

# INTRO UNE INTRODUCTION À TION DUC TION

## AUX ORIGINES DE LA MASSE

Particules élémentaires  
et symétries fondamentales

Jean Iliopoulos

*Préface de François Englert,  
Prix Nobel*

edp sciences

**Collection « Une Introduction à »**  
dirigée par Michèle Leduc et Michel Le Bellac

# **Aux origines de la masse : particules élémentaires et symétries fondamentales**

**Jean Iliopoulos**

The logo for EDP Sciences, featuring the letters 'edp' in a stylized red font followed by the word 'sciences' in a black sans-serif font.

17, avenue du Hoggar  
Parc d'activités de Courtabœuf, BP 112  
91944 Les Ulis Cedex A, France

## Dans la même collection

*Le laser*

Fabien Bretenaker et Nicolas Treps, préface de C. H. Townes

*Le monde quantique*

Michel Le Bellac, préface d'A. Aspect

*Les planètes*

Thérèse Encrenaz, préface de J. Lequeux

*Naissance, évolution et mort des étoiles*

James Lequeux

*La fusion thermonucléaire contrôlée*

Jean-Louis Bobin

*Le nucléaire expliqué par des physiciens*

Bernard Bonin, préface d'É. Klein

*Mathématiques des marchés financiers*

Mathieu Le Bellac et Arnaud Viricel, préface de J.-Ph. Bouchaud

*Physique et biologie*

Jean-François Allemand et Pierre Desbiolles

*La cryptologie*

Philippe Guillot

*L'aventure du grand collisionneur LHC*

Daniel Denegri, Claude Guyot, Andreas Hoecker et Lydia Roos,  
préface de C. Rubbia

Retrouvez tous nos ouvrages et nos collections sur  
<http://www.edition-sciences.com>

© 2014, EDP Sciences, 17, avenue du Hoggar, BP 112, Parc d'activités de Courtabœuf,  
91944 Les Ulis Cedex A

Tous droits de traduction, d'adaptation et de reproduction par tous procédés réservés pour tous pays. Toute reproduction ou représentation intégrale ou partielle, par quelque procédé que ce soit, des pages publiées dans le présent ouvrage, faite sans l'autorisation de l'éditeur est illicite et constitue une contrefaçon. Seules sont autorisées, d'une part, les reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective, et d'autre part, les courtes citations justifiées par le caractère scientifique ou d'information de l'œuvre dans laquelle elles sont incorporées (art. L. 122-4, L. 122-5 et L. 335-2 du Code de la propriété intellectuelle). Des photocopies payantes peuvent être réalisées avec l'accord de l'éditeur. S'adresser au : Centre français d'exploitation du droit de copie, 3, rue Hautefeuille, 75006 Paris. Tél. : 01 43 26 95 35.

ISBN 978-2-7598-1158-8

# Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Une brève histoire de la cosmologie</b>	<b>7</b>
<b>3</b>	<b>Les symétries</b>	<b>21</b>
3.1	Symétries de l'espace . . . . .	22
3.1.1	Symétrie de translation . . . . .	24
3.1.2	Symétrie de rotation . . . . .	26
3.1.3	Symétrie d'inversion . . . . .	26
3.2	Symétries du temps . . . . .	27
3.3	Symétries internes . . . . .	28
3.4	Symétries locales, ou symétries <i>de jauge</i> . . . . .	30
3.4.1	Translations locales . . . . .	31
3.4.2	Symétries de jauge internes . . . . .	33
<b>4</b>	<b>Un problème de masse</b>	<b>37</b>
4.1	La masse et la portée des interactions . . . . .	37
4.2	Les interactions de jauge . . . . .	40
4.3	Les masses des constituants de la matière : les quarks et les leptons	41
4.3.1	La chiralité . . . . .	41
4.3.2	La chiralité et les interactions faibles . . . . .	43
<b>5</b>	<b>Brisure spontanée d'une symétrie</b>	<b>45</b>
5.1	Le théorème de Curie . . . . .	45
5.2	Brisure spontanée d'une symétrie en physique classique . . . . .	46
5.3	Brisure spontanée d'une symétrie en physique quantique . . . . .	51
5.4	Le théorème de Goldstone . . . . .	55
5.5	Brisure spontanée d'une symétrie en présence d'interactions de jauge . . . . .	57

<b>6</b>	<b>La théorie standard</b>	<b>63</b>
6.1	Introduction . . . . .	63
6.2	Les interactions électromagnétiques et faibles . . . . .	64
6.3	Les interactions fortes . . . . .	67
6.4	La théorie standard et l'expérience . . . . .	74
<b>7</b>	<b>Épilogue</b>	<b>79</b>
<b>8</b>	<b>Appendice I : les particules élémentaires</b>	<b>85</b>
8.1	Introduction . . . . .	85
8.2	Les quatre interactions . . . . .	88
8.3	Quelques notions de base . . . . .	91
8.4	La saga du neutrino . . . . .	96
8.5	Le tableau des particules élémentaires . . . . .	102
	8.5.1 Les particules élémentaires en 1932 : tout est simple . . . .	102
	8.5.2 Les particules élémentaires aujourd'hui . . . . .	104
<b>9</b>	<b>Appendice II : de Sophus Lie à Élie Cartan</b>	<b>111</b>

# Préface

Le livre de Jean Iliopoulos débute par une interrogation. Pourquoi, alors que de nombreux constituants élémentaires de la matière étaient déjà connus, l'annonce par le CERN le 4 juillet 2012 de la découverte d'une nouvelle particule a-t-elle fait l'objet dans le monde entier d'une médiatisation exceptionnelle, bien inhabituelle dans le domaine des particules élémentaires ? C'est, nous dit l'auteur, « qu'il ne s'agit pas seulement d'une nouvelle particule, mais, très probablement, d'une fenêtre sur un phénomène étrange qui a marqué l'histoire du monde. C'est le phénomène qui a permis aux particules élémentaires d'acquérir une masse ».

C'est ce phénomène, qui dans la terminologie des physiciens se définirait comme la « brisure spontanée de symétrie en présence de symétries internes locales », que l'auteur va nous faire comprendre en termes simples mais corrects. Il nous montrera comment ce phénomène débouche sur la compréhension actuelle de la physique des particules élémentaires résumée dans le « Modèle Standard », auquel il apporta d'ailleurs une contribution essentielle. Nous verrons aussi dans ce livre pourquoi, après la découverte du CERN, le *Modèle Standard* délimite le connu de l'inconnu. Et pourquoi cet inconnu nous apparaît dans une vision où la connaissance de « l'infiniment petit » des particules élémentaires contient potentiellement celle de « l'infiniment grand » de l'univers observable.

Le récit de ce livre s'insère dans l'histoire d'une recherche d'intelligibilité rationnelle du monde. Je vais évoquer cette histoire.

La physique, telle que nous la comprenons aujourd'hui, est une tentative d'interprétation des phénomènes dans leur diversité comme des manifestations particulières de lois générales expérimentalement vérifiables. Cette conception d'un monde régi par des lois générales *vérifiables* est relativement récente dans l'histoire de l'humanité. Elle débute en Europe, à la Renaissance, et connaît alors un développement extraordinairement rapide. Son succès est tributaire de l'universalité qu'elle doit à la vision révolutionnaire de Galilée (1564-1642). Il initie le principe d'inertie qui établit l'impossibilité de détecter le mouvement rectiligne uniforme d'un système physique, qu'il soit vivant ou inanimé, par une

expérience faite au sein de ce système. Ce principe suggère qu'un mouvement de vitesse constante en ligne droite ne requiert aucune cause.

En accord avec le principe d'inertie, Newton à la fin du XVII<sup>e</sup> siècle formule la célèbre loi d'attraction universelle des masses. Newton concevait le monde comme composé de petites entités qui interagissent entre elles par des forces qui sont les causes des changements de vitesse. Ces petites entités « ponctuelles » sont devenues aujourd'hui nos particules élémentaires. Au XIX<sup>e</sup> siècle, Maxwell introduit la notion de champ, qui contrairement aux petites entités de Newton, occupent toute une région de l'espace. Il formule en ces termes nouveaux les lois générales de l'électromagnétisme qui gouverneraient tous les phénomènes électriques, magnétiques et lumineux. Les notions de champ et de particules sont unifiées au cours des premières décennies du vingtième siècle en mécanique quantique, les particules devenant des constituants « quantiques » de champs fluctuants. Par ailleurs, au début du XX<sup>e</sup> siècle, Einstein étend le principe d'inertie galiléenne à l'électromagnétisme par la théorie de la relativité restreinte qui modifie nos concepts de temps et d'espace ; il généralise ensuite la loi newtonienne de l'attraction gravitationnelle des masses : c'est la relativité générale qui ouvre à l'investigation scientifique l'expansion cosmologique de l'Univers.

Ainsi, suite en particulier aux progrès impressionnants durant la première moitié du XX<sup>e</sup> siècle, se dessine une vision du monde où tous les phénomènes, du niveau atomique aux confins de l'univers observable, semblent être régis uniquement par deux lois fondamentales et deux lois connues : la relativité générale d'Einstein et l'électrodynamique quantique qui est la transcription en mécanique quantique de la théorie électromagnétique de Maxwell.

Les interactions gravitationnelles et électromagnétiques sont des interactions à *longue portée*, c'est-à-dire qu'elles agissent sur des objets quelle que soit la distance qui les sépare. Mais la découverte de structures subatomiques indique l'existence d'autres interactions fondamentales, à *courte portée* celles-là, dont l'action est négligeable à notre échelle. Au début des années soixante, leur interprétation théorique semblait poser des problèmes insurmontables. C'est ici que s'insère le récit de Jean Iliopoulos.

En 1960, Nambu introduisit en théorie des particules élémentaires la notion de « brisure spontanée de symétrie ». Généralisée en 1964 aux « symétries internes locales » par Brout et Englert, et indépendamment par Higgs, cette notion leur permettra de construire un « mécanisme » théorique qui induit une transmutation d'interactions à longue portée en interactions à courte portée par l'attribution d'une masse aux particules qui les transmettent. Plus généralement ce mécanisme de BroutEnglert-Higgs (BEH) permettra de comprendre l'origine de la masse des particules élémentaires. Mais que signifient ces concepts et comment se construit ce mécanisme ?

Jean Iliopoulos nous explique ces concepts et montre ensuite la construction, initiée par le mécanisme BEH, du *Modèle Standard* des particules élémentaires. Il raconte sa vérification expérimentale et la validation du mécanisme lui-même par la détection au CERN de la particule qui en est l'élément constitutif déterminant. Son récit nous conduit jusqu'aux spéculations théoriques qui, aux énergies encore inexplorées, abordent l'au-delà du *Modèle Standard*.

Dans cette perspective, l'auteur met en avant la fusion nécessaire de « l'infiniment grand » de la cosmologie et de « l'infiniment petit » des particules élémentaires. La découverte en 1965 d'un rayonnement cosmique avait prouvé l'existence d'un univers primordial chaud dont la structure nous est de plus en plus accessible. D'une part, le perfectionnement des techniques d'observation de ce rayonnement cosmique primordial, couplé aux développements théoriques en cosmologie, permet de remonter le cours du temps jusqu'à l'origine des fluctuations quantiques de ce rayonnement à une époque proche de la naissance de notre univers. D'autre part, les données théorique et expérimentales de la physique des particules élémentaires nous conduisent actuellement à l'analyse de la physique à des énergies qui y étaient réalisées à des températures d'environ un million de milliard de degrés et ainsi à aborder l'étude de la structure de l'univers primordial à cette température, voire à formuler des conjectures pour des températures plus élevées encore.

La données de « l'infiniment grand » et de « l'infiniment petit » s'interpénètrent ainsi de plus en plus et rendent inévitable la fusion théorique de ces deux domaines d'investigation. Nous amènera-t-elle jusqu'à l'émergence même de l'univers de fluctuations quantiques de la gravitation ? Mais l'extension quantique de la relativité générale qui pourrait décrire une telle ère est, au mieux, embryonnaire et il est trop tôt pour savoir si nous pourrions ainsi atteindre une intelligibilité rationnelle de la naissance de l'univers lui-même.

La vulgarisation scientifique est un art difficile. Expliquer les acquis de la physique théorique, et particulièrement ceux de la physique contemporaine, à un public profane se heurte à une double barrière. Le langage des mathématiques qui fournit au physicien le court-circuit de pensée nécessaire à l'expression des concepts utilisés est peu accessible à un public non averti. Et ces concepts eux-mêmes sont tellement éloignés des concepts familiers qu'ils n'y ont pas d'analogie évident. Comment expliquer la signification de la « brisure spontanée de symétrie » et les « symétries internes locales », notions indispensables pour comprendre la physique moderne des particules élémentaires ? Si la description mathématique de ces concepts est sans ambiguïté, sa traduction approximative en langage ordinaire requiert un dépassement de certaines habitudes de pensées.

La difficulté est évidemment d'autant plus grande que l'on s'adresse à des lecteurs dont les préoccupations quotidiennes sont plus éloignées du domaine concerné. Une lecture cursive du livre, dont le texte est illustré par quelques équations, pourrait faire croire qu'il s'adresse typiquement à des étudiants qui abordent des études scientifiques. Si effectivement il leur serait de toute évidence très utile, il peut être lu avec grand bénéfice par un public bien plus large. Toute personne intéressée par les questions fondamentales que nous pose la recherche d'une intelligibilité rationnelle du monde y trouvera des réponses. Et si les quelques équations du texte pouvaient la rebuter, il suffirait qu'elle les ignore et lise attentivement les commentaires qui les entourent. Ceux-ci sont suffisamment explicites pour lui permettre d'atteindre une compréhension qualitative des problèmes abordés, ce qui est l'objet même d'une vulgarisation scientifique.

Cette transcription de l'analyse mathématique en termes du langage courant, faite sans concession à la rigueur de l'analyse conceptuelle, est exemplaire. Elle nécessite bien entendu une attention soutenue de la part du lecteur, mais celui-ci sera grandement aidé par le fait qu'en se restreignant à l'essentiel, l'auteur a réussi le tour de force de résumer en une centaine de pages une succession de concepts nouveaux pour le profane. La lecture du texte permet alors d'en suivre le fil conducteur sans être interrompu par une accumulation de données secondaires. Le sérieux de ce petit livre dans un exposé d'idées et de faits si étrangers aux préoccupations quotidiennes courantes, rendu attrayant et accessible par sa focalisation sur l'essentiel, en fait une œuvre d'une rare qualité.

**François Englert,**

Professeur Emérite à l'Université Libre de Bruxelles, est l'un des inventeurs du mécanisme à l'origine de la création des masses dans l'Univers primordial pour lequel il a reçu, avec Peter Higgs, le Prix Nobel de Physique en 2013.

# 1

## Introduction

Le 4 juillet 2012, le Centre européen de recherches nucléaires (CERN) annonça une découverte qui fit *la Une* des journaux de tous les pays. Grâce à un système de téléconférences, l'annonce eut lieu simultanément au grand amphithéâtre du CERN à Genève, en Australie, où se tenait la grande Conférence internationale sur la physique des hautes énergies, mais aussi en direct sur la toile à l'attention du monde entier. Il s'agissait de la mise en évidence d'une nouvelle particule qui venait compléter notre palmarès, déjà bien garni, sur ce sujet (figures 1.1 et 1.2). Dans l'Appendice I, un tableau résume nos connaissances sur les objets que l'on appelle *les particules élémentaires*. On en voit un nombre assez important qui portent des noms exotiques, tels que *quarks, gluons, bosons intermédiaires*, etc. Alors, pourquoi toute cette agitation pour la dernière en date? Répondre à cette question fait l'objet de ce livre. Nous voulons montrer qu'il ne s'agit pas seulement d'une nouvelle particule, mais, très probablement, d'une fenêtre sur un phénomène étrange qui a marqué l'histoire du monde. C'est le phénomène qui a permis aux particules élémentaires d'acquérir une masse.

Ce livre raconte un épisode important de la physique des particules élémentaires, mais ce n'est pas un livre sur les particules élémentaires. Il est souhaitable que le lecteur ait déjà certaines connaissances sur ce sujet. Pour l'aider, nous avons inclus un Appendice assez long qui résume tout ce qu'il est important de savoir sur les constituants ultimes de la matière. Le lecteur qui possède déjà ces connaissances peut l'ignorer. Un deuxième Appendice essaye d'expliquer, de façon très sommaire, certaines notions mathématiques auxquelles nous faisons souvent allusion dans le texte. Il s'agit surtout de notions de la théorie des groupes appliquée aux propriétés de symétrie en physique. Il est inclus par souci



**FIGURE 1.1.** L'annonce de la découverte au CERN. Au centre sur l'estrade, on voit Fabiola Gianotti, porte-parole de la collaboration ATLAS (aussi en haut à droite), Rolf-Dieter Heuer, directeur général du CERN et Joe Incandela, porte-parole de la collaboration CMS (aussi en haut à gauche). En bas à droite : François Englert et Peter Higgs. Montage de Andreas Hoecker tiré de « L'aventure du grand collisionneur LHC », EDP Sciences, 2014.

d'exhaustivité, mais il n'est pas vraiment nécessaire pour la compréhension du sujet principal.

La structure du livre est la suivante : dans le premier chapitre, nous présentons une brève histoire de la cosmologie : ses origines, son évolution ainsi que nos idées actuelles, certains diraient nos préjugés, sur l'évolution de l'Univers. Ce choix mérite une explication. En effet, il n'est pas facile de deviner quelle est la place de la cosmologie dans un ouvrage sur le monde microscopique en général et sur l'importance de cette nouvelle découverte du CERN, en particulier. Notre première motivation est, bien sûr, de montrer que ce choix est naturel, mais, en fait, nous voulons aller plus loin, nous voulons montrer qu'il existe une connexion profonde entre l'infiniment grand et l'infiniment petit. Cette connexion sera développée tout au long du livre ; nous voulons convaincre le lecteur que la structure de l'Univers dans son immensité est due aux lois de



2

CERN Higgs board, Jul 2012

**FIGURE 1.2.** Presse écrite après l’annonce de la découverte du boson de Higgs au séminaire du 4 juillet 2012 au CERN. Montage de Andreas Hoecker tiré de « L’aventure du grand collisionneur LHC », EDP Sciences, 2014.

la physique microscopique, que l’Univers est le meilleur laboratoire pour appliquer nos idées sur la structure de la matière.

Les chapitres suivants entrent dans le vif du sujet. L’idée directrice est le concept de symétrie, un concept qui est à la base de tous les progrès accomplis ces dernières décennies dans notre compréhension du monde physique. Nous montrons d’abord les aspects les plus intuitifs de ce concept, les symétries de l’espace auxquelles nous sommes habitués. Déjà nous voyons que ce concept nous rapproche de la géométrie, au sens le plus simple de ce terme. Au fur et à mesure, le concept deviendra plus abstrait et les idées géométriques aussi. La géométrie au sens mathématique serait le langage naturel pour ce livre, mais nous avons décidé de ne pas faire de maths. Donc l’exercice essentiel auquel nous allons nous livrer est de traduire le langage mathématique en français ordinaire. Nous le ferons avec plus ou moins de succès, plus souvent moins que

plus. Nous allons guider le lecteur à travers des abstractions successives vers un édifice complexe qui s'appelle *le modèle standard*. Il résume toutes nos connaissances sur le monde sub-atomique et c'est dans ce cadre que l'importance de cette dernière découverte nous sera révélée.

Une remarque qui est plutôt un avertissement : les phénomènes que nous allons décrire dans ce livre sont ceux que nous étudions dans les expériences de la physique des particules élémentaires ou les observations de la cosmologie. Ce sont des phénomènes dans lesquels les lois de la physique quantique jouent un rôle capital. Nous allons essayer de les présenter en utilisant des analogies classiques qui sont plus proches de notre expérience quotidienne. Ces analogies ont leurs limites. Dans les meilleurs des cas, elles ne peuvent représenter que quelques aspects du phénomène, jamais sa totalité. Le lecteur ne doit pas les prendre trop au sérieux !

Une dernière remarque concerne le système d'unités que nous allons utiliser. En physique classique, nous choisissons souvent le mètre comme unité de distance (m), le kilogramme comme unité de masse (kg) et la seconde comme unité de temps (s). Ce système est mal adapté aux phénomènes de physique quantique relativiste qui sont caractérisés par deux constantes physiques : la vitesse de la lumière dans le vide  $c$  d'un côté et la constante de Planck  $h$  de l'autre. Les valeurs de ces constantes sont  $c = 299\,792\,458 \text{ ms}^{-1}$  et  $\hbar = h/2\pi = 1,054\,571\,726(47)10^{-34} \text{ Js}^1$ , des nombres pas très commodes à manipuler. Nous voyons que  $c$  a les dimensions d'une vitesse,  $[c] = [\text{distance}][\text{temps}]^{-1}$  et  $\hbar$  celles d'une *action*, à savoir  $[\hbar] = [\text{énergie}][\text{temps}]$ . Nous allons donc choisir un système d'unités dans lequel ces deux constantes sont sans dimensions et égales à 1. Cela revient à mesurer toutes les vitesses comme fractions de la vitesse de la lumière et toutes les actions comme multiples de  $\hbar$ . Dans ce système, les dimensions de toutes les quantités physiques sont liées. Nous avons, par exemple, les relations :

$$\begin{aligned} [\text{distance}] &= [\text{temps}] \\ [\text{masse}] &= [\text{énergie}] = [\text{distance}]^{-1} \end{aligned}$$

Avec ce choix il nous reste une seule unité pour compléter notre système et nous choisirons *l'électron-volt*, désigné eV, comme unité d'énergie<sup>2</sup>. Nous allons

<sup>1</sup>Les unités sont joule  $\times$  seconde.  $1 \text{ J} = 1 \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-2}$ . Le nombre entre parenthèses à la valeur de  $\hbar$  représente l'incertitude expérimentale. Il n'y a rien d'analogue à la valeur de  $c$  parce que, depuis 1983, le système international d'unités a changé et cette valeur de  $c$  fait partie de la définition du système.

<sup>2</sup>1 électronvolt est défini comme l'énergie d'un électron accéléré par une différence de potentiel de 1 volt.  $1 \text{ eV} = 1,602\,176\,565 \text{ } 10^{-19} \text{ J}$ .

surtout utiliser des multiples, le méga-électron-volt,  $1 \text{ MeV} = 10^6 \text{ eV}$  et le giga-électron-volt,  $1 \text{ GeV} = 10^9 \text{ eV}$ . Les relations précédentes nous montrent que la distance et le temps seront mesurés en inverses eV et, à l'aide des valeurs de  $c$  et de  $\hbar$ , nous pouvons obtenir la relation approximative :

$$10^{-15} \text{ m} = [200 \text{ MeV}]^{-1} \quad (1.1)$$

On appelle souvent la distance de  $10^{-15} \text{ m}$  un fermi que l'on désigne par  $f$ .



# 2

## Une brève histoire de la cosmologie

Contrairement à l'astronomie, dont les origines se perdent dans la nuit des temps, la cosmologie, en tant que science de la Nature, est relativement récente. Jusqu'au début du siècle dernier, les astronomes pensaient qu'à grande échelle l'Univers était statique<sup>1</sup>. Aucune évolution n'était perceptible. Cette conviction reposait sur le fait que les moyens optiques dont on disposait à l'époque nous limitaient à l'observation du voisinage immédiat de notre galaxie. De même que les hommes primitifs, qui ne pouvaient pas voir beaucoup plus loin que leur horizon, pensaient que la surface de la Terre était plate, de même la majorité des contemporains d'Einstein étaient convaincus que l'Univers n'avait pas d'Histoire. Les croyances religieuses mises à part, l'Univers ne semblait avoir aucune évolution, ni début ni fin.

On prête à Edwin Powell Hubble<sup>2</sup> l'exploit d'avoir été le premier à ébranler ce modèle d'immobilisme et de certitude, mais en réalité l'histoire est plus

---

<sup>1</sup>Ce concept de « grande échelle » n'est pas bien défini. D'abord il change avec le temps : ce qui était « grande échelle » pour les astronomes du début du XX<sup>e</sup> siècle ne l'est plus pour nous aujourd'hui. Ensuite, il dépend de l'étude à laquelle on se réfère. Bien sûr, les hommes n'ont pas attendu le siècle dernier pour comprendre que le système solaire n'est pas statique. Déjà en 1755 le philosophe Emmanuel Kant publia même une étude qui montrait que le système solaire pourrait être formé à partir des gaz de matière condensés sous l'effet de la gravitation. Mais ce concept de création en suivant les lois de la physique n'avait pas été appliqué aux grandes structures et, encore moins, à l'Univers entier.

<sup>2</sup>Hubble est un personnage assez atypique pour un scientifique de cette renommée. Né en 1889 à Marshfield, une petite ville du Missouri aux États-Unis, il commença ses études à l'université de Chicago. Il semble qu'il était passionné d'astronomie dès son enfance, mais, durant ses études, il fut surtout distingué dans les activités sportives. Ses performances lui auraient permis aujourd'hui d'entamer une carrière de professionnel. Pour ne pas désobéir à son père, il a fait des études de droit, un sujet qui ne l'intéressait point. C'est seulement après la mort de son père qu'il a pu

compliquée. Il est vrai que lorsque A. Einstein, à la fin des années 1910, cherchait une solution aux équations de la relativité générale, suivant les convictions de son époque il cherchait une solution statique, c'est-à-dire une solution indépendante du temps. Par conséquent, une telle solution décrirait un Univers sans évolution. D'ailleurs, il a introduit en 1917 le concept de la *constante cosmologique* basé, en partie, sur cette motivation. C'est l'exemple d'une découverte faite pour de mauvaises raisons.

Les premières voix pour contester cette idée d'un Univers formé de corps immuables commencèrent à s'élever dans les années 1920 et elles venaient de deux côtés : du côté mathématique d'abord et du côté physique ensuite.

Déjà en 1917, le mathématicien hollandais Willem de Sitter montra que les équations de la relativité générale en présence d'une constante cosmologique, contrairement à ce que croyait Einstein, admettaient une solution décrivant un Univers en expansion rapide. Cette solution fut considérée à l'époque comme une curiosité mathématique, mais aujourd'hui nous avons de bonnes raisons de penser qu'elle décrit bien la phase actuelle de notre Univers. Un peu plus tard, en 1922, un autre mathématicien, russe cette fois, Alexandre Alexandrovitch Friedmann, étudia les équations d'Einstein avec une distribution de matière homogène et isotrope. Il obtint aussi des solutions non-statiques, d'un Univers en expansion. Einstein pensait au début que la démonstration était erronée, mais il a vite compris qu'il n'en était rien.

L'existence des solutions est une chose, la réalité physique pourrait en être une autre. Le Monde qu'on observe est-il statique ou non ? En 1927, le physicien belge Georges Lemaître, abbé de son état mais spécialiste de la relativité générale, donna une première formulation de la théorie que l'on appelle aujourd'hui la théorie de l'Univers en expansion<sup>3</sup>.

L'avantage du travail de Lemaître est d'être fondé sur des données observationnelles. Depuis la fin du XIX<sup>e</sup> siècle, plusieurs astronomes s'étaient appliqués à mesurer les vitesses relatives d'objets célestes lumineux. Le plus important

---

retrouver son sujet de prédilection en obtenant en 1917, son doctorat d'Astronomie. Il dut interrompre sa carrière à cause de la Première Guerre mondiale et c'est en 1919 qu'il obtint son premier poste à l'Observatoire du mont Wilson, en Californie. Le directeur de l'Observatoire était le célèbre astronome George Ellery Hale qui y entreprit la construction du plus grand télescope optique du monde de l'époque, d'un diamètre de 2,54 mètres. C'est aussi lui qui construisit plus tard le télescope du Mont Palomar (5,1 m de diamètre) de sorte que Hubble a eu la chance, toute sa vie, de travailler avec les instruments les plus performants du monde.

<sup>3</sup>Si l'on parle de personnages atypiques, l'abbé et, plus tard, Monseigneur, Lemaître en est bien un. Il a suivi des études parallèles de physique mathématique et de théologie. Il est entré au séminaire en 1920 et ordonné prêtre en 1923. En tant que scientifique, il a fréquenté les plus grandes universités, Cambridge, Harvard, MIT, CalTech et rencontré les savants les plus connus de son époque : Einstein, Eddington, Hubble. Il a toujours su bien distinguer ses deux activités, la science et la religion et il s'est constamment opposé à toute tentative de les mettre en relation.

parmi eux fut l'Américain Vesto Melvin Slipher qui travaillait à l'Observatoire Lowell, dans l'Arizona. Comment peut-on mesurer la vitesse d'un objet qui se trouve à des années-lumière loin de nous, à une distance le plus souvent inconnue ? Slipher appliqua une méthode spectroscopique, devenue depuis classique. En faisant l'analyse spectroscopique de la lumière qu'il recevait de cet objet, il observa que les fréquences qui correspondent à des transitions atomiques connues étaient décalées vers le rouge par rapport à celles mesurées sur Terre. Ce phénomène est dû à une vitesse relative qui éloigne l'objet de nous, l'analogue du changement de fréquence de la sirène d'une voiture en mouvement. C'est le fameux effet Doppler-Fizeau<sup>4</sup>. En appliquant cette méthode, on avait une espèce « de carte » céleste sur laquelle plusieurs objets lumineux étaient répertoriés, pas en fonction de leur position, mais par celle de leur vitesse relative par rapport à la Terre. La position de l'objet, en particulier sa distance à la terre, n'était pas encore bien mesurée, qui plus est, l'existence même d'objets extragalactiques était un sujet controversé.

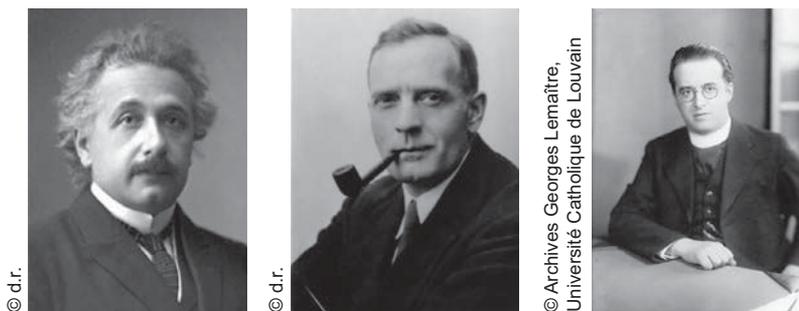
C'est la grande contribution de Hubble d'avoir apporté la réponse définitive à cette question. Grâce à la très bonne résolution de son télescope du mont Wilson, il a pu comparer les luminosités d'un grand nombre de sources lumineuses et établir sans ambiguïté que certaines se trouvent bien en dehors de la Voie lactée et forment des galaxies entières. Même si cette grande découverte n'a pas fait d'emblée l'unanimité parmi les astronomes, il est généralement admis que 1925 est l'année de naissance de l'astronomie extra-galactique.

Lemaître avait donc accès à cette double information : la distance des sources lumineuses, ainsi que leur vitesse relative par rapport à la Terre. Dans son article de 1927, il a pu établir une corrélation surprenante : les galaxies s'éloignent les unes des autres avec des vitesses qui semblent être proportionnelles à leurs distances respectives<sup>5</sup>. Plus elles sont loin, plus vite elles s'éloignent. Lemaître tenait là la preuve que l'Univers suivait bien les résultats des calculs

---

<sup>4</sup>Le premier à essayer cette méthode fut Christian Andreas Doppler (1803-1853) lui-même, dans son article de 1842. Doppler n'était pas un astronome et ses connaissances en astronomie étaient assez rudimentaires. Son article est un mélange extraordinaire d'une idée géniale avec des considérations et des analyses totalement erronées. Celui qui comprit le premier l'application correcte de la méthode fut Armand Hippolyte Louis Fizeau (1819-1896), dans une conférence à la Société philomatique de Paris en 1848. Fizeau comprit, en particulier, l'importance des déplacements des lignes spectrales. D'un point de vue observationnel, le premier à obtenir des résultats fiables fut Hermann Carl Vogel (1841-1907), directeur de l'Observatoire de Potsdam en Allemagne. En 1892, il publia une série de mesures de vitesses radiales de 51 sources lumineuses.

<sup>5</sup>Lemaître publia son travail, intitulé *Un univers homogène de masse constante et de rayon croissant* dans une revue peu connue, les *Annales de la Société scientifique de Bruxelles*. Il est probable que c'est la raison pour laquelle cette loi de proportionnalité distance-vitesse ne porte pas son nom mais elle est connue comme *la loi de Hubble*, qui l'a établie indépendamment et avec une bien meilleure précision, deux ans plus tard, en 1929.



**FIGURE 2.1.** Les « pères » de la cosmologie : Albert Einstein (1879-1955, prix Nobel 1921), Edwin Powell Hubble (1889-1953), Georges Lemaître (1894-1966).

mathématiques de la relativité générale. En 1930, il publia l'article pour lequel il est le plus connu dans lequel il établit un modèle pour l'origine de l'Univers qu'il appela *l'atome primitif*. C'était la première formulation de la théorie qui est restée dans la littérature sous le nom de *big bang*.

Le but de cet ouvrage n'est pas de présenter un exposé historique de l'évolution de nos idées sur le cosmos. Dans les paragraphes précédents, nous avons voulu montrer que, parmi les grandes révolutions scientifiques du début du XX<sup>e</sup> siècle, il y en a une qui donna naissance à une nouvelle science, *la cosmologie*<sup>6</sup> (figure 2.1). Puisque l'Univers évolue, il est normal de chercher à étudier cette évolution, à décrire son histoire, du passé le plus révolu à l'avenir le plus lointain.

Le lecteur ne sera sans doute pas étonné d'apprendre que cette nouvelle science de la nature a atteint sa maturité en suivant l'évolution des moyens techniques d'observation. Ceux-ci sont de plusieurs sortes : stations au sol (télescopes optiques perfectionnés avec optique adaptative, radio-télescopes, réseaux d'observation des rayons cosmiques...), ballons lancés dans la haute atmosphère et, surtout, une grande panoplie de stations spatiales. Un élément qu'il faut bien souligner ici c'est que, dans l'Univers, « loin » signifie aussi « ancien ». Lorsqu'on reçoit la lettre d'un ami qui se trouve dans un autre continent (cet exemple se réfère au temps où l'on écrivait encore des lettres!), on n'apprend pas ses nouvelles d'aujourd'hui, mais plutôt celles du jour du départ de la lettre. De la même façon, lorsqu'on observe une galaxie lointaine, on ne voit pas son état « actuel », mais celui dans lequel elle se trouvait au moment où la lumière a été émise et

<sup>6</sup>On attribue à Merleau-Ponty cette formulation poétique : ... *un physicien de génie* (Einstein) *et un télescope gigantesque* (celui du mont Wilson) *manié par un astronome à sa mesure* (Hubble) *apportèrent à la philosophie de la Nature, l'une une idée* (la relativité générale), *l'autre une vision de l'univers* (l'expansion) *dont on ne sait laquelle était plus surprenante et plus exaltante*. On vient de voir que, malgré ses qualités poétiques, du point de vue historique cette formulation est un raccourci.

a entrepris son long voyage vers nous. Ainsi, en regardant de plus en plus loin, on a une image de l'Univers de plus en plus ancienne, on voit sous nos yeux se dérouler la naissance et l'évolution des corps célestes, l'Histoire du Monde.

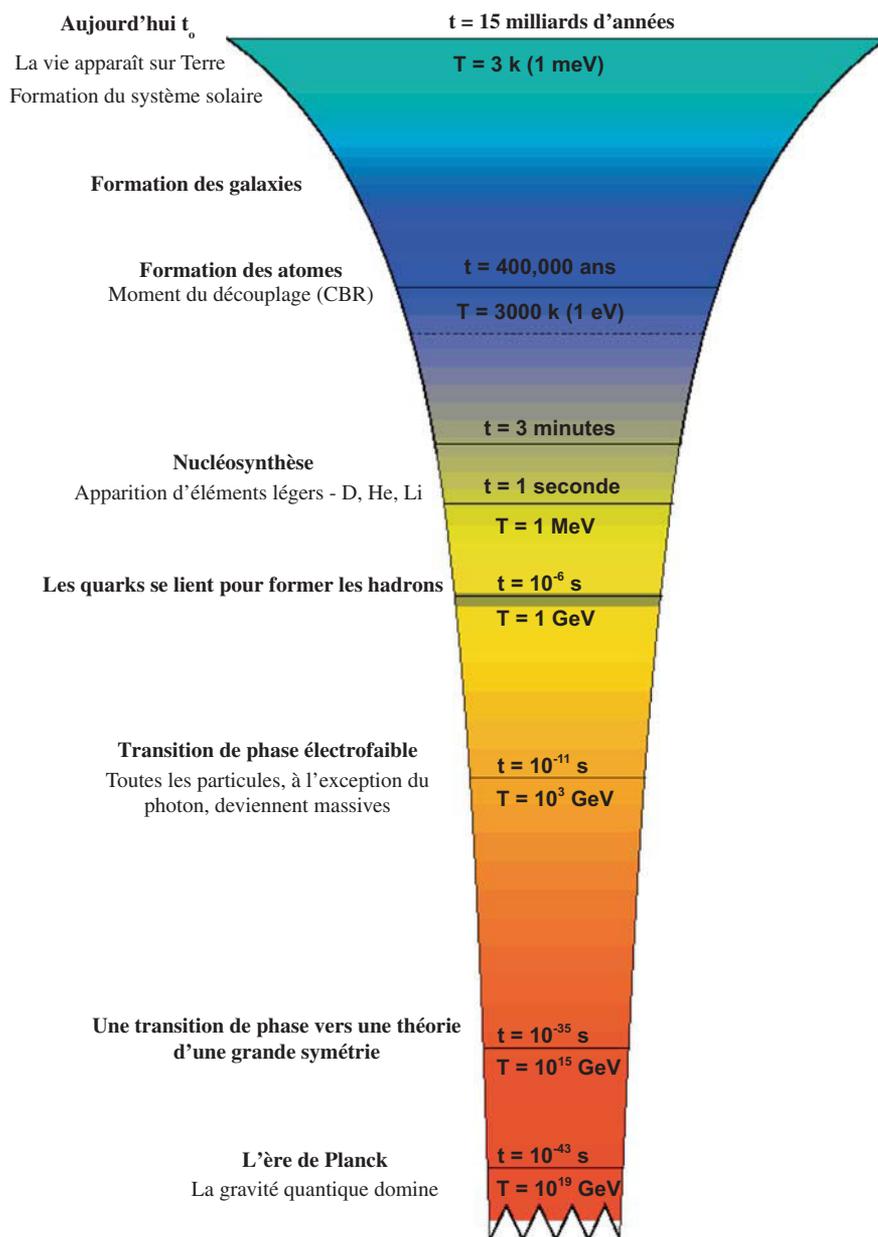
Dans les années 1920, la cosmologie a cessé d'appartenir à la philosophie et elle est devenue une science de la Nature. Mais, à une réserve de taille près : la démarche scientifique traditionnelle suit trois stades distincts : l'observation, l'élaboration des schémas théoriques et, enfin, leur mise à l'épreuve expérimentale. L'expérience est la répétition de l'observation sous conditions contrôlées. C'est uniquement grâce à l'expérience qu'une idée théorique est validée et c'est uniquement par cette validation qu'on peut passer de l'état d'une hypothèse théorique à celui d'une théorie physique. Or, en cosmologie, cette troisième étape est absente. L'expérience a eu lieu une et unique fois. Tout ce qu'on peut faire c'est d'observer les résultats. La représentation qu'on peut avoir de l'histoire de l'Univers, même si elle est corroborée par une quantité impressionnante de résultats d'observation d'une grande précision, reste, du point de vue épistémologique, une hypothèse théorique.

La figure 2.2 montre une vue d'artiste de nos idées actuelles sur l'évolution de l'Univers. C'est la théorie du *big bang*<sup>7</sup>. On trouve souvent dans la littérature populaire des descriptions un peu fantaisistes de cette théorie. On dit que « big bang » signifie « grande explosion », un événement singulier qui marqua la création du temps et de l'espace. C'était un peu le point de vue de Lemaître : au commencement il y avait un point ; c'était le seul point qui existait et il n'y avait rien d'autre que ce point. Mais, attention ! Il ne faut pas imaginer le point *dans* un espace ambiant. Le point *était* tout l'espace. Et alors, le point explosa ! Cette explosion cosmique libéra une quantité infinie d'énergie qui créa tout l'Univers.

Même si cette image peut fournir une certaine approximation de ce processus unique, elle n'est qu'une extrapolation, sans justifications solides, de nos connaissances. Nous ne savons pas si une telle explosion eut effectivement lieu. Comme nous pouvons le constater en regardant la figure 2.2, plus nous approchons l'origine, plus nous rencontrons des conditions caractérisées par des valeurs de température ( $T$ ) et de densité de matière ( $D$ ) très élevées. La figure s'arrête à environ  $10^{-43}$  s. Nos connaissances théoriques ne nous permettent pas d'imaginer ce qui aurait pu exister avant. Nous pensons que les conditions de température et de densité sont telles que les effets combinés de la gravitation et

---

<sup>7</sup>Il semble que ce nom péjoratif fut donné à cette théorie par un de ses détracteurs, le célèbre astronome et cosmologiste britannique Sir Fred Hoyle. Hoyle lui opposait sa propre théorie qui prévoyait un Univers dans un état stationnaire, *the steady state theory*. Aujourd'hui cette vue est essentiellement abandonnée parce que cette théorie n'arrive pas à expliquer de façon naturelle les résultats des mesures récentes d'une grande précision sur le fond diffus de rayonnement dans le domaine de micro-ondes (voir plus loin).



**FIGURE 2.2.** Une image de l'évolution de l'Univers selon la théorie du big bang. L'axe représente l'âge de l'Univers ainsi que la température ambiante exprimée en eV (électronvolt 1 eV  $\sim$  12 000 kelvin). Les valeurs numériques sont montrées à titre indicatif et sont assez approximatives.

de la mécanique quantique deviennent importants. Or, ces effets sont très mal connus et nos équations mal adaptées. L'extrapolation à des temps plus anciens n'est plus justifiée et l'explosion est l'expression de notre ignorance sur l'état de la matière sous ces conditions extrêmes.

En suivant la figure 2.2 nous voyons que, avec le temps, l'Univers se dilate et se refroidit. Bientôt on arrive à des valeurs de  $T$  et de  $D$  qui sont accessibles à nos expériences. Le « mur d'ignorance » est franchi, nous entrons dans un terrain familier.

À l'heure actuelle, ce mur se situe aux alentours de  $10^{-12}$  s. Avant ce temps nous ne pouvons que spéculer. Mais à partir de cet instant nos équations sont solidement appuyées sur des résultats expérimentaux. L'évolution de l'Univers suit les lois précises qu'on étudie dans nos laboratoires.

C'est maintenant le moment de parler de cette connexion surprenante entre l'infiniment grand et l'infiniment petit à laquelle nous avons fait allusion dans l'Introduction. L'étude du premier fait appel aux télescopes, celle du deuxième aux microscopes. *A priori*, on ne s'attendrait pas à ce qu'il y ait une relation quelconque entre les deux. Néanmoins, cette relation n'est pas très difficile à comprendre : les collisions entre les particules que nous étudions dans nos accélérateurs reproduisent, en miniature, les conditions qui régnaient dans l'Univers primordial. C'est la raison pour laquelle nous avons marqué sur l'axe du temps de la figure 2.2 les valeurs qui donnent l'équivalent en énergie de la température. De cette façon, on peut voir comment se déplace le « mur d'ignorance » au fur et à mesure que l'énergie de nos accélérateurs augmente. À l'heure actuelle l'accélérateur le plus performant est le LHC (*Large Hadron Collider*), qui se trouve au Centre européen de recherches nucléaires (CERN) à la frontière franco-suisse, près de Genève. C'est le microscope le plus puissant jamais construit par l'homme. Son pouvoir de résolution atteint  $10^{-19}$  m et son énergie de  $10^{13}$  eV nous rapproche sur la figure 2.2 de  $10^{-12}$  s. À partir de ce moment, l'évolution de l'Univers suit des lois connues.

À des temps  $t \leq 10^{-12}$  s, les valeurs de température et de densité sont très élevées. L'Univers consiste en un gaz très chaud de particules élémentaires. La nature et les propriétés de celles qui nous sont connues sont présentées dans l'Appendice I, mais nous avons de bonnes raisons de croire que, dans le gaz, il y en avait beaucoup que nous n'avons jamais encore identifiées. Nous espérons que le LHC pourra les mettre en évidence. Au Chapitre 4, nous montrons que la plupart de ces particules avaient à ce moment une masse égale à zéro, y compris les particules que nous connaissons aujourd'hui, par exemple les électrons, qui, dans nos expériences, apparaissent comme étant massives.

L'Univers continue à se dilater. La température baisse. On voit sur la figure 2.2 qu'à une température de l'ordre de 300 GeV (1 GeV =  $10^9$  eV),



**FIGURE 2.3.** Robert Brout (1928-2011). Mort en 2011, Brout n'a pas assisté au triomphe de la théorie à l'élaboration de laquelle il a contribué. François Englert (1932-, prix Nobel 2013) et Peter Higgs (1929-, prix Nobel 2013).

on rencontre un phénomène étrange qui porte le nom de *transition de phase électrofaible*. De quoi s'agit-il ? Dans la vie courante nous avons l'habitude des transitions de phase. Si nous abaissons la température d'un volume d'eau, nous observons un changement brusque : à  $T = 0$ , l'eau se solidifie. La nature de la molécule d'eau n'a pas changé, mais l'aspect et les propriétés macroscopiques l'ont été de façon radicale. On appelle ce phénomène « transition de phase » et nous en connaissons de nombreux exemples. Nous pensons qu'une telle transition eut bien lieu pour l'Univers tout entier à environ  $10^{-11}$  s du big bang, c'est-à-dire après un temps infinitésimal. Nous allons justifier plus loin le mot « électrofaible », mais, pour l'instant, il nous suffit de remarquer que, durant cette transition, une partie de l'énergie qui s'était libérée lors du big bang s'est transformée en masse, selon la fameuse formule d'Einstein  $E = mc^2$ , où  $E$  est l'énergie,  $m$  la masse et  $c$  la vitesse de la lumière. La plupart des particules élémentaires sont devenues massives, à l'exception du photon qui est resté de masse nulle.

Il y a cinquante ans, en 1964, le Belge François Englert, l'Américain Robert Brout et le Britannique Peter Higgs ont imaginé un mécanisme théorique qui pourrait expliquer cette transition de phase (figure 2.3). Ce mécanisme prévoyait l'existence d'une particule, appelée *particule de Higgs*<sup>8</sup>, laquelle avait toutes les caractéristiques de la particule découverte en juillet dernier au CERN. La traque d'un demi-siècle a été couronnée de succès. Cela explique aussi la grande émotion qui a suivi cette découverte : il ne s'agit pas seulement d'une nouvelle particule, il s'agit de la clé qui pourrait nous dévoiler les mystères de la création des masses dans l'Univers. C'est le sujet de ce livre et, dans les chapitres qui suivent, nous allons essayer de guider le lecteur dans cette aventure extraordinaire.

Mais revenons maintenant à la figure 2.2 et à l'évolution de l'Univers. Nous constatons que l'expansion et par conséquent le refroidissement de l'Univers

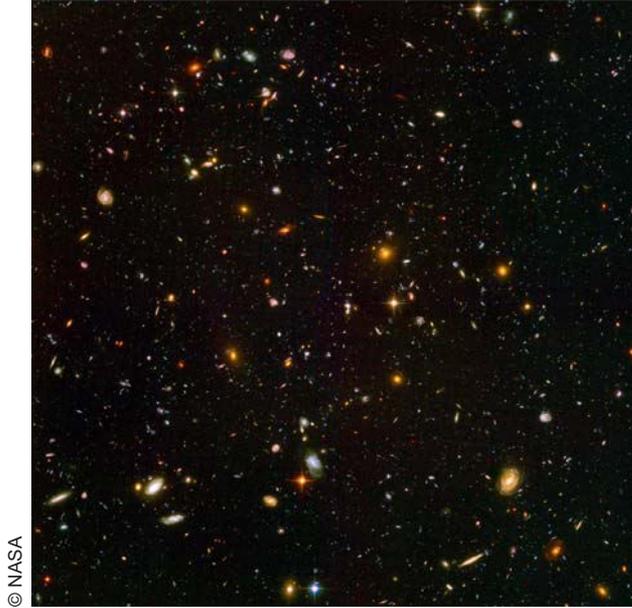
<sup>8</sup>Dans ce livre nous l'appellerons *particule de Brout-Englert-Higgs*, ou *particule BEH*, par souci de précision historique.

continuent. Les quarks s'unissent et forment des protons. À une température encore plus basse apparaissent les premiers noyaux atomiques des éléments légers, principalement l'hélium. C'est l'époque de la *nucléosynthèse*. Nous sommes à une minute après le big bang.

Et le temps passe et la température baisse. Entre trois et quatre cent mille ans plus tard, elle est suffisamment basse pour que l'agitation thermique ne soit plus capable de maintenir les électrons libres ; ils s'unissent avec les protons pour former les premiers atomes. La matière devient électriquement neutre et les photons, qui interagissent uniquement avec les particules chargées, peuvent voyager librement. On appelle ce moment *moment du découplage*, c'est-à-dire le moment où les photons ne sont plus couplés à la matière. Cette dernière remplit tout l'espace d'une masse gazeuse amorphe composée d'atomes d'éléments légers, surtout hydrogène et hélium. Très lentement, sous l'effet de la gravitation, les gaz commencent à se concentrer. C'est un processus très lent ; il faudra des centaines de millions d'années pour que les premières structures que l'on appelle des *proto-galaxies* apparaissent et encore plus pour que les premiers objets suffisamment massifs se forment. Par leur attraction gravitationnelle des réactions nucléaires deviennent possibles et les objets rayonnent. Ce sont les premières étoiles qui brillent... et la lumière fut. L'Univers commence à prendre la forme qu'on lui connaît.

Ce récit ne prétend pas donner l'histoire détaillée de l'évolution du monde. Il existe un grand nombre d'ouvrages, à tous les niveaux de spécialisation, que le lecteur peut consulter. En réalité, il y a eu plusieurs autres étapes et transitions de phase que nous n'avons pas présentées. Certaines sont montrées sur la figure 2.2. Si aujourd'hui nous posons la question : « de quoi est fait l'Univers », quels sont les constituants qui composent son contenu énergétique total, on aura une réponse inattendue : La masse visible, c'est-à-dire les étoiles, les galaxies, les gaz du milieu interstellaire, bref, tout ce qu'on voit, ne compte que pour moins de 5 % du total. Une bien plus grande partie, de l'ordre de 25 %, semble être composée d'une sorte de matière qui n'interagit pas avec la lumière et, donc, elle ne rayonne pas. On l'appelle pour cela *matière noire*. Nous supposons qu'elle est composée de particules qu'on n'a jamais observées. Le LHC pourrait les mettre en évidence. La troisième partie, la plus importante, représente 70 % du bilan énergétique total. Il ne s'agit pas de matière, c'est une sorte de densité d'énergie qui se manifeste en provoquant une accélération de l'expansion de l'Univers. On l'appelle *énergie noire* et pourrait être liée à la fameuse constante cosmologique qu'Einstein avait introduite pour de mauvaises raisons !

À première vue, ce récit rappelle plutôt le scénario d'un film d'animation scientifique et nous voulons montrer ici qu'il s'agit bel et bien de science et non de fiction. Comme nous l'avons signalé ci-dessus, nos théories sur la cosmologie



**FIGURE 2.4.** Une photo prise par l'observatoire spatial Hubble. Elle montre l'Univers « jeune », âgé d'un milliard d'années.

sont basées sur des données de l'observation. Les présenter en détail dépasse les ambitions de ce petit livre, mais nous voulons, au moins, expliquer leur nature.

Première question : en observant les étoiles et les galaxies, de combien peut-on remonter dans le passé de l'Univers ? La réponse est simple : aussi loin qu'il y avait d'objets lumineux pour nous envoyer de la lumière. Avec nos instruments actuels, on peut remonter aux proto-galaxies les plus anciennes, et donc les plus lointains corps célestes. La figure 2.4 montre une photo prise par le satellite *Hubble*, lancé en 1990. Elle n'est pas facile à interpréter, mais les astronomes ont pu extraire tout le bruit de fond d'étoiles connues pour remonter aux proto-galaxies. Parmi ses nombreux instruments embarqués, Hubble avait une caméra CCD (*charge-coupled device*) très sensible, avec un champ de vision de quelques fractions de degré. Elle pouvait pointer vers des coins du ciel dépourvus d'étoiles et réaliser des prises de vue très longues. Avec sa grande sensibilité, elle a découvert ces objets qui sont les premières sources lumineuses dans l'histoire de l'Univers. Elles sont distantes de presque treize milliards d'années de notre ère. C'est la dernière étape dans l'histoire du Monde que nous avons présentée.

Deuxième question : peut-on « voir » quelque chose de plus ancien ? Réponse : non, si on cherche uniquement des objets lumineux, parce que, avant

les proto-galaxies, il n'y en avait aucun. Nous devons changer d'instrument et détecter le rayonnement diffus qui existait dans l'Univers avant la création des corps célestes, lorsque toute la matière consistait en une soupe chaude d'atomes et de photons. C'était le moment du découplage, que nous avons situé à environ trois cent mille ans après le big bang. Ces photons peuvent voyager librement et on peut essayer de les détecter. À cause du décalage de la fréquence vers le rouge dû à l'effet Doppler-Fizeau, nous nous attendons à les voir aujourd'hui dans le domaine des micro-ondes.

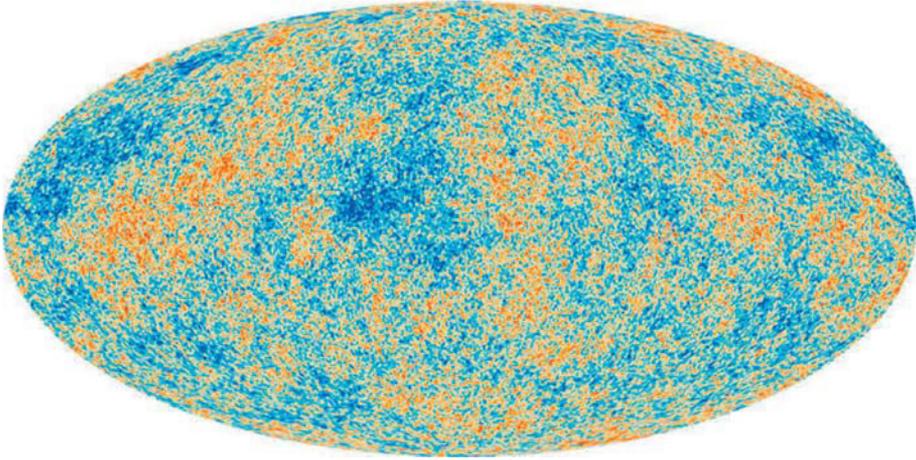
Ces dernières décennies, grâce à des détecteurs perfectionnés, nous avons obtenu une image très précise de ce rayonnement<sup>9</sup>. Sa grande importance vient du fait que ces photons sont restés libres de toute interaction durant la longue évolution, de 300 000 ans après le big bang, à notre ère. Par conséquent, ils sont porteurs d'informations parmi les plus anciennes qu'on puisse avoir. Avec eux nous avons une « photographie » de l'Univers à une époque bien antérieure à la formation de tout objet céleste, lorsqu'il était encore amorphe et sans structure.

La figure 2.5 montre les derniers résultats obtenus par l'observatoire spatial européen Planck. Lancé en mai 2009, il nous a donné la carte la plus détaillée de ce rayonnement. La température moyenne correspond à 2,7 kelvin, ou, approximativement,  $-270$  °C. Elle est remarquablement homogène avec des variations relatives d'une amplitude de  $10^{-5}$ . Sur la figure, on voit ces variations avec une échelle chromatique, plus rouge pour les régions « chaudes », plus bleue pour les « froides ». Les astrophysiciens sont capables d'analyser ces résultats et de remonter aux conditions de l'Univers primordial. Ils fournissent les contraintes les plus sévères sur nos modèles cosmologiques. En particulier, toutes les théories sans expansion, comme le modèle stationnaire de Hoyle qu'on avait mentionné plus haut, sont essentiellement éliminées.

Ce rayonnement est le signal le plus ancien que nous avons pu directement observer. Comme on vient de l'expliquer, avant cette époque la matière était ionisée, les électrons n'étaient pas liés aux protons pour former des atomes et les photons n'étaient pas libres de se propager. Pour les périodes plus anciennes, nous n'avons que des indications indirectes. Elles concernent, par exemple, le nombre et la nature des particules élémentaires que l'on observe, qui nous

---

<sup>9</sup>La première observation de ce rayonnement, d'une importance capitale pour la cosmologie, est due à un accident. En 1964, Arno Allan Penzias et Robert Woodrow Wilson, du laboratoire de recherche de la compagnie Bell, avaient construit une antenne ultrasensible (pour l'époque), destinée à des recherches en radioastronomie. À leur grande surprise, ils ont découvert qu'ils étaient gênés par un bruit de fond qui semblait venir de partout. Ils pensaient qu'il s'agissait d'interférences d'origine terrestre et ils ont essayé en vain de l'éliminer. C'est l'astronome de Princeton Robert Henry Dicke qui a compris le premier, (i) qu'il s'agissait bien du bruit de fond cosmologique prédit par le modèle du big bang et, (ii) que c'était la plus grande découverte en cosmologie depuis l'expansion de l'Univers.



**FIGURE 2.5.** L'Univers vu par Planck.

renseignent sur les conditions pendant les premières fractions de seconde après le big bang, ou les abondances relatives d'éléments légers, qui nous montrent les conditions au moment de la nucléosynthèse.

Pourra-t-on jamais observer directement les premiers moments de la création ? C'est un vieux rêve de l'humanité, « voir » le début du monde ! Ce n'est pas exclu, mais nous devons avoir recours à d'autres messagers et pas aux photons. Le problème est que la lumière ne peut pas traverser un milieu dense et/ou ionisé. De même qu'on ne peut pas voir derrière un mur, de même on ne peut pas voir l'intérieur d'une étoile ou les premiers instants après le big bang. Y a-t-il des messagers capables de le faire ? On en connaît deux : les neutrinos et les ondes gravitationnelles.

Les neutrinos sont des particules élémentaires parmi celles que l'on trouve au tableau 8.3. Ils sont produits pendant les réactions nucléaires et ils sont parmi les premières particules à avoir été créées dans l'Univers. Ils réagissent si faiblement avec la matière qu'ils peuvent traverser presque sans encombre une grande étoile. À l'aide des neutrinos, on étudie l'intérieur du Soleil.

Nous pensons que les ondes gravitationnelles sont produites pendant l'accélération des corps massifs, un peu comme les ondes électromagnétiques pendant l'accélération des charges électriques. Nous le pensons, car, nous n'avons jamais jusqu'à présent réussi à les mettre en évidence<sup>10</sup>.

<sup>10</sup>Nous avons des indications indirectes en observant des systèmes d'étoiles « doubles ». Ce sont des corps très massifs, par exemple des pulsars, qui tournent l'un autour de l'autre. Nous pouvons observer le ralentissement de la vitesse de rotation que nous attribuons à l'émission d'ondes gravitationnelles. Par ailleurs, les premiers résultats d'une expérience appelée BICEP2, située en Antarctique, qui viennent d'être annoncés, pourraient indiquer l'interaction du rayonnement diffus des micro-ondes avec des ondes gravitationnelles.

À l'heure actuelle, nous avons lancé plusieurs programmes expérimentaux pour relever ces défis. En principe, aussi bien les neutrinos que les ondes gravitationnelles pourraient nous rapprocher très près du moment de la création, malheureusement, dans les deux cas, nous devons améliorer nos capacités de détection de plusieurs ordres de grandeur. Pour l'instant, une fenêtre ouverte sur le big bang appartient encore au domaine de la science fiction.



# 3

## Les symétries

La naissance du concept de symétrie chez l'homme est plus ancienne que celle des concepts scientifiques. Son importance transcende les sciences naturelles et couvre des domaines aussi variés que l'Art ou la Philosophie (figure 3.1). Tenter une esquisse de son histoire dépasse largement le sujet de ce livre ainsi que les compétences de son auteur et nous nous limiterons à une exposition de nos idées actuelles en physique microscopique. Dans le langage courant, « symétrie » renvoie le plus souvent à des idées de l'art classique.

Ce n'est pas très différent en science, parce qu'il y a un préjugé théorique selon lequel la « meilleure » théorie sera la plus « symétrique » et nous allons voir que ce préjugé a souvent guidé les chercheurs dans la formulation des théories de la nature.

Nous commençons ce chapitre par une idée abstraite qui sera illustrée par quelques exemples simples. En physique, toute notion de symétrie est fondée sur une hypothèse selon laquelle une variable n'est pas observable. Par conséquent aucune quantité physique ne peut en dépendre. Prenons un exemple : le solide le plus « symétrique » est une sphère. Nous pouvons utiliser cette propriété pour donner une « définition » de la sphère comme le solide qui apparaît toujours le même, indépendamment de l'angle sous lequel nous le regardons. Par conséquent, les équations qui définissent la sphère ne doivent pas dépendre de cet angle. En effet, l'équation de la sphère qui est

$$x^2 + y^2 + z^2 = R^2 \tag{3.1}$$

est indépendante des angles. Il n'est pas très difficile de montrer que la propriété d'indépendance des angles est équivalente à l'équation (3.1).



**FIGURE 3.1.** La symétrie est présente dans presque toutes les créations artistiques. Mais rares sont les œuvres qui offrent une symétrie parfaite. Dans la plupart des cas elle donne une impression générale, mais dans les détails elle est brisée. Ici on voit une reproduction du fronton ouest du Parthénon.

Nous pouvons généraliser cette idée. Un phénomène physique est symétrique lorsque les équations qui le décrivent restent invariantes dans les changements d'une, ou plusieurs, variables. D'après un théorème profond dû à Amalie Emmy Noether<sup>1</sup>, cette invariance implique une loi de conservation (figure 3.2). Ces quantités conservées jouent un rôle capital dans notre compréhension des phénomènes physiques. Nous donnons ci-après quelques exemples.

### 3.1 Symétries de l'espace

Une notion préliminaire : pour déterminer un point dans l'espace, nous utilisons un *système des coordonnées*. Le plus souvent il s'agit d'un système de trois axes

<sup>1</sup>Amalie Emmy Noether (1882-1935) fut le premier grand nom de femme dans les mathématiques modernes. Fille de Max Noether, mathématicien allemand, elle a étudié les mathématiques et la physique théorique à l'université d'Erlangen, à une époque à laquelle les femmes ne suivaient pas souvent des études supérieures. Malgré son immense talent et les résultats remarquables qui portent son nom, elle n'a pas eu la vie facile. Invitée par David Hilbert et Félix Klein pour rejoindre l'université de Göttingen, probablement le centre de mathématiques le plus célèbre de l'époque, elle a vu sa candidature refusée par la majorité conservatrice de la faculté qui ne voulait pas admettre une femme au poste de professeur. Elle a été néanmoins titularisée à Göttingen, où elle est restée jusqu'en 1933, année pendant laquelle elle fut expulsée à cause de ses origines juives. Émigrée aux États-Unis, elle est morte des suites d'une intervention en 1935. Elle avait alors 53 ans. Parmi ses nombreux élèves à Göttingen, on compte des mathématiciens très connus, comme le Hollandais Bartel Leendert van der Waerden. Les plus grands noms de l'époque, aussi bien en mathématiques qu'en physique théorique, avaient un grand respect pour l'œuvre de Noether. Einstein a écrit à son sujet qu'elle était « ... le génie mathématique créatif le plus considérable produit depuis que les femmes ont eu accès aux études supérieures ».



**FIGURE 3.2.** Amalie Emmy Noether (1882-1935).

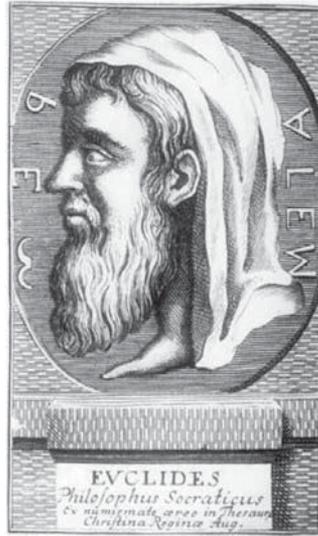
orthogonaux, comme ceux montrés sur la figure 3.4. La position d'un point est donnée par trois nombres ( $x$ ,  $y$  et  $z$ ), qui désignent les distances entre l'origine du système des coordonnées et les projections de la position du point sur les trois axes.

Par « symétries d'espace » nous entendons des changements du système des coordonnées qui laissent les équations dynamiques invariantes. Ce sont les symétries les plus faciles à comprendre de façon intuitive. Les exemples que nous allons présenter ici sont ceux de *translations*, ou de *rotations*. On les trouve implicitement dans tous les travaux des géomètres de l'antiquité, mais celui qui les a formellement énoncées est Euclide dans son célèbre ouvrage *Les Éléments* dans lequel il donne une formulation axiomatique de la géométrie (figure 3.3). Euclide se pose la question de définir la notion de l'égalité entre deux figures géométriques et il pose, comme axiome :

« Les objets (figures) superposables sont égaux. »<sup>2</sup>

Considérons l'exemple de deux triangles. Euclide nous dit qu'ils sont égaux, par définition, si nous pouvons les superposer exactement l'un sur l'autre. Pour procéder à cette comparaison, nous avons besoin d'effectuer deux opérations géométriques. La première consiste à *appliquer une translation* à l'un des deux triangles jusqu'à ce que son centre coïncide avec celui de l'autre. La deuxième

<sup>2</sup>Και τα εφαρμόζοντα επ' ἀλλήλα ἴσα ἀλλήλοις εστίν.

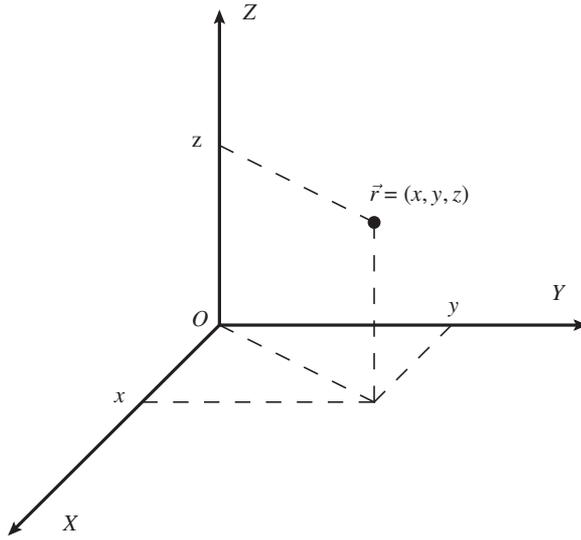


**FIGURE 3.3.** Euclide : le fondateur de la géométrie.

consiste à *appliquer une rotation* au triangle et voir si nous arrivons à le superposer exactement sur le premier. Bien sûr, nous devons supposer que, pendant chacune de ces deux opérations, le triangle ne change pas. Euclide a compris que cela est une propriété intrinsèque de l'espace, et que cette propriété est indépendante des autres axiomes : si nous voulons l'avoir, nous devons la postuler. Nous arrivons ainsi à la notion de la *symétrie de translation* et la *symétrie de rotation*. Nous donnerons des exemples concrets par la suite.

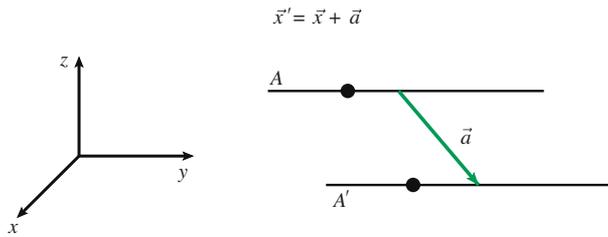
### 3.1.1 Symétrie de translation

Introduisons d'abord la symétrie de translation. Supposons que l'espace autour de nous est homogène et que la position absolue de l'origine du système des coordonnées n'est pas une quantité mesurable. Cela correspond à l'idée intuitive selon laquelle dans un espace parfaitement homogène on ne peut pas se repérer s'il n'y a aucun objet fixe. Par conséquent les équations dynamiques doivent être invariantes sous une transformation qui consiste à déplacer le système des coordonnées d'un vecteur constant :  $\vec{r} \rightarrow \vec{r} + \vec{a}$  (figure 3.5). Nous appelons cette transformation *translation dans l'espace*. Nous pouvons démontrer, à l'aide du théorème de Noether, que l'invariance des équations dynamiques sous ces transformations implique



**FIGURE 3.4.** Système des coordonnées.

la conservation de la quantité de mouvement<sup>3</sup>. Dans la figure 3.5 nous montrons cette hypothèse pour le cas d'une particule libre. Sa trajectoire est une ligne droite représentée par  $A$ . Sous l'effet de la translation par un vecteur constant  $\vec{a}$ , la droite  $A$  est représentée par  $A'$ . La propriété de la symétrie nous dit que  $A'$  est aussi la trajectoire d'une particule libre.



**FIGURE 3.5.** Par translation dans l'espace, l'image de la trajectoire  $A$  d'une particule libre est la droite  $A'$ .

<sup>3</sup>En physique classique, la quantité de mouvement d'une particule est définie comme le produit de la masse par la vitesse de la particule.

### 3.1.2 Symétrie de rotation

Nous pouvons tenir un raisonnement analogue pour la symétrie de rotation. L'hypothèse physique est que l'espace est isotrope et ne contient aucune direction privilégiée. Il en résulte que l'orientation particulière du système des coordonnées n'est pas une quantité mesurable et nous pouvons effectuer des rotations qui n'affecteront pas les quantités physiques. Nous disons que ces dernières sont *invariantes par rotation*. Le théorème de Noether nous assure qu'à cette invariance correspond la loi de conservation du moment cinétique.

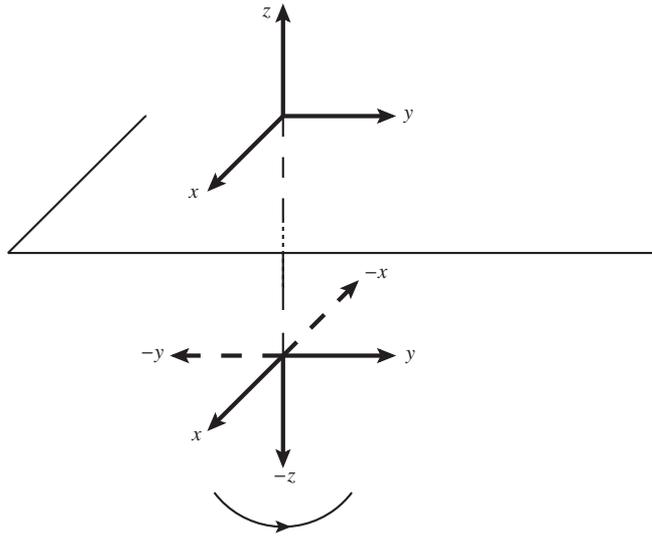
Une remarque est nécessaire ici. Il est évident que les hypothèses d'homogénéité et d'isotropie de l'espace sont valables pour l'espace vide. La présence des corps fixes affecte ces propriétés. Par exemple, au voisinage de la Terre, l'espace n'est pas invariant par translation : on ne respire pas aussi facilement sur le sommet du Mont Blanc que dans la plaine. C'est la même chose avec les rotations : si on laisse tomber une pierre, elle suit toujours la verticale, donc la présence de la Terre introduit une direction privilégiée, celle qui pointe vers son centre.

### 3.1.3 Symétrie d'inversion

Avant de terminer cette section sur les symétries de l'espace, nous voulons introduire une troisième transformation du système des coordonnées qui nous sera très utile par la suite : il s'agit de l'*inversion d'espace*  $\vec{r} \rightarrow -\vec{r}$ , ou, en coordonnées,  $(x, y, z) \rightarrow (-x, -y, -z)$ . Dans le jargon des physiciens cette transformation s'appelle souvent *parité*<sup>4</sup>. Il est plus correct de l'appeler *transformation miroir*, parce que l'image du système des coordonnées  $(x, y, z)$ , vu dans un miroir placé, par exemple, sur le plan  $(x, y)$ , est obtenue par une inversion suivie d'une rotation de  $180^\circ$  autour de l'axe des  $z$ , (voir la figure 3.6). Cette figure nous montre aussi que l'inversion d'espace est équivalente à la transformation Gauche  $\leftrightarrow$  Droite. En effet, l'image d'une main droite dans un miroir apparaît comme une main gauche. Il faut souligner ici que l'inversion d'espace ne peut pas être reproduite par une succession de rotations. L'inversion est une transformation indépendante<sup>5</sup>. Les équations de la physique classique, comme l'équation de Newton pour la mécanique, ou les équations de Maxwell pour l'électrodynamique, sont invariantes

<sup>4</sup>Une remarque technique : contrairement aux translations et aux rotations, nous ne pouvons pas visualiser la transformation d'inversion comme une suite de petites transformations. En termes mathématiques, les translations et les rotations sont des transformations *continues* tandis que l'inversion est une transformation *discrète*. Cette différence a une conséquence physique : le théorème de Noether ne s'applique pas et il n'y a pas de quantité conservée qui correspondrait à l'invariance par inversion d'espace.

<sup>5</sup>On attribue à Lev Davidovich Landau (prix Nobel 1962), la réponse célèbre : « un acrobate peut tourner autant de fois en sautant en l'air, son cœur restera toujours à gauche ! »



**FIGURE 3.6.** L'image du système des coordonnées  $(x, y, z)$  dans le miroir est le système  $(x, y, -z)$ . Elle est obtenue par une inversion qui donne le système  $(-x, -y, -z)$ , suivie d'une rotation de  $180^\circ$  autour le l'axe des  $z$ .

sous la transformation parité, de sorte que, pendant longtemps, les physiciens étaient convaincus que l'invariance par parité était une loi absolue de la Nature. À la surprise générale, une expérience faite en 1956 par Chien Shiung Wu, de l'université Columbia de New York, a démontré que cette invariance n'était pas valable pour les interactions faibles de la physique microscopique (voir l'Appendice I).

### 3.2 Symétries du temps

Comme nous l'avons indiqué plus haut, pour déterminer un point de l'espace, il faut se donner trois nombres, ses trois coordonnées. Pour déterminer un événement, il nous en faut quatre : les trois premiers nous diront à quel endroit, le quatrième à quel moment cet événement s'est produit. Donc, déjà en physique classique, le temps entre comme une autre « dimension » dans nos équations. Le temps est mesuré à partir d'un instant qui est choisi par convention. Tout comme on l'a fait pour l'espace, nous supposons que ce choix est sans importance ; la physique ne doit pas dépendre du fait de mesurer le temps à partir de la naissance du Christ, ou de la fondation de Rome. Par conséquent nos équations doivent être invariantes par *translation dans le temps*, en d'autres termes, sous la transformation

$t \rightarrow t + \tau$ , où  $\tau$  est un intervalle de temps quelconque. Le théorème de Noether nous dit qu'à cette invariance correspond la conservation de l'énergie.

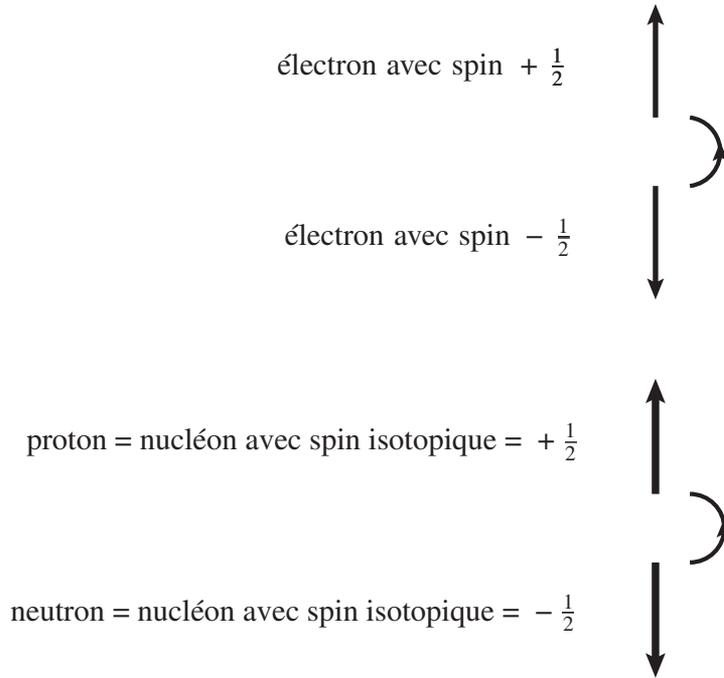
Nous pouvons aussi considérer la transformation discrète qui est l'*inversion du temps*, ou  $t \rightarrow -t$ . Appliquée à un système des particules en mouvement, cette transformation conduit à renverser toutes les vitesses, puisque la vitesse d'une particule, qui est la distance parcourue par unité de temps, change de signe lors de cette transformation. Comme c'était le cas pour l'inversion d'espace, cette transformation discrète n'est pas liée à une loi de conservation. La physique classique est invariante sous l'inversion du temps, mais des expériences très précises ont mis en évidence, déjà en 1965, une petite violation de cette symétrie en physique microscopique.

Nous venons de voir le rôle du temps comme une « quatrième dimension », déjà en physique classique. Mais c'est dans le cadre de la théorie de la relativité que cette notion prend toute sa signification. Dans une théorie relativiste nous pouvons parler de l'ensemble *espace-temps* qui admet des transformations qui mélangent le temps avec les composantes d'espace. Ces transformations généralisent de façon non évidente celles que nous avons exposées ici et font partie de nos théories actuelles sur la physique microscopique. Cependant, leur exposition détaillée dépasse le cadre de ce livre.

### 3.3 Symétries internes

Toutes ces symétries se réfèrent à des transformations de l'espace-temps. Ce sont des transformations géométriques, au sens propre du terme, faciles à visualiser et à comprendre de façon intuitive. Il faudra un certain sens de l'abstraction pour envisager des transformations qui n'affectent pas le système de coordonnées de l'espace et du temps, tout en changeant les variables dynamiques du problème étudié. On appellera les symétries qui en résultent *symétries internes*. Un exemple très caractéristique est donné par la théorie du spin isotopique suggérée pour la première fois par Heisenberg en 1932. Dans un langage moderne, elle peut s'exprimer comme suit.

Dans l'Appendice I nous indiquons que plusieurs particules possèdent un moment cinétique propre qu'on appelle *spin*. Comme d'autres quantités en mécanique quantique, le spin ne peut prendre que des valeurs discrètes, entières ou demi-entières. Par exemple, le spin des électrons est égal à  $1/2$ . Tout comme le moment cinétique, le spin est une quantité vectorielle et nous pouvons regarder sa projection sur un des axes du système de coordonnées, par exemple l'axe des  $z$ . La composante  $s_z$  du spin d'un électron peut ainsi prendre deux valeurs,  $s_z = +1/2$  et  $s_z = -1/2$ . À strictement parler, on devrait dire qu'il existe deux sortes



**FIGURE 3.7.** Une rotation dans l'espace échange des électrons ayant le spin opposé. Une rotation dans l'espace isotopique échange des protons et des neutrons.

d'électrons, selon le cas où le spin est orienté vers le haut ou vers le bas, comme il est indiqué dans la figure 3.7. La raison pour laquelle ce langage serait inutile est l'existence de transformations, telles les rotations de 180 degrés autour de l'axe des  $x$  ou celui des  $y$ , qui sont des symétries de la théorie et qui transforment un électron avec  $s_z = +1/2$  en un autre avec  $s_z = -1/2$ , et réciproquement.

C'est cette remarque qui fut utilisée par Werner Heisenberg dans son célèbre article sur les forces nucléaires. Les constituants des noyaux atomiques sont les protons et les neutrons<sup>6</sup>. Les premiers portent une charge électrique positive, les seconds sont neutres. Cette différence mise à part, l'expérience montre que, en ce qui concerne les forces nucléaires, les deux constituants jouent des rôles très similaires. Ils ont des masses voisines et les niveaux d'énergie d'un noyau varient très peu si l'on échange l'un par l'autre. C'est cette symétrie d'échange que Heisenberg généralisa à des transformations continues. Il postula que le système proton-neutron se comporte comme s'il y avait une seule particule, qu'on appellera ici *nucléon*, et qui peut se présenter en deux états, soit comme *proton*, soit comme *neutron*. Dans ce travail Heisenberg a introduit pour la première fois

<sup>6</sup>Il est remarquable que Heisenberg écrivit cet article l'année même de la découverte du neutron.

une quantité physique qui n'est pas du tout connectée à l'espace ordinaire. Nous l'appelons aujourd'hui *spin isotopique*, et nous lui attribuons, formellement, les mêmes propriétés que le spin ordinaire. Ainsi, le spin isotopique peut prendre des valeurs entières ou demi-entières et Heisenberg a supposé que le nucléon avait un spin isotopique égal à  $1/2$ . Tout comme le spin, le spin isotopique devrait être une quantité vectorielle, mais, et c'est ici le point essentiel, il devrait être un vecteur non pas de l'espace ordinaire, mais d'un autre espace, abstrait, *l'espace isotopique*. Dans cet espace on peut considérer un système de coordonnées et la composante  $t_z$  du spin isotopique d'un nucléon pourrait prendre deux valeurs,  $t_z = +1/2$ , ou  $t_z = -1/2$ . Heisenberg identifia le premier état au proton et le second au neutron. Tout comme pour le spin des électrons, nous pouvons nous dispenser de parler de deux particules, si nous supposons que la théorie est aussi invariante par rotation dans ce nouvel espace, l'espace isotopique. Une rotation de 180 degrés autour de l'axe des  $x$  de l'espace isotopique transforme un proton en un neutron (voir la figure 3.7). Voici donc l'idée d'une *symétrie interne*. Dans cet exemple il s'agit d'une symétrie approximative parce que le raisonnement précédent a négligé les effets dus à la charge électrique du proton. Mais, en ce qui concerne les forces nucléaires, c'est une bonne approximation. Pour la première fois en physique nous avons considéré des changements d'un système des coordonnées autres que celui de notre espace-temps ordinaire.

D'un point de vue purement mathématique, si nous avons un système décrit par des équations dynamiques, il est naturel de lui associer un espace qui est celui dans lequel agissent toutes les transformations laissant les équations invariantes, donc toutes les symétries du système. Nous voyons donc que « l'espace » de la physique nucléaire aurait sept dimensions, les quatre dimensions de l'espace-temps et les trois dimensions de l'espace isotopique. En effet, ce dernier était tridimensionnel, isomorphe à l'espace ordinaire. Mais l'idée se généralisa à des espaces plus compliqués, au fur et à mesure qu'on découvrait de nouvelles symétries internes. Ainsi la notion de l'espace devint abstraite, l'espace de la physique microscopique devint un objet mathématique, ayant une topologie complexe, et dont une partie seulement, l'espace de notre expérience quotidienne, est accessible à nos yeux (figure 3.8).

### 3.4 Symétries locales, ou symétries de jauge

Les inversions d'espace et de temps mises à part, toutes les autres transformations que nous avons considérées dépendent d'une façon continue d'un, ou plusieurs, paramètres. Les translations dans l'espace dépendent des trois composantes du vecteur  $\vec{a}$ , celles du temps de  $\tau$ , les rotations, dans l'espace isotopique

© Institut Max Planck  
de Physique, Munich



© d.r.



© d.r.



**FIGURE 3.8.** Werner Heisenberg (1901-1976, prix Nobel 1932) à l'île de Helgoland, le temps de la découverte de la mécanique quantique, Chen Ning Yang (1922-, prix Nobel 1957) et Robert Mills (1927-1999).

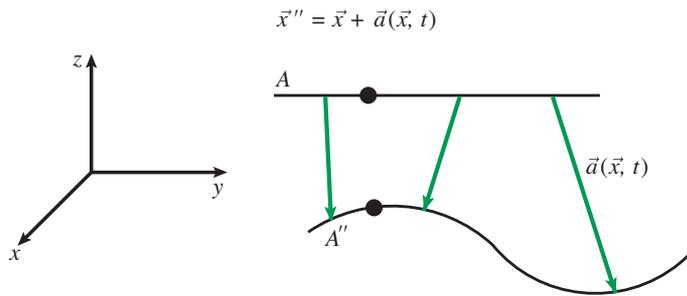
des trois angles de rotation, etc. Ces paramètres sont des constantes, ils ne dépendent pas du point de l'espace-temps  $(\vec{x}, t)$ . La deuxième abstraction sur le concept d'espace que nous allons introduire c'est de considérer des transformations dont les paramètres sont des fonctions arbitraires de  $(\vec{x}, t)$ . Ce genre de transformations s'appellent *transformations locales*, ou *transformations de jauge*<sup>7</sup>. La motivation physique pour introduire cette abstraction n'est pas évidente, elle serait plutôt mathématique, ou même esthétique ; les équations qu'on obtient forment un système plus riche avec une plus grande puissance prédictive. Donc c'est par ses conséquences que cette notion de symétrie de jauge se trouve justifiée.

Indépendamment de nos motivations, la première question à se poser est : les transformations de jauge pourraient-elles être des symétries d'une théorie physique, en d'autres termes, pourraient-elles laisser invariantes les équations dynamiques d'une théorie ? À première vue, il semblerait que la réponse soit *non*.

### 3.4.1 Translations locales

Examinons le cas de translations dans l'espace. Les translations locales seraient alors décrites par  $\vec{x} \rightarrow \vec{x} + \vec{a}(\vec{x}, t)$ . Si les trois composantes  $\vec{a}(\vec{x}, t)$  sont des fonctions arbitraires du point  $(\vec{x}, t)$ , l'image de la ligne droite  $A$  qui décrit la trajectoire d'une particule libre sera la courbe  $A''$  de la figure 3.9.

<sup>7</sup>L'origine du terme *jauge* remonte à 1918 avec le travail de Hermann Weyl dans lequel il a essayé de construire une théorie invariante sous des transformations dites « d'échelle ». Dans cette théorie, l'unité de mesure des longueurs, « la jauge », change d'un point à l'autre, donc il était naturel d'appeler cette théorie *invariante de jauge*. Même si cette justification disparut par la suite, Weyl continua à utiliser le terme « jauge » pour toute transformation dont les paramètres dépendent du point de l'espace et cette terminologie est restée dans la littérature scientifique.



**FIGURE 3.9.** Translations spatiales locales.

Aucune particule libre ne saurait suivre une telle trajectoire. En effet, les équations du mouvement, qui, dans ce cas, prennent la forme très simple<sup>8</sup> : accélération =  $\ddot{\vec{x}} = 0$ , ne restent pas invariantes lorsque le vecteur  $\vec{a}$  dépend de  $\vec{x}$  et de  $t$ . Une particule ne suivra la trajectoire  $A''$  que si elle est soumise à des forces bien précises.

Peut-on déterminer ces forces ? En d'autres termes, peut-on trouver la dynamique qui reste invariante sous des translations locales ? La question semble être purement géométrique, dépourvue de signification physique évidente et on s'attendrait à une réponse géométrique, mais sans grand intérêt pour la physique. Néanmoins, le résultat surprenant est que la dynamique qu'on trouve n'est pas une dynamique quelconque, mais une des quatre forces fondamentales de la Nature, la force de gravitation. Les équations qui restent invariantes sous des translations locales sont les équations de la relativité générale. Le raisonnement initial d'Einstein, qui a établi la relativité générale en essayant d'étendre le domaine d'application du principe d'équivalence, utilise exactement les mêmes concepts.

Nous ne démontrerons pas ce résultat ici ; nous nous bornerons seulement à expliquer un principe physique sous-jacent. Un postulat simple de la dynamique est que la trajectoire d'une particule libre entre deux points de l'espace est le chemin le plus court qui relie ces deux points. Dans l'exemple de la figure 3.5, ce sont les lignes droites  $A$  et  $A'$ . En mathématiques, le chemin le plus court entre deux points s'appelle une *géodésique* et c'est un concept qui caractérise la géométrie de l'espace. Par exemple, sur la surface d'une sphère, la géodésique entre deux points est l'arc du cercle qui passe par ces deux points et dont le centre coïncide avec le centre de la sphère.

<sup>8</sup>Une particule libre est une particule qui n'est soumise à aucune force, par conséquent, d'après l'équation de Newton, son accélération est nulle.

Venons maintenant à la figure 3.9. Pour qu'une particule libre suive la trajectoire  $A''$ , il faut que cette courbe soit la géodésique de l'espace ambiant. Or, la relativité générale postule justement que la présence des corps massifs déforme la géométrie de l'espace de sorte que les géodésiques ne sont plus des lignes droites. La conclusion est que *la gravitation a une origine géométrique*.

Cette relation entre dynamique et géométrie est-elle accidentelle ? S'applique-t-elle à la gravitation seule, ou a-t-elle une portée plus générale ?

### 3.4.2 Symétries de jauge internes

Déjà en 1926, à peine deux mois après la publication par Erwin Schrödinger<sup>9</sup> de l'équation qui porte son nom en mécanique quantique, le physicien russe Vladimir Aleksandrovich Fock a apporté une contribution capitale qui n'est pas très reconnue, même par les physiciens. La quantité physique fondamentale qui entre dans l'équation de Schrödinger pour une particule est sa *fonction d'onde*  $\Psi(\vec{x}, t)$  (voir encadré 3.1). C'est une fonction à valeurs complexes du point de l'espace  $\vec{x}$  et du temps  $t$  et son module au carré donne la densité de probabilité de trouver la particule au point de l'espace considéré à un instant du temps donné. Par conséquent, pour une particule libre, seul le module de sa fonction d'onde a une signification physique, sa phase n'est pas une quantité mesurable. En termes mathématiques, un changement de phase de la fonction d'onde s'écrit comme :  $\Psi(\vec{x}, t) \rightarrow e^{i\theta}\Psi(\vec{x}, t)$ , où  $\theta$  est une phase constante (voir encadré 3.1). Sous une telle transformation, l'équation de Schrödinger reste invariante et, d'après notre exposé au début de ce chapitre, cette quantité doit correspondre à une *symétrie*. C'est une symétrie interne, puisqu'elle n'affecte pas le système des coordonnées. En fait, c'est le premier exemple d'une symétrie interne en mécanique quantique.

Fock s'est posé la question de savoir quelles seraient les forces nécessaires pour rendre cette invariance *locale*. La réponse, qui est assez facile à obtenir, est qu'il s'agit des forces électromagnétiques. L'équation de Schrödinger avec une invariance de phase locale, c'est-à-dire une invariance dans laquelle la phase de la fonction d'onde  $\theta$  n'est plus une constante, mais une fonction arbitraire de  $(\vec{x}, t)$ , décrit le mouvement d'une particule chargée dans un champ électromagnétique. Les forces électromagnétiques ont aussi une origine géométrique, même si, ici, il ne s'agit pas de la géométrie de l'espace ordinaire.

<sup>9</sup>Erwin Rudolf Josef Alexander Schrödinger, 1887-1961, prix Nobel 1933.

### Encadré 3.1. La fonction d'onde en mécanique quantique.

L'histoire de la mécanique quantique est assez complexe et a fait l'objet d'un grand nombre d'ouvrages spécialisés. Ses origines remontent à la fin du XIX<sup>e</sup> siècle avec les expériences sur le rayonnement du corps noir et les premiers résultats de la spectroscopie atomique. Le premier travail théorique qui allait au-delà des idées classiques est le postulat de Planck<sup>a</sup>, en 1900, selon lequel l'échange d'énergie entre la matière et le rayonnement se fait par paquets, *les quanta*, proportionnels à la fréquence du rayonnement. La constante de proportionnalité est la célèbre *constante de Planck*,  $\hbar$ . En 1905, A. Einstein suivit ce principe pour donner la première formulation quantique de l'effet photo-électrique. Cette période est achevée entre 1913 et 1916 avec la formulation par Niels Bohr<sup>b</sup> et Arnold Sommerfeld<sup>c</sup> des règles de quantification des orbites électroniques dans les atomes. C'est l'*ancienne théorie des quanta*.

Ce qui manquait à cette théorie c'est un fondement dynamique. Les règles étaient postulées mais elles ne reposaient pas sur des équations précises. Ce vide fut comblé dans les années vingt par Werner Heisenberg qui proposa un système d'équations sous forme de matrices et par Erwin Schrödinger avec son équation différentielle. C'est Dirac<sup>d</sup> qui montra que ces deux formulations étaient, en fait, équivalentes.

En 1923, Louis de Broglie<sup>e</sup> proposa une loi de correspondance entre une particule et une onde qui lui serait associée. C'est la fameuse loi de dualité onde-particule. Schrödinger, probablement en réponse à une remarque de Peter Debye, a voulu préciser cette correspondance en écrivant, en 1926, une équation pour décrire les ondes de matière de de Broglie. Elle est devenue célèbre sous le nom d'*équation de Schrödinger*. Considérons une particule de masse  $m$  dans un potentiel  $V(\vec{x})$ . L'équation de Schrödinger fait intervenir une fonction  $\Psi(\vec{x}, t)$ , qui satisfait à l'équation :

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = \frac{\vec{p}^2}{2m} \Psi + V(\vec{x}) \Psi \quad (3.2)$$

où  $\vec{p}$ , avec composantes  $p_x$ ,  $p_y$  et  $p_z$ , représente la quantité de mouvement de la particule qui, dans le formalisme de Schrödinger, est donnée par :

$$p_x = -i\hbar \frac{\partial}{\partial x} ; p_y = -i\hbar \frac{\partial}{\partial y} ; p_z = -i\hbar \frac{\partial}{\partial z} \quad (3.3)$$

Le facteur  $i = \sqrt{-1}$  qui multiplie le membre de gauche de l'équation de Schrödinger montre que la fonction  $\Psi$ , appelée « la fonction d'onde » de la particule, prend des valeurs complexes. Elle s'écrit sous la forme de deux fonctions réelles :

$$\Psi(\vec{x}, t) = \Psi_R(\vec{x}, t) + i\Psi_I(\vec{x}, t) \quad (3.4)$$

<sup>a</sup>Max Karl Ernst Ludwig Planck, 1858-1947, prix Nobel 1918.

<sup>b</sup>Niels Henrik David Bohr, 1885-1962, prix Nobel 1922.

<sup>c</sup>Arnold Johannes Wilhelm Sommerfeld, 1868-1951.

<sup>d</sup>Paul Adrien Maurice Dirac, 1902-1984, prix Nobel 1933.

<sup>e</sup>Prince, puis duc, Louis-Victor Pierre Raymond de Broglie, 1892-1987, prix Nobel 1929.

que nous appelons  $\Psi_R(\vec{x}, t)$  : la « partie réelle » de  $\Psi(\vec{x}, t)$  et  $\Psi_I(\vec{x}, t)$  : la « partie imaginaire » de  $\Psi(\vec{x}, t)$ . La signification physique est portée par son « module » au carré qui est donné par

$$|\Psi(\vec{x}, t)|^2 = (\Psi_R(\vec{x}, t))^2 + (\Psi_I(\vec{x}, t))^2 \quad (3.5)$$

Il donne la densité de probabilité de trouver la particule au point de l'espace  $\vec{x}$  au temps  $t$ . Il est évident que, du point de vue mathématique, si une fonction  $\Psi_1(\vec{x}, t)$  est une solution de l'équation (3.2), toute autre fonction  $\Psi_2(\vec{x}, t) = C\Psi_1(\vec{x}, t)$  avec  $C$  un nombre complexe quelconque, l'est aussi. L'équation de Schrödinger détermine la fonction d'onde à une constante multiplicative près. Cet arbitraire est restreint par l'interprétation probabiliste de  $\Psi$ . La particule doit se trouver, avec certitude, quelque part à l'instant  $t$ , donc la fonction d'onde doit satisfaire à la condition de normalisation :

$$\int |\Psi(\vec{x}, t)|^2 d\vec{x} = 1 \quad (3.6)$$

Cela signifie que, en fait, le module de la constante  $C$  doit être égal à un :  $|C|^2 = 1$ . Il est facile de voir qu'une constante qui satisfait à cette condition est donnée par une phase :

$$C = e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta \quad (3.7)$$

avec  $\theta$  un angle quelconque  $-\pi < \theta \leq \pi$ . Par conséquent, la fonction d'onde est déterminée à une phase près.

Après ce premier succès, on s'attendrait à ce que les physiciens suivent la même méthode pour construire la théorie de jauge qui correspond à la symétrie d'isospin, juste après l'introduction de cette dernière par Heisenberg en 1932. Mais sur ce point l'histoire a pris un tournant inattendu. La fascination que la relativité générale avait exercée sur toute cette génération de physiciens était telle que pendant des années ils étaient incapables d'imaginer des transformations locales dans un espace d'une symétrie interne sans introduire aussi celles de l'espace ordinaire<sup>10</sup>. Il a fallu attendre 1954 pour que Chen Ning Yang et Robert Mills écrivent la théorie qui porte leur nom, qui est la théorie de jauge invariante sous des transformations d'isospin locales. Mais alors, on s'est heurté à un nouveau problème, celui de la masse.

<sup>10</sup>Des tentatives de ce genre ont été faites par le Suédois Oscar Benjamin Klein en 1937 et l'Autrichien Wolfgang Ernst Pauli en 1953.



# 4

## Un problème de masse

Le concept de la masse dans la physique des particules élémentaires que nous avons introduit dans l'Appendice I n'est pas différent de celui que l'on connaît en physique classique. Nous avons *la masse inertielle*, qui est le paramètre qui entre dans les équations de Newton et *la masse gravitationnelle*, qui est celui qui donne le couplage de la particule avec le champ de gravitation. Le principe d'équivalence nous dit que les deux masses sont égales. Toutes les particules connues ont une masse non nulle à l'exception du photon et, croit-on, du graviton. Mais, comme nous l'avons dit dans le chapitre 2, nous avons de bonnes raisons de penser qu'il n'en a pas été toujours ainsi : il fut un temps pendant lequel la plupart de particules élémentaires avaient une masse nulle. Dans ce chapitre, nous voulons en expliquer les raisons.

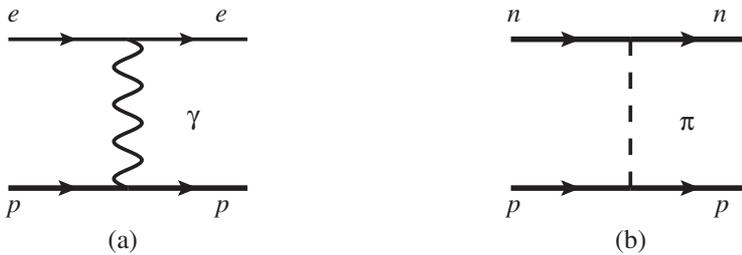
### 4.1 La masse et la portée des interactions

Un des principes fondamentaux de la physique quantique est la dualité entre champ et particule. Cette dualité remonte au travail fondateur de de Broglie, qui postula qu'à chaque particule est associée une onde, ainsi qu'à l'interprétation de Niels Bohr et de l'École de Copenhague, selon laquelle ces deux aspects sont duaux l'un de l'autre : pour chaque phénomène il y a des expériences qui montrent l'aspect corpusculaire et d'autres l'aspect ondulatoire.

Prenons l'exemple des forces électromagnétiques. En physique classique, l'interaction entre deux particules chargées à une distance  $R$  l'une de l'autre se décrit par le champ électromagnétique créé par chacune des deux particules à l'endroit où se trouve l'autre. En physique quantique, à cette image se superpose son « image duale » selon laquelle l'interaction se produit par l'échange d'un,



**FIGURE 4.1.** Hideki Yukawa (1907-1981, prix Nobel 1949).



**FIGURE 4.2.** Les forces produites par l'échange de particules : (a) la force électromagnétique entre deux particules chargées, (b) la force nucléaire entre un neutron et un proton.

ou plusieurs, *photons*, la particule qui correspond au champ électromagnétique. La figure 4.2(a) donne une représentation graphique de l'exemple de l'interaction entre un électron et un proton : l'une des deux particules émet un photon qui est absorbé par l'autre. On dit que le photon est le médiateur des interactions électromagnétiques.

En 1935, Hideki Yukawa généralisa ce concept des forces produites par l'échange des particules aux forces nucléaires (figure 4.1). Il postula l'existence d'une nouvelle particule, *le méson  $\pi$* , ou, *pion*. La figure 4.2(b) montre ce processus d'échange d'un pion entre un proton et un neutron. La découverte expérimentale des pions dans le rayonnement cosmique en 1947 confirma cette conception qui est devenue une des idées fondatrices de la physique des particules élémentaires.

Quel est le sens de ces échanges ? Sous quelle forme ces particules sont-elles échangées ? Examinons la figure 4.2. À droite, un proton émet un pion qui est

absorbé par un neutron. Regardons le processus d'émission :  $p \rightarrow p + \pi$ . Dans le système au repos du proton initial, l'énergie de l'état est égale à  $m_p$ , la masse du proton<sup>1</sup>. Celle de l'état final est supérieure à  $m_p + m_\pi$ , la somme des masses des deux particules. Il en résulte qu'un tel processus est interdit par la conservation de l'énergie. On dit souvent qu'il s'agit d'un *processus virtuel*, même si le terme n'est pas particulièrement bien choisi. Il prend un sens plus précis en mécanique quantique à cause d'une relation de la forme :  $\Delta E \Delta t \geq \hbar/2$  qui signifie que l'énergie d'un état est définie à une incertitude  $\Delta E$  près, qui est d'autant plus grande que le temps de mesure est plus court<sup>2</sup>. Pour un temps suffisamment court, les fluctuations quantiques de l'énergie deviennent importantes pour que le processus d'émission devienne possible.

Cette remarque nous montre qu'il existe une relation entre la portée d'une interaction et la masse de la particule échangée : plus cette dernière est grande, plus l'incertitude  $\Delta E$  doit être grande et, par conséquent,  $\Delta t$  doit être court. Un temps très court signifie une portée très faible. Il est facile d'obtenir une estimation quantitative de cette relation, qui fut déjà obtenue par Yukawa. L'échange d'une particule de masse  $m$  produit un potentiel, le *potentiel de Yukawa*, de la forme :

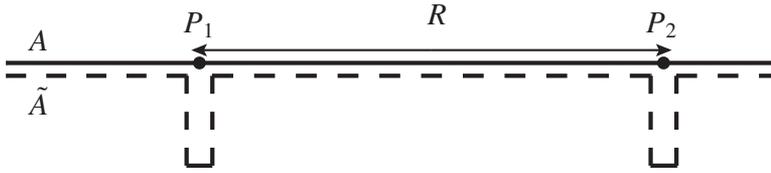
$$V(r) = \frac{e^{-mr}}{r} \quad (4.1)$$

où  $V$  est le potentiel et  $r$  la distance. Nous voyons que  $V$  décroît exponentiellement vite avec la distance avec une constante caractéristique égale à  $1/m$ . On remarque aussi que pour  $m = 0$  cette constante tend vers l'infini et nous retrouvons le potentiel de Coulomb en  $1/r$ . La longue portée des interactions électromagnétiques est liée à la masse nulle de leur médiateur, le photon<sup>3</sup>.

<sup>1</sup>Nous rappelons que nous utilisons un système d'unités tel que  $c = \hbar = 1$ , où  $c$  est la vitesse de la lumière et  $\hbar$  la constante de Planck divisée par  $2\pi$ .

<sup>2</sup>On appelle souvent cette relation « relation d'incertitude temps-énergie », mais, en fait, cela est un abus de langage. Cette terminologie fait penser aux relations d'incertitude position-impulsion  $\Delta x \Delta p \geq \hbar/2$  qui sont fondamentales en mécanique quantique. Il n'y a rien de comparable pour  $\Delta E$  et  $\Delta t$ . Le temps n'est pas une observable associée à une particule. Le sens de cette relation dépend de la mesure qu'on envisage, mais, pour l'énergie d'une particule, on effectue souvent une mesure des fréquences du paquet d'ondes associé et, en mécanique ondulatoire classique, on a la relation  $\Delta \nu \Delta t \geq 1/2$ . La mécanique quantique entre par le fait que la fréquence  $\nu$  y est proportionnelle à l'énergie. Il serait plus correct d'écrire cette relation sous la forme  $\Delta E T \geq \hbar/2$  où  $T$  représente l'intervalle de temps pendant lequel l'énergie du système varie de façon significative. Par exemple, pour un atome dans son état fondamental,  $T$  est aussi grand que l'on veut et l'énergie peut être déterminée avec une précision arbitraire.

<sup>3</sup>Ce résultat, de même que plusieurs autres parmi ceux que nous présentons dans ce livre, est spécifique de l'espace à trois dimensions. Par exemple, le champ électrostatique créé par deux charges opposées,  $+q$  et  $-q$ , dans un espace à une dimension reste constant, indépendant de la distance.



**FIGURE 4.3.** Par translation dans l'espace par un vecteur  $\vec{a}$  qui est différent de zéro seulement au voisinage des points  $P_1$  et  $P_2$ , l'image de la trajectoire  $A$  d'une particule libre est la ligne  $\tilde{A}$ .

## 4.2 Les interactions de jauge

Dans le chapitre 3, nous avons introduit la notion d'une transformation sous forme d'un changement du système des coordonnées. Elle se réfère au système des coordonnées de l'espace-temps, translations, rotations, etc, ou à celui d'un espace interne. Si les lois de la physique restent inchangées dans une telle transformation, nous disons qu'elle constitue *une symétrie*. Nous avons aussi introduit la notion d'une transformation *globale*, qui est la même pour tous les points de l'espace-temps, ainsi que celle d'une transformation *locale*, ou *transformation de jauge*. Il s'agit d'une généralisation de la notion de transformation globale dans laquelle les paramètres des transformations dépendent du point de l'espace-temps. La figure 3.9 montre cela pour le cas des translations dans l'espace :  $\vec{x} \rightarrow \vec{x} + \vec{a}(\vec{x}, t)$ . Le paramètre ici est le vecteur  $\vec{a}$  qui détermine la translation et qui, pour une transformation de jauge, est une fonction arbitraire du point  $(\vec{x}, t)$  de l'espace et du temps. Nous avons expliqué qu'une invariance sous des transformations locales entraîne l'apparition des forces. Sans l'avoir démontré, nous avons indiqué que, en ce qui concerne les translations locales, ces forces sont les forces de gravitation. Ici nous voulons poursuivre cette idée : toujours dans la figure 3.9, considérons deux points de l'espace  $P_1$  et  $P_2$  à une distance  $R$  l'un de l'autre. On peut imaginer une fonction  $\vec{a}(\vec{x}, t)$  qui soit égale à zéro partout, sauf au voisinage de chacun de deux points. La translation de la ligne droite  $A$  de la figure 3.9 donnera la courbe  $\tilde{A}$  de la figure 4.3. On voit que les forces de gravitation doivent avoir une portée au moins égale à  $R$ , la distance entre les points  $P_1$  et  $P_2$ . Comme nous pouvons choisir cette dernière aussi grande que nous voulons, nous concluons que l'invariance par translations locales impose aux forces gravitationnelles d'être de longue portée et, par conséquent, à leur médiateur supposé, le graviton, d'avoir une masse nulle.

Il est facile de généraliser cet argument à toutes les forces produites par des symétries de jauge. Elles doivent être toutes de longue portée et leurs médiateurs

doivent avoir des masses égales à zéro. En fait, nous avons autant de ces médiateurs de masse nulle que de transformations de jauge indépendantes qui sont des symétries de notre système. C'est une conséquence directe de la propriété géométrique des théories de jauge qui établissent des corrélations entre points de l'espace à des distances quelconques. Ce résultat se trouve en parfait accord avec l'expérience pour les deux interactions de la physique classique, la gravitation et l'électromagnétisme qui sont, effectivement, des interactions à longue portée. En revanche, il se trouve en désaccord total en ce qui concerne les deux autres interactions de la physique microscopique, à savoir les interactions fortes et les interactions faibles, dont la portée expérimentale semble être de  $10^{-15}$  et  $10^{-18}$  m, respectivement. C'est le premier, et le plus fondamental, des *problèmes de masse* qui ont hanté ces théories de jauge depuis leur formulation par Yang et Mills en 1954 jusqu'à leur première application réussie par Steven Weinberg en 1967.

## 4.3 Les masses des constituants de la matière : les quarks et les leptons

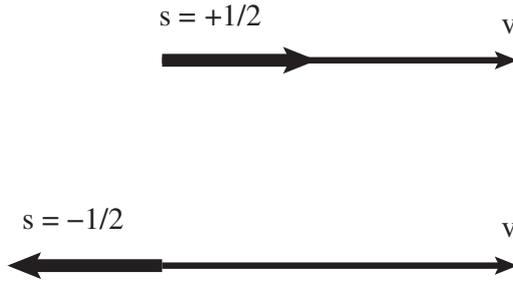
Dans l'Appendice I nous avons introduit deux sortes de particules élémentaires : les médiateurs des forces d'une part et les constituants de la matière de l'autre. Nous venons de voir que l'invariance de jauge semble exiger des premiers d'avoir des masses nulles. Nous voulons montrer ici que le même résultat s'applique aussi, quoique pour des raisons différentes, aux constituants de la matière, à savoir les quarks et les leptons.

### 4.3.1 La chiralité

Les constituants de la matière sont tous des particules de spin égal à  $1/2$  (voir l'Appendice I)<sup>4</sup>. Tout comme le moment cinétique, le spin est une quantité vectorielle. En mécanique classique, la projection d'un vecteur sur un axe quelconque est égale au module du vecteur que multiplie le cosinus de l'angle entre le vecteur et la direction de l'axe. Un résultat remarquable est que, en mécanique quantique, la projection du spin ne peut prendre que des valeurs discrètes : pour

---

<sup>4</sup>Dans l'Appendice I, nous stipulons que les particules de spin demi-entier sont des *fermions* et celles de spin entier des *bosons*. Nous y signalons que le caractère fermionique des électrons est à l'origine de la structure des atomes. Le même raisonnement nous montre que la structure des noyaux impose aussi aux quarks d'être des fermions. Par contre, le fait que *tous* les constituants de la matière soient des fermions est un simple résultat de l'observation. Il pourra être remis en question, si demain nous découvrons des nouveaux bosons qui participeraient à la construction de la matière.



**FIGURE 4.4.** Les deux états de chiralité.

l'électron, c'est soit  $+1/2$ , soit  $-1/2$ , indépendamment de l'axe que nous avons choisi<sup>5</sup>.

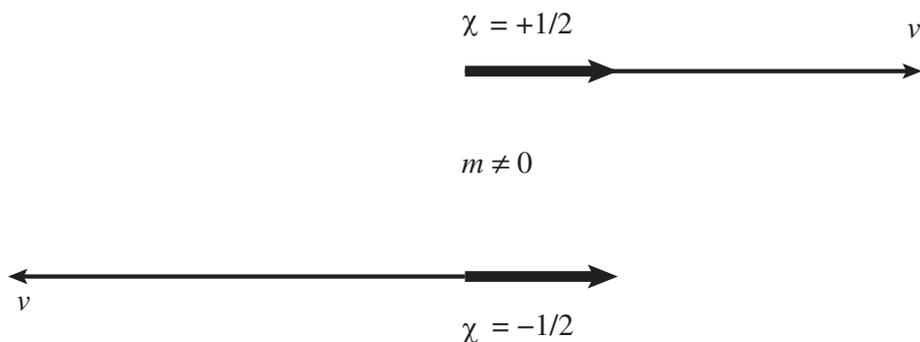
Pour une particule de spin  $1/2$ , comme les électrons ou les quarks, en mouvement il est instructif de choisir comme axe de projection la direction de la vitesse. Nous allons appeler cette projection *chiralité*. Dans la figure 4.4, nous présentons les deux valeurs possibles. La chiralité est égale à  $+1/2$  lorsque la projection du spin est parallèle à la vitesse et  $-1/2$  lorsqu'elle est opposée.

Dans le jargon des physiciens, ces deux états s'appellent, respectivement, *chiralité droite* et *chiralité gauche*<sup>6</sup>. La chiralité est conservée par les rotations parce que les deux vecteurs, la vitesse et le spin, tournent de la même façon. En revanche, les deux sont échangés par l'opération d'inversion d'espace, ou opération parité, que nous avons introduite dans la section 3.1.3. Pour comprendre ce comportement, il faut se rappeler que le spin a les propriétés d'un moment cinétique qui, en mécanique classique, est proportionnel au produit vectoriel entre le vecteur de la position et celui de la vitesse :  $\vec{L} \sim \vec{r} \times \vec{v}$ . Dans une opération d'inversion d'espace, chacun change de signe, donc le moment cinétique ne change pas. Comme la vitesse change de signe, nous concluons que la parité change un électron de chiralité droite à un électron de chiralité gauche.

Une deuxième série de transformations permet aussi de connecter ces deux états : considérons un électron à vitesse  $\vec{v}$  et chiralité égale à  $+1/2$ . Par une transformation de Lorentz, nous pouvons nous placer dans le système des coordonnées dans lequel l'électron est au repos. La projection du spin reste inchangée. Une deuxième transformation de Lorentz nous amène au système dans lequel la vitesse de l'électron est égale à  $-\vec{v}$  (figure 4.5). La combinaison de ces deux transformations nous permet de passer d'une particule de chiralité droite à celle

<sup>5</sup>Pour un spin  $s$ , entier ou demi-entier, les valeurs possibles de la projection sont  $s, s - 1, s - 2, \dots, -s$ .

<sup>6</sup>La terminologie vient des deux états de polarisation circulaire de la lumière en optique, même si le terme « chiralité » est réservé aux seuls fermions.



**FIGURE 4.5.** Pour une particule massive, les deux états de chiralité sont connectés par des transformations de Lorentz.

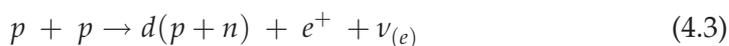
de chiralité gauche à une condition : que la masse de la particule soit non nulle. En effet, une particule de masse nulle se propage toujours à la vitesse de la lumière et il n’y a aucune transformation qui pourrait la ramener au repos.

#### 4.3.2 La chiralité et les interactions faibles

Dans cette section nous allons parler surtout des propriétés des interactions faibles. Nous rappelons qu’il s’agit des interactions responsables, en particulier, de la désintégration  $\beta$  du neutron de la forme :



où  $n$  désigne le neutron,  $p$  le proton,  $e$  l’électron et  $\bar{\nu}_{(e)}$  l’anti-particule du neutrino associé à l’électron<sup>7</sup>. On trouve la même réaction en physique nucléaire où le neutron et le proton sont liés à l’intérieur de noyaux. La même réaction en sens inverse produit la fusion des deux protons (noyaux d’hydrogène) en un noyau de deutérium, ( $d$ ), qui est un état lié d’un proton et d’un neutron :



où  $e^+$  est le positron, l’anti-particule de l’électron. Cette réaction déclenche les processus de nucléosynthèse à l’intérieur des étoiles qui sont à l’origine de la formation d’éléments lourds et la source de l’énergie stellaire. Nous pouvons réécrire ces réactions en termes de quarks en remplaçant le proton et le neutron par les quarks  $u$  et  $d$ , respectivement. Nous pouvons aussi les généraliser avec

<sup>7</sup>Dans l’Appendice I nous indiquons qu’il y a trois espèces de neutrinos, chacune associée aux trois leptons connus, l’électron ( $e$ ), le muon ( $\mu$ ) et le tau ( $\tau$ ).

les quarks des autres familles et décrire ainsi les désintégrations de plusieurs particules instables.

Dans cette section, nous allons présenter certaines propriétés des interactions faibles qui les distinguent de façon très significative des autres interactions. Nous allons nous servir du concept de chiralité introduit précédemment. Nous avons vu qu'une particule de spin égal à  $1/2$  peut se trouver dans deux états de chiralité opposée,  $+1/2$  et  $-1/2$ . Ces deux états peuvent se mélanger par deux sortes de transformations : l'inversion d'espace (parité) d'une part et les transformations de Lorentz pour les particules massives de l'autre. Par conséquent, la chiralité, gauche ou droite, est une propriété intrinsèque des particules seulement pour les particules de masse nulle et à condition que la parité ne soit pas une symétrie des interactions.

De toutes les interactions entre particules élémentaires, les seules qui ne respectent pas l'invariance par parité sont les interactions faibles. Il s'agit d'une propriété observée expérimentalement et non point un résultat théorique.

Une deuxième propriété de ces interactions, établie aussi par l'expérience, est de faire intervenir surtout des fermions, leptons ou quarks, de chiralité gauche. Les états avec chiralité droite semblent être insensibles aux interactions faibles. Nous allons revenir sur ce point à la section 6.4.

Ces deux propriétés rendent les interactions faibles uniques. On voit que, afin de les décrire correctement, nous devons supposer : (i) la violation de l'invariance par parité et (ii) une valeur nulle pour les masses de tous les constituants de la matière, leptons et quarks. Si (i) est facile à imposer, (ii) se trouve en contradiction avec tous les résultats expérimentaux qui montrent, au contraire, que toutes ces particules ont des masses non nulles. C'est le deuxième *problème de masse* que nous rencontrons. Il semble être moins « fondamental » que le premier, celui qui concerne les bosons de jauge qui transmettent les interactions. Le premier est une conséquence de la propriété géométrique des interactions, tandis que le second semble avoir une origine phénoménologique. Néanmoins, les deux sont très importants et appellent une modification profonde de nos idées sur les symétries et les quatre interactions que nous avons introduites dans l'Appendice I. C'est cette partie de l'histoire que nous allons présenter dans les chapitres qui suivent.

# 5

## Brisure spontanée d'une symétrie

### 5.1 Le théorème de Curie

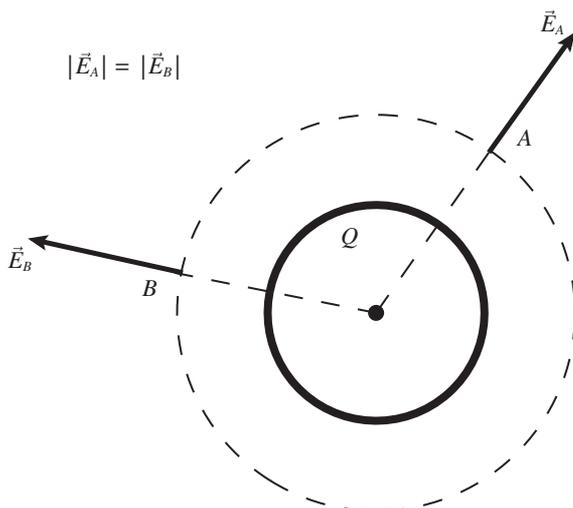
Dans ce chapitre, nous allons présenter un phénomène qui a l'air de contredire notre intuition physique, même si, comme nous allons voir, nous le rencontrons dans la vie courante. C'est le phénomène de *brisure spontanée d'une symétrie*.

Nous avons l'habitude de chercher aux problèmes symétriques des solutions symétriques. Pour citer Pierre Curie : « Lorsque certaines causes produisent certains effets, les éléments de symétrie des causes doivent se retrouver dans les effets produits. »

Parler de brisure spontanée de symétrie semble réfuter ces assertions. Bien sûr, Curie n'ignorait pas ces phénomènes.

Prenons un exemple : considérons une sphère de rayon  $r$  uniformément chargée avec une charge électrique  $Q$ . Nous nous proposons de calculer le champ électrostatique à un point  $P$  situé à une distance  $R > r$  du centre de la sphère (figure 5.1).

Pour résoudre ce problème, il suffit de remarquer que « les causes », *i.e.* la sphère chargée, ont la symétrie sphérique et, par conséquent, « les effets », auront la même symétrie. Donc le champ  $\vec{E}$  sera radial parce que c'est la seule direction qui respecte la symétrie de la sphère. En plus, il doit avoir la même valeur absolue à n'importe quel point de la surface sphérique qui passe par  $P$ , toujours pour les mêmes raisons de symétrie. Alors, il est facile de calculer sa valeur en appliquant un théorème dû à Carl Friedrich Gauss qui nous donne



**FIGURE 5.1.** Le champ électrique produit par une sphère uniformément chargée à une distance  $R$ .

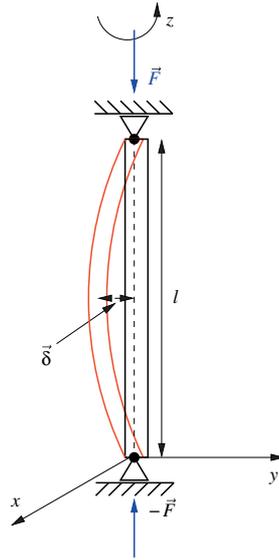
la réponse immédiatement :  $\vec{E} = (Q/4\pi\epsilon_0 R^2)\vec{r}$ , où  $\vec{r}$  est le vecteur unité à la direction radiale et  $\epsilon_0$  la constante diélectrique<sup>1</sup>.

Dans la pratique une sphère n'est jamais parfaite et la symétrie pourrait n'être qu'approximative. Néanmoins, nous continuons à appliquer le même raisonnement, en espérant que des « petites » violations de la symétrie des causes engendreront des « petites » déviations de la solution symétrique. Mais cette deuxième hypothèse est beaucoup plus forte, et beaucoup moins évidente, que la première. En effet, le théorème de Curie nous montre uniquement l'existence d'une solution symétrique, tandis que l'application pratique pourrait nécessiter en plus une hypothèse sur sa *stabilité*. Dans les cas de brisure spontanée de symétrie que nous allons étudier, c'est cette deuxième hypothèse qui ne sera pas justifiée.

## 5.2 Brisure spontanée d'une symétrie en physique classique

Un exemple simple est illustré figure 5.2. Une barre cylindrique de longueur  $l$  porte une charge  $F$  suivant l'axe des  $z$ . Le problème étant symétrique par

<sup>1</sup>Le cas de la sphère est un cas particulier du théorème plus général de Gauss que nous ne démontrerons pas ici. Soit une distribution quelconque de charges électriques statiques dans une région finie de l'espace. Considérons une surface fermée qui englobe toutes ces charges. Le théorème nous dit que *le flux* du champ électrique à travers la surface, c'est-à-dire l'intégrale sur toute la surface de la composante du champ perpendiculaire à celle-ci, est égale à la somme des charges divisée par  $\epsilon_0$ .



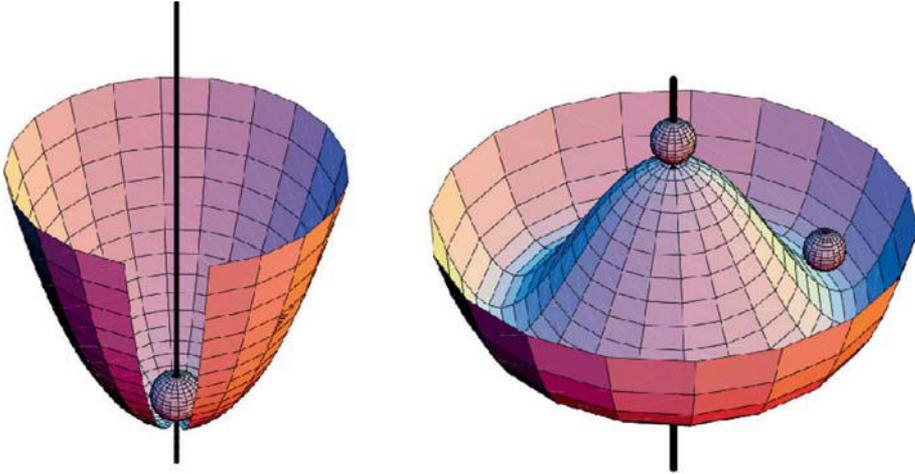
**FIGURE 5.2.** Sous l'action de la charge  $F$ , la barre se plie.

révolution autour de cet axe, on s'attendrait à ce que l'état final soit une barre, un peu comprimée sous l'action de la charge, mais toujours droite. C'est en effet la situation lorsque la charge  $F$  est faible. Mais nous savons tous par l'expérience quotidienne que, pour une charge importante, la forme de la barre change : la barre se plie suivant une direction arbitraire. C'est le phénomène du flambage. La barre pliée n'a plus la symétrie par révolution autour de l'axe des  $z$  parce que le flambage a introduit une direction privilégiée dans le plan perpendiculaire. On appelle ce genre de phénomène *brisure spontanée d'une symétrie*.

Question : qu'est devenue la symétrie du départ ? Réponse : elle est présente, mais elle est cachée. En effet, nous ne pouvons pas prévoir la direction selon laquelle la barre va se plier. Elles sont toutes équiprobables, en d'autres termes, nous avons une infinité de solutions possibles et elles se déduisent les unes des autres par la transformation de la symétrie initiale, à savoir la rotation autour de l'axe des  $z$ .

L'analyse mathématique de cet exemple est relativement simple et nous la présentons dans l'encadré. Elle est nécessaire pour le calcul quantitatif, mais elle n'est pas indispensable pour la compréhension qualitative du phénomène. Nous pouvons facilement deviner ses éléments essentiels :

1. Pour une charge faible, la barre reste droite mais elle commence à être comprimée. Cette compression coûte une énergie élastique qui augmente avec le taux de compression, donc avec la valeur de la charge  $F$ .



**FIGURE 5.3.** L'énergie du système en fonction du paramètre d'ordre, pour  $F < F_{cr}$  (gauche) et  $F > F_{cr}$  (droite).

2. Il existe une valeur critique de la charge, qu'on appelle *charge critique*,  $F_{cr}$ , au-delà de laquelle il coûte moins cher en énergie à la barre de plier et de diminuer son taux de compression (une barre pliée a une longueur plus grande et donc un taux de compression moins élevé). Notre calcul analytique nous donne la valeur exacte de  $F_{cr}$  en fonction des paramètres de la barre pour la configuration de la figure 5.2.
3. Théoriquement, il existe toujours la possibilité d'avoir une barre droite et très comprimée, mais, comme l'énergie élastique correspondante est très élevée, c'est une solution instable.
4. Il est commode d'introduire un paramètre  $\vec{\delta}$ . C'est un vecteur du plan horizontal ( $x, y$ ). Ses composantes  $\delta_x$  et  $\delta_y$  donnent l'écart du centre de la barre par rapport à la situation symétrique. Nous pouvons calculer l'énergie élastique en fonction de  $\delta_x$  et  $\delta_y$  et nous obtenons la figure 5.3. Pour  $F < F_{cr}$  nous obtenons la figure de gauche : nous avons une seule configuration à énergie minimum. C'est la solution symétrique à  $\vec{\delta} = 0$ . Pour  $F > F_{cr}$ , nous obtenons la figure de droite. La solution symétrique existe toujours, donc le théorème de Curie est vérifié, mais elle correspond à un maximum local de l'énergie ; c'est une solution instable.
5. Nous avons une infinité de solutions stables. L'énergie est une fonction uniquement du module de  $\vec{\delta}$ . En partant de n'importe laquelle de ces solutions, nous obtenons toutes les autres par une rotation autour de l'axe des  $z$ . Dans le jargon des physiciens, l'état d'énergie minimum d'un système

s'appelle *état fondamental*. Donc ici nous avons une infinité d'états fondamentaux. On dit que *l'état fondamental est infiniment dégénéré*.

Nous venons de décrire un exemple d'une classe de phénomènes qu'on appelle *phénomènes de transition de phase*. La barre chargée est un système physique qui peut exister dans deux phases distinctes : la phase de la barre droite et celle de la barre pliée. Il existe une grandeur physique qui est extérieure au système et qui détermine laquelle des deux phases est choisie par le système : dans le cas de la barre, c'est la charge  $F$ . Nous l'appellerons *grandeur de contrôle*. Les deux phases diffèrent par la valeur d'un paramètre, ici c'est le vecteur  $\vec{\delta}$ , qu'on appelle *paramètre d'ordre*. Sa valeur est zéro dans la première phase et non nulle dans la seconde. La transition d'une phase à l'autre est accompagnée d'un changement de symétrie du système. Dans l'exemple de la barre, c'est la symétrie par rotation autour de l'axe des  $z$  qui semble être absente dans la deuxième phase. Comme nous l'avons remarqué, la symétrie est cachée parce que l'état fondamental du système est dégénéré.

Le paramètre d'ordre va jouer un rôle important dans notre discussion des phénomènes de brisure spontanée de symétrie. Pour la suite il sera commode de paramétriser  $\vec{\delta}$  par son module  $\rho$  et une phase  $\theta$ , plutôt que par ses composantes  $\delta_x$  et  $\delta_y$ . On introduit un nombre complexe  $\delta = \delta_x + i\delta_y$  avec :

$$\delta_x = \rho \cos\theta \quad ; \quad \delta_y = \rho \sin\theta \quad ; \quad \delta = \rho e^{i\theta} \quad (5.1)$$

Avec ces variables les points du cercle des minima de l'énergie correspondent à  $\rho$  constant et  $\theta$  quelconque, entre  $-\pi$  et  $\pi$ .

#### **Encadré 5.1. Le phénomène du flambage.**

Nous présentons ici une version simple de l'analyse mathématique de ce phénomène sans entrer dans les détails de la théorie de l'élasticité. Le lecteur qui n'est pas intéressé par ces aspects techniques peut aller directement à la section suivante.

Appelons  $X(z)$  et  $Y(z)$  les déviations du point  $z$  de l'axe de la barre de sa position symétrique.  $z$  varie de 0 à  $l$ . En termes de ces variables, le paramètre d'ordre est donné par :

$$\delta_x = X(z = l/2) \quad ; \quad \delta_y = Y(z = l/2) \quad (5.2)$$

Dans la phase symétrique, nous avons  $X(z) = Y(z) = 0$ . Les équations générales de l'élasticité sont des équations différentielles non-linéaires que nous ne pouvons résoudre que numériquement. Cependant, nous pouvons les simplifier au voisinage du point critique en ne gardant que des termes du premier ordre dans les variables

$X$  et  $Y$ . Pour la barre de la figure 5.2 qui est articulée aux deux extrémités, elles prennent la forme :

$$IM \frac{d^2 X}{dz^2} + FX = 0 \quad ; \quad IM \frac{d^2 Y}{dz^2} + FY = 0 \quad (5.3)$$

où  $I = \pi R^4/4$  est le moment d'inertie de la barre,  $R$  est le rayon de sa section et  $M$  un paramètre qui caractérise ses propriétés élastiques, qu'on appelle *module de Young*. Ce système est invariant par rotation d'un angle  $\theta$  autour de l'axe des  $z$  qui transforme les variables  $X$  et  $Y$  comme :

$$X \rightarrow X \cos \theta + Y \sin \theta \quad ; \quad Y \rightarrow -X \sin \theta + Y \cos \theta \quad (5.4)$$

Nous voulons résoudre le système d'équations (5.3) avec les conditions aux limites  $X = X'' = 0, Y = Y'' = 0$  à  $z = 0$  et  $z = l$ . La première de ces conditions impose aux extrémités de la barre de rester fixes et la deuxième correspond à une barre articulée. Il est évident que la solution symétrique  $X = Y = 0$  existe toujours. Cependant, nous avons aussi des solutions asymétriques de la forme  $X = C \sin kz$  avec  $k^2 = F/MI$ , pourvu que  $kl = n\pi; n = 1, 2, \dots$ . La première de ces solutions pour  $n = 1$  apparaît dès que  $F$  prend la valeur critique :

$$F_{cr} = \frac{\pi^2 MI}{l^2} \quad (5.5)$$

À partir de cette solution nous pouvons en obtenir une infinité d'autres en appliquant la rotation (5.4).

L'apparition de ces solutions asymétriques au voisinage (*i.e.* au premier ordre des déplacements  $X$  et  $Y$ ) de la solution symétrique est le signe de l'instabilité de celle-ci. Nous pouvons le vérifier par un calcul explicite de l'énergie élastique que nous ne présenterons pas ici. Ce qui est très instructif, c'est d'obtenir la forme de l'énergie en fonction du paramètre d'ordre. L'invariance par rotation impose la dépendance en  $\vec{\delta} \cdot \vec{\delta} = \rho^2$ . Au voisinage du point critique,  $\delta$  est petit et nous pouvons écrire un développement de la forme :  $E = C_0 + C_1 \vec{\delta} \cdot \vec{\delta} + C_2 (\vec{\delta} \cdot \vec{\delta})^2 + \dots = C_0 + C_1 \rho^2 + C_2 \rho^4 + \dots$  et négliger les termes d'ordre supérieur. Les  $C$  sont des constantes qui dépendent des paramètres de la barre et de la charge  $F$ . L'état fondamental du système est déterminé par le minimum de l'énergie, ce qui donne, en termes de variables définies dans (5.1) :

$$\frac{dE}{d\rho}(\rho = v) = 0 \Rightarrow v(C_1 + 2C_2 v^2) = 0 \quad (5.6)$$

Cette équation a deux solutions : la solution symétrique  $v = 0$  et une deuxième  $v^2 = -C_1/2C_2$ .  $\rho$  étant une variable réelle, cette deuxième solution est acceptable seulement si le rapport  $C_1/C_2$  est négatif. C'est la solution avec brisure spontanée de la symétrie. Si  $C_2$  est négatif, il n'y a pas de valeur minimum de l'énergie ; pour  $\rho$  grand  $E \rightarrow -\infty$ . Il en résulte que l'existence d'un état fondamental impose à  $C_2$  d'être

positif, par conséquent,  $C_1$  doit s'annuler au point critique et on peut l'écrire comme  $C_1 = \hat{C}_1(F_{cr} - F)$  avec  $\hat{C}_1$  positif. La phase avec brisure spontanée de symétrie est obtenue pour  $F > F_{cr}$  et, dans cette phase, on peut écrire l'énergie sous la forme :

$$E = C_0 + \hat{C}_1(F_{cr} - F)\vec{\delta} \cdot \vec{\delta} + C_2(\vec{\delta} \cdot \vec{\delta})^2 = \hat{C}_1(F - F_{cr})\frac{(\rho^2 - v^2)^2}{2v^2} \quad (5.7)$$

où  $v$  est donné par la solution non nulle de l'équation (5.6). L'énergie étant définie à une constante additive près, nous avons déterminé  $C_0$  par la condition d'avoir l'énergie de l'état fondamental  $\rho = v$  égale à zéro. Dans la phase de brisure spontanée de symétrie, l'énergie de la solution symétrique  $\rho = 0$  est positive et donnée par :

$$E_0 = \hat{C}_1(F - F_{cr})\frac{v^2}{2} \quad (5.8)$$

Cette expression représente bien la forme de la figure 5.3 : pour  $F < F_{cr}$  nous avons un seul minimum  $\delta = 0$  (figure 5.3 de gauche) et pour  $F > F_{cr}$  nous obtenons le cercle de la figure 5.3 de droite.

La cristallisation, la turbulence, plusieurs problèmes d'érosion, sont des exemples de brisure spontanée de symétrie en physique classique.

### 5.3 Brisure spontanée d'une symétrie en physique quantique

Les propriétés magnétiques du fer, *i.e.* le ferromagnétisme, est un exemple de brisure spontanée d'une symétrie qui est bien décrit par la physique quantique.

Le phénomène est le suivant : en ce qui concerne ses propriétés magnétiques, un métal ferreux présente souvent deux phases. Nous allons les décrire en suivant la terminologie que nous avons introduite au phénomène du flambage.

1. La symétrie est celle de rotations dans l'espace à trois dimensions.
2. La *grandeur de contrôle* est la température  $T$ . Il existe une température critique  $T_c$ , appelée *point de Curie*. Pour  $T > T_c$  nous sommes dans la phase symétrique et pour  $T < T_c$  dans celle de brisure spontanée de la symétrie. Pour le fer, la température de Curie est de l'ordre de 770 °C.
3. Le paramètre d'ordre est *l'aimantation*. Il s'agit d'un moment magnétique macroscopique qui détermine l'interaction de l'échantillon avec un champ magnétique. Les boussoles les plus simples consistent, justement, en une aiguille de fer aimanté qui s'oriente suivant le champ magnétique terrestre.

Au-dessus du point de Curie, l'aimantation est nulle. À  $T < T_c$ , une aimantation apparaît spontanément.

4. Dans la phase de haute température, il n'y a pas d'aimantation (phase *para-magnétique*). Il n'y a pas de direction privilégiée dans l'espace et la symétrie est celle de rotations à trois dimensions. Dans la phase de basse température, nous avons une aimantation spontanée (phase *ferro-magnétique*). L'aimantation définit un axe privilégié. La symétrie est réduite aux seules rotations autour de cet axe.
5. Dans la phase ferro-magnétique, l'état fondamental du système est dégénéré. Toutes les orientations de l'aimantation sont *a priori* équiprobables.

Il y a un modèle simple, proposé par W. Heisenberg, qui capte bien la physique de ce phénomène. Il consiste à effectuer une série d'approximations qui éliminent toutes les complications superflues.

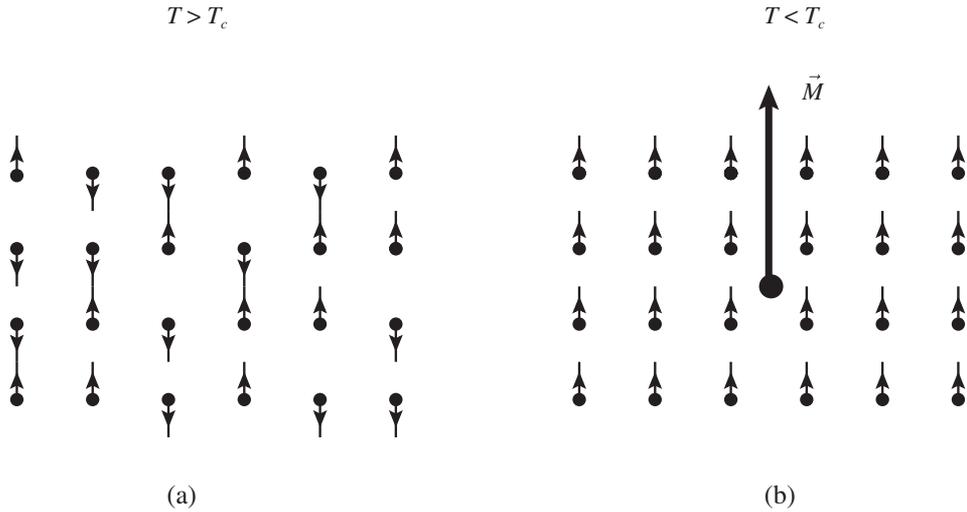
La première approximation concerne la structure cristalline. Nous supposons un réseau parfaitement régulier et nous ignorons toutes les impuretés possibles. Afin de simplifier les dessins nous prenons un réseau cubique à trois dimensions, même si le raisonnement s'applique aussi aux autres cristaux réguliers.

Les atomes occupent les sites du réseau. En principe, nous devons tenir compte de tous les degrés de liberté atomiques, mais nous allons simplifier le problème avec l'argument que, en ce qui concerne les propriétés magnétiques du cristal, seuls les degrés de liberté de spin sont importants. Nous allons donc considérer qu'à chaque site du réseau se trouve un spin, par exemple égal à  $1/2$ , donc avec deux valeurs possibles de projection sur l'axe des  $z$  :  $+1/2$  et  $-1/2$ .

Les spins interagissent entre eux et, en suivant Heisenberg, nous supposons que les interactions sont de courte portée et, par conséquent, nous pouvons nous limiter aux interactions entre paires de spins qui sont les plus proches voisins. Pour un réseau cubique à trois dimensions, chaque spin a six plus proches voisins.

La dernière hypothèse concerne la forme de l'interaction. Nous supposons l'invariance par rotations à trois dimensions et la forme la plus simple pour l'énergie du système est donnée par :

$$E = -\frac{1}{2}J \sum_{i,j} \vec{S}_i \cdot \vec{S}_j \quad (5.9)$$



**FIGURE 5.4.** (a) : À  $T > T_c$ , les spins sont orientés au hasard à cause de fluctuations thermiques. L'aimantation moyenne est nulle. (b) : À  $T < T_c$ , l'interaction oriente les spins et nous avons une aimantation spontanée.

où  $\vec{S}_i$  est le spin sur le site  $i$  du réseau et la somme porte sur toutes les paires  $i, j$  qui sont plus proches voisins.  $J$  est une constante que nous supposons positive<sup>2</sup>. L'invariance par rotations est assurée par la forme de l'interaction qui contient le produit scalaire de deux vecteurs.

Nous pouvons résoudre ce modèle numériquement et, dans des cas simples, pour des cristaux à une ou deux dimensions, analytiquement, mais la physique du phénomène est évidente par inspection.

À très haute température, les fluctuations thermiques sont très importantes et, à tout moment, les spins sont orientés de façon aléatoire. Nous obtenons la configuration de la figure 5.4 (a) avec une valeur moyenne de l'aimantation égale à zéro. C'est la phase du désordre.

À très basse température, lorsque les fluctuations thermiques peuvent être négligées, l'état fondamental du système est obtenu par la configuration des spins qui minimise l'énergie. Si  $J$  est positif, nous avons intérêt à rendre le produit scalaire maximum, ce qui signifie des spins parallèles. Par conséquent, chaque spin a tendance à orienter ses plus proches voisins dans sa direction de

<sup>2</sup>Le cas avec  $J$  négatif est aussi intéressant car il décrit un phénomène physique appelé *anti-ferromagnétisme*. Il fut décrit, en particulier, par le physicien français Louis Eugène Félix Néel, lauréat du prix Nobel de physique de 1970, mais nous n'aurons pas l'occasion de l'étudier ici.

sorte que, de plus proche voisin en plus proche voisin, nous obtenons la configuration de la figure 5.4(b) avec une aimantation<sup>3</sup>  $\vec{M}$ .

En conclusion, nous avons deux effets qui, à toute valeur de la température, sont en compétition. Les fluctuations thermiques favorisent le désordre mais leurs effets diminuent avec la température. L'interaction favorise l'ordre. Nous pouvons imaginer qu'il existe une température en dessous de laquelle l'ordre gagne : c'est la température de Curie<sup>4</sup>.

Une remarque avant de clore cette section : le paramètre d'ordre du ferromagnétisme est le vecteur d'aimantation  $\vec{M}$ . Dans la phase de haute température  $\vec{M} = 0$  et le problème est invariant par l'ensemble de rotations dans l'espace à trois dimensions. Une rotation quelconque peut être paramétrée à l'aide des trois angles d'Euler, à savoir les deux angles pour définir la direction de l'axe autour duquel on tourne et un troisième angle qui donne l'angle de rotation. Dans la phase de basse température, la symétrie initiale des rotations à trois dimensions n'est pas totalement brisée : une partie, qui correspond aux rotations autour de l'axe défini par  $\vec{M}$ , reste exacte. Par conséquent nous avons besoin de deux angles pour distinguer les états d'énergie minimum. En utilisant la notation que nous avons introduite pour le phénomène du flambage, nous écrivons le paramètre d'ordre  $\vec{M}$  comme :

$$M_x = \rho \sin\theta \cos\phi ; M_y = \rho \sin\theta \sin\phi ; M_z = \rho \cos\theta \quad (5.10)$$

Nous voyons que dans la phase de basse température : (i) la symétrie est partiellement brisée et (ii) les états fondamentaux forment la surface d'une sphère. Nous aurons l'occasion dans le chapitre suivant de présenter des exemples plus compliqués pour lesquels l'ensemble des états fondamentaux est représenté par une hyper-surface à plusieurs dimensions. Notez aussi que, dans la phase des spins ordonnés, l'énergie de la solution symétrique est donnée par l'analogie

<sup>3</sup>En réalité, ce processus d'orientation des spins se développe de façon indépendante d'un endroit à l'autre du solide et l'image de la figure 5.4(b) est valable localement dans un petit domaine. Un échantillon de taille macroscopique contient plusieurs domaines, chacun avec une aimantation qui pointe dans une direction aléatoire. C'est la raison pour laquelle un morceau de fer n'apparaît pas toujours aimanté. Du point de vue mathématique, cette structure en domaines ne minimise pas l'énergie parce que, sur les frontières entre les domaines, les spins ne sont pas parallèles. Néanmoins, la transition vers le véritable état fondamental nécessiterait un changement d'orientation simultané de tous les spins dans chaque domaine et la probabilité d'un tel événement tend vers zéro avec la taille des domaines. Nous obtenons un morceau de fer aimanté si nous le soumettons à un champ magnétique externe durant le processus de la transition de phase.

<sup>4</sup>Encore un résultat qui dépend du nombre de dimensions de l'espace ambiant. Il existe un raisonnement qualitatif qui explique cette dépendance : l'interaction, qui favorise l'ordre, croît avec le nombre de plus proches voisins, donc avec le nombre de dimensions de l'espace. Par exemple, nous pouvons démontrer que pour une chaîne linéaire de spins, dans laquelle chaque spin n'a que deux plus proches voisins, nous n'avons pas de transition de phase.

de la formule (5.8), mais multipliée par un facteur proportionnel au nombre de spins. Elle tend vers l'infini dans la limite d'un système infini.

## 5.4 Le théorème de Goldstone

Dans cette section, nous allons présenter une conséquence très importante du phénomène de brisure spontanée de symétrie qui va nous rapprocher du sujet de ce livre, à savoir la particule de Brout-Englert-Higgs. Il s'agit d'un effet quantique, mais, comme nous l'avons toujours fait jusqu'ici, nous allons essayer de trouver des analogies classiques, avec tous les dangers de représentations erronées que cette démarche comporte.

Regardons la figure 5.4(b). À basse température, le système se trouve dans la phase ordonnée et nous avons des corrélations de longue portée. Dans le chapitre 4, nous avons montré qu'en physique quantique, dans un espace à trois dimensions, ce genre de corrélations implique des interactions à longue portée et, par conséquent, des particules de masse nulle. C'est le *théorème de Goldstone*<sup>5</sup> : *la brisure spontanée d'une symétrie*<sup>6</sup> *entraîne l'apparition des particules de masse nulle dans le spectre des états de la théorie* (figure 5.5).

Nous ne donnerons pas ici la démonstration mathématique de ce théorème mais nous allons extraire ses conséquences physiques.

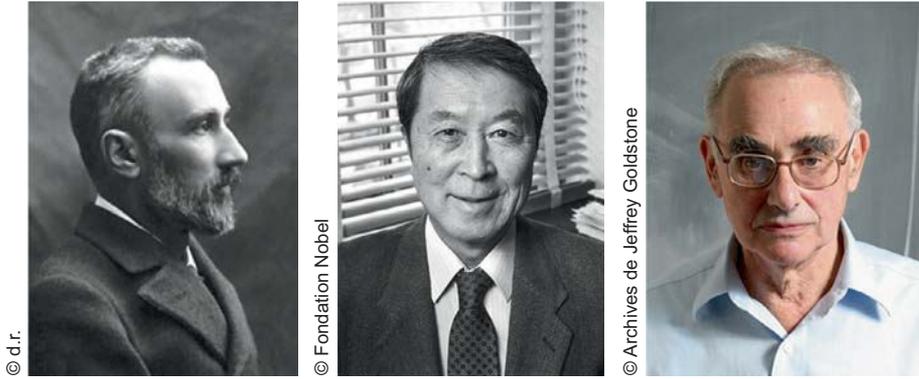
La première image est celle de la dégénérescence de l'état fondamental d'un système dans la phase de la brisure spontanée de symétrie. Dans l'image classique, elle est représentée par la figure de droite de 5.3. Tous les points du cercle  $\rho = |\delta| = v$ , où  $v$  est le rayon du cercle, correspondent à la même valeur de l'énergie. Nous voulons trouver l'image correspondante en physique quantique. Deux principes simples vont nous aider :

1. À chaque configuration des variables classiques correspond un état de la physique quantique. C'est une conséquence directe des axiomes de la mécanique quantique.
2. En physique quantique des particules élémentaires, chaque état est caractérisé par le nombre et les propriétés de particules qu'il contient.

À l'aide de ces deux principes, nous voulons établir l'analogie classique du théorème de Goldstone. Nous avons déjà fait allusion à la dualité champ-particule en physique quantique. Nous nous attendons donc à trouver les champs qui correspondent à ces particules de Goldstone et, dans la limite classique, à identifier les variables classiques correspondantes.

<sup>5</sup>Appelé aussi théorème de Nambu-Goldstone, en l'honneur de Yoichiro Nambu et Jeffrey Goldstone.

<sup>6</sup>Le théorème s'applique uniquement à des symétries continues.



**FIGURE 5.5.** Pierre Curie (1859-1906, prix Nobel 1903), Yoichiro Nambu (1921-, prix Nobel 2008) et Jeffrey Goldstone (1933-).

Commençons par la figure 5.3. Il y a deux variables pertinentes :  $\rho$  et  $\theta$ . Une configuration classique correspond à des valeurs précises de ces deux variables. D'après le premier principe annoncé ci-dessus, nous avons aussi un état de la physique quantique. D'un autre côté, les variables classiques deviennent des champs quantiques qui correspondent à des particules. Il en résulte que la description quantique du phénomène de la brisure spontanée d'une symétrie doit faire intervenir deux sortes de particules : celles qui correspondent à la variable  $\rho$  et celles qui correspondent à  $\theta$ . D'après le deuxième de nos principes, chaque état contient un nombre différent de ces particules.

Considérons deux états quantiques qui correspondent à deux points différents du cercle des minima de la figure 5.3. En physique classique, ils ne diffèrent que par la valeur de  $\theta$ , donc chacun des états quantiques a le même nombre de particules  $\rho$ , mais un nombre de particules  $\theta$  différent. Appelons  $\Delta$  cette différence<sup>7</sup>. Les deux états doivent avoir la même énergie ; par conséquent, nous pouvons ajouter un nombre  $\Delta$  de particules  $\theta$  à un état sans changer son énergie. Dans une théorie relativiste, l'énergie d'une particule est supérieure ou égale à l'énergie qui correspond à sa masse. Il en résulte que la masse des particules  $\theta$  doit être égale à zéro : ce sont les particules de Goldstone. Voici donc la version classique du théorème de Goldstone :

*La brisure spontanée d'une symétrie continue entraîne la dégénérescence de l'état à énergie minimum (état fondamental) d'un système physique.*

Cette dégénérescence se traduit, dans le système quantique correspondant, par l'apparition de particules de masse nulle.

<sup>7</sup>Du point de vue mathématique cela n'est pas rigoureux. Les états quantiques qui correspondent à ces configurations classiques contiennent chacun un nombre infini de particules, de sorte que  $\Delta$  n'est pas bien défini.

En fait, notre analyse précédente nous conduit à une deuxième conclusion : nous venons de voir que la description quantique de la brisure spontanée d'une symétrie contient deux sortes de particules, les  $\theta$ , qui sont les particules de Goldstone de masse nulle et les  $\rho$  qui sont massives<sup>8</sup>. Dans la phase symétrique, l'état fondamental est celui correspondant à  $\rho = 0$ . Dans la phase avec brisure spontanée de symétrie, ce sont tous les états avec  $\rho = v$ . Ils diffèrent de l'état symétrique par le nombre de particules  $\rho$ . Dans notre jargon nous appelons souvent l'état fondamental *le vide*. Donc, la transition de phase s'accompagne d'un changement du vide de la théorie. Dans la section précédente nous avons remarqué que, pour un grand système, la différence des niveaux d'énergie de ces deux états tend vers l'infini. Les deux « vides », à savoir l'état symétrique et celui avec brisure spontanée de symétrie, loin d'être « vides », diffèrent d'un nombre infini de particules  $\rho$ <sup>9</sup>. Nous allons établir à la section suivante que ces dernières correspondent bien aux particules de Brout-Englert-Higgs.

Une dernière remarque : nous indiquons dans l'Appendice I que la masse d'une particule peut dépendre des interactions auxquelles elle participe. Considérons une particule qui interagit avec  $\rho$ . Nous ne serons donc pas surpris de constater que sa masse peut être différente selon la phase dans laquelle on se trouve. Si nous appelons  $m_0$  sa masse dans la phase symétrique, sa masse dans la phase avec brisure spontanée de symétrie serait égale à

$$m = m_0 + \delta m \quad (5.11)$$

où  $\delta m$  est la partie de la masse que la particule acquiert par ses interactions avec  $\rho$ .

## 5.5 Brisure spontanée d'une symétrie en présence d'interactions de jauge

Cette section est la plus importante de tout le livre. C'est ici que la signification de la découverte faite au CERN sera présentée.

Résumons les résultats obtenus précédemment sur les particules de masse nulle : dans le chapitre 4, nous avons montré que la présence d'interactions avec symétrie locale, *i.e.* interactions de jauge, semble imposer aux bosons qui transmettent ces interactions d'avoir une masse égale à zéro. C'était le premier des problèmes de masse. Ensuite nous en avons découvert un deuxième, nous avons

<sup>8</sup>Nous rappelons que nous pouvons avoir plusieurs sortes de particules «  $\theta$  ». Dans l'exemple du ferro-magnétisme nous en avons deux : les  $\theta$  et les  $\phi$ .

<sup>9</sup>Nous voyons ici que le caractère bosonique des particules  $\rho$  est essentiel. C'est uniquement grâce à la propriété des bosons de pouvoir se trouver en grand nombre dans le même état que ce phénomène de transition de phase est possible.

constaté que, en ce qui concerne les interactions faibles, la symétrie impose aux constituants de la matière d'avoir aussi des masses nulles. Dans ce chapitre, nous venons de démontrer un théorème, le théorème de Goldstone, qui s'apparente à un troisième problème de masse : le phénomène de brisure spontanée d'une symétrie s'accompagne de la présence de particules de masse nulle, les particules de Goldstone. Cependant, dans le tableau des particules élémentaires que nous avons présentée dans l'Appendice I, toutes les particules, à l'exception du photon et, probablement, du graviton, sont massives. Par conséquent, ces trois problèmes, pris chacun séparément, indiquent que les symétries de jauge sont en contradiction avec les résultats expérimentaux. Dans cette section nous allons expliquer qu'en fait, il n'en est rien ! Si nous rassemblons les trois problèmes, ils vont se résoudre mutuellement. Dans une théorie de jauge avec brisure spontanée de symétrie, toutes les particules peuvent être massives. C'est la découverte de cette propriété, que l'on pourrait qualifier de miraculeuse, qui a ouvert la voie aux progrès spectaculaires qui ont bouleversé notre compréhension de la nature des interactions fondamentales.

Nous allons essayer dans cette section d'expliquer ce phénomène. Malheureusement il s'agit d'un phénomène complexe, dont les aspects quantiques sont très importants et pour lequel nous n'avons aucune image classique. En fait, comme nous venons de le voir, nous faisons face à trois problèmes : (i) la masse des constituants de la matière, (ii) la masse des bosons de la théorie de jauge et (iii) la masse des particules de Goldstone que nous avons appelées « particules  $\theta$  » précédemment.

Le plus simple pour commencer est, probablement, le premier. Nous y avons déjà fait allusion à la fin de la section précédente en écrivant l'équation (5.11). Nous avons remarqué dans le chapitre 4 que les symétries des interactions faibles obligent les quarks et les leptons à avoir des masses nulles. Par conséquent, dans la phase symétrique, nous avons  $m_0 = 0$ . La brisure spontanée de la symétrie permet à ces particules de développer un  $\delta m$  et d'acquérir une masse par leurs interactions avec les particules  $\rho$  qui peuplent l'état fondamental dans cette phase. Nous nous attendons à ce que  $\delta m$  soit proportionnel à l'intensité de l'interaction de la particule avec  $\rho$  et cela nous permet de décrire l'énorme éventail de masses que l'on observe parmi les constituants de la matière. Mais, attention : *décrire* n'est pas synonyme de *comprendre*. Le tableau 5.1 donne les valeurs des masses pour les quarks et les leptons. Nous voyons que le rapport entre la masse du quark  $t$  (le plus lourd), et celle de l'électron (le plus léger)<sup>10</sup> est de

<sup>10</sup>Dans ce livre nous n'aurons pas l'occasion de parler des masses des neutrinos. Nous savons, par des mesures indirectes, qu'elles sont non nulles, mais, elles sont tellement petites que nous n'avons jamais pu les mesurer directement. Les limites actuelles montrent qu'ils sont au moins 500 000 fois plus légers que l'électron.

LES MASSES DES CONSTITUANTS DE LA MATIÈRE						
<b>Quarks</b>	<i>u</i>	<i>d</i>	<i>c</i>	<i>s</i>	<i>t</i>	<i>b</i>
	2,3 MeV	5,0 MeV	1 275 MeV	95 MeV	173 000 MeV	4 180 MeV
<b>Leptons</b>	$\nu_{(e)}$	<i>e</i>	$\nu_{(\mu)}$	$\mu$	$\nu_{(\tau)}$	$\tau$
	??	0,51 MeV	??	106 MeV	??	1 777 MeV

**TABLEAU 5.1.** Les masses des quarks et des leptons. L'unité utilisée est le MeV (méga-électron-volt).  $1 \text{ MeV} \sim 1,78 \times 10^{-30} \text{ kg}$ . Les valeurs indiquées sont approximatives. Les masses des quarks ne sont pas directement mesurables (voir le chapitre suivant) et les masses des neutrinos sont beaucoup trop petites, en deçà de nos capacités de mesure.

l'ordre de 350 000 ! En ajustant l'intensité d'interaction de chaque particule avec  $\rho$  nous sommes capables de reproduire les valeurs du tableau 5.1, mais nous ne comprenons pas l'origine d'une telle dispersion. Cela nous fait penser qu'une partie importante du mécanisme de la création des masses échappe encore à notre compréhension.

Venons-en maintenant au problème des masses des bosons de jauge qui transmettent les interactions faibles. Dans le tableau 8.3 ils sont indiqués par  $W^\pm$  et  $Z^0$ . Leurs masses, mesurées expérimentalement, sont de 80 385 et 91 188 MeV, respectivement. On pourrait être tenté d'utiliser le même raisonnement et attribuer leurs masses dans la phase avec brisure spontanée de symétrie à leurs interactions avec  $\rho$ . Cela n'est pas totalement faux, mais il ne décrit qu'un seul aspect du phénomène. En fait, la réalité est plus compliquée.

Ces bosons de jauge sont des particules de spin égal à 1. Cela est une propriété mathématique, que nous n'avons pas montrée, mais aussi un résultat expérimental. En mécanique quantique on démontre que, pour une particule de spin  $s$ , la projection du spin sur un axe peut prendre  $2s + 1$  valeurs, à savoir,  $+s, +s - 1, \dots, -s$ . Donc, pour  $s = 1$ , nous avons trois valeurs possibles,  $+1, 0$  et  $-1$ . Nous disons qu'une particule de spin égal à 1 est décrite par *trois degrés de liberté*. Cette règle s'applique aux particules massives. Pour les particules de masse nulle, la règle change : pour tout  $s$  différent de zéro, elles sont toutes décrites par seulement deux degrés de liberté ; la projection du spin sur l'axe du mouvement ne peut prendre que les valeurs  $+s$  ou  $-s$ .

Ces propriétés résultent de l'invariance relativiste de la théorie et nous n'allons pas les démontrer ici. Nous donnerons seulement un analogue classique. Il est connu que les ondes électromagnétiques sont polarisées uniquement de façon transverse. Nous ne les observons pas polarisées dans la direction

longitudinale. Dans les équations de l'électrodynamique classique, le champ électromagnétique a deux composantes indépendantes, celles qui correspondent aux deux directions transverses<sup>11</sup>.

Voici la complication que nous avons mentionnée plus haut : pour les bosons de jauge, il ne suffit pas d'évoquer des interactions pour leur donner une masse, encore faut-il trouver un degré de liberté supplémentaire pour permettre le passage d'une particule de masse nulle à une particule massive. Qui fournit ce degré de liberté ?

Afin de répondre à cette question, nous devons revenir sur les raisons pour lesquelles nous avons des particules de masse nulle, aussi bien dans les interactions de jauge que dans le phénomène de Goldstone. Nous avons expliqué que, dans les deux cas, cela résulte d'un ordre de longue portée. Les interactions de jauge imposent un ordre parce que les transformations dépendent de façon arbitraire du point de l'espace-temps. La brisure spontanée de symétrie impose aussi un ordre, comme celui indiqué dans l'exemple des spins de la figure 5.4(b). Il est facile de comprendre que les deux pourraient être incompatibles. Par exemple, nous pouvons facilement nous convaincre que, si nous nous permettons de tourner les spins indépendamment à chaque point du réseau, nous pouvons détruire l'ordre établi par la brisure spontanée<sup>12</sup>. L'absence d'ordre à longue portée signifie l'absence de particule de masse nulle. Donc nous nous attendons à ce que, dans la phase avec brisure spontanée de symétrie, toutes les particules soient massives.

Voyons l'image que ces considérations impliquent, d'abord pour un système simple avec un seul boson de jauge. Dans la phase symétrique, nous avons le boson de jauge de masse nulle décrit par deux degrés de liberté correspondant à sa polarisation transverse. En plus, nous avons deux particules massives de spin zéro, le  $\theta$  et le  $\rho$ . En tout quatre degrés de liberté. Dans la phase à brisure spontanée de symétrie, le même système est décrit par une particule massive de spin 1, donc trois degrés de liberté correspondant à ses polarisations transverse et longitudinale, ainsi qu'une particule de spin zéro massive, la particule  $\rho$ . De nouveau quatre degrés de liberté. La particule  $\theta$ , qui aurait une masse nulle à cause du théorème de Goldstone, ne figure nulle part ; son degré de liberté a été utilisé pour permettre au boson de jauge d'acquérir une masse. Nous pouvons

<sup>11</sup>Ici aussi, nous avons une exception : les ondes qui se propagent dans un supra-conducteur ont aussi une composante longitudinale. C'est la propriété qui a conduit Philip Anderson à décrire pour la première fois le phénomène que nous sommes en train d'étudier ici, à savoir la brisure spontanée d'une symétrie en présence de l'interaction électromagnétique, dans un contexte non relativiste.

<sup>12</sup>Encore un argument qu'il ne faut considérer que comme une illustration et pas comme une démonstration. Il est facile à visualiser et à comprendre sur un réseau discret, mais son application dans un espace continu est beaucoup plus délicate.

dire que la particule  $\theta$  est la composante de polarisation longitudinale du boson massif de spin 1.

Cette image se généralise immédiatement à un système plus compliqué, comme celui des spins. La symétrie est celle des rotations dans l'espace à trois dimensions. Nous avons trois transformations indépendantes, ce qui implique, dans la phase de haute température, la présence de trois bosons de jauge de masse nulle. Cela nous donne six degrés de liberté. Nous y ajoutons les trois particules massives de spin zéro qui correspondent aux variables  $\rho$ ,  $\theta$  et  $\phi$ . Dans la phase de basse température, nous avons une brisure spontanée partielle de la symétrie qui correspond aux deux rotations. La troisième, celle qui décrit les rotations autour de la direction de  $\vec{M}$ , reste intacte. Par conséquent, deux parmi les trois bosons de jauge deviennent massifs en absorbant les degrés de liberté des particules  $\theta$  et  $\phi$ . Dans cette phase nous avons donc : (i) un boson de jauge de masse nulle qui a deux degrés de liberté, (ii) deux bosons de spin 1 massifs qui ont ensemble six degrés de liberté et (iii) le boson de spin zéro  $\rho$ . La somme nous donne neuf, comme dans la phase symétrique. La trace de ce processus est la présence de la particule  $\rho$ . Nous pensons qu'il s'agit de la particule découverte au CERN. Donc cette découverte n'ajoute pas seulement une nouvelle particule dans notre tableau des particules élémentaires, mais elle nous ouvre une fenêtre sur un des phénomènes les plus extraordinaires de l'histoire de l'Univers.



# 6

## La théorie standard

### 6.1 Introduction

Dans l'Appendice I, nous voyons que tous les résultats expérimentaux indiquent la présence de quatre formes d'interactions entre particules élémentaires au niveau fondamental : *les interactions gravitationnelles, les interactions faibles, les interactions électromagnétiques et les interactions fortes*. Dans ce chapitre, nous voulons utiliser les outils que nous avons développés précédemment afin de construire des modèles théoriques décrivant ces interactions. Les ingrédients qui entrent dans ces modèles sont :

1. Les symétries de jauge. Ce sont des symétries sous des transformations dont les paramètres dépendent du point d'espace-temps. Dans le chapitre 3, nous les avons introduites avec une motivation essentiellement esthétique, mais, en fait, leur introduction est une nécessité. Nous pouvons démontrer que seules les théories avec une invariance sous des transformations locales, *i.e.* des transformations de jauge, possèdent les propriétés de cohérence mathématique et de puissance prédictive nécessaires pour décrire les interactions fondamentales. Nous avons distingué deux sortes de transformations : celles qui changent le système des coordonnées de l'espace-temps (translations, rotations, etc.) et celles qui affectent uniquement les coordonnées dans un espace interne. Les deux sont utilisées dans la physique fondamentale. (i) L'invariance sous les transformations de jauge de l'espace-temps nous donne la relativité générale, qui est la théorie classique des interactions gravitationnelles. (ii) L'invariance sous des transformations de jauge d'espaces internes va nous donner le cadre théorique pour la description des trois autres interactions.

Dans ce livre, nous parlons très brièvement des interactions gravitationnelles, seulement au dernier chapitre. Ici nous allons nous concentrer sur les interactions faibles, électromagnétiques et fortes.

2. La brisure spontanée de la symétrie de jauge pour certaines des symétries internes. En particulier, cela est une nécessité évidente pour les interactions faibles dont les médiateurs, le  $W^\pm$  et le  $Z^0$ , sont massifs. En revanche, la symétrie de jauge qui correspond aux interactions électromagnétiques ne doit pas être brisée parce que le photon a une masse nulle. En ce qui concerne les interactions fortes, nous en parlerons plus loin.

## 6.2 Les interactions électromagnétiques et faibles

*A priori*, il n'est pas du tout évident que ces deux interactions doivent être traitées ensemble. À première vue elles ont très peu de choses en commun, mis à part le fait que leurs médiateurs sont des bosons de spin égal à un, mais cela est vrai pour toute interaction de jauge d'une symétrie interne. Au contraire, presque tout semble les distinguer :

1. Les interactions faibles violent la conservation de la parité, les interactions électromagnétiques la conservent.
2. Les interactions faibles impliquent uniquement les composantes de chiralité gauche des quarks et des leptons, les interactions électromagnétiques impliquent les deux de façon identique et ne distinguent pas la gauche de la droite. Par conséquent, comme nous l'avons expliqué au chapitre 4, sans la brisure spontanée de la symétrie des interactions faibles, les constituants de la matière quarks et leptons ont des masses nulles.
3. Les bosons intermédiaires des interactions faibles sont massifs, le photon a une masse nulle.
4. Le photon est le seul boson de jauge des interactions électromagnétiques, pour les interactions faibles il y en a trois, le  $W^\pm$  et le  $Z^0$ . Dans le chapitre 4, nous avons vu qu'il y a un boson de jauge pour chaque transformation indépendante. Il en résulte que l'invariance de jauge des interactions faibles est plus large que celle des interactions électromagnétiques et nous devons faire appel à la théorie proposée en 1954 par C.N. Yang et R. Mills.

À cause de toutes ces différences, les premières tentatives pour appliquer la théorie de Yang-Mills concernaient uniquement les interactions faibles. C'est l'Américain Sheldon Lie Glashow qui, en 1962, comprit le premier qu'on pourrait obtenir une théorie plus riche en considérant simultanément les interactions électromagnétiques et faibles dans un cadre unifié. Son travail était antérieur à



**FIGURE 6.1.** Sheldon Lee Glashow (1932-, prix Nobel 1979), Steven Weinberg (1933-, prix Nobel 1979) et Abdus Salam (1926-1996, prix Nobel 1979).

celui de Brout, Englert et Higgs (1964) et, par conséquent, il n'avait pas à sa disposition le mécanisme pour donner une masse aux bosons de jauge. La synthèse de toutes ces idées fut réalisée par Steven Weinberg en 1967 et Abdus Salam en 1968 (figure 6.1). Leur modèle s'appliquait uniquement aux leptons et l'extension aux quarks est venue plus tard. Nous n'allons pas suivre ici le développement historique, forcément plus long à exposer, et nous présenterons directement la théorie actuelle. Nous allons la construire de façon déductive en tenant compte de tous les résultats expérimentaux obtenus à ce jour. La construction suit trois étapes :

1. Le choix des symétries de jauge. Il s'agit de choisir les transformations qui doivent laisser invariantes les équations dynamiques de la théorie. Dans le chapitre 4, nous avons vu qu'il existe une correspondance exacte entre les symétries de jauge indépendantes et les bosons de jauge qui transmettent les interactions. Le tableau 8.3 des particules élémentaires de l'Appendice I nous montre que, expérimentalement, il y a quatre bosons intermédiaires des interactions électromagnétiques et faibles : le photon ( $\gamma$ ) et les trois bosons ( $W^+$ ,  $W^-$  et  $Z^0$ ), où  $+$ ,  $-$  et  $0$  désignent les charges électriques. Par conséquent nous devons postuler l'invariance de la théorie sous quatre transformations indépendantes. Nous rappelons ici que ces transformations agissent sur le système des coordonnées d'un espace interne qu'il ne faut pas confondre avec l'espace-temps ordinaire.

La connaissance uniquement du nombre des symétries de la théorie ne semble pas être une information très contraignante, mais, en réalité, il n'en est rien. Nous pouvons démontrer que ce nombre détermine les propriétés géométriques de la théorie et, d'après le travail de Yang et Mills, une partie importante des lois dynamiques. La théorie mathématique sous-jacente

fut établie durant la deuxième moitié du dix-neuvième siècle par le mathématicien norvégien Sophus Lie et développée par le Français Élie Cartan. C'est la *théorie des groupes et algèbres de Lie*. Il s'agit d'une très belle théorie mathématique, trop technique pour l'exposer en détail ici. Nous résumons quelques notions simples dans l'Appendice II. Le résultat est que, avec quatre transformations de symétrie, il existe une seule solution non triviale qui peut être visualisée comme les trois rotations dans un espace interne à trois dimensions et une rotation supplémentaire autour d'un quatrième axe indépendant. Voilà donc la géométrie de l'espace interne déterminée. Dans l'Appendice II nous montrons qu'il existe une façon plus abstraite et plus commode pour décrire ces transformations.

2. Dans la phase symétrique, les quatre bosons de jauge ont des masses nulles. Donc la deuxième étape consiste à créer les conditions nécessaires pour la brisure spontanée de la symétrie. Dans la pratique, cela implique l'introduction des particules, et donc des champs, du type  $\rho$  et  $\theta$  que nous avons présentés au chapitre 5. Le but est de donner une masse aux trois bosons et de laisser le quatrième de masse nulle. Ce dernier sera identifié au photon. Nous sommes donc dans les conditions de brisure partielle de symétrie, comme celles que nous avons vues à l'exemple du ferromagnétisme. Parmi les quatre transformations de symétrie, il y en aura une qui restera exacte et trois qui seront brisées spontanément. Le comptage des degrés de liberté que nous avons effectué à la section 5.5 nous montre qu'il nous faut au minimum trois particules du type  $\theta$ , parce qu'il y en a une pour chaque boson de jauge qui devient massif. Si l'on ajoute au moins une particule du type  $\rho$ , nous obtenons un minimum de quatre degrés de liberté de Brout-Englert-Higgs. Nous voulons insister sur le fait que ce raisonnement nous donne le nombre *minimum* de ces particules. Si nous en introduisons davantage, disons  $N > 4$ , nous aurons dans la phase avec brisure spontanée  $N - 3$  particules physiques. Dans le futur programme du LHC figure justement la recherche d'éventuelles particules BEH supplémentaires.

Essayons de trouver la correspondance entre les bosons de jauge dans les deux phases. Dans la phase symétrique, dans laquelle ils sont tous de masse nulle, nous en avons trois qui correspondent aux rotations dans l'espace tridimensionnel et un qui correspond aux rotations autour du quatrième axe. La solution naïve serait de dire que ce dernier restera de masse nulle et sera le photon et les trois autres seront massifs et transmettront les interactions faibles. L'observation de Glashow, qui lui a valu le prix Nobel de physique de 1979 en compagnie de Weinberg et Salam, était que

cette solution n'est pas la plus générale. La transformation qui reste exacte est une rotation autour d'un axe qui, en général, fait un angle avec ceux de départ. La distinction entre les interactions électromagnétiques et les interactions faibles se fait au moment de la brisure spontanée de la symétrie. Les physiciens ont introduit un terme nouveau pour décrire ce phénomène et parlent des *interactions électro-faibles*, pour montrer cette origine commune. Il a des conséquences physiques précises qui sont vérifiées par l'expérience. Nous en reparlerons à la fin de ce chapitre.

3. La troisième étape concerne l'introduction des particules qui sont les constituants de la matière. Il y a beaucoup d'arbitraire dans cette étape. Tout d'abord, nous devons décider quelles sont les particules élémentaires qui forment la matière. Même si aujourd'hui il y a un consensus en faveur des quarks et des leptons, nous ne devons pas oublier que cela est un constat phénoménologique et pourrait changer, si nous découvrons un jour que les quarks et/ou les leptons sont eux-mêmes constitués d'autres objets plus « élémentaires ». Ensuite, nous n'avons aucune idée théorique sur le nombre des dits quarks et leptons. Comme nous l'avons déjà souligné, cela constitue une grande énigme à laquelle la théorie standard n'offre aucune réponse. De plus, nous constatons que ces particules s'organisent en trois « familles », mais nous ne savons pas très bien la raison à l'origine de cette organisation. Un point semble être important : il est signalé dans l'Appendice I. La somme algébrique des charges électriques à l'intérieur de chaque famille doit être égale à zéro. Cela est important pour la cohérence mathématique de la théorie, mais nous n'en donnerons pas la démonstration ici. Dans la phase symétrique toutes ces particules ont une masse nulle et elles deviennent massives dans la phase avec brisure spontanée de symétrie à travers leurs interactions avec les particules de Brout-Englert-Higgs. Même si nous sommes capables d'ajuster les paramètres de ces interactions pour reproduire le spectre des masses observé, nous n'avons aucune explication sur leurs valeurs précises.

Avec ces trois étapes la théorie des interactions électro-faibles, appelée souvent *modèle standard* ou, mieux, *théorie standard*, est complète. Son accord avec l'expérience est impressionnant. Nous en montrerons les principaux points plus loin.

### **6.3 Les interactions fortes**

Même si l'étude des interactions fortes n'est pas l'objet de ce livre, nous souhaitons présenter très brièvement, dans cette section, leurs propriétés principales.

Nous allons voir qu'elles font appel à des concepts nouveaux et souvent surprenants, dont la compréhension présente toujours un défi pour les physiciens.

Les interactions fortes se manifestent tout d'abord dans la structure des noyaux. Nous savons que ces derniers sont formés de protons et de neutrons, qu'on appelle collectivement *nucléons*. La stabilité de la matière nucléaire témoigne de l'existence de forces attractives entre les nucléons qui, tout au moins à l'échelle de la taille des noyaux ( $\sim 10^{-15}$  m), doivent être plus fortes que la répulsion électrostatique entre les protons. C'est cette observation, combinée avec l'estimation sur la portée des forces nucléaires, qui a conduit Yukawa à prédire en 1935 l'existence des mésons  $\pi$ , comme médiateurs des forces nucléaires. Cette prédiction fut vérifiée par la découverte de ces mésons dans les rayons cosmiques en 1947 et a marqué la naissance d'une nouvelle discipline de la physique fondamentale, l'étude des interactions fortes.

Avec la mise en service des grands accélérateurs après les années cinquante, on a découvert un grand nombre de particules à interactions fortes<sup>1</sup>. On en connaît aujourd'hui presque une centaine, de sorte que la question de savoir quelles sont *les particules élémentaires* commençait à ne plus avoir beaucoup de sens. Le *modèle des quarks*, considéré d'abord comme un modèle mathématique de classification, fut proposé justement pour mettre de l'ordre dans ce chaos. Toutes ces particules étaient supposées être des états liés d'un petit nombre de constituants élémentaires que Murray Gell-Mann a appelé *quarks*<sup>2</sup>.

Nous n'allons pas présenter ici tous les détails de l'évolution historique de cette idée, mais aujourd'hui « l'existence » physique des quarks en tant que constituants des particules à interactions fortes ne fait plus de doute. Elle est établie par plusieurs expériences qui observent la présence *des grains durs* à l'intérieur des hadrons, l'analogue à plus haute énergie de l'expérience de Rutherford qui, en 1911, découvrit les noyaux à l'intérieur des atomes. Le tableau 6.1 donne quelques exemples de la composition des hadrons à partir des quarks.

Dans le tableau des particules élémentaires 8.3 de l'Appendice I, nous voyons que nous connaissons aujourd'hui six espèces de quarks, les  $u$ ,  $d$ ,  $c$ ,  $s$ ,  $t$  et  $b$ . Le tableau 5.1 montre que leurs masses s'étendent sur plusieurs ordres de grandeur, de 2,3 MeV pour le quark  $u$ , le plus léger, à 173 000 MeV pour le  $t$ , le plus lourd. Le quark  $t$  est la particule élémentaire la plus massive connue aujourd'hui.

Avec l'arrivée des quarks, le problème des interactions fortes a changé de nature : il s'agissait désormais de trouver la forme de l'interaction, non pas entre les nucléons, mais à un niveau plus fondamental, celui des quarks. Les forces nucléaires seraient dérivées de cette interaction fondamentale tout comme les

<sup>1</sup>On les a appelées *hadrons* dans l'Appendice I.

<sup>2</sup>Le mot vient d'un vers obscur d'un poème inclus dans *Finnegans Wake*, de James Joyce.

DES QUARKS AUX HADRONS						
Hadrons	Proton	Neutron	Méson $\pi^+$	Méson $\pi^-$	Méson $\pi^0$	$\Lambda^0$
Quarks	$uud$	$udd$	$u\bar{d}$	$\bar{u}d$	$\bar{u}u$ et $\bar{d}d$	$uds$

**TABLEAU 6.1.** Exemples de composition de hadrons à partir de quarks. Les baryons sont des états liés de trois quarks et les mésons de paires quark-antiquark. Nous montrons aussi un exemple d'un baryon, appelé  $\Lambda^0$ , à la composition duquel participe un quark de la deuxième famille, le quark  $s$  (« étrange », en anglais "strange").

forces entre atomes et molécules, dites *forces de van der Waals*<sup>3</sup>, sont dérivées des forces électromagnétiques. Or, les expériences ont vite montré que les forces entre les quarks présentent plusieurs propriétés bizarres :

1. Elles sont très faibles à très courtes distances, mais augmentent avec la distance. Aujourd'hui nous disposons de mesures qui couvrent presque quatre ordres de grandeur, de  $10^{-15}$  m, la taille typique d'un nucléon, à  $10^{-19}$  m, le pouvoir de résolution du LHC. Dans la section suivante nous montrons cette variation et nous la comparons avec les prédictions théoriques.
2. Les quarks n'apparaissent pas comme particules libres. Malgré les efforts expérimentaux, nous n'arrivons pas « à casser » un hadron et à libérer les quarks qui se trouvent à l'intérieur. Nous appelons cette propriété *confinement*. Les quarks semblent être confinés en permanence à l'intérieur des hadrons.
3. Si nous comparons la masse du proton ( $\sim 938,3$  MeV), avec la somme des masses de ses constituants ( $\sim 9,6$  MeV), nous trouvons un facteur de l'ordre de 100. Donc, l'essentiel de la masse du proton n'est pas dû aux masses des quarks qui le forment. Ce qui est encore plus surprenant est que l'état lié, le proton, est beaucoup *plus lourd* que la somme des masses de ses constituants. Il est à remarquer que, d'habitude, c'est l'inverse : par exemple, la masse du deutéron, qui est un état lié d'un proton et d'un neutron, est égale à  $\sim 1875,6$  MeV, donc elle est *plus petite* que la somme des masses d'un proton ( $\sim 938,3$  MeV), et d'un neutron ( $\sim 939,6$  MeV). Bien sûr, cette différence, appelée *énergie de liaison*, explique la stabilité du deutéron. Mais alors, qui empêche le proton de se désintégrer en trois quarks ?

À première vue, une théorie des interactions fortes qui tient compte de tous ces résultats expérimentaux doit avoir des propriétés miraculeuses. Et pourtant,

<sup>3</sup>Johannes Diderik van der Waals, physicien néerlandais, 1837-1923, prix Nobel 1910.

ce miracle se produit ! Il existe une théorie, et une seule, qui semble répondre aux trois questions ci-dessus. Sans entrer dans les détails techniques, nous allons essayer de l'obtenir en suivant ces propriétés.

1. En fait, la variation de l'intensité de l'interaction en fonction de la distance est une propriété générale de toutes les théories quantiques des champs. Ce qui est bizarre avec les interactions entre quarks est que cette dépendance semble être contre-intuitive. On s'attend à ce que l'intensité *diminue* avec la distance et tende vers zéro à distance infinie. Or, c'est le contraire que les expériences nous montrent pour les interactions fortes au niveau des quarks. En utilisant les techniques de la théorie quantique des champs, nous pouvons étudier cette dépendance et, effectivement, nous trouvons que pratiquement toutes les théories ont le comportement intuitif : négligeables à très grandes distances, elles deviennent de plus en plus fortes lorsque la distance diminue. Toutes, à une exception près : les théories de Yang-Mills dans la phase symétrique ont le comportement inverse. Lorsque nous calculons la force effective  $F_{\text{eff}}$  produite par une telle interaction en fonction de la distance  $R$ , nous trouvons que la fonction  $F_{\text{eff}}(R)$  est une fonction *croissante* de  $R$  et tend vers zéro à très *courtes* distances. Nous appelons cette propriété *liberté asymptotique* et nous pouvons énoncer le théorème : *seules les théories de Yang-Mills dans la phase symétrique sont asymptotiquement libres*.
2. Le théorème de la liberté asymptotique nous indique que, afin de satisfaire à la première propriété des interactions fortes, nous devons supposer que les forces entre quarks sont produites par une interaction invariante de jauge avec plusieurs transformations indépendantes comme les théories étudiées par Yang et Mills<sup>4</sup>. De plus, nous devons supposer que la théorie se trouve dans la phase symétrique. En effet, nous pouvons démontrer que la liberté asymptotique se perd dans la phase avec brisure spontanée de symétrie. Mais cela crée un nouveau problème : dans la phase symétrique les bosons de jauge sont de masse nulle et les interactions de longue portée. Un tel résultat semble être en contradiction avec la courte portée des forces nucléaires qui sont censées être dérivées de l'interaction entre les quarks.
3. La réponse à cette question nous amène à la deuxième propriété à laquelle les forces entre les quarks doivent satisfaire, celle du confinement. On peut la visualiser de la façon suivante : prenons l'exemple de l'atome d'hydrogène. C'est un état lié d'un proton et d'un électron. La force de liaison

---

<sup>4</sup>La condition d'avoir une théorie de Yang-Mills est essentielle. Nous pouvons démontrer que l'électrodynamique quantique, qui, comme nous l'avons signalé plus haut, est aussi une théorie de jauge mais avec un seul médiateur, le photon, n'est pas asymptotiquement libre.



**FIGURE 6.2.** Les forces de liaison. Dans la figure de gauche, un proton et un électron sont liés par la force de Coulomb qui se comporte comme  $1/R^2$ . La liaison peut être brisée et l'atome ionisé. Dans la figure de droite, une paire quark-antiquark est liée par la force de QCD. Nous ne connaissons pas son comportement à grande distance. Mais, si elle ne décroît pas suffisamment vite, le quark et l'antiquark seront confinés. Dans (b) nous avons représenté cette liaison par un ressort. À courte distance, le ressort n'est pas tendu et la force est faible. À grande distance, la force augmente.

est l'attraction électrostatique. Si l'on soumet l'atome à un champ électrostatique externe, l'électron sera tiré d'un côté et le proton de l'autre (figure 6.2(a)). Si le champ externe est suffisamment intense, nous pouvons vaincre la force de liaison et séparer les deux constituants. On dit que l'atome est ainsi *ionisé*. Considérons maintenant l'exemple d'un méson  $\pi^0$  qui, comme nous voyons au tableau 6.1, est un état lié quark-antiquark. Ces particules ont des charges opposées, par conséquent, tout comme l'électron et le proton, ils seront tirés en sens inverse par un champ externe. L'expérience montre que nous n'arrivons pas à les séparer, indépendamment de l'intensité du champ externe. C'est la propriété du confinement (figure 6.2(b)). Sous une forme plus générale, elle postule que toutes les « particules élémentaires » d'une théorie de Yang-Mills, à savoir les quarks, les antiquarks et les bosons de jauge qui transmettent l'interaction, sont confinées à l'intérieur des hadrons. Nous ne pouvons donc pas les observer en tant que particules libres.

Nous avons des raisons de croire que toutes les théories de Yang-Mills possèdent cette propriété de confinement, mais nous n'avons pas encore de preuve rigoureuse<sup>5</sup>. Ces raisons sont de deux sortes. Revenons d'abord à la figure 6.2. Si nous regardons de plus près, nous voyons que la possibilité d'ioniser l'atome est une conséquence du comportement de la force  $F_{ef}(R)$  en fonction de la distance. L'énergie nécessaire pour vaincre la force de liaison est donnée par le travail que la force va fournir afin de séparer l'électron du proton très loin l'un de l'autre. En formule mathématique, ce travail est égal à l'intégrale  $\int F_{\text{eff}}(R)dR$ . La force de Coulomb décroît comme  $1/R^2$  et l'intégrale converge. Si, pour la liaison quark-antiquark, la force  $F_{\text{eff}}(R)$  qui lie la paire quark-antiquark ne décroît pas à grande

<sup>5</sup>La démonstration rigoureuse de cette propriété constitue un des *sept problèmes de Mathématiques du XXI<sup>e</sup> siècle*, proclamés en 2000 par le Clay Mathematical Institute et dotés chacun d'un Prix d'un million de dollars.



**FIGURE 6.3.** David Gross (1941-, prix Nobel 2004), David Politzer (1949-, prix Nobel 2004) et Frank Wilczek (1951-, prix Nobel 2004).

distance, il nous faudra une quantité d'énergie infinie pour séparer la paire. La figure 6.2(b) montre une vue d'artiste de ce phénomène. Malheureusement, nous ne pouvons calculer cette fonction que lorsque  $R$  est petit. Dans cette région,  $F_{\text{eff}}(R)$  est une fonction croissante de  $R$ , mais nous ne savons pas si ce comportement persiste à grand  $R$ . La deuxième raison vient de simulations numériques qu'on effectue en approximant l'espace par les points d'un réseau discret. Nous pouvons démontrer le confinement sur le réseau mais nous n'arrivons pas à contrôler le passage à la limite lorsque la maille du réseau tend vers zéro pour revenir à l'espace continu.

Comme nous l'avons fait pour la théorie des interactions électrofaibles, il nous reste à déterminer le nombre et la nature des transformations qui laissent les équations de la théorie invariantes. Nous allons essayer le choix le plus « naturel » et nous allons vérifier ce choix *a posteriori*, en comparant ses prédictions avec les résultats expérimentaux.

Considérons le tableau des quarks. Nous connaissons six espèces, les  $u$ ,  $d$ ,  $c$ ,  $s$ ,  $t$  et  $b$ . Leurs masses sont données au tableau 5.1. Dans l'Appendice I, il est remarqué que chaque quark existe sous trois formes différentes, appelées « couleurs ». Par conséquent, il est plus correct d'écrire les quarks comme  $u_i$ ,  $d_i$ , etc., avec un indice  $i$  qui prend trois valeurs, 1, 2, ou 3. Il est commode de les grouper sous forme d'un tableau avec trois lignes et six colonnes :

$$\begin{array}{cccccc}
 u_1 & d_1 & c_1 & s_1 & t_1 & b_1 \\
 u_2 & d_2 & c_2 & s_2 & t_2 & b_2 \\
 u_3 & d_3 & c_3 & s_3 & t_3 & b_3
 \end{array} \tag{6.1}$$

En regardant ce tableau, nous voyons qu'il admet deux ensembles « naturels » de transformations : (i) celles qui mélangent les colonnes et laissent les lignes invariantes et (ii) celles qui font le contraire, mélangent les lignes et ne touchent pas aux colonnes. Les premières ne peuvent pas former une symétrie exacte, parce que nous avons vu que les masses des quarks changent beaucoup d'une colonne à l'autre. Par conséquent, nous allons essayer les secondes. Ce sont des transformations qui mélangent les trois lignes du tableau 6.1. Nous sommes tentés de conclure qu'elles s'appliquent au système des coordonnées d'un espace à trois dimensions. Cependant, il y a une complication : dans cet espace, les coordonnées sont les fonctions d'onde de trois quarks. Or, ces fonctions d'onde sont complexes et nous devons considérer les transformations dans un espace tridimensionnel complexe. Le comptage est relativement facile à faire, mais nous pouvons aussi nous référer aux résultats présentés dans l'Appendice II sur les nombres de transformations dans la classification de Cartan. Nous avons trois lignes et nous avons neuf transformations indépendantes qui se séparent en  $8 + 1$ . Nous allons supposer qu'elles correspondent toutes à des symétries exactes de la théorie. Regardons séparément les huit premières et la neuvième.

Cette dernière est une transformation qui agit sur chaque quark. D'après le théorème de Noether, elle donne un nombre quantique conservé que nous pouvons identifier au nombre des quarks (moins le nombre d'anti-quarks), qui doit rester conservé dans une réaction. En tenant compte du fait que les quarks sont confinés à l'intérieur des hadrons, ce nombre quantique conservé correspond au nombre baryonique que nous avons introduit dans l'Appendice I. Avec les réserves que nous avons déjà exprimées, les expériences actuelles montrent qu'il s'agit bien d'une loi de conservation exacte. Peut-on conclure que c'est une symétrie de jauge comme celle associée à la conservation de la charge électrique ? La réponse est non, parce que dans le tableau des particules élémentaires il n'y a aucune particule de masse nulle, l'analogue du photon, pour ce nombre quantique. Par conséquent, cette symétrie doit être une symétrie globale qui ne génère pas une interaction.

Les huit transformations restantes forment la symétrie de jauge des interactions fortes. Nous avons huit bosons de jauge de masse nulle qui sont les huit « gluons » du tableau 8.3. Tout comme les quarks, ils sont confinés à l'intérieur des hadrons. Cette propriété de confinement explique pourquoi les forces nucléaires ne sont pas de longue portée, malgré la masse nulle des gluons. La portée des forces nucléaires est limitée par la distance caractéristique du confinement qui, d'après les expériences, est de l'ordre de 1 fermi, ou  $10^{-15}$  m.

La connaissance de la loi de symétrie détermine la dynamique de l'interaction entre les quarks. Par analogie avec la théorie de l'électrodynamique

quantique, nous avons appelé cette théorie *chromodynamique quantique*<sup>6</sup>. C'est une théorie de Yang-Mills asymptotiquement libre. À la section suivante, nous montrons l'évolution de l'intensité de l'interaction en fonction de la distance et nous comparons avec les résultats expérimentaux (voir figure 6.5). Nous constatons que l'interaction devient très forte à des distances de l'ordre de 1 fermi, en accord avec la portée des forces nucléaires.

Une dernière remarque avant de clore cette section. Nous venons de voir que la chromodynamique quantique contient une distance caractéristique qui est de l'ordre de 1 fermi. Dans notre système d'unités dans lequel  $\hbar = c = 1$ , cette distance correspond à une énergie de l'ordre de 200 MeV, bien supérieure aux masses des quarks légers  $u$  et  $d$  qui forment les nucléons. Nous pensons que cette échelle d'énergie détermine une transition de phase qui est à l'origine de la masse des nucléons, le proton et le neutron, lesquels, comme on l'avait signalé ci-dessus, sont beaucoup plus lourds que leurs constituants, les quarks  $u$  et  $d$ . Nous n'avons pas de démonstration rigoureuse de ce phénomène, mais un ensemble d'indications indirectes, de nature aussi bien phénoménologique que numérique.

## 6.4 La théorie standard et l'expérience

Dans les sections précédentes, nous avons développé un schéma théorique pour décrire les interactions faibles, électromagnétiques et fortes. L'élément essentiel est l'invariance par des transformations locales, que nous avons appelées *transformations de jauge*. Il y a douze transformations indépendantes, quatre pour la théorie électrofaible et huit pour la chromodynamique quantique. Par conséquent, nous avons douze bosons qui transmettent ces interactions. La symétrie est partiellement brisée spontanément par le mécanisme de Brout-Englert-Higgs et trois parmi ces bosons deviennent massifs. Il s'agit de  $W^\pm$  et de  $Z^0$ . Les neuf autres, le photon et les huit gluons, restent de masse nulle.

Cette théorie a révolutionné nos idées sur la physique des interactions fondamentales. On dit souvent, et c'est vrai dans la plupart des cas, que les progrès en physique se font lorsque le résultat d'une expérience vient contredire les théories établies. Alors les physiciens se trouvent obligés d'abandonner leurs anciennes conceptions et d'en formuler des nouvelles. Cette fois-ci pourtant il n'en fut pas ainsi. Aucun désaccord n'existait avec l'expérience. Les nouvelles théories de jauge qui ont introduit la géométrie dans les théories physiques furent inventées et étudiées à cause de leur caractère esthétique et de leur cohérence mathématique, pas pour des raisons expérimentales. La démonstration de

---

<sup>6</sup>Du grec,  $\chi\rho\acute{o}\mu\alpha$  qui signifie « couleur ».

cette cohérence fut obtenue par deux physiciens hollandais, Gerardus 't Hooft et Martinus J.G. Veltman, qui partagèrent le prix Nobel de 1999. Un fait remarquable est que la théorie était souvent en avance sur l'expérience et la confirmation des prédictions théoriques n'était pas toujours immédiate. Nous avons vu que, dans le cas de la particule de Brout-Englert-Higgs, cette confirmation a mis presque cinquante ans. Dans cette section, nous allons donner un aperçu rapide des grands succès théoriques qui ont consolidé un modèle que l'on a longtemps appelé *modèle standard* et qui l'ont promu au rang de *la théorie standard des interactions fondamentales*.

1. En 1967, lorsque la première formulation du modèle des interactions électrofaibles fut proposée, on ne connaissait que les phénomènes des interactions faibles dus aux échanges des bosons intermédiaires chargés. L'exemple typique est la désintégration du lepton  $\mu$ , ou celle du neutron :

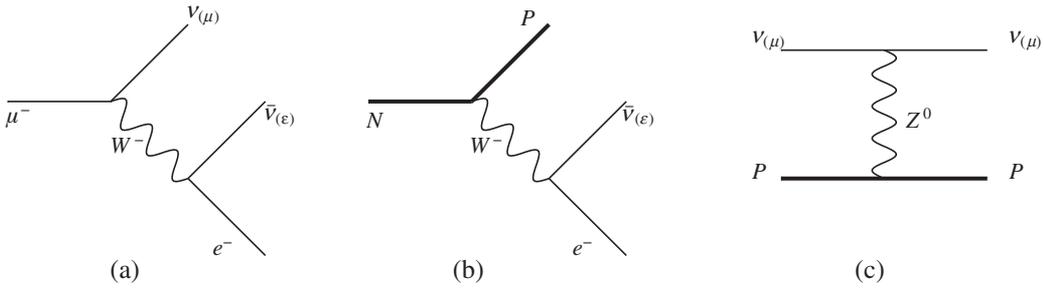
$$\mu^- \rightarrow \nu_{(\mu)} + e^- + \bar{\nu}_{(e)} \quad ; \quad n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_{(e)} \quad (6.2)$$

où les symboles pour les particules sont ceux utilisés dans l'Appendice I. Dans le cadre d'une théorie de jauge, ces deux réactions sont représentées par l'échange d'un boson intermédiaire chargé  $W^-$ , voir figure 6.4(a) et (b). Les réactions produites par l'échange du boson intermédiaire neutre  $Z^0$  n'avaient pas encore été mises en évidence. Un exemple est donné par la diffusion élastique d'un neutrino sur un proton :

$$\nu_{(\mu)} + p \rightarrow \nu_{(\mu)} + p \quad (6.3)$$

représentée sur la figure 6.4(c). La difficulté d'observer une telle réaction vient du fait que les neutrinos, étant des particules neutres avec uniquement des interactions faibles, sont très difficiles à détecter. L'existence de ces réactions fut établie pour la première fois au CERN en 1972 donnant la première confirmation qu'avec les théories de jauge nous étions sur la bonne voie. La théorie donne des prédictions précises concernant leurs propriétés, en particulier, ces réactions font intervenir les chiralités gauches et droites dans une proportion bien définie. Ces propriétés ont été vérifiées par l'expérience.

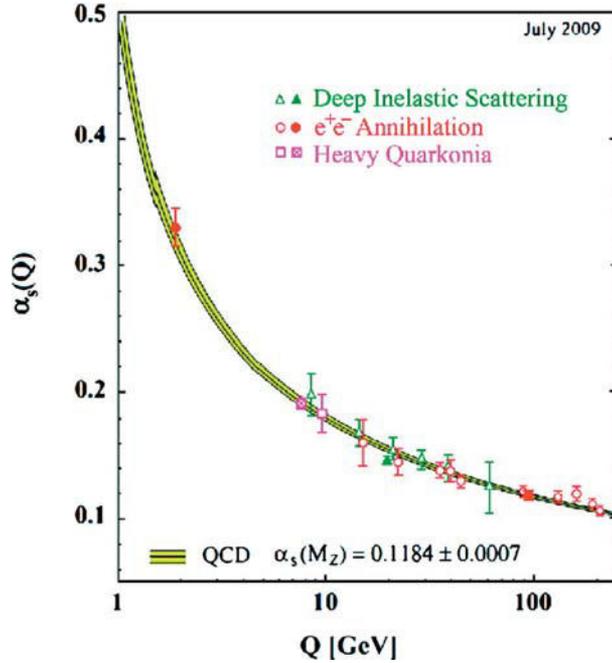
2. En 1967, les seuls quarks connus étaient les  $u$ ,  $d$  et  $s$ . En revanche, nous connaissions les quatre leptons des deux premières familles, à savoir l'électron ( $e^-$ ), son neutrino associé ( $\nu_{(e)}$ ), le muon ( $\mu^-$ ), ainsi que son neutrino ( $\nu_{(\mu)}$ ). En regardant le tableau 8.3 de l'Appendice I, nous voyons que la deuxième famille n'était pas complète. Il manquait le quark  $c$ . C'est la raison pour laquelle le premier modèle proposé par Weinberg s'appliquait



**FIGURE 6.4.** Trois réactions d'interaction faible : la désintégration du lepton  $\mu$  (a) ; celle du neutron (b) et la diffusion élastique de neutrinos sur un proton (c). Les deux premières sont produites par l'échange d'un boson  $W$  chargé, tandis que la troisième par celui du boson  $Z$  neutre.

uniquement aux leptons. L'extension aux hadrons a conduit à la prédiction de l'existence d'un quatrième quark, ce qui entraîne l'existence de nouveaux hadrons à la composition desquels participe ce quark. La découverte de ces hadrons, appelés « charmés », entre 1974 et 1976 fut le deuxième grand succès de cette théorie.

3. La prédiction la plus caractéristique des théories avec une invariance de jauge est l'existence des bosons de jauge qui transmettent les interactions. Comme nous l'avons indiqué, leur nombre et leurs propriétés sont déterminés par la théorie. Pour les interactions électrofaibles, la brisure spontanée de la symétrie détermine aussi leurs masses. Leur mise en évidence fut un grand défi pour les expérimentateurs, leurs masses les mettant hors de portée de tous les accélérateurs des années soixante-dix. Il a fallu développer une nouvelle forme de collisionneur, entre protons et anti-protons, pour pouvoir les produire et les identifier. Cette découverte, réalisée au CERN en 1983, a valu le prix Nobel de physique de 1984 à Carlo Rubbia, l'expérimentateur qui a proposé et soutenu le projet et Simon van der Meer, l'ingénieur qui a conçu et réalisé l'accélérateur. Plus tard, dans les années quatre-vingt-dix, les propriétés des bosons  $W$  et  $Z$  ont été étudiées en détail et toutes les prédictions théoriques ont été précisément vérifiées.
4. Nous remarquons dans l'Appendice I que la cohérence mathématique de la théorie électrofaible impose aux familles d'être complètes. Nous ne pouvons pas avoir un doublet de leptons sans avoir les quarks correspondants. Plus précisément, le théorème dit que la somme algébrique des charges électriques dans une famille (quarks + leptons) doit être égale à zéro. La démonstration est assez technique et nous ne la présenterons pas. Mais ce théorème conduit à des prédictions précises : la découverte d'un nouveau

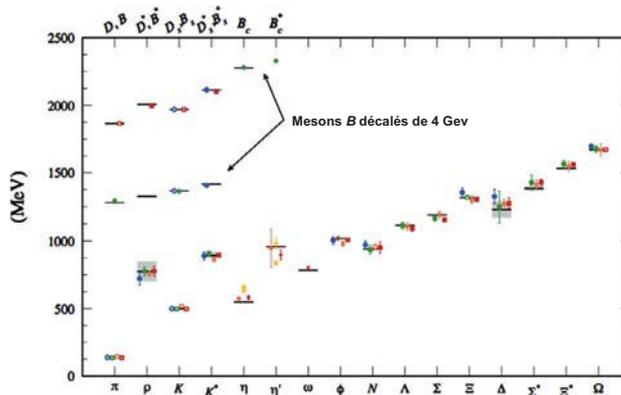


**FIGURE 6.5.** La variation de la constante effective qui caractérise les interactions fortes en fonction de l'échelle d'énergie. Nous rappelons que, dans notre système d'unités où  $\hbar = c = 1$ , l'énergie a la dimension [distance]<sup>-1</sup>. Dans ces unités, 1 fermi ( $10^{-13}$  cm) est égal à  $[200 \text{ MeV}]^{-1}$ . Les points avec les barres d'erreur représentent les mesures expérimentales, ou numériques. La largeur de la courbe montre les incertitudes théoriques. L'unité d'énergie est le GeV (giga-électron-volt). 1 GeV = 1000 MeV. © Siegfried Bethke, ArXiv 1210.0325.

lepton, le lepton  $\tau^-$  et son neutrino, au Centre de l'accélérateur linéaire de Stanford (SLAC), par Martin Lewis Perl<sup>7</sup> vers 1975, fut interprétée comme le début d'une nouvelle famille et, par conséquent, comme une prédiction pour l'existence de deux nouveaux quarks. En effet, le quark  $b$  fut découvert par Leon Lederman au FermiLab, près de Chicago en 1977 et le quark  $t$  un peu plus tard, d'abord, indirectement, au CERN et ensuite, directement, au FermiLab.

5. Le succès de la chromodynamique quantique est basé sur la propriété de liberté asymptotique qui prédit que l'intensité de l'interaction devient faible à courte distance. La figure 6.5 montre la prédiction théorique de cette variation en comparaison avec les résultats expérimentaux. L'accord est impressionnant.
6. D'après la chromodynamique quantique, les « particules élémentaires » qui participent aux interactions fortes sont les quarks et les gluons. Ces

<sup>7</sup>Prix Nobel de physique en 1995.



**FIGURE 6.6.** Le spectre des masses des hadrons légers calculé à l'aide des simulations numériques de la chromodynamique quantique sur réseau. Les masses des hadrons auxquels le quark  $b$  participe sont décalées de 4 GeV afin de pouvoir les montrer sur la même figure. La figure montre aussi les incertitudes expérimentales et théoriques. L'accord est impressionnant. © Andreas Kronfeld, ArXiv 1203.1204.

derniers sont les vecteurs de l'interaction. Par conséquent, tout comme les quarks, nous devons les retrouver à l'intérieur des hadrons. Ils sont plus difficiles à observer parce que les sondes que nous utilisons sont souvent électromagnétiques et les gluons sont électriquement neutres. Néanmoins, ils ont été mis en évidence au Centre de recherches DESY de Hambourg.

7. La courbe de la figure 6.5 montre qu'à des distances de l'ordre de quelques fermi (ou, approximativement, 1 GeV), l'interaction devient forte. C'est la région de la formation d'états liés que sont les hadrons, protons, neutrons, mésons, etc., que nous observons. Dans la section 6.3 nous avons indiqué qu'il s'agit d'un phénomène de transition de phase qui est à l'origine de la masse de ces hadrons. Nos capacités de calculs analytiques sont limitées au couplage faible et, afin d'étudier ces phénomènes, nous devons faire appel à des simulations numériques. La figure 6.6 illustre quelques résultats de telles simulations concernant les masses des premiers hadrons les plus légers. Encore une confirmation de la validité de la théorie standard.
8. Le dernier grand succès des prédictions théoriques est la découverte du boson de Brout-Englert-Higgs, prédit il y a un demi-siècle.

# 7

## Épilogue

Avec la découverte du boson de Brout-Englert-Higgs, le témoin de l'origine des masses, la théorie standard est complète. Toutes ses prédictions sont brillamment confirmées par l'expérience. Est-ce la fin de l'histoire ? Dans ce dernier chapitre, nous voulons essayer de convaincre le lecteur que la réponse est non et indiquer quelques voies possibles pour dépasser la théorie standard et aller vers une théorie plus riche et encore plus cohérente.

L'idée directrice est que la connaissance détaillée de la physique à une échelle d'énergie permet de deviner la présence possible d'une nouvelle physique à l'échelle d'énergie supérieure. Une métaphore : imaginons que des extraterrestres nous observent de loin avec des télescopes dont le pouvoir de résolution est limité à dix mètres. Ils peuvent bien voir sur Terre nos constructions et engins de toute sorte, bâtiments, ponts, trains, navires, avions etc., mais ils ne sont pas capables de nous voir et de nous étudier. Néanmoins, en se fondant sur leurs observations, ils peuvent facilement conclure à la présence d'êtres vivants sur cette planète et même deviner certaines de leurs propriétés : notre taille approximative (ces constructions ne sont pas l'œuvre de fourmis), le fait que nous vivons à l'air libre etc. Ils pourront donc penser que, s'ils arrivent à augmenter la puissance de leurs télescopes, ils pourraient faire une découverte, celle de nouveaux habitants de l'Univers.

En physique, nous nous sommes souvent trouvés dans des situations analogues. La connaissance de la portée des forces nucléaires a conduit Yukawa à la prédiction de l'existence du méson  $\pi$ . Les propriétés des interactions faibles nous ont suggéré l'existence d'une nouvelle classe de particules, les particules charmées. Nous avons de bonnes raisons de croire que l'étude détaillée de la théorie standard nous révélera de la même manière l'existence d'une nouvelle

physique qui pourrait être à la portée du LHC. Nous voulons présenter ici très brièvement certaines de ces raisons. Elles sont de deux sortes :

1. Nous avons déjà cité plusieurs questions auxquelles la théorie standard ne fournit aucune réponse. Elle n'explique pas pourquoi les particules de matière s'organisent en trois familles, ni pourquoi leurs masses sont réparties dans un domaine qui couvre au moins onze ordres de grandeur<sup>1</sup>. L'origine même des masses des neutrinos reste une énigme. Dans le même esprit, dans la théorie standard, la quantification de la charge électrique, c'est-à-dire le fait que les charges électriques de toutes les particules sont des multiples entiers d'une charge élémentaire, est une simple coïncidence<sup>2</sup>. Une théorie fondamentale devrait être en mesure de répondre à ce genre de questions.

La limitation la plus importante de la théorie standard est le fait qu'elle ignore les interactions gravitationnelles. Cela n'affecte pas son accord avec l'expérience parce que les effets de gravitation sont totalement négligeables dans les expériences de particules élémentaires. Néanmoins, cette omission montre que le modèle théorique n'est pas complet. Nous avons remarqué dans le chapitre 3 que les interactions gravitationnelles sont décrites au niveau classique par la relativité générale, qui est la théorie de jauge des symétries de l'espace-temps. Or, malgré tous les efforts et toute l'ingéniosité des théoriciens, nous n'avons pas réussi à incorporer cette théorie dans l'édifice de la théorie standard. En fait, nous sommes maintenant convaincus que la théorie quantique des champs n'est probablement pas le langage approprié pour décrire les effets quantiques de la gravitation. Les tentatives des trente dernières années abandonnent les concepts de particules ponctuelles et de champs locaux et introduisent ceux, plus généraux, d'objets étendus, cordes ou membranes. D'un point de vue théorique, cette approche a donné des modèles d'une grande richesse mathématique. Elle offre le seul cadre cohérent connu pour l'unification des deux grandes découvertes du début du vingtième siècle, la relativité générale et la mécanique quantique. En revanche, nous sommes encore loin d'obtenir des modèles suffisamment prédictifs pour pouvoir les comparer avec l'expérience.

2. On pourrait objecter que toutes ces limitations montrent bien que la théorie standard n'est pas *la théorie définitive* de toutes les interactions, une

---

<sup>1</sup>Nous rappelons que la masse du quark  $t$  est égale à 173 GeV (1 GeV =  $10^9$  eV) tandis que les masses des neutrinos sont plus petites que 1 eV.

<sup>2</sup>La neutralité macroscopique de la matière impose des limites très strictes sur une possible différence entre les valeurs absolues des charges électriques d'un proton et d'un électron. La limite expérimentale est donnée par  $|Q_p/Q_e| = 1 \pm \epsilon$  avec  $\epsilon < 10^{-20}$ .

conclusion qui, du point de vue épistémologique, n'est guère surprenante. Elles prédisent bien une nouvelle physique au-delà de la théorie standard, mais elles ne nous permettent pas d'en déterminer l'échelle. Or, une prédiction pour une nouvelle physique n'est vraiment intéressante que si nous savons au moins l'ordre de grandeur de l'énergie à laquelle cette nouvelle physique doit apparaître, en d'autres termes une prédiction doit être quantitative et pas seulement qualitative. Nous voulons montrer ici que la théorie standard est suffisamment précise pour permettre la formulation de telles prédictions quantitatives.

Revenons à la théorie standard exposée dans le chapitre 6. C'est une théorie invariante de jauge. Dans la phase de basse température, dans laquelle l'univers se trouve actuellement, la symétrie est partiellement brisée et les bosons de jauge  $W^\pm$  et  $Z^0$  qui transmettent les interactions faibles, ainsi que les fermions qui constituent la matière, sont massifs. Ils ont acquis leur masse par le mécanisme de Brout-Englert-Higgs (BEH). Dans la phase de haute température, la phase symétrique, toutes ces particules sont de masse nulle ; toutes sauf les quatre bosons BEH. Ce sont les seules particules qui n'obtiennent pas leur masse par le mécanisme BEH. La masse de ces bosons dans la phase symétrique est le seul paramètre dimensionnel de la théorie, celui qui détermine l'échelle des masses. Nous avons vu que, expérimentalement, cette échelle correspond à la masse du boson BEH qui est égale à 126 GeV.

La théorie contient certainement d'autres paramètres dimensionnés à des échelles plus élevées. Par exemple, les interactions gravitationnelles introduisent un tel paramètre par la constante de Newton, qui, exprimée en GeV, correspond à une échelle gigantesque de l'ordre de  $10^{19}$  GeV, appelée souvent *masse de Planck*  $M_{Pl}$ .

La présence simultanée de deux échelles avec une séparation tellement large n'est pas naturelle pour une théorie fondamentale. Elle implique l'introduction d'une constante sans dimensions, égale au rapport des deux échelles, qui est de l'ordre<sup>3</sup> de  $10^{-17}$ . On a du mal à croire qu'une théorie fondamentale contient des paramètres de cet ordre. Mais, en fait, la situation est plus grave : la théorie quantique des champs nous permet d'estimer les corrections à l'échelle BEH induites par la présence de l'échelle de Planck. Sans surprise, ces corrections sont proportionnelles à  $M_{Pl}^2$ . En d'autres termes, la théorie n'est pas capable de contenir de façon naturelle deux échelles de masse aussi distantes l'une de l'autre. Au fond,

---

<sup>3</sup>En fait, les paramètres qui entrent dans les équations de la théorie sont les masses des bosons au carré et, par conséquent, la constante sans dimensions est de l'ordre de  $10^{-34}$ .

le problème est d'ordre esthétique : nous n'admettons pas la présence de paramètres de l'ordre de  $10^{-34}$  dans les équations d'une théorie fondamentale. Mais l'expérience nous a montré que les considérations esthétiques sont souvent un bon guide pour déchiffrer les secrets de la Nature.

Y a-t-il une solution à ce problème ? La réponse est oui, et même plusieurs, mais elles impliquent toutes la présence d'une nouvelle physique à une échelle immédiatement supérieure à celle du BEH, donc de l'ordre de 1 000 GeV. Les détails de cette nouvelle physique dépendent fortement des hypothèses que nous sommes amenés à faire et ne sont pas connus avec précision. Nous nous trouvons à la place des extraterrestres qui nous observent de loin. Ils savent qu'il y a des habitants sur cette planète mais ils ne sont pas en mesure de deviner les détails de notre apparence. Ils ne savent pas si nous sommes quadrupèdes, bipèdes ou tripèdes. La nouvelle physique que nous prévoyons contient très probablement de nouvelles particules « élémentaires » avec des masses de l'ordre de 1 000 GeV, mais leur nature et leurs propriétés dépendent du modèle que nous considérons.

Un modèle qui a été étudié en détail postule l'existence d'une symétrie d'un type nouveau qui relie des fermions à des bosons. On l'appelle *super-symétrie* et elle a des propriétés mathématiques remarquables. On la retrouve aussi comme ingrédient essentiel des théories des cordes qui, comme nous l'avons signalé plus haut, essayent de formuler une théorie quantique cohérente de la gravitation. La supersymétrie prévoit l'existence d'une série de nouvelles particules qui seraient les partenaires de toutes les particules connues dans les transformations de supersymétrie.

Il y a des suggestions plus exotiques selon lesquelles à l'échelle de 1 000 GeV le nombre de dimensions de l'espace change et nous découvrons des dimensions cachées. Imaginons un cylindre de rayon  $r$  et de longueur  $l$  qui est beaucoup plus grand que  $r$ . Si nous le regardons avec une résolution spatiale inférieure à  $r$ , nous aurons l'impression de voir une ligne. En améliorant notre pouvoir de résolution, nous pouvons nous rendre compte qu'il s'agit, en fait, d'une surface bi-dimensionnelle.

Le LHC nous a déjà donné le boson de BEH. À l'heure actuelle, le collisionneur est arrêté pour permettre aux ingénieurs du CERN d'effectuer les travaux nécessaires pour doubler son énergie et améliorer ses performances. Il sera mis en service à nouveau en 2015. Bien sûr, le premier point dans son programme est la recherche de toutes les propriétés du boson que l'on vient de découvrir. La théorie nous en donne des prédictions très détaillées. Par exemple, ses interactions avec les quarks et les leptons doivent dépendre très fortement de leurs

masses, puisque c'est à travers ces interactions que ces particules acquièrent leurs masses. Tout cela doit être étudié avec précision, si nous voulons confirmer le mécanisme de Brout-Englert-Higgs. Mais en plus de ce programme déjà bien chargé, c'est la recherche d'une nouvelle physique qui fascine les physiciens. Les deux idées que nous avons mentionnées ci-dessus, la supersymétrie et les dimensions cachées, sont deux exemples parmi d'autres. La Nature pourrait nous réserver des surprises. Nous sommes raisonnablement confiants qu'une nouvelle physique nous attend à haute énergie et que le LHC sera en mesure de la dévoiler. Les grandes découvertes, qui semblent marquer la fin d'une histoire, marquent en fait le début d'une autre, encore plus extraordinaire !



# 8

## Appendice I : les particules élémentaires

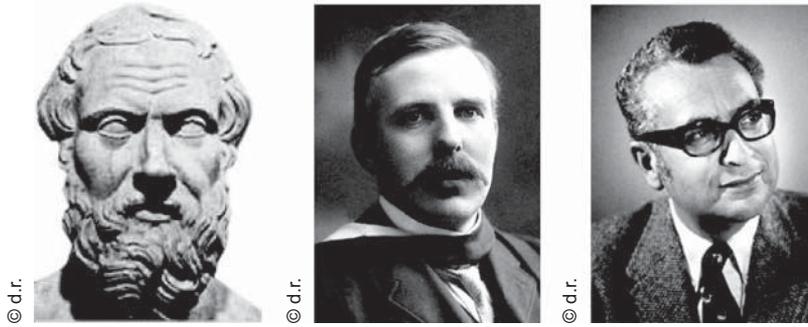
### 8.1 Introduction

Si nous divisons en deux une goutte d'eau, nous obtenons deux gouttes. Elles sont plus petites mais la substance est la même. Si nous répétons l'exercice et si nous divisons chacune en deux, nous en obtenons quatre. En continuant nous obtenons successivement huit, seize, etc. gouttelettes. Combien de fois peut-on continuer ? Peut-on envisager que ce processus va nous conduire à la plus petite goutte d'eau, *la goutte élémentaire*, ou, au contraire, est-ce un processus sans fin ? En d'autres termes, la structure de la matière est-elle continue ou discontinue ?

Il semble que c'est Démocrite d'Abdère, philosophe grec qui vécut vers la fin du <sup>v</sup>e siècle av. J.-C.<sup>1</sup>, qui donna le premier la bonne réponse : *discontinue* (figure 8.1). Même si nous ignorons les détails de son raisonnement, nous savons aujourd'hui que sa réponse est juste ; il existe bien une goutte d'eau élémentaire, on l'appelle *une molécule d'eau* et on connaît bien ses propriétés et sa composition chimique. Dans l'esprit de Démocrite, ces constituants élémentaires de la matière étaient insécables, il les appelait *les atomes*. Mais sur ce point, il n'avait

---

<sup>1</sup>Personnage presque légendaire, Démocrite naquit probablement à Abdère de Thrace vers 460 et mourut en 370 avant notre ère. Même s'il fut contemporain de Socrate, il est classé parmi les présocratiques. On ne connaît que quelques fragments de son œuvre qui, d'après les sources antiques, était immense. En revanche, nous avons un grand nombre d'histoires apocryphes qui lui sont attribuées. Avec son maître Leucippe, il est considéré comme l'inventeur du concept d'atome. Pour Démocrite, la matière se composerait d'atomes et du *vide*, qui remplit l'espace entre les atomes.



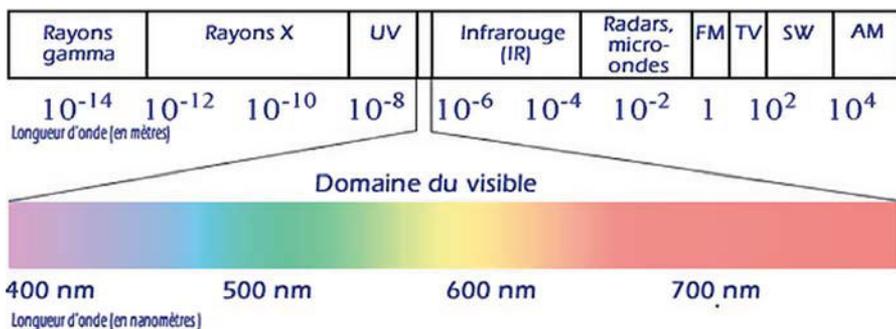
**FIGURE 8.1.** Les « pères » de la structure de la matière : Démocrite (460-370 av. J.-C.), l'inventeur du concept des atomes. Ernest Rutherford, 1<sup>er</sup> Baron Nelson (1871-1937, prix nobel de chimie, 1908) le premier modèle atomique. Murray Gell-Mann (1929-, prix Nobel 1969), les quarks.

MICROSCOPES	
L'œil nu	$10^{-4} - 10^{-5}$ m
Microscopes optiques	$10^{-7}$ m
Microscopes électroniques	$10^{-10}$ m
Rayons X	$10^{-11}$ m
Rayons $\alpha$	$10^{-13}$ m
Accélérateurs $\sim 100$ MeV	$10^{-14} - 10^{-15}$ m
Accélérateurs $\sim 10$ GeV	$10^{-16} - 10^{-17}$ m
LEP, Tevatron	$10^{-18}$ m
LHC	$10^{-19}$ m

**TABLEAU 8.1.** Le pouvoir de résolution des principaux microscopes.

raison qu'à moitié : on peut bien casser une molécule d'eau, mais les morceaux n'ont plus les propriétés de l'eau.

Aujourd'hui la question de la composition de la matière n'est plus une question philosophique, mais un domaine de recherche expérimentale très actif. Cette évolution fut possible grâce aux progrès techniques qui ont permis la conception et la construction des microscopes de plus en plus puissants. Le tableau 8.1 en donne les principaux. Quelques mots d'explication sur ce tableau : les pouvoirs de résolution indiqués sont approximatifs parce que, en



**FIGURE 8.2.** Le spectre du rayonnement électromagnétique. La partie de la lumière visible est agrandie. La figure montre aussi les applications courantes des ondes électromagnétiques en fonction de leur longueur d'onde.

fait, le tableau contient des instruments qui ne sont pas directement comparables. Le pouvoir de résolution de l'œil humain est limité par des facteurs physiologiques, celui des microscopes optiques par la longueur d'onde de la lumière visible, qui est de l'ordre de  $5 \times 10^{-7}$  m. Une première révolution est arrivée déjà en 1895 avec Wilhelm Röntgen, (1845-1923, premier prix Nobel de physique en 1901), qui a découvert les rayons X, d'une longueur d'onde de  $10^{-8}$  m et il a obtenu ses fameux clichés. La motivation n'était pas la résolution mais plutôt la pénétration. Avec les rayons X, nous pouvons « voir » les os et les organes intérieurs. Comme ces rayons ne sont pas dans le domaine de la lumière visible, ce n'est pas à l'œil qu'on voit l'image mais sur une plaque photographique. Aujourd'hui nous avons poussé la technique aux rayons X à une longueur d'onde inférieure à  $10^{-11}$  m pour l'étude de la structure microscopique de la matière, celle des matériaux, mais aussi des macro-molécules biologiques. La figure 8.2 nous montre le spectre du rayonnement électromagnétique. La séparation indiquée en rayons  $\gamma$ , rayons X, etc., est conventionnelle. Le domaine de la lumière visible s'étend sur une toute petite partie entre 400 et 750 nm.

Une deuxième révolution est due à Ernest Rutherford, 1<sup>er</sup> Baron Nelson, qui, en 1911, a eu l'idée d'utiliser des particules  $\alpha$ . En collaboration avec Hans Geiger et Ernest Marsden, il a étudié la diffusion des rayons  $\alpha$ , en fait, des noyaux d'hélium, sur une feuille d'or. Les résultats furent surprenants : la plupart des particules  $\alpha$  passaient à travers la feuille sans subir de déviation mais, de temps à autre, certaines étaient déviées à grand angle. Rutherford conclut de ce phénomène que l'espace occupé par les atomes est essentiellement vide, mais à l'intérieur il y a quelques grains durs. Il proposa une structure atomique classique selon le schéma bien connu du système solaire : un noyau massif avec une charge électrique positive au centre et des électrons, de masse très faible et de

charge négative, qui gravitent autour. Aujourd'hui nous savons que ce modèle est trop naïf : les électrons classiques en orbite autour du noyau perdraient très rapidement de l'énergie par rayonnement et tomberaient sur le noyau. C'est le Danois Niels Bohr qui le compléta en introduisant des règles de quantification qui donnèrent naissance à la mécanique quantique.

Rutherford, en introduisant avec son modèle le concept d'un noyau atomique, devint le fondateur de la physique nucléaire, mais aussi le père d'une nouvelle génération de « microscopes » qui utilisent des particules énergétiques pour sonder la structure de la matière. Le tableau présente l'évolution de cette méthode. Les microscopes les plus puissants sont, en fait, les accélérateurs de particules. La quantité naturelle pour caractériser leur puissance est l'énergie finale des particules accélérées. On l'exprime en électron-volts (eV), mais on utilise souvent les multiples de cette unité :  $1 \text{ MeV} = 10^6 \text{ eV}$  et  $1 \text{ GeV} = 10^9 \text{ eV}$ . Nous rappelons que dans le système d'unités que nous avons introduit, où  $c = \hbar = 1$ , l'énergie a les dimensions :  $[\text{énergie}] = [\text{Distance}]^{-1}$ . En substituant les valeurs numériques de  $c$  et  $\hbar$ , nous obtenons  $1 \text{ f} = 10^{-15} \text{ m} = [200 \text{ MeV}]^{-1}$ , voir la formule (1.1), ce qui nous permet de trouver une correspondance approximative entre l'énergie d'un accélérateur et son pouvoir de résolution spatial. Le tableau 8.1 nous montre que dans le courant du XX<sup>e</sup> siècle nous avons gagné un facteur d'un million en pouvoir de résolution. À l'aide de ces instruments, nous avons découvert successivement la suite :

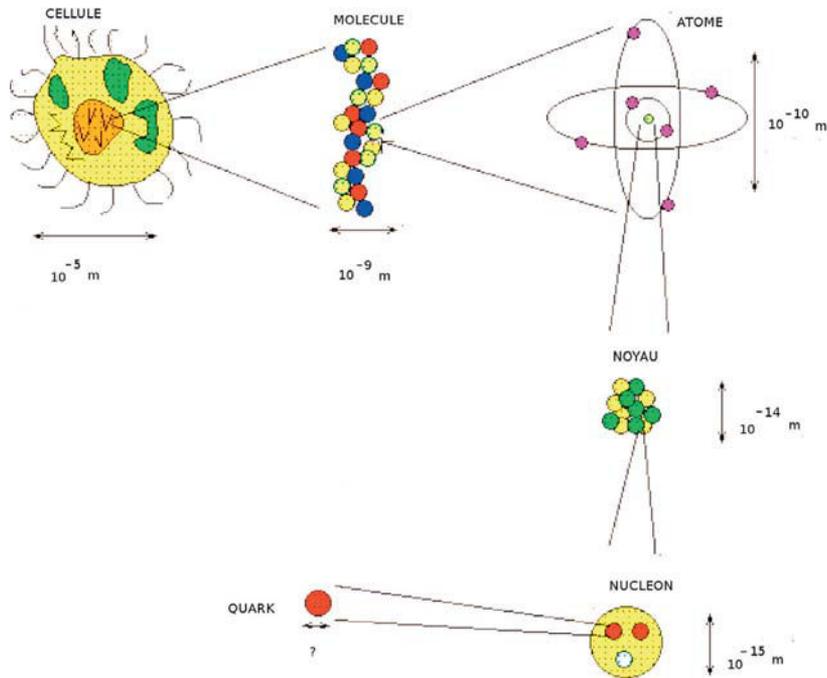
*molécules* → *atomes* → *noyaux + électrons* → *protons + neutrons + électrons* → *quarks + électrons* → ???

La figure 8.3 présente une « vue d'artiste » de ce processus vers l'infiniment petit.

Il n'y a aucune raison de penser que cette série se termine quelque part et, encore moins, que nous avons déjà atteint l'étape finale.

## 8.2 Les quatre interactions

La Nature présente autour de nous une incroyable diversité. La variété de formes, de structures, de couleurs et de propriétés qu'elle offre à nos sens semble infinie. Néanmoins, nous savons aujourd'hui que cela n'est qu'une apparence : la Nature est pléthorique en formes et en propriétés, mais elle est extrêmement économe en éléments de base et en forces fondamentales. Si, comme nous venons de voir, nos idées sur les constituants élémentaires de la matière ont beaucoup évolué au cours du XX<sup>e</sup> siècle, en revanche, celles sur les forces fondamentales sont restées remarquablement stables. À toutes les échelles de la



**FIGURE 8.3.** À la recherche de l'infiniment petit. Les dimensions indiquées, surtout pour les cellules et les macro-molécules biologiques, sont seulement indicatives parce que, en fait, ces dimensions varient beaucoup d'une cellule, ou d'une molécule, à l'autre. Pour les quarks, nous savons seulement qu'ils sont plus petits que  $\sim 10^{-18} - 10^{-19}$  m, le pouvoir de résolution du LHC.

matière, des particules microscopiques produites dans nos accélérateurs jusqu'aux amas de galaxies les plus lointains, et dans tous les degrés de complexité, de l'atome d'hydrogène le plus simple jusqu'aux macro-molécules biologiques les plus compliquées, tous doivent leur structure à quatre forces fondamentales. Par ordre d'intensité croissante, ce sont :

1. *Interactions gravitationnelles.* Elles sont connues de notre expérience quotidienne. Elles sont responsables de la chute des pommes du pommier, du mouvement des planètes autour du Soleil et de la structure de l'Univers. Néanmoins, à l'échelle du monde microscopique, leur intensité est négligeable, beaucoup plus faible que tout ce qu'on a pu mesurer jusqu'à aujourd'hui.
2. *Interactions faibles.* Responsables de désintégrations radioactives, elles sont indispensables aux processus de fusion qui sont à l'origine de l'énergie stellaire.

3. *Interactions électromagnétiques.* Aussi connues de la physique macroscopique. Elles sont répulsives entre particules portant une charge électrique de même signe et attractives dans le cas contraire. De grand rayon d'action, elles sont responsables de la structure des atomes et des molécules, ainsi que de la plupart des propriétés de la matière condensée.
4. *Interactions fortes.* Elles sont responsables de la cohésion de la matière nucléaire. Elles sont attractives entre les constituants des noyaux, les protons et les neutrons, plus fortes que la répulsion électrostatique entre les protons. Elles sont de courte portée, de l'ordre de 1 f (1 fermi= $10^{-15}$  m).

Une bonne partie de ce livre a été consacrée à la description théorique de ces interactions. D'un point de vue historique, c'est un processus qui a commencé il y a très longtemps, mais, sous sa forme moderne, la physique théorique des particules élémentaires a une date de naissance très précise : le 2 juin 1947, la conférence de Shelter Island. Les contributions les plus importantes annoncées à cette conférence n'étaient pas de grandes avancées théoriques, mais deux résultats expérimentaux. Willis Eugene Lamb (1913-2008, prix Nobel 1955), de l'université Columbia, a présenté la preuve expérimentale d'un déplacement entre les niveaux  $2^2S_{1/2}$  et  $2^2P_{1/2}$  de l'atome d'hydrogène et Isidor Isaac Rabi (1898-1988, prix Nobel 1944), aussi de l'université Columbia, la première mesure du moment magnétique « anormal » (voir plus loin) de l'électron. L'intérêt de ces résultats était dû au fait que, pour la première fois, ils étaient en contradiction avec la théorie de Dirac qui était « la Bible » de la physique théorique de l'époque. Ils ont forcé les théoriciens à élaborer une théorie plus générale et plus cohérente qui a révolutionné nos idées sur toute la physique fondamentale et a donné naissance à la théorie que nous décrivons dans ce livre.

Cette théorie s'appelle *théorie quantique des champs* et c'est la mécanique quantique d'un système qui a un très grand nombre, en fait, un nombre infini, de degrés de liberté. Des tentatives pour formuler une telle théorie remontent à la fin des années 1920 avec les travaux de plusieurs physiciens parmi lesquels nous trouvons Heisenberg, Pauli, Jordan, Dirac, Fermi, etc., mais, sous sa forme moderne, elle fut développée par Richard Phillips Feynman, Julian Seymour Schwinger et Sin Itiro Tomonaga en 1947 et complétée une année plus tard par Freeman John Dyson (figure 8.4). La première application porte le nom de *l'électrodynamique quantique* et décrit avec une grande précision l'interaction entre les électrons et le champ électromagnétique. Un exemple de l'accord entre cette théorie et l'expérience est donné par le *moment magnétique anormal*

de l'électron mesuré pour la première fois par Rabi<sup>2</sup>. Les mesures les plus récentes donnent

$$\begin{aligned} a_e(\text{exp}) &= 0,00115965218076(27) \\ a_e(\text{th}) &= 0,00115965218178(77) \end{aligned} \quad (8.1)$$

où nous avons aussi indiqué la prédiction théorique de l'électrodynamique quantique. Les chiffres entre parenthèses donnent les incertitudes aussi bien expérimentales que théoriques. L'accord est impressionnant. En fait, la précision de cette mesure, combinée avec les calculs théoriques, conduit aujourd'hui à la meilleure détermination de la valeur de la charge de l'électron.

Un fait marquant de l'électrodynamique quantique est qu'elle associe une particule au champ électromagnétique, le « quantum » du champ, qu'on appelle « photon »<sup>3</sup>. L'interaction entre particules chargées est décrite comme le résultat d'échange entre elles d'un, ou plusieurs, photons. On dit souvent que le photon est *le messenger* des interactions électromagnétiques, une notion qui, comme on l'a vu au chapitre 4, se généralise à toutes les interactions. Par analogie, nous allons appeler les messagers de toutes les interactions *quanta de rayonnement*.

### 8.3 Quelques notions de base

Avant de présenter le tableau des particules élémentaires, nous voulons introduire, sous la forme d'un dictionnaire, quelques notions qui nous seront utiles par la suite. Il s'agit de diverses propriétés que nous associons aux particules.

1. *Masse*. C'est le concept familier que l'on trouve en mécanique classique : sous l'influence d'une force  $\vec{F}$ , la particule acquiert une accélération  $\vec{a}$

<sup>2</sup>Le moment magnétique est la quantité qui détermine l'interaction d'une particule avec un champ magnétique. Celui de l'électron, noté  $\mu_e$ , est souvent exprimé en unités d'un moment magnétique élémentaire, *le magnéton de Bohr*, donné par  $\mu_B = e\hbar/2m_e$ , où  $e$  est la charge et  $m_e$  la masse de l'électron. Le terme *anormal* a une origine purement historique. Avant le développement de l'électrodynamique quantique, les physiciens calculaient la valeur du moment magnétique de l'électron à l'aide de l'équation de Dirac, qui est la généralisation relativiste pour l'électron de l'équation de Schrödinger de la mécanique quantique. Or, l'équation de Dirac prédit une valeur pour le rapport  $g_e = \mu_e/\mu_B$ , appelé *rapport gyromagnétique*, égale à 2. Les expériences de l'époque, qui n'étaient pas très précises, étaient compatibles avec cette valeur et fournissaient un des succès de la théorie de Dirac. Donc, une valeur différente de 2, comme celle mesurée pour la première fois par Rabi, fut considérée au début comme « anormale ». Bien sûr nous savons aujourd'hui qu'il n'y a rien d'anormal dans cette valeur, mais le terme est resté et les résultats sont toujours présentés pour la quantité  $a_e = (g_e - 2)/2$ .

<sup>3</sup>Le concept de photon en tant que médiateur des forces électromagnétiques existait déjà, mais c'est dans le cadre de l'électrodynamique quantique que ce concept prend une signification précise.



**FIGURE 8.4.** Les fondateurs de l'électrodynamique quantique « moderne » : Richard Philips Feynman (1918-1988, prix Nobel 1965), Julian Seymour Schwinger (1918-1994, prix Nobel 1965) et Sin Itiro Tomonaga (1906-1979, prix Nobel 1965).

donnée par la formule de Newton  $\vec{F} = m\vec{a}$ . Une première abstraction vient de la relativité restreinte qui nous enseigne que la valeur de la masse de la formule de Newton dépend de la vitesse de la particule et elle est donnée par  $m = m_0 / \sqrt{1 - v^2/c^2}$ , où  $m_0$  est la masse de la particule dans le repère où elle se trouve au repos et  $c$  est la vitesse de la lumière. C'est la masse  $m$  et non pas la masse au repos  $m_0$  que nous devons utiliser dans la formule d'Einstein qui donne l'équivalent en énergie  $E = mc^2$ . Il en résulte qu'une particule massive ne peut jamais atteindre la vitesse de la lumière, car, dans ce cas, l'énergie  $E$  deviendrait infinie. D'un autre côté, nous pouvons imaginer des particules avec une « masse au repos » égale à zéro qui, néanmoins, ont une énergie non nulle, parce que leur vitesse est toujours égale à la vitesse de la lumière. De telles particules existent dans la Nature et l'exemple le plus connu est le photon, le quantum associé au champ électromagnétique.

Une vieille idée théorique veut que les particules acquièrent leur masse, au moins en partie, à travers leurs interactions. Déjà à la fin du XIX<sup>e</sup> siècle, Lorentz essayait de calculer « la self-énergie » de l'électron, c'est-à-dire l'énergie de l'électron due à l'interaction avec son propre champ électromagnétique. Comme le potentiel électrostatique à un point situé à une distance  $r$  d'une charge ponctuelle est proportionnel à  $1/r$ , cette énergie, calculée à la position  $r = 0$  de la particule, est, en fait, infinie. Ce problème a hanté la physique théorique durant toute la première moitié du XX<sup>e</sup> siècle et c'est seulement à l'aide de la théorie quantique des champs que nous avons compris que la question est, en fait, mal posée. Dans l'exemple de l'électron, nous ne pouvons mesurer que sa masse physique et non point celle qu'il aurait eue en l'absence de son propre champ. Néanmoins, la

question, reformulée de façon plus précise, reste pertinente et les physiciens ont longtemps essayé, sans succès, d'attribuer la petite différence de masse entre le proton et le neutron aux interactions électromagnétiques.

2. *Les nombres quantiques.* Ce concept généralise celui de la charge électrique, concept connu de la physique classique. Nous connaissons des particules qui portent une charge électrique positive, négative, ou nulle. Nous savons aussi que la charge électrique est une quantité conservée : lors d'une réaction, la somme algébrique des charges à l'état initial égale celle de l'état final. La conservation de la charge entraîne la stabilité absolue de l'électron qui est la plus légère des particules chargées. L'expérience nous révèle une propriété remarquable : toutes les charges électriques observées sont des multiples entiers d'une charge élémentaire. Par exemple, nous n'avons jamais observé une particule de charge égale à  $\sqrt{2}$  fois la charge de l'électron. Nous n'avons pas d'explication convaincante à cette constatation et nous pensons que cette lacune montre que nos idées théoriques sont encore incomplètes.

L'expérience nous montre qu'il existe d'autres quantités, qui semblent être conservées, analogues à la charge électrique. On les appelle « nombres quantiques » et, tout comme la charge électrique, ils prennent des valeurs discrètes. L'exemple le plus connu est le « nombre baryonique »<sup>4</sup> qui est égal à 1 pour les protons et les neutrons, les constituants des noyaux<sup>5</sup>, et à 0 pour les électrons. L'étude des réactions nucléaires nous a montré que, si les protons et les neutrons peuvent se transformer les uns en les autres, leur nombre absolu reste constant ; nous n'avons jamais observé des nucléons qui naissent ou qui disparaissent spontanément. Si le nombre baryonique est conservé, le proton, qui est le plus léger des baryons, doit être une particule stable et cela expliquerait la grande stabilité de la matière nucléaire. D'un autre côté, si, cette conservation est exacte, on comprend mal la création des baryons après le big bang. Pour cette raison, les physiciens pensent que le nombre baryonique n'est conservé qu'approximativement et un grand effort expérimental est consacré à la mise en évidence d'une éventuelle désintégration du proton.

Une dernière remarque sur les nombres quantiques : la mécanique quantique relativiste prévoit, et l'expérience confirme, qu'à chaque particule correspond une *anti-particule*, qui a la même masse que la particule, mais elle porte l'opposé de tous les nombres quantiques que nous avons introduits. Ainsi à l'électron correspond *le positron* qui a une charge électrique

---

<sup>4</sup>Du grec βαρύς qui signifie « lourd ».

<sup>5</sup>On les appelle souvent *des nucléons*.

positive<sup>6</sup>, au proton *l'anti-proton*, avec charge électrique et nombre baryonique négatifs, au neutron *l'anti-neutron* qui, tout comme le neutron, a une charge électrique nulle mais a un nombre baryonique égal à  $-1$ , etc. Il existe des particules, comme le photon, qui n'ont ni charge électrique ni autre nombre quantique différent de zéro et, par conséquent, rien ne permet de les distinguer de leurs anti-particules. Les « anti-photons » sont identiques aux photons.

3. *Spin*. En mécanique classique, ce terme caractérise le mouvement d'une toupie en rotation et c'est un cas particulier du concept du *moment cinétique*. En mécanique quantique, nous définissons le spin d'une particule comme son moment cinétique intrinsèque, mais il faut abandonner l'image d'une toupie en rotation, qui n'a pas de sens pour une particule ponctuelle. Comme nombre de quantités en mécanique quantique, le spin ne peut prendre que des valeurs discrètes, qui, dans des unités appropriées, sont des nombres entiers, ou demi-entiers. Les particules avec spin entier (0, 1, 2...) s'appellent *bosons*, en l'honneur du physicien indien Satyendra Nath Bose, et celles de spin demi-entier (1/2, 3/2...) *fermions*, en l'honneur du physicien italien Enrico Fermi<sup>7</sup>. Le photon, le boson de Higgs (comme son nom l'indique), etc. sont des exemples de bosons et l'électron, le proton, le neutron, etc., des exemples de fermions.

Dans l'espace à trois dimensions, il existe une profonde différence dans le comportement de ces deux classes de particules. Considérons deux particules identiques, l'une située au point  $\vec{x}$  et l'autre au point  $\vec{y}$ . Dans l'encadré 3.4.2 nous avons expliqué qu'en Mécanique Quantique l'état d'un système physique est décrit par une fonction à valeurs complexes que nous avons appelée « fonction d'onde ». Nous avons aussi expliqué que la phase de cette fonction d'onde n'a pas de signification physique. Il en résulte que

---

<sup>6</sup>L'existence de l'anti-particule de l'électron fut prédite par Dirac en 1927 comme conséquence de l'équation de mécanique quantique relativiste qui porte son nom. Cette prédiction fut brillamment confirmée en 1932 par Carl David Anderson (1905-1991, prix Nobel 1936), qui découvrit le positron dans le rayonnement cosmique.

<sup>7</sup>Une précision : ce résultat, ainsi que tous ceux exposés dans ce livre, se réfère à des particules considérées dans l'espace ordinaire tri-dimensionnel. Cette précision est nécessaire parce que les propriétés d'un système physique dépendent souvent du nombre de dimensions de l'espace dans lequel il se trouve. En particulier, la notion du spin, ainsi que la distinction entre fermions et bosons, n'est pas la même pour les systèmes sur une surface bi-dimensionnelle, ou sur une ligne à une dimension. Cela n'est pas difficile à comprendre. Nous venons de définir le spin comme un moment cinétique, il est donc lié aux propriétés des rotations dans l'espace. Or, ces propriétés changent avec le nombre de dimensions. En dimension trois, nous avons trois rotations indépendantes possibles. Sur un plan, il n'en reste qu'une seule. Et sur une ligne, la notion même de rotation n'a plus de sens.

l'état des ces deux particules identiques est décrit par une fonction d'onde  $\Psi(\vec{x}, \vec{y}, t)$  définie à une phase près. Imaginons maintenant que nous échangeons la place des deux particules et nous amenons la première au point  $\vec{y}$  et la seconde au point  $\vec{x}$ . Puisque les particules sont supposées être identiques, nous nous attendons à ce que le nouveau système soit décrit par la même fonction d'onde, à une phase près :

$$\Psi(\vec{x}, \vec{y}, t) = C\Psi(\vec{y}, \vec{x}, t) \quad (8.2)$$

où  $C$  est un nombre complexe dont le module est égal à 1. Si nous refaisons cette opération, nous ramenons le système à son état initial, mais la fonction d'onde est multipliée par  $C^2$  :

$$\Psi(\vec{x}, \vec{y}, t) = C\Psi(\vec{y}, \vec{x}, t) = C^2\Psi(\vec{x}, \vec{y}, t) \quad (8.3)$$

Nous concluons que  $C^2 = 1$  et, par conséquent,  $C = \pm 1$ . La fonction d'onde des deux particules identiques est soit *symétrique*, soit *anti-symétrique* dans l'échange des deux. Or, un théorème profond de la théorie quantique des champs prédit, et l'expérience confirme, que, sous cet échange, la fonction est *symétrique*  $\Psi(\vec{x}, \vec{y}, t) = \Psi(\vec{y}, \vec{x}, t)$  si les particules sont des bosons et *anti-symétrique*  $\Psi(\vec{x}, \vec{y}, t) = -\Psi(\vec{y}, \vec{x}, t)$  si elles sont des fermions. En particulier pour les fermions, la fonction d'onde doit s'annuler si  $\vec{x} = \vec{y}$ , deux fermions ne peuvent pas occuper la même place<sup>8</sup>. Cette différence, qui semble purement technique, est à l'origine de la répartition des électrons dans les niveaux d'énergie des atomes et, en conséquence, de toute la structure de la matière. Prenons, par exemple, un atome à  $N$  électrons. À cause du principe de Pauli, ils ne peuvent pas se trouver tous dans le même état et ils sont obligés à se répartir en couches d'autant plus nombreuses que  $N$  est grand. C'est l'explication du système périodique. En revanche, pour les bosons, il n'y a pas de principe d'exclusion et rien n'empêche un nombre arbitrairement grand de bosons de s'accumuler dans le même état quantique. On appelle ce phénomène *condensation de Bose-Einstein* et nous nous attendons à le trouver à basse température, lorsque l'agitation thermique est faible. De nombreux phénomènes, avec d'importantes applications technologiques, résultent de cette propriété de symétrie des bosons (le laser, mais aussi la supraconductivité, la superfluidité, etc.). Dans le chapitre 5, nous avons indiqué que la transition de

<sup>8</sup>Cette propriété fut postulée pour la première fois par W. Pauli pour les électrons et s'appelle *principe d'exclusion de Pauli*. Pour être précis, elle s'applique à l'échange complet de deux particules, aussi bien leur position dans l'espace que les autres variables qui caractérisent leur état, comme, les orientations de leur spin.

phase électrofaible qui est à l'origine de la création des masses de particules élémentaires et qui est le sujet de ce livre, est due, justement, au caractère bosonique de la particule de Brout-Englert-Higgs.

4. *Leptons, hadrons*. Dans la section précédente, nous avons introduit les quatre interactions fondamentales entre les particules élémentaires. L'expérience nous montre que certaines particules ne sont pas soumises à toutes ces interactions. En particulier, des fermions comme l'électron sont insensibles aux interactions fortes et on les appelle *leptons*<sup>9</sup>. D'autres, comme les constituants de noyaux, les protons et les neutrons, y sont sensibles et on les appelle *hadrons*<sup>10</sup>. De même que nous avons introduit un nombre baryonique, de même nous pouvons introduire un nombre quantique leptonique. Il est égal à zéro pour les hadrons et égal à un pour les leptons. Ainsi, l'électron a un nombre leptonique égal à 1 et son antiparticule, le positron, égal à  $-1$ .

## 8.4 La saga du neutrino

Le neutrino est certainement la plus évasive et, probablement, la plus fascinante, des particules élémentaires. Son histoire est un chapitre extraordinaire et très instructif de l'histoire de la physique. Elle est intimement liée à tous les développements du  $XX^e$  siècle, elle fait intervenir des expériences remarquables et des idées théoriques brillantes, mais aussi elle illustre de façon exemplaire la démarche scientifique. Nous ne présenterons ici qu'une version très abrégée.

L'histoire commence avec la découverte de la désintégration  $\beta$  par Henri Becquerel<sup>11</sup> en 1896 et l'identification des particules émises comme étant des électrons en 1902. Aujourd'hui nous savons qu'il s'agit de la désintégration du neutron qui produit un proton, un électron et un anti-neutrino. La même réaction, pour un neutron lié à un noyau, apparaît comme un noyau qui se désintègre en un deuxième noyau, un électron et un anti-neutrino :



Pour les physiciens des deux premières décennies du  $XX^e$  siècle, cette réaction n'a cessé de leur poser problème.

(i) Ils ne connaissaient ni le neutron ni le neutrino et, en plus, ce dernier, avec les moyens de l'époque, était indétectable. Donc ils voyaient uniquement



<sup>9</sup>Du grec  $\lambda\epsilon\pi\tau\acute{o}\varsigma$ , qui signifie « fin ».

<sup>10</sup>Du grec  $\alpha\delta\rho\acute{o}\varsigma$  qui signifie « fort ».

<sup>11</sup>Antoine Henri Becquerel, 1852-1908, prix Nobel 1903.

(ii) Comme ils ne pouvaient pas imaginer qu'un électron puisse sortir d'un noyau sans y être déjà dedans (la théorie quantique des champs pour les électrons, qui prévoit la création de particules par l'interaction, fut formulée par Fermi en 1933), ils avaient un modèle nucléaire selon lequel les noyaux étaient composés de protons et d'électrons.

Mais les problèmes les plus sérieux commencèrent avec l'étude du spectre des électrons émis. Commençons par un petit exercice cinématique : soit une particule  $A$  qui se désintègre en deux autres,  $B$  et  $C$  :  $A \rightarrow B + C$ . L'énergie  $E$  d'une particule de masse  $m$  et d'impulsion  $\vec{p}$  est donnée par  $E = \sqrt{m^2 + |\vec{p}|^2}$ . Dans le système au repos de la particule  $A$ , la conservation de l'impulsion donne  $\vec{p}_B + \vec{p}_C = 0$ . La conservation de l'énergie donne  $m_A = E_B + E_C$ . Il s'en suit que

$$E_B = \frac{m_A^2 + m_B^2 - m_C^2}{2m_A} ; E_C = \frac{m_A^2 + m_C^2 - m_B^2}{2m_A} \quad (8.6)$$

En d'autres termes, la cinématique fixe l'énergie de chacune des particules produites. Ce raisonnement, appliqué à la réaction (8.5) qui était supposée décrire la désintégration  $\beta$ , signifie que les électrons émis *devraient être mono-énergétiques*.

En effet, les premières expériences, entre 1906 et 1914, n'étaient pas en contradiction avec ce résultat. Les mesures les plus détaillées étaient faites à Berlin par Otto Hahn (1879-1968, prix Nobel de chimie en 1944) et Lise Meitner<sup>12</sup> dans lesquelles l'énergie des électrons était estimée par leur pouvoir de pénétration. Le manque de précision leur permit d'interpréter les résultats comme une série de raies mono-énergétiques et d'attribuer l'absence d'une raie unique aux impuretés de la substance radioactive.

La situation changea en 1914 grâce à James Chadwick, ancien élève de Rutherford à Manchester. L'expérience fut réalisée aussi à Berlin, où Chadwick était allé collaborer avec Geiger, ancien assistant de Rutherford. Chadwick employa un champ magnétique pour mesurer la vitesse des électrons et un système de compteurs pour leur détection. Le résultat fut sans appel : pas de raie unique. Il montrait plutôt un spectre continu<sup>13</sup> avec des électrons dont l'énergie était

<sup>12</sup>Une « grande dame » de la physique nucléaire (1878-1968). Née à Vienne, élève de Boltzmann, elle rejoignit Max Planck à Berlin en 1907 et joua un rôle de premier plan avec Otto Hahn dans les expériences sur la radioactivité. L'histoire dit qu'ils travaillaient dans le local d'un ancien atelier parce que le règlement de l'université de Berlin, en vigueur jusqu'en 1909, interdisait aux femmes l'accès au laboratoire principal. Elle quitta Berlin en 1938, juste à temps pour échapper aux persécutions des juifs et se réfugia en Suède.

<sup>13</sup>Cette expérience a plusieurs côtés fascinants. D'abord le résultat qui, comme nous venons de le dire, remettait en cause toutes les idées reçues. Ensuite la méthode expérimentale utilisée. Finalement, l'absence de contact (et encore moins de collaboration), entre l'équipe de Hahn (chimiste) et celle de Geiger (physicien), d'autant plus surprenante que les deux avaient travaillé avec Rutherford. Mais la suite est aussi surprenante : c'est ainsi que Chadwick se trouvait en

comprise entre zéro et quelques MeV. Ce résultat est en contradiction flagrante avec le calcul simple que nous venons d'indiquer à partir de la conservation de l'énergie et de l'impulsion. Ce fut la première *crise de l'énergie*.

Le résultat fut confirmé en 1916, mais, à part cela, rien de remarquable jusqu'au début des années vingt. Il y avait eu une guerre entre temps. Les années suivantes furent celles d'une grande confusion. Plusieurs expériences dans lesquelles nous trouvons le nom du jeune Ellis. Nous en reparlerons tout de suite. Hahn et Meitner effectuèrent une nouvelle série de mesures, tout en insistant sur leur point de vue d'électrons mono-énergétiques. Ils proposèrent un schéma théorique très astucieux qui était en gros le suivant : la désintégration produit des électrons avec une énergie bien déterminée d'après la formule (8.6). Mais, souvenons-nous, les électrons sont censés être des constituants des noyaux. Donc, un électron est éjecté de l'intérieur du noyau avec une énergie « primaire » donnée par (8.6), mais il en perd une partie par rediffusion avant de sortir du noyau. D'où le spectre continu. Apparemment imparable ! D'autres explications du même genre furent aussi proposées.

À ce point arrive Ellis qui, de retour en Angleterre à la fin de la guerre, étudia la physique à Cambridge et rejoignit l'équipe de Rutherford à Cavendish. Il publia quelques travaux sur les spectres nucléaires, qui montrent déjà une grande maîtrise des techniques expérimentales, mais son chef d'œuvre est une méthode révolutionnaire pour résoudre par l'expérience la controverse sur les désintégrations  $\beta$ .

Comment peut-on mesurer l'énergie primaire d'un électron si on n'a accès qu'à son énergie finale ? Ellis et William Alfred Wooster<sup>14</sup> trouvèrent la réponse. En passant, ils établirent aussi une nouvelle technique expérimentale, *la calorimétrie*.<sup>15</sup> Leur raisonnement était le suivant : les expériences montrent que les électrons de la désintégration  $\beta$  ont un spectre d'énergie continu, entre zéro et une énergie maximum  $E_{\max}$ , mais nous ne savons pas s'il s'agit de l'énergie

---

Allemagne quand la guerre éclata et fut arrêté et interné au camp de Ruhleben pendant toute la durée de la guerre. Le côté extraordinaire est que Chadwick trouva les moyens de continuer ses expériences au camp, de correspondre avec Rutherford et de recevoir des revues scientifiques et même des visites des collègues allemands, comme Geiger ou Otto Frisch. Au camp, il rencontra Charles Drummond Ellis, un élève-officier britannique qui, se trouvant en vacances en Allemagne, avait aussi été interné à Ruhleben. Apparemment, l'enthousiasme de Chadwick pour la science était tel que Ellis, de quatre ans son cadet, décida d'abandonner ses plans pour une carrière militaire et de se consacrer à la physique. Nous aurons l'occasion de parler de ses travaux bientôt.

<sup>14</sup>Étudiant à Cambridge (1903-1984), Wooster poursuivit une carrière scientifique en cristallographie.

<sup>15</sup>Les calorimètres sont aujourd'hui des composantes essentielles de tous les détecteurs modernes. L'identification du boson de BEH au CERN est basée, en grande partie, sur les données des calorimètres électromagnétiques.

« primaire », ou de celle que nous observons après rediffusion. Prenons une substance radioactive, nous pouvons mesurer le nombre  $N$  de désintégrations pendant un temps  $T$ . Si nous arrivons à mesurer *toute* l'énergie  $E_{\text{tot}}$  dégagée pendant ce temps, nous avons la réponse sans avoir besoin de connaître le parcours de chaque électron. Parce que, si Hahn et Meitner ont raison, nous devons trouver  $E_{\text{tot}} = NE_{\text{max}}$ , tandis que, si Chadwick a raison et les électrons primaires sont émis avec un spectre d'énergie continu, ce sera  $E_{\text{tot}} = NE_{\text{moy}}$ , où  $E_{\text{moy}}$  est la *valeur moyenne* de l'énergie. Donc, ce qu'il nous faut est un calorimètre, pas un spectromètre.

Ellis et Wooster mirent deux ans à construire et à faire fonctionner leur calorimètre. L'augmentation de température mesurée fut de l'ordre de  $10^{-3}$  °C et l'énergie totale déposée était bien proportionnelle à l'énergie moyenne, de l'ordre de 0,34 MeV, bien loin de l'énergie maximale. Ce résultat mit fin à toute tentative d'expliquer le spectre par des effets secondaires. L'année 1927 fut celle de la deuxième et de la plus grave *crise de l'énergie*.

Quelle fut la réaction de la communauté à cette nouvelle mesure ? D'abord Lise Meitner, qui déclara avoir ressenti « un grand choc ». En bonne expérimentatrice, elle répéta l'expérience et confirma le résultat. Dans son article de 1929, elle se réfère bien à celui de Ellis et Wooster mais elle ne propose aucune explication. Comprendre la signification de ce résultat était maintenant du ressort des théoriciens.

Niels Bohr, déjà en 1924, en collaboration avec le Hollandais Hendrik Anton Kramers et l'Américain John Clarke Slater, proposa une théorie dans laquelle toutes les lois de conservation, y compris celle de l'énergie, étaient valables « en moyenne » et non pas dans chaque processus individuellement. C'étaient les premières années de la physique quantique et Bohr était prêt à tout remettre en cause. Le problème était qu'il n'avait aucune théorie convaincante à proposer. Einstein s'aventura aussi dans cette voie, mais il y renonça vite. Pauli était très critique de toutes ces tentatives. La crise de l'énergie était le problème principal, mais, en fait, il y en avait d'autres qui ajoutaient à la confusion. Les premières mesures du spin de certains noyaux donnaient des résultats qui semblaient violer la conservation du moment cinétique. Le principe d'exclusion de Pauli, qui expliquait bien les spectres atomiques, échouait en physique nucléaire. Niels Bohr, dans une Conférence à Londres en 1930 (la conférence « Faraday ») a bien résumé tous les problèmes de la physique nucléaire. Aujourd'hui nous savons qu'une grande partie était due au modèle nucléaire qui supposait que les noyaux étaient des états liés des protons et des électrons, mais les physiciens de l'époque n'avaient aucune raison de le contester.

Nous arrivons ainsi à décembre 1930. Une conférence était programmée à Tübingen pour débattre de tous les problèmes liés à la radioactivité. Pauli était

invité mais décida de ne pas y aller. Il envoya une lettre, datée du 4 décembre et rédigée sur un ton léger, dans laquelle il lançait une idée parmi les plus spéculatives, mais aussi les plus profondes. Pauli commençait la lettre par « Chers Dames et Messieurs radioactifs ». Il continuait en déclarant regretter de ne pas pouvoir participer à la conférence parce que sa présence à un bal organisé par l'Association des étudiants italiens à Zurich était indispensable ! Au milieu de ces plaisanteries, Pauli écrivait : « ...J'ai trouvé un moyen désespéré de résoudre le problème de la statistique... ainsi que celui du spectre continu de la désintégration  $\beta$ . À savoir, la possibilité de l'existence à l'intérieur des noyaux de particules neutres de spin  $1/2$ ...Le spectre continu pourrait alors s'expliquer par l'hypothèse qu'une de ces particules soit émise avec l'électron dans la désintégration...Votre humble serviteur, W. Pauli. »

Pauli appelle cette nouvelle particule *neutron*, mais les propriétés qu'il lui attribue, en particulier sa masse<sup>16</sup>, ne sont pas celles du futur neutron. Il est à remarquer aussi que Pauli ne remet pas en question l'hypothèse de base de l'époque, selon laquelle tout ce qui sort d'un noyau se trouve déjà dedans.

Pauli n'a jamais publié cette suggestion. Il l'avait probablement soumise à son ami Heisenberg parce que ce dernier se réfère à « tes neutrons » dans une lettre datée du 1<sup>er</sup> décembre. Il l'a annoncée à plusieurs conférences et en juin 1931 l'idée de cette nouvelle particule a fait la « Une » du *New York Times*.

En janvier 1932, Chadwick découvrit une nouvelle particule qu'il appela aussi « neutron », on avait alors deux particules avec le même nom. Fermi inventa le nom « neutrino », *i.e.* « petit neutron », en italien. La même année, Heisenberg proposa la théorie du spin isotopique que nous avons exposée au chapitre 3. La physique nucléaire prit la forme que nous connaissons, avec le proton et le neutron, celui de Chadwick, comme constituants des noyaux. L'année suivante, Fermi arriva à la synthèse générale avec la théorie de la désintégration  $\beta$  écrite dans le formalisme de la théorie quantique des champs. C'est le travail qui consacra l'idée de création et d'annihilation de particules par les interactions. L'électron et le neutrino « ne sortent pas » de noyaux, ils sont créés au moment de la désintégration.

Même si la controverse sur la violation des lois de conservation continua pour quelque temps encore<sup>17</sup>, l'année 1933 marque effectivement la fin du premier acte de la Saga du neutrino. Comme nous l'avons remarqué, c'est un exemple parfait du processus scientifique :

Il y a un nouveau phénomène et les physiciens lancent des recherches expérimentales qui, au début, donnent des résultats contradictoires.

<sup>16</sup>Pauli estime que la masse de la nouvelle particule doit être plus petite qu'un centième de la masse du proton.

<sup>17</sup>Nous trouvons des interventions de Bohr et même de Dirac jusqu'en 1936.

Des techniques nouvelles sont inventées pour obtenir des données fiables.

Dans la mesure du possible, on essaie d'interpréter les résultats dans le cadre des théories existantes.

Lorsque cela s'avère impossible, on explore toutes les nouvelles voies, même les plus spéculatives.

À la fin une idée nouvelle, à la fois simple et élégante, s'impose. L'existence du neutrino cessa très vite d'être un sujet de controverse. Dans la théorie de Fermi, le neutrino est une « particule » comme toutes les autres.

C'est la fin du premier acte, mais pas la fin de l'histoire. Le neutrino réserva bien des surprises tout au long du  $XX^e$  siècle. Nous n'allons pas raconter toute l'histoire, nous donnerons seulement les étapes les plus importantes.

1. 1956 : Première observation du neutrino. Frederick Reines et Clyde Lorrain Cowan<sup>18</sup>, travaillant auprès du réacteur nucléaire de Los Alamos, mirent en évidence une réaction produite par un (anti-)neutrino. En effet, le neutrino, qui n'a ni interactions fortes ni interactions électromagnétiques, interagit très faiblement avec la matière. Pour un neutrino avec une énergie de quelques MeV, la probabilité d'avoir une interaction avec un noyau est extrêmement petite. D'où la difficulté de l'observer. Les réacteurs nucléaires produisent un très grand nombre de noyaux instables, produits par la fission, qui, par désintégration, donnent des neutrinos. Reines et Cowan réussirent à détecter l'inverse de la réaction (8.4) :  $\bar{\nu} + N_1 \rightarrow N_2 + e^+$  avec détection en coïncidence du recul du noyau  $N_2$  et du positron par annihilation.
2. 1957 : Maurice Goldhaber mesura la polarisation d'un neutrino produit par désintégration  $\beta$ . Il s'agit d'un tour de force incroyable : mesurer la polarisation d'une particule qu'on ne voit pas ! Une des plus belles expériences de l'histoire des particules élémentaires.
3. 1962 : Deuxième neutrino. Avec l'arrivée des grands accélérateurs, une nouvelle source de neutrinos devint possible. Il s'agit des neutrinos produits lors d'une désintégration des mésons  $\pi$ , les particules prédites par Yukawa. Ils se désintègrent principalement selon le mode :  $\pi \rightarrow \mu + \nu$ , où  $\mu$  est un nouveau lepton, analogue à l'électron, mais beaucoup plus lourd (voir la dernière section de cet Appendice). La question se posa alors de savoir si ces neutrinos étaient les mêmes que ceux produits dans la désintégration  $\beta$ . En 1962, Leon Max Lederman, Melvin Schwartz et Jack Steinberger, en utilisant le premier faisceau de neutrinos construit à l'accélérateur de Brookhaven, montrèrent que la réponse était négative : il y

<sup>18</sup>Clyde Lorrain Cowan Jr, né en 1919, est mort en 1974. Pour la première détection du neutrino, son collaborateur Frederick Reines reçut le prix Nobel en 1995.



**FIGURE 8.5.** La saga du neutrino : James Chadwick (1891-1974, prix Nobel 1935), Wolfgang Pauli (1900-1958, prix Nobel, 1945) et Enrico Fermi (1901-1954, prix Nobel 1938).

avait bien deux espèces de neutrinos distinctes<sup>19</sup>. Plus tard nous découvrîmes qu'il y en avait aussi une troisième. Nous les montrons dans le tableau des particules à la fin de cet Appendice. Nous avons introduit la notation  $\nu_{(e)}$ ,  $\nu_{(\mu)}$  et  $\nu_{(\tau)}$  pour les désigner.

4. 1972 : Courants neutres. À la section 6.4, nous avons expliqué l'importance de réactions de diffusion élastique des neutrinos, qui portent le nom de « réactions de courants neutres ». Elles furent observées par la collaboration « Gargamelle » au CERN, en 1972.
5. 1998 : Première observation par l'expérience « Super-Kamiokande », au Japon, d'un phénomène étrange qui porte le nom d'*oscillations des neutrinos*<sup>20</sup>. Nous venons de dire que nous connaissons trois espèces de neutrinos. Or, l'expérience montra qu'un neutrino créé dans une de ces espèces, a une certaine probabilité non nulle de se manifester plus tard comme appartenant à une autre espèce, en d'autres termes les neutrinos pendant leur propagation peuvent changer d'espèce. La première observation concernait les neutrinos solaires mais le phénomène fut confirmé pour des neutrinos de toute provenance. Une belle manifestation des lois fondamentales de la mécanique quantique.

## 8.5 Le tableau des particules élémentaires

### 8.5.1 Les particules élémentaires en 1932 : tout est simple

Avant de présenter le tableau des « particules élémentaires » connue aujourd'hui, nous commençons par celle, beaucoup plus simple, de 1932. La date n'est

<sup>19</sup>Pour cette découverte, Lederman, Schwartz et Steinberger partagèrent le prix Nobel en 1988.

<sup>20</sup>Pour cette observation, Raymond Davis Jr. et Masatoshi Koshiba reçurent le prix Nobel en 2002.

TABLEAU DES PARTICULES ÉLÉMENTAIRES	
QUANTA DE RAYONNEMENT	
Photon ( $\gamma$ )	
PARTICULES DE MATIÈRE	
Leptons	Hadrons
$\nu_e$ , $e^-$	p , n

**TABLEAU 8.2.** Tableau des particules élémentaires en 1932.

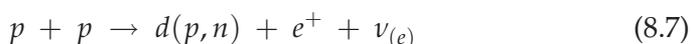
pas choisie par hasard. 1932, l'année de la découverte du neutron, marque le début de la physique des particules élémentaires, l'année où nos idées sur la structure de la matière commencent à prendre leur forme actuelle.

En 1932, on connaissait un seul « quantum de rayonnement », le photon, le quantum associé au champ électromagnétique. En ce qui concerne les constituants de la matière, on connaissait bien sûr les électrons et on venait de compléter le doublet des nucléons par la découverte du neutron. Une année auparavant, Wolfgang Pauli avait postulé l'existence du neutrino afin de rendre compte du spectre des électrons émis lors d'une désintégration  $\beta$ .

Cela complète la présentation du tableau des particules élémentaires de 1932. En la regardant encore une fois, nous pouvons dégager les remarques suivantes :

1. Toutes les particules de matière ont un spin égal à  $1/2$ . Le spin du photon est égal à 1.
2. La somme algébrique des charges électriques de toutes les particules est égale à zéro. Cette propriété apparaît ici comme une coïncidence mais nous avons indiqué à la section 6.4 qu'elle est importante.
3. Chacune des particules élémentaires du tableau 8.2 a un rôle important et bien compris dans la structure de la matière. Cela est évident pour le proton, le neutron et l'électron, qui sont les constituants des atomes et des molécules. Il est aussi évident pour le photon qui transmet les forces électromagnétiques permettant la formation des atomes. Mais c'est aussi vrai pour le neutrino dont le rôle n'est pas évident au niveau classique. En effet, le neutrino intervient dans la désintégration du neutron et, par

conséquent, il rend instables les noyaux où les neutrons seraient en grand excès. D'autre part, cette même réaction est à l'origine de l'évolution de la matière à l'intérieur des étoiles et la création de l'énergie stellaire. Le cycle des réactions nucléaires à l'intérieur des étoiles, comme le Soleil, commence par la fusion de deux noyaux d'hydrogène, c'est-à-dire deux protons, pour donner un noyau de deutérium qui est un état lié d'un proton et d'un neutron.



Par ailleurs, la grande transparence de la matière au rayonnement des neutrinos fait de celui-ci essentiellement le seul moyen dont dispose une étoile très dense pour perdre de l'énergie et se refroidir. De cette façon, les neutrinos interviennent dans la structure de notre Univers.

## 8.5.2 Les particules élémentaires aujourd'hui

Le désordre s'installe

Cette image simple, avec un nombre restreint de particules élémentaires, n'a pas duré longtemps. En 1937, une nouvelle particule a été découverte dans les rayons cosmiques qui, après quelques péripéties, s'avéra être un nouveau lepton appelé *muon* ( $\mu$ ). Plus tard, en 1962, il a été établi que le muon est accompagné de son propre neutrino et porte un nouveau nombre quantique. Afin de distinguer les neutrinos entre eux, nous mettons en indice le lepton chargé auquel ils sont associés. Ainsi nous écrivons  $\nu_{(e)}$ ,  $\nu_{(\mu)}$ , etc. À l'exception de la masse du  $\mu$ , qui est 200 fois plus lourde que l'électron, le doublet  $(\nu_{(\mu)}, \mu)$  semble avoir les mêmes propriétés que le plus familier  $(\nu_{(e)}, e)$ . Rétrospectivement, la découverte du muon marque un tournant dans notre conception de la physique des particules élémentaires : c'est la première particule dont le rôle dans la structure de la matière reste toujours inconnu<sup>21</sup>.

Après la guerre, la prolifération des particules dites « élémentaires » s'est accélérée. En cherchant le quantum médiateur des forces nucléaires prédit en 1935 par Hideki Yukawa, les physiciens ont découvert une multitude de hadrons, dont le premier fut le *méson*<sup>22</sup>  $\pi$  découvert, aussi dans les rayons cosmiques, en 1947. Avec la mise en service des grands accélérateurs, cette course aux particules s'est amplifiée et, aujourd'hui, nous comptons plus d'une centaine de

<sup>21</sup>Il paraît que c'est I. Rabi qui, après la découverte du muon, posa la question : "Who ordered that?", i.e. « qui a commandé ça ? ».

<sup>22</sup>Du grec μέσον qui signifie milieu, moyen. En effet, les premiers mésons découverts avaient des masses intermédiaires entre celles des leptons et celles des nucléons.

hadrons dans le tableau des particules. Ce qui est plus important est que toutes les règles simples dégagées par l'étude du tableau 8.2 étaient violées : les nouveaux hadrons, avec des spins aussi bien entiers que demi-entiers, rendaient la distinction entre « particules de matière » et « quanta de rayonnement » impossible. Quand au rôle de chacune de ces particules dans la structure de la matière, les physiciens n'osaient même pas se poser la question. Le désordre total semblait bien installé.

### L'arrivée des quarks

Au début des années soixante, nous avons accumulé un nombre considérable de hadrons et leurs propriétés étaient suffisamment bien étudiées pour permettre aux théoriciens d'essayer de mettre de l'ordre dans ce chaos<sup>23</sup>. Notre expérience précédente nous avait enseigné que l'énorme variété d'atomes et de molécules qui nous entourent est engendrée par un petit nombre de constituants. Il était donc normal d'essayer d'interpréter tous les hadrons comme états liés de particules plus « élémentaires ». Il y a eu plusieurs tentatives dans cette direction, mais le modèle qui a été confirmé par l'expérience est celui proposé, indépendamment, par Murray Gell-Mann et George Zweig en 1964. Il postule que tous les hadrons sont formés à partir des constituants élémentaires de spin égal à  $1/2$ , les *quarks*<sup>24</sup>. En 1964, nous pensions qu'il existait trois sortes de quarks, mais aujourd'hui nous savons qu'il y en a six. Dans le tableau 8.3, nous les notons par  $(u, d, c, s, t, b)$ . Les baryons sont formés à partir de trois quarks et les mésons à partir d'une paire quark-antiquark. Puisqu'il faut trois quarks pour former un baryon, le nombre baryonique des quarks est égal à  $1/3$ . Par exemple, le proton est formé comme état lié de deux quarks  $u$  et un quark  $d$ . Le neutron comme un quark  $u$  et deux quarks  $d$ . Ces exemples montrent que la charge électrique des quarks  $u$  est égale à  $2/3$  et celle des quarks  $d$  à  $-1/3$ . Donc « la charge élémentaire » pour les hadrons est égale à  $1/3$  fois la charge de l'électron. De la même façon, les quatre autres quarks,  $c, s, t$ , et  $b$ , forment des hadrons que nous observons à l'aide de nos accélérateurs et qui sont instables. On peut en trouver la liste, ainsi que leurs propriétés, dans les tableaux des particules qui sont tenues à jour régulièrement. Nous n'en aurons pas besoin dans ce livre.

Une dernière remarque concernant le nombre des quarks : nous sommes, en fait, obligés de compliquer un peu ce schéma simple de six quarks, seuls

<sup>23</sup>En 1957, dans un article de revue sur les particules élémentaires, Murray Gell-Mann et Edward P. Rosenbaum écrivaient : « ... À présent, notre niveau de compréhension ressemble à celui de Mendeleïev qui avait découvert l'existence de certaines régularités dans les propriétés des éléments. Ce que nous recherchons est la compréhension obtenue par Pauli, qui, avec le principe d'exclusion, a montré l'origine de ces régularités... »

<sup>24</sup>Le nom donné par Gell-Mann. Zweig les avait appelés « *aces* ».

constituants de tous les hadrons. Nous venons de remarquer que les quarks ont un spin égal à  $1/2$ , ce sont donc des fermions. Or, nous avons noté à la section 8.3 que les fermions identiques ont une propriété étrange d'anti-symétrie dans l'échange de deux d'entre eux. Considérons l'exemple simple d'un hadron (découvert dans les années cinquante), appelé  $N^{*++}$ , qui a un spin égal à  $3/2$  et une charge électrique égale à 2. Il doit être un état lié de trois quarks  $u$  et sa fonction d'onde doit être totalement antisymétrique par rapport à n'importe quelle paire parmi eux. Or, les spins des trois quarks doivent être parallèles, si nous voulons que la somme fasse  $3/2$ . Donc la fonction d'onde est symétrique dans l'échange des spins. Par ailleurs, tous nos calculs théoriques montrent que, pour un état lié, l'énergie minimum est atteinte lorsque l'état est symétrique dans l'échange des positions  $\vec{x} \leftrightarrow \vec{y}$ . Par conséquent l'antisymétrie doit provenir d'une autre variable associée aux quarks qui n'est ni la position ni le spin. De ce raisonnement est né le concept de *couleur*. Il consiste à supposer que chacun de six quarks ( $u, d, c, s, t, b$ ), peut exister sous trois formes différentes. On appelle ces formes *couleurs*, mais nous voulons insister sur le fait qu'il n'existe aucune relation avec le sens ordinaire du terme. Il s'agit plutôt d'attribuer à chaque quark un indice supplémentaire,  $u_i, d_i, \dots$  où  $i$  prend trois valeurs, 1, 2 et 3. C'est par rapport à cet indice que la fonction d'onde du hadron  $N^{*++}$  est antisymétrique. Néanmoins, cette théorie des quarks « colorés » n'est pas équivalente à une théorie de dix-huit quarks (3 fois 6), parce que nous supposons (et l'expérience le confirme) que chaque hadron contient les trois couleurs toutes dans la même proportion, de sorte que la matière apparaît sans couleur.

Lorsque la théorie de la couleur fut proposée pour la première fois en 1964<sup>25</sup>, elle a soulevé très peu d'enthousiasme parmi les physiciens. Elle s'est imposée dans les années soixante-dix lorsque ses prédictions ont été vérifiées par l'expérience et lorsqu'il est apparu qu'elle servait de base pour une théorie des interactions fortes. Nous avons présenté cette théorie dans la section 6.3. Une des difficultés était le fait que, dans la Nature, les états avec une seule couleur n'apparaissent nulle part et cette absence était difficile à expliquer.

Cela nous amène à parler d'une autre propriété étrange des quarks. Leur existence a été vérifiée pour la première fois dans des expériences de diffusion d'électrons de haute énergie sur des nucléons. Il s'agit de l'analogie de l'expérience de Rutherford qui a permis d'établir l'existence de noyaux. Ici aussi, les expériences ont montré l'existence de « grains durs » à l'intérieur des protons et des neutrons. Néanmoins, malgré tous les efforts expérimentaux, nous n'avons jamais réussi à isoler les quarks. Nous avons de bonnes raisons de croire, des

<sup>25</sup>D'abord par O.W. Greenberg sous une forme légèrement différente et ensuite, en 1965, par M.Y. Han et Y. Nambu pour des quarks à charges électriques entières.

TABLEAU DES PARTICULES ÉLÉMENTAIRES		
QUANTA DE RAYONNEMENT		
Interactions fortes	Huit gluons	
Interactions électromagnétiques	Photon ( $\gamma$ )	
Interactions faibles	Bosons $W^+$ , $W^-$ , $Z^0$	
Interactions gravitationnelles	Graviton (?)	
PARTICULES DE MATIÈRE		
	Leptons	Quarks
1 <sup>re</sup> famille	$\nu_{(e)}$ , $e^-$	$u_i$ , $d_i$ , $i = 1, 2, 3$
2 <sup>e</sup> famille	$\nu_{(\mu)}$ , $\mu^-$	$c_i$ , $s_i$ , $i = 1, 2, 3$
3 <sup>e</sup> famille	$\nu_{(\tau)}$ , $\tau^-$	$t_i$ , $b_i$ , $i = 1, 2, 3$
BOSON BEH		

**TABLEAU 8.3.** Tableau des particules élémentaires aujourd'hui. Ce tableau reflète nos idées actuelles sur la structure de la matière. Les quarks et les gluons ne se manifestent pas en tant que particules libres et le graviton n'a pas encore été observé.

raisons aussi bien expérimentales que théoriques, que cela est dû à une propriété de l'interaction qui lie les quarks et produit les hadrons : la force entre les quarks augmente avec la distance de séparation, faible à des distances très courtes, elle devient forte, probablement infinie, lorsque cette distance devient macroscopique et tend vers l'infini. Par conséquent, on aurait besoin d'une énergie infinie pour extraire un quark de l'intérieur d'un hadron. On appelle cette propriété *confinement* et sa dérivation rigoureuse à partir des principes de base est toujours un défi pour les théoriciens. Nous en exposons les principes dans la section 6.3.

Le tableau aujourd'hui

Avec l'arrivée des quarks le tableau des particules élémentaires prend de nouveau une forme relativement simple.

Le tableau présente les particules élémentaires, ou supposées telles, en trois secteurs : les *quanta de rayonnement*, les *particules de matière* et, finalement, le fameux *boson BEH*.

1. *Les quanta de rayonnement.* Nous venons de voir le rôle du photon comme messager des interactions électromagnétiques. Dans le chapitre 4, nous avons vu que ce concept de « messager » se généralise à toutes les interactions. Les particules qui figurent dans cette première rubrique du tableau 8.3, sont, justement, les messagers des quatre interactions présentées à la section 8.2. La théorie géométrique que nous avons élaborée fixe sans ambiguïté leur nombre et leurs propriétés. Il y a *huit gluons* pour les interactions fortes ; le photon pour les interactions électromagnétiques ; *trois bosons intermédiaires* pour les interactions faibles, que nous désignons par  $W^+$ ,  $W^-$  et  $Z^0$  et le *graviton* pour les interactions gravitationnelles. Toutes ces particules, à l'exception du graviton, ont été identifiées expérimentalement. Ce sont des bosons et leur spin est égal à 1 pour les gluons, le photon et les bosons intermédiaires. Le spin du graviton est supposé être égal à 2.
  
2. *Les particules de matière.* On trouve ici les particules qui, selon nos connaissances actuelles, sont les constituants élémentaires de la matière. Ce sont des fermions avec spin égal à 1/2 et dans la section précédente, nous avons vu que le caractère fermionique est essentiel pour former les noyaux et les atomes. Dans le tableau, ces particules sont groupées en trois classes qu'on appelle *familles*. Regardons d'abord la première d'entre elles : elle contient l'électron  $e$  et son neutrino  $\nu_{(e)}$ , ainsi qu'une paire de quarks  $u$  et  $d$ . L'indice  $i$  qui prend les valeurs 1, 2 et 3 désigne les trois couleurs. Cette première famille ressemble aux particules de matière du tableau 8.2 qu'on croyait élémentaires en 1932, avec les quarks  $u$  et  $d$  remplaçant les nucléons proton et neutron. Toute la matière macroscopique est formée à partir des constituants qui appartiennent à cette première famille.
 

Les deux autres familles apparaissent comme des copies de la première. Chacune contient un doublet de leptons, avec un lepton chargé, le  $\mu$  et le  $\tau$  et un « neutrino » neutre, ainsi qu'un doublet de quarks en trois couleurs. Les quarks sont confinés, comme  $u$  et  $d$  et produisent des nouveaux hadrons. Les leptons  $\mu$  et  $\tau$  et les nouveaux hadrons sont instables et se désintègrent en donnant des particules de la première famille.
  
3. *Le boson BEH.* C'est le sujet de ce livre. Il est neutre et son spin est égal à zéro. Dans notre compréhension actuelle il apparaît comme une composante indépendante du monde des particules élémentaires. Dans le chapitre 7 nous présentons certaines des spéculations théoriques qui essayent de deviner une nouvelle physique au delà de la Théorie Standard. Dans ce cadre ce boson pourrait être lié avec les autres particules du tableau 8.3.

Nous terminons avec les trois règles que nous avons élaborées avec le tableau de 1932. Les deux premières restent valables : les particules de matière ont un spin égal à  $1/2$ , les quanta de rayonnement identifiés sont des bosons de spin égal à 1 et la somme des charges électriques est toujours égale à zéro. Il est à noter qu'afin de vérifier cette règle, nous avons besoin de l'hypothèse de la couleur. En effet, la somme des charges électriques des leptons est égale à  $-3$ . Les quarks contribuent  $3 \times (2/3 - 1/3) = 1$  et il faut multiplier ce résultat par les trois couleurs pour obtenir  $+3$ . En revanche, la troisième règle ne s'applique plus. Si nous comprenons très bien le rôle des particules de la première famille dans la structure de la matière, nous ne connaissons aucune raison d'être pour les deux autres. Pourquoi avons-nous trois familles, alors qu'une seule aurait suffi ? Pour quelle raison la Nature semble-t-elle utiliser trois copies des constituants élémentaires ? Encore une énigme qui montre les limites de notre compréhension du monde.



# 9

## Appendice II : de Sophus Lie à Élie Cartan

La notion de *groupe* est relativement récente en mathématiques. Elle apparaît pour la première fois et de façon implicite au XVIII<sup>e</sup> siècle dans les travaux de Leonhard Euler. Le terme « groupe » fut introduit par Évariste Galois vers 1830. Comme c'est souvent le cas en mathématiques, la notion initiale s'est enrichie au cours des ans en devenant de plus en plus abstraite. Elle est sous-jacente à toutes les idées de symétrie que nous avons évoquées dans ce livre et c'est pour cette raison que nous présentons dans cet Appendice quelques notions élémentaires. Même sous une forme très simplifiée, elles restent néanmoins assez techniques et leur compréhension exige une certaine familiarité avec la forme du langage mathématique ainsi que quelques concepts simples que nous allons indiquer au fur et à mesure. Cet Appendice a l'ambition d'aider le lecteur désireux de suivre le raisonnement qui a conduit à la formulation des théories physiques que nous avons développées, mais il n'est pas indispensable pour la compréhension des résultats. Nous allons parler surtout de concepts et de résultats obtenus par deux grands mathématiciens, Marius Sophus Lie et Élie Joseph Cartan<sup>1</sup> (figure 9.1).

---

<sup>1</sup>Marius Sophus Lie, une des grandes figures des mathématiques du XIX<sup>e</sup> siècle, naquit à Nordfjordeide, en Norvège, en 1842. Il voulait suivre une carrière militaire mais il dut y renoncer à cause de problèmes de vue. Il étudia à l'université de Christiania (aujourd'hui Oslo), mais c'est seulement en 1867, à l'âge de 25 ans, qu'il décida de se spécialiser en mathématiques. Il voyagea beaucoup pour rencontrer les grands mathématiciens de son époque. Il semble que ce fut à Paris vers 1870, au contact avec le mathématicien français Camille Jordan, qu'il découvrit l'importance de la théorie des groupes pour l'étude des problèmes de géométrie. Lors de la guerre de 1870, il voulut quitter Paris à pieds pour aller en Italie, mais il fut arrêté et incarcéré à Fontainebleau, soupçonné d'être un espion allemand. Il fut libéré après une intervention de Jean Gaston



**FIGURE 9.1.** Marius Sophus Lie (1842-1899), Élie Joseph Cartan (1869-1951).

Plutôt que de nous lancer dans une définition précise et abstraite de la propriété générale de groupe, nous présentons le concept pour un cas particulier, qui est d'ailleurs le seul auquel nous avons fait appel dans ce livre : il s'agit des transformations du système de coordonnées d'un espace<sup>2</sup>.

---

Darboux et rentra en Norvège. Il occupa les postes de professeur de mathématiques aux universités de Christiania et de Leipzig. Entre 1888 et 1893, il publia ses résultats sur la théorie des groupes continus dans une œuvre monumentale de trois volumes sous le titre *La Théorie des Groupes de Transformations*. Ses raisonnements suivent une forte intuition géométrique qui ne fut pas toujours bien appréciée de ses contemporains. En 1874, il épousa Anna Birch, une petite-nièce de Niels Henrik Abel, célèbre mathématicien norvégien mort en 1829, à l'âge de 27 ans. Lie avait travaillé à l'édition des œuvres complètes d'Abel. Il connut des ennuis de santé tout au long de sa vie et mourut en Norvège en 1899.

Élie Joseph Cartan, né en 1869 à Dolomieu, est considéré comme l'un des plus grands mathématiciens français de son époque. Ancien élève de l'École normale supérieure (promotion 1888), il suivit les cours, entre autres, de Goursat, Hermite, Darboux et Poincaré. Entre 1892 et 1894, il étudia au Collège de France avec une bourse de la Fondation Pécot. C'est à cette époque qu'il entretenait une correspondance avec Sophus Lie. En 1894, il publia ses premiers travaux sur la classification complète des algèbres de Lie, un des résultats les plus remarquables de mathématiques en fin du XIX<sup>e</sup> siècle. Il avait alors 25 ans ! En 1910, il introduisit la notion de *spineurs* en étudiant les représentations du groupe de rotations à trois dimensions, alors que le concept du spin ne fut introduit pour la première fois en physique par les hollandais Samuel Goudsmit et George Uhlenbeck qu'en 1925. Cartan contribua aussi à d'autres travaux de grand intérêt pour la physique, comme la classification des espaces symétriques et la re-formulation de la géométrie différentielle pour la relativité générale. Il enseigna à l'université, à l'École normale supérieure et l'École de physique-chimie. Pédagogue de grand talent, il est considéré comme l'un des fondateurs de l'École moderne des mathématiques en France. Il mourut à Paris en 1951.

<sup>2</sup>Cet aspect est plus proche des idées géométriques de Sophus Lie. Un mathématicien dirait aujourd'hui que nous nous limiterons à l'étude de certaines *représentations* de groupes.

*Définition* : soit  $\mathcal{G}$  un ensemble de transformations qui agissent sur le système des coordonnées d'un espace. Nous désignons par  $g$  les transformations particulières. On dit que  $\mathcal{G}$  forme un groupe si les conditions suivantes sont remplies :

1. Si nous appliquons au système des coordonnées deux transformations  $g_1$  et  $g_2$  qui appartiennent à  $\mathcal{G}$  l'une après l'autre, le résultat est équivalent à appliquer au système initial une transformation  $g_3$  qui appartient aussi à  $\mathcal{G}$ . On écrit cette propriété de composition comme  $g_1 g_2 \rightarrow g_3$ .
2.  $\mathcal{G}$  contient le cas trivial d'une transformation  $g_0$  qui laisse le système inchangé. On l'appelle *identité*.
3. Si  $\mathcal{G}$  contient une transformation  $g$ , il contient aussi la transformation inverse qu'on désigne par  $g^{-1}$ , qui est telle que l'application successive de  $g$  et  $g^{-1}$ , dans un ordre quelconque, ramène le système des coordonnées à l'état initial. On écrit que  $g g^{-1} = g^{-1} g \rightarrow g_0$ .

Il est évident que toutes les transformations que nous avons considérées dans ce livre, translations, rotations, etc., forment des groupes. Nous pouvons aussi distinguer les groupes *finis*, qui contiennent un nombre fini de transformations, des groupes *infinis*, qui en contiennent une infinité. Par exemple l'inversion d'espace contient deux transformations, à savoir l'identité  $\vec{x} \rightarrow \vec{x}$  et l'inversion proprement dite  $\vec{x} \rightarrow -\vec{x}$ . Il en est de même avec le renversement du temps. Les groupes de symétrie des cristaux réguliers sont aussi des exemples de groupes finis. En revanche, les rotations ou les translations sont des groupes infinis.

Une autre notion qui est intuitivement évidente est celle d'un *sous-groupe*. Les rotations autour de l'axe des  $z$  forment un sous-groupe du groupe des rotations de l'espace à trois dimensions.

Dans ce livre, nous avons évoqué une propriété des groupes de transformation qui nous est familière par les rotations. Considérons les rotations autour d'un axe : chacune est caractérisée par un angle. La loi de composition est facile à écrire : la suite de deux rotations, une d'un angle  $\theta_1$ , suivie d'une deuxième d'un angle  $\theta_2$  est équivalente à une rotation d'un angle  $\theta_3 = \theta_1 + \theta_2$ . Il est aussi évident que le résultat est le même si nous changeons l'ordre en appliquant la rotation de l'angle  $\theta_2$  d'abord et celle de  $\theta_1$  ensuite. Nous disons que ces transformations *commutent* et nous appelons le groupe *commutatif*. Nous l'appelons aussi *groupe abélien* en l'honneur du mathématicien norvégien Niels Henrik Abel (1802-1829).

Nous connaissons aussi des groupes *non commutatifs*, ou *non abéliens*. L'exemple le plus simple est le groupe de rotations dans un espace à trois dimensions. Il est facile de nous convaincre que la composition d'une rotation autour de l'axe des  $x$  avec une autre autour de l'axe des  $y$  dépend de l'ordre dans

lequel nous les faisons. D'un point de vue mathématique, ce sont les groupes non abéliens qui sont les plus intéressants car ils présentent une structure beaucoup plus riche. Les théories de jauge de Yang-Mills que nous avons exposées dans ce livre sont justement basées sur des groupes non abéliens.

Si nous laissons libre cours à notre imagination, nous pouvons définir une grande variété de groupes, y compris de groupes de transformations, parce que la définition que nous avons donnée est très générale. Ce fut le grand mérite de Sophus Lie d'avoir choisi une classe particulière parmi les groupes infinis<sup>3</sup> qui soit suffisamment large pour couvrir la plupart des cas intéressants et suffisamment précise pour permettre une étude détaillée. Nous ne suivons pas sa démarche particulière, qui aujourd'hui a un intérêt plutôt historique, mais notre approche suivant les motivations du physicien reste fidèle à son esprit géométrique. Nous avons vu que les éléments des groupes que nous avons considérés dépendent d'un, ou de plusieurs, paramètres. Les rotations des angles, les translations des vecteurs, etc. Lie a compris que la notion essentielle qui va caractériser les propriétés de ces groupes est la *continuité*. Par conséquent, on peut se restreindre à l'étude des groupes dont *les éléments dépendent de façon continue des paramètres*. Même si la propriété de continuité semble être intuitivement évidente, sa définition précise est assez technique et nous n'allons pas la donner ici. En revanche, il est clair que ce choix nous permet d'appliquer aux groupes une bonne partie de la théorie des fonctions continues et de montrer que cette classe de groupes, que nous appellerons *groupes de Lie*, a des propriétés riches et variées qui les rendent intéressants aussi bien pour les mathématiciens que pour les physiciens<sup>4</sup>.

Une conséquence de cette propriété de continuité, qui était déjà reconnue de Lie, est que, pour un groupe donné, nous pouvons étudier sa structure en nous limitant aux petites transformations au voisinage de l'élément identité. Par exemple, si nous voulons regarder un groupe de rotations, il nous suffit

---

<sup>3</sup>L'étude et la classification de groupes finis s'est avérée être un chapitre passionnant de mathématiques modernes et n'a été achevée que durant la seconde moitié du  $xx^e$  siècle. Nous n'aurons pas l'occasion d'en parler dans ce livre.

<sup>4</sup>Plutôt que de nous lancer dans des définitions longues et compliquées, il est, peut-être, instructif de donner un exemple d'un groupe de transformations infini qui ne soit pas un groupe de Lie. Prenons notre exemple familier qui est le groupe des rotations autour d'un axe. Ses éléments dépendent d'un angle  $\theta$  que nous pouvons mesurer, par exemple en degrés. Considérons maintenant un sous-groupe formé par toutes les rotations dont les angles sont exprimés par un nombre rationnel, c'est-à-dire un nombre que nous pouvons écrire comme un rapport entre deux entiers. Il est évident que c'est un groupe parce que la somme de deux nombres rationnels est un nombre rationnel et toutes les autres conditions sont aussi remplies. D'un autre côté, ce n'est pas un groupe de Lie parce que nous n'avons pas la propriété de continuité. Entre deux nombres rationnels, il y a toujours une infinité de nombres irrationnels. Il est tout aussi évident que ce n'est pas un groupe très intéressant !

de regarder les transformations avec des angles infinitésimaux. La propriété de continuité nous permettra par la suite de reconstituer les rotations aux grands angles parce que nous pouvons toujours considérer une rotation quelconque comme une succession de « petites » rotations. À première vue, cette remarque apparaît comme étant plutôt triviale, mais Lie comprit que les petites transformations au voisinage de l'identité font apparaître une nouvelle structure dans laquelle toutes les propriétés essentielles du groupe sont codées. Aujourd'hui nous appelons cette structure *algèbre de Lie*, mais Lie l'appelait *groupe infinitésimal*. Encore une fois, nous n'en donnerons pas la définition précise mais nous allons montrer son importance avec quelques exemples.

Reprenons l'exemple du groupe de rotations autour d'un axe. Nous avons déjà vu que la loi de composition est donnée par la somme des angles :  $\theta_3 = \theta_1 + \theta_2$ .  $\theta$  est un angle, donc il varie entre  $-\pi$  et  $+\pi$  et nous pouvons visualiser les transformations comme le mouvement sur un cercle. Si nous nous limitons à des  $\theta$  infinitésimaux, l'angle  $\theta$  mesure aussi la longueur de l'arc du cercle, donc la même loi de composition peut aussi décrire une loi d'addition de longueurs qui est la loi qui décrit le groupe de translations suivant un axe. Voici donc l'intérêt de cette analyse : deux groupes qui, globalement sont très différents, mouvement sur un cercle de  $-\pi$  à  $+\pi$  et mouvement sur une droite de  $-\infty$  à  $+\infty$ , sont *localement* les mêmes, ou, selon l'expression plus technique, *ils ont la même algèbre de Lie*.

Nous pourrions objecter que cet exemple est trivial parce que le résultat est facile à deviner par inspection. L'objection est valable, mais nous donnerons un exemple plus sophistiqué pour lequel l'outil des algèbres de Lie sera essentiel. Pour y arriver nous avons besoin du travail de Cartan.

Nous avons déjà introduit la notion de nombre de transformations indépendantes que nous pouvons effectuer dans l'espace que nous considérons. Ce nombre va jouer un rôle important dans la discussion et nous lui donnerons le nom de *dimension de l'algèbre de Lie*. Nous avons vu que dans un espace tridimensionnel à coordonnées réelles, ce nombre est égal à trois. Cela correspond bien aux trois rotations que nous avons apprises en géométrie. Attention : cette égalité entre le nombre de dimensions de l'espace et le nombre de transformations indépendantes est un accident numérique pour l'espace tridimensionnel. Avec un peu d'imagination, nous pouvons nous convaincre que, par exemple, pour un espace à quatre dimensions, le nombre de rotations indépendantes est six<sup>5</sup>.

---

<sup>5</sup>Un comptage simple nous permettra de généraliser ce résultat à n'importe quel nombre de dimensions. Nous avons vu que sur un plan nous n'avons qu'une seule rotation indépendante. Pensons donc aux plans plutôt qu'aux axes. Un plan est défini par deux axes, donc il faut calculer le nombre de paires d'axes indépendantes. À trois dimensions ce nombre est égal à trois, mais le

Jusqu'ici nous avons considéré uniquement des espaces à coordonnées réelles. Mais déjà dans l'exposition de la symétrie d'isospin à la section 3.3, nous avons remarqué que, dans un espace de symétrie interne, les vecteurs de base sont les champs de particules qui, tout comme les fonctions d'onde, peuvent prendre des valeurs complexes. Donc il nous faudra définir les transformations dans ces espaces. Nous l'avons fait implicitement à la section 6.3 lorsque nous avons parlé de la chromodynamique quantique comme la théorie invariante sous des transformations qui mélangent les champs des quarks de couleur différente. Il est évident que plus nous avançons dans cette voie, plus la discussion devient abstraite et plus les calculs perdent leur signification géométrique claire. Les résultats de Cartan nous permettent de mettre de l'ordre dans ce dédale d'espaces et de transformations.

En 1894, Cartan obtint la classification complète de toutes les algèbres de Lie de dimension finie<sup>6</sup>, résultat d'une grande importance aussi bien pour les mathématiques que pour la physique. Il a démontré qu'il existe cinq classes d'algèbres de Lie, quatre qui forment chacune une série infinie et une cinquième qui contient cinq cas exceptionnels. Pour chaque algèbre il donne aussi sa dimension, *i.e.* le nombre de transformations indépendantes. Sa notation n'est pas celle que nous utilisons en physique, mais nous pouvons résumer les résultats qui nous intéressent comme suit :

1. Pour les rotations dans un espace à  $n$  dimensions réelles, nous écrivons le groupe comme  $O(n)$ , où  $O$  est une abréviation pour « Orthogonal »<sup>7</sup>. Comme nous l'avons vu, la dimension de l'algèbre est égale à  $n(n-1)/2$ .
2. Pour les transformations dans un espace à  $n$  vecteurs complexes, nous écrivons le groupe comme  $SU(n)$ . «  $S$  » est une abréviation de « Spécial » et signifie que nous ne tenons pas compte d'un groupe de transformations qui changent simultanément la phase de tous les vecteurs. «  $U$  » est une abréviation de « Unitaire » et signifie que les transformations ne changent pas la norme des vecteurs.<sup>8</sup> La dimension de l'algèbre est<sup>9</sup>  $n^2 - 1$ .

---

comptage général pour  $n$  dimensions est facile à faire : chacun des  $n$  axes peut s'apparier avec chacun des  $n-1$  restants, mais ce calcul compte chaque paire deux fois. Le résultat est donc  $n(n-1)/2$ .

<sup>6</sup>Pour être précis, il faut ajouter « pour les groupes semi-simples sur le corps des nombres complexes », mais ces précisions ne seront pas nécessaires à notre discussion.

<sup>7</sup>Dans la notation de Cartan, ces groupes correspondent à deux de ses séries qu'il note comme  $B_n$   $n \geq 2$  pour les groupes  $O(2n+1)$  et  $D_n$   $n \geq 4$  pour les  $O(2n)$ .

<sup>8</sup>Cartan note cette série  $A_n$   $n \geq 1$  pour le groupe  $SU(n+1)$ .

<sup>9</sup>Le comptage est aussi simple. Une transformation générale appliquée à un ensemble de  $n$  vecteurs complexes dépend de  $n^2$  nombres complexes, donc  $2n^2$  nombres réels. Il est commode de les grouper dans un tableau de  $n$  lignes et  $n$  colonnes. Nous appelons ces tableaux *matrices* et nous les désignons par  $U(n)$ . Il nous faut maintenant compter les contraintes imposées par la condition

Nous pouvons chercher dans ces listes les groupes que nous avons utilisés pour la construction de la théorie standard :

- (i) Le groupe de rotations autour d'un axe n'est pas sur la liste de Cartan. C'est un groupe abélien avec une algèbre uni-dimensionnelle qui, pour les mathématiciens, ne présente pas une structure intéressante. On le désigne par  $U(1)$ .
- (ii) Dans la classification de Cartan, l'algèbre du groupe  $O(3)$  est identique à celle du groupe  $SU(2)$ . Nous avons utilisé ce résultat implicitement lorsque nous avons affirmé que le groupe d'isospin, dont les transformations agissent sur les deux vecteurs complexes formés par les champs du proton et du neutron, est le même que celui des rotations dans l'espace à trois dimensions (voir le chapitre 3). La dimension de l'algèbre est égale à trois, d'où les trois bosons de jauge des interactions faibles, le  $W^+$ , le  $W^-$  et le  $Z^0$ .
- (iii) L'algèbre du groupe  $SU(3)$ , qui est le groupe de transformations qui agissent sur la base des vecteurs de trois quarks de couleur, a la dimension  $3^2 - 1 = 8$ . En effet, le nombre de bosons de jauge de la chromodynamique quantique, les gluons, est égal à huit.

---

de l'unitarité, c'est-à-dire la condition de conservation du module des vecteurs. Dans la notation matricielle, cette condition se traduit par l'équation  $U(n)U^*(n) = \mathbf{1}$ , où  $\mathbf{1}$  est la matrice « unité » dont les seuls éléments non nuls sont sur la diagonale et ils sont égaux à 1.  $U^*(n)$  représente la généralisation du concept de la conjugaison complexe appliquée aux matrices. Cette équation donne  $n^2$  contraintes. Une contrainte supplémentaire vient du fait que nous ne comptons pas le changement de phase commun à tous les vecteurs. Le résultat est bien  $n^2 - 1$ .