Franck Jedrzejewski

Ontologie des catégories

L'Harmattan

OUVERTURE PHILOSOPHIQUE

Ontologie des catégories

Peu de philosophes se sont aventurés à commenter les avancées des mathématiques contemporaines. Alain Badiou a écrit une logique des mondes inspirée de la théorie des catégories. Gilles Châtelet a vu dans les singularités et les gestes diagrammatiques les sourires de l'Être. Aujourd'hui, des résultats récents nous imposent de repenser l'ontologie, de reconsidérer le statut de l'objet. L'interprétation de théorèmes actuels alimente des concepts philosophiques nouveaux, à l'origine de cette ontologie des catégories. Il devient désormais possible d'ouvrir un chemin entre Deleuze et Badiou, d'esquisser une *métaphysique continentale* qui ne soit pas en contradiction avec les philosophies de l'immanence, de penser une *ontologie toposique* qui croise la science de l'Être et du lieu, et de poser l'hypothèse que l'Un est le dual de l'Être.

Franck Jedrzejewski*, docteur en philosophie et en musicologie, est chercheur au CEA. Il enseigne la physique mathématique à l'INSTN, ainsi qu'à l'Université de Paris-Sud Orsay.*

ISBN : 978-2-296-55373-6
13,50 €

OUVERTURE *PHILOSOPHIQUE*

Introduction

Il y a peu de temps encore, on ne pouvait rapprocher les mathématiques de l'ontologie. Mais depuis que Badiou a posé que les mathématiques sont l'ontologie, la question bouscule les taxinomies, éloigne autant qu'elle rapproche dans un vis-à-vis toujours plus étroit des accords et des désaccords en une alchimie délicate. Penser la question de l'Être et de l'Un du point de vue de la théorie mathématique des catégories, dans ce qu'elle a de plus immédiat, dans son caractère diagrammatique est une transmutation difficile. Certes, les deux sciences diffèrent, mais il faut sans doute admettre, au pertuis de l'entendement, que les mathématiques disent parfois ce que justement l'ontologie cherche à comprendre.

Cette démarche qui propose de repenser l'ontologie à travers la théorie mathématique des catégories reprend certains aspects de la philosophie badiolienne en un contrepoint polymorphe, mais s'en distingue par l'introduction des propriétés topologiques, du virtuel et de la dualité. Il ne s'agit pas de réintroduire l'ancien dualisme du corps et de l'esprit, mais d'interroger la nature duale des mondes et risquer l'hypothèse que l'Un est le dual de l'Être. Nous ne souhaitons pas le retour de l'*onto-théologie*, mais plutôt croiser ontologie et topologie en une *on-topologie* ou une *top-ontologie*. Faire de l'ontologie la science de l'Être en tant qu'Être, tout autant que la science de l'Un en tant qu'Un.

Car dans la pensée duale – et comment peut-il en être autrement quand la nature et la science nous montrent quotidiennement cette dualité ? – l'oubli de l'Être heideggérien se double de l'oubli de l'Un. L'univocité de l'Être en découle, mais aussi la déconstruction du concept de temps qui se dédouble en *Chronos* et *Aiôn*, tout comme la décomposition de la vérité en *alètheia* et *adequatio*.

Aujourd'hui l'ontologie se déploie non pas dans le sens d'une *logique des mondes*, mais dans celui d'une *topologie* des univers, de ces espaces aux textures si variées qu'ils exhibent un sens plus consistant que ne le permet la simple ossature logique. Pour décrire cette recomposition des espaces, il faut, dans un geste parfois difficile, mettre en regard des notions mathématiques et des concepts philosophiques et affirmer les lieux dans le divers de leur modalité et la plénitude des lignes qu'ils dessinent entre les mots et les corps.

À bien des égards, cette appréhension du monde est une création déterritorialisée de la différence ontico-ontologique. Le *topos* est l'objet central de la constitution et de l'organisation des mondes. Il porte en germes toutes les forces tensives de ces univers liés entre eux par des séries de chaînes et d'entrelacs dont le sens lui-même se constitue au travers d'ébauches diagrammatiques que Gilles Châtelet avait mises en évidence. La cartographie de ces diagrammes recompose fidèlement les interactions des lieux, des régions et des champs où se joue la dialectique du topos plus que dans toute architecture logique. Les concepts, les images et les corps s'ordonnent pour décrire la complexité des relations et l'entrelacement des devenirs.

Il s'agit donc de définir une *ontologie catégorielle ou une ontologie toposique* qui doit rendre transparente la question de l'Être et de l'Un du point de vue du lieu, non pas sur le mode cartésien du *clair et distinct*, mais dans la pluralité et la complexité des entrelacements du rhizome ontologique. Il ne s'agit pas de réassigner l'Être à l'idée (Platon), à la substance (Aristote), à la monade (Leibniz), à la volonté de puissance (Nietzche), mais en réaffirmant l'oubli de l'Être (Heidegger) et de l'Un, nous voudrions montrer l'immanente dualité des mondes et l'universalité des topoi pour mieux apprécier les approches contemporaines des univers pluriels et de la *fonctorialité* de l'identité et de la différence. Une fois posé le principe de dualité, l'écheveau se dénoue avec une simplicité inaugurale, les apories sur la finitude s'évanouissent.

Comme tout être tombe dans un monde, l'idée principale est de faire d'un monde sa propre clôture ontologique, puisque ce monde n'est pas indépendant de ma propre volonté. Les limites de ce monde ne sont pas les limites du langage, mais les limites de l'Être, et de manière duale, les colimites de l'Un. Les corps, les devenirs et les multiplicités forment les catégories-monde. Le sens de l'Être n'est pas à chercher en dehors de ce monde, mais en lui, ou à défaut sur son bord. C'est une conséquence simple de la fermeture ontologique des mondes.

C'est donc dans cet espace abstrait où s'accumulent les données de tous ordres que germe le sens profond révélé par l'examen de l'appareil topologique. Lorsque Deleuze évoque le pli chez Leibniz, c'est toujours en résonance multiple, consécutivement aux plissés du baroque et aux plis de la théorie des catastrophes. La fronce est le pli majeur. Ce sont de telles considérations topologiques qui font avancer la connaissance, car les plis sont aussi des singularités de notre propre horizon.

Les catégories-monde baignent dans des champs ontologiques, qui règlent les déplacements, les mutations et les relations intercatégorielles de l'Être et des étants. La fonctorialité, la naturalité et la conversion ontologique des objets techniques que Heidegger a développée sous le concept de *Gestell,* rassemblant sous un même chapeau les transformations et la convertibilité de l'Être, de l'étant et de l'essence sont des exemples de champs ontologiques. Les champs sont aussi les forces tensives du diagramme qui mettent en œuvre sa propre machinerie fonctorielle.

Lorsque le lieu s'ouvre en abîme, projette les genres et les espèces, les objets et les morphismes, l'acte et la puissance, la matière et l'antimatière dans la dialectique toposique, alors les champs ontologiques organisent le feuilleté du monde. De nouvelles forces ne cessent de décomposer et de recomposer des lieux, des régions, des domaines, des territoires ou des réseaux et tissent une toile où les intensités détaillent autant qu'elles monnayent la cartographie générale. Si le pouvoir est inscrit dans la topologie des lieux, le savoir est plus fondamentalement, par-delà la complexité des relations et l'entrelacement des devenirs, l'émanation première d'un lieu où s'origine le diagramme.

Ce lieu, c'est d'abord un lieu abstrait, un lieu où se croisent des lignes jetées au cœur de l'édifice et maintenues à bonne distance par des forces réciproques, des mots, des intuitions, des concepts, des images et des corps, bref tout un arsenal qui fait opérer le diagramme. Pour que la figure fonctionne et devienne diagramme, il faut qu'elle actionne une machinerie formelle qui va donner aux éléments du virtuel les possibilités de leur actualisation.

Car le diagramme se place toujours entre l'actuel et le virtuel. Il assure la jonction d'un domaine à l'autre par l'action de sa propre machine qui produit l'actualisation de ses composantes virtuelles et révèle au monde sensible les faces dissimulées de l'objet à connaître.

Comprendre ce qu'est la matière et l'antimatière, ce qu'est une particule et une antiparticule, c'est se placer au point où s'enchevêtrent dans la création de ces deux objets, le devenir de chaque particule et dans l'annihilation les territoires que chacune délimite. Si un couple de particules prend naissance, c'est comme actualisation de la virtualité du vide quantique. Le virtuel est une composante du réel.

Bien plus : le virtuel est universel. Littéralement, l'universalité est l'expression de *ce qui est versé à l'Un*. Elle se définit donc fonctoriellement par l'unicité des objets qu'elle construit et non par l'opposition au particulier. Tout comme la dualité qui est définie en théorie des catégories comme le renversement des points de vue. Il s'ensuit que l'universalité au sens des mathématiques se conserve par dualité.

La compréhension de l'articulation des catégories-monde passe par le topos des Grecs, ce lieu inaugural de la topologie. C'est d'ailleurs cette topologie qui précède la logique en théorie des catégories. Toute topologie des catégories-monde montre que l'Être n'est pas un multiple pur, inconsistant, mais une multiplicité duale. La dualité de l'Être et de l'Un atteste l'existence de l'Un-multiple, l'univocité de l'Être et la forme duale de l'immanence des vérités. Tel est le programme de ce livre.

Le monde et les catégories

1.1 – Le monde est d'une certaine manière le lieu de l'apparition et de l'inapparition de l'Être. Voilà pourquoi il s'impose d'emblée avec une certaine exigence topologique. Dans notre vocabulaire, un *monde* est un espace ontologiquement clos. Il n'y a pas lieu toutefois de supposer que le monde soit un ensemble, mais simplement un espace aux textures compliquées. Les éléments de la partie ensembliste d'un monde sont appelés les *objets*, les parties non ensemblistes sont les *multiplicités.* En ce sens, la simple énumération ontique des étants intramondains est insuffisante pour décrire ce qu'est un monde. La théorie des ensembles n'est pas un monde. Son système d'axiomes est incomplet. C'est une conséquence bien connue du paradoxe de Russell (Il n'existe pas d'ensemble de tous les ensembles). Dans la philosophie antique, les intelligibles forment un monde (au sens ci-dessus). L'Être est le tout premier des intelligibles.

1 . 2 – De la fermeture ontologique d'un monde, on ne peut déduire ni sa complétude, ni sa consistance. La fermeture ontologique d'un monde ne dit rien de son infrastructure logique. La *complétude* exprime que l'on peut prouver ou réfuter tout énoncé : il existe toujours un procédé qui permet de faire une démonstration. Dans le cas d'un monde, l'existence d'énoncés indécidables rend la complétude impossible. Il n'y a pas d'équivalence entre la démonstrabilité (le versant syntaxique) et la vérité des propositions (le versant sémantique des logiciens).

1 . 3 – La *consistance* est quant à elle l'assurance que le monde ne contient pas de contradiction. On sait que dans tout système consistant contenant un minimum d'arithmétique, il existe une formule indécidable. On en déduit qu'il existe des espaces indécidables, c'est-à-dire des espaces pour lesquels on ne peut décider de leur fermeture ontologique.

1 . 4 – Certaines propriétés comme la non-séparabilité des espaces garantit leur fermeture ontologique. Les espaces non séparés (mais aussi les espaces séparés appelés *espaces de Hausdorff* par les mathématiciens) forment un monde. La *séparabilité* dit simplement que deux points distincts ont des voisinages distincts. Bien qu'une très grande majorité des mathématiciens travaillent dans des espaces séparables, ce n'est pas le cas des physiciens qui sont confrontés à la question de la séparabilité quantique. L'indiscernabilité des particules et le problème de leur confinement sont des questions corrélées au séparable. La séparabilité de l'Être n'est

pas une propriété établie puisqu'il existe des étants non-séparables.

1.5 – L'*univers* est la limite ensembliste des mondes. C'est le plus grand espace pour lequel parler de l'ensemble de tous les ensembles a un sens. Grothendieck a introduit cette notion pour éviter les apories du paradoxe de Russell. La notion de classe inventée par von Neumann, Bernays et Gödel dans les années 1920 est l'autre façon de se débarasser de ce paradoxe.

1.6 – L'originalité de la définition d'un monde repose sur l'introduction de sa clôture ontologique comme caractérisation de ce monde alors que d'ordinaire, on évoque sa clôture factuelle. Chez Wittgenstein, le monde est l'ensemble des faits. Réciproquement, l'ensemble des faits dans l'espace logique constitue le monde. Le fait se réduit donc à une proposition ou à son armature logique. Il s'ensuit que la seule détermination ou finalité d'un fait est sa véracité. Avec la définition ontologique d'un monde, l'important se porte ailleurs que dans sa gangue logique, dans sa dimension topologique, dans son épaisseur pulsionnelle, dans sa présence en un lieu abstrait comme le simple fait d'être, en ce lieu.

1.7 – Certains objets mathématiques n'ont pas d'existence factuelle. Il est impossible de les pointer ou d'exhiber ex nihilo leur existence car ils n'ont d'existence que constructive. C'est le cas des ensembles boréliens qui ne sont pas mesurables pour la mesure de Lebesgue. Il existe en effet des sous-ensembles de la droite réelle non mesurables. On ne sait pas écrire explicitement de tels sous-ensembles, mais on sait les construire. La question se pose donc de savoir ce qu'est, pour le philosophe, un objet non mesurable, un objet sans mesure, un objet démesuré. Au reste, l'objet « borélien non mesurable » existe bien en tant qu'ensemble d'un fragment de droite. Dire que dans un intervalle de la droite réelle, il existe un sous-ensemble que nous ne savons pas mesurer n'a rien d'évident. Ces objets n'existent que dans le processus qui les crée. Un processus n'étant pas un fait, le monde n'est donc pas l'ensemble des faits.

1.8 – Une *catégorie* est une collection de choses (les mathématiciens disent une collection d'objets) et de relations entre ces choses (les flèches ou les morphismes) qui vérifie, en mathématiques, quelques axiomes élémentaires comme la composition de flèches. Cette définition permet – nous le verrons plus tard – de présenter rigoureusement le concept d'universalité qui est au cœur de la théorie mathématique des catégories. L'atomicité des choses n'est pas nécessaire, de même que l'ensemblisme. Le mathématicien appelle *petite catégorie*, une catégorie dont la collection des choses est un ensemble. En général, une collection n'est pas un ensemble.

1.9 – Un *monde* est une catégorie fermée. Lorsque la catégorie est un monde, on parle d'objet plutôt que de chose et de relations plutôt que de flèches. L'objet est l'entité générique de l'apparaître d'une chose dans un monde. Une *catégorie-monde* est une catégorie ontologiquement fermée. Toute catégorie-monde admet une *structure topologique adjacente* qui représente la spécificité de sa texture, de son lieu et de sa situation.

1.10 – Une *chose* est une entité quelconque (homme, matière, idée, non-étant, etc.). Le concept est pris ici dans son sens le plus large. Un état de choses, un état de faits, une collection de multiplicités sont des choses. Du point de vue catégoriel, il n'y pas lieu de distinguer les choses simples, complexes, matérielles, idéelles, ou toute autre division. Une chose est une entité qui peut être composée, avoir des parties, des sous-parties, être même un élément de frontière, un atome ou une monade. Les relations assurent à la catégorie son homogénéité, quand bien même les choses seraient d'espèces différentes. Dans le monde dans lequel nous vivons, une chose (par exemple, la couleur du ciel) ne se confond pas toujours avec son apparaître (le bleu du ciel). Il est bien connu que si la terre n'avait pas d'atmosphère, le ciel serait perçu uniformément noir. La diffusion de la lumière solaire sur les molécules d'air lui donne cette dominante bleutée. Dans une catégorie-monde, la chose est un objet qui se compose de l'objet actuel (qui ne se réduit pas nécessairement à l'objet physique) et de l'objet virtuel, éventuellement vide.

1 . 11 – Dans un monde donné et selon la catégorie dans laquelle on se place, un même objet (l'apparaître d'une chose) est considéré de différentes façons. Dans la philosophie lacanienne, l'objet est une tripartition définie par ses manques : réel, symbolique et imaginaire (le père, le phallus et la castration). La structure topologique adjacente est le nœud borroméen. Dans la philosophie deleuzienne, l'objet est un percept, un concept ou un affect. La structure topologique est le plan ou la *variété d'immanence* (*variété* est pris ici au sens mathématique, *manifold* en anglais). Dans la philosophie badiolienne, l'objet est la forme générique de l'apparaître d'un multiple. La structure topologique est celle du transcendantal du monde dans lequel l'objet apparaît. Le monde est par

mathémisation assimilé à un topos et le transcendantal de ce monde à son algèbre de Heyting complète (c'est-à-dire à la structure algébrique de la logique intuitionniste).

1.12 – Une chose ne peut être pensée sans différenciation, c'est-à-dire sans les différences qu'elle recouvre. C'est pourquoi elle est associée aux morphismes qui la définissent et la localisent. Du point de vue catégoriel, elle n'a pas de structure interne : tout ce qui peut être dit des choses d'une catégorie peut être dit avec le langage des morphismes ou des flèches de cette même catégorie. Dans un monde donné, l'existence d'un objet est entière. Elle n'a pas de degré puisque le monde est ontologiquement clos.

1.13 – Une multiplicité se caractérise par son intensité. Deux multiplicités consonnent lorsqu'elles entrent en « r*ai*sonnances ». L'intensité se situe entre deux catégories d'origine aristotélicienne, la qualité et la quantité. La *cohésion* qui généralise en quelque sorte cette notion d'intensité des multiplicités est selon Lawvere la richesse des morphismes dans une catégorie. Dans l'article *Axiomatic Cohesion*, Lawvere se demande comment définir mathématiquement la cohésion de l'espace ? Ou encore, de quelle cohésion a-t-on besoin pour définir le calcul différentiel ? Dans des espaces de suites possédant des limites, la cohésion covariante est la propriété qu'une transformée directe d'une limite soit encore une limite et la cohésion contravariante est la propriété que l'image réciproque d'un ouvert soit encore un ouvert. Lawvere définit aussi les grandeurs extensives et intensives, cherchant à préciser ce qu'est la cohésion de la physique. Dans le domaine mathématique, la catégorie des espaces topologiques est moins cohésive que la catégorie des ensembles qui elle-même est moins cohésive que cette même catégorie des ensembles muni de l'axiome du choix. Moins il y a de cohésion, et plus l'axiome du choix est possible.

1.14 – Le *mathème* est la transposition d'un résultat de mathématique au domaine philosophique. La fonctorialité entre catégories, lorsqu'elle existe, assure la cohérence du mathème. Toute multitude admet un développement chaotique. L'archétype du mathème est la décomposition en chaos de Wiener d'une fonction aléatoire en une somme infinie de fonctions déterministes. Comment admettre sans le support des mathématiques que dans certains cas, l'aléatoire se décompose en une infinité de fragments déterministes, que l'aléatoire se soustrait complètement au monde par jonction à l'infini d'une pluralité déterministe ?

1.15 – Donnons quelques exemples de catégories-mondes. Aristote a défini les catégories de l'Être autour de la notion de substance. Plusieurs auteurs ont souligné que dans l'œuvre même d'Aristote, le nombre de catégories varie. Dans la *Métaphysique* (N2, 1089 b20), il semble qu'il n'y ait que trois catégories : les substances, les passions et les relations. Mais la liste généralement reconnue est celle de l'*Organon* (*Catégories*, 2a) où Aristote distingue dix catégories : la substance (un homme, un cheval), la quantité (de deux coudées), la qualité (le blanc, un grammairien), la relation (le double, la moitié), le lieu (au Lycée, au Forum), le temps (hier, l'an dernier), la position (il est assis), la possession (il est chaussé, il est armé), l'action (il coupe, il brûle), la passion (il est coupé, il est brûlé). On a aussi fait remarquer que l'ordre dans lequel les catégories apparaissent n'est pas toujours respecté. Les catégories aristotéliciennes forment une catégorie-monde.

1.16 – Dans la philosophie néoplatonicienne, la théorie de genres forme aussi une catégorie-monde. Selon Proclos, chaque Être est formé des cinq genres : la substance, le même, l'autre, le mouvement et le repos. Chaque être est fait de lui-même et des autres, de permanence et de déplacement, pour autant qu'il conserve sa propre forme. Pour Porphyre, les sujets se classent selon cinq universaux ou prédicables : le genre (l'animal), l'espèce (l'homme), la différence (le raisonnable), le propre (la faculté de rire) et l'accident (le fait de s'asseoir). Dans les *Topiques,* Aristote distingue quatre prédicaments : le genre, la différence, le propre et l'accident qui forment tout autant une catégorie-monde. Dans tous ces cas, la fermeture ontologique est conservée.

1.17 – La classification d'Aristote s'appuie sur un monde ordonné hiérarchiquement par la nécessité. L'objet est *nécessaire* lorsque l'état de chose qu'il décrit ne peut être autrement. Par exemple, « l'homme est un bipède » est un objet nécessaire. Mais « l'homme est assis » n'en est pas un puisque cet homme pourrait être debout. Un objet est dit *convertible* s'il désigne un sujet unique. « L'homme est un être animé, rationnel et mortel » est un objet convertible, car il n'existe pas d'autres êtres animés qui soient à la fois rationnel et mortel. Ces deux propriétés classent les quatre prédicables d'Aristote : la définition (convertible et nécessaire), le propre (convertible et non-nécessaire), le genre (non-convertible et nécessaire) et l'accident (non-convertible et non-nécessaire). L'universalité de ces invariants est garantie par la singularité (nécessité) et l'unicité (convertibilité) des objets. L'ajout d'une distinction entre le genre et l'espèce par Porphyre revient à séparer le genre aristotélicien en deux éléments. Il met en évidence la difficulté de définir les prédicables par la convertibilité et la nécessité. Le genre et l'espèce sont non-convertibles et nécessaires bien que situés à des niveaux ensemblistes différents.

1 . 18 – Autre exemple. Le schématisme kantien entretient une parfaite homologie catégorielle entre les tables des jugements, les tables des catégories et des principes de l'entendement. La table des catégories ou des concepts purs de l'entendement porte quatre titres subdivisés chacun en trois parties. La *quantité* groupe trois façons de constituer l'unité à partir d'une diversité (unité, pluralité et totalité) et la *qualité* a trois façons de considérer la réception de l'objet dans l'intuition pure (réalité, négation, limitation). Les catégories de la *relation* représentent les règles pour juger des relations d'existence (substance et accident, causalité et dépendance, action réciproque entre l'agent et le patient). Les catégories de la *modalité* expriment les valeurs modales des objets de nos jugements (possibilité et impossibilité, existence et non-existence, nécessité et contingence). Dans la table des jugements, chaque titre rassemble sous une même classe trois moments : la quantité des jugements (universels, particuliers, singuliers), la qualité (affirmatifs, négatifs, indéfinis), la relation (catégoriques, hypothétiques, disjonctifs) et la modalité (problématiques, assertoriques, apodictiques). Fruit de l'unité analytique, la table des jugements produit par dualité au moyen de l'unité synthétique la table des concepts purs de l'entendement ou catégories au sens kantien. Comme la même

fonction préside à l'unité des représentations dans le jugement et à la synthèse des représentations dans l'intuition, les quatre classes sont conservées. Les tables des jugements et des catégories se rétractent sur la table des principes de l'entendement qui règlent *l'usage objectif des catégories* et comptent quatre éléments (les axiomes de l'intuition, les anticipations de la perception, les analogies de l'expérience et les postulats de la pensée empirique). Le schématisme kantien est une catégorie-monde dans laquelle opère le fonctoriel.

1.19 – Dans *L'Être et l'événement*, A. Badiou définit les catégories de l'Être-en-tant-qu'Être qui sont, dit-il, *provisoirement* : « le multiple, forme générale de la présentation ; le vide, nom propre de l'Être ; l'excès, ou état de la situation, réduplication représentative de la structure (ou compte-pour-un) de la présentation ; la nature, forme de stabilité et d'homogénéité et du se-tenir-là multiple ; l'infini, qui décide l'expansion du multiple naturel au-delà de sa limite grecque. ».

1.20 – Dans la catégorie meinongienne, tout est objet (*Gegenstand*). L'objet n'a ni genre, ni différence. Les vécus forment les morphismes de la catégorie de l'objet. « Tout vécu intérieur, – dit Menong – du moins tout vécu suffisamment élémentaire, a un objet, et dans la mesure où le vécu parvient à une *expression*, c'est-à-dire d'abord dans les mots et les phrases du langage, une *signification* correspond normalement à cette expression, et cette signification est toujours un objet. Par conséquent tout savoir a, naturellement, lui aussi affaire à des objets. » Ces vécus se divisent en classes (représentation, pensée, sentiment et désir) qui correspondent aux quatre classes d'objets : objectité (*Objekte*), objectifs (*Objektive*), dignitatifs (*Dignitative*) et désidératifs (*Desiderative*).

1 . 21 – Les objets non-existants (une chimère, une licorne, une montagne d'or, un cercle-carré, etc.) pointés par A. Meinong ont un apparaître dans la catégorie sémiologique, mais non dans la catégorie du monde physique spatio-temporel. Ces objets n'ont pas de *présentation*. Pour autant, ils ont des *représentations* (la tapisserie de la dame à la licorne, un film alternant un photogramme portant un cercle et un photogramme portant un carré, Un demi-carré surmonté d'un demi-cercle, etc.). « Un couteau sans lame auquel on a retiré le manche » est un objet sans représentations. Il n'est pas rien, ou plutôt il est ce rien qui manque à son objet. C'est un objet inexistant, si on entend par *inexistence* l'écart entre la présentation et la représentation. Cet écart est nul pour les objets du monde physique. Dans la philosophie badiolienne, tout objet a un objet inexistant (en général l'objet vide) constitué par cet écart.

1 . 22 – Bolzano a longuement commenté les objets inexistants « qui n'appartiennent pas à la chaîne des causes, qui n'existent pas dans l'espace et le temps, mais qui subsistent dans l'univers comme un certain *etwas* ». Toute représentation subjective a une représentation objective en soi qui est son sens ou sa matière, qui a la dimension d'une idéalité et qui est indépendante de la subjectivité qui l'introduit. La question que pose Bolzano est de savoir si toute représentation objective entendue en ce sens est associée à un objet effectif. Parmi les représentations d'objets inexistants, il distingue les représentations sans objets (un cercle carré), de celles qui n'ont pas d'objet existant (une montagne d'or). Les premières

sont associées à des représentations imaginaires et les secondes à des représentations réelles. Il est possible de concevoir une montagne d'or même s'il n'en existe pas. En revanche, le cercle carré et son dual — le carré rond — ne peuvent pas être associés à une figure géométrique effective. On voit que ces objets existent virtuellement (donc réellement), que l'on peut en donner une définition formelle. Pourtant, ce que nous mesurons n'est que leur probabilité d'actualisation dans notre monde.

1 . 23 – Considérons maintenant le plus célèbre des nombres imaginaires : le nombre i racine carrée de l'opposé de l'unité. Peut-on dire que ce nombre est un objet inexistant ? Mathématiciens et philosophes ont pris l'habitude de le manipuler bien qu'il ait de nombreuses représentations. Lorsque nous assimilons l'ensemble des nombres complexes au plan des réels, nous identifions i au couple $(0, 1)$ par l'isomorphisme qui a tout complexe $z = x + iy$ associe le couple (x, y). Cet isomorphisme assigne aux nombres imaginaires une existence réelle comme le couple de deux nombres réels. Mais si nous considérons le complexe dans sa représentation polaire $z = re^{i\theta}$ nous identifions le nombre r avec la distance de l'origine au point M de coordonnées (x, y) et θ avec l'angle défini par l'axe des abscisses et la droite joignant l'origine au point M. Le nombre imaginaire i est alors représenté par le couple $(1, \pi/2)$. L'objet *nombre complexe* a donc des représentations cartésienne et polaire sous la forme des couples (x, y) et (r, θ) équivalentes dans lesquelles chaque élément est lié à l'autre par la relation qui construit cet objet. L'existence n'est donc pas une propriété de fait ni une propriété logique qui assimilerait l'objet à sa teneur chosique. L'objet mathématique

n'existe que s'il est possible de le construire avec les outils des mathématiques elles-mêmes.

1.24 – Les mathématiciens définissent une sous-catégorie sans recourir à la notion ensembliste d'inclusion. Le concept de sous-catégorie est bien adapté pour décrire les préoccupations méréologiques du tout et des parties introduites en logique par Husserl et Leśniewski ou de la méréotopologie de Varzi. Les relations binaires du tout et des parties définissent les morphismes d'inclusion. La relation binaire « est une partie de » est un ordre partiel sur le monde (réflexif, antisymétrique et transitif) et la relation « est une partie stricte de » est une relation d'ordre strict (irréflexive et transitive). Ces relations définissent les foncteurs d'inclusion et d'inclusion stricte. Dans un ensemble transitif, tout élément de l'ensemble est également une partie de cet ensemble. Les entiers de von Neumann sont définis de la façon suivante : $0 = \varnothing$, $1 = \{0\}$, $2 = \{0, 1\}$, $3 = \{0, 1, 2\}$, etc. Pour ces entiers, on a à la fois appartenance et inclusion. Par exemple, on voit que $2 \in 3$ car $2 \in \{0, 1, 2\}$ et $2 \subset 3$ car $\{0, 1\} \subset \{0, 1, 2\}$. Les entiers de von Neumann sont des exemples d'ensembles transitifs.

1.25 – Le tout n'est pas l'ensemble des parties. Voici la démonstration qu'en donne Pic de la Mirandole : « Le tout n'est point l'ensemble des parties, mais l'unité qui jaillit des parties ainsi que l'enseigne Aristote au huitième livre de sa *Métaphysique*. Car, si tu divises un tout en ses parties, les parties demeurent, mais le tout divisé disparaît lui-même, et cesse d'être en acte pour rester seulement en puissance ; de même les parties jusque-là en puissance, commencent d'être en acte, puisque auparavant, dans le tout, elles n'avaient point l'acte propre qu'elles obtiennent pour la première fois en subsistant par elles-mêmes hors de ce tout. » Les ensembles (et les classes) transitifs ont la propriété d'*extensionalité* (deux objets ayant les mêmes parties au sens strict sont identiques). Cette propriété est définie de manière axiomatique en théorie des ensembles. Lorsqu'on se place dans un monde (non nécessairement ensembliste) le concept d'identité de deux objets (en particulier de deux ensembles) est lié à la différence entre l'appartenance et l'inclusion, entre être-au-monde et être-dans-un-monde. Si pour deux objets extensionnels, cette différence est la même alors ces deux objets sont identiques ; si elle est de même type alors les objets sont isomorphes. L'écart entre le paraître et l'apparaître des objets extensionnels est la mesure de leur identité ou de leur non-identité. Le caractère chaotique des sous-parties des multiplicités non ensemblistes empêche cet écart d'être une mesure universelle.

1 . 26 – Pour le philosophe, une des questions méréologiques est de savoir lorsque les parties d'une chose vérifient une certaine propriété, si le tout (i.e. la chose elle-même) possède aussi et nécessairement cette propriété. En règle générale, il n'en est rien. Nous savons par exemple qu'une propriété microscopique des constituants d'un objet matériel n'est pas nécessairement induite au niveau macroscopique. La dualité des particules élémentaires que sont les quarks ne se retrouve pas dans les objets du monde matériel, qui ne sont pas nécessairement duals bien que leurs constituants primitifs le soient. Cela traduit la contingence des lois de la nature.

1 . 27 – Les catégories-mondes sont stratifiées. Une strate est une collection d'objets connectés. Dans la catégorie

dont les objets sont des signes, la *signifiance* est la strate formée par la collection d'objets dont le réseau des morphismes relie les signifiés entre eux. Le treillis des signifiants, pris ici au sens premier d'images acoustiques est un modèle stratifié de la phonologie d'un monde. Les ensembles de figures paradigmatiques (respectivement syntagmatiques) sont des strates de la catégorie des langues. Les strates forment des sous-catégories-mondes et le passage d'une sous-catégorie à une autre, autrement dit d'une strate à une autre s'effectue par un foncteur qui transporte à la fois les objets et les morphismes. Pour le philosophe, la signifiance, la subjectivation, l'interprétation sont des strates de catégories-mondes.

1 . 28 – La notion d'ensemble est très prégnante en mathématiques. Mais souvent cette notion n'est pas adaptée pour décrire les problèmes de sciences humaines. L'ensemblisme est cette attitude qui ne peut considérer d'autres structures que celles d'ensembles. Bien que dans de nombreuses situations, la description se solde souvent par l'ensemble sous-jacent, des structures plus complexes émergent. Elles reposent sur le concept largement répandu d'algorithmes, de graphes ou d'objets pour lesquels la notion d'appartenance n'a pas de sens. Mais la question n'est pas tant de savoir ce qu'est une structure qui n'est pas un ensemble mais pourquoi une structure ne peut être assimilée à un ensemble.

1 . 29 – L'ensemble n'admet pas le clone. Une collection du type $\{1, 2, 1, 3\}$ n'est pas un ensemble. Elle a bien une structure ensembliste sous-jacente $\{1, 2, 3\}$ mais cette structure ne décrit pas complètement les éléments de l'ensemble car la théorie des ensembles n'admet pas qu'il puisse exister deux éléments identiques, deux clones

dans un même ensemble. Cette structure est aujourd'hui connue sous le nom de multi-ensembles. Ne pas accepter le clonage, revient pour le physicien à ne pas accepter l'*indiscernabilité* : deux particules indiscernables peuvent appartenir à un même ensemble, bien qu'elles peuvent se trouver dans les mêmes états quantiques et à une même énergie.

1.30 – Dans un ensemble, la visibilité des éléments est totale. Tous les éléments se voient mutuellement, ce qui n'est pas le cas dans de nombreuses situations hors des mathématiques. On pourrait envisager une structure dans laquelle 1 voit 1 et 2 mais pas 3, 2 voit uniquement 3 et 3 ne voit que 2. Cette structure correspond à un ensemble muni d'une relation qui n'est ni réflexive, ni symétrique, ni transitive. Certes, les éléments 1, 2 et 3 forment un ensemble mais la relation *voir* est constitutive de la structure de données définie par les relations entre les objets. Cette relation devient plus importante que la relation d'appartenance. Dans d'autres contextes, cette structure est connue sous le nom de *graphe orienté*. Avec de telles relations, les opérations ensemblistes et algébriques sont remises en cause. Imaginons que les entiers pairs ne voient pas les entiers impairs, la notion d'addition de deux entiers impairs qui est un entier pair devient une opération externe qui n'a plus de sens. Elle conserve toutefois son sens pour les entiers pairs (puisque la somme de deux entiers pairs reste une opération interne). En physique quantique, la présence d'un observateur peut perturber le résultat d'une expérience. Dans ce cas, le concept d'ensemble n'est plus adéquat. Jean Bénabou a proposé la notion d'*ensemble observé* qu'il a aussi appelé *ensemble empirique* et qui inclut l'observateur dans la structure même de l'ensemble.

1.31 – Tous les éléments d'un même ensemble sont homogènes. Dans un ensemble classique, tous les points sont du même type et ont la même taille. Dans un *ensemble enrichi*, on suppose que les points ont chacun un type donné et que tous les points d'un même type ont même taille. Les points sont infiniment petits, mais cette infinitude est graduée.

1.32 – L'atomicité des ensembles et le concept de point sont-ils adaptés à l'espace temps de la physique ? Aujourd'hui, la nature de l'espace-temps est un sujet énigmatique. Il est clair que nous ne connaissons pas l'univers dans lequel nous vivons. Nous supposons qu'il est localement euclidien, mais nous ne savons pas comment il se comporte dans l'infiniment grand, ni dans l'infiniment petit. De là découlent des séries d'hypothèses sur la nature topologique de notre univers. Au gré des modes et selon les modèles, notre univers est tour à tour fini, infini, borné, en extension, fractal, assimilable à telle ou telle variété topologique. L'idée des physiciens catégoriciens est que notre univers est un espace sans points. Bien que le modèle classique de la cinématique soit construit sur un espace ponctuel, on ne peut en déduire pour autant, que la vraie nature topologique de l'espace soit ponctuelle. L'atomisme de la métaphysique humienne est un exemple d'ontologie déployée sur des espaces de points contraire à l'approche catégorielle. Il s'appuie sur l'indépendance des états de choses que l'on trouve aussi chez Wittgenstein.

1.33 – À l'échelle macroscopique, l'événement est un point de l'espace-temps dont le continuum autorise la précision des résultats. À l'échelle microscopique, le principe d'indétermination d'Heisenberg nous empêche de saisir simultanément avec précision un point purement spatial et une vitesse. Pour autant, on ne peut concevoir l'espace quantique des phases comme une grille dont le pas serait de l'ordre de la constante de Planck. En effet, le principe de correspondance imposerait que lorsque la constante de Planck tend vers zéro, une région finie du plan quantique converge vers une région du continuum des points. Autrement dit, un ensemble fini de points convergerait vers un ensemble infini de points, ce qui est impossible. D'un point de vue catégoriel, le concept de point, en tant que participant d'un continuum, est donc rejeté. Pour certains physiciens, l'espace-temps est vu comme une catégorie monoïdale munie d'un produit tensoriel, dont les objets sont les particules, assimilées à des espaces de Hilbert et dont les morphismes représentent la combinaison de ces particules entre elles via le produit tensoriel. Les graphes de Feynman diagrammatisent les interactions entre les particules. Dans cette représentation, l'espace-temps est donc une superposition de graphes de Feynman qui représente les fluctuations du vide. De ce point de vue, l'espace-temps des physiciens est une catégorie-monde.

Les champs ontologiques

2.1 – L'objet mathématique est un objet de connaissance. En général, l'objet désigne aussi bien la chose que sa représentation mentale. Il n'y a pas lieu de distinguer l'objet de sa création immanente produite par la connaissance, bien que ce qui soit effectivement connu (*objectum*) se distingue de ce qui est à connaître (*objiciendum*).

2.2 – C'est une des fabuleuses idées de la théorie des catégories que de considérer les points de vue comme autant de morphismes qui partent de l'objet. Ce n'est pas que l'objet s'objective dans le sujet, que les déterminations du transcendant passent dans l'image immanente, mais simplement que l'objet est partiellement représenté par un sujet. L'objet ne signifie pas seulement la partie devenue objet mais l'ensemble de ses points de vue, en tant que le sujet vise non une représentation, mais l'ensemble de ses représentations, même s'il est incapable de les représenter toutes à la fois. C'est un espace abstrait qui témoigne de la complexité de l'objet. Toutefois, il ne faut pas confondre les points de vue de l'objet et ses degrés d'objectivation, qui sont souvent posés comme une approche graduelle de l'objet subjectivé et qui se résolvent en un faisceau de quelques morphismes.

2.3 – L'objet est l'égal d'un ensemble d'objets indicés par ses points de vue. Cela souligne l'importance de l'*indexation* dans la réflexion mathématique, déjà remarqué par Gilles Châtelet. L'objet, pris dans les rets de ses indices, est toujours un sur-ensemble ou une sur-multitude de l'objet connu. Ce qui m'est donné n'est qu'une partie de l'objet à connaître, car toutes les réalisations du monde virtuel ne s'actualisent pas en même temps. L'objet est toujours un objet multiple. Le connaissable est ce qui advient ou ce qui est advenu, mais aussi ce qu'il adviendra. Un objet est toujours un objet intemporel, parce qu'il incorpore en lui tous les temps, comme d'ailleurs la connaissance qui lui est associée.

2.4 – Parmi les résultats de théorie des catégories, le lemme de Yoneda et le théorème de Diaconescu ont été peu commentés. Ils sont pourtant au cœur des interprétations ontologiques. Nous évoquons dans ce chapitre le lemme de Yoneda et remettons à plus tard la discussion sur le théorème de Diaconescu en relation avec le topos des mondes. Le lemme de Yoneda est exemplaire en ce qu'il permet de regarder les objets d'une catégorie comme les foncteurs représentables sur cette catégorie via des transformations naturelles. En termes mathématiques, il énonce que le foncteur de Yoneda est un foncteur pleinement fidèle. Si dans ce lemme, l'actuel est interprété comme la catégorie des ensembles et le virtuel comme l'espace des composantes fonctorielles, alors l'interprétation du lemme de Yoneda est ontologique. De plus, ce lemme pose la question de la catégorie ontologique elle-même, à savoir si ses objets sont des champs ou des particules comme le prétend l'école post-analytique. Le lemme est à l'origine de la notion de champ ontologique responsable de la mutabilité de l'Être et de l'étant.

2.5 – Yoneda a montré qu'on peut toujours associer à un objet un foncteur covariant que nous interprétons comme l'ensemble des points de vue de cet objet (ou sur cet objet dans le cas contravariant). Le lemme établit que les morphismes entre deux objets d'une même catégorie sont isomorphes aux transformations naturelles entre les foncteurs de Yoneda relatifs à ces deux objets. Par conséquent, deux objets sont isomorphes lorsque leurs foncteurs associés sont eux-mêmes isomorphes. Il y a donc une équivalence entre les objets et les points de vue sur ces objets. Le lemme illustre l'idée que sous couvert de l'Un-multiple, l'Être est relation. Il est donc faux de dire que le lemme de Yoneda est antideleuzien.

2.6 – Observons que ce lemme nous oblige à une interprétation ensembliste des relations. Il contourne les difficultés ontologiques en les rabattant sur la catégorie des ensembles. En géométrie algébrique, le mathématicien manipule des objets appelés *schémas*. A priori, il ne sait pas comment définir le produit de deux schémas, qui est en quelque sorte un objet virtuel. Ce produit devient un objet qui s'actualise par le lemme de Yoneda qui en fait par plongement un foncteur dans la catégorie des ensembles. Ontologiquement, le plongement de Yoneda équivaut au processus d'actualisation.

2.7 – Le *lemme de Yoneda* impose l'union du sujet et de l'objet. Il dit de manière mathématique qu'un objet est équivalent à l'ensemble des points de vue que nous portons à cet objet. Il établit une équivalence entre l'*objet objectivé* et l'*objet subjectivé*. Il donne une démonstration à l'idée que l'objet et le sujet ne peuvent pas se prendre séparément. L'objet parce qu'il participe au sujet fonde la possibilité d'objectiver le monde, mais aussi et de manière équivalente de le subjectiver. Il ne s'agit pas de relativiser le contenu à la forme, de réduire l'objet aux relations qu'il entretient avec le système, mais bien de distinguer l'objet mathématique par les morphismes qui le pointent. Les flèches peuvent d'ailleurs s'appliquer à l'objet en un mouvement autoréférent pour définir aussi bien l'objet et ses sous-objets que l'ensemble de ses points de vue. En théorie des catégories, la méréologie prend une allure singulière. L'objet est un tout et le sous-objet est défini par des morphismes. Le lemme de Yoneda prolonge l'être de l'objet par les actions que sont les morphismes qui l'entourent et le définissent. On mesure tout le poids de cette remarque au niveau philosophique : l'agir est consubstantiel à l'Être.

2.8 – Mais il ne faut pas s'y tromper : le lemme de Yoneda ne signifie pas que l'on puisse déterminer la nature des choses et des objets par l'énumération de leurs propriétés objectives, mais que la collection des points de vue afférents et efférents caractérise complètement l'objet. Les flèches afférentes correspondent aux propriétés de l'objet, à ce que Heidegger appelle la *Vorhandenheit*, les flèches efférentes correspondent aux appropriations, à la *Zunhandenheit*. Le système de préfixes de l'allemand traduit justement ce mouvement de convergence ou de divergence sur l'objet.

2 . 9 – Une autre question se pose. Dire que les catégories-mondes sont formées de *particules ontologiques*, n'est-ce pas réduire les objets de cette catégorie à une atomicité qu'ils n'ont pas ? L'intérêt de la théorie des catégories est précisément de concevoir un objet de différentes manières selon la catégorie dans laquelle on se place et de faire jouer différents foncteurs. Un foncteur élémentaire est le foncteur d'oubli. Un groupe est une structure algébrique dans la catégorie des groupes, mais ce même groupe n'est qu'un simple ensemble dans la catégorie des ensembles. La structure de groupe a été simplement oubliée. Pour autant, un groupe ne peut se réduire à une particule, c'est-à-dire à une structure ultime que l'on obtiendrait par décomposition. L'atomisme suppose qu'à partir d'une catégorie dans laquelle un objet est une particule, on puisse toujours construire par concaténation ou produit tensoriel, une catégorie de 2-particules dont les objets sont formées de la juxtaposition deux à deux de toutes les particules de la catégorie d'origine, et ainsi de suite pour définir des catégories d'ordre supérieur. Toutes les catégories dériveraient de la catégorie première des particules. S'il n'existait que des collections dont les éléments sont bien identifiés, il serait alors possible de construire un monde atomiste. Mais l'existence des multiplicités, des structures non-ensemblistes nous contraint à des constructions plus complexes que de simples emboîtements. Autrement dit, s'il existe des particules ontologiques elles ne peuvent être à la base

de la construction des mondes. La théorie des catégories n'est pas un atomisme.

2.10 – Les *champs ontologiques* agissent en tous lieux d'une catégorie-monde. Ils recouvrent les objets et les flèches comme le champ magnétique recouvre la terre. On peut les construire comme des objets limites dans des n-catégories. Une 2-catégorie est une catégorie de catégories. Ses objets sont des catégories et ses morphismes les foncteurs entre catégories. En itérant ce procédé, on construit une 3-catégorie, puis une 4-catégorie et ainsi de suite. Le champ agit aussi bien dans des espaces de points que dans des topologies compliquées. La *naturalité* est le champ ontologique de ce qui est naturellement. La fonctorialité est le champ de ce qui se transporte ou se métamorphose catégoriellement.

2.11 – Chez Leibniz, la *monade* est la substance simple, complète, formée de la réunion de l'âme ou entéléchie et de la matière ou puissance passive primitive. Dieu est l'unité première d'où dérivent toutes les monades. L'individu est un complexe organique formé d'une multitude infinie de monades subordonnées à une monade dominante qui est l'entéléchie ou force active primitive. Le réseau hiérachique des monades agit comme un champ ontologique transcatégoriel.

2.12 – Les *tropes* sont des exemples de particules ontologiques introduits au Moyen-âge, puis redécouvert en 1953 par D.C. Williams. Ce dernier reprend le concept de ce qui avaient été considérés auparavant par G.K. Strout sous le nom de *particuliers abstraits*. Plus récemment et à la suite des travaux de K. Campbell, il semble que la définition généralement admise d'un trope soit effectivement celle d'un particulier abstrait. Mais cette définition n'a pas de signification au-delà du modèle linguistique puisque la distinction de l'abstrait et du concret n'existe que dans les mots. Le sourire du chat n'existe pas indépendamment du chat.

2.13 – Pour Donald Williams, l'individu est défini comme une « somme méréologique de tropes coprésents. » Le travail philosophique se réduit à une catégorie ne comportant que quatre objets (les particuliers abstraits, les particuliers concrets, les universels abstraits et les universels concrets).

2.14 – Les morphismes, chez David Armstrong, se composent de deux classes : les relations et les propriétés. La combinaison de ces objets et de ces morphismes dans une même catégorie conduit à une impasse puisque les relations entre des particuliers abstraits peuvent être des propriétés d'universels concrets, ce qui rend inopérant la distinction entre abstrait et concret.

2.15 – En théorie des catégories, la limitation à deux espèces interchangeables (les objets et les flèches) n'entrave pas la diversité des entités qui s'exprime par le foisonnement des catégories elles-mêmes (catégories des ensembles, des groupes, des anneaux, etc.) et la fonctorialité qui contrôle cette diversité.

2.16 – L'*événement* est le champ ontologique de ce qui advient. Il est différent de ce qui arrive, de son effectuation spatio-temporelle (le *fait*) et de son actualisation (l'*accident*). Dans la philosophie deleuzienne, l'événement est ce qui se dit des choses. C'est un pur devenir. L'événement est le sens lui-même. Il opère à la fois dans le langage et dans le monde. Il est – selon l'expression de Zourabichvili – le double différenciant des significations, d'une part et des états de choses, de l'autre. Dans la philosophie badiolienne, l'événement est le site de ce qui n'est pas l'Être. Le fantasme est un événement pur. Il subvertit l'opposition classique entre le sujet et l'objet. C'est son point commun avec le lemme de Yoneda.

2 . 17 – Dans le modèle standard de la cosmologie, le *big-bang* est l'événement primordial. Il exprime, entre autres choses, la création, puis la différenciation des forces physiques, ainsi que l'émergence de la structure baryonique de la matière. Il ne contredit pas l'existence d'un avant big-bang. Toutefois, rien ne permet d'affirmer que l'état physique de la matière soit le même avant et après le big-bang. Par conséquent, la différence de ces mondes montre leur différence ontologique. Les champs ontologiques eux-mêmes peuvent être différents. En particulier, si la physique est différente, les notions de simultanéité, de causalité et d'événement ne sont plus les mêmes. On comprend que l'expression d'un événement n'est pas une affaire de logique. Un événement et son contraire s'expriment dans un monde indépendamment de la logique de ce monde. Pour le philosophe, la logique n'a aucune utilité.

2 . 18 – Un des avantages du concept de champ est de ne pas engager la contingence dans un arbre ontologique ou une table des catégories comme le fait par exemple, Roderick Chisholm. A la racine de l'arbre, l'entité première (*Entia*) se partage entre contingent et nécessaire. Le contingent se découpe en deux sous-parties : les états (*states*) et les individus (*indivduals*). Un événement est un état contingent, Les individus se partagent entre fron-

tières (*boundaries*) et substances. Ces dernières sont des individus qui n'ont pas de frontières. Le nécessaire (éternel) est découpé en états (*states*) et non-états (*nonstates*). Dans ce modèle, on ne comprend pas ce qui justifie la précédence du niveau contingence/nécessité sur le niveau formé des rubriques états, individus et non-états.

2.19 – La *contingence* est un champ ontologique qui exprime la mutabilité des objets catégoriels. Elle n'a ni cause, ni auteur. Relativement aux lois de la nature, la contingence est le fondement ontologique du non-déterminisme, de notre incapacité à prévoir rigoureusement et totalement le futur. Ce que Mallarmé traduit par cette expression célèbre : « un coup de dés jamais n'abolira le hasard ». Relativement à l'homme, la contingence exprime le fondement de la liberté humaine. Dans une catégorie-monde, la contingence est absolue.

2.20 – Pour Duns Scot, est contingent ce qui aurait pu être (ou advenir) autrement que ce qu'il n'est (au moment même qu'il est). Par exemple, l'assertion « Je suis né à Suresnes » est contingente puisque j'aurais pu naître à Saint-Cloud. Mais l'incommensurabilité de la diagonale du carré est nécessaire puisqu'il ne peut en être autrement. Duns Scot précise : « Je ne dis pas qu'est contingent ce qui n'est ni nécessaire, ni éternel, mais ce dont l'opposé pourrait arriver quand il arrive. » La contingence ne s'oppose pas à la nécessité, si bien qu'elle peut s'appliquer à un objet et à sa négation. Elle est toutefois dans la volonté divine, et par conséquent dans notre monde, puisque Dieu en voulant une chose, pourrait ne pas la vouloir.

2.21 – Pour Spinoza, la contingence est un défaut de connaissance et il n'y a rien de contingent dans la nature des choses, car toutes les choses relèvent de la nécessité de la nature divine. La contingence ne s'oppose pas à la nécessité.

2.22 – Pour Leibniz, tous les êtres (sauf Dieu) sont contingents, car leur existence ne procède pas de leur essence. Les vérités nécessaires sont les tautologies et les vérités contingentes sont des propositions vraies qui ne peuvent pas se ramener à des tautologies par un nombre fini d'opérations. Pour concilier la liberté de l'homme et la certitude de la vérité, Leibniz pose une relation d'inhérence virtuelle entre le prédicat et le sujet des propositions contingentes. Ainsi en nouant la contingence à l'infini, l'homme acquiert la certitude de toutes les vérités.

2.23 – Dans l'histoire de la philosophie, la liberté de l'homme s'est donc heurtée d'un côté à la préscience divine de tout ce qui arrive, et de l'autre aux certitudes des lois de la nature, si bien que l'homme considéré dans sa finitude n'a plus le choix que de se soumettre à un déterminisme présupposé. Fragment de la nature, il doit en tant que sous-ensemble obéir à ces lois, portion du sociologique, il n'a pas d'autre issue que de se mouvoir dans les fluctuations limitées de phénomènes moyens. La finitude réduit la liberté de l'homme à néant. Dans une catégorie-monde, l'existence de l'infini et de parties non-ensemblistes rend possible la contingence, le non-déterminisme et la liberté totale de l'homme.

2.24 – Un autre argument plaide en faveur de la nécessité de la contingence. Il semble que l'aléatoire soit inhérent au déterminisme. C'est du moins ce que nous enseignent les probabilités à travers l'exemple suivant. Sous des conditions techniques, la solution d'une équation différentielle aux dérivées partielles est la valeur moyenne d'un processus stochastique. Par exemple, l'espérance du mouvement brownien est solution de l'équation de la chaleur. Ce résultat autorise l'utilisation de méthodes de simulation construites sur des tirages aléatoires pour résoudre des équations déterministes. Ceci étant, la question est de savoir si *tous* les problèmes qui se résolvent de manière déterministe admettent aussi une solution qui serait la moyenne d'un processus aléatoire. Inversement, un problème ayant une solution constructible par un processes aléatoire a-t-il une solution déterministe ? Longtemps, on a pensé que, vue la complexité mise en jeu, les tests de primalité (démontrer qu'un nombre est premier) ne pouvaient se résoudre que par des algorithmes stochastiques. En 2002, Manindra Agrawal et deux collègues ont démontré que le problème de la primalité se résout en un temps polynomial par un algorithme déterministe. La question se pose aussi pour les sciences physiques. La désintégration radioactive qui passe pour un processus aléatoire a-t-elle une solution déterministe ? De manière plus générale, la stochasticité est-elle le dual du déterminisme ?

2 . 25 – Pour répondre à ces questions, encore faut-il savoir comment un sujet se situe dans un monde catégoriel. Soit la définition : un *sujet* est une multiplicité portée par un corps et transverse à des mondes. Comme le remarque A. Badiou, l'homme est le sujet qui habite le plus de mondes. L'*individuation* est le mode par lequel un sujet intériorise un dehors en temps propre. Il fait ap-

paraître le caractère instable du devenir-sujet. Le sujet se construit par la multiplicité de ses individuations.

2.26 – Les positions philosophiques varient selon que l'on fait de la matière ou de la forme le principe d'individuation de l'Être. Les matérialistes soutiennent que la matière est le principe d'individuation. Pour Duns Scot, c'est l'*haecceitas* et non la matière qui décide de l'individuation. Pour Guillaume d'Ockham, l'alternative de la matière et de la forme n'a pas lieu. L'Être est individuel en raison du fait même d'être un Être, car dans la réalité n'existe que ce qui est individuel. L'individuel se réduit à la considération de points de vue autoréférents. Pour Thomas d'Aquin, l'action de morphismes démontre que l'existence (l'*esse*) n'est pas un élément de l'Être, mais un acte de l'Être individuel qui n'est déterminé par aucune forme de genre ou d'espèce. Tout ce qui est réel est aussi individuel.

2.27 – Pour Lacan, l'*inconscient* est la représentation du manque de sujet. Le sujet ne désigne donc pas un être mais un manque-à-être. Le psychanalyste affirme par ailleurs que l'inconscient est structuré comme un langage. En termes catégoriels, l'inconscient a la structure d'une *esquisse*. L'esquisse est dans l'acception de Charles Ehresmann, un modèle de catégorie.

L'ordre diagrammatique

3 . 1 – Le diagramme est le lieu de cette vérité qui ne se saisit non par une succession d'inférences logiques, mais globalement, intuitivement, dans une dimension intellectuelle et corporelle qui passe par le geste. Car le propre du diagramme est de tendre à conserver la mémoire du geste qui permet de le rejouer et de le prolonger. Pour faire l'expérience du diagramme, pour assembler le divers des éléments de sens qu'il donne à voir, pour que la machinerie diagrammatique joue son rôle, il faut que le sens s'incarne dans le corps qui est le seul creuset *in fine* où le sens puisse réaliser sa transmutation en logos.

3 . 2 – Rien ne peut être compris s'il ne passe par le corps. Le diagramme a une dimension haptique où la proximité du sens est voisine de l'intimité et de la liberté des corps. Le corps s'approprie le diagramme librement selon l'axe créateur qui lui convient sans préjuger d'une orientation

préalable, dans des modalités empiriques ou aléatoires et des ordonnancements de son choix.

3.3 – Pour Descartes, seul l'entendement a le pouvoir de percevoir la vérité. Il perçoit effectivement une vérité, mais c'est une vérité partielle, *décharnée*, non assimilée, qui, si elle n'est pas passée par le corps, ne pourra prolonger le geste créateur que le diagramme immobilise. Ce geste fossilisé que le diagramme déploie et que nous appelons *spectre* est précisément l'antichambre du logos. L'acte de connaissance est la liberté d'appréhension corporelle des spectres. Le dévoilement du geste induit le dénouement du sens.

3.4 – « Un diagramme – dit Gilles Châtelet – peut immobiliser un geste, le mettre au repos, bien avant qu'il ne se blottisse dans un signe, et c'est pourquoi les géomètres et les cosmologistes contemporains aiment les diagrammes et leur pouvoir d'évocation péremptoire. Ils saisissent les gestes au vol ; pour ceux qui savent être attentifs ce sont les sourires de l'Être. » Des sourires qui ne se forment pas dans un trope, mais se figent dans un spectre. Car le propre du diagramme est la trace du suspens et de l'existence locale des temps. Il n'est ni matière, ni proposition, mais simplement passage et témoin du geste créateur qui lui a donné naissance. S'il se réfère au transcendant, c'est aussi sa manière de convoquer un ensemble de traces.

3.5 – Le diagramme donne à penser ce qui n'est pas inscrit. C'est par conséquent une marque de l'absence fondamentale d'un geste qui n'est plus. Il est au cœur de la question de l'existence et c'est pourquoi il laisse entrevoir les *sourires de l'Être*. Le spectre est l'expression d'un cheminement qui n'a plus de dynamique. C'est une image diachronique d'événements gelés qui reste immobile et qui a perdu le temps qui l'a fait naître. C'est l'image d'un passage qui autorise le surpassement de son propre décodage : celui de déchiffrer les sourires de l'Être, le dévoilement du geste créateur immobilisé dans l'expression diagrammatique.

3.6 – Les gestes que le diagramme capte participent d'une lignée de figures qui règle l'orientation de la pensée. Le déplacement dans la nature et le déplacement dans la pensée sont les lieux r*ai*sonnants de l'expression d'un diagramme. Une grammaire de diagrammes ne saurait rendre compte de cette déterritorialisation. Entre les devenirs, les *stratagèmes allusifs*, les lignes de fuite et les espaces striés du diagramme, les spectres défont les certitudes acquises pour mieux cerner par la capacité du regard intérieur le monde tel qu'il se déploie et l'expression de ses virtualités. Dans une diagrammatologie bien tempérée, le diagramme n'est pas un moteur d'inférences logiques, mais l'idéalité de ses spectres.

3.7 – Un diagramme se construit dans sa dimension linguistique, plastique, mais aussi psychique. Il n'a pas nécessairement de support matériel. Il est fait d'équilibres et de déséquilibres entre des territoires qui par intersection et combinaison de zones, d'aspects, de textures produisent une *consistance*. La différence, la tensivité, l'intuition, l'iconicité, la potentialisation, le machinique sont autant de composantes du diagramme. Et les passages d'un diagramme à un autre sont des changements d'horizon ou de territoire qui s'effectuent aussi bien dans le sens d'une territorialisation, d'une normalisation que d'une déterritorialisation. Ce qui différencie le diagramme d'un plan, d'une figure, d'un schéma, d'un croquis, d'un graphe, d'une courbe ou d'une structure n'est pas de nature simple. Dans la mesure où il connecte un espace à un autre, le diagramme ouvre la question d'une topologie de la suture.

3 . 8 – Lorsque le diagramme est créé, il s'actualise. Son expression virtuelle enferme une part intuitive, une connotation d'un fragment de savoir qui n'est pas encore révélée et qui n'aspire qu'à un dévoilement de cette pré-connaissance.

3 . 9 – Comme machine de sens, le diagramme est porteur d'une intuition topologique. La position des objets dans un diagramme n'est jamais neutre : l'organisation et la disposition des systèmes signifiants contraignent le sens du diagramme. Car l'espace abstrait ou physique est donateur de sens. Le chiffre zéro n'a le sens d'annihilation des quantités que parce qu'il partage l'espace également entre des quantités positives et des quantités négatives. Sa position centrale sur le plan de jonction entre deux mondes opposés lui confère le sens qu'il a, et le pouvoir de soustraire une quantité à une autre, d'annihiler complètement le poids du nombre. Si le nombre positif a une signification physique, le nombre négatif n'a de signification que parce qu'il mêle un concept opératoire (le *soustractif*) à un nombre positif. Chaque nombre positif ou négatif porte en lui la possibilité d'anéantir un autre nombre de signe opposé. Le résultat de cet antagonisme est le chiffre zéro qui n'a ni signe, ni poids. Sa position particulière au sein des nombres lui assigne son sens. Dans ce cas, le sens naît d'une bifurcation de l'espace.

3.10 – Le diagramme donne à penser plus qu'il ne représente : il actualise par construction des virtualités. Le diagramme n'est pas une démonstration. Inutile d'opposer le discursif à l'intuitif, ce qui se joue dans l'espace diagrammatique est un parcours de la raison par lequel s'opère une mise en coïncidence avec l'objet à connaître et non le déroulement mécanique de procédures démonstratives. Il n'y a nulle méthode formelle démonstrative dans le diagramme, car l'application d'une telle méthode conduirait à rendre la connaissance indépendante de sa matière. Au contraire, le diagramme cherche l'union intime avec l'objet à connaître. Le diagramme est ce point de passage obligé.

3.11 – Pas plus qu'il ne faut réduire le diagramme à un message sans code ou à une expression de sens sans référence qui n'aurait que deux composantes, l'iconique et le plastique, il ne faut lui assigner le rôle d'un signifiant pur. Car il n'y a de *figural,* de « signifiant visuel » que dans la décomposition que nous lui faisons subir. Le figural de Lyotard qui n'aurait aucun référent ne peut être isolé dans le diagramme, et nous pouvons poser sa « primauté ontologique ». Savoir si l'image a besoin d'une structure pour acquérir une signification est une question qui croise celle de savoir pourquoi ce qui perce dans le diagramme a un sens contraint par la machine diagrammatique.

3.12 – La tension des formes, de la matière et de la texture sont autant d'éléments qui codent pour la signification du diagramme. C'est le rythme qui fait la texture et c'est le geste qui produit le rythme. Ce sont des agencements entre des éléments tensifs, la rencontre d'un territoire avec un autre qui provoquent une mise en résonance, une entité d'interprétance qui définit à son tour de nouveaux traits sémantiques. Le sens du diagramme se manifeste donc par la présence ou l'absence d'éléments et le fait que ces éléments induisent par leurs relations aux autres des valeurs relatives au système. La courbure, l'angularité, l'intensité des pleins créent la tensivité du lieu. Les harmonies de résonance ajoutent à l'impassibilité des phénomènes une dimension nouvelle. La texture du diagramme est celle de la figure qui le compose, qui elle-même équivaut au grain de la surface d'un objet. Le vide est un espace qui n'aspire qu'à être comblé et qui est tenu à distance. Cet écart accroît l'intensité créée par le vide. C'est un manque, qui remplit justement sa fonction de plein.

3 . 13 – Le diagramme est toujours relatif à un lieu, son topos. Ce topos est un lieu abstrait, non une région de notre espace géométrique. Dans la *Physique* d'Aristote, le lieu est « la limite immobile immédiate de l'enveloppe », car le lieu est toujours le lieu de quelque chose. Toute position est relative à un référentiel. Les objets qui sont dans un bateau en mouvement ont un référentiel relatif au bateau dans lequel ils ne bougent pas et un référentiel absolu qui est le référentiel terrestre dans lequel ils se déplacent à la vitesse du bateau. Mais elle-même, la terre est en mouvement. Son référentiel est relatif à celui du soleil, et notre soleil, lié à notre galaxie, est lui-même en mouvement avec l'ensemble de cette galaxie. Le sens que l'on donne à un objet, à un diagramme dépend du lieu à partir duquel il est pensé.

3 . 14 – Le cadre, la bordure ou le contour assument un rôle sémantique important dans le diagramme et de ce fait acquièrent un statut d'énoncé. L'accentuation des

contours est un élément signifiant de la figure. Dans le diagramme, lorsque la ligne s'épaissit, le sens donné à cette délimitation devient plus important. Dans l'ordre temporel, l'accentuation des traits et des marges est autant contrastée que dans l'ordre spatial. Les éléments d'univers supposent des rapports de durée hétérogène. Ce qui les définit est le sens qu'ils prennent relativement au contour temporel qui les borde.

3.15 – A l'âge classique, le panoptique de Bentham n'a de sens que relativement au droit pénal de cette époque. Il est, dit Foucault, « le diagramme d'un mécanisme de pouvoir ramené à sa forme idéale ; son fonctionnement, abstrait de tout obstacle, résistance ou frottement, peut bien être représenté comme un pur système architectural optique : c'est en fait une figure de technologie politique qu'on peut et qu'on doit détacher de tout usage spécifique. » Le panoptique conjoint historiquement la forme de la prison à la forme du droit pénal. C'est ce que nous appelons le caractère *fonctoriel*, ce caractère si particulier qui induit le passage d'une catégorie à une autre. « Le panoptique est une machine à dissocier le couple voir-être-vu : dans l'anneau périphérique, on est totalement vu, sans jamais voir ; dans la tour centrale, on voit tout, sans être jamais vu. » C'est une « machine abstraite », « une manière de faire fonctionner des relations de pouvoir dans une fonction, et une fonction par ces relations de pouvoir. » Le panoptique est l'illustration de ce concept de machine diagrammatique, de flux, de tensions, d'équilibres et de déséquilibres, de fini et d'infini, autant d'éléments qui circulent dans la figure et rendent le diagramme actif plutôt qu'opérationnel. Le machinique se réfère au diagramme, l'opératoire est de l'ordre de la structure.

3 . 16 – Dans ces multiples fonctions, la machinerie diagrammatique est le lieu des encodages territoriaux, des repérages et des cartographies. Tout concoure à la mise en œuvre de machines abstraites : des engrenages, des moteurs, des flux et des singularités produisent cette circulation de sens, localement, sans souci de généralité dans des dimensions plurielles et produisent une signification. Il n'y a nul besoin de construire une axiomatisation, qui se profilerait derrière le diagramme. Dans le panoptique de Bentham, la prison voit et fait voir. C'est une machine de visibilité qui distribue les hommes, les lumières et les regards sous les effets coercitifs de la distribution du pouvoir et assujettit les corps pour les rendre plus dociles. Le diagramme du panoptique est l'image d'autres diagrammes qui convergent au point focal de l'espace sociétal. Qu'il s'agisse d'éducation, de santé ou de prison, le panoptique est un modèle de fonctionnement des rapports de pouvoir qui règlent la vie quotidienne des hommes.

3 . 17 – Pour que le diagramme fonctionne, qu'il soit différent d'un simple schéma, il faut qu'il révèle le sens de ses singularités. C'est pourquoi le diagramme est toujours à l'interface de l'actuel et du virtuel. Il assure le passage de l'Un à l'autre par une machinerie qui est l'âme du diagramme. Cette machinerie n'est pas là pour représenter des objets, mais pour produire, dans le réel, l'actualisation de ses composantes virtuelles, révéler au monde sensible, une face dissimulée de l'objet.

3 . 18 – C'est la force du diagramme, dit Gilles Châtelet, que de savoir esquisser en pointillé une solution. Le diagramme n'est ni une simple figure ou un schéma, ni une esquisse ou un croquis. C'est un passeur et c'est cela que met en exergue la notion de fonctorialité. Le diagramme est le lieu à partir duquel la fonctorialité s'exprime. Il n'est pas une représentation de la réalité et n'est pas saturé comme la figure cartésienne par un surplus d'information. Qu'apporterait de plus, se demande Descartes dans la *Sixième méditation*, un schéma du chiliagone ou du myriagone ? Pour que le schéma devienne diagramme, il faut qu'il se double d'une machinerie qui va puiser d'un côté, ce que le formalisme établit de l'autre.

3 . 19 – On soulignera l'importance de l'horizon dans les expressions diagrammatiques, lieu où tout s'assemble comme pour mieux se mêler, s'interpénétrer ou se fondre et en fonction de quoi se déploie le geste inaugural de la connaissance. L'horizon, c'est le repli de l'infini dans l'actuel, l'image du microscope qui se forme à l'infini. L'image virtuelle n'a d'existence dans le monde physique qu'à travers un dispositif expérimental, auquel elle préexiste. Comme l'infini est au-delà de notre univers, il faut une machine abstraite qui le rabatte sur l'actuel pour que nous puissions le voir et le comprendre dans le monde sensible. C'est cela l'*enchantement du virtuel.*

3 . 20 – L'*indiscernabilité* existe dans la nature (indiscernabilité des particules), et ce n'est pas ajouter de la confusion que de se placer au voisinage de ces singularités, aux points d'inflexion où la topologie s'incurve pour produire de nouveaux effets. Car il n'y a pas d'autres choix : c'est le seul passage où cela se produit, que l'on appelle cela actualisation du virtuel ou non.

3.21 – Qu'il soit considéré comme objet taxinomique ou comme objet machinique, le diagramme est le lieu où réside une certaine universalité soit parce qu'il représente un ensemble de schémas, soit parce qu'il cartographie un savoir universel qu'il distille dans des séries d'invariants. La question se pose de savoir s'il existe des diagrammes universels ou si un diagramme est capable de produire de l'universel. Cette question généralise le problème posé par le structuralisme. Dans ce contexte, la notion de diagramme est proche de la notion de structure, ou au sens catégoriel de la notion d'*esquisse* (c'est-à-dire d'un modèle de catégories), d'un objet théorique à la fois idéal et réel qui s'exprime dans un substrat, mais qui ne s'y actualise jamais en tant que tel. L'Être du diagramme est un objet virtuel et s'il exprime une universalité, cette universalité est entièrement donnée par sa virtualité. Enfin, si le diagramme est capable de produire de l'universel, c'est que la circulation des flux dans ce diagramme en tant qu'expression de la machinerie diagrammatique mène à un ensemble de points singuliers polycentré unique qui condense l'essentiel du diagramme. C'est dans cette singularité que naît l'universalité. Elle se déploie sur des réseaux d'invariants qui sont des candidats potentiels à l'universalité.

3.22 – Bien que le latin distingue les catégories ou prédicaments (*praedicamentum*) des prédicables (*praedicabile*), il semble difficile de comprendre ce qui les oppose. Parmi les prédicables, le genre et l'espèce sont des notions relatives. Le genre se dit de l'espèce, aussi bien que l'espèce se dit du genre. L'être animé est à la fois un genre de l'espèce « homme » et une espèce du genre « substance corporelle ». Ce topos est pris entre d'un côté les dix catégories d'Aristote et de l'autre l'arbre de Porphyre. Cet arbre est un exemple de fonctionnement diagrammatique.

3.23 – Un autre exemple de fonctionnement diagrammatique est le schématisme kantien. Comment la subsomption de gestes sous un diagramme, et par conséquent l'émergence de virtualités comme événements est-elle possible ? Cette question n'est-elle pas équivalente au problème de la subsomption kantienne d'un objet sous un concept ? Ne s'agit-il pas de remplacer le schématisme kantien par une théorie diagrammatique renouvelée ? Si tel était le cas, il n'y aurait aucun intérêt à développer le concept de diagramme, ni celui de spectre qui seraient respectivement identifiés au schéma et au schème.

3.24 – Voyons donc ce qui distingue le schéma du diagramme. Dans la théorie kantienne, la subsomption d'un objet sous un concept induit que la représentation de l'objet est homogène à la représentation du concept, de sorte que le concept renferme « ce qui est représenté dans l'objet à y subsumer. » Le concept empirique d'une assiette est homogène au concept géométrique du cercle. Or les concepts purs de l'entendement sont hétérogènes aux intuitions sensibles. Se pose donc la question de leur subsomption. La solution, dit Kant, est qu'il existe un troisième élément qui est le *schème transcendantal*, homogène d'un côté aux concepts et de l'autre à l'intuition, et qui est une représentation intermédiaire pure joignant le côté intellectuel d'une part et le coté sensible de l'autre. La subsomption des intuitions sous les concepts devient possible, et par conséquent l'application des catégories aux phénomènes est elle-même possible. Ce qui permet de dire qu'une catégorie comme la causalité qui ne peut être perçue par les sens est aussi enfermée dans les phénomènes. Le transfert, c'est-à-dire le caractère fonctoriel, permet l'application des catégories aux phénomènes. La subsomption est donc le *foncteur* qui relie les catégories kantiennes à la catégorie des phénomènes.

3 . 25 – Dans la théorie kantienne, le schéma est un dessin qui apparaît le plus souvent sous une forme simplifiée réduite à l'essentiel, tandis que le schème est une forme intermédiaire entre le concept et l'image. La représentation mentale d'un concept comme la représentation d'un nombre est un procédé général de l'imagination qui procure à un concept son image que Kant appelle le *schème*. Il est différent de l'image physique d'un nombre qui sera soit sa transcription symbolique, soit sa forme énumérative. Le schème kantien est donc un pont entre les productions de l'entendement et les réalisations de la sensibilité. Il ne s'apparente au diagramme que dans la mesure où il est une actualisation dans l'espace et le temps des catégories.

3 . 26 – Le diagramme n'est pas le résultat d'un transcodage appliqué à un schème. Il peut se doubler d'un codage que lui aura assigné le locuteur, mais il sera toujours plus qu'un simple schéma parce qu'il exprime les efforts du virtuel qui sourdent sous la surface des diagrammes, dont les compositions de points, de lignes et de plans créent des tensions floues entre les éléments qui le composent. Les informations recueillies ne forment pas un espace clos. D'autres éléments s'accumulent toujours dans des lieux de réserve où ils pourront ou non s'actualiser. Le diagramme ne peut se réduire à une image, ni

à un texte. Voyons maintenant ce qui le distingue de la structure.

3.27 – La *structure* ne peut se séparer de son origine cosmogonique. C'est ce qui la distingue fondamentalement du diagramme. Elle se doit d'expliquer la formation de l'univers, et corrélativement, assigner la place de l'homme dans le monde. C'est pourquoi elle oscille constamment entre structure transcendantale et structure immanente. La structure dans sa rationalité même et sa propension à organiser le monde cherche toujours à rejoindre le sujet, à le serrer de plus en plus près et donc à le limiter dans sa liberté. Entre la transcendance du sujet et l'immanence de l'objet, la structure en tant qu'organisme oublie le geste créateur, qui lui fournirait la dialectique dont elle a besoin pour se régénérer et abandonner ce dilemme oscillant dont elle ne peut sortir. Pour cela, elle doit se faire diagramme et inclure la virtualité du geste. Dans toutes les disciplines qui ont développé des théories structurales, pas seulement l'ethnologie ou l'anthropologie, mais aussi la psychanalyse, la linguistique et la sémiologie, la structure n'échappe pas à son origine cosmogonique. La grande fable du monde est cartographiée dans sa véracité imageante. Dans le discours structural, la structure se trouve toujours en position dominante et transforme l'opérationnel qui la constitue en ontologie.

3.28 – La structure de Lévi-Strauss est un système transformationnel prédictif, adéquat et homogène. Il est constitué d'un ensemble d'éléments tel que la modification de l'un de ses éléments entraîne la modification de tous les autres. Cet ensemble forme un groupe de transformations permettant de prévoir l'évolution du modèle lorsqu'un de ses constituants est modifié. Il rend compte parfaitement de tous les faits observés. Lorsque Lévi-Strauss montre que les relations de parenté dans la société Kariéra forment un groupe de Klein, il n'en tire aucune conséquence importante. Car le modèle mathématique de groupe ne dit rien sur le fonctionnement des relations parentales. Comme cela a été remarqué, la théorie des groupes est totalement inopérante dans ce contexte et n'apporte aucune connaissance supplémentaire.

3 . 29 – D'où la question : en dehors de son champ proprement mathématique, une structure algébrique peut-elle apporter quelque chose aux sciences humaines ? Certainement, mais à condition de ne pas s'arrêter à la structure elle-même. Peu importe de savoir si tel ensemble appartient à tel groupe ou non. Ce qui importe, c'est de comprendre que l'action de groupe fournit plus de résultats que le groupe lui-même. En mathématiques, la notion de groupe est féconde lorsque le groupe agit sur un ensemble pour en modifier l'organisation. C'est l'*action de groupe*, plus que la structure de groupe elle-même, qui sert à mettre en évidence de nouveaux classements et dessiner de nouvelles catégories. Dans les classifications cristallographiques, les groupes de symétrie sont tabulés. L'action d'un groupe de symétrie sur le tenseur des contraintes permet de simplifier sa représentation matricielle et d'en déduire des propriétés comme par exemple la piézoélectricité. La richesse de la notion de groupe réside dans son caractère opératoire. Ce qu'enseignent les mathématiques est que pour être réellement efficace, cette opératoire doit agir localement, et non globalement comme dans la structure. C'est ce qui distingue struc-

ture et diagramme. La structure est une entité globale, le diagramme est une entité locale.

3 . 30 – Les diagrammes évoluent par mutations et recollements. L'important dans le cas du diagramme, c'est précisément le bord, l'élément qui sert à recoller. La machine diagrammatique se nourrit des relations que le bord entretient avec le reste du diagramme. Dans les virtualités riemanniennes, le bord du diagramme qui enjoint les singularités en les reliant à l'infini découpe dans le plan complexe un territoire à partir duquel pourra fonctionner l'holomorphie. Dans les diagrammes de Feynman, les bords du graphe que constituent les sommets ou *propagateurs* jouent un rôle essentiel dans l'expression algébrique associée. En géométrie, la notion de recollement est centrale. Elle opère le plus souvent aux frontières et donne naissance comme dans la construction du tore par recollement des extrémités d'un carré à des éléments de dimension supérieure. Représenter une bouteille de Klein par un simple carré et une opération de recollement des bords, c'est toute la puissance du diagramme dont le moteur est ici le processus de recollement.

3 . 31 – Le diagramme se distingue de la figure par la machinerie qui le fait fonctionner. Il ne s'agit pas d'un simple codage ou d'une information rassemblée en un lieu singulier qui affirmerait le modèle, mais d'un déploiement de gestes virtuels. Le diagramme est un objet covariant, indépendant des référentiels, valable dans tous les mondes possibles. En ce sens, le diagramme véhicule sa propre sémantique. C'est ce qui en fait un objet ontologique de la théorie des catégories. De la même manière que chez Deleuze, le personnage conceptuel plonge

dans le chaos pour en remonter « les traits diagrammatiques d'un plan d'immanence », une effectuation qui, chaque fois, revient à créer des concepts, de même, le diagramme plonge dans le virtuel pour que s'effectue l'actuation des composantes du réel. Les concepts sont déterminés par la topologie de la *variété d'immanence* qui est faite principalement de traits diagrammatiques qui font écho aux traits tensifs des concepts. « Les premiers sont des intuitions, les seconds sont des intensions » La correspondance entre les deux se joue dans l'action médiatrice des personnages conceptuels.

3.32 – Pour que le diagramme fonctionne, il lui faut une machinerie qui lui soit propre : la combinatoire dans la diagrammatique lulliste, les règles de Feynman dans les diagrammes du même nom, la fonctorialité dans les diagrammes de Grothendieck, l'algèbre des racines dans les diagrammes de Dynkin, l'inférence logique dans les diagrammes de Venn et dans l'idéographie de Frege, la différentiation et le calcul intégral dans les diagrammes d'Oresme. Pour les sciences physico-mathématiques, il n'y a pas dans les diagrammes de chaînes syntagmatiques qui produiraient un « encodage territorial », mais une singularité du topologique d'où naissent les productions d'univers.

3.33 – La recherche de *topiques* reste la principale motivation des repérages et des délimitations cartographiques. Sur une même composante, il y a une infinité de personnages conceptuels et une infinité de diagrammes qui s'enchevêtrent, s'associent en modifiant la surface dans un mouvement chaotique pour délimiter des régions d'intensité variable. Le mouvement créé par la pensée induit des recouvrements, des entrelacements qui se chevauchent les uns les autres et composent autant de variations de l'hypersurface. Dans cette dynamique, l'immanence n'est plus une donnée, mais un perpétuel devenir que révèle le moteur diagrammatique, un dévoilement progressif de l'Être.

Le virtuel

4.1 – Le virtuel est d'abord un tout réel qui ne nous est pas explicitement donné. La physique quantique est l'illustration la plus simple d'un virtuel incorporel qui ne se résout que dans une suite de diagrammes. L'intégrale de chemins (que l'on appelle aussi intégrale de Feynman) est une somme sur des composantes virtuelles. C'est cette somme qui détermine le réel tel que nous le percevons. Une somme virtuelle pour un résultat actuel, c'est toute l'ambiguïté de la physique de l'après-guerre. Le virtuel pousse sous l'actuel. Ce qui nous est donné, c'est simplement des passages, des singularités par lesquelles le calcul s'engouffre. Il n'y a pas d'autre alternative au monde des particules élémentaires.

4.2 – Le virtuel est avant tout affaire de découpage et de délimitation. La réalité contient des états de choses existants et non-existants, des objets qui n'ont rien à voir avec leur possibilité ou leur impossibilité. Le réel ne se réduit pas à des actualités, puisqu'il appelle pour se construire des virtualités et des potentialités. Le virtuel est une composante de la réalité. En physique subatomique, les forces sont le résultat d'échanges de particules virtuelles. A la frontière de l'actuel et du virtuel, le diagramme fonctionne comme un réceptacle de virtualités en attente d'actualisation.

4.3 – Actuel et virtuel composent la réalité du monde. Quand le physicien évoque le principe des travaux virtuels, il ne s'agit pas de mondes chimériques, mais bien du monde dans lequel nous vivons. C'est tout l'enjeu des virtualités que de donner à naître. Leibniz veut faire vivre les points, les voir comme des « possibilités » (ce que nous appelons aujourd'hui des virtualités). La virtualité des points singuliers démange, dit Gilles Châtelet, c'est pourquoi il faut gratter ces singularités pour exprimer la puissance des choses. C'est Leibniz qui a vu l'enjeu d'une physique des mathématiques en plaçant le virtuel entre l'acte et la puissance d'Aristote.

4.4 – Le virtuel permet de contourner la critique de Heidegger que la science moderne réduit l'Être à l'étant. Sur des bancs expérimentaux de l'optique physique avec quelques lentilles convergentes et divergentes, des images (que le physicien qualifie de réelles) peuvent être matérialisées en interposant une feuille de papier sur le trajet lumineux. Même lorsqu'elles ne sont pas matérialisables parce qu'elles se forment à l'infini, ces images virtuelles sont pourtant bien visibles et justement réelles. L'image virtuelle que renvoie le microscope appartient à ce monde. Le couple actuel-virtuel ne s'identifie pas au couple abstrait-concret, ni au couple sensible-intelligible, puisque, dans le sensible, on trouve aussi bien des images actuelles que des images virtuelles.

4.5 – Une des propriétés principales du virtuel est sa façon de rabattre l'infini sur le sensible. Nous venons de le voir avec l'image grossissante du microscope qui se forme à l'infini et qui ne peut être matérialisée. Nous l'avons aussi dans les surfaces de Riemann qui naissent de la définition d'une fonction holomorphe par jonction physique de l'ensemble de ses points singuliers à l'infini. Et encore, ici, dans les couples de particules virtuelles, dont l'existence est souvent associée aux fluctuations du vide quantique. Depuis Leibniz, on découvre progressivement ce qu'est le virtuel dans les différences infinitésimales, dans le mouvement réel comme expression de travaux virtuels, dans une certaine manière de capter l'infini, dans sa puissance explosive.

4.6 – Le point ne devient une singularité que lorsqu'il relie son lieu, son Être-là à l'infini. Comme l'a fait remarquer Gilles Châtelet, le point 1, vu comme le lieu des points où $x = 1$ a un intérêt banal, mais il devient une singularité aux multiples virtualités lorsqu'il est pensé comme un puits infini $1/(x-1)$. C'est alors un passage entre l'Un et l'infini, une expression du virtuel. On passe d'un point comme *racine* à un point comme *pôle*. Cette polarité qui fait « fleurir les points » n'a de sens que relativement à l'infini pensé comme bord. La figure s'actualise parce que son en-deçà est virtuel. Dans le diagramme de Riemann, qui relie toutes les singularités à l'infini, les racines s'assemblent, s'agglomèrent, tracent des ponts et dans leur union déterminent une limite, un bord topologique qui devient l'interface du virtuel.

4.7 – Le *miracle de l'holomorphie* est le moment où affleurent sur le plan, des surfaces inexplorées, sous-jacentes qui naissent dans les marges et enjoignent le géométrique à trouver sa pure expression analytique. Comme si pour rejoindre le plan de la connaissance, il fallait exprimer les bords, en faire une limite dont le franchissement allait en révéler le sens. La solution d'une équation différentielle n'existe que sous certaines conditions, des conditions aux limites et des conditions de bord.

4.8 – Beaucoup de questions mathématiques reposent sur le *principe du maximum* qui montre l'importance du bord dans la détermination des valeurs d'une fonction. Une fonction harmonique ne prend dans son domaine que des valeurs comprises entre la plus petite et la plus grande des valeurs prises par la fonction sur le bord de son domaine. C'est une fonction dont l'amplitude est entièrement déterminée par sa valeur au bord. Le bord est avant la marge. C'est la frontière construite sur des singularités où s'engouffrent le passage entre des éléments actuels et des éléments virtuels. Curieusement, le singulier transfère ses propriétés topologiques à celles du bord. Ce sont les trous du réel qui en faisant surface offrent à la connaissance les affres de l'illimité singulier.

4.9 – Le virtuel est ce qui pousse sous l'actuel. Il faut revenir à l'étymologie du mot (*vis*, la force) pour comprendre que le virtuel est une réalité qui ne demande qu'à s'actualiser. *Le virtuel est une réalité en acte inaccomplie, repli de l'infini par des singularités sur un horizon actuel, qui tend à l'accomplissement.* C'est une activité souterraine qui sourde dans le monde, une dimension pleine de la réalité, à la différence du possible ou du potentiel. La réalité a donc deux composantes et tout objet, toute entité de notre univers, est un composé à différents degrés d'actuel et de virtuel.

4 . 10 – Pour comprendre ce qu'est le virtuel, il faut éviter plusieurs contresens. Le premier est de l'assimiler au partage aristotélicien de l'acte et de la puissance. L'acte serait l'actuel et la puissance, le virtuel. Or le virtuel est une réalité en acte, même si elle est inaccomplie ou inachevée. C'est une réalité qui place les singularités sur une ligne d'horizon comme un repli de l'infini pour donner à voir l'image virtuelle de cet infini qui autrement nous serait inaccessible. Le virtuel n'est pas non plus le possible. Comme le virtuel appartient à la réalité du monde, il ne peut se confondre ni avec le possible, ni avec le potentiel. Le virtuel n'est pas ce qui adviendra, ce qu'il est possible qu'il advienne, mais est coprésent à l'actuel. Le virtuel n'est pas une réalité cachée qui nous serait révélée au moment de son actualisation, car dans ce cas, le virtuel serait une chimère. La réalité du virtuel serait inaccessible puisqu'avant d'être actualisée elle serait inconnue, et après son actualisation elle disparaîtrait dans la réalité actuelle qui ne saurait se confondre avec la réalité virtuelle qui l'a fait naître. Il ne faut pas considérer que le virtuel est l'inconnu et l'actuel le connu.

4 . 11 – Pour autant, la vérité n'est pas l'actualisation d'une virtualité. Le virtuel n'est pas non plus la mémoire de l'objet qui enfermerait son histoire, car alors, le virtuel serait assimilé au passé, l'actuel au présent et le potentiel au futur. La distinction ne porterait que sur un partage du temps et ne serait qu'un simple changement de noms. Même si tous les objets n'ont pas de composantes virtuelles, le virtuel n'est pas vide pour autant (les images virtuelles de l'optique physique et géomé-

trique en témoignent). La différence entre l'actuel et le virtuel est essentiellement ontologique.

4.12 – Rapprochons un couple de particules virtuelles, par exemple le couple électron-positon, de ce que Badiou appelle un *site*. « Un site est un objet auquel il arrive dans l'Être, de s'appartenir à soi-même, et dans l'apparaître, de tomber sous sa propre indexation transcendantale, en sorte qu'il attribue à son être une valeur d'existence. » L'auto-appartenance est, on le sait, la difficulté principale de la théorie des ensembles, ou du moins de l'ensemble de tous les ensembles. Un site a donc cette propriété de s'appartenir à lui-même, mais par intermittence. Comment un objet mathématique peut-il être à la fois un ensemble et un élément de cet ensemble, c'est-à-dire un tout et une partie de ce tout ? C'est bien parce que la partie est en réalité un tout, ou dit autrement qu'entre le tout et la partie, il n'y a rien ou seulement du vide. Si le site a une certaine matérialité, il ne peut exister que dans la fulgurance de l'instant sous la forme d'un couple matière-antimatière qui s'annihile lui-même pour exister sans exister.

4.13 – « L'ontologie d'un site – dit Badiou – se laisse décrire par trois propriétés : (1) Un site est une multiplicité réflexive, qui s'appartient à elle-même et transgresse ainsi les lois de l'Être. (2) Un site est une révélation instantanée du vide qui hante les multiplicités, par l'annulation transitoire qu'il opère de l'écart entre l'Être et l'Être-là. (3) Un site est une figure ontologique de l'instant : il n'apparaît que pour disparaître. »

4.14 – Ce site a donc les propriétés d'un couple de particules virtuelles. Il mesure l'écart qui existe entre l'Être et l'étant. Pourquoi cet écart se réduirait-il à un vide ? Est-ce parce que Badiou cherche à écarter toute transcendance qu'il ignore le virtuel ou qu'il le contraint à s'identifier à des espaces vides ? Si l'Être-là a une ou plusieurs composantes virtuelles, l'Être de l'étant ne peut plus être compris comme vide. Le virtuel naît alors de la relation que tissent les étants au-delà d'eux-mêmes et fonde le principe de multiplicité entre l'Être et les étants. Le virtuel apparaît alors comme l'écart entre la présentation et la représentation.

4.15 – Badiou rejette la conception deleuzienne du virtuel. Il pense que le vide est le nom de l'Être en tant qu'Être, qu'il est soumis à des fluctuations quantiques où la matière apparaît et disparaît instantanément. C'est la fonction de site, qui, reconnaît-il, transgresse les lois de l'Être.

4.16 – Pour autant, Deleuze n'admet pas le principe du vide. Pour lui, le vide n'existe pas. C'est une illusion de transcendance. Il préfère le virtuel, ce qui, dans le réel, n'est pas actualisation de multiplicités. Échapper au virtuel comme essaie de le faire Badiou par la théorie des ensembles, c'est ramener toute création de concepts (c'est-à-dire pour Deleuze la philosophie) aux fonctions d'actualisation.

4.17 – On pourrait objecter qu'il existe une différence importante entre le vide physique et le vide mathématique. Le vide physique est le lieu de la création et de l'annihilation de la matière, alors que le vide mathématique est en général assimilé au néant. En réalité, il suffit de considérer la suite d'ensembles $\{\varnothing\}$, $\{\varnothing, \{\varnothing\}\}$, $\{\varnothing, \{\varnothing\}, \{\{\varnothing\}\}\}$, ... pour créer un espace de clones isomorphe aux nombres entiers, et par suite assimiler le vide à l'unité et par voie de conséquence lui donner par la fonction de succession une fonction de création qui rend proche le vide mathématique du vide physique.

4.18 – Le virtuel est le garant de l'univocité de l'Être. Mais le virtuel n'est pas seulement l'Un de l'Être. Il replie l'infini au niveau de ce que Badiou appelle le *compte-pour-un*. Ce compte-pour-un est le processus d'équivalence qui opère dans l'ensemble des nombres et des objets qui leur sont isomorphes pour garantir l'unité ensembliste.

4.19 – Pour les multiplicités qui n'ont pas de partie comptable ou dénombrable, pour les objets qui ne sont pas des ensembles, l'unité est assurée par l'univers dans lequel se déploient ces multiplicités. C'est l'horizon de cet univers qui limite et contraint à ce repli du virtuel. Car pour les êtres mathématiques qui ne sont pas des ensembles, l'unité ensembliste n'a pas de sens. Dans ce cas, l'unité ne peut être que virtuelle.

4.20 – D'un point de vue catégoriel, la catégorie de l'Un replie les étants sur l'objet terminal. L'Être est la catégorie duale de l'Un qui à l'inverse, déploie l'objet terminal sur les étants. Contrairement à ce que pense Schelling, l'Un ne se confond pas avec l'Être, mais l'Un est le dual de l'Être. Le passage d'une catégorie à l'autre s'effectue par le foncteur immanent. D'où l'on tire la conclusion que l'immanence est l'univocité de l'Être.

4.21 – Affirmer que le virtuel est l'Être de l'étant conduit à faire du virtuel un réceptacle qui fait, défait et libère les différences que recueille l'actuel. En somme, il s'agit de faire de l'actualisation un foncteur temporel, une transformation entre le potentiel et l'actuel, dans laquelle il ne peut plus exister de vérités hors-temps.

4.22 – Selon cette conception, le temps serait le nœud de l'affaire qui plierait ce que le virtuel actualise. La forme actuelle serait le fruit du virtuel et la vérité de toute forme actuelle serait inconcevable. Seul le virtuel manipulerait du vrai qu'il distillerait au gré des actualisations. Bref, ce foncteur partagerait un virtuel qui engloberait à la fois le tout du passé, la mémoire de l'Être et la puissance de la vérité, d'un actuel mutant différencié par le virtuel. Mais ce foncteur n'est pas temporel pour au moins trois raisons.

4.23 – La première est que l'actuel n'est pas totalement assujetti aux soubresauts du virtuel. La deuxième raison est qu'un foncteur temporel est irréversible et que s'il coïncide avec l'actualisation, il admet un foncteur adjoint qui est la virtualisation. Enfin, la troisième raison est que l'image d'un objet à travers le microscope est une actualisation du virtuel par un dispositif totalement indépendant du temps qui replie l'infini sur une ligne d'horizon. S'il existe des actualisations temporelles, il faut réfuter l'idée que la fonctorialité entre virtualisation et actualisation soit purement temporelle.

4.24 – Le vide de la physique ne doit pas se penser à l'écart de l'Être. C'est un espace virtuellement peuplé, un pur devenir qui ne demande qu'à s'actualiser. Il n'est qu'un cas particulier de la double nature des choses où il est impossible de délimiter l'actuel et le virtuel. Car dans l'espace physique, les choses se dédoublent et l'on voit apparaître la figure d'un Deux. Ce deux qui est le

Janus des choses montre qu'il n'est pas possible d'opérer une coupure franche entre l'actuel et le virtuel, que l'un et l'autre forment un couple inséparable de la singularité de l'existant.

4 . 25 – Il n'y a de virtuel que différenciant, par-delà l'actualisation des singularités mouvantes. Par conséquent, le virtuel s'ouvre à la dualité. Mais le virtuel est aussi l'Un de l'Être, donc l'Un-deux, c'est-à-dire le multiple. Il n'y a pas de multiple comptable qui se construirait atome après atome, mais un multiple-un. Les choses ont cet aspect apparemment paradoxal de se déployer selon la dualité de l'actuel et du virtuel et en même temps selon les multiples variantes de l'actualisation. Comme chaque étant est l'actualisation d'un virtuel qui l'accompagne, et que ce procédé d'actualisation se fait selon une multitude de points singuliers, on en déduit que ce procédé assure la multiplicité des étants.

4 . 26 – Le virtuel n'est pas l'Être de l'étant, car l'Être de l'étant n'est pas une réalité inaccomplie, mais bien au contraire une réalité en acte accomplie, actuelle qui assure l'existence des étants. Exclure l'Être de l'étant de l'actuel, c'est restreindre l'actuel à l'étant. Cela revient à faire de l'actuel le monde sensible ou trans-sensible, l'*ens naturae,* la réalité des choses et à faire du virtuel le monde rationnel, l'*ens rationis* ou le monde de l'activité intellectuelle. Dit autrement, cela conduit soit à un partage entre les âmes et les corps, soit dans la philosophie aristotélicienne, à un partage entre une forme qui serait le principe du virtuel qui donnerait à la réalité physique et psychique sa structure actuelle. Ce qui n'est pas acceptable. Par conséquent, il faut rejeter l'idée que l'actuel se restreint à l'étant et que l'Être de l'étant (c'est-à-

dire la *quiddité*) n'est pas actuel. Il s'ensuit que *l'actuel est l'étant en tant qu'Être*. Ce rôle ne peut pas être tenu par le virtuel, car le virtuel s'il existe est ailleurs.

4.27 – Comment le virtuel qui n'appartient pas à l'Être pourrait-il exister ? Pour sortir de cette contradiction, il y a deux solutions. Soit on considère que le virtuel n'existe pas, mais nous avons vu que cela est en désaccord avec la science, soit le virtuel existe et dans ce cas il faut invoquer l'Un, non pas pour l'assimiler au virtuel ou convoquer des questions religieuses, mais faire l'hypothèse que *l'Un est le dual de l'Être*, un espace double qui permet de réintroduire le virtuel sur un même niveau que l'actuel. Il n'est pas simple de comprendre cette notion de dualité si on ne l'a pas pratiqué soi-même dans les sciences car sous cette forme elle n'existe pas en philosophie.

4.28 – Partant du constat que toute multiplicité est une unique multitude, on voit que les étants se ramènent à des individus, c'est-à-dire à des objets individuels existants à des moments déterminés comme les pensées ou les sentiments, ou qui existent indépendamment du temps comme les universaux. Tout objet-un est une multiplicité et toute multiplicité est un objet-un. Cette *hétérothésis* de l'Un et du multiple fonde l'idée que l'Un est le dual de l'Être.

4.29 – Ce qui suppose qu'il existe des *unants* qui sont à l'Un ce que les étants sont à l'Être. Chaque unant est en chaque étant à la fois comme totalité et comme unicité. Et par dualité si l'actuel est l'étant en tant qu'Être, il s'ensuit que *le virtuel est l'unant en tant qu'un*. L'unant est donc le dual de l'étant autrement dit un étant qui privilégie son caractère unitaire. Si un objet a des singularités, l'unant unifie ces singularités infinies afin qu'elles nous soient accessibles à travers l'étant. C'est dans ce sens que nous comprenons que « le virtuel est déploiement de l'Un dans sa différenciation immanente. » On ne peut affirmer que le virtuel fonde l'actuel, mais certainement que le virtuel *dualise* l'actuel.

La fonctorialité

5 . 1 – La fonctorialité est l'un des aspects premiers de la connaissance. Elle permet de relier des objets de catégories différentes, de transférer des propriétés d'une catégorie à l'autre et de déduire de nouveaux principes. Elle joue le rôle moderne de la relation aristotélicienne, mais trouve ici un autre fondement. Le propre de la fonctorialité est en premier lieu la *transduction*. Issue de la théorie mathématique des catégories, elle joue un rôle moteur dans la notion d'analogie. C'est en effet le caractère fonctoriel de l'analogie qui permet le passage entre différentes catégories.

5 . 2 – En mathématiques, ce passage est mis en œuvre par l'adjonction, qui est une propriété plus forte qu'une simple correspondance. Non seulement il y a un transfert entre catégories, mais il se passe quelque chose de plus entre les éléments de chaque catégorie qui pose une

isomorphie entre les morphismes et les objets. L'adjonction suppose que tout ce qui se passe dans une catégorie induit les mêmes résonances dans l'autre catégorie.

5 . 3 – Le *fantastique,* défini par Catherine Malabou dans *Le Change Heidegger,* est un exemple canonique du fonctionnement dual de l'adjonction. « J'appelle précisément – dit elle – *fantastique* la nouvelle figure de l'Être. Cette figure qui, libérant l'image de l'Être comme mue originaire, révèle du même coup la mutabilité du figural, c'est-à-dire la mutabilité ontique qui répond comme son écho et son ombre à la mutabilité ontologique – narcissisme d'un nouveau temps. » L'ontologique est le dual de l'ontique, et la mutabilité fonctionne par adjonction précisément de la même manière dans les deux catégories.

5 . 4 – Le *foncteur* est une généralisation de la notion de fonction qui réalise le transfert d'information entre catégories. Comme les catégories se composent de deux types d'entités (les choses et les morphismes), il est nécessaire pour réaliser leur transfert d'une catégorie à l'autre de définir l'action du foncteur entre ces deux entités.

5 . 5 – Un foncteur est donc une application entre deux catégories qui transporte les choses de l'une sur les choses de l'autre, et les flèches de l'une sur les flèches de l'autre, tout en conservant les règles d'agencement des catégories, identité et composition de morphismes. Ainsi, un foncteur permet de définir une analogie structurelle entre catégories. Un tel foncteur n'existe pas toujours.

5 . 6 – L'inexistence d'un foncteur est une propriété importante. Le passage de la mécanique classique à la mé-

canique quantique est connu sous le nom de *quantification*. Dans la majorité des modèles, cette quantification est impossible à réaliser car on suppose qu'il n'existe pas de foncteur entre la catégorie des variétés symplectiques de la mécanique classique et la catégorie des espaces de Hilbert de la mécanique quantique.

5.7 – La fonctorialité généralise l'analogie. C'est par un procédé fonctoriel que Kant transpose la table des jugements à la table des catégories et que les théologiens passent du monde ici-bas au monde divin. Pour l'homme du Moyen-âge, le passage du monde sensible au monde non-sensible se fait par analogie. Le monde réel physique est régi par une analogie *per attributionem* qui relève de l'Un-multiple.

5.8 – Par analogie, l'objet passe d'un monde à un autre en respectant à la fois une identité de structure et une certaine multiplicité en s'adaptant et en se différenciant dans chaque secteur d'application.

5.9 – La mesure du rapport de l'unité et de la multiplicité a le caractère d'un jugement. La méthode est générale. Elle s'appuie sur le principe fonctoriel des catégories mathématiques qui consiste à transporter par analogie – ce qu'on pourrait appeler le *foncteur analogique* – des règles, des lois ou des principes d'une catégorie à une autre. Il s'ensuit que la fonctorialité est utilisée comme une généralisation du processus d'actualisation, au même titre que l'analogie était autrefois chargée de révéler la quatrième proportionnelle.

5.10 – L'analogie intervient dans la formation de concepts scientifiques et cette immixtion lui confère son importance dans la théorie de la connaissance. En établissant un rapport entre l'inconnaissable et le connu, l'analogie met curieusement en équation la connaissance qui ne peut plus ignorer de territoires inconnus, rationnellement équipollés et par conséquent résolubles. Tout s'ordonne dans des rapports mathématiques et la combinatoire devient l'instrument qui permet de dérouler les mécanismes rationnels qui conduiront à la solution du problème.

5.11 – Dans les sciences exactes, l'analogie est très souvent une homologie structurale. Or on le sait, le raisonnement par analogie n'est pas valable, car il conduit à des inférences incongrues (Mars est une planète identique à la terre, la terre est habitée donc Mars est habitée), même si la découverte scientifique est souvent le résultat de l'aperception d'une analogie.

5.12 – Si un corps plongé dans l'eau subit une force due à la poussée d'Archimède, il doit subir cette même force s'il est plongé dans un autre fluide, en particulier dans l'air. Dans cet exemple, c'est la question de l'universalité d'une proposition, sa généralisation à tous les fluides qui est en jeu. Ce que permet la fonctorialité, contrairement à l'analogie.

5.13 – *La République* de Platon est construite sur le rapport analogique de toutes les strates de l'âme juste en corrélation avec la cité idéale. Mais l'analogie n'est pas un type de raisonnement scientifique. Elle pose la question de l'unité de l'Être et de ses résonances dans le multiple. Lorsqu'Empédocle parle de la « sueur de la terre » pour qualifier la mer, Aristote condamne la métaphore.

5 . 14 – Si l'analogie est utile pour les arguments inductifs, les raisonnements hypothétiques et les définitions (*Topiques*, 108a36), elle n'appartient pas pour autant à la science démonstrative qui repose essentiellement sur des syllogismes. Elle permet de trouver des principes généraux, comme le principe de non contradiction ou des principes propres à chaque chose.

5 . 15 – On interprète l'analogie chez Aristote selon deux types : l'*analogie d'attribution* et l'*analogie de proportionnalité*. L'analogie d'attribution est responsable du classement des similitudes entre groupes qui selon les différences constituent les critères de classement catégoriel. L'analogie de proportionnalité établit un équilibre entre des rapports : l'œil est à la vision, ce que l'oreille est à l'audition ; l'aile est à l'oiseau ce que la nageoire est au poisson ; la plume est à l'oiseau, ce que l'écaille est au poisson. Dans le carré apuléen, les rapports des quatre sommets suivent la règle de proportionnalité : le feu est à l'air ce que l'air est à l'eau et l'eau à la terre.

5 . 16 – Dans les sciences naturelles, l'analogie est souvent comprise comme une dualité entre le macrocosme et le microcosme, le principe qui permet le passage d'un monde à son revers. Descartes assimile le fonctionnement du corps humain à celui d'une machine. Le système circulatoire est un système hydraulique, les vaisseaux sanguins sont des tuyaux et les valvules représentent des soupapes. Au fil des ans et dans le domaine des sciences du vivant, il y aurait eu trois âges de l'analogie, soit par ordre chronologique : la comparaison, la similitude et l'homologie. Le terme homologie, introduit par Owen en 1843, désigne des organes d'origine identique mais de fonction différente, alors que l'analogie dé-

signe des éléments d'origines différentes et de fonctions semblables, comme l'aile de l'oiseau et l'aile de l'insecte. Etienne Geoffroy de Saint Hilaire considère la théorie des analogues comme une méthode qui conduit à démontrer l'unité de composition à l'intérieur de différents ordres. Il appelle analogue ce qu'aujourd'hui nous appelons homologue. Il est sans doute le premier à avoir distingué les notions d'analogie et d'homologie bien que les termes ne furent inventés que quelques années plus tard par Richard Owen. L'homologie est définie selon le principe des connexions. Un organe est homologue pour différentes espèces s'il est lié par les mêmes connexions. L'os du bras a les mêmes connexions pour une taupe que pour un oiseau, mais leurs fonctions sont différentes. L'humérus de la taupe lui sert à creuser la terre alors que, pour l'oiseau, il lui sert à voler.

5 . 17 – Réduite à la proportion mathématique, l'analogie renoue avec le pythagorisme pour lequel les vérités fondamentales sont des vérités de calcul. L'analogie est une similitude de rapports. Comme le montre son étymologie, l'*ana logon* est ce qui est dans le même rapport. Cette analogie trouve son équivalent dans le latin *proportio*. L'analogie du Même et de l'Autre est à la base du mythe cosmogonique tel que le rapporte Platon. Chez Aristote, l'analogie est principalement fonctionnelle. Pour le Pseudo-Denys, l'analogie est un « degré de participation aux perfections divines. » C'est aussi une forme sérielle lorsqu'elle met en relation des éléments qui entrent dans une chaîne causale comme feuille-fleur-fruit ou pluie-neige-grêle. Pour Thomas d'Aquin, l'analogie régit la relation entre l'infini et le fini : elle est l'instrument de passage du divin à l'homme. Elle se construit

à travers les mots sur la base d'une relation entre différence et identité. « En ce qui concerne les notions dites analogiquement, un même nom est attribué à divers sujets selon une raison partiellement la même et partiellement différente : différente par les divers modes de la relation ; la même par ce à quoi se rapporte la relation. »

5 . 18 – L'*analogie de proportion* induit une prédication en résolvant une quatrième proportionnelle. Aristote démontre ainsi dans la *Physique* que le temps est orienté, mesurable et continu. Puisque l'antérieur et le postérieur sont dans la grandeur, il est nécessaire qu'ils soient dans le mouvement. Or le temps accompagne toujours le mouvement. Donc, l'antérieur et le postérieur sont dans le temps.

5 . 19 – Le temps est mesurable car le nombre est l'expression du plus et du moins. Or le plus et le moins sont dans le mouvement, donc le plus et le moins sont dans le temps. Le temps est par conséquent quelque chose comme un nombre. Aristote montre ensuite mais toujours selon des analogies que l'instant est l'unité de mesure. Il en déduit que le temps est continu puisqu'il unit passé et présent.

5 . 20 – L'*analogie d'attribution* ne permet pas de construire des raisonnements hypothético-déductifs, mais de disposer ou de topographier des objets selon des critères catégoriels. C'est par ce type d'analogie que selon Aristote toutes les causes ont les mêmes principes (l'acte et la puissance), et que toutes les causes sont les mêmes par analogie, car matière, forme, privation et cause motrice sont les causes communes à chaque chose.

5 . 21 – C'est par un raisonnement analogique du même type que dans l'*Ethique à Nicomaque*, le concept de bien se déploie selon les catégories de l'Être. A la série des biens (mesure, agréable, habitat, ...) correspond la série des catégories (quantité, qualité, lieu, ...) Mais au-delà la correspondance terme à terme des séries, ce qui fonde l'unité de la couleur ou du bien est un même renvoi à un principe unique.

5 . 22 – Nous prendrons un dernier exemple qui met en jeu les conceptions du virtuel et de la fonctorialité. Dans le carré d'Apulée, la logique aristotélicienne se déploie selon une mise en espace des oppositions arcboutées entre l'ordre naturel des côtés du carré et la puissance hétérologique des diagonales. Le carré distribue autrement les opposés. Il est dans un espace opératoire conçu comme un abaque des représentations logiques de la disposition des contraires, s'offre au calcul et ordonne les syllogismes dans une distribution réglée des êtres et des choses. Miroir des différences, il pointe les termes antagonistes autant que la conjonction des contraires, il exprime le même autant que les dissemblances. Le carré d'Apulée est, avec l'arbre de Porphyre, le diagramme le plus célèbre de la philosophie antique et médiévale.

5 . 23 – La combinatoire du carré repose sur les principes de la logique classique. La vérité ne prend que deux valeurs : vrai ou faux. La négation de la négation est une affirmation. Mais pour que « non pauvre » puisse signifier « riche », il faut que les principes s'appliquent et que réciproquement « pauvre » signifie « non riche » ou en termes de catégories que le topos soit booléen. Il est pour le moins étrange que poser deux couples de valeurs antagonistes comme le fait Aristote puisse créer un dia-

gramme qui traverse l'histoire et qu'on le retrouve bien au-delà de la logique de Port-Royal. Des deux couples en présence – d'un côté, l'affirmation et la négation, de l'autre, l'universel et le particulier – des forces et des tensions qui les opposent, naissent à partir d'un centre virtuel quatre pôles en équilibre mutuel. L'hybridation naturelle conduit à quatre formes prédicatives qui prennent place aux sommets du carré : l'universelle affirmative (notée A : Tout X est Y), l'universelle négative (notée E : Nul X n'est Y), la particulière affirmative (notée I : Quelque X est Y) et la particulière négative (notée O : Quelque X n'est pas Y).

5.24 – Il ne reste plus qu'à déployer la combinatoire des syllogismes et d'appliquer les quatre pôles à chaque composante pour obtenir une majeure, une mineure et une conclusion. Les syllogismes sont classés en quatre figures. Chaque figure comporte plusieurs modes. Dans le mode *Darii*, la majeure est une proposition universelle affirmative, alors que la mineure et la conclusion sont des propositions particulières affirmatives. Dans *La logique ou l'art de penser* de Port Royal, la majeure dit « Tout ce qui sert au salut est avantageux », la mineure : « il y a des afflictions qui servent au salut », « Donc il y a des afflictions qui sont avantageuses ».

5.25 – Il y a donc quatre types d'opposés disposés en carré. Mais pour que la diagrammatique du carré fonctionne, il faut que les objets, les substances et les choses trouvent dans la confrontation de leur termes un équilibre qui assure leur distribution aux quatre points cardinaux. Pour passer d'un point à un autre, l'opérateur de négation ne suffit pas. Chaque axe déploie ses antagonismes, portant de manière sélective sur la quantification ou simplement sur la copule elle-même.

5.26 – Le passage de l'universelle affirmative à la particulière affirmative n'affecte que le quantificateur, alors que le passage d'un subcontraire à un autre ne porte que sur la négation de la copule. Pour que le diagramme fonctionne pleinement, il faut aussi que le verbe *être* puisse se conjuguer à tous les temps et à tous les modes.

5.27 – La contrariété, que nous distinguons de la sous-contrariété parce qu'elle porte sur des termes différents de la proposition, se réfère à une variable libre – qui n'est pas prise dans la quantification – et qui est commune aux deux contraires. Elle apparaît dès lors comme un opérateur différenciant relatif à un référent commun.

5.28 – Les différences produites entre les espèces subsument l'unité des contraires sous un même genre et ouvrent la possibilité de construire une taxinomie de l'arbre des espèces. La classification des bestiaires, du ciel ou des herbiers n'est plus un inventaire, mais l'organisation du logos selon les degrés de différences dans les limites d'une même topique, en somme selon une un-différence.

5.29 – Mais avant que la logique n'agisse, il faut disposer les êtres selon les pôles cardinaux et assurer leur mise en espace, pour mieux éprouver l'universalité du diagramme. Car quand les choses s'ordonnent selon leurs propriétés naturelles en quatre éléments, comment justifier les oppositions entre les termes du carré ?

5.30 – Des quatre complexions (le chaud, le froid, le sec et l'humide) découlent l'ordre quaternaire des éléments, des humeurs, des saisons, des vertus et des points cardinaux. L'ordre des opposés entre au chausse-pied dans la disposition du quadrilatère. Et lorsque l'ordre logique ne peut justifier l'ordre topologique, lorsque l'ordre et la distinction des propriétés ne se conforment pas à l'ordre des substances, on invoque l'homologie des diagrammes pour retrouver l'unité du monde.

5 . 31 – Pas seulement l'analogie et la similitude, mais aussi la généalogie viennent expliquer l'agencement des corps, des pierres, des métaux et des plantes selon une grille qui semble avoir toujours été là. L'analogie des genres porte sur la contrariété et la contradiction des éléments de la chaîne des espèces. Elle multiplie les diagrammes tout en les tenant dans une même unité. Lorsque l'homme sert d'archétype pour les autres vivants, à l'aube de l'épistémè classique, il disparaît du jardin des espèces.

5 . 32 – Par fonctorialité, le même diagramme sert de modèle élémentaire au carré sémiotique. L'affirmation-négation est maintenue en un couple positif-négatif, tandis que le couple universel-particulier se déplace en une dyade schéma-deixis. Les diagonales du carré représentent le schéma. Les côtés verticaux figurent la deixis. Le schéma devient une médiation entre l'image et le concept (Kant) ou une médiation entre le sensible et l'intelligible (Cassirer). Hjelmslev pose la schématisation entre la forme et la substance. Mais ce qui importe pour nous est la forme catégorielle du carré, la suture entre les objets et les morphismes.

5 . 33 – Le carré sémiotique conserve les relations d'opposition dialectique (contrariété et contradiction) et ajoute

à celles-ci des relations subalternes de complémentarité. Le carré est selon la définition de Courtès et Greimas la « représentation visuelle de l'articulation logique d'une catégorie sémantique quelconque » ou l'ossature logique des catégories.

5 . 34 – C'est donc sur le terrain de la logique qu'est placé le carré sémiotique. Mais sa place est ailleurs. Selon les domaines d'application, le carré définit les termes qu'il manipule en leur assignant les positions qu'ils occupent. C'est relativement à leur place et grâce aux relations constitutives qu'ils entretiennent que les termes du carré expriment une identité catégorielle.

5 . 35 – Selon l'axe paradigmatique, les substitutions de termes concourent à confronter les catégories entre elles, qui laissent entrevoir des entrecroisements dans les sous-catégories. Les membres des classes inférieures naissent de l'intersection de ces sous-catégories et deviennent à leur tour les éléments qui se placent aux sommets d'un nouveau carré. Les carrés ainsi obtenus tissent un réseau de carrés hiérarchisés, reliés entre eux par des caractères catégoriels.

5 . 36 – Selon l'axe syntagmatique, les isotopies assurent la cohérence des termes du carré nécessaire à l'intelligibilité de son fonctionnement. Dans la théorie greimassienne, le carré est tout entier centré sur le *parcours génératif*. De ce point de vue, ce sont les opérateurs des structures profondes qui opèrent dans le diagramme et non la logique prédicative. Le carré sémiotique n'est donc pas une machine à produire de l'inférence, mais plus une topologie des relations actantielles et modales.

5 . 37 – Dans la théorie sémiotique greimassienne, le carré se transforme par homologie en plusieurs figures selon les modalités (aléthique, épistémique, véridictoire et déontique). Chaque mode est lui-même subdivisé selon les quatre pôles du carré.

5 . 38 – Dans ces univers sémiologiques, la quête et l'élaboration du sens consistent, par un jeu de taquin et sous le contrôle des actants, à poser un carré, puis à le mettre en regard du carré épistémologique. Alors le pôle en regard de la certitude aura valeur de vérité par simple identification topologique. Il s'ensuit que le rôle du diagramme n'est plus dans ce cas de révéler au travers des singularités les objets du virtuel, il est d'identifier par homologie les structures discursives.

La dualité

6 . 1 – Le monde est fondamentalement dual et cette dualité affirme l'univocité de l'Être. Cette assertion pourrait passer pour paradoxal, mais en réalité, il n'y a pas de contradiction et ce chapitre va le démontrer. La dualité du monde renvoie à l'apparente adéquation des lois de la nature et des lois propres aux sciences exactes. Mais il ne s'agit pas de réintroduire l'ontologie dualiste des particuliers et des universels chère à Russell, mais de comprendre ce que signifie non pas l'Un-multiple, mais l'Un-dual que nous avons entrevu entre l'actuel et le virtuel, l'homologie et la cohomologie.

6 . 2 – La dualité n'est pas un en-deçà ou un au-delà de la synthèse dialectique. Les concepts qui vont par paires comme puissance et acte, déterminisme et contingence chez Aristote, liberté et nécessité chez Leibniz, expérience et pensée, matière et forme, a priori et a posteriori

chez Kant n'ont pas toujours à voir avec la dualité. Il faut distinguer soigneusement les couples en dualité des couples d'opposés ou de contradictoires. Le diagramme, parce qu'il mêle des grandeurs intensives et des grandeurs extensives, la qualité et la quantité, le positif et le négatif est un fourmillement de dualités de toutes espèces, un point de jonction entre des objets duals. Le zéro est exactement à la jonction des nombres positifs et des nombres négatifs. Il est leur point de bifurcation et leur lieu d'annihilation. Il n'existe pas dans la nature et ne prend son sens qu'en vertu de la dualité des nombres. C'est aussi parce que le monde est fait de matière et d'antimatière que nous envisageons la dualité comme une gémellité naturelle des choses.

6.3 – La dualité est une propriété diagrammatique des mondes qui veut que tout diagramme admette un diagramme *dual* fonctionnant de façon homologue et symétrique dans un monde co-posé au monde d'origine. La dualité n'est pas l'envers. Elle trouve sa source dans la gémellité naturelle des choses et ne doit pas être confondue avec le double ou la binarité de certains objets. Deux objets sont duals si la diagrammatique de l'un est homologue à la diagrammatique de l'autre. Les couples en dualité comme matière et antimatière, ondes et corpuscules, champs électrique et magnétique, analyse de Fourier en amplitude et en fréquences sont des termes qui ne s'opposent pas mais fonctionnent en parallèle en se mimant les uns les autres. Une multiplicité duale (un objet dual, un monde dual, etc.) est une *co-multiplicité* (un *co-objet*, un *co-monde*, etc.). La catégorie duale d'une catégorie donnée est la catégorie obtenue à partir de la catégorie initiale qui a les mêmes objets et dans laquelle les flèches ont été inversées. Par dualité, les limites projectives deviennent des limites inductives et vice versa. Les produits deviennent des co-produits. La dualité est inhérente au monde.

6.4 – Mais la dualité, c'est d'abord ce qui autorise l'immanence et l'univocité de l'Être. Elle est le premier recollement de l'Un-deux qui partant justifie l'Un-multiple. Le dual est la preuve qu'il n'existe pas de multiplicité pure puisqu'il unifie dans un même Être des composantes duales et que cet Être ne peut qu'exister que parce que ces composantes existent. L'Être et l'étant existent dans une coappartenance qui fonde leur unité indissociable et justifie leur différence. Une multiplicité ne devient dualité que lorsque les deux composantes fonctionnent en parallèle. L'enjeu est le degré de multiplicité que tolère la différence. Les composantes duales ne sont que très rarement des contraires, car la dualité n'est pas un principe de coïncidence ou d'*ajointement* construit sur la contradiction. Le dual est à la topologie ce que les couples d'opposés sont à la logique.

6.5 – La dualité n'est pas la fonctorialité de la relation logique de l'Être au non-Être mais au contraire celle qui permet le transfert catégoriel de la relation de l'Être à l'étant vers la relation de l'Être à l'Un. Si l'Un est vide, la dualité ne peut exister. Or les sciences exactes nous montrent qu'elle existe, donc que l'Un n'est pas vide. Il ne peut être que l'Autre du divers de l'étant. Comme l'Être n'est pas un multiple pur, inconsistant, soustrait à l'Un (Badiou), ni une modalité de l'Un (Deleuze), l'Être est une multiplicité duale et l'Un est le dual de cette multiplicité. Il s'ensuit que l'immanence est comme l'univocité de l'Être une conséquence de la dualité. Elle est inscrite dans la genèse du big-bang et du partage de la matière et de l'antimatière. C'est pourquoi le moment est venu de s'interroger sur la problématique du Deux, afin que par-delà l'histoire des sciences, ressurgisse l'interprétation philosophique de l'Un en tant qu'Un, comme dual de l'Être qui forme ce Deux. L'Être pensé comme Un-tout est détruit par la différence. La dualité qui s'introduit dans cette différence le sauve de la destruction. L'Un-multiple n'est viable que parce que cette dualité existe.

6.6 – Tous les couples de concepts ne sont pas en dualité. Ce qui distingue opposition et dualité est que la dualité est plus une identité qu'une différence. La dualité est ici débarrassée de ses oripeaux religieux. Il ne s'agit pas de *dualisme*, de la séparation du corps et de l'âme, mais de la dualité découlant de l'Un, d'un objet et de son double fonctionnant de manière identique à une forme chirale, une main droite et une main gauche. Elle n'est pas uniquement l'expression de formes énantiomorphes, mais définit deux objets hétérogènes égaux ou réciproques, organiquement liés par *différence et identité*. En ce sens, la dualité est l'expression diagrammatique de l'Un-multiple.

6.7 – La dualité existe dans le monde qui nous entoure. L'exemple physique le plus commenté est sans doute celui de la dualité ondes-corpuscules, ou celui des particules et des antiparticules, ou encore et pour rester dans le domaine physico-mathématique celui des forces électrostatiques et gravitationnelles qui ont la même expression formelle et fonctionnelle, autrement dit le même sens diagrammatique. Deux charges électriques s'attirent ou se repoussent selon une force inversement proportionnelle au carré de la distance qui les sépare, de la même manière que du point de vue gravitationnel deux masses s'attirent selon une force elle aussi inversement proportionnelle au carré de la distance qui les sépare. Ces deux lois ont la même expression formelle, la même singularité à l'origine, la même expression *unaire* et selon l'hypothèse actuelle, la même origine cosmologique. On comprend que cette dualité nouvelle n'est pas l'ancienne *coïncidence des opposés.*

6 . 8 – Comprendre l'origine des formes duales est un enjeu important, tant pour la science que pour la philosophie. La phénoménologie a donné des esquisses de la notion de dualité. Dans l'analyse intentionnelle, la dualité se manifeste sous des formes co-posées qui distinguent l'acte de la connaissance visant l'objet (la noèse) et sa représentation (le noème), la forme (acte de l'intentionnalité) et la matière (ce moment réel du vécu), le sujet et le monde. La première réduction phénoménologique vise à mettre en évidence cette dualité, non pas de la conscience comme âme du corps, mais du sujet comme « spectateur de lui-même et du monde », source et origine du sens. La dualité est ce clivage si particulier qu'il ne sépare pas deux choses l'une de l'autre, mais tout en affirmant leur réciprocité mutuelle et leurs différences, révèle leur identité et leur indissociable relation. Elle supprime les attributions existentielles arbitraires, la « valeur d'être » pour mieux révéler le sens du monde débarrassé de notre croyance naïve au monde. Par l'*épochè* phénoménologique, elle débouche sur l'universel « phénomène du monde existant pour moi. » La phénoménologie révèle donc deux aspects que nous extrapolons : le premier que la dualité est l'expression de

l'Un-deux comme cas particulier de l'Un-multiple, le second que la dualité ouvre une série d'invariants qui mène à l'universalité.

6 . 9 – La dualité est l'expression de ce que Gilles Châtelet nomme l'*offensive du latéral*. Si l'objectif visé est de mettre à jour des différences, l'action de côté produit une décomposition en un objet et son image duale qui sont en relation de réciprocité forte. Tout se passe comme s'il y avait deux axes : un axe latéral sur lequel se déploient les singularités et différences de l'objet et de son double et un axe frontal qui produit une unilatéralisation de l'objet et donne à toute paire duale une signification unitaire. En dimension finie, l'offensive du latéral est donc l'ouverture duale, le prolongement de l'objet à son dual et en dimension finie sa clôture involutive (le dual du dual d'un objet est égal à l'objet lui-même). C'est pour cela que l'identité est soumise à la différence, car identité et différence se coappartiennent. L'Un unifie la signification du monde et fait de l'objet X et de son dual X^* un objet unique $Y = (X, X^*)$ qui se confond avec son propre dual $Y^* = (X^*, X) = (X, X^*) = Y$. La dualité se construit sur l'immanence de l'Un.

6 . 10 – La dualité ne s'oppose pas au principe de l'identité des indiscernables de Leibniz : « Il n'y a jamais dans la nature deux êtres qui soient parfaitement l'un comme l'autre, et où il ne soit possible de trouver une différence interne ou fondée dans une dénomination intrinsèque. » Leibniz pose que dans le monde physique, deux objets indiscernables sont égaux. L'image d'un objet dans un miroir ne se confond pas avec l'objet initial, car si ces deux objets sont en tous points égaux, on est conduit à affirmer que l'Un est dans le monde et l'autre est hors

du monde. Mais si l'image est hors du monde, comment pourrais-je la voir ? Il s'ensuit que, soit l'image d'un objet dans un miroir n'est pas dans la nature, soit l'objet et son image ne sont pas indiscernables. D'où deux attitudes face à la question du réalisme. Soit on admet que l'objet et son image sont en dualité et dans ce cas, l'objet et son dual appartiennent à des mondes différents, soit on considère que l'objet et son image ne sont pas en dualité et on admet implicitement que l'objet et son dual sont dans un même monde. Penser la dualité revient donc à penser l'identité.

6.11 – La dualité n'est pas sérielle et n'est pas un *mal nécessaire*. Il faut sortir de cette croyance que la dualité serait une réduction binaire de la pensée, justement parce que les opposés ne sont pas toujours des formes duales. On voit bien dans la citation suivante que le dualisme n'est pas compris chez Deleuze comme la dualité des mathématiciens. « Nous n'invoquons – dit Deleuze – un dualisme que pour en récuser un autre. Nous ne nous servons d'un dualisme de modèles que pour atteindre à un processus qui récuserait tout modèle. Il faut à chaque fois des correcteurs cérébraux qui défont les dualismes que nous n'avons pas voulu faire, par lesquels nous passons. Arriver à la formule magique que nous cherchons tous Pluralisme = Monisme, en passant par tous les dualismes qui sont l'ennemi, mais l'ennemi tout à fait nécessaire, le meuble que nous ne cessons pas de déplacer. » Si la dualité est pensée non comme un objet (un meuble), mais comme un opérateur qui associe un objet à son dual et qui n'est pas le contraire de cet objet, alors on voit que la dualité n'est pas un procédé démonstratif qui permettrait en avançant pas à pas de faire de l'inférence logique par juxtaposition de formes duales.

6 . 12 – La dualité se manifeste par l'échangeabilité d'objets mathématiques qui vont par paires mais qui ne sont pas nécessairement l'opposé ou la négation logique l'un de l'autre. Par dualité, la valeur de certains invariants permet de déduire celle des autres. Le principe de dualité a différentes expressions selon le domaine des mathématiques dans lequel il opère. Il consiste à remplacer dans un monde toutes les occurrences de certains concepts par les concepts duals pour former le *monde dual*. Le principe de dualité affirme alors que le monde dual reste vrai. La dualité permet de transférer des invariants mathématiques d'un monde à son dual. C'est le caractère fonctoriel de la dualité.

6 . 13 – Donnons quelques exemples de ce principe de dualité. Le théorème de Brianchon affirme que dans tout hexagone circonscrit autour d'une courbe fermée de degré deux (une conique), les médianes qui relient les sommets opposés se croisent un point unique. En géométrie projective, ce théorème est dual du théorème de Pascal qui affirme que les cotés opposés d'un hexagone inscrit dans une courbe fermée de degré deux se croisent en trois points situés sur une même droite. La dualité repose sur le fait que dans le plan projectif, un point est dual à une droite et que les côtés de l'hexagone sont assimilés aux tangentes de la conique, elles-mêmes duales aux points caractéristiques d'un fibré. En géométrie elliptique, deux triangles de même type topologique sont congruents si chaque côté de l'un est égal à un côté de l'autre ou de manière duale si chaque angle de l'un est égal à un angle

de l'autre. Dans ce dernier exemple, les objets *côtés* et *angles* sont duals et peuvent donc s'échanger.

6.14 – Pour le calcul propositionnel et la logique des prédicats, le principe de dualité pose que si une formule est une implication vraie, alors la formule duale est aussi une implication vraie. La formule duale s'obtient en remplaçant dans la formule initiale chaque symbole par son symbole dual : *et* est remplacé par *ou* et inversement *ou* est remplacé par *et*, *quelque soit* est remplacé par *il existe* et *il existe* est remplacé par *quelque soit*. Comme le même principe s'applique aux formules duales, on en déduit l'équivalence des deux implications. Cela se vérifie en construisant les tables de vérité. La dualité d'une formule ne peut s'étendre au-delà d'une itération : le dual du dual (le *bidual*) d'un objet est l'objet d'origine, ce que le mathématicien traduit en disant que la dualité est une involution en dimension finie.

6.15 – La question de l'origine de la dualité se pose en relation avec la différence, puisque ce qui différencie un objet et son objet dual n'est que leur différence. Mais cette différence est particulière en ce sens qu'elle n'opère qu'une fois et qu'en dimension quelconque le dual algébrique d'un espace est toujours inclus dans son bidual. C'est le caractère involutif qui soulève la question de savoir si toute involution est une dualité potentielle. Le lemme de Yoneda contredit l'idée que le rapport entre forme et contenu ou entre opération et objets est une dualité fondamentale, car dans ce plongement, il a toujours beaucoup plus de foncteurs que d'objets. Cavaillès voyait justement dans ce rapport une dialectique et non une dualité. Le lemme de Yoneda s'oppose aussi à l'idée que le découpage entre contraintes opératoires et objectales est équivalent au découpage entre contraintes syntaxiques et contraintes sémantiques, car il plonge les objets dans une catégorie fonctorielle oubliant la structure de leur langue d'origine.

6.16 – Dans certains cas, la notion de dualité conduit à une mise en équations, comme le montre l'exemple mathématique suivant. L'espace dual d'un espace vectoriel est l'ensemble des formes linéaires sur cet espace. En dimension finie, l'espace dual est isomorphe à l'espace d'origine. Une application simple de la notion de dualité montre que l'on peut toujours représenter un sous-espace vectoriel par une série d'équations en impliquant les noyaux des formes linéaires. Ce résultat contient des résultats élémentaires comme celui-ci : dans un espace vectoriel tridimensionnel, l'intersection de deux plans indépendants est une droite. C'est donc une conséquence de la notion de la dualité que de montrer ici qu'une structure mathématique abstraite peut être mise en équations.

6.17 – L'objet et son dual sont étroitement liés et se supposent l'un l'autre. Il y a interdépendance de l'objet et de son dual. L'objet est nécessaire pour que le dual soit intelligible et produise ses effets. Inversement, le dual est nécessaire pour que l'objet prenne son entière signification. Nous connaissons de nombreux objets mathématiques en relation de dualité, des sommes et des produits, des limites inductives et projectives, des foncteurs lisses et propres. Une catégorie mathématique définie par ses objets et ses morphismes a une catégorie duale qui est obtenue de manière particulièrement simple en renversant le sens des morphismes, c'est-à-dire en transformant les buts en sources et les sources en buts.

6 . 18 – Un graphe a une forme duale. Dans un graphe planaire, composé de sommets et d'arêtes reliant ces sommets, les arêtes délimitent les faces de ce graphe. En plaçant un point au centre de chaque face et en reliant ces points entre eux, on détermine un graphe dérivé du premier qui est appelé le *graphe dual*. Cette notion se généralise au cas des polyèdres. Le polyèdre dual est obtenu en reliant les centres des faces adjacentes. Ainsi, le tétraèdre est son propre dual, le cube est dual de l'octaèdre et le dodécaèdre est dual de l'icosaèdre. Cette dualité garantit que les invariants d'un objet sont aussi les invariants de l'objet dual (mais pour éventuellement d'autres valeurs). Dans les formes duales, le diagramme et le codiagramme font écho à la façon de concevoir un graphe dual. En pratique, la dualité est un puissant outil démonstratif. Elle sert à classer les objets et à améliorer la compréhension que nous en avons. Souvent, les objets ne sont pas comparables et il n'existe pas de classement explicite canonique. L'espace dual lui-même permet de faire cette classification. Le procédé est simple : au lieu de classer les objets (ce qu'on ne sait pas faire), on classe les objets de l'espace dual. On en déduit alors, en retour, une classification des objets d'origine.

6 . 19 – Pour que la notion de dualité fonctionne c'est-à-dire pour qu'elle produise des co-vérités, il faut que le principe de dualité s'applique, qu'une certaine fonctorialité permette de transporter des vérités d'un objet à son dual. Tous les couples conceptuels ne sont pas toujours en dualité. C'est souvent un problème difficile de savoir si un couple est dual. Prenons par exemple

le couple discret-continu. Ce couple est-il dual ? Si on regarde la résolution d'équations différentielles et leurs discrétisations, alors tout laisse à penser que du fait de l'analogie de traitement et des techniques numériques, ce couple est dual. Mais ce traitement ne fonctionne que parce que les valeurs réelles sont limites de valeurs discrètes. Autrement dit, c'est une propriété de la densité des nombres qui est en jeu et non une affaire de dualité. D'ailleurs la construction des nombres réels se fait par densité. Les nombres réels sont des limites de nombres rationnels, qui eux-mêmes dérivent des nombres entiers naturels. Il est vrai que l'on traite de la même manière par transformée de Fourier une équation de récurrence discrète et une équation différentielle. Mais ce qui justifie l'introduction de cette transformée est que dans les deux cas nous avons la même notion de mesure et la même théorie. C'est la dualité de la transformée de Fourier qui importe ici et non la distinction des structures continues ou discrètes. Pour des raisons identiques, le couple déterministe-probabiliste n'est pas un couple dual, puisque tout espace de probabilité est un cas particulier d'espace mesuré. La probabilité n'est qu'une mesure finie normée. Au reste, des couples comme la qualité et la quantité, l'imaginaire et le symbolique sont des formes duales. Le couple intensif-extensif ou intensionnalité-extensionalité a un prolongement ou une résonance duale dans le couple torsion-extension que l'on trouve en géométrie algébrique. Si des objets mathématiques ou des objets de l'univers sont en dualité, alors se pose la question de savoir quel est le dual de l'Être ? L'Être lui-même, l'événement (Badiou), le néant (Sartre), le non-Être, l'Un ? Si un objet n'a pas d'existence en soi, mais qu'il existe par le lemme de Yoneda sous forme fonctorielle, comme foncteur sur la catégorie des ensembles, alors on ne peut pas dire qu'il *est*, mais qu'il *co-est*. Du point de vue de la dualité, la question de l'Être se dédouble alors en *Être ou co-Être*.

6 . 20 – La complétion joue un rôle important dans l'établissement du caractère dual. Par exemple, l'analyse et la synthèse sont deux processus formels en relation de réciprocité qui ne sont pas en dualité. La distinction entre des *vérités analytiques* qui sont vraies dans tous les mondes possibles et qui sont vérifiables sans recourir à l'expérience et des *vérités synthétiques* qui sont vraies dans un monde possible, connaissables a posteriori et vérifiables par l'expérience se fonde sur une relation logique entre universels (dans tous les mondes) et particuliers (pour un monde) qui est incomplète pour établir leur dualité. Comme il existe des propositions indécidables qui ne sont ni vraies, ni fausses, il existe des vérités qui ne sont ni analytiques, ni synthétiques, simplement parce que l'expérience est possible, mais leur vérification qui suppose que cette expérience soit répétée un nombre infini de fois est impossible. C'est le cas d'une expérience qui porterait sur tous les atomes de l'univers. Analyse et synthèse ne sont donc pas des processus en dualité, même lorsqu'ils servent de fondement linguistique au rapport entre syntaxe (modèles synthétiques) et sémantique (modèles analytiques). Le processus dialectique qui les unit leur confère un mouvement dans lequel ne peut jouer le principe de dualité. Une opération analytique ne fonctionne pas comme une opération synthétique, parce que l'une précède nécessairement l'autre, et que de ce fait, elles sont marquées par l'irréversibilité temporelle.

6.21 – Dans la deuxième moitié du XX^{e} siècle, la notion de dualité a eu d'importantes conséquences pour le développement de la géométrie algébrique et de l'algèbre topologique. En 1922, Alexander a montré que les nombres de Betti modulo 2 d'un polyèdre fini dans un espace sphérique sont égaux aux nombres de Betti de la variété complémentaire. Ce résultat que l'on appelle la dualité d'Alexander est un cas particulier de la dualité de Kolmogorov ou de la dualité de Pontryagin qui établit un isomorphisme entre des groupes d'homologie. Cinq ans plus tard, Lefschetz a établi la dualité entre espaces d'homologie et espaces de cohomologie. Puis de nouveau, les résultats de Poincaré ont généralisé les travaux de Lefschetz, le théorème de Pontryagin et la dualité de Steenrod. Jean-Pierre Serre a étendu ces résultats aux variétés algébriques non singulières de dimension finie quelconque.

6.22 – L'histoire des mathématiques montre que ces résultats n'ont cessé de se généraliser. La notion de dualité a joué un rôle central chez Grothendieck dans le développement des catégories dérivées et du formalisme des six opérations qu'il met en place au début des années 1960. Grothendieck souligne l'ubiquité du formalisme et de la dualité qui lui est associée. Mais ce qui différencie le dual mathématique de la simple dyade est que dès qu'on approche un couple d'objets pour mieux l'appréhender, il se transforme instantanément en un seul objet. La dualité se fait identité et c'est cela qui lui assure son caractère d'ubiquité, être à la fois une différence et une unité ; c'est sa relation à l'Un, son immanence qui fonde son ubiquité. La dualité est primitive et originaire. Elle ne concerne pas un couple d'objets pris plus ou moins arbitrairement, elle est inscrite au plus profond de l'Être. Ce n'est pas un système d'éléments qui se clôt sur lui-même, c'est un plan ouvert irréversible. Si la dualité mathématique a un équivalent philosophique, ce n'est certainement pas le dualisme religieux. La dualité n'a pas été oubliée par la philosophie, ni refoulée. Elle est inscrite dans le mythe de fondation du *Timée* entre le Même et l'Autre.

6 . 23 – La dualité n'est pas la simple confrontation d'un objet et de son opposé, du clos et de l'ouvert. Pour qu'il y ait dualité, il faut qu'une propriété de l'objet se retrouve dans le dual. C'est ce transfert d'une vérité à une co-vérité qui garantit le fonctionnement de la dualité. Lorsque cette dualité peut se formaliser dans un cadre catégoriel, alors le transfert devient fonctoriel puisqu'il opère entre catégories. Les formes dyadiques de l'Un et du multiple ne reçoivent pas leur déconstruction de la seule théorie des ensembles, mais plutôt de la description fonctorielle ou duale de ces objets. En mécanique, on passe des équations de Hamilton aux équations de Lagrange par la transformée de Legendre. En général, cette transformation de Legendre n'est pas un homomorphisme du fibré tangent sur le fibré cotangent. Mais lorsque la transformée de Legendre est un difféomorphisme alors les formulations lagrangiennes et hamiltoniennes sont équivalentes. On retrouve la dualité dans les espaces de Lebesgue qui se répondent un à un. C'est encore la dualité qui fonde la transformée de Fourier, qui permet de considérer de manière équivalente des longueurs et des fréquences et qui transforme un produit de convolution en un produit simple.

6 . 24 – La transformée de Fourier transporte l'algèbre de convolution sur un groupe en une algèbre multiplicative sur le groupe dual et réciproquement par transformée inverse. En généralisant en 1938, ce théorème de dualité à des groupes compacts non commutatifs, Tannaka montre qu'il est possible de reconstruire le groupe considéré en utilisant ses représentations irréductibles. Pour la première fois, il introduit une correspondance entre un groupe et la catégorie de ses représentations. C'est à partir de ces travaux que s'établit le caractère fonctoriel de la dualité de Tannaka-Krein. En cherchant à résoudre les conjectures de Weil, Grothendieck comprend que cette dualité peut être renversée. Il introduit la catégorie des motifs et conjecture que cette catégorie se construit par la catégorie des représentations du groupe que l'on appelle aujourd'hui le *groupe de Grothendieck-Galois*. Dans d'autres contextes, c'est ce que Langlands appelle le *principe de fonctorialité* qui pose que sous des hypothèses plus techniques, s'il existe un morphisme entre des groupes duals alors il existe un transfert des représentations admissibles d'un groupe vers les représentations admissibles de l'autre groupe. Même si l'on n'est pas spécialiste, on comprend, je l'espère, l'importance de la notion de dualité dans l'évolution des mathématiques actuelles, qui n'a pas été suffisamment soulignée, y compris par les philosophes des sciences.

6 . 25 – En physique, un système mécanique représenté par une variété symplectique peut admettre plusieurs quantifications non équivalentes. C'est le cas d'un système de particules identiques qui admet deux quantifications. C'est la *dualité-monde* des bosons et des fermions. Une des caractéristiques de toutes ces méthodes

de quantification est la recherche d'un foncteur apte à rendre compte du passage de la mécanique classique à la mécanique quantique, et plus largement à la théorie des champs. La correspondance entre ces domaines repose sur une relation qui s'apparente à la dualité des mondes. D'un côté, un calcul qui pose le crochet de Poisson comme acteur essentiel des structures symplectiques, de l'autre un commutateur des observables quantiques qui exhibe leur non-commutativité. La quantification montre la complexité des relations entre dualité et fonctorialité, qui se pose dès lors comme un problème ontologique. L'Être des objets classiques a une correspondance dans l'Être des objets quantiques, et cette correspondance s'indexe sur la constante de Planck qui marque les limites du modèle physico-mathématique actuel.

6.26 – La dualité est aussi l'un des piliers de la théorie des supercordes qui unifie la gravitation et les trois autres forces fondamentales dans un espace à dix dimensions. Si on élimine les théories qui ne résolvent pas les anomalies, il reste cinq modèles de supercordes : deux ont 32 supercharges et sont traditionnellement notés IIA et IIB ; les trois autres ont 16 supercharges et sont dits de type *I*, hétérotiques HE et hétérotiques HO. À la fin des années 1980, les physiciens ont compris que si on compactifiait les dimensions supplémentaires, alors quatre des cinq théories étaient duales : c'est la *T-dualité*. Une autre dualité, appelée *S-dualité* est apparue dans les années 1990, mettant en évidence que la théorie de type IIB est auto-duale et que la théorie de type *I* est duale de la théorie hétérotique HO. De nouvelles dualités sont apparues, dont la correspondance AdS/CFT (*Anti de Sitter/*

Conformal Field Theory) qui met en scène un espace géométrique de D-branes fait du produit d'un espace anti-de-Sitter et d'une sphère. Ces théories ont conduit les physiciens à chercher une théorie des cordes duale de la chromodynamique quantique qui serait d'après la correspondance AdS/CFT une théorie de dimension 4. On comprend que la notion de dualité soit aujourd'hui au centre des théories de physique des particules qui se développent par unification de modèles. Cette convergence des modèles par identification duale pose, sous une forme moderne, la question des relations entre la dualité, l'identité et l'univocité.

6 . 27 – C'est donc cette notion de dualité telle que l'entendent aujourd'hui les sciences physico-mathématiques que nous voudrions introduire en philosophie, accompagnée de son corollaire, l'univocité de l'Être. La thèse de l'univocité de l'Être qui a été reprise par Duns Scot, Spinoza, Leibniz et plus récemment par Deleuze, se pose toujours indépendamment de la question de la dualité. Elle déplace l'Être vers l'Un qui ne se dit plus que du multiple et porte en elle l'affirmation de l'immanence. Nous avons vu que cette affirmation est la conséquence même de la dualité, sans doute comme cas particulier du multiple, mais avec cette différence que le multiple induit un étalement de toutes les choses sur un même plan d'égalité dans une identité générique indifférenciée. Si l'immanence est induite par la dualité et non par l'Un-multiple, alors la différence peut encore jouer un rôle dans l'Un. Non pas pour produire une hiérarchie entre les objets, mais une simple différence entre eux sans qu'il existe pour autant de relation d'ordre qui les classe.

6 . 28 – Contrairement aux hypothèses du *Parménide*, l'Un n'existe pas en tant qu'Un, mais en tant que deux, qui est un. L'Un est l'Un-deux. La dualité n'est pas un état universel qui voudrait que tout se divise en deux, mais le constat que des structures de notre univers ont une insistance singulière à se présenter sous deux formes avec des fonctionnements parallèles. Elle n'affecte pas tous les objets et laisse une large place à l'expression du multiple car « il n'y a jamais eu qu'une proposition ontologique – dit Deleuze – : l'Être est univoque. » Certes, mais cette univocité est une univocité double. L'Être est pour paraphraser une formule de Deleuze, *ontologiquement un, hénologiquement deux et formellement divers.* L'Un, c'est littéralement l'*indivis*, l'individu : la femme et l'homme, le quark et l'antiquark. Pour Duns Scot, si le monde naturel qui nous entoure et le monde au-delà de nos sens sont déjà déterminés par les catégories, la seule chose qui existe réellement est un individuel, qu'il soit déterminé ou non. *L'Un est le dual de l'Être. L'hénologie est une co-ontologie.*

6 . 29 – Tout se passe comme si l'Être refusait cette dualité. Le physicien parle de *brisure de symétrie* pour dire que le monde est fait majoritairement de particules et non d'antiparticules. Dans le *Parménide*, l'Un est une sorte de Dieu suprême, un objet de science, un point focal qui exclut et conjoint tous les opposés. Si l'Un n'est pas, alors rien n'est. Plotin revient sur la place de l'Être et de l'Un. « C'est parce qu'il n'y a rien en l'Un que tout peut en venir ; pour que l'Être fût, il fallait que l'Un ne fût pas l'Être, qu'il fût le père de l'Être, que l'Être fût son premier-né. » Considérer la dualité impose de ne plus penser l'Un comme transcendant à l'Être ou l'Être

comme transcendant l'Un. Il faut désormais apprendre à situer ces nouveaux concepts comme le *dual de l'Être* ou le *dual de l'Un* relativement à l'Être, à l'Un, au non-Être, au non-Un ou au néant. L'Un est le dual de l'Être et cette dualité est absolument nécessaire pour que les choses naissent et en particulier le langage.

6.30 – Dans la catégorie de l'Être, l'étant est un objet terminal, au sens où tous les objets de la catégorie ont un morphisme qui pointe sur l'étant. C'est pourquoi dans les métaphysiques anciennes, l'Être est souvent assimilé à l'essence, et inversement, la réalité de l'essence prend tout son sens dans son aptitude à exister. Pour d'autres, l'Être et l'essence diffèrent comme le perfectible et sa perfection ou comme la puissance et l'acte. La différence est donc l'enjeu de l'existence. Pour Heidegger, il n'y a qu'un phénomène : l'Être est toujours l'Être de l'étant. Mais que reste-t-il de l'Être quand on a supprimé l'étant ? Si l'Être de l'étant est l'étant lui-même, alors il n'y a plus rien derrière l'Être de l'étant. L'apparaître est coextensif à l'Être. En revanche, si l'Être de l'étant est distinct de l'étant puisque c'est un Être non-étant, alors il faut se pencher sur l'inapparaître qui règle l'écart entre les deux.

6.31 – Une façon de penser l'Être de l'étant est de considérer le problème dual. Si l'Être est le dual de l'Un, il faut admettre l'existence d'*unants* comme formes duales des étants. Par dualité, comme l'étant est un objet terminal, l'unant est un objet initial. L'unant est ce que Badiou appelle le compte-pour-un. Il permet de définir le dual de l'Être de l'étant qui est par conséquent l'Un de l'unant. La question duale se pose dans les mêmes termes que précédemment : que reste-t-il à l'Un quand on lui supprime le compte-pour-un ? Si l'Un est le logos, il ne lui reste plus, lorsqu'on le prive de l'unant, que la connaissance désorganisée, et de manière duale du côté de l'Être, ce qui reste est un espace inconsistant, une espèce d'empire des bribes. Ajoutons que si le chaos n'est pas la forme de la donation de l'Être, il ne s'ensuit aucunement que l'unant ait un dual, ou selon Badiou qu'il y ait « une réduplication du compte-pour-un ».

6 . 32 – Un autre cas de figure étudié par Porphyre est le cas où l'Un est l'agir pur et l'unant l'intelligence, qu'il appelle d'ailleurs le second Un. Comme Porphyre n'utilise pas le concept de dualité, il est obligé de faire de l'Un une quasi-substance. En participant à l'Être, l'intelligence induit un second Être, une participation à l'étant, une sorte d'idée de l'étant. La dualité aurait grandement simplifié son raisonnement, mais il aurait fallu renoncer à l'Un comme entité suprême. La même difficulté se trouve chez Proclus pour qui tout ce qui participe à l'Un est un et n'est pas un. La dualité de l'Être et de l'Un lève sans ambiguïté ces difficultés.

6 . 33 – Parce qu'on ne peut aller au-delà de l'objet intial, l'Un ne peut pas être moins que l'unant. Si par conséquent l'Un est l'unant, il ne peut pas être rien, ni le néant. Et ce qui reste à l'Un lorsqu'on lui supprime l'unant est donc, dans ce cas, le néant. Ce dernier, le néant, a donc une forme duale qui est précisément lui-même. Enfin, parce qu'il est dans l'espace dual, l'Un ne peut s'indexer sur les catégories de l'Être. Il n'est l'esclave d'aucune substance, et par conséquent il est (et c'est la démonstration de Plotin) pure liberté.

6 . 34 – Ce sont des éléments de dualité qui justifient ce presque-rien qui sépare la science de la philosophie et qui les place en situation de mutuelle réciprocité. La science se construit sur ses résultats alors que la philosophie est toujours à la recherche d'une autolégitimation, en perpétuelle reprise de son commencement. Dans la dualité entre science et philosophie, la vérité est coextensive de la science ou de sa base topologique, qui détermine sa logique immanente (classique pour les topoi booléens). En somme, la science n'est pas l'envers ou l'Autre de la philosophie. Elle ne pense pas indépendamment de la philosophie et la philosophie ne se nourrit pas de connaissances indépendamment de connaissances scientifiques. Pour autant, la science n'est pas le dual de la philosophie, puisque toute esthétique ne saurait trouver de contrepartie scientifique. La tâche de l'épistémologie n'est donc pas d'utiliser philosophiquement la science, mais de *penser avec* la science. Comme l'ontologie est la pensée de l'Être, si les sciences physico-mathématiques sont la pensée de l'Un et si l'Être est le dual de l'Un, alors les sciences physico-mathématiques et l'ontologie sont duales. C'est peut-être le seul sens possible du mathème badiolien « les mathématiques sont l'ontologie ».

L'universel

7.1 – L'universel n'est pas la négation de la particularité. Il faut le réaffirmer avec force. C'est la grande leçon de la théorie mathématique des catégories que de définir l'universel en dehors de toute logique. Il peut être local lorsqu'il se rapporte à une catégorie ou global lorsqu'il porte sur la catégorie des catégories. Pris dans les rets catégoriels, l'universel est selon Badiou le caractère de ce qui est en exception immanente.

7.2 – L'universel a trois caractéristiques : l'invariance, la dualité et la localisation. Dans la définition mathématique, l'universel est *invariant* au sens où il est unique et construit pour tous les objets et pour tous les morphismes. Il n'y a pas deux notions de complétion d'espaces topologiques et cet universel est local aux catégories envisagées. Autrement dit, l'universel est indexé par les catégories.

7.3 – Comme les catégories sont des collections suffisamment vastes pour englober tous les objets de même nature ainsi que les morphismes qui leur sont associés, leur territorialisation ne nuit pas à leur universalité. Si l'universel est impliqué dans l'ordre catégoriel, ne faut-il pas distinguer, comme Platon le fait pour la chose, trois états de l'universel : *ante categoriam, in categoria, post categoriam* ? L'universel *ante rem* est l'universel antérieur à la chose qui donne l'Être à la matière, l'universel des mathématiques. C'est la cause formelle de la génération de tous les engendrés. Il possède tout l'Être de la chose et existe avant elle. Il est perpétuel et immatériel. Par conséquent, il est le principe de la science et se trouve chez tous les êtres animés toujours et partout identique. Dans le vocabulaire de la logique, il est prédiqué et inhérent à plusieurs particuliers. Mais dans l'approche catégorielle, il ne peut exister d'universel *ante categoriam* puisque l'universel est une expression fonctorielle entre catégories. Le deuxième universel ou universel *in re* est la forme imprimée aux choses à partir du premier universel, la forme participée en acte ou en puissance. L'universel *post rem* est quant à lui postérieur à la chose, c'est la forme abstraite dégagée de l'expérience. Toutes ces modalités de l'universel ne peuvent se transcrire au niveau des catégories. D'ailleurs, même au niveau de la chose, ce découpage tente d'associer une temporalité causale à l'universel. Or l'universel ne peut se partager entre une cause d'avant la chose et une chose résultat de la cause.

7.4 – Observons que toute catégorie a une catégorie duale obtenue en renversant le sens des morphismes. Pour autant, tout objet universel n'est pas nécessairement double. Puisque justement l'universel est *ce qui est versé à l'Un*. Remarquons d'abord qu'il n'y a pas de récursion infinie dans la production de catégories duales. La catégorie biduale est égale à la catégorie d'origine, puisqu'il s'agit de renverser deux fois les flèches. Mais s'il existe des catégories et des catégories duales, on pourrait penser qu'il existe non pas une universalité des choses, mais deux universalités, quelque chose qu'on pourrait appeler une *2-versalité*, ou une *biversalité* ou encore une *co-universalité*. En réalité, ce n'est pas la question d'universalité qui pose problème. Que l'universel soit défini avec des morphismes pointant dans un sens ou dans le sens contraire importe peu. Ce qui importe est plutôt la notion de dualité. L'universalité reste toujours cette singularité, même lorsque ce qui est versé à l'Un sont des couples d'objets duals. L'existence d'un produit ou d'un coproduit est la solution d'un problème universel. Dès lors que transcendantal signifie ce qui est antérieur à toute attribution catégorielle, il en découle que l'universel mathématique n'est pas transcendantal.

7.5 – L'invariant est un objet (par exemple un nombre, un polynôme, un groupe, etc.) qui reste inchangé dans une transformation qui fait passer d'un objet à un autre. Les classes d'invariants servent à caractériser et à classer des objets qui sont parfois très disparates. En topologie, le problème de distinguer deux nœuds est un problème difficile à résoudre. La question est de savoir si deux entrelacements de ficelles correspondent à une même espèce, c'est-à-dire si en manipulant ces entrelacs dans l'espace, on arrive à une même configuration spatiale. Pour résoudre ce problème, le mathématicien construit des invariants. Il définit tout d'abord les transformations possibles en décomposant les mouvements (mouvements de Reidemeister), puis introduit des invariants qui restent inchangés par ces mouvements.

7.6 – Un invariant simple est par exemple le nombre minimal de croisements que possède le nœud. C'est un invariant des mouvements de Reidmeister, mais son principal inconvénient est qu'il ne permet pas de distinguer deux nœuds ayant le même nombre de croisements. Cet invariant n'est pas universel. Alexander, Conway, Jones et d'autres mathématiciens ont proposé d'associer à chaque nœud un polynôme. Bien que ces polynômes soient des structures mathématiques plus riches que les nombres, on s'est aperçu que tous ces polynômes ne permettent pas de distinguer les nœuds : il reste quelques cas où les polynômes de deux nœuds différents sont les mêmes. Les coefficients de ces polynômes se construisent à partir d'autres invariants qu'on appelle les *invariants de Vassiliev.* L'invariant universel est l'objet mathématique qui permet de distinguer deux entrelacs quelconques.

7.7 – Un invariant universel existe-t-il toujours dans toutes les situations ? Rien ne permet d'affirmer que, quel que soit le problème envisagé, même si l'on se limite aux problèmes physico-mathématiques, il existera toujours un invariant universel. Si l'invariance est établie, elle démontre l'existence de nouveaux objets qui n'étaient pas nécessairement connus auparavant. L'invariance repose sur une transformation distincte des propriétés et des relations de l'objet invariant. Pour autant, l'invariance n'est pas un universel structural. Comme elle dépend de la transformation qui la fonde, elle implique des éléments autres que les seuls éléments de structure. Dans un jeu de taquin, la parité du nombre d'inversions se conserve lors des déplacements. Cet invariant est construit indépendamment de l'objet et de ses points de vue. Il ne dépend pas de l'état du jeu et permet de démontrer des propriétés liées à cet état. C'est le cas par exemple si le jeu a été démonté et si les pièces ont été repositionnées de sorte que le nombre d'inversions soit impair. Dans ce cas, on ne pourra jamais revenir à la position initiale des pièces (qui n'a aucune inversion, et qui est donc paire). La conservation de la parité du nombre d'inversions démontre cela de manière rigoureuse, sans énumérer toutes les possibilités. Pour ce jeu, la parité du nombre d'inversions est un universel.

7.8 – En résumé, ce que montre la notion d'invariant est que la notion d'universel n'a pas nécessairement de contraire et que la négation d'un universel n'est pas toujours un particulier. En somme, l'universel ne peut pas être considéré comme un objet de logique. Il doit être reconnu dans ses aspects topologiques, de *Ur-logique*, pour affirmer son sens premier. Il n'intervient pas seulement dans des régimes de la pensée symbolique comme celui des mathématiques ou celui des sciences humaines, mais dans l'univers qui nous entoure, en physique, comme en biologie. A cause de son caractère fonctoriel, l'universel ne peut se réduire à son caractère logique.

7.9 – Le vide est l'invariant le plus célèbre. Pour Badiou, la hiérarchie cumultative des ensembles est suturée à l'Être par le nom du vide. En théorie des ensembles, le nom primitif de l'Être est l'unique ensemble vide ; en théorie des topoi, le vide est pluralisé.

7.10 – En théorie des ensembles, on démontre l'existence du vide, en appliquant l'*axiome de compréhension* et on démontre son unicité en utilisant l'*axiome d'extensionalité*. Dans un topos, les axiomes de la théorie des ensembles sont des théorèmes (à l'exception de l'axiome de l'infinité et de l'axiome du choix). En particulier, on démontre l'axiome de remplacement d'où découlent le schème de compréhension et l'axiome d'extensionalité. Par conséquent, dans un topos, le vide existe et est unique. L'unicité du vide n'est donc pas une détermination essentielle de l'ontologie ensembliste qui selon Badiou contraindrait à des orientations platoniciennes. La théorie des ensembles interdit l'existence de clones. C'est ce qu'affirme l'axiome d'extensionalité : deux êtres identiques, formés des mêmes éléments ne peuvent être distincts. L'existence de plusieurs vides n'est possible que dans des espaces où n'existent pas que des ensembles, mais des collections plurielles. Et encore, pas dans toutes les *grandes* catégories (i.e. non ensemblistes).

7.11 – Il n'est donc pas facile de partager ensembles et catégories selon des orientations platoniciennes ou aristotéliciennes sans contradictions. La question de la reconnaissance de la mathématique comme pensée n'est pas une ligne de partage. Reste que les catégories sont les relations conceptuelles les plus universelles possibles, qui reflètent les modes et les formes de l'Être.

7.12 – Le vide quantique déplace le moment du rapport à l'autre, de la négation et de la limite. Dans la théorie classique, le vide est assimilé à un néant improductif duquel rien ne sort. C'est aussi l'objet terminal de l'espace, celui où les infinis convergent. A la fois limite et négation, le vide suppose une intime relation entre matière et espace. Le vide classique est un lieu sans matière improductif, assimilé au néant, tandis que le vide quantique est un lieu où la matière peut naître. Si le vide classique est le lieu du mouvement, le vide quantique est le lieu de la création. D'un côté un espace où se meuvent des atomes, de l'autre, un espace d'où émerge la matière.

7.13 – D'où les difficultés de la quantification. Si la physique classique est la limite de la physique quantique lorsque la constante de Planck tend vers zéro, comment concevoir deux vides, l'un classique et l'autre quantique ? Le vide classique est-il la limite du vide quantique ? Si comme le prétend Hegel le vide (classique) est la négation de la détermination du non-Être, il faut pour que le vide quantique se distingue du vide classique que le vide quantique ne soit pas la négation de la détermination du non-Être. Ce qui suppose que l'Un du vide soit un Deux. Mais si la négation de la négation n'est plus une affirmation, si le principe du tiers exclu n'est plus valable, on ne peut plus affirmer que l'Un est assimilé à l'unité de ses moments, ni que dans l'Un ne s'affirme que le rapport à soi-même, ou de manière équivalente que dans l'Un ne s'affirme que le rapport de la négation à elle-même. C'est donc un changement d'horizons et de topos que nous impose la physique quantique. Le sens profond de cette transformation est une déterritorialisation, un effet du principe de dualité généralisé.

7.14 – Nous avons vu que les invariants ont une expression diagrammatique. Qu'en est-il de l'universalité des diagrammes ? Existe-t-il des figures universelles de la connaissance ? des invariants diagrammatiques ? De tout temps, le savoir, ou plus justement la représentation du savoir, s'est construit sur des formes géométriques simples. Nous avons vu comment la logique est née du carré apuléen appuyée sur quatre piliers structurels. Quatre formes qui se déclinent par similitude dans tous les champs du savoir : quatre éléments (le feu, l'eau, la terre et l'air), quatre états (le sec, le chaud, l'humide et le froid), quatre saisons (l'automne, l'hiver, le printemps et l'été), quatre formes alimentaires dans la théorie de Lévi-Strauss (le cru, le cuit, le rôti et le bouilli), quatre modalités logiques (le possible, l'impossible, le nécessaire et le contingent), quatre constantes universelles (constante de gravitation, constante de Planck, constante de Boltzmann et vitesse de la lumière) qui caractérisent la physique de notre univers. Mais la stabilité de ce quadrilatère est toute relative. Il suffit de tracer les diagonales pour en singulariser le centre qui devient le cinquième élément, la *quintessence*. Le carré se métamorphose en pentagone. Deux pointes sur les côtés le transforment en hexagone. Le diagramme est donc pris dans une cartographie mouvante où l'émergence des invariants doit elle-même avoir une certaine universalité.

7.15 – L'argument de Berkeley et de Hume dans leur critique des idées générales abstraites de Locke est que l'universel ne peut exister puisqu'il est impossible de représenter des idées générales abstraites. On ne peut se représenter que des idées particulières. C'est tout l'enjeu du diagramme : être capable de représenter l'universel au-delà des simples formes graphiques. Pour nous (mais on pourrait trouver des exemples analogues dans d'autres civilisations), ce qu'évoque le symbole infini ou celui d'appartenance est une idée qui n'a pas de représentation particulière, autre que ce simple signe conventionnel. Le diagramme donne plus à voir que le symbole car l'universel qu'il représente est l'expression de la machinerie qu'il met en place.

7.16 – L'universel et les modalités de l'Être motivent la classification des systèmes philosophiques et des sciences. Chez Foucault, le trièdre des savoirs organise l'épistémè classique selon trois dimensions : les sciences physiques et mathématiques se fondent sur l'inférence logique et l'enchaînement de propositions soigneusement vérifiées, d'autres sciences comme les sciences du langage, de la vie, des richesses, règlent l'analogie de rapports et les invariants structurels, et enfin la réflexion philosophique forme la troisième composante du trièdre et « se développe comme pensée du Même ».

7.17 – Chez Badiou, la théorie des ensembles, envisagée comme le socle mathématique le plus général, définit « trois types d'orientation dans la pensée et trois seulement : la pensée constructiviste, la pensée transcendante et la pensée générique. » Chez Porphyre, les trois grands systèmes philosophiques reposent sur des domaines où se loge l'universel : dans la réalité (réalisme), dans le langage (nominalisme) et dans la pensée (conceptualisme). Le concept est un universel qui existe à l'état séparé dans un monde idéal (réalisme) qui n'existe que dans les mots (nominalisme) ou bien encore qui n'existe que pour des individus sous forme de propriétés. En somme, chez ces trois auteurs, ce qui est visé n'est pas la classification des systèmes philosophiques, ni le lieu de la prédication, mais la place de l'universel.

7.18 – La définition mathématique de l'universel repose sur le caractère fonctoriel qui est la voie de passage entre catégories ainsi que sur l'unicité du morphisme qui est en quelque sorte la cheville ouvrière de la translation au sein d'une même catégorie des propriétés de l'objet universel. Les catégories mathématiques contrairement aux catégories philosophiques ne se présentent pas comme les modalités ou les relations conceptuelles les plus universelles possibles, mais construisent en leur sein l'universalité des objets par le biais de foncteurs. L'universel naît des catégories et n'est pas une forme imposée de l'extérieur qui se matérialiserait dans des particuliers. C'est le caractère singulier et son unicité qui définit l'objet universel. Comme la définition est valable pour tous les objets, on voit que c'est grâce à tout un réseau à la fois d'objets et de morphismes que l'universalité fonctionne. La multiplicité des objets se concentre à travers celle des relations conceptuelles pour ne retenir que son sens étymologique « ce qui se tourne vers l'Un ». C'est ce rassemblement du multiple dans l'Un qui définit l'universel. C'est aussi cela qui inaugure l'ordre catégoriel, sans qu'il y ait de catégorie universelle. Contrairement aux catégories aristotéliciennes qui attribuent une place centrale à la substance, il n'y a pas en mathématique de notion hiérarchique entre catégories.

7.19 – La définition de l'universalité est trans-catégorielle. Elle est posée entre deux catégories, donc entre plusieurs, mais peut aussi s'appliquer à une seule catégorie (il suffit de supposer que la catégorie de départ est identique à la catégorie d'arrivée). Il n'en demeure pas moins que la définition de l'universalité repose sur la fonctorialité. Les sommes, les produits et plus généralement les limites sont des solutions de problèmes universels. Il existe des espaces dans lesquels il n'est pas possible de définir des sommes et des produits. Pour toute famille d'objets, la notion de produit est un problème universel. La notion duale d'un produit appelée le *coproduit* est aussi un problème universel. Les coproduits n'existent pas toujours. Dans la catégorie des ensembles, les coproduits existent et sont universels en ce sens qu'ils sont préservées par les changements de base. Pour les limites, on a de la même manière une définition classique de la limite appelée *limite projective* comme problème universel et une notion duale qui est la notion de *limite inductive*. Dans un topos – et c'est ce qui en fait un objet mathématique remarquable – on a toujours des limites et des colimites.

7 . 20 – La solution d'un problème universel n'existe pas nécessairement. Le foncteur d'oubli entre la catégorie des groupes et la catégorie des ensembles est un foncteur qui associe à chaque groupe l'ensemble formé des éléments de ce groupe (on conserve le même ensemble et on oublie la structure de groupe). Dans ce cas, le problème universel n'a pas de solution, car il n'existe pas nécessairement de groupe associé à un ensemble donné. Ce qui ne veut pas dire que la notion de groupe n'est pas universelle, mais que la notion de groupe *associé à un ensemble* n'est pas universelle. On voit sur cet exemple l'importance du foncteur, qui détermine l'universalité. En revanche, entre une catégorie d'algèbres définies par des équations (comme les groupes, les espaces vectoriels, les algèbres de Lie ou les algèbres associatives) et la catégorie des ensembles, on peut construire une solution universelle qui est l'algèbre libre sur un ensemble. C'est un des grands mérites de la théorie des catégories que de donner une cohérence à la notion de structure libre.

7.21 – Les exemples les plus simples de problèmes universels se démontrent en utilisant le foncteur d'inclusion. La complétion d'un espace topologique est un problème universel. Le corps des fractions est aussi un problème universel. Ces exemples montrent comment en affinant une notion mathématique, en considérant une sous-catégorie, on construit par le foncteur d'inclusion des problèmes universels dont les solutions sont de nouveaux objets universels. On voit clairement que l'universalité n'est pas établie par l'instanciation de l'objet dans des particuliers, mais par des propriétés fonctorielles.

7.22 – L'invariant est cette caractéristique des objets qui n'est pas modifiée par des transformations canoniques. Lorsque l'invariant est unique, il devient un outil universel. Ce sont ces outils que l'on utilise pour décomposer et analyser une situation. En ce sens, la déconstruction derridienne est une combinatoire d'invariants. L'essentiel de l'universalité est dans la jonction entre une généralité tournée vers l'Être et une totalité immanente tournée vers l'Un. Dans son opposition des universels et des particuliers, la logique ne retient que la première composante, alors que la théorie mathématique des catégories réintroduit l'universel dans ce qu'il a d'unique, dans son sens littéral de *versé à l'Un*.

7.23 – L'universel ne se définit pas par opposition au particulier mais par l'unicité de son objet construit fonctoriellement. Il s'ensuit que l'universalité n'est pas une question de logique où les universaux sont toujours des prédicaments, mais une question de catégories et de topologie. Le chiffre cinq est universel non pas parce qu'il généralise des particuliers (cinq pieds, cinq chèvres) mais parce qu'il est l'unique successeur de quatre. L'universel est cette multiplicité que l'objet a d'unique.

7.24 – Chez Russell, la question de savoir si la philosophie doit distinguer les particuliers et les universels revient à la question de savoir s'il faut distinguer les sujets des prédicats. Car s'il n'y a pas de relation spécifique de prédication, on ne peut pas distinguer particuliers et universels. Dans l'analyse de J.S. Mill, les noms propres n'ont pas de signification et désignent des particuliers. L'objet universel n'est pas simplement un nom, fût-ce un nom propre sans signification. Pour autant, il ne faut pas réduire les universels aux seules relations et les particuliers aux non-relations ou aux objets du monde sensible. Les objets de perception sont des particuliers, comme les céphalées sont des particuliers de la douleur. Les non-relations ne se partagent pas plus en sujets et prédicats, qu'en constituants saturés ou non-saturés. Le partage catégoriel mathématique en objets et morphismes le montre bien. Les objets et les relations ne recoupent ni les universels et les particuliers, ni les sujets et les prédicats. L'universel est un champ ontologique trans-catégoriel.

7.25 – Ne considérer l'objet universel que du point de vue logique conduit à des paradoxes. On connaît la démonstration de Stanislaw Lesniewski de la contradiction de la définition d'un objet universel. Lorsqu'on définit l'objet universel relativement à un groupe d'individus (A, B, C, ...) comme un objet U qui possède uniquement les propriétés communes à tous les individus du groupe, on aboutit à une contradiction. En effet, si l'objet A possède la propriété $\mathcal{P}$, mais que les autres individus du groupe ne possèdent pas cette propriété, alors l'objet universel U ne peut pas posséder cette propriété. Mais alors l'objet universel U a la propriété Q de ne pas posséder la propriété $\mathcal{P}$. Cette propriété Q de ne pas posséder la propriété $\mathcal{P}$ n'est pas commune à tous les individus (puisque A ne la possède pas). Donc U ne possède pas la propriété Q. Par conséquent, U ne peut pas avoir la propriété Q de ne pas posséder la propriété $\mathcal{P}$, puisque cette propriété n'appartient pas à l'ensemble des individus. On a donc une contradiction : U possède et ne possède pas la propriété Q. On peut voir dans cette contradiction une version du paradoxe du menteur. Soit P la proposition : « Cette proposition n'est pas démontrable ». Si P est démontrable, alors P est vraie et non démontrable. Donc P est démontrée et démontrable. Dans cette version simple du paradoxe, on confond contenu et contenant, plus précisément la proposition Q et la proposition P : « Cette proposition [à savoir la proposition Q] n'est pas démontrable ».

7 . 26 – Dans la version spatiale, le paradoxe met face à face deux propositions identiques

La phrase écrite en face est fausse (1)	La phrase écrite en face est fausse (2)

Si la phrase (1) est vraie alors la phrase (2) est fausse. Inversement si la phrase (2) est fausse alors la phrase (1) est vraie. On a donc équivalence entre « la phrase (1) est vraie » et « la phrase (2) est fausse ». Mais les phrases (1) et (2) sont identiques. Par conséquent, dire que la phrase (1) est vraie est équivalent à dire que la phrase (2) est vraie. On a donc une contradiction puisque cela revient à affirmer que la phrase (2) est à la fois vraie et fausse. Dans la version de l'objet universel, le paradoxe joue de la même manière sur la fausse identité du contenu et du contenant. L'affirmation que l'objet universel n'existe pas parce qu'il est contradictoire n'est donc pas recevable. Dans un univers donné, l'universel existe. C'est une des conséquences de la notion d'univers de Grothendieck et un des avantages de la théorie des catégories de l'avoir formalisé.

7.27 – L'universalité de l'Un est à l'origine du concept de mesurabilité. Pour passer de l'Un au multiple, pour que l'Un dérive le nombre 1, il faut inventer un concept de mesure ou de nombre : c'est le *ratio mensurae* de Duns Scot ou la *fonction successeur* de Peano. L'Être seul ne peut assurer l'existence du nombre. Pour que le nombre existe, il faut que l'Un en tant que dual de l'Être lui offre ce supplément qui lui assure sa fonction première qui est de calculer. Cette dualité de l'Être et de l'Un est la condition *sine qua non* de la possibilité des sciences physico-mathématiques, induite par la mesurabilité et introduite par l'Un en tant que principe unitaire. Car la mesurabilité est comme le nombre, totalement étrangère à l'Être qui ne peut être approché par des techniques numériques ou analytiques. Sous certaines conditions, les étants deviennent mesurables dans l'espace dual, mais nous savons aussi qu'il existe des étants constructibles qui ne sont pas mesurables. L'Un n'est pas seulement la possibilité d'un processus comptable, il est avant tout le garant de l'unité des objets qu'ils soient mesurables ou non et c'est pourquoi il atteste sans relâche l'existence de l'universel. C'est l'Un encore qui fait que tous les mathématiciens parlent la même mathématique.

7 . 28 – Ce n'est pas un hasard si l'existence et l'unicité jouent un rôle essentiel et complémentaire dans les démonstrations mathématiques, car la vérité naît au point de jonction de cette dualité de l'Être et de l'Un qui est justement le propre de l'événement. C'est pourquoi il ne peut exister qu'une *vérité-foudre*, une *vérité-événement* comme point de transcendance (la transcendance est ce qui est au-delà des catégories) d'une complète et entière symbiose ou communion avec l'objet à connaître. C'est la présence de l'Un comme principe unificateur qui permet cette symbiose qui replie les morphismes de l'objet dans le lemme de Yoneda et donne à l'Un-multiple la possibilité d'une parfaite identification du sujet et de l'objet. C'est ce qui fonde l'*adéquation* que certains appellent la vérité. Comme les étants sont parfois considérés comme des simulacres qui manifestent la *puissance du faux*, il n'est pas toujours facile dans ces conditions d'atteindre cette adéquation et le libre parcours qui y conduit est souvent fait de trajectoires aléatoires, de chausse-trappes et de points de rebroussement. Le divers et la liberté de parcours est l'expression du multiple. La dualité est donatrice du sens qui fonde le vrai. On comprend que la vérité n'est ni une catégorie, ni une métacatégorie, qu'elle est *coextensive à la dualité de l'Être et de l'Un.* Dit autrement, la vérité est un champ ontologique.

7 . 29 – L'étant est toujours donné comme un divers, divisé et multiple, mais doublé de l'unant qui dualise le domaine ontologique. De la sorte, il ne peut exister de domaine extra-ontologique où l'on placerait le divers et la multiplicité empirique en dehors de l'Être comme dans les philosophies de Kant, de Heidegger ou de Husserl,

ni de domaine intra-ontologique où la multiplicité du monde serait donnée de manière inhérente comme dans les philosophies de Nietzsche ou de Deleuze à travers des *a priori* ou des *machines désirantes*, car la multiplicité se confond toujours dans l'unicité. Cette unicité n'a pas été perçue simultanément. Elle a d'abord été comprise comme agissant *a posteriori* laissant place au concept de différence. La différence considérée comme la multiplicité ontique de l'ontologique fait de l'objet une multiplicité pure. Les usages de cette différence ont donné les diverses variantes philosophiques.

7.30 – De là est née la difficulté de situer la diversité de l'étant comme un point de vue propre de l'ontologique ou comme l'expression universelle d'un *a priori* ordonné à la réalité du monde. Cette différence empirique ou transcendantale est donc la position *topologique* interne ou externe de l'Être relativement à l'étant. Et c'est là l'erreur des philosophies qui prennent l'Être pour l'Un, cherchent l'affection de l'Être par l'étant et distinguent un intérieur d'un extérieur ontologique. Comme l'ontologique n'a pas de bord, il n'y a pas lieu de distinguer un intérieur d'un extérieur. Ce n'est pas l'Être qui devient à son tour un étant, mais l'étant qui se fait *unant* qui lui-même se relève dans l'Un. Ce passage à l'Un se présente sous la forme d'une unification totale et complète de la diversité du multiple. Ce rassemblement vers un tout n'est pas une somme empirique d'étants particuliers où surgirait de nouveau un curieux moteur métaphysique composé de couples universel-particulier, mais l'expression de la dualité de l'Être et de l'Un qui est le vrai principe de la métaphysique.

7 . 31 – Dans la philosophie de Heidegger, l'Être est pensé comme le *tout de l'étant*. Mais ce tout ne peut pas être déterminé de manière métaphysique, mais transcendantal. La raison est que le tout n'est pas un tout empirique, qu'il est subordonné à l'Un, plutôt qu'aux parties qu'il unifie. Si la différence opère une déconstruction dans la relation entre l'Être et l'étant par le *foncteur d'oubli*, il ne faut pas en déduire que cette déconstruction se traduit fonctoriellement sur la relation entre l'Être et l'Un, mais plus sûrement entre l'Un et l'unant. L'Être n'est pas ce qui reste lorsqu'on le prive de l'étant. L'Être n'est pas l'*Autre de l'étant*. Le partage ensembliste entre l'étant et le non-étant n'est pas concevable. Il suppose une logique classique non intuitionniste qui n'est pas adaptée et qui conduit à réintroduire l'étant comme particulier. L'existence d'une structure duale empêche de penser l'étant et le non-étant comme un partage dyadique complet qui partitionnerait exactement l'Être en deux parties disjointes comme un universel et un particulier, un ensemble de vérités et une scène de simulacres.

7 . 32 – Que l'Être se dise en un seul et même sens, que l'Être soit univoque n'est pas en contradiction avec la multiplicité des étants. C'est ce qu'enseignent l'universalité qui porte entre catégories à travers une unicité fonctorielle et la dualité qui assume l'ambivalence des étants et des unants. Si l'univocité n'existait pas, il ne pourrait exister d'universalité. Les scientifiques ne parleraient pas le même langage, le sens n'aurait plus ce caractère univoque qui garantit la communication. L'Un lui-même n'est pas une unité, il est toujours double en tant que dual.

7 . 33 – Que cette univocité soit ontologiquement unique n'est possible que sous la condition de la dualité de l'Être et de l'Un. La conséquence de cette dualité est qu'il n'existe qu'un seul sens qui se cache, non pas sous les *logiques des mondes*, mais qui est enfoui plus profondément sous le topologique. De manière duale, l'univocité n'est pas un rempart à l'équivocité ontologique. Il suffit de ne pas tout immobiliser dans une catégorie suprême comme la substance, où l'infinité des étants n'a de cesse de converger vers un unique point d'absorption. L'univocité ou l'immanence de l'Être n'est pas une réduction ponctuelle, c'est pourquoi elle ne s'oppose pas à l'approche catégorielle. Il n'est pas utile de soutenir que l'Être se dise en plusieurs sens pour justifier l'existence des catégories parce que les modalités ou les formes de l'Être sont des collections d'étants en tant qu'expressions duales de collections d'unants qui s'agrègent dans des configurations ontologiques uniques. Comme l'étant se dit en plusieurs sens, les catégories se disent aussi selon leur multiplicité et doivent leur cohésion à l'universalité du principe de dualité.

Le topos des mondes

8.1 – Être pour le géomètre, c'est d'abord être localement. L'espace dans lequel nous vivons est un espace qui s'épanouit dans le divers des topologies qui peut être fort complexe tant dans l'infiniment petit comme le suggère la théorie des cordes avec des dimensions supplémentaires, que dans l'infiniment grand avec des structures fractales, des mondes parallèles, des multivers ou des variétés repliées sur elles-mêmes comme l'affirme certaines théories cosmologiques. Pour autant, le topos des mondes est d'abord une affaire de texture et de forme topologique et non de logique. C'est la grande leçon du théorème de Diaconescu.

8.2 – Pour le mathématicien, un topos est une « bonne » catégorie, non pathologique fermée cartésienne où on démontre qu'il existe des limites et des produits finis, un classificateur de sous-objet et où la notion d'isomorphie coïncide avec la notion ensembliste pour laquelle un morphisme qui est à la fois mono et epi est un isomorphisme. La bijectivité équivaut alors à la propriété d'être à la fois injective et surjective.

8 . 3 – Le topos a un élément initial et un élément final. Il est donc sous-tendu par deux pôles que constituent ces deux éléments extrêmaux. Sa structure morpho-topologique détermine sa logique. La notion de topos est impliquée par celle de topologie d'où le topos tire son nom. S'il est vrai que la notion de topos formalise axiomatiquement la notion de catégorie de faisceaux, il est toutefois difficile de comprendre en quoi le topos est lié à la topologie. Le modèle lacanien de la tripartition des mondes en réel, symbolique et imaginaire est un exemple de topos. Mais le monde de l'ontologie n'est pas classique. Dit autrement, la logique associée au topos ontologique n'est pas une algèbre de Boole.

8 . 4 – Les topoi ont ceci de remarquable que leur constitution en tant que lieu détermine leur logique immanente. En ce sens, la logique est subordonnée au topologique et la détermine complètement. Dans un topos, on a toutes les règles du calcul propositionnel intuitionniste. En général, on n'a pas la loi du tiers exclu (qui reste toutefois vraie pour quelques formules dont celles qui concernent l'identité d'un objet). Mais si le topos est booléen, alors sa logique est classique.

8 . 5 – La genèse de la notion de topos vient pour Grothendieck de celle de *site* et de *schéma*. Les termes qu'il emploie (site, topos, motif) évoquent tous des problèmes de *territorialisation*. Ils ont été inventés pour « formaliser l'intuition topologique d'une localisation » carac-

tériser les limites de notre propre monde. Dans des univers possibles, le territoire se définit par des propriétés structurelles fortes, ou mieux catégorielles. Ce sont ces propriétés qui caractérisent le topos.

8.6 – Le théorème de Diaconescu, démontré en 1975, affirme que si l'axiome du choix est vérifié dans un topos alors ce topos est booléen, autrement dit sa logique est classique. Comme l'axiome du choix a plusieurs formulations équivalentes, il s'ensuit qu'il existe plusieurs critères impliquant le principe du tiers exclu.

8.7 – La forme la plus simple de l'axiome du choix affirme que dans toute partie d'un ensemble non vide, on peut toujours choisir un élément. On démontre que cela est équivalent à mettre un ordre partiel sur cet ensemble. En 1940, Gödel a montré que l'axiome du choix est consistant avec les axiomes de la théorie des ensembles de von Neumann-Bernays-Gödel. Cohen, en 1964, a démontré que l'axiome du choix est indépendant des axiomes de Zermelo-Fraenkel.

8.8 – Lorsqu'on travaille dans un topos quelconque, on ne connaît pas sa logique interne. On ne peut donc pas utiliser des preuves indirectes comme des démonstrations par l'absurde, ni utiliser l'axiome du choix. On doit suivre les règles de la logique intuitionniste et ne pas utiliser le principe du tiers exclu.

8.9 – La formulation classique de l'axiome du choix dit que sur tout ensemble, il existe une fonction de choix. Faire un choix, c'est être capable d'extraire une famille de singletons de toute famille d'ensembles non vides. Il est équivalent de dire que sur tout ensemble, il existe un *bon ordre* où chaque sous-partie non vide de l'ensemble admet un plus petit élément.

8 . 10 – Pour pouvoir ranger les objets d'un topos, il faut pouvoir les discerner de manière fine. La fonction de choix permet cette discernabilité. Si dans chaque partie de l'objet, on peut discerner (c'est-à-dire choisir) un élément de cette partie, cela signifie que la texture de l'objet bien que pouvant être très complexe a une certaine atomicité qui permet ce choix. En répétant l'opération pour toutes les parties de l'objet, on définit une famille d'atomes qui peut être ordonnée. D'après ce que nous avons vu, on peut donc en déduire qu'il existe pour cet ordre un élément extrémal.

8 . 11 – Si maintenant nous considérons les éléments extrémaux de tous les objets du topos, cet ensemble a de nouveau un élément extrémal qui a une certaine universalité pour le topos. Cela contredit les positions des nominalistes comme Nelson Goodman, pour lesquels il n'y a pas d'entités universelles au-delà des prédicats, et qu'il ne peut pas exister deux choses distinctes ayant les mêmes atomes.

8 . 12 – Dans un topos, toutes les formulations équivalentes de l'axiome du choix, choisir un plus petit élément ou ce qui revient au même ranger les éléments du topos selon un ordre préétabli, imposent une logique classique. Donc valident le principe du tiers exclu. Mais il ne s'agit là que d'une implication. On a équivalence dans le cas des topoi de faisceaux sur un treillis local, mais en général la réciproque est fausse. Notons bien qu'une logique classique n'implique pas nécessairement l'axiome du choix.

8 . 13 – Cet axiome est aussi une propriété des ensembles infinis. Il équivaut à dire que tout ensemble infini est l'union de deux ensembles infinis disjoints. Autrement dit, on peut couper l'infini en deux parties elles-mêmes infinies. Mieux : l'axiome du choix équivaut au postulat de Dedekind – tout ensemble infini a un sous-ensemble dénombrable. Avoir une fonction de choix, mettre un ordre, choisir un plus petit élément équivaut à avoir une structure dénombrable dans toute infinité, c'est-à-dire avoir un ensemble isomorphe à l'ensemble des entiers naturels. Par conséquent, avoir une arithmétique dans toute infinité. Enfin, l'axiome du choix équivaut à l'axiome de constructibilité : tout ensemble est constructible.

8 . 14 – L'ontologie catégorielle admet la multiplicité de l'Être et des étants. Elle subordonne la logique au topologique qui la détermine complètement. Le tiers exclu suppose la discernabilité partielle des objets du monde qui découle de l'existence d'une fonction de choix. Lorsque l'axiome du choix est vérifié, il existe une granularité minimale des mondes possibles qui induit une logique nécessairement classique. L'étoffe ou la texture d'un topos répond à ces propriétés concernant l'intelligibilité de la différence qui entraîne des contraintes purement logiques.

8 . 15 – Si le topos admet un objet infini (ce qui n'est pas le cas pour tous les topoi), la structure de ses sous-ensembles est déterminante pour la logique du topos. Il suffit que tout ensemble infini ait une partie infinie comptable, qu'il existe des éléments isomorphes à des nombres entiers naturels pour que la logique soit classique. C'est encore un problème lié à la texture du topos

et à l'atomicité de ses parties infinies. Si la granularité du monde permet de distinguer des unités de sorte qu'on puisse y dénombrer des éléments, alors le tiers exclu est vérifié.

8 . 16 – Si l'axiome du choix est vrai alors toutes les parties infinies ont des structures d'Un-multiple. Dans le cas contraire, il existe des multiplicités pures qui n'ont pas de sous-structures comptables. Le théorème de Diaconescu est donc un remarquable résultat d'ontologie, qui montre que la texture des topoi détermine la logique immanente des mondes.

8 . 17 – Il n'existe pas toujours d'ensemble infini dans un topos, mais s'il en existe un et si l'axiome du choix est vérifié, alors l'infini a cette structure bien particulière que l'on connaît sous le nom de postulat de Dedekind qui dit que dans tout ensemble infini il existe un sous-ensemble dénombrable. En bref, la dénombrabilité sous-jacente de tout ensemble infini d'un topos contraint la logique du topos à être une logique classique vérifiant le tiers exclu.

8 . 18 – Dans un topos, l'union de deux sous-objets existe toujours et la loi du tiers exclu équivaut à ce que tout sous-objet ait un complément. On en déduit qu'un topos a une logique classique si et seulement si tout sous-objet a un complément. Il suffit donc d'examiner la structure sous-jacente des objets d'un topos (les morphismes de chaque objet vers le classificateur de sous-objet) pour en déterminer sa logique. Ce qui montre de nouveau que la logique est subordonnée au topologique. Ce résultat engage toute la philosophie des topoi et par conséquent la philosophie badiolienne.

8.19 – La grande innovation de Grothendieck est de considérer que les ouverts sont plus importants que les points. Pour un espace topologique fait de points et d'ouverts, les ouverts donnent plus d'informations que les points. Comme une topologie se définit aussi par les voisinages d'un point, on comprend que le système des voisinages d'un point est plus important que le point lui-même. Si l'espace est un espace abstrait, disons un espace fait d'individus, ce qui importe n'est pas l'individu lui-même, mais le voisinage de chaque individu, l'assemblée d'hommes qui se trouve au voisinage d'un homme donné. La notion de voisinage est évidemment fonction de la topologie choisie.

8.20 – Pour construire une topologie associée à des structures uniformes, il suffit de définir ce que sont deux individus voisins. Par exemple, en retenant des considérations physiques comme deux hommes sont voisins s'ils ont deux yeux opérationnels, on est conduit à un partage en deux classes (les voyants et les non-voyants). Le voisinage se définit aussi par d'autres critères : deux hommes sont voisins s'ils pensent tous deux que la proposition A est vraie. La notion de topologie impose un raisonnement plus large que le raisonnement sur des cas isolés. Elle force à considérer des ensembles plus vastes sur lesquels il y a une notion de proximité. C'est cette proximité qui définit la continuité et devient l'élément moteur en introduisant une sociabilité des ensembles ou des collections.

8.21 – L'existence des points n'est pas un problème contemporain. Dans les traités du Moyen-âge, elle est liée à l'indivisibilité du point. Pour Nicole Oresme, le point est une entité physique qui n'est ni une substance, ni un accident, mais un *complexe significabilia*, une chose signifiable de façon complexe. Pour démontrer son existence, il faut isoler le point du continu dont la divisibilité pose problème. Il semble que toute partie d'un continu soit toujours divisible. Par conséquent, les indivisibles (le *hic indivisibiliter*) comme les points n'existent pas. Or le point est une entité physique dont l'existence semble évidente. Ainsi la caractérisation de l'Être des points devient un problème d'ontologie. Il semble que les points existent, mais personne ne peut démontrer leur existence. Bien plus : leur existence met en cause l'incommensurabilité de la diagonale du carré, pourtant acceptée par Roger Bacon et Duns Scot.

8 . 22 – Le point est un *complexe significabilia*, qui ne s'apparente pas à la substance, mais qui a pourtant un certain degré d'apparaître. Les points ne sont pas non plus des accidents qu'Oresme réduit à des modes d'Être (*modi rerum*) que nous assimilons parfois aux états de choses et qui seraient un cas particulier des choses signifiables de façon complexe.

8 . 23 – Pour le nominaliste Jean Buridan, les points existent et sont des entités divisibles. On lui oppose la démonstration suivante. Tout segment de droite est terminé par deux extrémités qui sont des points. Si nous construisons un carré et si nous traçons les lignes parallèles qui joignent les points des côtés opposés du carré, chaque ligne coupe la diagonale en un point unique. Il y a donc autant de points dans le côté du carré que dans la diagonale. Si le point existe et si le point est mesurable, la somme des mesures des points de la diagonale est égale à la somme des mesures des points du côté du carré. Le côté a donc même longueur que la diagonale.

Or nous savons que cela est faux. Donc le point n'existe pas.

8 . 24 – Dans les sciences exactes, l'*ironie du point* a pris aujourd'hui une nouvelle dimension. Dans un espace topologique, on a deux notions de points : les éléments de l'ensemble lui-même et les points du treillis des ouverts. Lorsque l'espace est propre, les deux notions coïncident. Le treillis des ouverts est ce qu'on appelle un *treillis local*. Un treillis local est une structure simple qui satisfait quelques axiomes dont l'existence d'un élément terminal. Les points du treillis local sont définis comme des morphismes de l'élément terminal vers ce treillis. Ils forment un ensemble que l'on appelle le *spectre* de ce treillis. L'importance d'un treillis local vient du fait qu'un des principaux objets étudiés dans le séminaire de Grothendieck, à savoir les morphismes étales sont équivalents aux faisceaux au-dessus d'un treillis local. Comme le faisceau sur un treillis local est constitué d'éléments définis à différents niveaux de ce treillis, l'étude des morphismes étales revient donc à l'étude des différentes strates du treillis local.

8 . 25 – Ces espaces striés ouvrent des perspectives d'étude qui sont complétés par les procédés de recollements. La vérité d'un lieu est équivalente à la vérité de ses strates. Si l'espace topologique est propre, les éléments de cet espace s'identifient avec les points du treillis local formés par ses ouverts. Ces points sont eux-mêmes des morphismes géométriques du topos des ensembles (c'est-à-dire des faisceaux sur un singleton) vers le topos des faisceaux sur cet espace. Dans un topos de Grothendieck, un point est simplement un morphisme géométrique du topos des ensembles vers le topos de Grothendieck.

8 . 26 – Ce que Badiou appelle un *transcendantal* est exactement un treillis local (ou une algèbre de Heyting complète). Les points d'un transcendantal sont selon Badiou « la dramatisation binaire des nuances de l'apparaître », que nous comprenons comme les valeurs binaires d'une fonction de l'étant. En définissant un point comme une fonction de valuation, Badiou replie le concept de point sur une logique binaire à deux états et contraint le transcendantal à une logique classique. L'indécidabilité et la stratification des espaces disparaissent.

8 . 27 – Dans la théorie badiolienne, tout objet du transcendantal est décidable. Le point est le lieu d'apparition des vérités. Plus encore : il est le lieu de la réalisation des aléas. « Il y a *point* – dit Badiou – quand par une opération qui implique un sujet et un corps, la totalité du monde est l'enjeu d'un pile ou face. »

8 . 28 – On comprend que la notion de vérité soit remise sur l'établi. Pour rendre compte de ces lieux qui préludent à l'établissement logique, la vérité ne peut plus être pensée et utilisée comme une fonction de valuation sur un espace de propositions à laquelle est associée une valeur numérique ou booléenne, c'est-à-dire une valuation normative dont le rôle est de vérifier une possibilité. La vérité est d'abord une intuition foudroyante qui dit la vérité du lieu. Non seulement il y a des zones d'indécidabilité, des régions où la vérité est quantifiée, mais aussi des espaces où le mode de propagation des vérités n'est pas l'inférence sur des chaînes de propositions vraies, mais des pans entiers résonants entre modèles adéquats.

8 . 29 – Pensée comme une fonction de valuation, la vérité dépend de l'objet sur lequel elle agit. Chez Leibniz,

les vérités sont de deux types : celles de raisonnement et celles de fait. « Les vérités de raisonnement sont nécessaires et leur opposé est impossible, et celles de fait sont contingentes et leur opposé est possible. Quand une vérité est nécessaire, on ne peut trouver la raison par l'analyse, la résolvant en idées et en vérités plus simples jusqu'à ce qu'on en vienne aux primitives. » Le partage entre les vérités contingentes et nécessaires et leur lien avec l'existence d'un opposé ouvrent de nouvelles perspectives. Il ne s'agit plus de savoir si le vrai est l'essence de la chose, si les transcendantaux (le vrai, l'étant, l'Un, etc.) qui circulent à travers tous les étants sont convertibles l'un dans l'autre, mais d'affirmer l'inhérence du prédicat au sujet, l'analycité des vérités. Cette conception est justement remise en cause par Husserl qui a montré que la vérité ne devait pas être cherchée dans les énoncés et les jugements, mais dans un en-deçà du langage, dans la donation originaire de l'Être. L'Être se donne dans l'étant sous couvert du vrai. Heidegger a repris cette thèse.

8.30 – À remonter à l'origine de la vérité, on s'aperçoit que la vérité est en relation avec l'Être et les étants. Pour Heidegger, la vérité, en tant que non-latence, est l'avènement de la perdominance de l'étant lui-même. Au reste, la vérité serait plutôt à chercher dans une résonance harmonique de l'Être de l'étant, ou comme la forme fonctorielle de l'immanence de l'Être. Avec le développement des connaissances érigé en instrument pour acquérir le vrai, la notion de vérité s'est déplacée, abandonnant cette symbiose des corps et des objets où elle prenait sa source. Elle s'est mise au service de la proposition et est devenue une propriété du logos. Dans ce cheminement généalogique, elle est devenue selon l'expression de Heidegger, le lieu de la justesse ou de la *rectitude* du logos, de l'Être de l'étant. Dans le conflit qui oppose la vérité à la non-vérité, Heidegger ne nous dit pas comment s'opère cette dissociation. L'idée que la vérité se constitue sur des espaces stratifiés en résonance avec des espaces en dualité détourne la question de la logique vers une plus grande considération du topos.

8.31 – Parce qu'elle est liée à la donation de l'Être, et du fait de la dualité immanente de l'Être et de l'Un, et de la fermeture ontologique des catégories-monde, *la vérité est immanente, finie, locale et double.* C'est une conséquence importante du principe de dualité que de décupler les concepts. Une autre que de jouer de la dialectique de la localisation dans une catégorie-monde. La relativité générale a montré qu'il n'existe de temps que localement. Le principe de dualité montre que le temps est double : Chronos est le temps de l'étant, Aiôn est celui de l'unant. Le même principe vaut pour la vérité qui se dédouble en une vérité-dévoilement (*alètheia*) qui découvre l'étant en lui-même et en une vérité-adéquation (*adequatio*) qui renvoie à la structure opératoire de l'Un et des unants. Que la vérité soit d'abord une propriété du topos est la conséquence de ce frayage multiple des lieux qui se double de la dualité de l'Être et de l'Un. Le conflit qui oppose la vérité à la non-vérité s'évanouit dans cette dualité. Toute la logique des mondes se disloque ici. Et cette dislocation n'est que la déflagration inaugurale du topos des mondes.

Table des matières