle et symétriques par rapport au centre du cercle. On pose sur chacun des 12 côtés de cette étoile un triangle équilatéral dont le côté est le tiers de celui sur lequel il est posé. Et on obtient une nouvelle figure, avec 48 côtés, sur lesquels on pose à nouveau des triangles équilatéraux, trois fois plus petits et ainsi de suite, à l'infini. L'étoile de David généralisée est l'ensemble des points vers lesquels tendent ces figures successives. « L'étoile de David généralisée a été – conclut Post – suggérée à l'auteur par la construction d'une figure fermée qui n'admet de tangente en aucun point. »

Sur le dessin, Post fait figurer le cercle dans lequel sont inscrits l'étoile initiale et chacun des six cercles dans lesquels s'inscrivent ensuite les triangles que l'on forme à la première étape du processus. La fonction de ces cercles n'est pas claire. Mais la définition de l'étoile de David généralisée, dans le texte qui accompagne le dessin, est tout à fait claire, comme ce résultat que la figure obtenue, fermée, continue, n'admet nulle part de tangentes. Post n'est pas insensé. Ce n'est pas qu'il aligne au hasard des mots auxquels il ne donnerait aucun sens. Pourtant, si Post ajoute en marge de son dessin la mention « connu par moi depuis 1925 », cette figure d'étoile, ou de flocon, et ce résultat que la courbe obtenue n'admet nulle part de tangentes, ont été obtenus en 1904 par un mathématicien suédois Helge von Koch. Il serait très étonnant que Post l'ignore. Peut-être, et plus vraisemblablement, Post entend-il donner une autre fonction à son étoile, une fonction en logique, qu'il oublie alors de préciser. Le passage est intitulé : « Une seconde solution continue aux logiques arborescentes, connue à l'auteur depuis 1925 ». Mais quelles logiques ? Et en quoi cette étoile en représente-t-elle la solution ? Post ne le dit pas. Il définit ce fractal, avec grande clarté, et le texte s'arrête, comme si le reste n'avait pas d'importance. Nulle part, dans les papiers de Post, je n'ai retrouvé cette étoile ou quoi que ce soit qui s'en approche et qui pourrait éclairer ce passage. Je ne sais donc pas quelle fonction Post entendait donner à ce fractal, ni quelle fonction cette étoile pouvait avoir prise dans son esprit et comme malgré lui. Je crois, je le répète, que la fonction logique, ou mathématique, n'a plus réellement d'importance. Dans ces lettres « folles », dont les thèses logiques peuvent être correctes ou non, dont les idées logiques peuvent être intéressantes ou non, Post parle d'autre chose et, ici, de quelque chose dont il a emporté le secret, peut-être de lui-même, comme un portrait abstrait et dont la ressemblance reste mystérieuse (avec cette signature que Post reporte au-dessus de l'étoile, comme pour dire : cela, c'est moi). La « folie » de Post, dans ses textes logiques, consiste à parler d'autre chose, qui ne nous concerne pas, dans quoi nous ne nous reconnaissons pas, sous couvert de logique, en prenant prétexte dans la logique : en imaginant des raisons logiques qui lui permettent de dire ce qu'il ne pourrait pas dire autrement. Et, évidemment, cela s'inverse. Nous sommes peut-être « fous » dans le même sens et prenons prétexte dans la logique pour parler d'autre chose, de machines, de nous-mêmes comme machines, ce qui, en janvier 1954, n'intéressait pas particulièrement Post, qui préférait les étoiles.

3. Des papiers et une rencontre

Il y a un travail mathématique de Post (sur les treillis par exemple) dont je ne parlerai pas. Dans cette courte digression, je ne m'intéresserai qu'à l'anticipation dans les années vingt et à la réception à partir de la fin des années trente des théorèmes de Gödel sur l'incomplétude et des thèses de Church et de Turing sur la calculabilité, et cela, je dois le dire, d'une façon biaisée. Je ne parlerai pas des résultats logiques, des théorèmes, qu'obtient Post dans les années quarante, mais uniquement de ses recherches, au sens le plus vague, de ses notes, de ses descriptions, pour essayer encore de comprendre comment s'exprime la « folie » en logique ou aux marges de la logique.

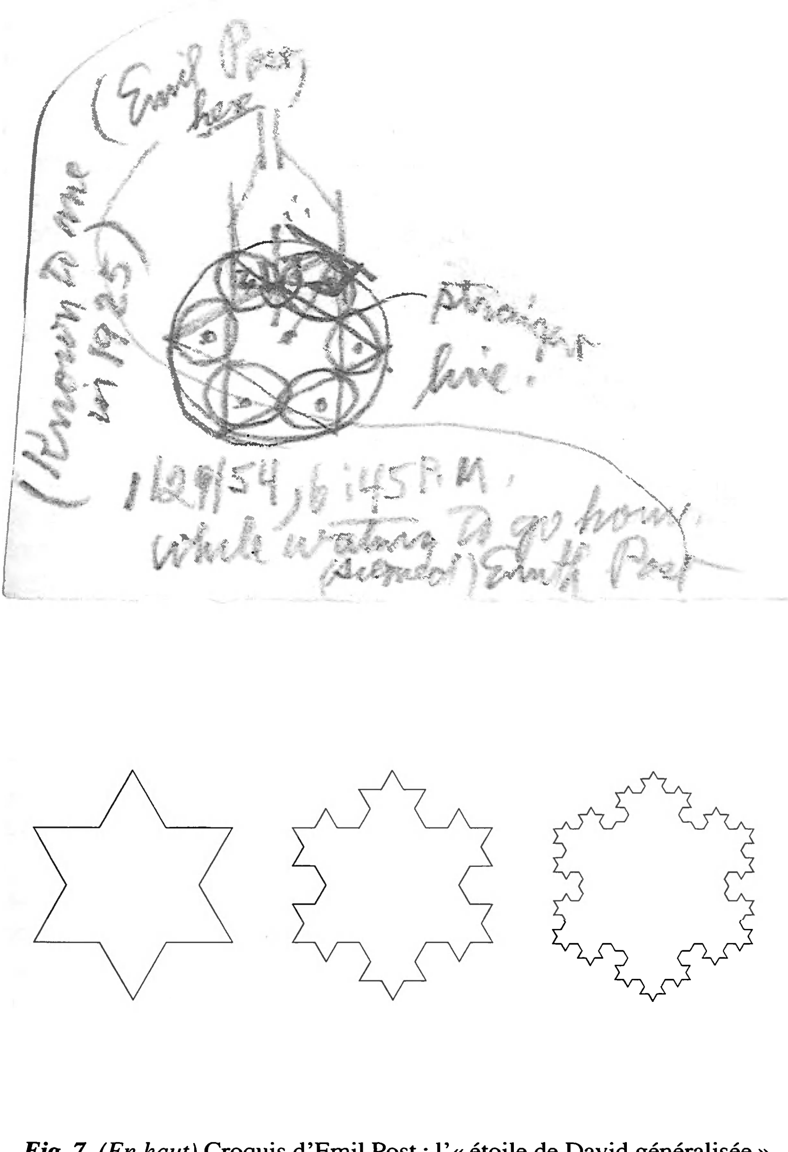


Fig. 7. *(En haut)* Croquis d'Emil Post : l'« étoile de David généralisée ».
(En bas) Les trois premières étapes dans la construction du flocon de Koch.

Post écrit en 1948 un long texte où il retrace son « anticipation » des années vingt. L'article est d'abord refusé et ne sera publié qu'en 1964, dix ans après la mort de Post donc, par l'un de ses élèves, Martin Davis.

La correspondance régulière avec Church éclaire la période 1936-1954 et les questions que se pose Post après Gödel et après Turing. Elle se trouve, dans les papiers de Church, à la bibliothèque de Princeton, à côté de ceux de Gödel. Les papiers de Post ont été déposés par M. Davis à la bibliothèque de l'American Philosophical Society, à Philadelphie. La collection est, pour l'essentiel, composée de cahiers de la même période 1936-1953, du moment où Post reprend le travail logique jusqu'à son dernier internement.

Dans son article sur son anticipation, mais aussi dans ses cahiers des années trente, Post cite des cahiers plus anciens de la période 1920-1924. Ceux-ci ont été perdus, vraisemblablement détruits par le logicien au cours d'une crise, ou par sa famille. Le travail logique est censé aggraver les symptômes de Post. Lors de certains internements, on lui interdit le papier. Il est donc possible que la famille ait voulu aider le logicien en supprimant ces cahiers auxquels il semblait attacher tant d'importance. Il n'en reste donc que les citations, les références que Post a pu y faire.

Post rédigeait ses lettres sans brouillons et on ne trouve donc dans ses papiers que les réponses que lui envoient ses correspondants : comme une conversation téléphonique que l'on n'entend que d'un côté et, en l'occurrence, du mauvais côté. Il y a aussi quelques lettres de la fille de Post, devenue Phyllis Goodman, qui, à une époque, a cherché quelqu'un pour écrire une biographie de son père. Elle parle librement de ses symptômes, avec l'idée que ceux-ci sont inséparables de son « génie ». Et sans doute n'a-t-elle pas tort en ce sens qu'il y a une solidarité entre certaines questions que Post se pose et certains symptômes : certaines descriptions de l'esprit humain sont décalées, « folles », si l'on veut. Les lettres de sa fille retracent en tout cas quelques épisodes de la vie du logicien. On voit Post arrêté pour troubles à l'ordre public, Post pensant avoir découvert dans le ciel new-yorkais une nouvelle étoile qu'il appelle simplement « Post », et Post qui meurt sur un lit d'hôpital en répétant que Gödel l'a privé de ses résultats.

Évidemment, les deux logiciens se connaissent. Ils se rencontrent pour la première fois le 29 octobre 1938, à New York, lors d'une réunion de l'American Mathematical Society. Gödel est accompagné par Menger. Post parle à Gödel, presque uniquement à Gödel, de son anticipation du théorème d'incomplétude dans les années vingt. Il écrit ensuite à Menger pour s'excuser. Menger répond poliment :

> Cher Dr Post,
> Vous n'avez pas du tout été grossier lorsque je vous ai rencontré avec Gödel. Il était extrêmement intéressant d'écouter votre conversation[7].

Post écrit aussi à Gödel le jour même de leur rencontre une lettre pleine d'admiration :

> Cher Prof. Gödel,
> [...] Pendant quinze ans, j'ai porté avec moi la pensée de surprendre le monde mathématique avec mes idées hétérodoxes et, en rencontrant celui qui est principalement responsable de la disparition de ce rêve, je me suis peut-être laissé emporter. [...] Tout ce que je peux dire est que j'aurais *prouvé* le théorème de Gödel en 1921 – si j'avais été Gödel[8].

Gödel ne répond que six mois plus tard, après que Post lui a écrit trois lettres. Les deux ne s'entendront jamais bien. Au détour de l'un de ses cahiers, Post, qui a une question sur le théorème d'incomplétude, note que Gödel « n'est pas le genre à qui on demande quelque chose[9] ». Pourtant, Gödel a de nombreux correspondants qui lui posent des questions et à qui il répond (du moins, au brouillon, sans toujours envoyer la lettre qu'il a écrite). La mésentente entre Post et Gödel ne tient pas à la jalousie que Post pourrait avoir de la célébrité de Gödel. Post est lié à Church, qui laisse son nom à une thèse qui aurait pu être celle de Post. Ce n'est pas non plus que Gödel prenne ombrage des critiques que Post peut lui faire, car, en même temps, Post reconnaît pleinement la validité du théorème de Gödel et son caractère de théorème (à la différence de ses propres idées qu'il n'a que partiellement formulées). J'imagine d'abord entre les deux logiciens une inimitié personnelle, une antipathie immédiate et, au fond, due à ce que chacun voit chez l'autre une « folie » qu'il n'aime pas et craint pour lui-même.

Mais il y a aussi un véritable différend, logique. Le théorème d'incomplétude montre que tout système formel qui contient suffisamment d'arithmétique (et qui est consistant) permet de formuler des propositions indécidables. Cependant, celles-ci ne sont indécidables que relativement au système considéré et peuvent être démontrées dans un autre. Il est même possible de les ajouter comme axiomes pour obtenir un nouveau système dans lequel elles sont (trivialement) démontrables. L'indécidabilité de Gödel reste relative alors que Post cherche une indécidabilité absolue : des propositions, des problèmes qui soient absolument indécidables. Or Gödel, on l'a vu, ne croit pas à cette indécidabilité absolue, qui est contraire à son optimisme rationaliste. D'où, peut-être, une certaine hostilité de Gödel vis-à-vis de Post. Post note par exemple :

> Quand j'ai rencontré pour la première fois Gödel (il y a un an ou plus), je lui ai suggéré [la notion de] propositions absolument indécidables. [...] On analyse toutes les méthodes possibles de preuve et on trouve une propriété de celles-ci qui conduit à des propositions arithmétiques absolument indécidables. Gödel s'est moqué de l'idée (*poo-poohed the idea*). Dit en gros que c'était absurde[10].

C'est son projet depuis les années vingt que Post confie à Gödel : analyser toutes les preuves possibles pour mettre en évidence des problèmes qui ne pourront jamais être résolus, ou des séries de propositions qui ne pourront jamais être toutes ou démontrées ou réfutées. Le théorème de Gödel ne ruine donc pas le projet de Post, qui est plus large et plus ambitieux. Et c'est pourquoi, du reste, Post se remet au travail en 1936. Contrairement à ce qu'il dit à Gödel, il n'a pas perdu espoir. Son rêve ne s'est pas encore évanoui.

4. Le rêve de Post

Il est impossible, dans cette courte digression, d'entrer dans la technique des travaux de Post. Le résumé que je propose du parcours de Post reste donc tout à fait superficiel.

Dans sa thèse de 1920, Post introduit (à peu près en même temps que Wittgenstein) les tables de vérité. Celles-ci constituent une méthode réglée permettant de déterminer en un nombre fini d'étapes si, oui ou non, une formule est une tautologie du calcul des propositions. Le projet de Post est ensuite d'étendre ce résultat à l'ensemble des *Principia Mathematica* : trouver une méthode permettant de déterminer en un nombre fini d'étapes si, oui ou non, une formule est une conséquence des axiomes des *Principia Mathematica.* Post a 24 ans. Son programme est extrêmement ambitieux. Les *Principia Mathematica*, de Russell et Whitehead, donnent un système d'axiomes permettant de formaliser toutes les mathématiques connues. En imaginant une méthode, un algorithme permettant de déterminer si une formule est, ou non, un théorème des *Principia Mathematica*, Post aurait à lui seul virtuellement achevé les mathématiques de son temps : il aurait suffi, pour prouver un théorème, d'appliquer la méthode de Post, ce qui n'aurait pas demandé plus de réflexion (peut-être seulement plus de temps) que poser une multiplication à quatre chiffres.

Post réussit très vite à montrer que les *Principia Mathematica* se laissent traduire dans un système en apparence très simple, un « système normal ». Un système normal, sur un alphabet fini, est défini par une assertion initiale et des règles de la forme :

gP $\Rightarrow$ Pg′

où P représente une chaîne de caractères, variable, et g et g' sont fixés.

Par exemple, sur un alphabet composé de deux lettres, a et b, on pose :

(1) aP $\Rightarrow$ Pba

(2) bP $\Rightarrow$ Pab.

De l'assertion initiale *ab*, on tire par (1) *ab* $\Rightarrow$ *bba*, puis par (2) *bba* $\Rightarrow$ *baab*, puis par (2) *baab* $\Rightarrow$ *aaabab*, puis par (1) *aaabab* $\Rightarrow$ *aababba*, etc.

Maintenant, comment déterminer si une chaîne de caractères, disons *aabbaabaababa* peut être engendrée à partir de l'assertion initiale *ab* par application réitérée des règles (1) et (2) ? Plus largement, existe-t-il une méthode générale permettant de déterminer si, dans un système normal, une certaine assertion se laisse, oui ou non, engendrer par l'application des règles qui définissent le système ?

C'est de telles questions que dépend la résolution des problèmes mathématiques. Les *Principia Mathematica* se traduisant dans un système normal, une méthode de décision pour les systèmes normaux, déterminant en un nombre fini d'étapes si, oui ou non, telle assertion peut être engendrée dans tel système, serait une méthode de décision pour les mathématiques mêmes, vérifiant si, oui ou non, telle formule est un théorème des *Principia Mathematica* ou de telle de leurs extensions possibles.

L'apparente simplicité des systèmes normaux donne à Post l'espoir de trouver rapidement cette méthode de décision. Il s'aperçoit cependant peu à peu que la simplicité des systèmes normaux est trompeuse. Il commence à douter de l'existence d'une méthode de décision. C'est la première crise des années vingt.

Post revient au travail avec de nouvelles idées. Il a compris qu'il lui fallait à la fois élargir sa perspective et renverser complètement son programme de travail. Post se rend compte d'abord que ses systèmes normaux ont une grande généralité et que ce n'est pas par hasard que les *Principia Mathematica* s'y expriment. Le logicien conjecture que toute théorie mathématique, tout système d'écriture, en réalité, qui part d'assertions initiales bien définies et produit à partir de celles-ci de nouvelles assertions selon des règles bien définies, se laisse traduire dans un système normal. Les systèmes normaux semblent donc représenter une forme d'expression universelle dans laquelle toute pensée finie qui fonctionne selon des règles doit pouvoir se traduire. C'est une conjecture analogue à la thèse de Turing, qui vise à définir la pensée réglée, ou réglée et finie, la pensée dont un esprit fini peut suivre les règles. On pourrait dire : penser selon des règles univoques, c'est au fond penser dans un système normal. Et, on s'en apercevra dans les années quarante, c'est une conjecture équivalente à la thèse de Turing. Post obtient cette thèse dans la première moitié des années vingt.

Cependant, du même coup, Post réalise par un raisonnement comparable à celui que fera Turing que, si sa conjecture est vraie, c'est-à-dire si la pensée réglée d'un esprit fini s'exprime toujours dans un système normal, alors il existe des problèmes que cette pensée ne peut pas résoudre, c'est-à-dire – ajoute-t-il – que l'esprit humain ne peut pas résoudre. Les systèmes normaux permettent de mettre en évidence des problèmes qu'ils ne permettent pas de résoudre et, par conséquent, que la pensée réglée, finie, ou la pensée humaine en général, si elle est toujours en ce sens réglée, finie, ne peut pas résoudre.

Le raisonnement, qui est une variante de la méthode de la « diagonale » de Cantor, est le suivant. Considérons tous les systèmes normaux qui peuvent être définis sur un alphabet fini comportant la lettre *a*. L'ensemble de ces systèmes est dénombrable. Il est donc possible de numéroter ces systèmes. On demande alors : l'assertion *a*...*a*, composée de la seule lettre *a* répétée *n* fois, peut-elle être engendrée dans le *n*-ième système de cette énumération ? S'il existait une méthode uniforme, un algorithme permettant de décider de ces questions, il serait possible de constituer une liste d'assertions en suivant ces étapes : pour chaque *n*, on détermine, au moyen de l'algorithme, si l'assertion *a*...*a*, c'est-à-dire *a* répété *n* fois, est engendrée dans le *n*-ième système ; si c'est le cas, on n'inclut pas cette assertion dans la liste ; si ce n'est pas le cas, on l'inclut. La constitution de cette liste passe par des étapes bien définies. Et, pourtant, ce processus réglé, qui détermine la liste, ne peut pas s'exprimer dans la forme d'un système normal. Cette liste d'assertions que l'on a définie ne peut pas être engendrée dans un système normal (car ce système normal apparaîtrait dans l'énumération des systèmes normaux qui comportent la lettre *a*, ce serait le *p*-ième, disons, mais on a fait en sorte que l'assertion *a*...*a*, *a* répété *p* fois, figure dans la liste seulement si elle ne peut pas être engendrée dans le *p*-ième système normal). Il faut donc refuser l'hypothèse qui préside à ce raisonnement : l'existence d'une procédure de décision pour les systèmes normaux. La conclusion est que, si les systèmes normaux permettent d'exprimer tout processus de pensée réglé, ou réglé et fini, alors il n'existe pas de tel processus pour déterminer en général si une certaine assertion est, oui ou non, engendrée dans un certain système normal.

Post est convaincu que les systèmes normaux permettent d'exprimer tout processus de pensée dont l'esprit humain est capable. Le raisonnement précédent montre alors qu'il existe des problèmes insolubles pour l'esprit humain : savoir si telle assertion se laisse engendrer dans tel système normal est en général une question que l'esprit humain ne peut pas résoudre. Ou, autrement dit, l'esprit humain ne peut pas résoudre la totalité de ces questions. Il ne s'agit donc plus de chercher une méthode uniforme pour la résolution des problèmes mathématiques, comme Post a commencé par le faire. La logique maintenant est devenue un « nouveau champ qui concerne les limitations fondamentales des mathématiques ou, plus précisément, des mathématiques de l'*Homo sapiens*[11] ».

Ces limitations sont, pour Post, spécifiquement humaines. Il ne fait pas de doute que ces problèmes insolubles ont des solutions pour un esprit infini. Un esprit infini, un esprit par exemple qui vit un temps infini, peut engendrer une à une toutes les assertions qui se laissent engendrer dans un système normal. Il a donc toujours les moyens de savoir si telle assertion se laisse engendrer dans tel système[12]. C'est seulement le caractère fini de l'esprit humain, le fait que ses raisonnements ne peuvent mettre en œuvre qu'un nombre fini d'étapes, qui l'empêche de voir ces solutions que d'autres esprits, que « Ils », comme l'écrit parfois Post, avec une majuscule, connaissent.

Post rêve donc de mettre en « évidence les limites des facultés mathématiques de l'homme », « les limites de la puissance mathématisante de l'*Homo sapiens* »[13]. Et c'est sans doute son ambition qui le perd. Post a montré que tous les raisonnements mathématiques connus (ceux des *Principia Mathematica*) se laissent traduire dans un système normal. Il est convaincu que tout calcul, toute démonstration qui procède avec des étapes en nombre fini et selon des règles univoques, s'exprime dans un système normal. Et il a prouvé que les systèmes normaux posent des problèmes qu'ils ne permettent pas de résoudre. Cela aurait pu suffire. Au fond, quel est le ressort des résultats de Turing ? On commence par poser la thèse que la pensée « formelle », « finie » ou « réglée » (selon la portée que l'on donne à l'article de Turing) est toujours réalisable par une machine de Turing, et on montre ensuite que *cette* pensée (et, en particulier, les systèmes formels qui en sont un exemple) est incomplète et ne peut pas résoudre tous les problèmes qu'elle rencontre. On laisse ouverte la question de savoir si l'esprit humain peut penser autrement et si, par conséquent, ces problèmes insolubles le sont absolument. De même, Post aurait pu se contenter de poser que la pensée « formelle », « finie » ou « réglée » s'exprime dans les systèmes qu'il a isolés, les systèmes normaux, et en déduire que *cette* pensée est, en un sens, incomplète : on peut mettre en évidence des problèmes qu'elle ne sait pas résoudre. Mais il faut alors laisser ouverte la question de savoir si une autre pensée est possible. Or, précisément, Post ne veut pas laisser cette question ouverte. Post veut montrer que tout enchaînement de pensée dans l'esprit humain, quel qu'il soit, se laisse exprimer dans un système normal, et en déduire l'existence de problèmes absolument insolubles pour l'esprit humain. Post doit donc analyser le fonctionnement de la pensée en général, avec ses différents composants, ses différents moments.

Évidemment, il ne s'agit plus de logique mais « d'une analyse psychologique des processus mentaux[14] ». Et cela non seulement dans le raisonnement mathématique mais pour la pensée humaine dans son extension la plus large. Il s'agit, en réalité, de fonder une représentation omni-englobante, un système général qui décrive les processus de pensée, comme la mécanique décrit les mouvements matériels :

> Je vois mon travail comme un système psychique complet et scientifique, le premier, [comme] la mécanique est un tel système [pour la] physique[15].

Post se concentre sur ces moments singuliers, qui sont les plus difficiles à décrire : ces moments où l'esprit qui utilise un système de règles, comme un système formel, réussit à transcender ces règles pour s'en donner de nouvelles. Ce peut être que l'esprit prend conscience des règles qu'il a d'abord suivies, les considère dans leur ensemble et les modifie. Mais ce peut être aussi bien un mouvement inconscient : une nouvelle configuration émerge d'elle-même, un nouveau système avec des règles différentes s'impose de lui-même sans que l'on comprenne véritablement pourquoi, ou comment. Post est persuadé que c'est de l'inconscient que sort ce qu'il y a de nouveau dans la pensée humaine :

> Le symbole [qui entre dans le raisonnement explicite] est comme une île qui sort de la mer de l'inconscient et reste liée aux vastes régions sous-jacentes [... L'inconscient] est le siège de la naissance des idées nouvelles[16].

C'est donc la région de l'inconscient qu'il faut analyser, si l'on veut montrer que la pensée humaine reste néanmoins enfermée dans des règles, et dans des règles de la forme qui a été isolée, dans des systèmes normaux. Car l'inconscient est le lieu où cette conjecture risque d'être prise en défaut, et, par conséquent, la région qu'il faut explorer pour établir définitivement le caractère incomplet de l'esprit humain. Mais, précisément, comment décrire ce qui se fait dans l'inconscient et s'assurer que des règles y prévalent toujours, et des règles de telle ou telle forme ? Post a une nouvelle crise en 1924 qui l'écarte du champ de la logique jusqu'en 1936.

5. L'ouvrier et la machine

Post revient en 1936. Son premier souci (dans le premier paragraphe de sa première lettre à Church) est de vérifier que les problèmes insolubles qui ont été mis en évidence, par Gödel, par Church lui-même, ne sont pas absolus mais seulement insolubles relativement à certaines logiques. C'est bien le cas. Il reste donc encore, doit se dire Post, à mettre en évidence des problèmes absolument insolubles. Tout n'est pas perdu. Par ailleurs, nous sommes au printemps 1936, il y a deux définitions plausibles de la calculabilité, celle de Gödel et celle de Church, mais il manque une image, une analyse concrète de la calculabilité. C'est une telle image que Post retrouve dans ses cahiers : l'ouvrier (en anglais, *worker*). Très vraisemblablement, Post a constitué cette image dès 1924 pour illustrer sa propre thèse que la pensée réglée, finie, s'exprime dans un système normal. Il la reprend maintenant pour soutenir une thèse qui n'est plus la sienne mais celle de Church.

L'ouvrier est placé devant une série de boîtes, qui se succèdent à l'infini sur une droite, comme une chaîne de montage. L'ouvrier est susceptible de marquer d'une croix la boîte devant laquelle il se tient, d'effacer la croix (s'il y en a une) sur la boîte, de se déplacer d'une boîte à l'autre vers la gauche ou vers la droite, de déterminer s'il y a une croix ou non sur la boîte et d'accomplir une action différente (parmi les précédentes) suivant le cas. Au moment où l'ouvrier commence à travailler, certaines boîtes peuvent déjà être marquées. Une agence extérieure (*an outer agency*) lui donne une liste d'instructions, numérotées. Voici par exemple deux instructions :

Instruction (1) : marquer d'une croix la boîte, se déplacer d'une boîte vers la droite, accomplir l'instruction (2)

Instruction (2) : effacer la croix sur la boîte s'il y figure une croix, se déplacer d'une boîte vers la droite, accomplir l'instruction (1).

L'ouvrier mène ensuite à bien un tel programme. Les deux instructions précédentes, quel que soit l'état initial de la chaîne, conduiraient l'ouvrier à inscrire sur les boîtes des croix en alternance avec des blancs. Mais l'idée de Post est que cet ouvrier, en suivant de telles instructions, peut réaliser n'importe quel calcul, n'importe quel processus réglé que la pensée humaine peut accomplir. Par exemple, si les croix qui sont disposées sur les boîtes au départ représentent sous forme de code une série d'axiomes, l'ouvrier, qui ignore tout de ce code et se contente de suivre les instructions qu'on lui donne, peut déduire n'importe quelle formule démontrable du système défini par ces axiomes. Ce schéma de l'ouvrier, très simple, permet de représenter tout calcul possible.

Mais Post est vraiment malheureux. Quelques semaines plus tôt, Turing a envoyé à Church son texte sur les machines. L'article de Post paraît avec une note qui annonce celui de Turing et la définition de la calculabilité par la notion de machine.

En un sens, les deux articles de Post et de Turing peuvent apparaître comme deux images différentes, deux analyses concrètes de ce qu'est un processus réglé, d'un côté, par le travail ouvrier et, de l'autre, par la notion de machine. De ce point de vue, Gödel par exemple pourra les mettre sur le même plan[17]. C'est une question de choix : préfère-t-on se référer à un ouvrier ou à une machine ? Préfère-t-on se représenter l'esprit qui calcule comme un ouvrier ou comme une machine ? Post ne cessera jamais de défendre son image, pensant que la référence à l'ouvrier qui est humain est plus naturelle que celle de la machine :

> Je n'aime pas l'idée de machine. Ce que je veux, c'est quand l'homme est la machine[18].

Ou, à Church :

> Je crois toujours que ma formulation a une meilleure chance [d'être en un sens définitive], bien que le développement

> essentiellement de la même chose proposé par Turing ne soit guère encourageant. Mais ma formulation peut faire partie d'un développement plus naturel[19].

Il faut cependant reconnaître que l'article de Turing est beaucoup plus accompli que celui de Post. Et il a l'avantage de proposer un développement autonome. Le texte de Post s'appuie sur les travaux antérieurs de Church et de Gödel. Turing, qui ignore certains de ces travaux, part simplement de la notion de calcul, de processus fini, et en offre une analyse qui tend à montrer en effet que le calculateur humain, le penseur humain qui suit des règles bien définies, est une machine. Turing retrouve en outre le théorème d'incomplétude : en utilisant un raisonnement que Post a conçu dès les années vingt, mais n'a jamais réussi à publier, il établit que la pensée mécanique est incomplète et qu'il y a des problèmes qu'elle ne pourra jamais résoudre. Il est vrai que Turing ne cherche pas à montrer que la pensée humaine est toujours en ce sens mécanique. Mais, à ce point près, il semble accomplir ce dont Post n'a fait que rêver : définir la pensée humaine en tant qu'elle est un calcul réglé et établir ses limites. Post le note au début de l'année 1938, après les résultats de Gödel et de Church, « Turing a enlevé ce qui pouvait rester de [son propre] point de vue[20]. »

Que faire maintenant ? Post ne veut pas renoncer pas à son rêve qui, depuis le tournant des années vingt, est de mettre en évidence lui, Emil L. Post, les limites mathématiques de l'*Homo sapiens*. Seulement, pour poursuivre ce rêve, il doit surmonter un nouvel obstacle. Il lui faut écarter Turing. Turing (beaucoup plus que Gödel) a empiété sur le rêve de Post. Il suffit d'ajouter que la pensée humaine est toujours mécanique au sens de Turing pour lire déjà dans le texte de Turing une preuve de l'incomplétude de l'esprit humain. Post ne peut pas accepter ce résultat de Turing, qui est si proche de son rêve qu'il n'en laisse rien, ou presque rien. Post veut poursuivre *son* rêve et son rêve entier, non pas un rêve que Turing aurait en grande partie réalisé. Or la seule façon de retrouver le rêve des années vingt est de montrer que la formulation de Turing est inadéquate : écarter donc la formulation de Turing. Cela pour donner une autre définition de la pensée, plus générale ou plus naturelle que celle que l'on peut lire chez Turing, et établir sur ces nouvelles bases l'incomplétude de l'esprit. C'est à cette condition qu'Emil Post, et non pas Alan Turing, pourra avoir établi le caractère limité de l'esprit humain.

Dans les premiers mois de l'année 1938, Post ouvre une nouvelle série de cahiers dont une grande part sera consacrée à la critique de Turing. Or il y a deux façons de s'attaquer à la thèse de Turing. La première est simplement de montrer que la formulation de Turing, par la notion de machine, est abstraite et qu'elle n'est pas fidèle à la réalité de la pensée. Dans cette perspective, Post cherche une nouvelle formulation de ce qu'est la pensée finie, une formulation qui permette de récupérer les formulations antérieures mais qui soit de façon évidente adéquate à la psychologie humaine : une formulation telle qu'il soit évident que la pensée humaine est toujours soumise à ce schéma et qu'elle est donc toujours incomplète, absolument incomplète.

> Une telle formulation – outre son intérêt, sa simplicité montrerait son universalité – se prêterait à l'énoncé d'un théorème qui ne pourrait être ni prouvé ni réfuté, *i. e.*, dans la terminologie récente, indécidable mais absolument indécidable, *i. e.* dans n'importe quelle logique[21].

Une seconde voie, qui serait plus sûre que la précédente, serait de réfuter la thèse de Turing : montrer, en réalité, que les définitions données par Church, par Gödel, par Turing, par Post lui-même, sont trop étroites et que la pensée finie est plus large qu'on ne le croyait. Il s'agirait de mettre en évidence un processus de pensée, fini, réglé, mais qui n'entre pas dans ces définitions et, en particulier, qui ne soit pas mécanique au sens de Turing. Il serait alors incontestable que la thèse de Turing est inadéquate et qu'une autre caractérisation de la pensée finie est nécessaire. Ainsi, de façon paradoxale, Post vise maintenant à dépasser la thèse de Turing et à réfuter un résultat qu'il a lui-même anticipé dans les années vingt. Ses recherches prennent parfois un tour semblable à celles de Gödel, alors que les deux logiciens ont des objectifs diamétralement opposés. Gödel veut montrer que la pensée humaine peut n'être pas mécanique au sens de Turing de sorte que les mathématiques peuvent être développées en un édifice complet. Post veut montrer que la pensée humaine peut n'être pas mécanique au sens de Turing pour la représenter dans une définition plus large, et plus convaincante, qui montre de façon incontestable que les mathématiques humaines sont pour toujours incomplètes. Cela dit, Post s'attaque, comme Gödel, à l'hypothèse de Turing, selon laquelle le nombre des états mentaux, par lesquels l'esprit humain est susceptible de passer, est fini. Il n'est pas clair par exemple que cette hypothèse intervienne dans le schéma de l'ouvrier, introduit quelques mois auparavant. Ne pourrait-on pas amener l'ouvrier à des opérations qu'une machine de Turing ne sache reproduire ?

Post poursuit donc son rêve des années vingt, que les résultats obtenus entre 1924 et 1937 n'ont pas réussi à transformer. Il s'agit toujours d'analyser la pensée humaine pour en donner une représentation qui en montre l'incomplétude.

6. Les images de l'esprit

Post travaille sur l'esprit, pour en comprendre le fonctionnement, avec l'espoir d'obtenir une représentation de la pensée, plus large ou plus naturelle que celle de Turing. Les cahiers de la période 1937-1953 ont été conservés, 37 volumes si je me souviens bien, qui permettent de suivre la réflexion de Post au jour le jour, à raison, comme on l'a vu, de deux heures par jour. Post interroge l'esprit en toute généralité. Certaines semaines, les cahiers ne comportent aucune technique logique mais seulement des images, des personnages bizarres, qui reviennent au fil des pages, sur des périodes plus ou moins longues. Il y a la tortue, par exemple. Post se rend compte que l'ouvrier dans son schéma de 1936 doit mémoriser ses instructions, ce qui exige de faire intervenir l'intériorité de l'ouvrier et des hypothèses sur la capacité de sa mémoire, des hypothèses qui seront sans doute comparables à celle de Turing, sur le nombre fini des états mentaux. Dans un registre kafkaïen (on se souvient de *La Colonie pénitentiaire*), Post remplace alors l'ouvrier par une « tortue » (« Imaginez la chose comme une sorte de tortue [...][22] ») qui porte sur son dos un écran où s'affichent les instructions qu'elle doit appliquer. Puis le logicien s'aperçoit que la tortue ne peut pas voir elle-même ses instructions puisqu'elle les porte sur son dos. Il lui donne donc un assistant qui la suit et lui lit ses instructions à voix haute. Ce couple étrange réapparaît régulièrement d'avril à novembre

1948, parcourant l'univers du calcul, rencontrant parfois d'autres tortues suivies également par leurs assistants, qui comparent leurs instructions. Mais l'univers du calcul, c'est avant tout l'esprit humain, où, précisément, se font les calculs qui nous intéressent. C'est dans sa tête que Post porte ces tortues et leurs assistants.

Post donne des images de l'esprit. Image (*picture*) est le mot qu'il emploie et qui se justifie par le caractère très concret de ses descriptions. Il y a quelques thèmes, sur lesquels Post revient tout au long de ces années 1937-1953. L'un d'eux est le rôle de l'inconscient et son rapport au sens. C'est, en effet, l'inconscient qui détermine le sens des symboles, on l'a dit. Mais, dans certaines pages, l'inconscient devient un module séparé du reste de l'esprit. L'esprit oscille alors entre deux états : l'état I où l'esprit ne saisit que la forme des symboles ou les symboles comme des choses, qu'il manipule sans en comprendre le sens mais selon certaines instructions ; l'état II, où l'esprit s'aperçoit que les choses qu'il manipulait ont un sens, qu'il peut lire et dans lequel il découvre de nouvelles instructions, qu'il enregistre et appliquera lorsqu'il reviendra dans l'état I. Ces changements d'état sont marqués par des « clicks ». « À cet instant, dans l'esprit, il y a un click[23]. » « Click », les choses ont leur sens et l'on peut y lire certaines instructions ; « click », les symboles ne sont de nouveau que des choses que l'on manipule selon des instructions dont on se souvient mais qui ont maintenant disparu. Ailleurs, Post parle de « charge » et de « décharge ». Pour passer dans l'état II et pouvoir saisir le sens, il faut que l'esprit soit suffisamment « chargé », mais il y a certains symboles qui excitent l'esprit alors qu'il est dans l'état I et sans qu'il s'en rende compte. L'esprit, à voir ces symboles, se charge peu à peu et, quand il atteint le seuil critique, il passe de lui-même dans l'état II, où chaque action est une décharge qui l'épuise et le fait finalement retomber dans l'état I.

Cependant, Post revient sans cesse à une image qui semble constituer sa principale piste pour dépasser la formulation de Turing. L'idée est que, alors que la machine de Turing fonctionne de façon linéaire, l'esprit donne lieu à des processus parallèles. La machine de Turing effectue une action après l'autre, alors que, dans l'esprit, il se passe plusieurs choses à la fois. Plus exactement, les processus mentaux ont une forme d'arbre. On commence un raisonnement, on rencontre une alternative, ou bien… ou bien, la pensée alors se divise et se développe sur deux voies qui prolongent ces deux alternatives. Il est possible que l'une ne mène à rien et que le processus s'arrête de ce côté, mais il est également possible que l'on rencontre une nouvelle alternative, où la pensée se divise encore pour se poursuivre sur deux nouvelles branches. Les processus véritables de la pensée humaine sont, dans les mots de Post, « polygéniques », alors que ceux d'une machine de Turing sont « monogéniques ». Or c'est d'abord en s'appuyant sur le caractère polygénique de l'esprit que Post espère obtenir une nouvelle formulation plus naturelle et, si possible, plus large que celle de Turing. Post développe ce thème de la polygénicité de l'esprit dans de multiples images :

> Dans les processus polygéniques, l'activité se poursuit en plusieurs points. Admettons un temps unique et une sorte de pompe à travers l'univers. À chaque fois que la pompe est activée, un pas supplémentaire est accompli en chaque centre actif. Assez naturel de dire qu'à chaque coup de la pompe une vague d'activité parcourt [l'univers][24].

Post ne se cache pas que ce thème et les images qu'il en donne sont liés à ses propres troubles. Revenons à l'ouvrier du schème de 1936, que Post n'abandonne jamais tout à fait. C'est l'ouvrier qui calcule et, s'il y a plusieurs calculs, c'est que l'ouvrier se divise : « L'ouvrier [...] subit une reproduction par fission. » Maintenant, ce calcul, cette division des ouvriers se déroulent à l'intérieur de l'esprit. Il y a donc, dans l'esprit, une multiplicité d'ouvriers. L'image, à la fois, inquiète et fascine Post. Ainsi, ces pages écrites le 12 novembre 1944 :

> [*au bas de la p. 112 :*] Une pensée blasphématoire (*an unholy thought*) : si l'on se donne une multiplicité d'ouvriers, on a en miniature une philosophie de Dieu qui réalise sa volonté en étant à la fois lui-même et simultanément chacune de ses créatures. [*p. 113 :*] Espère que ce n'est pas un signe que je dois arrêter cette analyse pour quelque temps. [...]
>
> Essayons l'idée de l'ouvrier multiple. [...] Encore bien des difficultés. Je veux garder l'idée d'une intelligence qui guide [le travail].

> [...] Dois imaginer dans les processus polygéniques que je suis à plusieurs endroits en même temps. Car c'est en plusieurs points que quelque chose se passe qui exige que quelque chose soit accompli. [...]
>
> [*p. 114* : ...] Essayons l'image de la personnalité divisée : pas pour moi mais pour mon ouvrier. [...] Encore des problèmes.
>
> [Cela] semble bien demander l'image de la personnalité divisée (*split personality picture*). Disons (et j'espère que cela ne va pas diviser ma personnalité) : lorsque sonne la cloche, une moitié de moi continue à travailler, l'autre moitié [... reçoit de nouvelles instructions] et cela continue. Quand la première moitié de moi arrive à un point où la cloche sonne à nouveau, elle se divise à nouveau. [... Si le calcul de ma première moitié se termine], ce qui reste de moi meurt quand apparaît le mot *Finis*, mais mes descendants poursuivent leur travail[25].

L'image initiale de Dieu qui est une multiplicité de créatures tout en restant lui-même réapparaît quelques années plus tard. Et elle est également inquiétante pour Post, qui y voit, à nouveau, l'annonce d'une crise :

> Ai une idée de Dieu comme s'il passait en revue l'univers de telle façon que chaque individu est Dieu à certains moments, et Dieu est un autre individu à un autre moment.
>
> [... À la fin des deux heures] Dois prendre ces sortes de choses avec humour autrement vais encore avoir besoin des électrochocs[26].

Cette division de l'esprit est, pourtant, une faculté fondamentale dans la psychologie de Post. Elle explique, par exemple, l'itération, l'application indéfiniment répétée d'une même règle :

> Avec la règle, l'ouvrier devient conscient. Il s'imagine ainsi divisé en deux comme au cinéma. Le soi réel reste un agent libre, l'autre obéit à la règle[27].

> Au fond, faculté humaine fondamentale : faire quelque chose pendant un temps, s'apercevoir que cela peut être continué et en

> quelque sorte, séparer du soi réel une sorte de soi robot que l'on imagine continuer indéfiniment[28].

Ces notes, sur la division de l'esprit, ne sont pas isolées. Le caractère polygénique des processus mentaux, au contraire du fonctionnement linéaire de la machine de Turing, est une idée fondamentale dans les recherches de Post, et cette polygénicité signifie, pour le logicien, la division de l'esprit, où doivent travailler en parallèle différents « ouvriers ». Il y a quelque chose de « fou » dans ces notes et cette insistance sur la division de l'esprit. D'une certaine façon, Post le reconnaît lorsqu'il s'en inquiète et y voit les signes d'une crise. Sans doute, ces notes ont une fonction logique. D'un point de vue logique, il est, en effet, légitime d'étudier des processus en forme d'arbres, et Post obtient dans cette perspective de véritables résultats. En même temps, on peut se demander quelle est l'importance de cette fonction logique. Au fond, si Post peut reprendre en 1937 le même projet qu'il a laissé en 1924 (décrire l'esprit pour en montrer le caractère réglé et l'incomplétude), alors que le champ logique a changé durant ces années, c'est peut-être qu'il est plus attaché à son rêve et aux images vers lesquelles ce rêve l'entraîne qu'aux résultats logiques qu'il pourrait obtenir.

La logique ne semble être à Post qu'un contexte et un prétexte pour développer des images de l'esprit. Et des images de l'esprit qui expriment ses propres troubles et nous semblent (à nous qui sommes dans « l'esprit du temps ») décalées. Il est difficile, je crois, d'imaginer son esprit comme cet univers avec une pompe qui y injecte une vague d'activité et irrigue une multiplicité de points nodaux, difficile aussi d'imaginer dans l'esprit de celui qui conduit un raisonnement une multiplicité d'ouvriers qui se reproduisent « par fission » pour s'éteindre ensuite lorsque leurs calculs s'achèvent. Pourtant, ce sont ces images qui fascinent Post et sur lesquelles il revient, ces images qui ne sont pas les nôtres et par lesquelles Post cherche à travers la logique à exprimer autre chose. Une lettre à Church, qui sera suivie d'une crise, donne un autre exemple de cela. Il s'agit de cette lettre que Post écrit dans la peur que New York soit bombardé. Le logicien revient sur le caractère polygénique des processus mentaux. Il ne garde qu'un seul ouvrier, mais le fait travailler dans une chaîne de montage en forme d'arbre où de nouvelles branches s'ouvrent à chaque alternative. L'ouvrier, qui est seul mais fait le travail de plusieurs, doit souvent revenir en arrière, quitter le point où il travaille pour reprendre la tâche qu'il a laissée en plan sur une autre branche. Rapidement, l'arbre devient un véritable labyrinthe et Post doit donner à son ouvrier un fil d'Ariane : « L'ouvrier ne perd pas son chemin parce qu'il déroule une corde (comme dans la fable grecque du labyrinthe) qu'il peut donc suivre pour revenir sur ses pas. »

L'image du labyrinthe, dans cette lettre « folle », est, pour moi, comme un aveu. De fait, qu'il le sache ou non, Post dit à Church et peut-être à lui-même que l'ouvrier qui travaille à faire avancer sa pensée se trouve dans un labyrinthe où il risque de se perdre.

Post parle d'autre chose et surtout de lui-même lorsqu'il croit parler de logique. Mais cela ne vaut-il pas pour tout logicien ? Sans doute les logiciens démontrent-ils des théorèmes. Mais ils ne démontrent pas non plus n'importe quels théorèmes, ni sur n'importe quelles bases. Il y a des théorèmes intéressants dans des théories intéressantes, et il y a des théorèmes sans intérêt, et des théories également sans intérêt dans lesquelles on ne prend pas la peine de démontrer quoi que ce soit. Il y a aussi des images intéressantes, comme la machine de Turing, qui fondent des théories, et des images qui n'intéressent pas et que le progrès logique ne retient pas, comme l'ouvrier de Post. Comment se détermine cet intérêt ? Si l'intérêt de Post, ce vers quoi se dirige son travail, la polygénicité par exemple, est déterminé par certaines images qui se rapportent à sa « folie », peut-on maintenir que l'intérêt qui est le nôtre, celui de l'esprit du temps, est absolu et que nos théorèmes, et les images qui fondent nos théories, sont intéressants en eux-mêmes ? Ou bien sommes-nous fascinés par nos images, que nous cherchons seulement à retrouver en logique, dans ce langage anonyme et qui ne semble pas nous engager ?

L'exigence même qu'il y ait démonstration, c'est-à-dire, en dernier ressort, qu'une machine de Turing puisse retrouver nos théorèmes sur la base de certains axiomes (les axiomes usuels de la théorie des ensembles, en général) ne relève-t-elle pas de la même fascination pour l'image de la machine ? Est-elle autre chose qu'une façon toujours de parler de machines ou de soi-même comme machine ? Cela signifierait que la logique, les mathématiques sont tout entières déterminées par l'image, leurs thèmes comme leur mode d'exposition.

Évidemment, cette thèse reste simpliste. Les logiciens, les mathématiciens ne parlent pas seulement de machines, et ce qui fait l'intérêt d'un théorème est une somme de facteurs complexes, où il serait impossible de retrouver des images, de façon immédiate, comme celle du labyrinthe dans la lettre à Church. Mais il faut dire aussi que c'est seulement parce que les images de Post ne sont pas tout à fait les nôtres que nous pouvons les repérer et nous étonner de la direction de son travail ou, au sein d'une seule lettre, de son propos. Si l'on croit être dans un labyrinthe, on ne s'étonnera pas d'en parler et on lira avec passion les théorèmes qui font intervenir ces rubans en forme d'arbres, où l'on reconnaîtra un élément d'une réalité douloureuse. C'est seulement dans le cas du « fou », lorsque les images ne sont pas les nôtres, qu'elles se manifestent comme telles et que nous pouvons discuter des thèmes logiques de cette façon biaisée, qui consiste au fond à assister au développement d'une pensée sans y participer. Le cas du « fou » est donc le plus instructif, et il faut conclure que, si la logique est contexte et prétexte pour Post, elle doit l'être également pour nous. Du reste, Post semble parfois juger que l'image de la machine et de son fonctionnement linéaire est tout à fait « folle ».

PARTIE V

Éléments de métaphysique

1. La « folie » des logiciens

Je ne m'intéresse pas à la dénomination et aux caractères médicaux des « folies » de Gödel et de Post. Il est clair cependant que les deux logiciens ne sont pas « fous » de la même façon. Gödel n'a jamais totalement sombré, quitté le champ de la logique et celui de la réalité, comme Post que ses crises ont parfois totalement emporté. Ensuite, la « folie » de Post passe par des images alors que celle de Gödel passe par des peurs. La peur, comme l'image, peut s'exprimer en logique et, on l'a vu, il y a peut-être une peur à l'origine du théorème d'incomplétude. Néanmoins, les peurs de Gödel et les images de Post ne s'appliquent pas en général aux mêmes points. Le cas de Post semble montrer la dépendance de la logique vis-à-vis de certaines images, non seulement dans la direction que prend le travail logique (les théorèmes « intéressants »), mais également dans le mode de discours : la référence à une démonstration qui doit, en principe, pouvoir être reproduite par une machine de Turing. Cet enracinement dans l'imaginaire se manifeste déjà dans l'analogie entre le texte mathématique, vu à travers la logique du XX^e siècle, et le roman policier : deux récits par un narrateur humain des aventures d'une machine. Mais la forme du roman policier est fixée avant celle du texte mathématique. C'est comme si celle-ci avait été calquée sur celle-là. Le cas de Gödel, ensuite, met en question la superstructure dans laquelle la logique s'intègre : la métaphysique qui détermine la portée des énoncés logiques. Gödel entend tirer de certains théorèmes des thèses « folles » (la possibilité du diable, l'immortalité de l'esprit, etc.). Il joint à ces théorèmes logiques des principes philosophiques qui ont une tradition et sont du moins plausibles. Cela signifie-t-il que la logique implique ces thèses « folles », qu'elle est elle-même « folle » ? Les « déductions » de Gödel sont plausibles sans être nécessaires. Rien ne nous oblige à les suivre. Nous pourrions imaginer d'autres principes, tout aussi plausibles, qui justifieraient les thèses matérialistes de l'esprit du temps. Gödel considérerait seulement que nous sommes « fous » avec nos « déductions » matérialistes.

Je ne dirais pas que la logique est neutre, ce qui supposerait qu'elle puisse ne rien dire. Nous la prenons, semble-t-il, toujours dans une superstructure qui la rend signifiante. La logique est plutôt ambiguë : elle autorise une multiplicité de « folies » et cette multiplicité même fait surgir le spectre d'une autre folie, une folie absolue. Chacun peut prendre les énoncés logiques dans un réseau d'images et de peurs pour les développer, les transformer dans une certaine direction, comme Post veut le faire, ou, comme Gödel se le propose, y appuyer une superscience que l'esprit du temps, avec son propre réseau d'images et de peurs, dira « folle ». La logique est complice de ces « folies ». Elle est susceptible de les justifier. Il n'y a de logique que sous la figure d'une « folie », dans un réseau d'images et de peurs parmi d'autres possibles. Seulement, la contingence de ces figures fait signe vers un véritable extérieur qui les transgresserait, qui serait comme caché derrière cet éventail de possibilités et n'aurait alors rien de relatif : une folie en soi. C'est une peur que l'on retrouve dans les notes de Gödel mais qui appartient aussi à l'esprit du temps. L'esprit du temps a-t-il d'autres peurs ? Il ne faut pas le demander maintenant. Comme les images, il faut d'abord travailler à identifier les peurs que l'on ne partage pas.

2. Les peurs de Gödel : les petites choses et les doubles

Gödel a ses peurs et, au centre de celles-ci, il y a, je crois, la peur des petites choses : une peur et une fascination pour la vie autonome de ces éléments indistincts qui soutiennent notre expérience sans eux-mêmes pouvoir être jamais aperçus. Fonder une monadologie, poser que le monde est composé de monades autonomes, d'êtres vivants mais indistincts, c'est reconnaître que notre expérience peut toujours se défaire, les choses extérieures se décomposer, l'univers intérieur, notre propre esprit, sombrer dans le chaos. La stabilité de notre monde dépend d'un dieu qui en a réglé et mis en harmonie les différents éléments. Gödel a peur de devenir fou, pour de bon (et alors sans guillemets). Peur que des pensées indistinctes se développent pour elles-mêmes soit parce qu'elles rompent l'harmonie divine (ce n'est pas impossible, il y a des exemples, on le verra) soit parce que Dieu se trompe dans ses calculs, ou encore dans le cas (comment ne pas l'envisager ?) où il y aurait bien des petites choses mais aucun dieu qui les programme. Gödel, en même temps, est fasciné par cette folie. Dans son monde, dans ce monde où nous fonctionnons tous comme des machines, la découverte d'une procédure incalculable, qui ne soit pas mécanique, serait en réalité folie, une suite de pensées, un discours peut-être, insensés, si, en effet, le dépassement du calculable, qui peut ouvrir à une connaissance complète de l'édifice mathématique, est réservé pour une autre vie, dans un autre monde. Gödel cherche cette folie qu'il craint et, en même temps, se l'interdit, en imaginant des complots, des complots peut-être d'origine divine, qui détruisent les philosophes qui touchent à la connaissance absolue.

Les notes de Gödel, qui s'étalent sur près de quarante ans, les peurs qui s'y expriment, les différentes façons dont je tente de les y repérer, ne font pas système et ne sont sans doute pas toujours cohérentes. Mais je crois que cette peur des petites choses est au centre de l'univers de Gödel. Il y a pourtant aussi la peur de l'autre : la peur du diable, d'un démon, d'un double, qui prendraient le contrôle de son esprit et aliéneraient le logicien à lui-même, pour le faire agir comme sous influence hypnotique. Cette peur, que Gödel confie au moins une fois à son ami Morgenstern[1], est bien réelle. Suit-elle de la peur des petites choses ou en est-elle indépendante, je ne sais pas bien. Il me semble que, si l'esprit est composé de pensées autonomes, qui se développent selon des règles sur lesquelles on ne peut rien, il n'est pas impossible que ces petites pensées s'organisent autrement, pour former une autre subjectivité ou laisser place à un autre être à côté de moi, qui ne serait plus moi.

J'ai essayé de rapporter au thème du double le théorème de 1931 et la façon dont Gödel entend surmonter l'incomplétude des langages formels. Le thème du double, en tout cas, apparaît clairement dans les spéculations sur le temps. C'est que le temps me sépare d'avec moi-même et me crée des doubles :

> La différence entre le temps et l'espace est que je me trouve moi-même dans le passé. Ou bien c'est une contradiction* (je ne suis pas un mais deux) ou bien cela signifie que je me vois dans le passé comme dans un miroir.
> * [Note :] À savoir, si je suis moi-même là-bas et [que ce n'est] pas seulement une image de moi[2].

Comment ne pas voir dans cette note et dans la peur du double l'origine des spéculations de Gödel sur le temps ? La seule façon, pour le logicien, d'écarter ces doubles de soi-même que semble engendrer le temps (« je ne suis pas un mais deux ») sera de refuser la réalité du temps. Si le temps a une réalité et me sépare d'avec moi-même, le Je passé est, comme l'autre du théorème d'incomplétude (dans sa version hypnotique), un inconnu qui demeure en moi et, de cause à effet, détermine mes actions. Il faut l'éliminer. Le temps, on le verra, n'a pas de réalité objective dans le monde de Gödel.

Il est incontestable que Gödel craint le diable. La peur du diable, des esprits, des démons, est omniprésente dans les cahiers philosophiques et, sans doute, dans la vie même du logicien. Finalement, « les hommes doivent leur vie au fait que le diable ait préféré les faire mourir lentement[3] ». Le diable donc nous attend. Mais le texte le plus frappant sur la peur des démons et de la damnation se trouve curieusement dans un cours de logique. Gödel, au premier semestre 1939, est invité par son ami de Vienne, Menger, qui a déjà émigré aux États-Unis, à Notre Dame, une université catholique, isolée, à une centaine de kilomètres de Chicago. Gödel y donne en particulier un cours de logique pour débutants, qu'il rédige soigneusement sur des cahiers de brouillon. Il y en a sept en tout. Le septième cahier s'ouvre sur une série de propositions et questions religieuses, en anglais. Cela dure quelques pages, puis Gödel reprend la suite du cours.

3. Le péché logique

> 1. Toute proposition divine est vraie.
> 2. Celui [deux mots illisibles entre parenthèses] qui croit à la négation d'un dogme commet un péché mortel.
> 3. Celui qui ne croit pas à un dogme tout en sachant qu'il s'agit d'un dogme commet un péché mortel.

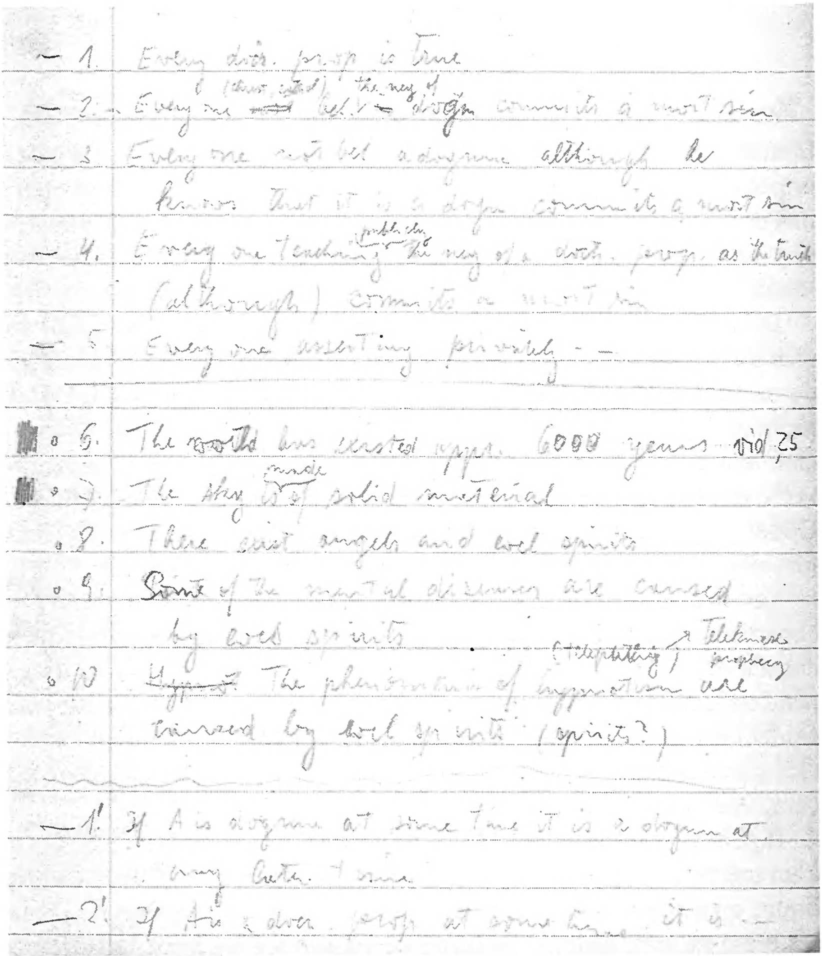
4. Celui qui enseigne publiquement la négation d'un dogme comme étant la vérité commet un péché mortel.
5. Celui qui affirme en privé [la négation d'un dogme comme étant la vérité commet un péché mortel].
6. Le monde existe depuis approximativement 6 000 ans.
7. Le ciel est fait de matière solide[4].

Ce sont les sept premières propositions d'une liste de quarante. Manifestement, le problème vient de ce que la science donne pour vraies des propositions contraires à celles de la Bible. La Bible permet de faire remonter l'origine du monde à quelque six mille ans. La physique donne à la Terre plus de quatre milliards d'années. Le savant, qui soutient de telles thèses, est en état de péché mortel.

Comment comprendre ces propositions ? Gödel prend-il au sérieux la possibilité d'un péché de la science, de la science physique du moins, et se sent-il en quelque sorte complice de ce péché ? Ces propositions manifesteraient alors un véritable désarroi, que le logicien tenterait d'analyser en distinguant les principes, les contradictions, qui en sont la source. Dans une note d'un cahier philosophique, Gödel parle de la fécondité « d'une analyse conceptuelle de [ses] troubles ». C'est peut-être à une telle analyse qu'il se livre ici.

Ces propositions, bien qu'interrompant un cours de logique, ne constituent pas un simple exercice (du genre : donner quelques conséquences de ces propositions, indiquer les propositions indépendantes, etc.). Les propositions qui suivent, et n'ont pas de rapport évident aux précédentes, le montrent. Par ailleurs, donner un tel exercice dans une université catholique aurait été tout à fait contraire au caractère prudent de Gödel.

Il peut cependant s'agir d'une sorte de défi que le logicien lance à un prêtre de l'université de Notre Dame, ou à un étudiant catholique, entendant rester catholique tout en étant physicien. Dans cette hypothèse, Gödel s'efforce de montrer que, pour la religion catholique, la science moderne est péché. Il met au point une série de propositions et de questions, pour les soumettre ensuite à son interlocuteur. Ces propositions n'expriment alors pas directement les convictions du logicien. Néanmoins, le sérieux avec lequel Gödel s'attaque à ces problèmes, l'orientation des questions qui suivent révèlent quelque chose de l'état d'esprit et, si l'on veut, de



— 1. Every dogm. prop is true

— 2. Every one (knows, said) bel. the neg of dogm commits a mort sin

— 3 Every one must bel. a dogma although he knows that it is a dogm commits a mort sin

— 4. Every one teaching publicly the neg of a dogm. prop. as the truth (although) commits a mort sin

— 5 Every one asserting privately — —

o 6. The ~~world~~ has existed appr. 6000 years 1/10, 25

o 7. The sky is made of solid material

o 8. There exist angels and evil spirits

o 9. Some of the mental diseases are caused by evil spirits

o 10 ~~Hypnot~~ The phenomena of hypnotism (telepathy) → telekinesis prophecy are caused by evil spirits (spirits?)

— 1'. If A is dogma at some time it is a dogma at any later time.

— 2'. If A is a dogm. prop at some time it is —

Fig. 8. Brouillon du cours de Notre Dame, première page du cahier n° 7.

l'univers du logicien, à cette période, mal connue, qui précède son émigration définitive. Le logicien ne s'est pas encore attelé à la tâche, qu'il évoquera plus tard avec Carnap, de fonder une philosophie religieuse systématique. Pourtant, l'idée que la religion doit faire système, la conviction que l'univers est rempli d'êtres bizarres sont déjà dans l'esprit de Gödel. Il y a incontestablement une continuité entre les problèmes que Gödel pose en 1939 et ses réflexions ultérieures.

Le problème du rapport entre science et religion, que soulèvent les premières propositions, réapparaît par exemple en 1961 dans les lettres de Gödel à sa mère, sur l'immortalité de l'âme. Le conflit est alors considéré comme résolu :

> Nous sommes loin de pouvoir justifier scientifiquement la vue théologique du monde, mais je crois qu'il est déjà aujourd'hui possible de montrer de façon purement rationnelle (sans le secours de la foi ou d'aucune sorte de religion) que la vue théologique du monde est tout à fait compatible avec les faits connus[5].

Dans la liste de 1939, Gödel donne deux propositions suggérant une résolution du conflit en faveur de la religion. L'une d'elles est anecdotique :

> 25. Les fossiles sont-ils l'œuvre du diable ?

Le diable nous tromperait en nous livrant des fossiles, et toutes sortes d'indices, du reste, qui donnent à penser que le monde est plus vieux que ne le dit la Bible. L'autre proposition, en revanche, explicite ce qui est, pour le logicien, une réelle question :

> 11. La logique et les mathématiques seront-elles les mêmes après la fin du monde ?

Cette question, que l'on a déjà rencontrée, est centrale dans l'épistémologie de Gödel. Il y a Dieu, des anges, des êtres rationnels non humains qui font des mathématiques. Leurs mathématiques sont-elles identiques aux nôtres ? Et, puisque Gödel croit en une vie éternelle de l'esprit humain, ferons-nous les mêmes mathématiques après notre mort ou après la fin du monde ? Il y a une raison à ces questions. On l'a vu, nos théories mathématiques sont incomplètes. Gödel attend une révolution qui transforme et le langage de nos théories et les concepts qui en forment la base. Néanmoins, certaines notes laissent entendre que cette révolution mathématique exige un développement de l'esprit incompatible avec son incarnation ou, disons, son union avec un cerveau de taille finie. C'est donc seulement à la mort, quand l'esprit se détache du cerveau, qu'il découvre la réalité mathématique et une réalité qui est différente des mathématiques humaines. Dans ce cas, il faut croire que les mathématiques d'après la mort, ou d'après la fin du monde, ne sont pas les mêmes que celles que nous connaissons.

En 1939, dans le contexte de cette liste de propositions, une réponse positive à la question semble, toutefois, prendre un sens un peu différent. Elle signifierait apparemment, comme l'hypothèse des fossiles diaboliques, que nos mathématiques et les théories physiques qui en découlent sont fausses au regard des sciences divines. Il faudrait plutôt croire la Bible que la science.

Gödel poursuit avec une série de propositions sur les démons :

> 8. Il existe des anges et des esprits malins (*evil spirits*).
> 9. Certaines maladies mentales sont causées par des esprits malins.
> 10. Les phénomènes d'hypnotisme, de télépathie, de télékinésie, de prophétie sont causés par des esprits malins.

Ou encore un peu plus loin :

> 20. Est-ce un péché mortel que de demander à être conseillé par un médium ?
> [...]
> 24. Est-ce que certaines lois physiques sont causées par l'action régulière d'esprits malins ?
> [...]
> 26. Existe-t-il des maux qui nous frappent pour des raisons naturelles (sans l'action de démons) ?
> [...]
> 29. Est-il possible qu'un médium convoque parfois les esprits des morts ?

Ces propositions, ces questions montrent à nouveau la richesse du panthéon de Gödel. Gödel, en 1939, connaît déjà les démons qui peuplent les cahiers philosophiques et la télépathie sur laquelle il reviendra dans les lettres à sa mère. Les questions suivantes concernent également un thème qui restera cher au logicien, la vie après la mort, et ses lieux, les mondes dans lesquels elle se déroule :

> 37. Les saints, qui sont à présent au paradis, ont-ils conscience et sont-ils en train de prier ?
> 38. Le paradis, où ils sont, est-il une région de l'espace ?
> 39. Même chose pour l'enfer.

Ces questions ont quelque chose d'enfantin. Pourtant elles se posent avec nécessité dans l'univers de Gödel. Gödel croit à la vie éternelle de l'âme et à la damnation. Il faut donc qu'il y ait et un enfer et un paradis. Le logicien croit également possible de constituer un système religieux qui englobe ces thèses bizarres dans un tout uniforme. Il lui faut donc situer l'enfer et le paradis par rapport à notre monde, et les situer de telle façon que l'on puisse expliquer ce voyage de l'âme qui s'y rend.

Les questions qui forment l'essentiel de la liste concernent le péché et l'importance de la forme dans la religion catholique.

> 14. Un prêtre catholique infidèle peut-il administrer les sacrements s'il en garde la forme extérieure ?
> 15. Un mécréant peut-il donner un baptême valide (*valid baptism*) s'il en garde la forme extérieure ?
> [...]
> 17. Peut-on parler de péché mortel pour un non-chrétien ?
> 17. 1. Une action dont on ne sait pas qu'elle est un péché mortel peut-elle être un péché mortel ?
> [...]
> 19. Est-ce un péché mortel pour un étudiant de faire ses devoirs le dimanche ?
> [...]
> 21. Est-il de la capacité de quiconque de rendre le monde meilleur par ses actes ou ne peut-on rien changer ?

Cette dernière question se retrouve également dans les conversations avec Wang.

4. Les chambres d'hôtel

Gödel hésite avant d'accepter l'invitation à Notre Dame. Ces séjours aux États-Unis – écrit-il à Menger – ne sont pas bons pour sa santé. Le logicien garde en mémoire cette crise, à Princeton, à l'automne 1935, qui l'a conduit dans deux sanatoriums et a marqué la fin d'une période de sa vie. Ce sont les derniers jours du mois de novembre. Gödel décide brusquement de quitter Princeton. Il prend le premier paquebot de New York pour l'Europe. Il arrive au Havre. Il prend le train pour Paris. Et, arrivé à Paris, il s'arrête. Il ne veut plus bouger. Il téléphone à son frère à Vienne pour que celui-ci le rejoigne à Paris. On ne sait pas ce que répond Rudolf, s'il raisonne son frère et le convainc de rentrer à Vienne seul, ou si lui-même fait le voyage pour ramener Kurt. La question, bien qu'anodine, apparaît dans plusieurs entretiens avec Rudolf Gödel, qui donne des réponses contradictoires[6]. C'est donc un (petit) mystère de la vie du logicien. Que s'est-il passé à Paris au mois de décembre 1935 ? Pourquoi Gödel s'y arrête-t-il au lieu de prendre le train pour Vienne ? Son frère est-il venu le chercher ?

Les après-midi semblent parfois longs dans la petite salle des archives de Princeton. Il m'arrivait alors de fouiller dans les boîtes 13, 13b, 13c. Gödel conservait soigneusement ses papiers, et on trouve dans ces boîtes de vieilles factures, des relevés de compte ou les notes d'hôtel du logicien, que je me suis amusé à éplucher. J'ai même tenté en me promenant dans New York de retrouver ces hôtels. Gödel a d'abord commencé par descendre à l'hôtel McAlpin, Broadway-34e rue, juste à côté de Penn Station, où il devait prendre, comme je le faisais moi-même, le train pour Princeton. Il s'est ensuite un peu éloigné pour prendre ses quartiers à l'hôtel Edison, qui existe toujours, 47e rue, à l'ouest de Broadway, près de Time Square. C'est là qu'il a passé le 31 décembre 1934, peut-être penché à la fenêtre, à regarder le spectacle de la rue, peut-être à se promener. La facture n'indique pas s'il était accompagné et louait une chambre double, ou simple. C'est – rappelons-le – la période où les femmes, dans la vie du logicien alors célibataire, sont « trop nombreuses ».

C'est au cours de l'un de ces après-midi que j'ai retrouvé la facture du Palace Hôtel, 131 *bis*, boulevard Saint-Germain, où

Gödel s'est arrêté lors de sa fuite, de Princeton à Vienne, du 7 au 11 décembre 1935. Et, en regardant plus attentivement, je me suis aperçu qu'il avait réglé une chambre les 7 et 8, mais deux chambres les 9, 10, 11 décembre. Je me suis dit : son frère est donc venu le chercher et le logicien a payé sa chambre. Puis j'ai réfléchi. Gödel téléphone à son frère en arrivant à Paris, le 7. Rudolf Gödel ne peut quitter Vienne que le 8, peut-être le 8 dans la soirée. Il arrive à Paris, le 9 au matin. Mais pourquoi attendre trois jours avant de reprendre le train pour Vienne ? Gödel, qui a interrompu son séjour à Princeton et n'a touché qu'une petite part de la somme qui devait lui revenir, ne tient sans doute pas à payer six nuits supplémentaires au Palace Hôtel. Rudolf, qui est médecin, voit que son frère est anxieux, il lui donne peut-être un calmant, mais il sait bien que rien ne l'empêche de prendre le train le jour même. Obligé de quitter brusquement la clinique qu'il vient de fonder et ses patients, veut-il en profiter pour faire des courses à Paris ? Ce n'est pas vraisemblable. Si Rudolf est venu chercher son frère, pourquoi sont-ils restés trois nuits supplémentaires au Palace Hôtel ? Si Rudolf n'est pas venu chercher son frère, avec qui Gödel a-t-il passé les 9, 10, 11 décembre 1935 ?

Ce sont, évidemment, des questions qui n'ont aucune importance mais que je ne pouvais pas ne pas me poser, en contemplant par un après-midi neigeux la facture du Palace Hôtel. Je m'interrogeais : les souvenirs de Rudolf, qui, lors d'un dernier entretien et alors qu'il l'a toujours nié jusque-là, dit être venu à Paris pour chercher son frère, sont-ils fiables ? Ou bien lui a-t-on demandé quelque chose comme : « Êtes-vous vraiment sûr de ne pas être allé chercher Kurt à Paris ? » Rudolf se serait alors confusément souvenu d'un voyage à Paris. Mais, si Rudolf n'a pas dormi dans la chambre que payait Kurt, qui d'autre ? On ne saura jamais. Peut-être n'y a-t-il eu personne. Ou aucune personne réelle. C'est peut-être une question qui n'admet pas de réponse définie. On peut aussi bien penser : depuis Princeton, Gödel est poursuivi par un diable, un double, un de ces êtres irréels dont il allait bientôt tenter de justifier l'existence ; à Paris, il appelle son frère, espérant ainsi faire fuir ce double ; son frère refuse de venir ; Gödel en a assez ; il paie une chambre supplémentaire pour y loger son double. C'est une hypothèse gratuite mais que je ne crois pas absurde. Et, sachant que Gödel entend (dans un argument dont on a discuté) prouver l'existence de ces êtres irréels, comme les objets mathématiques mais aussi les esprits démoniaques, peut-on dire, dans cette hypothèse du double, que personne n'a dormi dans la chambre ? Ce n'est pas clair. Il me semble que, dans le monde de Gödel, la chambre est occupée alors même que, au matin, le logicien doit constater, comme le garçon d'étage et la femme de chambre, que le lit n'a pas été défait. Qui a dormi dans cette chambre que Gödel payait au Palace Hôtel ? La question n'a pas de réponse univoque.

5. Pourquoi Leibniz ?

Il y a une autre question, plus importante, à laquelle on ne pourra pas donner de réponse : la nature des « circonstances » qui ont conduit Gödel à Leibniz.

> *By accidental circumstances, I became quite interested in Leibn. Phil.* [Littéralement : Dans des circonstances accidentelles, j'ai commencé à m'intéresser d'assez près à la philosophie de Leibniz][7].

J'ai déjà évoqué la question : quelles « circonstances accidentelles », quel événement ont pu amener le logicien à se plonger dans la philosophie de Leibniz pour, finalement, en adopter les grands principes ? Il ne s'agit pas d'une obligation universitaire, comme un cours à préparer. Gödel n'enseigne pas. L'Institut qui l'emploie le laisse absolument libre, au point que Gödel semble s'en plaindre[8].

Il est bien entendu possible d'interpréter cette phrase sur Leibniz dans ce brouillon d'une lettre sans donner la moindre importance à ces « circonstances accidentelles ». Par exemple, Gödel peut vouloir indiquer à son correspondant, Church, qu'il s'est à cette époque détourné des mathématiques, sans vouloir justement entrer dans les raisons de ce changement d'orientation. Ou encore, Gödel veut signifier que c'est une pure coïncidence, un pur accident, qu'à cette période où son travail mathématique (sa tentative d'une preuve de l'indépendance de l'hypothèse du continu) était dans l'impasse, il en est venu à s'intéresser à Leibniz. De telles interprétations n'écartent pourtant pas la question de savoir ce qui a poussé Gödel vers Leibniz.

En particulier, dans la deuxième hypothèse : comme Gödel le montre à Wang, de telles « coïncidences » ne sont jamais fortuites.

Menger, qui, à Vienne, est sans doute le plus proche de Gödel, évoque dès les années trente l'« admiration sans borne » du logicien pour Leibniz. Gödel a toujours lu Leibniz. Néanmoins, il est clair qu'à partir de 1942-1943 cet intérêt, cette admiration prennent une autre forme : Gödel couvre des pages de remarques philosophiques, il vise à fonder une philosophie systématique et il en cherche les principes dans la monadologie de Leibniz. Ce n'était pas son projet dans les années trente, Gödel se voulant alors exclusivement mathématicien[9]. Il y a bien un recentrement du travail de Gödel, de la logique vers la philosophie et autour de Leibniz. Gödel lui-même place à plusieurs reprises le début de son étude de Leibniz vers 1943[10].

Au cours de l'une de ses conversations avec Wang, Gödel rapporte d'abord son intérêt pour Leibniz au thème de la caractéristique universelle[11]. Sous ce titre, Leibniz entendait fonder une méthode de raisonnement permettant « par un simple calcul » de donner une réponse à toute question se laissant concevoir. Gödel interprète tour à tour la caractéristique universelle de deux façons différentes. Tantôt le logicien prend le mot « calcul » au sens moderne, et strict, de procédure algorithmique. La caractéristique universelle aurait alors représenté un système formel, tel qu'il aurait répondu à toute question qu'il aurait permis de formuler. Or, après le théorème d'incomplétude, on sait qu'un tel système, supposé consistant et exprimant suffisamment d'arithmétique, est impossible :

> [La caractéristique universelle] n'existe pas : toute procédure pour résoudre des problèmes de toutes les sortes (*of all kinds*) doit être non mécanique[12].

Ou encore, en 1939 :

> On peut prouver que le programme leibnizien du « *calculemus* » ne peut pas être réalisé, c'est-à-dire que l'on sait que l'esprit humain ne pourra jamais être remplacé par une machine[13].

Tantôt, pourtant, Gödel prend, dans les énoncés de Leibniz, le mot « calcul » en un sens large, et voit dans la caractéristique universelle une méthode pour résoudre tout problème mathématique, dont Leibniz saurait qu'elle n'est pas mécanique. C'est une telle procédure que Gödel cherche depuis le résultat de Turing, et il n'exclut pas que Leibniz ait pu la trouver, sans la publier.

> Dans ses écrits sur la *Caractéristique universelle*, Leibniz n'a pas parlé d'un projet utopique. Si l'on en croit ses énoncés, il avait dans une large mesure déjà développé ce calcul mais attendait pour sa publication que la graine puisse tomber dans une terre fertile[14].

De même, Carnap rapporte dans son journal de 1948 que Gödel est persuadé que Leibniz a obtenu une procédure de décision pour les mathématiques[15]. On comprend que Gödel, s'il espérait pouvoir y déchiffrer les linéaments d'une caractéristique universelle, conçue comme une méthode de décision non mécanique, ait lu les écrits de Leibniz avec le plus grand intérêt. En même temps, Gödel, qui admirait Leibniz depuis les années trente, connaissait déjà ces textes avant 1943 et, du moins, l'annonce par Leibniz du projet de caractéristique universelle. En 1939, le logicien le jugeait illusoire. Il faut bien qu'il y ait eu quelque chose, et que certaines « circonstances » aient ravivé son intérêt pour Leibniz. Mais encore, quelles circonstances ? Une soudaine illumination, comme Gödel en prête à Husserl ? Un texte en particulier qui a frappé son imagination ? Un rêve causé par la lecture de Leibniz, comme, il le raconte à sa mère, lui en cause la lecture de Kafka[16] ?

6. Le palais des destinées

Je marchais sur Broadway, vers le sud de Manhattan, à la recherche d'un cinéma. Je savais pouvoir en trouver un peu après Union Square, à deux ou trois pâtés de maison. Je passais la nuit à New York. Mon avion partait le lendemain matin très tôt. J'étais descendu à l'hôtel Edison, profitant de l'occasion pour inspecter l'hôtel de Gödel, bien qu'il dépassât largement mes moyens. Ce devait être un dimanche soir ou un jour férié, peut-être le 1er janvier. La nuit tombait. Il y avait très peu de voitures, pratiquement pas de piétons.

Mes pas résonnaient entre ces immeubles hauts. De temps en temps, un souffle d'air froid remontait l'avenue comme pour me glacer les os, puis tout retombait dans ce calme inquiétant. Je n'avais jamais vu Broadway désert. Je me sentais mal à l'aise. J'avais traversé Union Square depuis longtemps, et il était clair que j'étais passé devant mon cinéma sans le voir. Je continuai pourtant à marcher. Je passai devant une église sur la gauche, puis les premiers magasins qui s'alignent ensuite tout le long de l'avenue lorsqu'elle traverse Soho. Tout était fermé. Même les vitrines étaient éteintes. Les immeubles, avec ces rails verticaux qui les soutiennent, leurs briques sales, avaient quelque chose de sinistre

Je finis cependant par apercevoir des lumières, des néons rouges et bleus, dans une rue adjacente, sur la gauche. Je m'approchai. C'était bien un cinéma. L'enseigne indiquait : *The Palace of Destinies*. La façade était couverte d'une multitude d'affiches mal éclairées. Il était impossible de lire le titre et les horaires des films, ce qui indiquait clairement une salle d'art et d'essai. J'entrai sans hésiter dans le hall désert.

Celui-ci était brillamment éclairé et, venant de la nuit, j'étais complètement ébloui. Je ne fis d'abord que deviner une forme humaine qui s'approchait de moi et comme une caresse sur mon visage. C'est ensuite seulement que je vis l'ouvreuse. Elle était d'une beauté hors du commun, une silhouette presque guerrière, une peau immaculée, un air majestueux et des yeux immenses, limpides mais de couleurs légèrement différentes. Elle tenait à la main un rameau d'olivier, avec lequel elle avait dû toucher mon visage.

Il y a quelque chose de bizarre dans les rêves, dans la façon dont on en accepte certains éléments absolument invraisemblables. Je ne me souviens pas de m'être fait la réflexion : c'est un rêve. Pourtant, je regardais la déesse qui me faisait face, sans rien dire, sans lui poser aucune question. Je savais que j'avais devant moi Pallas, la fille de Jupiter. Je ne pensai même pas à lui demander comment elle se trouvait travailler dans un petit cinéma près de Broadway. Il y eut donc un instant de silence avant qu'elle ne me demande ce que je voulais voir, et je lui demandai ce qui passait. Elle me sourit :

« Vous voyez ici le palais des destinées dont j'ai la garde. Il y a des représentations, non seulement de tout ce qui arrive, mais encore de tout ce qui est possible. »

Elle continua en m'expliquant comment son père, Jupiter, avait commencé par imaginer tous les mondes possibles, avant de choisir le meilleur et de le réaliser (c'est celui que nous connaissons). Il avait gardé en idée tous les autres pour les exposer finalement dans cette espèce de cinéma. On pouvait donc y voir représenté, joué pour ainsi dire, tout événement de notre monde mais également tout événement de tout monde possible.

« Je n'ai qu'à parler, et nous allons voir tout un monde que mon père pouvait produire, où se trouvera représenté tout ce qu'on en peut demander ; et par ce moyen on peut savoir encore ce qui arriverait, si telle ou telle possibilité devait exister. »

Je m'apercevais bien que Pallas choisissait ses mots directement dans le texte de Leibniz[17]. Mais ce qui me frappait surtout, c'est combien Gödel aurait apprécié ce cinéma. Gödel, sur ce point, suit Leibniz : Dieu a considéré tous les mondes possibles et choisi le meilleur. Le Dieu de Gödel aurait également pu garder en mémoire les mondes possibles ou les montrer au cinéma. Peut-être Gödel était-il déjà venu ici, il allait bien à New York de temps en temps.

Quoi qu'il en soit, on jouait dans cette espèce de cinéma une trop grande variété de spectacles. C'était un éventail de possibilités que mon esprit fini ne pouvait embrasser. Je ne pouvais donc en aucune façon choisir mon film. Comme j'hésitais, la divine ouvreuse m'emmena d'elle-même voir différentes versions de la vie de Sextus. Sextus, dont parle déjà Leibniz, est le fils aîné de Tarquin le superbe, septième et dernier roi de Rome. Il est surtout connu pour le viol de Lucrèce, qui se donnera ensuite la mort publiquement. Sextus sera alors chassé par son père, ce qui amènera la fin de la monarchie dans la Rome antique. Triste destin donc pour ce Sextus de notre monde, mais que d'autres Sextus, dans d'autres mondes, ont évité. En fait, comme l'expliqua Pallas, ce n'étaient pas tout à fait les mêmes Sextus, dans ces mondes parallèles, mais des « Sextus approchants ». C'est que l'essence de cet individu qu'est Sextus détermine absolument son destin ; par conséquent, Sextus ne pouvait faire autre chose que de violer Lucrèce et d'être chassé par son père. Cependant, on pouvait voir dans un autre monde un autre Sextus, qui ne se séparait de celui-ci que par une différence minimale mais qui, se sentant sur le point de commettre cette injustice, décidait de fuir Rome et de s'établir en Grèce, où il vivait fort heureux. Il y a, si l'on veut, toute une gamme de Sextus, avec des caractères peu à peu divergents et qui occupent donc des positions différentes et ont chacun un destin propre correspondant à leur caractère.

À nouveau j'étais frappé, en entendant la fille de Jupiter, par la proximité de son discours avec les remarques de Gödel, que, bien que rêvant, je gardais très précisément en tête. Gödel est également convaincu que l'individu est défini par son caractère, qui détermine et sa place dans le monde et la suite de ses actions. Par exemple :

> Ce que je fais – note Gödel – dans le passé est en essence identique à mon action présente, à savoir [cela dépend de] mon caractère[18].

Ou encore :

> Si j'avais un autre caractère, je serais inscrit à une [autre] place dans le monde, je serais quelqu'un d'autre[19].

Je suivis Pallas, qui me parlait de Sextus et de son caractère, dans une petite salle, une salle de cinéma, avec quelques fauteuils très confortables, dans lesquels nous nous assîmes. Aussitôt, le film commença. C'était très bien fait, comme si on y était. Tous les murs de la pièce s'illuminaient, la troisième dimension était parfaitement représentée. Vraiment, nous étions au centre d'une ville, avec des temples comme on les imagine, et Sextus, que Pallas me montra, sortait de l'un d'eux. Ensuite, il se passa quelque chose de bizarre : je vis toute la vie de Sextus en un instant, d'un coup d'œil. Il est difficile maintenant de rendre cette impression et, si je voulais raconter la vie de Sextus en français, il faudrait bien que j'en détache les événements un à un et les organise dans le temps de mon langage. Pourtant, assis dans cette petite salle, je pus saisir la vie de Sextus d'un seul coup, avec ses événements successifs, des événements liés dans un ordre linéaire, mais qui me venaient tous ensemble, un peu comme lorsqu'on pense en même temps à une proposition et à une série de conséquences. Sur le moment, cela ne m'étonna pas plus que cela, je savais que Gödel lui-même parlait d'intuitions qui n'ont pas d'épaisseur temporelle et se font ainsi d'un seul coup. Du reste, Pallas ne me laissa pas le loisir de l'interroger, elle me montrait déjà un gros livre, tout usé, sur une table basse coincée entre deux fauteuils, au milieu de la salle.

« C'est l'histoire de ce monde où nous sommes maintenant en visite – me dit-elle. C'est le livre des destinées. »

Je n'avais pas eu le temps de bien le remarquer, mais Sextus, dans le film, portait une sorte de numéro sur le front, et il suffisait de chercher dans le livre l'endroit que ce numéro marquait pour y découvrir le détail de l'histoire que j'avais vue en abrégé. En appuyant avec le doigt sur la ligne, on pouvait du reste faire apparaître à l'écran ces scènes de la vie de Sextus.

Je pris aussitôt le livre. J'eus, je dois le dire, le plus grand mal à m'en servir. C'est qu'il comprenait une infinité de pages, bien que dans un volume restreint (de l'épaisseur d'un annuaire téléphonique à peu près). Il y avait bien une première page mais non une dernière. Où que je l'ouvrisse, je trouvais toujours des pages qui suivaient. Et, dans un livre qui comporte une infinité de pages, il n'est pas facile de trouver celle que l'on cherche. En procédant au hasard, j'avais même infiniment peu de chances de la trouver. Et je ne comprenais pas non plus le système de numération qui était utilisé. Je regrette maintenant de ne pas avoir interrogé ma compagne plus avant.

Je crois que le livre retraçait l'histoire de chaque monade dans ce monde que nous observions. Le numéro que portait Sextus sur le front devait être celui de la monade directrice de cet individu, celle où se faisait la pensée de Sextus, mais aurait-on voulu suivre une autre monade, disons, dans la jambe gauche de Sextus, on aurait vu se dessiner un autre numéro, à l'endroit à peu près où elle se trouvait, comme un tatouage sur la peau. Or il y a, semble-t-il, autant de monades que de points sur une ligne. Leur donner un numéro, cela revenait donc à donner un bon ordre au continu. Quand on numérote des objets, on en isole un premier, puis un deuxième, etc. : on les ordonne donc et de telle sorte que chacun (sauf le dernier) et chaque sous-ensemble ait un successeur immédiat. Or mettre en ordre le continu de cette façon, personne, aucun mathématicien, ne sait le faire de façon convaincante.

C'était donc une question tout à fait importante, que de comprendre la façon dont les monades étaient numérotées dans ce livre. Je ne sais pas en fait si j'aurais jamais pu y parvenir. En effet, on peut représenter l'infinité des entiers au moyen d'un nombre fini de chiffres (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, par exemple). Tout nombre entier s'écrit comme une suite finie de ces chiffres : 967 896. Mais on peut prouver que l'on ne peut pas numéroter de cette façon les points de la droite. Il faut utiliser une infinité de chiffres (et même une infinité indénombrable, qui ne se numérote pas à la façon des entiers positifs). Et il n'est nullement certain qu'avec mon esprit fini j'aurais réussi à reconnaître chacun des chiffres, ou à comprendre à quoi il correspondait.

Le livre des destinées, dont parle Leibniz, n'était donc pas impossible dans le monde de Gödel. Il était peut-être un peu plus compliqué, et cela même n'était pas sûr. Gödel a longtemps travaillé sur le problème du continu (numéroter les points de la droite) et il était convaincu que ce problème a une solution bien déterminée, en soi. Je crois qu'il aurait aussi accordé que l'on peut décrire adéquatement la vie d'une monade dans le monde matériel (peut-être en utilisant pour chaque événement des mots en nombre infini). J'aurais dû interroger plus longtemps Pallas avant de lui rendre le livre. Mais, tout le monde le comprendra, il est difficile de garder toute sa tête quand on passe une soirée au cinéma avec la fille de Jupiter.

Il me vint néanmoins bientôt une idée. Nous avions vu, en changeant de salles, quatre ou cinq versions de la vie de Sextus. Chaque salle était consacrée à un monde différent. Le bâtiment avait été conçu comme une pyramide, avec au sommet la salle la plus belle, qui est consacrée au meilleur des mondes, le nôtre. On descendait ensuite dans des salles plus banales. Je n'en voyais pas la fin et commençais à me lasser de ces films, autour de ces mêmes Romains, Lucrèce, Sextus et son père.

Voici donc mon idée. Je la tenais du texte de Leibniz, mais je ne me souvenais pas qu'il apporte une véritable solution à la difficulté, difficulté qui se posait également dans le monde de Gödel. J'allais demander à Pallas de revenir dans le meilleur des mondes pour regarder ma propre vie : j'observerais attentivement mes actions dans les minutes suivantes, au moment par exemple où j'allais ressortir du cinéma dans la rue. Est-ce que je tournerais à droite ou à gauche, est-ce que je poserais sur le bitume d'abord le pied gauche ou le pied droit ? Ensuite, je quitterais Pallas, je me dirigerais vers la sortie et je ferais le contraire de ce que j'aurais vu : je partirais vers la gauche si je m'étais vu partir vers la droite ; je poserais d'abord le pied droit si je m'étais vu poser le pied gauche. Sûrement, j'étais libre de poser sur le bitume, devant le cinéma, l'un ou l'autre pied. Rien ne pouvait m'empêcher de choisir de quel pied je sortirais du cinéma. Et cela montrerait que Jupiter s'était trompé dans ses calculs. D'un seul coup de pied, je détruisais la théorie de la prescience divine et du meilleur des mondes possibles. Ou, plus exactement, j'établissais que, s'il y a prescience divine, on ne peut pas en faire la publicité et montrer le futur comme dans un cinéma sur Broadway.

L'idée me vint d'un seul coup. C'était une illumination. J'en étais enchanté. Si heureux que je me réveillai. Et je me retrouvai seul dans ma chambre d'hôtel avec cette question de savoir si, d'une façon ou d'une autre, j'aurais pu survoler ma propre vie comme celle de Sextus et, si je ne le pouvais pas, ce qui l'interdisait. Le problème, ce qui rend la question sérieuse dans le monde de Gödel, c'est qu'il n'y a pas que la prescience divine qui soit susceptible de dévoiler le futur, mais également le voyage dans le temps, dont Gödel a montré qu'il n'est pas un non-sens dans la théorie de la relativité générale.

7. L'harmonie préétablie

Gödel, comme sans doute le philosophe doit le faire, prend les textes à la lettre et avec sérieux. Il adopte une monadologie inspirée de Leibniz, il en explicite donc les grands principes et les applique à la psychologie.

Avant tout, l'individu est défini par une essence, un concept, une série de propriétés qui le distinguent de tout autre :

> [...] nous ne savons pas ce que nous sommes (c'est-à-dire en essence et de l'intérieur). Mais si, pour répondre à cette question, nous pouvions au moins une fois regarder en nous-mêmes assez profondément et avec une méthode scientifique d'observation de soi, il s'avérerait sans doute que chacun de nous est une certaine chose avec des caractéristiques définies. C'est-à-dire, chacun de nous pourrait dire de lui-même : parmi tous les êtres possibles, « Je » est précisément cette combinaison de caractéristiques, constituée de telle et telle façon[20].

Comme le note ailleurs Gödel, le Je, le référent du mot « Je », est un concept, un concept qui a cette particularité que seul l'individu qui lui répond (parmi les êtres du monde matériel et en laissant de côté Dieu, par exemple) peut le saisir. Ce concept qui définit l'individu, ce « caractère », détermine et la place de l'individu dans le monde et la suite de ses actions. Il y a « harmonie » « entre la place de chacun dans le monde (l'"inscription", c'est-à-dire la tâche que l'on a à accomplir) et le caractère[21] ».

C'est que Dieu a créé l'individu, et l'a inscrit dans le monde pour lui faire accomplir un dessein qu'il a lui-même fixé :

> Chaque chose a été créée par Dieu dans un but déterminé (qu'elle réalisera en dernier ressort mais [pas] toujours directement). Rien n'a été créé sans but. Beaucoup de gens ignorent leur but, d'autres s'en donnent un faux. Beaucoup travaillent contre leur but (qu'ils connaissent)[22].

Mais il ne sert à rien de nous opposer au dessein que Dieu a placé en nous. Le devoir, écrit Gödel, est « comme un champ électrique ou une force » qui nous oriente, nous pousse dans une certaine direction et contre laquelle nous ne pouvons rien. Il se peut que notre opposition à l'accomplissement de ce dessein soit l'un des moyens par lesquels nous l'accomplirons. Dieu a tout calculé de la suite des actions que, placés dans le monde en ce point et avec un tel caractère, nous accomplirions. Il n'y a dans le monde de Gödel aucun choix qui ne puisse être prévu, aucune liberté d'indifférence par exemple, mais seulement des motifs d'après lesquels nous nous décidons mais qui nous restent inconscients[23].

Cette prédétermination de l'individu est, en réalité, essentielle à la métaphysique et à la psychologie de Gödel. Le logicien reprend, en effet, une des thèses centrales de la monadologie leibnizienne, l'absence d'interaction entre le corps et l'esprit.

Gödel commence par distinguer l'esprit et le corps, la matière. On l'a vu dans la discussion avec Turing, l'esprit, qui est en principe capable d'un développement non mécanique, ne saurait se réduire au cerveau (ou au corps), qui est une machine de Turing : « L'esprit est séparé de la matière, c'est un objet à part[24]. » Le problème est alors de comprendre les relations qu'entretiennent ces deux objets, l'esprit et le corps. Gödel refuse qu'ils puissent interagir. L'esprit et la matière représentent deux plans parallèles donnant lieu à des processus, des mouvements, qui, en général, se correspondent sans qu'il y ait de contact entre eux. Si je décide de me lever, ce n'est pas que mon esprit, qui prend la décision « je me lève », agisse sur mon corps et le fasse se lever : c'est plutôt que mon corps, ou les monades qui le constituent, prennent d'elles-mêmes, d'après des lois physiques, ce mouvement qui correspond à ma décision de me lever. Et, inversement, si je sens une douleur à la jambe, ce n'est pas que l'épingle qui me pique agisse sur mon esprit : c'est plutôt qu'il naît dans mon esprit, et en vertu des lois propres de l'univers mental, une impression de douleur qui reflète un certain mouvement de l'univers qui m'entoure. Il faut bien entendu qu'il existe des lois qui déterminent les mouvements de l'esprit comme ceux du corps et que Dieu ait réglé l'esprit et le corps, les différentes monades, de telle sorte que leurs mouvements se correspondent. En tout cas

> [...] les processus de la monade-corps sont différents de ceux de la monade centrale (ils les reflètent [?] seulement). [C'est] un événement objectif différent qui reflète l'autre[25].

Ou encore :

> Le sujet des phénomènes spatiaux est autre que le sujet des phénomènes de l'âme (le corps et le Je), de sorte que les phénomènes spatiaux sont « signes » de ceux de l'âme (le signe a beaucoup en commun avec le désigné, par exemple la structure). Un bon système de signes a cette propriété, que même quand il est utilisé selon ses règles propres (sans égard pour ce qu'il figure), cette fonction de figuration ne s'arrête pas pour cela. De même pour la matière comme image de l'âme. Il s'agit dans les deux cas d'un « mécanisme »[26].

Les systèmes de signes qu'utilisent les mathématiciens, systèmes formels, chiffres pour « poser » une opération, sont soumis à des règles. Or il suffit de suivre celles-ci, de manipuler les signes selon les règles fixées, sans penser au sens des signes, pour obtenir un résultat qui a un sens. On part d'une certaine formule (disons,

$5 + 7 = 12$), on la transforme selon une règle d'inférence (disons, $x + y = z$ implique $y + x = z$), et on obtient une autre formule ($7 + 5 = 12$), qui est bien conséquence de la première. Mais, dans ce processus, on se contente de jouer sur des symboles sans jamais considérer les objets que ces symboles représentent. Or il en est de même, dans la monadologie de Gödel, de la matière par rapport à l'esprit. Les phénomènes extérieurs se transforment selon des lois propres, les lois physiques, et sans qu'intervienne jamais cette cause extérieure que serait l'esprit humain. Seulement, ce système de lois est tel que, tout en formant un plan autonome, les phénomènes matériels continuent de correspondre aux phénomènes de l'esprit et, si l'on veut, de les refléter : la décision de lever le bras est concomitante du mouvement du bras qui se lève ; la piqûre de l'épingle est concomitante de la sensation de douleur. Ce qui suppose un double déterminisme, dans le monde matériel et dans le monde intérieur de chaque monade.

La monade est entièrement fermée sur elle-même. Gödel peut reprendre le mot de Leibniz : « la monade n'a ni porte ni fenêtre ». La monade-esprit n'agit pas sur le corps ni ne touche à la réalité sensible. Elle se développe simplement en harmonie avec l'univers matériel. Cette thèse « paralléliste », cette thèse de l'harmonie esprit-monde donne pourtant lieu dans les cahiers philosophiques à des remarques contradictoires.

D'un côté, elle semble pouvoir fonder une psychologie pratique, disons une morale. Il y a, à cet égard, une note instructive dans le cahier philosophique V. Gödel indique :

> Les « païens » […] sont ces personnes qui connaissent les véritables lois d'action psychologique de ce monde […] et dirigent leur vie de telle façon que, en vertu de ces lois, les choses aillent bien pour eux (et non en vertu de la miséricorde [?] divine).

Gödel semble parler ici des sages antiques (païens donc) et, en particulier, des stoïciens. La sagesse ne vient pas alors de la foi, de la relation à un Dieu qui leur est étranger, mais de la connaissance, d'une connaissance des lois du monde qui leur permet de guider leur vie rationnellement. Quelles sont ces lois ? Gödel énonce deux principes. Le premier (qui est difficilement lisible et ne se comprend que dans le contexte) affirme que ce qui arrive à un homme dans le monde extérieur ne dépend que de ses actions extérieures et, en particulier, ne dépend « pas de l'intention avec laquelle il fait quelque chose ». C'est le « principe du matérialisme ». Le second principe affirme, à l'inverse :

> [...] ce qui arrive intérieurement à un homme ne dépend que de ses actions intérieures : chaque être est un monde pour soi, complètement séparé de toutes les autres monades (solipsisme)[27].

Les fortunes ou les aléas de la vie ne dépendent que de l'action objective, dans le monde extérieur, et l'intention, bonne ou mauvaise, n'y change rien. Mais, à l'inverse, l'état intérieur, de contentement ou de malheur, ne dépend que des événements intérieurs (intentions et pensées) et reste donc indépendant de la situation objective de l'individu concerné.

Ces deux principes, qui séparent au fond une vie intérieure et une vie extérieure, sont d'inspiration stoïcienne. Leur usage ici est peut-être révélateur du caractère même de Gödel. On voit du moins comment le logicien applique la thèse de l'« harmonie » à la psychologie.

D'un autre côté, cette même thèse conduit dans la métaphysique de Gödel à une difficulté particulière, qui ne se pose pas à Leibniz. On l'a vu, pour le logicien, l'esprit humain doit pouvoir répondre à toute question qu'il peut se poser et, par conséquent, être capable de raisonnements qui ne se représentent pas par une machine de Turing et, en particulier, dans cette machine qu'est le cerveau. Il faut donc que puissent se former dans l'esprit des pensées qui ne se reflètent pas dans le cerveau. Il faut que cette harmonie de l'esprit et du corps puisse se rompre en certains moments. Peut-être ces ruptures ne se produisent-elles qu'en des moments singuliers, dans cette intuition absolue qui est réservée à quelques philosophes, mais il faut qu'elles puissent se produire.

La difficulté ne peut pas se poser à Leibniz, ni se retrouver dans ses textes. En effet, Leibniz décrit bien les organismes, le corps et le cerveau humains comme des automates, mais il leur attribue une infinité de pièces. Le cerveau humain, par exemple, est susceptible d'une infinité d'états, ce qui, en termes modernes, le distingue d'une machine de Turing. En revanche, Gödel identifie le cerveau à une machine de Turing, tout en admettant que l'esprit surpasse les machines de Turing, ce qui l'oblige à introduire des ruptures dans l'harmonie préétablie. Il y a des événements dans la monade-esprit (la monade centrale de l'être humain) qui ne se reflètent pas dans le monde, les monades qui l'entourent.

Dans quelques notes, Gödel évoque cette imperfection de l'harmonie préétablie. Par exemple :

> L'action expl[icite] des démons (c'est-à-dire brèches dans l'harmonie préétablie) à attribuer seulement à ceux qui sont insoumis[28].

Les démons véritablement diaboliques, qui ne se sont pas soumis à Dieu, semblent donc pouvoir rompre l'harmonie de l'esprit avec le monde qui l'entoure. En quoi consiste leur action ? Comment trouble-t-elle l'harmonie divine ? L'action des démons est-elle liée à l'intuition absolue de ces philosophes qui tentent de gagner dans cette vie une connaissance qui appartient à la vie future ? Gödel ne donne pas de réponse mais maintient en effet la possibilité de ruptures dans l'harmonie préétablie.

Le même thème, sans le fantastique, revient dans une autre note. Gödel remarque que « la réflexion n'est qu'imparfaitement représentable » dans le monde matériel[29]. Or, dans les conversations avec Wang, c'est par la possibilité de la réflexion que l'esprit se distingue de la machine de Turing. L'esprit, à la différence de la machine, peut « comprendre son propre mécanisme ». Gödel doit donc faire de la réflexion une faculté de l'esprit qui ne se représente pas dans le cerveau, si elle peut engager un développement indéfini, non mécanique, dont le cerveau n'est pas susceptible.

Ou encore :

> Une rupture dans l'harmonie préétablie comme, par exemple, l'hallucination ou l'état de l'âme juste [avant] la mort[30].

L'hallucination (ou, comme Gödel le note ailleurs, n'importe quel rêve[31]) est, en effet, une rupture de l'harmonie préétablie, dans la mesure où l'esprit forme pour lui-même une représentation à laquelle aucun objet ne correspond dans le monde environnant. Cependant, ce premier exemple ne semble pas mettre en question l'harmonie, le parallélisme esprit-cerveau, puisqu'il est possible, vraisemblable, que l'hallucination de l'esprit s'accompagne d'une modification cérébrale. En revanche, le second exemple marque bien un point de disjonction entre les processus de l'esprit et ceux du cerveau. Il faut à nouveau comparer cette note aux conversations avec Wang. Gödel conjecture que l'un des moyens d'établir empiriquement l'irréductibilité de l'esprit au cerveau sera de montrer que l'esprit est susceptible d'un plus grand nombre d'états internes que le cerveau (avec un nombre N de neurones en connexion binaire, cela fait 2^N états distincts pour le cerveau), comme on l'a vu.

> Par exemple, selon certains psychologues, l'esprit est capable de se rappeler, dans tous les détails, tout ce dont il a fait l'expérience. Il semble plausible qu'il n'y ait pas assez de cellules nerveuses pour accomplir cela[32].

On peut penser que Gödel évoque précisément ce phénomène dans la note des cahiers philosophiques, avec « l'état de l'âme avant la mort » : cette remémoration complète de la vie passée qui précède la mort. Gödel semble voir là, dès les années quarante, un moment de disjonction entre l'esprit et le cerveau, une véritable rupture dans l'harmonie préétablie. C'est alors sur ce modèle qu'il faut concevoir l'intuition absolue des philosophes : une multiplicité qui envahit l'esprit, une multiplicité dont le cerveau n'est pas susceptible et qui marque un point singulier, un point de rupture dans le parallélisme.

La difficulté, au fond, se rapproche de celle que posait l'œil pinéal : cet organe qui est supposé percevoir les entités mathématiques. Dans le cadre de l'harmonie préétablie, les entités mathématiques n'agissent directement ni sur l'esprit ni sur cet organe dans le cerveau. Il en est de même dans la vision sensible : ce ne sont pas les mouvements de la matière qui agissent sur l'esprit, l'esprit « rêve » de lui-même (selon un mot de Gödel) un monde, dont les mouvements, réglés par Dieu, sont en effet ceux que l'esprit imagine. De la même façon, l'esprit « rêve » les entités mathématiques qu'il ne perçoit et qui n'agissent sur lui qu'en apparence. L'œil pinéal, dans le cerveau, vient seulement refléter dans le monde matériel ce rêve qui se fait dans l'esprit. Cependant, à nouveau, cet organe cérébral ne doit pouvoir représenter qu'imparfaitement ce rêve ou, si l'on veut, les intuitions qui ont lieu dans l'esprit. Dans la mesure où l'œil pinéal est inscrit dans le cerveau humain (ou seulement dans le monde matériel qui, pour Gödel, est une machine de Turing), son fonctionnement est celui d'une machine de Turing, alors que le développement de l'esprit est en principe irréductible à un tel mécanisme. Pour que l'esprit mathématicien puisse se refléter tout entier dans l'œil pinéal, il faudrait que celui-ci soit exclu des lois physiques et forme une sorte d'enclave dans le monde matériel. On ne voit pas comment cela serait possible.

Il y a une difficulté au centre de la métaphysique de Gödel, une tension entre plusieurs thèses : l'harmonie préétablie, qui semble impliquer un parallélisme entre l'esprit et le cerveau ; l'optimisme rationaliste, qui fait dire à Gödel que l'esprit humain doit pouvoir répondre à toute question qu'il peut se poser et, par conséquent, dépasser toute machine de Turing ; une interprétation de la physique, qui assimile le cerveau, et tout système fini, à une machine de Turing. La seule solution est d'imaginer des brèches dans l'harmonie préétablie, comme celles que semblent provoquer les démons, et d'aveugler à moitié l'œil pinéal, qui ne doit pouvoir refléter que maladroitement la pensée. Mais pourquoi alors faire l'hypothèse de cet improbable organe de l'intuition mathématique ?

8. Le meilleur des mondes

Dieu a envisagé tous les mondes possibles et a créé le meilleur. Le monde dans lequel nous nous trouvons est le plus beau des mondes possibles. Un indice s'en trouve dans les mathématiques. Les théories mathématiques que nous avons réussi à décrire pleinement (et pour lesquelles nous possédons des systèmes complets) manifestent une réelle harmonie. Elles s'appliquent au monde empirique. Elles en révèlent la beauté sous-jacente :

> Le monde réel est également beau. Les mathématiques ne sont pas seulement un bel ornement sur un corps laid[33].

Ou, pour le dire autrement, ces théories mathématiques, que nous avons complètement élucidées, représentent la seule portion de la réalité que nous connaissions pleinement et de façon définitive. C'est à partir d'elles qu'il faut juger de la réalité entière, que, précisément, nous ne connaissons pas encore :

> Notre réalité totale et notre existence totale sont belles et signifiantes – c'est une pensée leibnizienne. Nous devons juger de la réalité en prenant en compte cette petite partie que nous connaissons véritablement. Puisque cette partie que nous connaissons conceptuellement s'avère si belle, le monde réel que nous connaissons si peu doit aussi être beau. La vie peut être malheureuse pour soixante-dix ans et heureuse pour un million d'années : la courte période de misère peut même être nécessaire à l'ensemble[34].

Gödel fait en substance le même raisonnement dans les lettres théologiques, déjà évoquées, à sa mère Marianne. Le monde dans lequel nous vivons peut avoir ses défauts, notre vie terrestre être malheureuse. La réalité que manifestent les mathématiques est néanmoins belle, et on peut en tirer espoir que la réalité la plus large soit également belle. Il faut seulement attendre la suite : la vie après la mort :

> La vie telle que nous la connaissons pourrait ne pas être l'existence totale de l'individu. Peut-être se poursuit-elle dans un autre monde dans lequel il n'y a ni maladies ni mort et où tous les mariages sont heureux et toute tâche (toute carrière) est agréable[35].

Gödel se veut donc « optimiste » et d'un « optimisme rationaliste ». En même temps et comme on pourrait s'y attendre, cet optimisme, tourné vers la vie future, s'accompagne d'un pessimisme un peu désabusé en ce qui concerne le monde présent. Une conséquence, par exemple, de l'optimisme rationaliste et de la thèse du meilleur du monde est que, si notre monde a ses défauts, il ne peut pourtant pas être changé, puisqu'il a été choisi par Dieu et participe déjà du meilleur des mondes :

> Ce monde est seulement là pour que nous apprenions. On ne peut pas le transformer en un paradis. [...] On peut se demander s'il est même possible d'améliorer le monde[36].

Les remarques de Gödel sur nos sociétés ont souvent quelque chose de désabusé. Elles sont nombreuses dans les cahiers philosophiques et les lettres à Marianne. Elles ne constituent pas, je crois, la partie la plus intéressante des réflexions du logicien, qui, comme on vient de le voir, attend seulement une solution aux problèmes humains dans une vie après la mort. Je veux néanmoins en évoquer deux pour montrer en particulier que la lettre à Scurlock (citée à la fin de la partie III) n'oppose pas simplement la société américaine, libre et démocratique, au modèle soviétique qui serait alors identifié au travail mécanique. La société libre, dont parle alors Gödel et dans laquelle nous cesserons de raisonner comme des machines, semble plutôt représenter le paradis de ces mondes d'après la mort. En tout cas, la société capitaliste (dans laquelle on hérite d'un capital qui permet de ne pas travailler soi-même) ne semble pas, dans l'esprit de Gödel, se caractériser par la liberté :

> En ce qui concerne la position sociale, les hommes se divisent en (1) les Messieurs (= les nobles et les capitalistes qui ont une [entreprise ?] et des subordonnés – par exemple une fabrique), (2) les esclaves. Ces derniers se divisent en (1) ceux qui connaissent le système de gouvernement des Messieurs et y collaborent dans une plus ou moins grande mesure contre un salaire plus ou moins élevé. Ce sont les intellectuels. (2) Les contremaîtres. (3) Les travailleurs. Car, à chaque époque historique (caractérisée par le partage du pouvoir, les modes et le but de son exercice et de son maintien), subsistent des vestiges de l'époque précédente [...][37].

Il est difficile de voir dans cette description le modèle d'une société libre. Carnap, qui fréquente assidûment Gödel au début des années trente, indique dans son journal de 1931 que Gödel est en train de lire Lénine et Trotski, qu'il défend le socialisme et la société planifiée[38]. Gödel lui-même rapporte de façon plus vague son attachement au Cercle de Vienne, à l'antifascisme qui y règne. Dans sa période américaine, il ne défend, à ma connaissance, aucune forme de marxisme. Il semble en fait identifier le matérialisme, comme théorie politique, au matérialisme métaphysique, qui réduit l'esprit à la matière. Cette mauvaise philosophie devient un instrument de manipulation :

> Les maîtres (*the rulers*) ont des difficultés à manipuler la population : ils utilisent alors le matérialisme pour manipuler les intellectuels et la religion pour manipuler les travailleurs. [Mais] avant de pouvoir conquérir le monde, les communistes devront avoir une religion rationnelle. Le présent idéal n'est pas un motif suffisamment fort. On ne peut pas réformer le monde avec une mauvaise philosophie[39].

Gödel évoque l'URSS à plusieurs reprises dans ces conversations avec Wang. Et, manifestement, ce n'est pas, pour Gödel, ce matérialisme qui amènera l'émancipation. Il n'est pas clair en réalité que la liberté puisse se rencontrer ailleurs que dans un monde futur et, disons-le, au paradis.

9. La monadologie et le temps

L'univers est un système de monades qui entretiennent des relations définies par des lois. Ce sont les lois à partir desquelles Dieu a réglé l'univers.

> Nous devrions décrire l'univers en appliquant ces idées fondamentales : le monde comme consistant en monades, les propriétés (activités) de ces monades, les lois les gouvernant et les représentations (du monde dans les monades)[40].

Les monades, en effet, sont des entités « spirituelles ». Elles contiennent chacune (y compris les monades qui constituent la matière inanimée) une représentation de l'univers, analogue à notre propre perception des choses. Chaque monade se développe (c'est-à-dire modifie sa représentation de l'univers) selon le concept, l'essence, qui la définit.

Les monades ne semblent pas réellement interagir entre elles. Leur devenir est tout entier déterminé par leur concept. Néanmoins, les monades sont liées par des relations de causalité. Gödel donne à celles-ci une grande importance, sans expliciter en détail leur nature (du moins, dans les textes actuellement retranscrits du Gabelsberger ou dans les conversations avec Wang).

Il semble que ces relations de causalité doivent être comprises comme des rapports d'implication entre les concepts (si l'on veut, les propositions) qui définissent les monades. Imaginons que Jean donne un coup à Jacques. On dira qu'il était dans son concept que Jean donne un coup et qu'il était dans son concept que Jacques reçoive un coup. Jacques tombe à la renverse en vertu uniquement de son propre concept. Cette chute était de tout temps inscrite dans son concept, comme le coup que Jean allait lui donner était inscrit dans le sien. Cependant, on peut dire aussi bien que la chute de Jacques est causée par le coup que Jean lui donne. C'est-à-dire, le concept de Jean étant ce qu'il est, il implique certaines propriétés de celui de Jacques : il exige que le concept de Jacques soit tel que Jacques tombe à l'instant où Jean donne le coup. La relation de causalité entre deux monades semble traduire la façon dont le concept de l'une détermine certaines propriétés du concept de l'autre.

Gödel, dans une note isolée et tout en disant très peu sur la nature des relations causales, fait de la causalité « le concept philosophique fondamental[41] ». Or l'une des propriétés remarquables de ce concept, dans l'univers de Gödel, est son indépendance par rapport à la temporalité. Si la causalité est une relation entre les monades qui traduit la façon dont leurs concepts se déterminent les uns les autres, elle se fixe au moment où Dieu conçoit le monde, l'imagine avant de le créer, comme un système de monades en harmonie. Elle est alors essentiellement un rapport logique, qui, en lui-même, ne fait pas intervenir le temps. L'exemple de Gödel est instructif :

> La causalité en mathématiques, dans le sens, disons, d'un théorème fondamental qui cause ses conséquences, n'est pas le temps. Nous [seuls] la considérons comme un schème dans le temps.
>
> La causalité ne change pas dans le temps et n'implique pas le changement[42].

10. L'immobilité des choses

Le temps n'a pas dans l'univers de Gödel de réalité objective. Les choses, les monades, ne sont pas dans le temps. Le temps n'est ni un cadre en soi dans lequel la réalité serait logée, ni une caractéristique ou un ordre inhérent aux choses. Le temps n'est qu'une forme que nous projetons sur la réalité. Le temps n'existe alors qu'en un sens relatif, c'est-à-dire ne se constitue que pour un observateur, dans sa relation avec la réalité[43].

On rencontre déjà des notes sur le temps dans les cahiers philosophiques du début des années quarante. Mais la réflexion de Gödel prend un tournant entre 1946 et 1949, alors que le logicien travaille à un article sur Einstein et Kant. Il réussit en effet à définir des univers qui vérifient les lois de la théorie de la relativité générale mais autorisent le voyage dans le temps. C'est-à-dire où un observateur peut (dans une trajectoire accélérée) atteindre n'importe quelle région de ce qui est pour lui le passé. À partir de là, Gödel développe toute une série d'arguments visant à montrer que le temps n'a pas de réalité indépendante de l'observateur[44].

En quelques mots, si un voyage dans le temps est en principe possible, si, en principe, il est possible à un observateur de revenir dans n'importe quelle région de son passé, il faut que ce passé ne soit pas passé, qu'il ne s'évanouisse pas mais demeure dans l'univers, accessible au même titre que le lointain. Un tel univers ne peut pas être soumis à un véritable devenir. Il y est possible de voyager dans ce que l'on appelle le temps comme dans ce que l'on appelle l'espace. Toutes les régions de l'espace-temps sont de la même façon accessibles et, par conséquent, ont la même réalité. Les régions de ce que l'on appelle le passé, ou l'avenir, ont la même réalité que celles du lointain. Elles sont, en un sens, éternelles : le temps ne passe donc pas ou il n'y a pas de devenir véritable dans cet univers. Cela reste vrai alors même que, si l'univers autorise le voyage dans le temps, on ne le réalise pas en pratique. Cela, pour Gödel, reste également vrai si notre univers n'autorise pas le voyage dans le temps.

Un univers de Gödel, qui autorise le voyage dans le temps, se caractérise par une certaine distribution de la matière. Être ou non dans un univers de Gödel dépend, si l'on veut, de la façon dont se répartissent les étoiles dans le ciel. En 1949, c'est une question de savoir si notre univers (l'univers dans lequel nous vivons, avec sa distribution particulière de la matière) est un univers de Gödel. On sait maintenant que ce n'est pas le cas (ce qui n'implique pas que notre univers n'autorise pas le voyage dans le temps). Mais, dans un univers qui autorise le voyage dans le temps, les observateurs ont une expérience du temps, ils ont l'impression que le temps passe, alors qu'il n'y a pas de devenir et que rien ne passe en réalité. Il faut donc dissocier en général l'expérience du temps et sa réalité. On voit sur le cas des univers de Gödel que l'expérience du temps ne signifie pas que l'univers soit en devenir. On peut ensuite appliquer ce résultat négatif à notre univers, qu'il soit, ou non, un univers de Gödel.

> Si l'expérience d'un passage du temps peut exister sans un passage du temps objectif, il n'y a plus aucune raison d'admettre un passage du temps objectif[45].

De façon générale, le fait que l'on ait l'expérience du temps ne signifie pas qu'il y ait un devenir de l'univers. Par conséquent, que nous ayons dans notre univers l'expérience du temps ne peut pas nous obliger à admettre le devenir de l'univers. Gödel peut poser que le temps dans notre univers n'a pas de réalité, pas plus de réalité que dans les univers qui autorisent le voyage dans le temps.

L'univers n'est donc pas en devenir. Les choses ne passent pas. Elles sont ou ne sont pas. L'univers en lui-même ne connaît pas le temps. Le temps n'est qu'une certaine façon que nous avons de mettre en ordre les choses d'un univers, qui, en lui-même, n'est pas temporel. Comme Gödel l'écrit encore à Robinson, dans les années soixante-dix :

> Les choses (et non seulement les objets des mathématiques) existent ou n'existent pas, et l'idée de changement, de destruction, n'est rien qu'une combinaison dépourvue de sens de termes primitifs de notre pensée que nous effectuons vers l'âge de 2 ou 3 ans (pas étonnant que nous ne puissions pas combiner nos concepts avec évidence à cet âge) et que nous fortifions ensuite par un usage constant dans la description des faits objectifs. Si nous voulons décrire la situation véritable dans les

> termes de cette combinaison dépourvue de sens, il nous faut supposer l'éternel retour du même, qui est donc, autant que cela est possible, une description de l'état de choses véritable dans les termes d'une mauvaise conception[46].

Ce brouillon qui ne sera jamais envoyé comporte certains éléments que l'on ne retrouve pas ailleurs : le thème de l'éternel retour et la thèse que l'idée de changement est un non-sens, ce que Gödel ne soutient pas dans les années quarante. Néanmoins, Gödel y exprime clairement le cœur de sa position : l'univers est immobile, hors du temps, et le temps n'est qu'une forme que nous lui appliquons, une certaine façon que nous avons de décrire l'univers.

11. Pourquoi le temps alors ?

L'univers n'est pas en lui-même soumis au temps. Il y a des êtres, Dieu et les anges, qui ne connaissent pas le temps (ou, du moins, ce temps dans lequel nous vivons). Le temps n'a pas de nécessité. Pourquoi alors Dieu nous l'a-t-il donné ? Si le temps n'a pas de réalité objective, si les choses ne passent pas, ce découpage que nous en faisons avec une suite d'instants est néanmoins rendu possible par la structure de l'univers. Pourquoi Dieu a-t-il constitué l'univers de telle sorte ou nous a-t-il inscrits dans l'univers de telle sorte que nous découpions celui-ci en une suite temporelle ? Gödel, on l'a vu, est convaincu que « rien n'a été créé sans but ». Or cette question du but s'applique également à des créations telles que le temps, ou la lumière. Par exemple :

> La fonction (le but) de la lumière est l'image, c'est-à-dire que le monde des corps physiques (abstraction faite de la vie) serait sans lumière essentiellement le même, seulement on ne pourrait pas le voir[47].

De nombreuses notes examinent la fonction du temps pour l'être humain. Avant tout et pour l'essentiel, Gödel tente de replacer le temps dans sa théodicée. Le temps par exemple serait une façon de dévoiler les qualités de l'être, d'approcher l'individu comme on approche un point de la droite, un nombre réel, par la série de ses décimales ou, en développement dyadique, par une série de 0 et de 1.

> Si le but de l'existence temporelle consiste à mettre en lumière les qualités morales de chaque être (et, en fait, avec la plus grande précision), alors il en est comme de l'approximation d'un point irrationnel par un développement dyadique. [...] La mort est l'instant où se manifeste le caractère exact[48].

Ou encore, dans le même ordre de considération, le temps nous aurait été donné pour que nous puissions apprendre. La capacité à apprendre définit l'être humain, par rapport aux bêtes mais aussi par rapport aux anges ou à Dieu : « l'éducation est un travail, parce que nous ne sommes pas des anges[49] ». Or l'apprentissage n'est possible que dans le temps. Si Dieu a voulu avec l'homme créer un être qui apprenne, il fallait qu'il lui donne le temps[50].

Gödel tente également à plusieurs reprises de déterminer la fonction du temps à partir de ses contradictions. Le temps, on le sait, donne lieu à des contradictions : aujourd'hui, le ciel est bleu ; hier, le ciel était gris. Les propositions, « le ciel est bleu » et « le ciel n'est pas bleu » sont également vraies, elles sont vraies à des moments différents. Le passage du temps nous permet d'affirmer également une proposition et sa négation. On peut (comme le fait John McTaggart) s'appuyer sur ces contradictions pour dénoncer notre conception du temps comme dépourvue de sens. Gödel, dans les textes des années quarante et à la différence de la lettre à Robinson, citée plus haut, ne le fait pas. Il voit au contraire dans la contradiction une propriété de l'être dans le temps.

> Pour qu'un être puisse exister dans le temps, il est nécessaire qu'il y ait en lui un « potentiel », c'est-à-dire que, pour un certain φ, $\varphi(A)$ et $\neg\varphi(A)$ soient compatibles avec son essence. Le temps rend possible que ces deux propositions soient vraies « de points de vue différents »[51].

Encore une fois, cela ne signifie pas que notre conception du temps soit dépourvue de sens. C'est l'être, tel qu'il apparaît dans le temps, qui est en lui-même contradictoire. Son essence comporte des attributs opposés. Or nous ne pouvons pas penser la contradiction en elle-même (la logique classique ne nous permet pas de raisonner à partir de propositions contradictoires : n'importe quelle proposition s'en déduit). Dieu nous a alors précisément donné le temps pour nous permettre de saisir, autant que cela nous est possible, la contradiction :

> Le temps est le moyen par lequel Dieu a réalisé l'inconcevable que p et $\neg$p soient tous deux vrais, et l'inconcevabilité du temps est l'expression de ce que cette merveille dépasse notre force de compréhension[52].

Le monde est en lui-même contradictoire, et la seule façon pour Dieu de nous permettre de penser ces contradictions a été de les développer dans le temps. Mais Dieu lui-même ne vit pas le temps. C'est qu'il peut lui-même penser la contradiction hors du temps. Il utilise avant la lettre ce que l'on appellerait aujourd'hui une logique paraconsistante. Et c'est sans doute aussi le cas des anges, qui ne connaissent pas non plus le temps, notre temps du moins.

12. L'éternité de Dieu et le temps des anges

L'un des défauts de nos théories de la connaissance est qu'elles ne disent rien des mathématiques de ces êtres qui ne connaissent pas le temps ou, du moins, ne vivent pas dans notre temps et dont nous-mêmes nous ferons peut-être un jour partie :

> [...] la courte étendue de notre existence dont nous n'avons qu'une compréhension très partielle. Alors que, par exemple, les théorèmes sur les nombres cardinaux s'appliquent à *tous* les nombres cardinaux ou au système des nombres cardinaux dans toute son étendue, nous ne savons littéralement rien qui s'applique à l'existence totale des êtres rationnels [et barré à cet endroit : aux êtres rationnels dans toutes les phases de leur existence][53].

Cette question, celle de la nature des mathématiques des esprits non humains ou, en quelque sorte, post-humains, semble devoir intervenir dans le fondement même des mathématiques. C'est, on l'a vu, qu'il est possible que l'incomplétude de nos théories soit liée à la forme propre de nos mathématiques qui ne seraient qu'un reflet inadéquat de la réalité et des mathématiques de ces êtres hors du monde et hors du temps. Comprendre alors ce qui dans nos mathématiques dépend de notre incarnation, de notre inscription accidentelle et provisoire dans le monde matériel, et comprendre à l'inverse ce que seraient les mathématiques hors du temps, cela pourrait contribuer à cette révolution qu'attend Gödel.

En tout cas, Gödel s'interroge sur les mathématiques et les intuitions de ces êtres hors du monde matériel. Si le temps est une forme appliquée à l'univers, qui naît d'une relation de l'observateur à l'univers et dépend de la façon dont l'observateur s'inscrit dans l'univers (de son mouvement), un être qui n'a pas de corps et contemple l'univers de l'extérieur ne vit pas dans le temps.

> Pour un être qui n'aurait aucune sensibilité (*i. e.* pas de contact avec la réalité à travers les sensations) mais seulement un « pur entendement », aucun temps n'existerait[54].

Or, un tel être est capable de mathématiques mais de mathématiques immédiates. Gödel écrit au brouillon, à la place de la phrase ci-dessus :

> Pour un être sans aucune sensibilité [barré ici : c'est-à-dire qui ne serait pas inscrit dans le monde par les organes des sens] (c'est-à-dire qui n'aurait pas de corps dans le monde matériel) mais ne le considérerait que du dehors (par « l'entendement pur »), aucun temps n'existerait. [...] Il faudrait supposer en outre que l'entendement de cet être est si parfait qu'il n'a pas besoin de marques sur le papier (ou d'images mémorisées dans le cerveau) (qui en tant que processus matériels ne sont possibles que dans l'espace et le temps) comme béquilles mais pénètre toutes les relations conceptuelles d'un seul regard[55].

Les mathématiques divines (et sans doute celles de certains anges) ne prennent donc pas de temps. Dieu pense la réalité mathématique d'un seul coup. Il faut dire que nous avons nous-mêmes part à cette intuition. L'intuition abstraite, l'intuition des concepts, est en effet un processus immédiat, qui ne dure pas :

> L'intuition [...] c'est voir d'un seul coup[56].
> La connaissance (compréhension) est un processus absolument momentané[57].
>
> La compréhension, l'appréhension de l'essentiel d'une chose, se fait dans un moment tout à fait déterminé et tout entière dans celui-ci. [...] Ce n'est pas un processus graduel[58].

Notre vie se déroule dans le temps, et pourtant elle donne lieu à des vécus, une intuition, où quelque chose se fait mais n'a pas d'épaisseur temporelle. L'intuition mathématique est une rupture dans la continuité temporelle de notre vie. Cela met déjà en question la portée du temps pour l'esprit humain. S'il y a des vécus qui brisent la temporalité, en cela que quelque chose s'y passe sans prendre de temps, en un instant, le temps n'apparaît-il pas comme une structure superficielle de l'esprit humain ? Ne peut-on pas déjà pressentir d'autres formes de vie qui ne se dérouleraient plus dans le temps, ou dans le temps que nous connaissons ?

L'intuition abstraite, en tout cas, se double dans l'esprit humain d'un autre genre d'intuition mathématique, qui passe, elle, par le temps. On compte dans le temps, une chose, un nombre, après l'autre : 1, 2, 3, etc. Cette intuition dans le temps joue un rôle fondamental dans nos mathématiques. Gödel fonde sur cette intuition un critère pour l'existence des ensembles. Le texte suivant est un brouillon rédigé par Gödel pour ses conversations avec Wang. Il est rédigé à la troisième personne de sorte que Wang puisse l'inclure sans modification dans le livre qu'il prépare :

> Selon Gödel, un ensemble est un objet qui contient ses différents éléments en tant que constituants : c'est un tout consistant dans ses éléments. Comme critère pour l'existence d'un tel tout [...], nous utilisons le fait que nous pouvons en un certain

> sens idéalisé survoler (*overview*) ou parcourir (*run through*) la pluralité en question. [...] Les éléments sont en un certain sens donnés comme champ intuitif de variabilité. [... Cela] soulève des problèmes plus difficiles que l'on ne le croirait à première vue : en particulier, parcourir devra sans doute signifier parcourir par un esprit possible[59].

Un ensemble est défini comme un tout composé d'éléments qu'il est possible de survoler, de parcourir, de passer en revue. Comment s'opère ce parcours ? Le parcours des éléments semble bien supposer une sorte de temporalité. Le problème alors est que cette définition, ou ce critère pour l'existence d'un ensemble, doit s'appliquer à des ensembles infinis, dont nous ne pouvons pas, dans le temps que nous connaissons, passer en revue les éléments, un à un, l'un après l'autre. Il faut – dit Gödel – idéaliser notre intuition du temps. Qu'est-ce que cela veut dire ?

> C'est une idéalisation forte du concept de notre intuition réelle que de parler d'ensembles donnés par un survol. Le concept de temps idéalisé dans le concept de survol (*overview*) a quelque chose à voir avec l'intuition kantienne[60].

Kant, on le sait, faisait reposer l'arithmétique sur l'intuition du temps. Compter, cela suppose de détacher par l'attention des objets, quels qu'ils soient, les uns après les autres. On ne compte donc que dans le temps. De la même façon, le parcours des éléments qui détermine la réalité de l'ensemble s'opère dans une sorte de temps. Seulement, ce « temps » ne peut pas être celui que nous connaissons, la forme de notre vie intérieure. En effet, Gödel parle de « survol » ou de « parcours » pour des ensembles infinis, et de puissances différentes, que nous n'aurions jamais fini d'énumérer dans la forme du temps que nous connaissons. Il faut donc imaginer sur la base du temps réel des formes, des intuitions infinies, qui ne sont plus les nôtres mais qui appartiennent à des esprits possibles, que nous pouvons concevoir mais jamais être. Le problème apparaît dès le début des mathématiques, avec l'ensemble des entiers : nous pouvons compter arbitrairement loin, 1, 2, 3, etc., mais non compter jusqu'à l'infini. Poser l'ensemble des entiers exige donc déjà une intuition infinie : un temps qui n'est plus le nôtre et un esprit qui vivrait dans ce temps et que nous ne sommes pas.

> Arriver à la totalité des entiers exige un saut. La survoler suppose une intuition infinie. [...] Il n'y a pas de doute que cette idéalisation [...] est au fondement des mathématiques classiques. [...] Ce que cette idéalisation signifie est que nous pouvons concevoir et réaliser la possibilité d'un esprit qui peut [effectuer ce parcours][61].

Les éléments d'un ensemble doivent pouvoir être « survolés », « parcourus ». Cette sorte de passage en revue se fait dans un temps « idéalisé », « fortement idéalisé », dit Gödel. Les ensembles infinis de la théorie des ensembles ne peuvent pas être parcourus par nous, dans la forme du temps dans laquelle nous vivons. Le parcours de la suite des entiers suppose déjà un « saut », et ce n'est qu'un point de départ. Il faut bien accepter que ce processus de « survol » tel que l'envisage Gödel ne peut pas se faire dans le temps de notre sensibilité mais dans des formes plus complexes (et, le cas échéant, de puissance différente) dans lesquelles nous ne vivons pas et que nous pouvons seulement prêter à des esprits possibles. Le critère invoqué pour l'existence d'un ensemble est alors que l'on puisse imaginer un esprit possible capable, dans le temps où il vit, de parcourir l'ensemble en question. Cette référence à un « esprit possible » est explicite dans les citations précédentes. Elle est encore plus claire dans cette note manuscrite sur un texte de Wang ; Wang écrit :

> Avec un ensemble, nous avons un concept intuitif qui, à la différence d'un concept abstrait (tel que celui de maladie mentale), nous permet de survoler ou de parcourir toute l'extension de l'ensemble.

Gödel ajoute en marge :

> Un ensemble présuppose un concept intuitif qui nous permet (ou plutôt à un esprit que *nous* pouvons imaginer dans notre esprit) de survoler ou de parcourir toute l'extension de l'ensemble[62].

Ou encore, avec cette formulation, qui donne à cette condition qu'un ensemble doit pouvoir être survolé une portée universelle mais dépendant de la possibilité d'imaginer d'autres esprits :

> Pour tout ensemble, il y a quelque esprit qui peut le survoler dans le sens le plus strict[63].

Si chaque action, détacher un élément par l'attention, compte pour une durée déterminée, disons 1, le temps de notre sensibilité est semblable à la suite des entiers. Nous pouvons y accomplir un nombre fini mais arbitrairement grand d'actions élémentaires. L'idéalisation, qu'évoquait Gödel plus haut, revient alors à considérer que le temps de notre sensibilité n'est qu'une forme parmi d'autres. D'une part, il est possible de faire jouer le rôle du temps à n'importe quel ensemble bien ordonné (semblable à des ordinaux supérieurs à ω et, éventuellement, de puissance supérieure, si le continu peut être passé en revue en ce sens). D'autre part, il est possible d'imaginer un esprit qui vivrait dans un tel temps et qui pourrait alors survoler les ensembles en question.

> Un ensemble est quelque chose qui se forme par l'assemblage de ses éléments morceau par morceau. C'est l'interprétation idéaliste et psychologiste extrapolée. Mais on doit pour cela supposer que l'on peut compter aussi loin qu'on veut ou que le temps est un ensemble ordonné de la structure de l'absolu bien ordonné et que l'on vit jusqu'à des moments arbitrairement éloignés[64].

Dans cette note des années quarante, Gödel ne fait pas référence à un esprit possible mais à un simple « on ». Il pose pourtant clairement que ce critère, le fait que les éléments d'un ensemble doivent pouvoir être passés en revue, suppose de considérer comme temps n'importe quel segment de la suite des ordinaux ou, finalement, cette suite entière, et d'admettre que l'« on » puisse vivre dans ce « temps » aussi « tard » que requis.

Est-ce une preuve de l'existence des anges, de l'existence d'esprits qui vivent dans des temps infinis ? Sans doute, si l'on accepte la définition que donne Gödel d'un ensemble comme un tout d'éléments susceptibles d'être parcourus par un esprit possible. Avec cette définition informelle (qui exprimerait par exemple la raison profonde du théorème du bon ordre), poser les ensembles infinis de la théorie des ensembles revient à poser des esprits infinis. Il faut que le temps de ces esprits leur permette de survivre à ce point que nous considérerions comme la fin du temps : compter 1, 2, 3..., jusqu'à atteindre à l'infini, ω, et recommencer $\omega + 1$, $\omega + 2$, pour atteindre successivement toutes les puissances de l'infini que distingue la théorie des ensembles. Ces esprits, capables de survivre à la fin du temps humain, ne sont pas Dieu, qui vit dans l'éternité et ne connaît pas le temps. Ce sont, semble-t-il, des anges, qui vivent dans la réalité mathématique et en parcourent du regard les différents infinis.

13. Notre temps parmi d'autres

Nous ne pouvons pas compter jusqu'à l'infini. Nous pouvons compter indéfiniment mais la forme temporelle de notre pensée nous interdit d'atteindre l'infini. Nous pouvons, cependant, imaginer des esprits qui vivraient dans des temps infinis. Notre temporalité se laisse donc en quelque sorte déformer, comme pour nous montrer l'intériorité d'esprits que nous ne sommes pas. Dans plusieurs notes, Gödel s'interroge de façon explicite sur ces temps imaginaires. Et, avant tout, pouvons-nous en effet imaginer une temporalité qui nous permettrait, pour ainsi dire, de passer de l'autre côté de l'infini : avoir accompli une infinité d'opérations ? Cette longue note, quoique rapidement rédigée et parfois confuse, reste instructive :

> Est-il vraiment possible (sans contradiction) que l'on vive quelque chose qui ait lieu après une infinité de faits singuliers ? Une situation dans laquelle nous nous souvenons d'avoir accompli infiniment est pensable. [...] Il se peut qu'un jour cette situation se réalise (dans laquelle nous aurions vécu de plus en plus vite)*. Sans doute, les deux énoncés A_1 = « je créerai encore une infinité de fois » et A_2 = « à un certain moment, je ne créerai plus » semblent se contredire pendant que nous créons, mais non plus les énoncés correspondant au temps ω. Autrement dit, nous pouvons bâtir une théorie avec un

temps non archimédien (c'est-à-dire une théorie avec un ensemble ordonné non archimédien qui jouerait exactement le rôle de notre temps) et ensuite construire un être [mot illisible] qui reconnaisse au temps ω les énoncés correspondants (mis au passé).

* [Note ajoutée par Gödel :] Ou mieux encore décrite comme une vie passée infiniment longue[65].

Gödel mêle dans cette note des considérations qui relèvent du fondement des mathématiques (puisque le critère que donne le logicien pour l'existence des ensembles exige que l'on puisse imaginer des esprits infinis) et des considérations qui s'intègrent à sa vision théologique. Les temps infinis représentent sans doute aussi bien la forme des mondes d'après la mort, où – Gödel y insiste souvent – on se souvient de sa vie, ou de ses vies antérieures (et peut-être innombrables). Il se peut donc que nous nous réveillions un jour avec cette vision « d'une vie passée infiniment longue ». Gödel soutient en tout cas sans ambiguïté qu'une telle temporalité se laisse en effet concevoir, qui donne place à une infinité de faits singuliers et où l'on peut dire quelque chose comme « je poursuis indéfiniment ma tâche et ensuite je m'arrête ». Il suffit de supposer prolongée la suite temporelle de nos actions de telle sorte que celles-ci puissent être numérotées non seulement par des entiers mais par les ordinaux transfinis. Disons que chacune de mes actions est numérotée, action *1*, action *2*, action *3*, etc., il est possible, dit Gödel, d'imaginer que j'atteins l'infini, le premier ordinal transfini ω, où je peux alors affirmer avoir accompli, non plus une, deux, ..., n actions, mais une infinité. Ou bien il suffit de décrire le temps comme une structure non archimédienne (c'est-à-dire dans laquelle chaque point est précédé d'une infinité d'infinitésimaux, qui, ici, semblent chacun figurer un événement distinct) : je jette un coup d'œil sur mon réveil, il est presque treize heures mais inutile de m'arrêter : avant d'aller déjeuner, j'aurai le temps d'écrire une infinité de pages. Gödel ne dit pas qu'il serait agréable de vivre dans un temps non archimédien.

Il y a une autre question qui intéresse Gödel : c'est de savoir dans quelle mesure la linéarité du temps est nécessaire. Les choses, les événements du monde comme mes propres pensées viennent les uns après les autres. Une chose est antérieure, simultanée ou postérieure à une autre. Mais peut-on par exemple imaginer un être dont le temps serait bidimensionnel, une multiplicité comme un plan plutôt que comme une droite ? On peut poser cette question en deux sens. On peut, d'un côté, tenter d'imaginer que le temps intérieur, les pensées, les vécus ne s'ordonnent pas sur une droite mais sur une surface. On peut, d'un autre côté, tenter d'imaginer un être qui vivrait dans un monde dont le temps aurait deux dimensions. C'est d'abord en ce sens que Gödel pose la question. On se souvient de ces personnages de *Flatland*, qu'Edwin A. Abbott imagine vivant sur une surface. Leur sens leur dévoile un monde superficiel comme les nôtres nous dévoilent un monde volumique. De tels êtres, dit Gödel en soulignant qu'il s'écarte de la théorie physique (la théorie de la relativité marque dans ses équations la spécificité du temps par un signe négatif dans le calcul de la « distance »), seraient amenés, dans un monde à quatre dimensions, à penser le temps comme une multiplicité bidimensionnelle, occupant les deux dimensions de ce qu'ils ne perçoivent pas simultanément :

> Si notre corps occupait une variété bidimensionnelle dans un monde à quatre dimensions, notre représentation du temps (et aussi de l'espace) serait radicalement différente puisque le temps serait bidimensionnel et l'espace de même[66].

Comment nous penserions-nous alors ? Quel rôle aurait cette deuxième dimension du temps qui est pour nous la troisième dimension de l'espace ? Rapporterions-nous notre propre intériorité, notre propre esprit, sur un plan plutôt que sur la droite du temps ? Ces questions, en réalité, nous concernent de près. Dans une note de bas de page, Gödel suggère que, comme certains physiciens en ont fait l'hypothèse, notre monde a peut-être cinq dimensions. Nous serions alors, semble laisser entendre le logicien, dans la situation de l'être bidimensionnel dans un monde quadridimensionnel, à cette différence près que nous n'aurions pas encore découvert la deuxième dimension du « temps ». Notre monde, dans cette hypothèse, garderait une dimension cachée, comme la cinquième dimension des séries B, que Gödel nous engage à concevoir sur le modèle du temps plutôt que de l'espace. Le temps du monde serait donc une surface. Cette superficialité du temps, cette dimension supplémentaire, concernerait-elle également la pensée ? Le monde intérieur peut-il avoir comme le monde des choses une dimension cachée ? Il y a une note où Gödel envisage que le temps intérieur ait deux dimensions :

> On ne peut pas se concevoir comme ayant une existence dans un temps à deux dimensions (c'est-à-dire une multiplicité doublement étendue d'unités vécues). Mais savons-nous que nous ne sommes pas une telle existence ?
>
> Savons-nous au moins qu'il n'y a pas certains rapports [certains vécus comme rapports à autre chose] sans relation temporelle au présent ?*
>
> * [Note ajoutée par Gödel :] Tous mes vécus qui ne se trouvent pas dans le passé, se trouvent dans le futur[67].

Que veut dire ici un temps à deux dimensions ? Il y a des pensées qui viennent après d'autres, mais il y aurait aussi des pensées simultanées s'ordonnant sur une autre dimension aussi naturellement que dans la relation avant/après. Ou, plus exactement, il y aurait deux relations avant/après (qu'il faudrait noter avant.1/après.1 et avant.2/après.2) absolument indépendantes : celle que nous connaissons et une autre avec des pensées qui viennent également mais en un sens différent les unes « après » (ou après.2) les autres. À quoi ressemblerait alors notre vie ? Comment nous déplacerions-nous sur cette deuxième dimension du temps ? Pourrions-nous par exemple dans ce temps de surface dessiner une boucle et revenir au même point, au même instant de la pensée, sans jamais avoir rebroussé chemin ni repasser en sens inverse par les mêmes pensées ?

Gödel refuse que l'on puisse réellement imaginer vivre dans ce temps de surface. Il pose finalement une question un peu différente. Peut-on imaginer un vécu qui n'aurait pas de relation temporelle à nos pensées habituelles ? Ce serait une pensée, une intuition, une vision dont on ne pourrait dire qu'elle est antérieure, simultanée ou postérieure à nos pensées usuelles. Une pensée donc qui ne se laisserait pas situer dans le flux temporel de la vie intérieure. Quel rapport de causalité entretiendrait-elle avec nos pensées habituelles ?

Il y a une nouvelle de Le Fanu, sur ce thème, « La vision de Tom Chuff[68] ». Dans un village, une famille de paysans. L'homme, Tom Chuff, boit : il ne peut plus travailler, il vend ses terres, sa femme se lie avec le prêtre, les enfants, dont personne ne s'occupe, tombent malades, mais lui boit. L'originalité du cas vient de ce que Tom Chuff a eu une vision : il était convoqué pour le jugement divin et condamné, il contemplait un instant le spectacle de l'Enfer où une voix terrible lui promettait une bonne place. La vision était horrible. Seulement, il ne se souvient plus quand cette vision lui est venue. Le plus souvent, il pense qu'il a eu cette vision parce qu'il buvait et, par conséquent, après avoir commencé à boire. Mais il se demande parfois s'il n'a pas commencé à boire parce qu'il avait eu cette vision, pour l'oublier. Y a-t-il une solution à son dilemme ? Cette vision doit-elle lui être venue ou après ou avant qu'il ait commencé à boire ?

Les questions de Gödel sur le temps sont liées, je crois, à sa conviction que la temporalité est une structure provisoire de l'esprit humain. L'esprit, qui survit à la mort, est appelé à s'extraire du monde matériel, et il n'y a pas de raison de supposer qu'il continue alors à vivre dans le temps que nous connaissons. Il faut donc qu'il y ait dans l'esprit de quoi transcender la temporalité naturelle. Considérer le temps comme une forme nécessaire de l'esprit humain est une illusion.

> [...] il est pensable qu'un jour l'illusion cesse, nous accomplirons alors tous nos actes simultanément, [...] ceux qui venaient après en référence à ceux qui venaient avant (mais non l'inverse)[69].

La causalité, la façon dont un acte en détermine un autre, s'exprime pour nous dans le temps, mais ce n'est pas une nécessité. La causalité est avant tout une relation logique entre les concepts qui définissent les monades et leurs actions. Elle peut donc s'exprimer dans une série simultanée. Ainsi, lorsque la mort nous aura libérés de la temporalité, les actions qui nous semblaient suivre d'actions antérieures dans le temps nous apparaîtront seulement comme faisant référence à d'autres actions et comme impliquées par elles, tout en leur étant, en un sens, simultanées. Il reste difficile d'imaginer ce que sera notre vie lorsque l'« illusion » cessera.

14. Les paradoxes du voyage dans le temps

Gödel se livre encore à d'autres spéculations sur le temps. Les univers qu'introduit Gödel dans ses articles sur la théorie de la relativité générale (ou certains de ces univers) autorisent le voyage dans le temps. Or le voyage dans le passé est à première vue paradoxal. C'est un thème rebattu de la science-fiction au moment où écrit Gödel[70]. Le savant, qui a construit la première machine à remonter le temps, a toujours détesté son grand-père. Il revient une soixantaine d'années en arrière, avec l'intention de tuer ce grand-père avant que celui-ci n'ait de postérité. Le voyageur amène un fusil avec lui. Il voit le grand-père marcher dans la rue. Il s'est placé à bonne distance. C'est un bon tireur. Il prend le temps de viser. S'il tue le grand-père, qui n'a pas encore engendré, le voyageur ne devrait pas lui-même pouvoir exister alors que, manifestement, il existe : il y a contradiction. Mais pourquoi (et à quelles conditions métaphysiques) raterait-il systématiquement son grand-père ?

Gödel doit maintenir que ces univers, sur lesquels il s'appuie pour établir la non-réalité du temps, ont un sens physique. Ce sont des univers possibles. Le logicien doit donc régler la question du voyage dans le temps et de ses apparentes contradictions. Voici ce qu'il écrit dans la première version de son texte :

> Cet état de choses [la possibilité d'un voyage dans le temps] semble impliquer une absurdité. Par exemple, cela permettrait au voyageur de revenir dans le passé dans des lieux où il a lui-même vécu. Il pourrait alors rencontrer une personne qui serait lui-même quelques années auparavant. Et il pourrait faire à cette personne quelque chose qu'il sait par sa propre mémoire ne pas lui être arrivé. Ceci, et des contradictions similaires, supposent cependant non seulement la faisabilité en pratique d'un voyage dans le passé (des vitesses très proches de celle de la lumière seraient nécessaires pour cela) mais également certaines décisions de la part du voyageur, à la possibilité desquelles on ne conclut que sur la base de convictions vagues quant au libre arbitre. En fait, les mêmes inconsistances (encore une fois en négligeant certaines difficultés pratiques) peuvent être dérivées de l'hypothèse d'une causalité stricte et

> du libre arbitre au sens déjà indiqué. Ainsi, un [tel] univers n'est pas plus absurde que n'importe quel univers supposé soumis à une causalité stricte[71].

Le voyageur revient en arrière, il se rencontre lui-même quelques années auparavant et tente de se jouer un mauvais tour qu'il ne se souvient pas d'avoir subi ou, mieux, dont il sait, par ses souvenirs, que cela ne lui est pas arrivé : un croche-pied au moment où le jeune lui-même s'apprête à descendre les escaliers de son laboratoire, et il se souvient bien qu'il n'est jamais tombé dans un escalier comme ce jeune lui-même – pense le voyageur plaisantin – va le faire dans un instant.

Il faut souligner la relative originalité de la situation qu'imagine Gödel : le voyageur se fait à lui-même quelque chose qu'il sait ne pas lui être arrivé. Cette situation n'est pas fréquente dans les histoires de science-fiction. La nouvelle de Borges, « L'autre », dont on a parlé au début (cf. p. 84), où le vieux Borges tente de convaincre le jeune Borges qu'il parle bien au vieux Borges, alors que lui-même, le vieux Borges, ne se souvient pas d'avoir jamais parlé à un vieil homme qui aurait été lui-même vieux, en est l'une des rares illustrations. Or cette situation déplace la contradiction habituelle du voyage dans le passé. Dans le cas classique, où le voyageur tue son grand-père avant que celui-ci n'ait engendré, c'est le monde qui est contradictoire : il donne lieu à un individu qui ne devrait pas exister puisqu'il n'a pas d'ancêtre ou que ses « ancêtres » n'ont pas eu de descendance. Dans le cas de Gödel et si le voyageur réussissait son mauvais tour, ce seraient d'abord les croyances du voyageur qui seraient contradictoires : le voyageur voit que ce jeune lui-même subit quelque chose dont il ne se souvient pas. Mais c'est seulement dans la mesure où ses croyances sont vraies et où sa mémoire est véridique et complète que le monde peut être dit contradictoire. Ce déplacement n'est sans doute pas innocent. Il est possible en réalité (on l'a vu plus haut) que Gödel soit prêt à accepter que l'univers est contradictoire. Ce qu'il semble refuser, en tablant vraisemblablement sur la véridicité de Dieu, c'est que nos croyances, une fois vérifiées, puissent rester contradictoires : qu'il y ait une contradiction dans notre esprit que nous n'ayons pas le moyen d'éliminer. Le voyageur pourrait interroger sa mémoire, vérifier que ce jeune homme est bien lui-même, il en resterait à ce point que lui-même jeune vient de subir un mauvais tour qu'il sait n'avoir pas subi. C'est cette contradiction dans l'esprit qui est inacceptable et, sans doute, que Dieu n'aurait pas permise.

En tout cas, la solution que donne Gödel, qui écarte aussi bien la contradiction subjective qu'il envisage que le paradoxe du voyageur qui tue son grand-père, est tout à fait classique. Ces paradoxes, en effet, supposent que le voyageur est libre de décider de ses actions parmi un éventail de possibilités. Mais il suffit d'introduire une conception stricte de la causalité pour anéantir cette conception du libre arbitre. S'il y a un déterminisme physique et si l'état de l'univers est tel que, demain matin en me levant, je poserai d'abord le pied droit sur le sol, je peux décider de me lever du pied gauche, je n'y parviendrai pas. Et, de même, dans ce contexte, le voyageur peut vouloir tuer son grand-père, l'état de l'univers est tel que ses coups de fusil ratent systématiquement leur cible. Le voyageur peut vouloir faire un croche-pied à ce jeune lui-même, le mouvement des atomes qui forment les jambes du jeune homme est tel que celui-ci saute lestement par-dessus le pied tendu, sans même remarquer son double qui l'attendait en haut de l'escalier. Le voyage dans le temps ne pose pas plus de difficulté que la causalité, et les physiciens sont en général prêts à accepter celle-ci.

Cette solution, par la critique du libre arbitre, s'accorde parfaitement avec la monadologie de Gödel. Le développement de la monade, dans le cadre de l'harmonie préétablie, est entièrement déterminé. Il a été calculé par Dieu sur la base du caractère donné à la monade. Comme Leibniz, Gödel critique par exemple la liberté d'indifférence : nos choix sont toujours déterminés que nous le sachions ou non, et au besoin par des raisons inconscientes. C'est donc seulement dans l'abstrait que l'on peut prêter au voyageur la volonté de se jouer un mauvais tour qu'il n'a pas subi. En réalité, il voudra ce qui est inscrit dans son caractère et, si le monde, ou l'esprit humain, ne doit pas être contradictoire, il ne voudra pas faire quelque chose dont il ne se souvient pas.

La première solution de Gödel aux paradoxes du voyage dans le temps est donc naturelle et, dans le cadre d'une monadologie, attendue.

15. Autres difficultés d'un voyage dans le temps

Gödel remanie pourtant son texte. Il élimine en fait la solution qu'il proposait dans la première version de son article, pour la remplacer par un argument beaucoup plus douteux :

> Cet état de choses [la possibilité d'un voyage dans le temps] semble impliquer une absurdité. Par exemple, cela permettrait au voyageur de revenir dans le passé dans des lieux où il a lui-même vécu. Il pourrait alors rencontrer une personne qui serait lui-même quelques années auparavant. Et il pourrait faire à cette personne quelque chose qu'il sait par sa propre mémoire ne pas lui être arrivé. Cette contradiction, et d'autres similaires, que l'on utiliserait pour établir l'impossibilité des univers en question, présupposent cependant l'actuelle faisabilité d'un voyage dans son propre passé. Mais les vitesses qui seraient nécessaires pour faire ce voyage sont très loin de tout ce que l'on peut espérer devenir un jour une possibilité pratique[72].

Le problème est le même. Le voyage dans le passé semble conduire à des paradoxes et, pourtant, il faut maintenir que ces univers, qui autorisent le voyage dans le temps, ont un sens physique. Mais Gödel adopte une nouvelle stratégie. Peu importent les paradoxes du voyage dans le passé, celui-ci – soutient Gödel – restera techniquement impraticable, alors même que la structure de l'univers le rend en principe possible. Il faut dire que ces voyages qui nous ramènent en arrière dans l'univers de Gödel ne se font pas sur cette machine à remonter le temps, que l'on imagine depuis Wells comme une petite cabine bricolée dans un garage. Il faut, si l'on veut, une sorte de fusée qui emprunte une trajectoire dans l'espace et dans le temps et revienne en des régions, qui, selon la définition du temps dont on est parti, se situent dans le passé. Cette fusée devrait emprunter des vitesses qui restent inférieures à la vitesse de la lumière mais en approchent (il faut atteindre au minimum $1/\sqrt{2}$ la vitesse de la lumière). Lancer une fusée à une telle vitesse exigerait une quantité colossale de carburant. Cela dépasse – ajoute Gödel – les progrès techniques que l'on peut raisonnablement envisager. Un voyage dans le passé n'est donc pas en pratique réalisable.

L'argument, il faut le reconnaître, est faible. Il suppose une limitation, non seulement des possibilités techniques de l'espèce humaine, mais de tout être de l'univers. Car il suffirait qu'une espèce extraterrestre réussisse là où nous échouons et construise effectivement ce vaisseau spatio-temporel pour qu'un voyageur puisse revenir dans le passé et se jouer ce tour dont il ne souvient pas. Or peut-on ainsi prétendre borner les prouesses techniques dont un être quelconque est capable ? Peut-on définir dans l'absolu les bornes de la technique, pour ainsi exclure de la technique praticable le voyage dans le passé alors qu'il est, dans les univers de Gödel, une possibilité physique ? L'argument de Gödel repose sur une anticipation du progrès technique qui ne peut être que douteuse.

Pourquoi Gödel, qui semblait disposer d'une solution satisfaisante aux paradoxes du voyage dans le temps, a-t-il ainsi affaibli son argument ? La deuxième version laisse ouverte la question de savoir si le voyage dans le passé comporte des paradoxes, alors que la première version écarte ces paradoxes ou, du moins, certains paradoxes. Rien n'indique pourtant que Gödel soit revenu sur les thèses qui sous-tendent sa première solution, le déterminisme par exemple qui exclut le libre arbitre et semble suffire à interdire au voyageur de produire une situation paradoxale. Gödel défend ce déterminisme jusque dans les années soixante-dix. Il le réaffirme, en référence au voyage dans le temps, dans des conversations avec Rudi Rucker[73]. Pourquoi alors renoncer à cette première solution et se contenter d'arguer de l'impraticabilité technique du voyage dans le passé ?

La seule réponse qui vient à l'esprit est que le voyage dans le passé donne lieu, dans l'esprit de Gödel, à une autre difficulté que ne résout pas (ou pas entièrement) l'argument fondé sur le déterminisme. La difficulté est, je crois, dans le simple fait pour le voyageur de se rencontrer lui-même (sans même tenter de se jouer un mauvais tour dont il ne se souvient pas). Il ne serait pas dans la stratégie de Gödel d'expliciter la difficulté. Dans ses articles sur la théorie de la relativité, il s'agit de montrer que ces univers, qui autorisent le voyage dans le temps, ont un sens physique, et certainement pas de détailler les difficultés auxquelles le voyage dans le temps peut donner lieu. Certaines notes des cahiers philosophiques semblent cependant indiquer qu'il y a une difficulté dans le monde de Gödel à se rencontrer soi-même.

Les lettres de Gödel à sa mère, citées plus haut, définissent le sujet, le Je, comme un concept, une somme de propriétés, qui se développe dans le temps tout en transcendant le temps. « L'être temporel – note ailleurs Gödel – est un développement de l'être simple[74]. » Le Je est un concept et, en tant que tel, hors du temps. Il définit l'individu et détermine le cours d'une vie dans le temps sans lui-même participer à la temporalité. Le cahier philosophique XI, rédigé durant l'été 1942, pose déjà des questions semblables sur le rapport entre la subjectivité et le temps. Le sujet est-il hors du temps ? Sommes-nous réellement le même à différents moments ou avons-nous différentes identités à différents moments ? Gödel semble d'abord hésiter :

> Ou bien les sujets d'un homme à des temps différents représentent une unité ou bien les couples (Je, instant a) sont les véritables unités[75].

Puis quelques pages, c'est-à-dire quelques jours plus loin, le logicien tranche :

> Le même point à des moments différents est « un ». Les mains et le visage sont tout autant des aspects différents du même être que le même homme à des moments différents[76].

L'essence qui définit l'individu est donc une entité qui traverse le temps et se présente seulement sous différents aspects à différents moments. L'homme vieux et l'homme jeune sont des apparences différentes du même être. Dans ce contexte, une rencontre avec soi-même (qu'elle se fasse par un voyage dans le temps ou de toute autre façon) signifierait que, dans le monde momentané de notre perception, pour une tierce personne qui observe le dialogue de soi avec soi-même, ou pour soi-même, la même essence coexiste avec elle-même. Est-ce possible ?

> S'il y avait dans le monde la même essence à deux endroits, le monde qui résulterait de leur permutation serait indiscernable du précédent et, pourtant, différent. Les points de l'espace ne sont donc pas de véritables entités. Il semble encore s'ensuivre

> que, dans aucune situation, deux essences différentes [mot illisible] absolument identiques et aussi que deux atomes ne sont jamais absolument identiques[77].

Évidemment, ce mot illisible ne permet pas de donner un sens précis à la deuxième partie de cette note. La première phrase, du moins, reprend le principe leibnizien des indiscernables pour refuser que puisse se trouver dans le monde une même essence en deux lieux ou que des choses différentes puissent avoir la même essence. Ce principe des indiscernables peut-il s'appliquer au voyage dans le temps ? Il est vrai que le voyageur qui retourne dans le passé et se rencontre lui-même, plus jeune, ne s'est pas sans doute dédoublé. C'est une seule trajectoire qui, simplement, revient sur elle-même. Cependant, dans l'expérience du voyageur, ou de son double, ou pour un tiers neutre, l'essence qui définit le voyageur se trouve bien coexister avec elle-même : elle occupe deux places différentes. Imaginons la scène. Comme dans toute histoire de science-fiction, le voyageur jeune est au travail dans son laboratoire, et le voyageur vieux qui sort de sa machine à remonter le temps pousse la porte et entre dans la pièce. Maintenant, au mépris de toute physique, comme Gödel semble l'envisager ici, échangeons les places : le voyageur jeune est à la porte, le voyageur vieux tient l'éprouvette. Cet échange devrait constituer un monde différent et, pourtant, c'est le même monde, puisque c'est à nouveau le même être, la même essence, présentée dans les deux corps, dans un visage vieux maintenant au milieu du laboratoire, un visage jeune maintenant devant la porte.

Le raisonnement que tient Gödel, ce principe des indiscernables[78], interdit la rencontre avec soi à laquelle semble pouvoir conduire un voyage dans le passé. Cette nouvelle difficulté pourrait en principe être écartée par l'hypothèse déterministe que Gödel fait intervenir dans la première version de son argument. Il faudrait poser que les mouvements physiques sont tels, ou que le caractère du voyageur est tel, qu'il ne peut jamais approcher de son double. Mais accepterait-on un tel déterminisme ? À la limite, on peut admettre que le mouvement des atomes dans l'air environnant dévie les balles du voyageur qui tire sur son grand-père à coups de fusil, ou que le caractère du voyageur soit tel qu'il renonce à jouer un mauvais tour à son jeune double. Mais pourrait-on croire qu'un déterminisme, physique ou mental, empêche le voyageur qui l'a décidé de croiser son double ? On ne peut pas réellement exclure la rencontre de soi avec soi-même par le seul déterminisme. Dans le monde de Gödel, le voyage dans le passé donne lieu à une difficulté avant même que le voyageur ne tente de se jouer à lui-même un tour dont il ne se souvient pas.

C'est cette fascination pour le double qui conduit Gödel d'abord à prouver que la rencontre avec soi est possible, dans certains univers, puis à l'exclure de toute force. Je le demande à nouveau : pour qui Gödel a-t-il réservé une chambre au Palace Hôtel durant ces quelques jours de décembre 1935 ?

16. Les voyageurs

Je serais pourtant curieux de laisser le voyageur faire à son double une mauvaise plaisanterie. Je ne crois pas devoir forcément accepter le principe des indiscernables. Je peux fort bien imaginer trouver un jour deux choses absolument identiques, ou un homme et son double, ou rencontrer un double de moi-même, plus jeune ou plus vieux, comme le fait Borges sur les rives de la rivière Charles. Or, pour moi, c'est l'imagination qui détermine le possible. Est possible ce que l'on peut imaginer, c'est-à-dire ce que l'on peut raconter, ou trouver raconté, dans une histoire à laquelle on adhère. Cette adhésion n'est pas tout à fait déterminée par la vraisemblance de l'histoire. Il y a des histoires, des nouvelles de science-fiction, des contes fantastiques qui sont, en un sens, tout à fait invraisemblables et auxquels pourtant on adhère. Ce sont des histoires que l'on suit, avec attention, comme si l'on voyait la scène et bien que la situation décrite ne puisse jamais se rencontrer dans notre monde et soit même hétérogène aux situations de notre monde. Mais il faut bien, pour que l'on suive ainsi l'histoire, que la situation décrite soit en quelque façon possible. Ce sont donc les fictions qui déterminent le possible et l'extension des concepts métaphysiques. Un concept métaphysique, le concept d'être rationnel disons, doit pouvoir s'appliquer et se définir par rapport à tout possible, c'est-à-dire à tout être dont on peut raconter l'histoire. On pourrait même soutenir qu'un raisonnement métaphysique n'est jamais autre chose qu'une certaine façon de raconter une situation et d'engager le lecteur à y adhérer. Seulement ces histoires restent parfois abstraites, et le possible qu'elles légitiment trop étroit. C'est dans cette perspective que je tente d'introduire des fictions dans la métaphysique de Gödel : pour interroger les concepts par rapport au possible le plus concret.

Il est parfaitement possible d'imaginer que le voyageur revienne en arrière, rencontre le jeune lui-même et, disons, le tue. Nous serons ainsi certains que sa mémoire ne le trompe pas et que le voyageur n'a pas lui-même subi ce mauvais tour. Imaginons donc.

Nous avons un jeune savant, âgé, disons, de 32 ans, qui vient d'achever une machine à remonter le temps. Elle est posée au milieu du laboratoire, les chromes luisants, et voici que le directeur du laboratoire veut lui-même essayer la machine et l'utiliser à ses propres fins. Le savant tente de l'en empêcher, des coups sont échangés, le supérieur tombe à la renverse, sa tête heurte le coin d'une table en métal, il ne bouge plus, il est mort. Le savant, un peu paniqué, réfléchit. Le directeur était un homme important. Il y aura une enquête. Notre savant prend donc le parti de fuir et de se cacher, là où on ne le trouvera pas. Parce que son esprit est tortueux, et qu'il se sent responsable de la mort de son supérieur, pour lequel il avait une certaine affection, malgré tout, il veut également se punir lui-même de ce qu'il considère comme son crime. Il revient donc quelque cinq ans en arrière. Il se souvient bien qu'il travaillait déjà à l'époque dans le même laboratoire. Il atterrit discrètement dans le jardin qui entoure le bâtiment et se cache derrière un buisson. Il attend et, quand le jeune lui-même sort du laboratoire, tard dans la nuit (ses collègues sont déjà rentrés chez eux), le voyageur se jette sur lui et l'étrangle. C'est, comme on dit, d'une pierre deux coups. Le voyageur sait maintenant que ce jeune crétin ne tuera pas son supérieur et, en un sens, la mort de celui-ci, qui n'aura pas lieu, est vengée. Le voyageur enterre rapidement le corps. Que se passe-t-il ?

Nous sommes dans la contradiction. Le voyageur vient de mourir, à 27 ans, et, pourtant, il est toujours là, à 32 ans et en bonne santé. Le monde va-t-il s'anéantir parce qu'il y existe une contradiction ? Vraisemblablement pas. Le voyageur a pris soin, avant d'enterrer le corps, de lui faire les poches. Il a les clés de l'appartement (dont il connaît bien entendu l'adresse puisqu'il y a vécu longtemps), les cartes de crédit (dont, après s'être creusé la mémoire, il retrouve les codes). Il rentre chez « lui » et dort d'un sommeil d'enfant (la journée a été longue). Le lendemain, il téléphone au laboratoire et annonce qu'il démissionne (il a la même voix, un peu enrouée). Il part quelques mois en vacances, en tapant dans « ses » économies, et il revient. Il retrouve « ses » amis, qui remarquent qu'il a brusquement vieilli. Le voyageur s'invente une maladie qui explique ses traits un peu fatigués. Il a commis deux meurtres pour lesquels il ne sera jamais condamné. Il a une cachette parfaite : il a pris sa propre place. L'un des meurtres du reste n'aura jamais lieu. Le directeur du laboratoire vit des jours heureux jusqu'à un âge avancé. Et personne ne s'aperçoit du second meurtre, puisque le mort a été remplacé par lui-même. Il y a une contradiction mais pourquoi le monde ne serait-il pas contradictoire ?

Autre situation. Le directeur du laboratoire est un homme bienveillant. Il laisse le savant essayer seul sa machine à remonter le temps. Notre savant revient cinq ans en arrière, pour se rencontrer lui-même, par curiosité, par narcissisme, peu importe. Le voyageur a emporté les clés de l'appartement, où habite le jeune lui-même et où il habite encore cinq ans après. Il rentre chez lui, chez eux. Il trouve un jeune lui-même, qui lit le journal et s'irrite de ce que quelqu'un entre ainsi chez lui, sans même sonner à la porte. Le voyageur est lui aussi d'un naturel irascible, du même naturel irascible en fait. La colère de l'un augmente celle de l'autre. Le voyageur et son jeune double en viennent aux mains. Et, dans la lutte, le voyageur qui trouve par hasard un couteau de cuisine, frappe l'autre, qui meurt sur le coup. Le voyageur, dont la colère retombe brusquement, est pris au dépourvu. Il ne pense pas à se débarrasser du corps. Il reprend sa machine à voyager dans le temps en se demandant comment expliquer l'incident. Il revient dans son laboratoire à la date, à l'heure à laquelle il est parti. Il atterrit avec un grand fracas au milieu de tables et de chaises. Il brise du reste sa machine. Il regarde très surpris autour de lui. Le laboratoire dans lequel il travaillait est maintenant une salle de classe. Et il n'y a personne pour saluer le premier voyage dans le temps, alors que, quand il est parti, ses collègues s'étaient rassemblés autour de lui. Or il revient au moment même où il est parti. Il sort dans le couloir. Il rencontre ses collègues qui ne le reconnaissent pas. Comme c'est un laboratoire ultrasecret, on l'arrête aussitôt, il donne son nom. On lui répond que l'homme dont il parle est mort depuis plusieurs années, tué d'un coup de couteau dans son appartement. L'affaire n'a jamais été élucidée. Le voyageur tente d'expliquer son cas. Évidemment, on ne le croit pas. On le prend pour un fou et on le traite comme tel, au point que lui-même oublie qu'il a su remonter le temps.

On peut théoriser pour expliquer ces situations paradoxales, distinguer par exemple des mondes possibles, qui évoluent en parallèle. Mais ce n'est pas nécessaire. Il se peut que le monde soit contradictoire : qu'il soit à la fois vrai que le voyageur soit mort d'une mystérieuse agression dans le jardin qui entoure le laboratoire, à 27 ans, et qu'il ait fêté ses 32 ans en parfaite santé. Cette contradiction est peut-être impensable. Dans la logique classique, nous ne pouvons pas raisonner à partir d'une contradiction, mais cela ne prouve pas qu'il n'y a pas de contradiction dans le monde. Et peut-être Dieu, les anges n'ont-ils aucun mal à penser un monde contradictoire.

Imaginons : c'est l'aube du troisième millénaire et l'on commence à construire des machines à remonter le temps en grand nombre. On voit alors parfois surgir des voyageurs qui reviennent du passé mais n'ont pas d'identité. On les interroge, ils donnent un nom. On vérifie et on s'aperçoit que cet individu est mort bien des années auparavant ou, après des recherches plus poussées, que le grand-père présumé du voyageur est mort sans avoir eu de descendance. Dirons-nous que ces voyageurs viennent de mondes possibles qui coexistent avec le nôtre ? Vraisemblablement pas. S'ils sont nombreux, on donnera seulement à ces voyageurs un statut à part. Ce seront, disons, les anonymes.

En tout cas, la monadologie de Gödel, ou de Leibniz, exclut les mondes possibles. Car, si Dieu les a considérés, il n'en a choisi et n'en a créé qu'un seul, consistant ou non : le meilleur des mondes.

17. Épilogue : au moins un fantôme

La même série de notes se répète, inlassablement. Le téléphone sonne. Cela fait quelque temps. Ma main est déjà sur la table de nuit et cherche le combiné.

« Allô ?

– Dr Cassou-Noguès ? C'est la tour. On a un voyageur pour vous. On vous envoie un véhicule. D'ici une dizaine de minutes. Vous m'entendez ?

– Oui. »

Je raccroche. L'homme n'en attend pas plus. Simplement, que je sois prêt quand la Jeep s'arrêtera en bas. Je reste quelques instants encore allongé, les yeux ouverts maintenant dans la chambre sombre. Malgré la fenêtre ouverte, la chaleur est restée suffocante. L'air est sec. On ne transpire pas. Juste l'impression d'avoir la bouche faite d'un papier qui se froisse. Et le sang dans mon cerveau qui bat douloureusement. Il y a encore des bouteilles sur la table. Je ne me rappelle rien de la soirée d'hier. C'est comme s'il n'y en avait jamais eu.

Je me lève, je trouve la combinaison réglementaire sur la chaise, à côté des bouteilles. Je me repère dans ce réseau compliqué de fermetures Éclair censé me protéger de la poussière. Je jette un coup d'œil par la fenêtre : le jour se lève. Le ciel s'éclaire lentement au-dessus des baraquements blancs. Après, c'est le désert.

Le coup de klaxon traverse le silence de la rue. Je descends. La Jeep est là. Le chauffeur, assis à sa place, ne fait pas un mouvement, comme une statue ou comme un mort. Le moteur tourne. Je monte à la place du passager. Nous démarrons aussitôt. Nous passons en trombe entre des maisons basses, identiques, et nous sommes dans le désert. Il fait presque frais.

Nous ne disons rien. L'homme regarde la piste devant lui. Je prends dans la boîte à gants le Thermos de café. Je bois quelques gorgées d'un liquide amer, froid et presque visqueux.

Le soleil se lève en face de nous. C'est une grosse bulle orangée, au-dessus d'un nuage de poussière bleutée, qui s'étend au ras de l'horizon. Parfois on peut reconnaître le type de l'appareil à la forme et à l'épaisseur du nuage qu'il laisse en atterrissant. Celui-ci est particulièrement dense, c'est tout ce que je sais.

Cela fait quelques mois que je suis en poste à l'IASTT, *International Agency for Space and Time Travel*. Quelques mois qui ressemblent à une éternité, à traverser le désert à toute heure du jour et de la nuit dans un sens et dans l'autre, entre le village et la tour. Dès qu'atterrit un appareil que l'on n'attend pas. Les voyageurs sont retenus en quarantaine dans le sous-sol de la tour. Des voyageurs perdus que je classe comme anonymes.

Le désert autour de nous est parfaitement plat. Il n'y a que, de loin en loin, ces ombres allongées et ce scintillement au premier soleil des débris qu'ont laissés les appareils qui n'ont pas trouvé la piste. Il est difficile devant cette étendue vide de ne pas penser à l'infini. Une sphère dont le centre n'est nulle part. Il faut que l'idée de l'infini soit bien ancrée dans l'esprit humain. Peut-être un résidu de l'évolution des espèces. Maintenant, on le sait, l'univers est fini, fini dans le temps et dans l'espace, une étendue bornée que nous aurons bientôt explorée tout entière. Il n'y a pas de points de l'espace et du temps que nos navettes ne puissent atteindre. Nous irons partout. Et pourtant nous continuons à penser à l'infini, à nous imaginer perdus dans une immensité qui n'a pas de centre. Mais c'est tout le contraire. Nous sommes comme dans une chambre, une grande chambre sans doute dont nous ne voyons pas les murs, qui n'a pas en réalité de murs, mais où nous sommes enfermés et condamnés à tourner en rond. Derrière, après, il n'y a rien, littéralement rien, pas même d'espace et de temps. Peut-être y a-t-il ailleurs d'autres chambres, d'où viennent les voyageurs anonymes. D'autres chambres qui ne sont pas à côté de la nôtre mais posées comme la nôtre dans le rien. Ou peut-être n'y a-t-il vraiment rien d'autre que notre cellule d'espace et de temps. Et ce ne sont que des voyageurs, qui viennent du même espace-temps mais qui se sont perdus et que quelque accident a hébétés.

Nous entrons dans le nuage de poussière. Tout devient gris, le désert, le ciel, l'air autour de nous qu'agitent encore ces sortes de palpitations que produit un vaisseau qui sort du plus profond de l'espace-temps. Bientôt je distingue la tour, les limousines de la sécurité déjà garées sur le parking et, enfin, l'appareil. Curieux. De petite taille, à peine plus gros qu'une automobile, avec quoi je le confondais d'abord. Parfait état. Bien garé. Le voyageur connaissait son affaire. Ce n'est pas un de ceux qui nous plantent leur engin au milieu du désert et qu'il faut ensuite aller chercher.

La Jeep me laisse devant la porte de la tour. J'entre dans la salle. Les hommes de la sécurité sont debout, appuyés contre les murs tout autour de la pièce. Je n'en ai jamais vu autant. Le colonel Mancini occupe le seul fauteuil derrière le bureau. Il fume son cigare en parlant au téléphone. Il me jette un œil noir mais pas un mot. George Smith, qui devait être de quart, vient me serrer la main, l'air gêné. Je le connais vaguement, il nous est arrivé de boire certains soirs. J'ignore les autres, qui ne s'occupent pas non plus de moi.

« Il est en bas ?

– Oui. »

George hésite. Il m'accompagne jusque dans l'escalier qui descend au sous-sol. Il continue à voix basse :

« C'est un cas un peu spécial, comme tu vois. – Il montre les hommes de la sécurité. – Il a demandé à te parler. À toi en particulier. Il connaissait ton nom. »

George remonte aussitôt. Le sous-sol est une pièce carrée, parfaitement blanche, sol et mur, et absolument vide. L'homme est accroupi contre un mur.

« Bonjour. Votre nom, votre destination, votre provenance ? »

L'homme ne se lève pas. Au bout d'un instant, il tourne la tête vers moi. Son visage me dit quelque chose, sans que je puisse le situer : des lunettes rondes, à monture noire, les joues creuses, les pommettes saillantes, les lèvres épaisses et une certaine façon de regarder à travers ses lunettes. L'homme est vêtu d'une sorte de combinaison grise, un peu comme un homme-grenouille avec une cagoule qui ne laisse voir que son visage. Il a les traits tirés, l'air fatigué. Il me vient une certaine sympathie pour le personnage. Je m'assieds à côté de lui.

« Que s'est-il passé ? »

Il fait un geste de la main, comme pour balayer la question.

« Vous me l'avez demandé tant de fois. »

Chaque mot semble lui coûter un effort infini.

« Il faut que vous m'expliquiez, je lui dis doucement, sans quoi ce sera la sécurité.

– Je sais. »

Il y a un silence. Puis il commence à me parler lentement, délibérément, comme s'il avait en effet déjà répété ce discours :

« Le possible n'existe pas sinon dans l'esprit de Dieu. Il n'y a qu'un monde, où les choses sont comme elles sont. Elles ne peuvent pas être changées. J'ai essayé ou, plus exactement, j'ai voulu essayer mais cela ne sert à rien.

« Voyez-vous, je suis un point fixe dans ce monde. Je parcours une boucle dans l'espace et dans le temps de ce monde. Depuis toujours et pour toujours.

« Je décollerai ce soir, parce que j'ai toujours décollé le soir et que, pour vous, c'est toujours le même soir.

« Je m'envole dans le sens du temps. Je vais de l'avant, dans l'espace et dans le temps. Peut-être un an pour vous, puis mon vaisseau infléchit sa trajectoire. Tout est programmé. Moi-même je ne fais rien. Je suis ensuite entraîné dans le sens inverse de ce qu'est le temps pour vous. Je reviens en arrière. Deux ans pour vous et mon vaisseau infléchit à nouveau sa trajectoire. Je reprends le sens du temps et j'atterris à nouveau, ici, le matin même de ce jour où je suis parti et où je pars à nouveau.

« Vous me donnerez du carburant. Il y a quelques réparations à faire et je décollerai ce soir. »

Il me regarde, puis reprend en dessinant avec son doigt tendu un cercle dans l'air

« Vous comprenez ? Une boucle. Nous sommes dans le Nevada, 1er août 3006. Je pars ce soir tout droit. Admettons. Je suis au-dessus de San Francisco, demain, le 2 août. Puis je tourne dans l'espace et dans le temps. Je continue de voler mais je reviens en arrière dans le temps. C'est donc pour vous à nouveau en ce moment que je survole Montréal, et hier que je suis passé au-dessus de New York. Ma trajectoire s'infléchit encore. Je retombe donc dans le sens du temps. C'est dans la nuit d'hier à aujourd'hui que je survole Houston, et ce matin que j'atterris à nouveau, ici, dans le désert du Nevada. Je dis à nouveau : c'est à nouveau pour moi mais ce n'est qu'une fois pour vous. Une fois, ce 1er août 3006. Vous continuerez de glisser dans le temps, tandis que je resterai sur ma boucle, que je parcourrai une nouvelle fois. »

Il s'arrête. Évidemment, je suis un peu perplexe.

« Il ne faut pas prendre ce que je dis à la lettre. Cette boucle. Je vais beaucoup plus loin dans l'espace et dans le temps. Mais c'est une boucle, qui me reconduit toujours à ce même matin, qui ne passe qu'une fois pour vous.

« Remontez maintenant. Vous expliquerez la situation au colonel Mancini. Vous lui demanderez pour moi du carburant et deux hommes pour les réparations : pas grand-chose, un coup de peinture sur la carrosserie.

– On ne vous donnera jamais de carburant. On ne laisse personne repartir.

– Si. Vous verrez. »

Il me fait signe de me lever et, sans vraiment savoir pourquoi, j'obéis. Je remonte dans la salle au-dessus. Un peu penaud, parce que la demande que je vais transmettre est absurde. J'aurais déjà dû classer l'homme dans la catégorie la pire : les anonymes non réinsérables, ceux que le voyage a irrémédiablement déboussolés.

Mais, curieusement, Mancini considère la requête du voyageur avec sérieux. Il donne à nouveau quelques coups de téléphone. J'apprends pendant ce temps que la sécurité est embarrassée. L'appareil est mystérieux. Les scanners ne donnent rien. Personne n'a réussi à ouvrir le cockpit, ni même à déplacer l'engin, qui fait un poids formidable. On veut donc se débarrasser du voyageur et de sa machine. On donnera le carburant à condition que le voyageur reparte. Rapidement. Dès que les réparations seront faites. Le soir même.

La journée est perdue en paperasseries. Les réparations elles-mêmes prennent très peu de temps. La quantité de carburant que demande le voyageur est dérisoire.

« Il n'arrivera même pas à décoller », marmonne Mancini.

Le voyageur m'utilise comme intermédiaire. Il parle le moins possible. Il ne veut rien toucher, ni ôter sa combinaison. Je crois qu'il a une peur presque superstitieuse que les choses ne se répètent pas. Il suffirait d'une goutte de sueur, d'un éternuement, pour que la boucle ne se referme pas et que le voyageur soit entraîné dans une nouvelle course vers l'inconnu et une mort alors certaine. C'est seulement, je le comprends, parce qu'il ne vit que sur un circuit qui se répète indéfiniment que le voyageur est immortel.

En fin d'après-midi, le voyageur se retire dans ce qu'il appelle le restaurateur, une boîte de la taille d'un cercueil qu'il tire de son vaisseau. Il s'y enferme et on le branche sur le courant électrique dans la salle de la tour. Il en ressort au bout d'une demi-heure, un peu rajeuni peut-être.

Puis vient le moment du départ. Le voyageur monte dans son vaisseau, qu'il amène lentement jusqu'au départ de la piste. La silhouette de l'appareil et celle du pilote dans le cockpit se dessinent dans le soleil couchant. Nous sommes réunis au dernier étage de la tour. Je distingue le voyageur qui nous fait un signe de la main. Il démarre et file sur la piste comme poursuivi par deux longues flammes bleues. L'appareil s'élève dans le ciel déjà assombri. Ce n'est plus qu'une grosse étoile et, bientôt, il a tout à fait disparu. Je suis un peu triste à la pensée que je ne reverrai jamais ce curieux voyageur. Lui bien sûr me retrouvera, quand il atterrira à nouveau, au matin du 1er août 3006, à la prochaine boucle et à la suivante et à l'infini. Mais, pour moi, ce temps est passé.

La Jeep m'attend en bas. Nous rentrons au village. Les limousines de la sécurité nous dépassent et s'enfoncent dans la nuit. Mon chauffeur est tout aussi silencieux que celui de ce matin. Je repense au voyageur qui me semble maintenant comme une sorte d'ange, tournant sur sa boucle, sans jamais avoir commencé ni sans jamais devoir s'arrêter. Il n'a jamais été, comme nous, un homme sur la Terre. Si la boucle se ferme exactement, si cela se répète, il faut qu'il ait atterri le matin du jour où il part et qu'il ait passé la veille dans son vaisseau. Il ne s'est donc jamais envolé pour la première fois. Il a toujours été sur sa boucle et le sera toujours. Il est immortel et, en un sens, aussi vieux que l'univers, bien qu'il n'occupe que quelques années, quatre années si je me souviens bien, du temps de la Terre.

Il y a aussi autre chose qui me préoccupe. Sur cette boucle, le voyageur a toujours en même temps un double. Je reprends son exemple : Nevada, le 1er août, San Francisco le 2, Montréal à nouveau le 1er août, New York le 31 juillet, Nevada le 1er août, et ainsi de suite. Au moment où je lui parlais, cette journée du 1er août, il était donc également en train de survoler Montréal, de l'autre côté de la boucle, revenant vers nous. Il était plus loin en réalité dans l'espace, mais cela ne change rien. Sont-ils un ou sont-ils deux ? Il n'y a qu'en deux points, à ses extrémités, au moment où la courbe s'infléchit pour se faire parallèle aux lignes de simultanéité dans le temps de la Terre, qu'il n'y a qu'un voyageur. Le reste du temps, il y en a deux, qui se trouvent au même instant en des points différents de la trajectoire, l'un en train d'avancer dans le temps, l'autre en train de reculer. Doit-on dire qu'il y a un ou deux voyageurs ? Je ne sais pas bien, c'est peut-être une question formelle.

J'aurais dû aussi lui demander comment il distinguait entre eux ses différents voyages, s'il les distingue. Bien sûr, il ne peut pas compter les tours en traçant des bâtons sur le tableau de bord de sa machine, comme Robinson comptait les jours sur le tronc d'un arbre à côté de sa hutte. Le voyageur parcourt toujours littéralement la même trajectoire, une seule et unique trajectoire. C'est, dans le même sens, littéralement le même vaisseau, et littéralement le même voyageur. Mais lui vient-il d'une fois sur l'autre des pensées différentes, des pensées qui lui permettraient de distinguer les tours (la fois où je me suis dit... etc.) ? Si c'était le cas, et il avait l'air de sous-entendre qu'il distinguait les tours, cela signifierait que la pensée n'est pas le produit du cerveau. Car, d'une fois sur l'autre, son cerveau est dans le même état, comme son vaisseau. Donc s'il pense autre chose, c'est que la pensée n'est pas déterminée par l'état du cerveau. C'est que l'esprit est irréductible au cerveau. Il faudrait voir de quelle nature est cette pensée hors cerveau et comment le voyageur peut se souvenir de ses pensées si elles ne sont pas, pour ainsi dire, stockées dans le cerveau.

Il a toujours déjà parcouru sa boucle un nombre infini de fois. S'il distingue les tours, il a donc une mémoire infinie, comme ces esprits qu'envisage Gödel qui sont susceptibles d'un nombre infini d'états intérieurs. Avec une mémoire infinie, il a pu, au cours de sa vie, sa vie toujours déjà infinie, développer des procédures qui ne sont pas formalisables au sens de Turing et – pourquoi pas ? – résoudre tous les problèmes mathématiques. J'aurais dû lui poser des questions. Mais il n'était pas bavard et cela se comprend : chaque mot qu'il me disait maintenant, il devait le répéter un nombre infini de fois.

Je sens que je suis en train de m'endormir dans l'air encore chaud du désert. Puis j'entends le téléphone sonner. Je sais pourtant qu'il n'y a pas de téléphone dans la Jeep. Je me dis : tant mieux. Il y a quelques jours, je me suis convaincu que les anges devaient avoir la même réalité que les ensembles qu'ils passent en revue dans leurs temps infinis. Aujourd'hui, j'ai rencontré un fantôme gödelien. Je vais finir par devenir « fou ». Oui, il est temps que je me réveille.

Notes

Abréviations

C. Ph. « Cahiers philosophiques » : série de 14 cahiers intitulés *Philosophie Max.*, papiers Gödel, boîte 6b, dossiers 63-72.

C. W. K. Gödel, *Collected Works*, éd. S. Feferman, J. Dawson *et al.*, Oxford, Clarendon Press, 1986-2003, 5 vol.

L. D. J. Dawson, *Logical Dilemmas*, Wellesley (Mass.), AK Peters, 1997.

L. J. H. Wang, *A Logical Journey : From Gödel to Philosophy*, Cambridge (Mass.), MIT Press, 1996.

M. P. H. Wang, *From Mathematics to Philosophy*, Londres, Routledge, 1974.

R. K. G. H. Wang, *Reflections on Kurt Gödel*, Cambridge (Mass.), MIT Press, 1987 ; trad. fr. L. Ovion et M. Mériaux, *Kurt Gödel*, Paris, Armand Colin, 1990.

S. P. D. E. Post, *Solvability, Provability, Definability : The Collected Works of Emil L. Post*, éd. M. Davis, Bâle, Birkhäuser, 1994.

W. B. *Wahrheit und Beweisbarkeit. Kurt Gödel*, éd. B. Buldt, E. Kohler *et al.*, Vienne, Öbv. + hpt, 2003, 2 vol. En particulier, les principales lettres à Marianne Gödel sont citées d'après les extraits publiés dans le t. I par M.-E. Schimanovich-Galidescu.

Prologue

1. G. Kreisel, « Kurt Gödel », *Biographical Memoirs of the Fellows of the Royal Society*, 1980, t. 26, p. 150.
2. À Marianne Gödel, 14 et 20 janvier 1953, *L. D.*, p. 208.
3. « Avant moi rien n'a jamais été créé qui ne soit éternel, et moi je dure éternellement » (Dante, *La Divine Comédie*, *L'Enfer*, chant III, trad. fr. J. Risset, Paris, Flammarion, 1987).

Partie I

1. À Marianne Gödel, 22 juillet 1952, *W. B.*, t. I, p. 197.
2. Entre 1972 et 1974. Papiers Gödel, 8c, 117, item 040394.
3. Conversation avec Wang, *L. J.*, p. 82.
4. *Ibid.*, p. 61 et 88.
5. Papiers Gödel, 8b, 108.
6. Conversation avec Wang, *L. J.*, p. 235.
7. À Marianne Gödel, 7 septembre 1945, *L. D.*, p. 158. Également, interview D. Morgenstern, *W. B.*, t. I, p. 250.
8. *L. D.*, p. 161-162. Également, interview H. Whitney, *W. B.*, t. I, p. 249.
9. Conversation avec Wang, *L. J.*, p. 42.
10. R. Gödel, « History of the Gödel Family », in *Gödel Remembered*, éd. P. Weingartner et L. Schmetterer, Naples, Biblipolis, 1987, p.26.
11. Interview J. Rampona, *W. B.*, t. I, p. 247.
12. Lettre à Church du 29 septembre 1966. Papiers Gödel, 1b, 26, item 010334.1.
13. Brouillon de la lettre à Church du 29 septembre 1966. *Ibid.*
14. S. Zweig, *Le Monde d'hier*, trad. fr. S. Niémetz, Paris, Belfond ; Le Livre de Poche, 1993, p. 195 et 408.
15. Papiers Gödel, *C. Ph.*, transcription C. Dawson, t. X, p. 6.
16. *Ibid.*, t. X, p. 40 ; t. VIII, p. 578 ; t. VII, p. 552.
17. K. Menger, « Memories of Kurt Gödel », in *Reminiscences of the Vienna Circle*, sous la dir. de L. Golland *et al.*, Dordrecht, Kluwer, 1994, p. 211.
18. Papiers Gödel, *C. Ph.*, transcription C. Dawson, t. VIII, p. 578.
19. Interview G. Oppenheim, *W. B.*, t. I, p. 245.
20. Interview D. Morgenstern, *ibid.*
21. *L. J.*, p. 46.
22. Papiers Gödel, *C. Ph.*, transcription C. Dawson, t. I, p. 3.
23. À Marianne Gödel, 20 septembre 1953, *W. B.*, t. I, p. 187.
24. *R. K. G.*, p. 224-225.
25. À Rudolph Gödel, *L. D.*, p. 218.
26. Descartes, *Discours de la méthode*, Troisième Partie, in *Œuvres*, Paris, Gallimard, coll. « Bibl. de la Pléiade », 1953, p. 141.
27. Papiers Gödel, *C. Ph.*, transcription C. Dawson, t. V, p. 334.
28. Interview D. Morgenstern, *W. B.*, t. I, p. 251.
29. *Ibid.*
30. *L. J.*, p. 8.
31. Conversation avec Wang, *L. J.*, p. 291-292.
32. Papiers Gödel, *C. Ph.*, transcription C. Dawson, t. VIII, p. 580.
33. *Ibid.*, t. XI, p. 89.
34. *Ibid.*, t. 0, p. 66.

35. E. G. Straus à Wang, *R. K. G.*, p. 30.
36. À Marianne Gödel, *ibid.*, p. 39.
37. À Marianne Gödel, 5 janvier 1955, *W. B.*, t. I, p. 198.
38. À Marianne Gödel, 25 avril 1955, *ibid.*, p. 193.
39. À Marianne Gödel, 5 janvier 1947, *ibid.*, p. 201.
40. À Marianne Gödel, 21 septembre 1953, *L. J.*, p. 43-44.
41. Conversation avec Wang, *L. J.*, p. 314.
42. *Ibid.*, p. 152.
43. *Ibid.*, p. 45.
44. *L. D.*, p. 238.
45. *L. D.*, p. 265.
46. Papiers Gödel, *C. Ph.*, transcription C. Dawson, t. V, p. 333.
47. *Ibid.*, p. 344.
48. *Ibid.*, t. VI, p. 401.
49. *Ibid.*, t. X, p. 34-35.
50. Je paraphrase la remarque citée plus haut de Gödel à sa mère à propos de la mort d'Einstein.
51. La scène est racontée par D. Morgenstern, *W. B.*, t. I, p. 250.
52. Conversation avec Wang, *L. J.*, p. 96.
53. *R. K. G.*, p. 46.
54. Conversation avec Wang, *L. J.*, p. 306.
55. Papiers Gödel, 8c, 117, item 040403.3.
56. *R. K. G.*, p. 218.
57. Conversation avec Wang, *L. J.*, p. 266.
58. *Ibid.*, p. 297.
59. À Marianne Gödel, 26 juillet 1953, *W. B.*, t. I, p. 186.
60. Conversation avec Wang, *L. J.*, p. 316.
61. Papiers Gödel, *C. Ph.*, transcription C. Dawson, t. XI, p. 71.
62. *Ibid.*, p. 10.

Partie II

1. Conversation avec Wang, *L. J.*, p. 235.
2. Papiers Gödel, *C. Ph.*, transcription C. Dawson, t. X, p. 18.
3. *M. P.*, 85.
4. Papiers Gödel, *C. Ph.*, transcription C. Dawson, t. X, p. 29 ; t. VII, p. 492.
5. *Ibid.*, t. VIII, p. 587.
6. *Ibid.*, t. X, p. 18.
7. *Ibid.*, t. VI, p. 470.
8. *L. D.*, p. 112.
9. *C. W.*, 1951, t. III, p. 323.

10. *C. W.*, 1964, t. II, p. 268.
11. *C. W.*, 1933, t. III, p. 49-50.
12. G. H. Hardy, *A Mathematician's Apology*, Cambridge, Cambridge University Press, 1940, p. 123.
13. *C. W.*, 1964, t. II, p. 268.
14. C'est en particulier la théorie développée par D. Lewis, « Truth in Fiction », in *Papers in Metaphysics and Epistemology*, Cambridge, Cambridge University Press, 1990.
15. À Marianne Gödel, 8 janvier 1951, *R. K. G.*, p. 38.
16. C. Doyle, *A Scandal in Bohemia*, in *The Complete Sherlock Holmes*, Londres, 1930, p. 96.
17. *Ibid.*, p. 161.
18. *The Sign of Four*, *ibid.*, p. 90.
19. Je les passe en revue dans « Gödel and the Question of the Objective Existence of Mathematical Objects », *History and Philosophy of Logic*, 2005, t. 26, p. 211-228.
20. *C. W.*, 1951, t. III, p. 313.
21. *Ibid.*, p. 314.
22. *C. W.*, 1964, t. II, p. 268. Gödel souligne.
23. Papiers Gödel, boîte 20, dossier Wang. De la main de Gödel sur un texte de Wang.
24. On peut en particulier opposer l'usage par Gödel du terme « création » à celui qu'en font Brouwer ou Dedekind. Sur ce point, P. Cassou-Noguès, « On Gödel's Platonism », à paraître.
25. R. Descartes, *Méditations métaphysiques*, Méditation troisième, in *Œuvres*, Paris, Gallimard, coll. « Bibl. de la Pléiade », 1953, p. 295.
26. G. W. Leibniz, *Nouveaux Essais sur l'entendement humain*, IV, 10, § 7.
27. Un essai autobiographique s'intitule *Memoirs of a Dada Drummer*.
28. À Marianne, 6 juillet 1958, *W. B.*, t. I, p. 199.
29. À Marianne, 27 avril 1947, *ibid.*, p. 204.
30. *L. D.*, p. 209.
31. *W. B.*, t. I, p. 204.
32. R. Huelsenbeck, *Sexualität und Persönlichkeit*, Francfort-sur-le-Main, Ullstein Taschenbücher, 1959, p. 83 et 86 *sq.* notamment.
33. J. L. Borges, *Atlas*, in *Œuvres complètes*, Paris, Gallimard, coll. « Bibl. de la Pléiade », 1999, t. II, p. 902.
34. Id., *Le Livre des sables*, *ibid.*, p. 486.
35. Id., *L'Autre, le Même*, *ibid.*, p. 91.
36. Papiers Gödel, 8c, 117, item 040403.
37. *C. W.*, 1951, t. III, p. 312.
38. Papiers Gödel, 8b, 93, item 040294.
39. Papiers Gödel, 8c, 117, item 040396.

40. Papiers Gödel, 1c, 67. En marge d'un texte de W. A. Howard.
41. Papiers Gödel, 11c, 19, item 060214.
42. Lettre à C. Reid. Papiers Gödel, 1c, 129, item 011853.
43. Lettre à A. Robinson. Papiers Gödel, 2c, 138.
44. Papiers Gödel, *C. Ph.*, transcription C. Dawson, t. V, p. 344.
45. En particulier, « L'origine de la géométrie », *in* E. Husserl, *La Crise des sciences européennes et la Phénoménologie transcendantale*, trad. fr. G. Granel, Paris, Gallimard, 1976.
46. Conversation avec Wang, *L. J.*, p. 167.
47. Papiers Gödel, *C. Ph.*, transcription C. Dawson, t. XI, p. 31.
48. *Ibid.*, t. XIV, p. 7-8.
49. Conversation avec Wang, *L. J.*, p. 143.
50. Papiers Gödel, *C. Ph.*, transcription C. Dawson, t. X, p. 86.
51. Papiers Gödel, 8b, 93, item 040294.
52. Conversation avec Wang, *L. J.*, p. 149.
53. Papiers Gödel, *C. Ph.*, transcription C. Dawson, t. VIII, p. 579.
54. *Ibid.*, t. X, p. 47.
55. *Ibid.*, t. VII, p. 474. Je souligne.
56. *C. W.*, 1964, t. II, p. 266.
57. Conversation avec Wang, *L. J.*, p. 235.
58. Papiers Gödel, 8b, 95, item 040295.
59. *C. W.*, 1953/1959, t. III, p. 353. Également, p. 359.
60. *C. W.*, 1964, t. II, p. 268.
61. H. G. Wells, « The Stolen Body », *The Complete Short Stories of H. G. Wells*, Londres, Phoenix Press, 1998, p. 519 et 521.
62. Papiers Gödel, *C. Ph.*, transcription C. Dawson, t. VII, p. 492.
63. Adrien Baillet, *Olympica*, *in* R. Descartes, *Œuvres*, éd. C. Adam et P. Tannery, nouvelle éd., Paris, Vrin, 1996, t. X, p. 181.
64. Conversation avec Wang, *L. J.*, p. 169-170.
65. *Ibid.*
66. *Ibid.*, p. 167.
67. *Ibid.*, p. 168 et 170.
68. *L. D.*, p. 166.
69. Conversation avec Wang, *L. J.*, p. 170.
70. Papiers Gödel, *C. Ph.*, transcription C. Dawson, t. VII, p. 513.

Partie III

1. *L. D.*, p. 233.
2. N. Lusin, « Sur les voies de la théorie des ensembles », in *Atti del congresso internazionale dei mathematici*, 1928, Bologne, N. Zanichelli,

1929, t. I, p. 295-299, notamment p. 297 : « Le domaine primaire [la mathématique formalisée] de M. D[avid] Hilbert n'est qu'un cerveau mathématique vivant mais vraiment trop idéalisé. »
3. Extrait du journal de Carnap, cité dans *R. K. G.*, p. 85.
4. H. Feigl, dans *The Intellectual Migration*, éd. D. Flemming et B. Bailyn, Cambridge (Mass.), Belknap Press, 1969, p. 630.
5. Papiers Gödel, 8c, 117, item 040401.
6. *Ibid.*
7. Interview Menger, 1978, *W. B.*, t. I, p. 230.
8. Extrait du journal de Carnap, cité dans *R. K. G.*, p. 50.
9. Papiers Gödel, 6c, 81, item 03114.
10. À Marianne Gödel, 23 mars 1957, *W. B.*, t. I, p. 199.
11. *C. W.*, 1931 ?, t. III, p. 30.
12. *Ibid.*, p. 34.
13. Dans la première démonstration de Gödel, l'hypothèse est en réalité celle de l'ω-consistance. Cf. par exemple P. Cassou-Noguès, *Gödel*, Paris, Les Belles Lettres, 2004.
14. À G. Brutian, *C. W.*, t. IV, p. 330. Gödel souligne.
15. *C. W.*, 1933, t. III, p. 45.
16. A. Turing, « On Computable Numbers, with an Application to the Entscheidungsproblem », *Proceedings of the London Mathematical Society*, 1936, 2, t. 42, p. 230-265.
17. *C. W.*, 1934 (Postscript 1964), t. I, p. 370.
18. *Ibid.*
19. *C. W.*, 193 ?, t. III, p. 165.
20. P. Finsler, « Formale Beweise und die Entscheidbarkeit », *Mathematische Zeitschrift*, 1926, t. 25, p. 676-682. Cf., par exemple, P. Cassou-Noguès, *Gödel*, *op. cit.*
21. *C. W.*, 1951, t. III, p. 310.
22. *Ibid.*, p. 311.
23. À L. Rappaport, 1962. *C. W.*, t. V, p. 176.
24. Papiers Gödel, 8c, 117, item 040403.
25. Papiers Gödel, 7b, 30, item 040123.
26. Entre 1972 et 1974. Papiers Gödel, 8c, 117, item 040394.
27. « L'esprit du temps va toujours vers le positivisme et le matérialisme ; par exemple, Platon est suivi par Aristote » (conversation avec Wang, *L. J.*, p. 173).
28. *C. W.*, 1961, t. III, p. 375.
29. Papiers Gödel, *C. Ph.*, transcription C. Dawson, t. VII, p. 472.
30. À Marianne Gödel, *C. W.*, t. IV, 439.
31. À G. W. Richard, 1968. Papiers Gödel, 4a, 09, item 020131.
32. *C. W.*, 1951, p. 309.

33. À G. Günther, 1955. *C. W.*, t. IV, p. 521. Gödel souligne.
34. *C. W.*, 1951, p. 309-310.
35. Papiers Gödel, 8c, 106, item 040332.
36. Papiers Gödel, 8c, 106, item 040333. Gödel souligne.
37. Papiers Gödel, 4b, 30, item 020514.7. Publié partiellement dans M. van Atten, « Two Draft Letters from Gödel on Self-Knowledge of Reason », *Philosophia Mathematica*, 2006, t. 14, p. 255-261.
38. Papiers Gödel, 4b, 30, item 020517.
39. Mai 1956. Papiers Gödel, 4b, 33, item 020628.
40. *C. W.*, 1961, t. III, p. 381.
41. Conversation avec Wang, *L. J.*, p. 317. Papiers Gödel 8c, 117, item 040393. De la main de Gödel.
42. Conversation avec Wang, *L. J.*, p. 186.
43. *Ibid.*, p. 189.
44. Système formel, au sens, comme nous l'avons vu, d'une suite d'axiomes que peut utiliser une machine de Turing. Et lorsque Gödel donne l'exemple d'axiomes qui lui semblent permettre de « compléter » la théorie des ensembles (comme ce principe de maximalité repris à Hilbert), il ne s'agit pas en effet d'axiomes dans le calcul des prédicats (en particulier, *C. W.*, 1964, t. II, p. 164).
45. *C. W.*, 1961, t. III, p. 375.
46. Papiers Gödel, 8c, 117, 040395.
47. *L. J.*, p. 316, Papiers Gödel, *C. Ph.*, transcription C. Dawson, t. XI, p. 10.
48. *C. W.*, 1946-1949, t. III, p. 240.
49. Sur le terme d'« extrapolation », voir notamment *ibid.*, p. 427.
50. Conversation avec Wang, *L. J.*, p. 200.
51. Papiers Gödel, 3b, 188. Publié partiellement dans M. van Atten, *loc. cit.*
52. Papiers Gödel, 8c, 106, item 040332.
53. Conversation avec Wang, *L. J.*, p. 269 *sq.*
54. La définition de la vérité, et la thèse que la vérité d'une formule d'un langage ne se définit pas dans ce langage, sont en général attribuées à Tarski (« Der Wahrheitsbegriff in den formalisierten Sprachen », 1935, trad. fr. in *Logique, sémantique, métamathématique*, Paris, Armand Colin, 1972). Gödel en revendique également la paternité (à Y. Balas, 1970, *C. W.*, t. IV, p. 10-11). C'est en réalité l'origine du théorème d'incomplétude. Gödel s'est d'abord aperçu qu'à cause de paradoxes comme celui du menteur la vérité des formules d'un langage ne peut pas se définir dans ce langage, alors que, si le langage contient suffisamment d'arithmétique, la démontrabilité peut se définir dans le langage. Les deux notions, vérité et démontrabilité, doivent donc être différentes. Or, si le langage est consistant, les phrases démontrables doivent être vraies, il faut donc qu'il existe des phrases vraies non démontrables : le langage est donc incomplet.

55. Conversation avec Wang, *L. J.*, p. 269.
56. *Ibid.*, p. 275.
57. *Ibid.*, p. 271.
58. Papiers Gödel, 8c, 117, item 040395. Également, conversations avec Wang, *L. J.*, p. 187-188.
59. À G. Gunther, 1954, 1957, 1959, *C. W.*, t. IV, p. 502, 526 et 534.
60. Conversation avec Wang, *L. J.*, p. 188.
61. *C. W.*, 1946, t. II, p. 152.
62. Dans les *Idées directrices pour une phénoménologie pure*, Husserl maintient en effet que, en vertu de l'*a priori* de la corrélation, la réflexion phénoménologique peut isoler des vécus nécessaires à l'appréhension d'un objet et que tout être, y compris Dieu, qui perçoit cet objet doit lui-même éprouver.
63. Papiers Gödel, 8c, 117, item 040396.
64. Papiers Gödel, 20, dossier Wang.
65. *C. W.*, 1951, t. III, p. 310.
66. Papiers Gödel, 4b, 30, item 020514.7.
67. Papiers Gödel, 4b, 30, item 020516.
68. Papiers Gödel, 8c, 106, item 040333.
69. Conversation avec Wang, *L. J.*, p. 186.
70. Cf. les remarques de Wang, *L. J.*, p. 208.
71. *M. P.*, p. 326. Ce texte est de la main de Gödel (Papiers Gödel, 8c, 117, item 040393).
72. Conversation avec Wang, *L. J.*, p. 192.
73. A. Turing, « On Computable Numbers… », *loc. cit.*, p. 136.
74. *C. W.*, t. V, p. 576.
75. Du reste un autre argument de Gödel contre l'identification de l'esprit au cerveau et à la machine est directement inspiré de Leibniz : « La conscience renvoie à une unité. La machine est composée de parties » (conversation avec Wang, *L. J.*, p. 189). Leibniz avance le même argument dans la *Monadologie*.
76. Papiers Gödel, 8c, 106, item 040332.
77. Papiers Gödel, boîte 20, dossier Wang. Je souligne.
78. À Marianne Gödel, 1961. *C. W.*, t. IV, p. 431.
79. Conversation avec Wang, *L. J.*, p. 189.
80. Brouillon de 1946/1949. Papiers Gödel, 9a, 131, item 040418.
81. À A. Robinson, 1974. *C. W.*, t. V, p. 204.
82. G. Kreisel, « Kurt Gödel », *Biographical Memoirs of the Fellows of the Royal Society*, 1980, t. 26, p. 155.
83. Conversation avec Wang, *L. J.*, p. 316.
84. À Marianne Gödel, 1961, *C. W.*, t. IV, p. 428-430.
85. *Ibid.*, p. 438.

86. Papiers Gödel, *C. Ph.*, transcription C. Dawson, t. VI, p. 402.
87. *Ibid.*, p. 425.
88. *Ibid.*, t. XI, p. 30.
89. *Ibid.*, p. 17.
90. *Ibid.*, t. VII, p. 511.
91. *Ibid.*, t. XI, p. 38.
92. *Ibid.*, t. X, p. 90.
93. À D. Scurlock, 1961. Papiers Gödel, 3b, 166.
94. *Ibid.* Également, conversation avec Wang, *L. J.*, p. 4.

Partie IV

1. Papiers Church, Post à Church, 18 avril 1947.
2. Papiers Church, Post à Church, 7 janvier 1942.
3. Papiers Post, *Theory of Finite Processes*, t. XIV, p. 61-62. Post note les dates à l'américaine mois/jour/année. Je les ai donc systématiquement inversées : jour/mois/année.
4. Papiers Church, Post à Church, 3 novembre 1950.
5. Papiers Church, Post à Church, page non datée par Post, vraisemblablement 13 mai 1947.
6. Papiers Church, Post à Church, non daté.
7. Papiers Post, correspondance, dossier Menger.
8. *C. W.*, t. V, p. 169.
9. Papiers Post, *Creative Logic*, t. XVII, p. 47, 8/4/49.
10. *Ibid.*, t. II, 4/11/40.
11. Papiers Church, Post à Church, 24 mai 1936.
12. Papiers Church, Post à Church, 10 juin 1936.
13. « Finite combinatory processes – Formulation I », *S. P. D.*, p. 105.
14. « Account of an Anticipation », *S. P. D.*, p. 429.
15. *Ibid.*, p. 440.
16. *Ibid.*, p. 465.
17. Papiers Gödel, 8c, 106, item 040332.
18. Papiers Post, *Theory of Finite Processes*, t. XI, p. 150.
19. Papiers Church, Post à Church, 3 août 1943.
20. Papiers Post, *Creative Logic*, t. I, p. 1, 14/2/38.
21. *Ibid.*
22. Papiers Post, *Theory of Finite Processes*, t. XII, p. 177, 4/8/48.
23. Papiers Post, *Creative Logic*, t. XVI, p. 9, 11/12/47.
24. Papiers Post, *Calculus of Finite Processes*, p. 47, 25/8/44.
25. *Ibid.*, p. 112-115, 11/12/44.
26. Papiers Post, *Theory of Finite Processes*, t. XII, p. 160 *sq.*, 9/2/49.

27. Papiers Post, *Creative Logic*, t. II, p. 185, 13/1/38.
28. *Ibid.*, t. XV, p. 180, 4/11/47.

Partie V

1. *L. D.*, p. 233.
2. Papiers Gödel, *C. Ph.*, transcription C. Dawson, t. X, p. 58.
3. *Ibid.*, t. III, p. 5.
4. Papiers Gödel, 8a, 66, cahier nº 7.
5. À Marianne Gödel, 1961. *C. W.*, t. IV, p. 438.
6. *L. D.*, p. 110.
7. Brouillon de la lettre à Church du 29 septembre 1966. Papiers Gödel, 1b, 26, item 010334.1.
8. Papiers Gödel, *C. Ph.*, transcription C. Dawson, t. IV, p. 157.
9. G. Kreisel, « Kurt Gödel », Biographical Memoirs of the Fellows of the Royal Society, 1980, t. 26, p. 155.
10. « La plus grande influence philosophique pour moi fut celle de Leibniz, que j'ai étudié autour de 1943-1946 » (Gödel cité par Wang, *R. K. G.*, p. 19).
11. *R. K. G.*, p. 46.
12. Conversation avec Wang, *L. J.*, p. 202.
13. Cours de 1939. Papiers Gödel, 8a, 66, cahier nº 5, p. 73.7.
14. Conversation avec Wang, *L. J.*, p. 202.
15. *R. K. G.*, p. 173.
16. À Marianne Gödel, 4 juillet 1962, cité dans *W. B.*, t. I, p. 206.
17. G. W. Leibniz, *Essais de théodicée*, IIIe partie, Paris, Garnier-Flammarion, 1969, p. 360.
18. Papiers Gödel, *C. Ph.*, transcription C. Dawson, t. X, p. 58.
19. *Ibid.*, t. XI, p. 55.
20. À Marianne Gödel, 14 août 1961. *C. W.*, t. IV, p. 433.
21. Papiers Gödel, *C. Ph.*, transcription C. Dawson, t. XI, p. 59.
22. *Ibid.*, t. VIII, p. 581.
23. *Ibid.*, t. XI, p. 153.
24. Conversation avec Wang, *L. J.*, p. 314.
25. Papiers Gödel, *C. Ph.*, transcription C. Dawson, t. XI, p. 4.
26. *Ibid.*, p. 30-31.
27. *Ibid.*, t. VII, p. 548.
28. *Ibid.*, t. X, p. 43.
29. *Ibid.*, t. XI, p. 17.
30. *Ibid.*, t. X, p. 43.
31. *Ibid.*, t. XI, p. 42.

32. Conversation avec Wang, *L. J.*, p. 191.
33. *Ibid.*, p. 151.
34. *Ibid.*, p. 317.
35. *Ibid.*
36. *Ibid.*, p. 307.
37. Papiers Gödel, *C. Ph.*, transcription C. Dawson, t. VII, p. 546.
38. *L. J.*, p. 30.
39. Conversation avec Wang, *L. J.*, p. 146.
40. *Ibid.*, p. 295.
41. *Ibid.*, p. 315.
42. *Ibid.*, p. 320.
43. *C. W.*,1949, t. III, p. 230.
44. Ces arguments sont en particulier analysés dans les livres de P. Yourgrau, notamment *Gödel Meets Einstein : Time Travel in the Gödel Universe* (Chicago, Open Court, 1999) et *A World Without Time : The Forgotten Legacy of Gödel and Einstein* (New York, Basic Books, 2005 ; trad. fr. C. Jeanmougin, *Einstein/Gödel. Quand deux génies refont le monde*, Paris, Dunod, 2005).
45. *C. W.*, 1949a, t. II, p. 206.
46. À A. Robinson, 20 mars 1974. Papiers Gödel, 2c, 138.
47. Papiers Gödel, *C. Ph.*, transcription C. Dawson, t. X, p. 9.
48. *Ibid.*, t. VII, p. 554.
49. *Ibid.*, p. 549.
50. *Ibid.*, t. X, p. 2.
51. *Ibid.*, t. XIV, p. 5.
52. *Ibid.*, t. X, p. 47.
53. Autour de 1973. Papiers Gödel, 8c, 117, item 040396.
54. *C. W.*, 1946/1949, version A, t. III, p. 427.
55. Papiers Gödel, 9a, 131, item 040418.
56. Conversation avec Wang, *L. J.*, p. 302.
57. Papiers Gödel, *C. Ph.*, transcription C. Dawson, t. VI, p. 426.
58. *Ibid.*, p. 406.
59. Papiers Gödel, 8c, 117, item 040398.
60. Conversation avec Wang, *L. J.*, p. 218.
61. *Ibid.*
62. Papiers Gödel, boîte 20, dossier Wang.
63. Conversation avec Wang, *L. J.*, p. 260.
64. Papiers Gödel, *C. Ph.*, transcription C. Dawson, t. VI, p. 430.
65. *Ibid.*, p. 431.
66. Brouillon de 1946/1949. Papiers Gödel, 9a, 131, item 040418.
67. Papiers Gödel, *C. Ph.*, transcription C. Dawson, t. X, p. 22.

68. Le Fanu, « The vision of Tom Chuff », in *Madam Crowl's Ghost and Other Stories*, Ware, Wordsworth, 1994.
69. Papiers Gödel, *C. Ph.*, transcription C. Dawson, t. X, p. 24.
70. Les paradoxes classiques sont discutés en détail dans plusieurs numéros de la revue *Amazing Stories* en 1917. Une nouvelle de C. Moore, « Tryst in Time », de 1936, où le voyageur tente de tuer son grand-père, pose les principaux problèmes que l'on retrouvera ensuite dans la littérature philosophique. Pour une bibliographie complète, P. J. Nahin, *Time Machines*, Berlin, Springer, 1999.
71. Cité par H. Stein, in *C. W.*, t. III, p. 229. Également *L. D.*, p. 183.
72. *C. W.*, 1949a, t. II, p. 205.
73. R. Rucker, *Infinity and the Mind*, Bâle, Birkhäuser, 1982.
74. Papiers Gödel, *C. Ph.*, transcription C. Dawson, t. XIV, p. 20.
75. *Ibid.*, t. XI, p. 40.
76. *Ibid.*, p. 69.
77. *Ibid.*, p. 68.
78. Que Gödel cite du reste explicitement dans son article de 1944 sur « La logique de Russell ». *C. W.*, t. II, p. 128.

REMERCIEMENTS

Les papiers inédits de Gödel sont cités avec la permission de l'*Institute for Advanced Studies*. Ceux de Church sont cités avec la permission de la bibliothèque de l'université de Princeton. Ceux de Post sont cités avec la permission de l'*American Philosophical Society*.

J'ai pu consulter les papiers de Gödel et de Church durant trois séjours à Princeton, en février 2004, février 2005 et janvier 2006, grâce à une bourse de la *Society of the Friends of Princeton University Library* et dans le cadre du projet « Preuve » de l'UMR STL. J'ai pu consulter les papiers de Post durant un double séjour à Philadelphie en juillet 2006 et en mai 2007 avec une bourse de l'*American Philosophical Society*. Je tiens à remercier le personnel de ces deux bibliothèques pour leur accueil et leur aide durant mes séjours.

Je remercie également Cheryl Dawson pour m'avoir laissé consulter et citer la transcription, non définitive, qu'elle a réalisée à partir du Gabelsberger, d'une grande partie des cahiers philosophiques de Gödel, et Diane Meur qui m'a aidé dans la traduction des textes allemands.

ILLUSTRATIONS

Table

RÉALISATION : CURSIVES À PARIS
IMPRESSION : NORMANDIE ROTO IMPRESSION S.A.S. À LONRAI
DÉPÔT LÉGAL SEPTEMBRE 2007. N° 92339-2 (07-3240)
IMPRIMÉ EN FRANCE

Les démons de Gödel

PIERRE CASSOU-NOGUÈS

Pierre Cassou-Noguès est agrégé de mathématiques et docteur en philosophie. Chargé de recherches au CNRS, il enseigne également à l'UFR de philosophie de l'université Lille-III.

Kurt Gödel (1906-1978) fut sans doute l'un des plus grands logiciens de l'histoire. Son théorème d'incomplétude, publié en 1931, est peut-être la proposition mathématique la plus significative du XXe siècle. Il a bouleversé les fondements des mathématiques et fait l'objet de commentaires philosophiques sans fin comme d'exploitations abusives sans nombre. Gödel ne publiera que peu pendant la cinquantaine d'années qui suivront. Mais il laissera des milliers de pages de notes philosophiques inédites.

On connaissait déjà les excentricités de la vie de Gödel, qui, craignant d'être empoisonné, mourra quasiment d'inanition. Ses notes, décryptées et étudiées ici pour la première fois en français, révèlent une pensée encore plus surprenante. Elles montrent que Gödel croyait aux anges comme au diable – parmi bien d'autres étrangetés. Il tente au cours des années de constituer ces idées bizarres en système logiquement cohérent, dont l'analyse éclaire d'un jour nouveau ses découvertes mathématiques. Cette apparente « folie » d'un esprit génial pose de redoutables questions sur la nature même de la pensée logique. L'auteur de cet essai les aborde sans hésiter à y impliquer sa propre subjectivité, sous forme de courtes fictions fantasmées. Un livre aussi inquiétant que stimulant.

9 782020 923392

www.seuil.com

21 €

Couverture : © Arnold Newman/Getty Images

ISBN 978.2.02.092339.2 / Imprimé en France 09.07