Benoît Rittaud

LA PEUR EXPONENTIELLE

puf

La peur exponentielle

Benoît Rittaud

La peur exponentielle

puf

Cet ouvrage est publié sous la direction scientifique de Dominique Lecourt.

ISBN 978-2-13-063369-3

Dépôt légal — 1re édition : 2015, avril

6, avenue Reille, 75014, Paris

Sommaire

PREMIÈRE PARTIE

MÉCANISME

Chapitre 1. – Structure générale 13

Chapitre 2. – Une peur nourrie de science 33

Chapitre 3. – Grands récits 59

DEUXIÈME PARTIE

CRITIQUE

Chapitre 4. – Une peur dangereuse 79

Chapitre 5. – Une mystique mathématique 93

Chapitre 6. – Les sophismes d'une courbe 121

Chapitre 7. – Achever l'exponentielle 151

TROISIÈME PARTIE

ORIGINES

Chapitre 8. – *Urbi et orbi*	185
Chapitre 9. – Le temps du monde étroit	203
Chapitre 10. – La bombe e	221
Chapitre 11. – Plus forts que la mort	251
Chapitre 12. – La mère de toutes les peurs	281

QUATRIÈME PARTIE

REMÈDES

Chapitre 13. – Faire face aux grands nombres	309
Chapitre 14. – Réunir le cercle et la ligne droite	331
Chapitre 15. – Subjectiver l'infini	361
Envoi. – Sonder l'avenir	385
Index	401

C'est une peur à nulle autre pareille. Aucune place ne lui convient au sein des classifications ordinaires. Une peur collective qui épouse l'air du temps mais qui n'a pas de nom. « Poluplasiasmophobie », diraient les amateurs de néologismes savants : *la peur de la multiplication*. D'une multiplication qui se répète encore et encore, jusqu'à nous étouffer. D'une multiplication de quoi ? Humains, dettes, virus... la réponse importe peu. Par-delà ses incarnations diverses, l'objet de la peur est l'opération elle-même, au travers de ses effets vertigineux. *Croissance exponentielle*. Terrible chose ! Monstre mathématique dont les mille têtes nous assaillent ! Impitoyable témoin à charge dans le procès de l'humanité !

C'est un fait, l'exponentielle fait peur. Qu'on ne s'y trompe pas : dans cette affirmation, c'est bien de l'objet mathématique qu'il est question, et non seulement de son ombre portée qu'est son sens ordinaire, vague, de grande vitesse. Pourquoi s'encombrer de technique ? objectera-t-on. L'entomologie nous enseigne que les fourmis ne sont pas des insectes sans qu'il soit pertinent pour autant de distinguer sur cette base la peur des premières de celle des seconds. Ne faudrait-il pas, de même, s'en tenir au ressenti courant sur le sens de l'exponentielle pour en étudier le caractère anxiogène ? Oui, la peur de la croissance, la peur de la rapidité, existent aussi hors de tout référent mathématique. C'est pourtant dans son sens savant que nous allons envisager l'exponentielle, car notre but est ici d'étudier une peur qui présente la remarquable spécificité de s'appuyer sur des discours épris de rationalité. C'est à une peur *scientifiquement construite et valorisée* que nous avons affaire, cas unique par l'ampleur et la variété de ses déclinaisons.

Bien sûr, s'agissant d'étudier une peur collective, il ne saurait être question d'entrer dans trop de considérations techniques. Notre impératif méthodologique est donc double : envisager l'exponentielle dans son sens précis pour rendre compte du caractère scientifiquement construit de la peur, mais n'utiliser que ses traits les plus immédiatement accessibles. Ce n'est que dans ses aspects les plus simples que l'exponentielle peut être ressentie par le plus grand nombre et ainsi provoquer une peur qui soit véritablement collective. Voilà pourquoi rien de ce que nous aurons à manier ne dépassera les connaissances courantes d'un collégien ordinaire, en dehors de quelques passages (principalement en notes, ainsi qu'à la fin de la deuxième partie) dont le lecteur pourra d'ailleurs se dispenser dans un premier temps.

L'une des caractéristiques de la notion d'exponentielle est sa grande richesse, qui se dévoile même lorsqu'on s'en tient à des considérations très simples. Il est souhaitable qu'à la bien triste peur qui lui est attachée succède au plus vite un intérêt plus joyeux, lot naturel des merveilles de la science.

PREMIÈRE PARTIE

MÉCANISME

Dieu créa les humains à son image : il les créa à l'image
de Dieu ; homme et femme il les créa. Dieu les bénit ;
Dieu leur dit : Soyez féconds, multipliez-vous,
remplissez la terre et soumettez-la.

Genèse 1, 27-28.

Chapitre 1
Structure générale

Il était une fois un monde gigantesque. Les hommes, peu nombreux, n'en avaient jamais fait le tour et n'en consommaient que peu de ressources. Ils s'imaginaient que rien autour d'eux n'avait de limite. Et puis ils vinrent à grossir en nombre et en gourmandise. Se déployant à un rythme toujours plus rapide, il leur fallut alors peu de temps pour occuper tout l'espace terrestre et en consommer toutes les réserves. À la confortable situation originelle suivit cette autre, inquiétante : un monde devenu trop petit pour accueillir l'humanité. Il était donc indispensable qu'à l'insouciance des premiers âges succédât une autre mentalité, qui prît acte de la réalité nouvelle : nous nous sommes trop développés, et notre gloutonnerie toujours croissante épuise la Terre. Hélas ! Alors que nous savons tout cela, nous ne faisons rien pour y remédier. C'est là la preuve que nous vivons selon un point de vue archaïque.

Telle est l'histoire qui se raconte, appuyée par les peurs macroscopiques qui habitent désormais nos représentations collectives depuis plusieurs décennies. La croissance de la population mondiale va nous étouffer, les ressources naturelles sont une manne limitée que nous épuisons à un rythme qui s'accélère, l'industrie humaine occupe tant de place qu'elle en réchauffe le climat, et même l'eau va bientôt manquer, en même temps que les matières premières si précieuses dont nous n'imaginons pas nous passer – pétrole en tête. Alors que Blaise Pascal s'effrayait du silence éternel des espaces infinis, nous nous inquiétons aujourd'hui du bruit assourdissant de l'humanité qui surremplit le monde. Et nous nous disons qu'elle était finalement bien joyeuse, cette ère de l'infini, faite de limites qui n'existaient que pour être toujours repoussées par de vaillants conquérants.

La terrible accélération

Un regard vers les périodes anciennes montre pourtant que l'infini est loin d'avoir toujours régné dans les esprits. Les cosmogonies de l'Antiquité dépeignent bien souvent un univers clos, à peine plus étendu que la Terre, elle-même considérée comme plutôt petite. Vivrions-nous donc un simple retour à cet ordre antique ? Loin de là. Après avoir vécu dans le cocon rassurant de l'Antiquité, après nous être effrayés de l'immensité avec Pascal, après nous être enthousiasmés devant les conquêtes infinies promises par le progrès, nous sommes entrés dans l'ère du monde étroit. À la période archaïque dans laquelle l'homme n'était qu'un grain de sable insignifiant dans l'univers avait succédé la période moderne, sans limite ; notre période contemporaine est celle d'une humanité si indigne de sa puissance qu'elle prépare sa propre asphyxie. Si l'angoisse de Pascal n'a plus lieu d'être, c'est parce que nous n'avons plus à craindre de tomber dans un gouffre : désormais le risque est d'aller dans le mur.

En tirant le fil de l'histoire, il serait certes facile d'en revenir à des périodes fort anciennes où la société humaine se trouvait déjà encombrée d'elle-même. Ainsi, des propos tels que ceux de Tertullien, écrits au début du IIIe siècle de notre ère, pourraient avoir été écrits hier :

> Tout est frayé ; tout est connu ; tout s'ouvre au commerce. De riantes métairies ont effacé les déserts les plus fameux ; les champs ont dompté les forêts ; les troupeaux ont mis en fuite les animaux sauvages ; [...] il s'élève plus de villes aujourd'hui qu'autrefois de masures [...] partout des maisons, partout un peuple, partout une république, partout la vie. Comme témoignage décisif de l'accroissement du genre humain, nous sommes un fardeau pour le monde ; à peine si les éléments nous suffisent ; les nécessités deviennent plus pressantes ; cette plainte est dans toutes les bouches : la nature va nous manquer.

Deux éléments principaux rendent cependant le récit contemporain original. Le premier est qu'il se structure pour une part essentielle sur l'idée que nous nous précipitons vers nos limites *à une vitesse toujours croissante*. Des esprits très sérieux en sont à évoquer la « Grande Accélération de l'Anthropocène » (majuscules comprises) – l'Anthropocène n'étant rien de moins que la nouvelle époque géologique dans laquelle l'humanité aurait été capable de plonger la Terre en à peine trois siècles. Cette idée d'accélération est décisive. Telle quelle en effet, l'étroitesse ne suffit pas à un récit de désastre global, car les frictions par nous provoquées pourraient fort bien ne se produire qu'à la périphérie de notre monde. C'est seulement cette « vitesse toujours plus folle » qui donne corps à la peur d'un effondrement global. Bien loin d'une approche douce, c'est un impact d'une indicible violence que nous préparons en accélérant, dans notre coupable aveuglement, vers les murs infranchissables de nos ultimes limites. Tout se passe donc comme si le récit contemporain inversait les termes d'un autre célèbre trait de Pascal, en faisant de notre monde un cercle dont la circonférence est partout et le centre nulle part. Parce que nous allons de plus en plus vite, les effets du choc à venir rendent dérisoire l'espoir de s'en protéger. Notre monde se réduisant à une seule et vaste frontière, nulle partie centrale ne sera épargnée.

Le second élément saillant de notre claustrophobie planétaire est que nous avons cette fois la prétention affirmée de la justifier par des arguments purement rationnels, dégagés de toute référence directe ou indirecte au religieux. Avec ce résultat stupéfiant : *c'est à partir d'un concept hautement abstrait, relevant du domaine scientifique en général considéré comme le plus à l'abri des intrusions de l'irrationnel, que l'alarmisme contemporain a construit son discours.* Niché au cœur des mathématiques les plus pures, puis devenu une arme particulièrement redoutable dans sa capacité à produire un discours anxiogène, ce concept semble revenu du fond des âges pour nous tourmenter. Sa seule évocation fait grimacer de crainte une environnementaliste aussi célèbre que Donella Meadows :

> La raison pour laquelle les environnementalistes sont souvent si sombres (*gloomy*), c'est qu'ils savent ce que le mot « exponentiel » signifie.

La liste était déjà longue des angoisses mathématiques de nos contemporains : souvenirs scolaires, inquiétudes sur l'usage des mathématiques en finance, craintes de nature stratégique ou militaire... Dans ces angoisses, les mathématiques ont toujours le mauvais rôle. Mais les mots inquiets de Meadows échappent à ces catégories. L'exponentielle n'y est ni la source ni même le révélateur de son angoisse : elle en est l'*étendard.* L'avis de Meadows, couramment partagé, est que ce n'est qu'en se plongeant dans les mathématiques de l'exponentielle que l'humanité sera en mesure de comprendre, et donc peut-être d'éviter, le tragique destin qu'elle se prépare à elle-même.

Il faut un instant pour prendre toute la mesure de cette situation spectaculaire et unique : un objet mathématique abstrait utilisé pour matérialiser une peur, la valoriser et lui donner une forme et une expression. Parce qu'elle met en scène de façon simple et frappante l'idée d'accélération, l'exponentielle est utilisée sans relâche par les prophètes du monde étroit pour montrer les dramatiques conséquences à venir de la folie des hommes qui oublient toute limite et toute mesure. Carrefour mathématique de la peur, l'exponentielle est cruciale pour explorer comment l'avènement du monde fini s'est révélé prélude de fin du monde.

Qu'est-ce que ce banal objet mathématique a donc de si spécial ? Une légende millénaire va nous donner un premier élément de réponse.

Un conte du fond des âges

Une vieille légende orientale raconte que le bon roi Shiram, qui régnait sur une Inde qu'il avait rendue prospère et pacifique, souffrait d'un ennui si profond que son ministre, Sessa (parfois Sassa, ou Sissa), se résolut à lui chercher un remède. « Le jour où tu délivreras mon esprit de sa misère, lui dit le roi, je te donnerai tout avantage que tu pourras me demander. » Sessa se mit alors en devoir de simplifier les règles d'un jeu existant, et inventa la forme moderne des échecs. Le roi se passionna tant pour le jeu qu'il se trouva bientôt guéri. Fidèle à sa promesse, il offrit à son ministre la rétribution de son choix. Pour toute récompense, Sessa demanda un grain de blé pour la première case de l'échiquier, deux pour la seconde case, quatre pour la troisième, et ainsi de suite, en doublant le nombre pour chaque case, jusqu'à atteindre la soixante-quatrième. Le roi jugea la demande ridiculement faible, mais toute l'insistance qu'il mit à ce que son ministre exprimât un souhait plus conséquent demeura vaine. Les comptables du roi entamèrent donc le calcul de la somme due, non sans quelques moqueries. Pourtant, arrivé au milieu de l'échiquier, il apparut aux comptables que tous les grains de blé de la surface de la Terre ne permettraient pas de satisfaire la demande de Sessa : il y eût fallu bien plus que tout ce que les greniers de toutes les parties du monde pourraient rassembler. Le roi, s'inclinant devant son rusé ministre, convint ne pas pouvoir honorer sa parole, et lui céda le trône. Sessa refusa, se déclarant satisfait d'avoir conquis l'estime de son souverain.

Cette histoire très célèbre chez les mathématiciens remonte au moins au IXe siècle. Elle constitue l'une des plus anciennes présentations connues d'une croissance exponentielle dans un cadre non strictement mathématique. À l'époque, al-Yaqubi en proposait une version plus émouvante tombée dans l'oubli : pour informer la reine que son mari avait été tué par des rebelles, un dénommé Qaflan aurait disposé sur l'échiquier des pièces encerclant le roi et lui empêchant tout mouvement. Son tact lui aurait valu sa récompense.

Le loyal Sessa qui se donne tant de mal pour guérir son souverain tout comme l'attentionné Qaflan qui tâche d'adoucir la peine de sa veuve se révèlent donc de rusés coquins. Il semble que le doublement des grains en tant que tel n'était pas central dans les premières versions de l'histoire, où Sessa ne jouait même qu'un rôle secondaire. À l'origine, il s'agissait avant tout d'une fable sur la meilleure façon de faire la guerre. Les échecs y servaient à figurer et à valoriser l'organisation stratégique rationnelle, à l'inverse d'un jeu comme le backgammon qui s'en remet partiellement au hasard. En acceptant la demande de son ministre sur le doublement des grains, le roi faisait montre de cette légèreté dont un chef de guerre doit apprendre à se défier.

Sans faire de bruit, la légende des grains de blé sur l'échiquier est devenue un mythe de notre temps, qui structure, avec quelques autres, tout un pan de nos peurs collectives. Il est remarquable que tapis au creux de cette histoire millénaire se trouve déjà l'ingrédient le plus crucial à la mathématisation de nos angoisses contemporaines : la croissance à la fois *fulgurante* et *inattendue* du nombre de grains au fil des doublements successifs, carburant idéal pour la « course toujours plus folle » de notre civilisation.

La raison exponentielle

Pour dissiper sans plus attendre les brumes dans lesquelles le langage courant l'a plongé, voyons rapidement ce que recouvre le concept d'exponentielle. La légende des grains sur l'échiquier le met en scène sous la forme d'une *suite géométrique*. Il s'agit d'une succession de nombres (on parle de *termes*) dont chacun s'obtient en multipliant celui qui le précède par une valeur donnée, toujours la même, appelée *raison*. Le nombre de grains sur les cases successives de l'échiquier est ainsi donné par la suite géométrique de terme initial 1 et de raison 2 :

1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, 512, 1024…

Exemple phare de croissance exponentielle, cette suite est appelée « suite duplicative » par Thabit Ibn Qurra au IXe siècle, puis « progression double » par Nicolas Chuquet (XVe siècle) ou Pierre de Fermat (XVIIe siècle). On l'appelle aujourd'hui plutôt la *suite des puissances de deux.*[1] Il y a

1. Elle rassemble dans l'ordre croissant tous les nombres de la forme 2^n, « 2 à la puissance n », c'est-à-dire 2 multiplié n fois par lui-même. (On a par exemple $2^5 = 2{\times}2{\times}2{\times}2{\times}2 = 32$; précisons que $2^1 = 2$ et que, par convention, $2^0 = 1$.)

une cohérence symbolique certaine à rapprocher cette suite du jeu d'échecs : l'échiquier est fait de 64 cases, dont 32 blanches et 32 noires, réparties sur 8 lignes et 8 colonnes ; chaque camp commence avec 16 pièces, dont 8 pions, 2 tours, 2 cavaliers et 2 fous. Hors du jeu d'échecs en revanche, ni sa simplicité ni ses diverses propriétés particulières ne suffisent à expliquer complètement l'hégémonie persistante de la suite des puissances de deux dans des situations où elle n'a pas plus de raisons qu'une autre suite géométrique d'occuper le devant de la scène (par exemple dans le cas de l'étude de la croissance d'une population, comme nous y viendrons au chapitre X). Selon Alain Schärlig (université de Lausanne), la tendance lourde et ancienne qui consiste à tout ramener à cette seule suite tient peut-être en partie à un mode de calcul remontant à l'antiquité égyptienne, dont les comptables médiévaux auraient aussi eu l'usage, qui permet de remplacer l'opération de multiplication par des additions et des doublements. Pendant longtemps, le doublement a été considéré comme une opération à part, sorte d'intermédiaire entre l'addition et la multiplication. La facilité particulière du doublement sur un instrument comme l'abaque (un ancêtre de nos machines à calculer) a pu créer une habitude de pensée rapportant systématiquement la multiplication à celle-ci, et donc par ricochet toute croissance géométrique à la suite des puissances de deux. Bien que cette dernière ne figure pas à proprement parler aux programmes d'enseignement scolaire (contrairement aux tables de multiplication, par exemple), elle jouit d'une notoriété persistante, que le succès mondial du jeu vidéo *2048* créé en 2014 par Gabriele Cirulli devrait contribuer à pérenniser.

Pour ne pas nous limiter à un seul exemple, si emblématique soit-il, donnons le second exemple que voici :

3, 30, 300, 3 000, 30 000, 300 000...

qui est la suite géométrique de terme initial 3 et de raison 10. Cette autre suite illustre de façon très visuelle, avec les 0 qui s'ajoutent au fil des termes, qu'une suite géométrique atteint très vite de très grandes valeurs.

Même en s'en tenant aux mathématiques les plus conventionnelles, l'histoire des suites géométriques est si longue et passionnante qu'elle occuperait sans peine un ouvrage entier. Dès l'époque babylonienne, c'est-à-dire il y a environ quatre mille ans, des exemples explicites de ces suites sont mentionnés sur des tablettes d'argiles. La tablette M 7857 contient la résolution d'un problème où chaque homme capture 9 oiseaux qui chacun mangent 9 fourmis, lesquelles avalent chacune 9 épis d'orge contenant 9 grains chacun. Selon Otto Neugebauer et Abraham Sachs, grands spécialistes du domaine au XX^e^ siècle, les Babyloniens ont avancé vers le concept de *logarithme*, qui ne sera finalement dégagé qu'au début du XVII^e^ siècle par John Napier puis Henry Briggs. En Égypte antique, une suite géométrique (de raison 7) apparaît dans le problème 79 du célèbre papyrus Rhind, écrit au XVI^e^ siècle avant notre ère par un scribe nommé Ahmès : sept maisons contiennent chacune sept chats, qui chacun attrapent 7 souris qui chacune ont mangé sept épis de blé, chaque épi contenant sept *héqats* de grains (il s'agit de dénombrer l'ensemble). Il est possible que ce problème 79 soit l'ancêtre plus ou moins direct d'une comptine anglaise traditionnelle, *As I was going to St Ives*.

En Grèce ancienne, les premières propriétés générales des suites géométriques sont identifiées. Euclide, vers -300, en signale deux dans son ouvrage le plus célèbre, les *Éléments*. Dès cette époque, leurs caractéristiques arithmétiques[1] sont associées à des considérations sur l'harmonie et les proportions qui seront pendant des siècles la source de réflexions dans des domaines comme la musique ou l'architecture.

L'art de la proportion

Facile à mettre en scène, donnant très vite à voir de très grandes valeurs, l'exponentielle possède un autre atout tout aussi considérable : sa propriété de représenter une *croissance proportionnelle*. C'est cet aspect qui fait des suites géométriques bien davantage qu'un simple jeu de l'esprit.

L'habitude nous pousse à dire que la croissance d'une suite comme 1, 2, 3, 4, 5... est constante, puisque c'est toujours la même quantité qu'il faut ajouter à chaque terme pour atteindre le suivant. En un autre sens, cependant, la croissance de cette suite est de plus en

1. L'une d'elles est que, quatre termes successifs a, b, c et d d'une suite géométrique étant donnés, le produit du premier et du dernier termes est toujours égal au produit des deux termes intermédiaires (soit : $ad = bc$).

plus lente. Observons par exemple une vitre ou un pare-brise au début d'une pluie légère. Au début, le rythme des gouttes qui tombent sur la vitre apparaît comme régulier. Au bout d'un certain temps, il semble y avoir un ralentissement, voire un arrêt, alors même que l'intensité de la pluie reste la même. Comment est-ce possible ? Si la pluie est régulière, le nombre de gouttes sur la vitre augmente toujours à peu près de la même quantité par unité de temps. Au début, nous n'avons aucun mal à nous rendre compte de l'arrivée des gouttes, mais lorsque beaucoup d'entre elles ont atteint la vitre, celle-ci nous semble saturée, et il devient difficile de s'apercevoir que de nouvelles gouttes s'y déposent. L'illusion provient de ce que l'augmentation *relative* est de plus en plus faible : les nouvelles gouttes qui arrivent sont peu nombreuses en proportion du total déjà arrivé.

Une simple goutte d'eau inonde notre œil. Elle fait plus rarement déborder le vase. Et elle ne modifie pas le niveau de l'Océan. Dans tous ces cas, la valeur *absolue* a moins de sens que la valeur *relative*, c'est-à-dire rapportée à l'ensemble. Dire que cent nouveaux habitants se sont installés quelque part n'a pas la même portée selon que nous parlons de Tokyo ou d'un simple village. Non-événement dans un cas, bouleversement dans l'autre. Une façon de comprendre l'idée de « croissance » est donc de *rapporter* l'augmentation à l'état global, au sens courant comme au sens mathématique du mot « rapport ». On parle de croissance *relative*. Le calcul montre que le seul type de suite dont la croissance relative est constante est celui des suites géométriques [1].

Donnons deux exemples d'application de cette idée de croissance proportionnelle, qui relèvent de domaines d'une importance considérable pour la suite : l'économie et la démographie. En économie, la croissance est toujours donnée sous une forme relative : l'évolution du produit intérieur brut (PIB) d'un pays n'est jamais exprimée sous la forme d'un montant, mais sous celle d'un pourcentage, car ce n'est pas l'*accroissement* qui est significatif (la différence entre la richesse du pays cette année avec celle de l'an passé), mais son *taux* (rapport de l'accroissement à la richesse totale initiale). Il est tout à fait logique qu'il en soit ainsi : dire que le PIB d'un État s'accroît d'un milliard de dollars n'a pas la même portée selon qu'il s'agit de la Chine ou du Guatemala. (Précisons toutefois qu'il faut se garder de vouloir tout voir avec les yeux de la croissance proportionnelle, celle-ci n'étant pas plus qu'un autre un outil universel à employer inconsidérément : nous y reviendrons notamment aux chapitres VI et VII.)

1. Soient deux termes consécutifs a et b d'une suite dont la croissance relative est constante et égale à x. Cette croissance relative est le rapport de l'accroissement $(b-a)$ à l'état initial (a), il faut donc que le rapport $(b-a)/a$ soit égal à x, ce qui implique $b = (1+x)a$. L'on passe donc bien d'un terme au suivant (ici : de a à b) par une multiplication par un facteur constant $(1+x)$. En d'autres termes, une suite dont la croissance relative est constante et égale à x est une suite géométrique de raison $1+x$. (Si, au lieu de rapporter la croissance absolue $b-a$ à l'état initial a, on choisissait de la rapporter à l'état final b, le même type de calcul conduirait à un résultat analogue.)

En démographie, une utilisation aussi célèbre que spectaculaire des suites géométriques est celle de Thomas Malthus dans son fameux *Essai sur le principe de population*, dont la première édition est parue de façon anonyme en 1798. Dans cet essai, le sévère pasteur promeut un « principe de population » fondé sur l'idée qu'il est de bonne politique d'adapter la démographie nationale aux ressources disponibles. Son ouvrage s'ouvre sur une modélisation explicite de l'évolution d'une population donnée :

> Nous pouvons donc tenir pour certain que, lorsque la population n'est arrêtée par aucun obstacle, elle va doublant tous les vingt-cinq ans, et croît de période en période selon une progression géométrique.

Malthus complète cette description par une seconde modélisation, cette fois de la quantité annuelle de biens agricoles produits. Selon lui, celle-ci croît au mieux selon une suite qui n'est pas géométrique mais *arithmétique* : dans celle-ci, chaque terme s'obtient en *ajoutant* au précédent une quantité fixée (elle aussi appelée *raison*). La suite des entiers naturels, 0, 1, 2, 3, 4, 5... est ainsi la suite arithmétique de terme initial 0 et de raison 1. (Comme autre cas moins particulier, donnons la suite arithmétique de terme initial 8 et de raison 3, qui commence ainsi : 8, 11, 14, 17, 20, 23...) Malthus remarque que les suites arithmétiques et géométriques ont en commun la propriété de *tendre vers l'infini*[1], c'est-à-dire que

1. Nous ne considérons ici que des suites géométriques de raison strictement supérieure à 1 (et de terme initial positif). Lorsqu'une suite géomé-

leurs termes finissent par dépasser les valeurs les plus grandes, mais qu'en revanche leurs vitesses de croissance sont très différentes : les suites géométriques « vont à l'infini » à une allure formidablement plus rapide que celle des suites arithmétiques. Si immense soit le terme initial d'une suite arithmétique, et si grande soit sa raison, les termes de cette suite sont vite dépassés, et de beaucoup, par ceux de n'importe quelle suite géométrique, même de terme initial minuscule et de raison à peine plus grande que 1. Selon Malthus, la croissance de la suite arithmétique de la production a donc tôt fait d'être éclipsée par celle, exponentielle, de la suite géométrique qui représente l'évolution d'une population dont rien ne ralentit la reproduction. Si aucune mesure n'est prise, la population finit donc mécaniquement par dépasser la limite des ressources. Misère puis famine sont alors le lot des individus en surnombre.

L'un des points les plus essentiels de l'ouvrage de Malthus, et sur lequel nous reviendrons, est qu'il désigne explicitement ceux qui, selon lui, n'ont pas leur place au « grand banquet de la nature » : il s'agit des plus pauvres, qui ne peuvent assurer seuls leur subsistance et celle de leurs enfants. Pour le bien de la communauté dans son ensemble, il conviendrait donc de limiter le nombre des plus démunis (en décourageant leur natalité), mais aussi la charité publique qui leur revient. En faisant entrer les suites géométriques dans l'ère du projet politique,

---

trique est de raison inférieure à 1, son comportement est très différent ; nous l'évoquerons brièvement au chapitre XI.

Malthus est, au moins à certains égards, le premier grand prophète de la peur de l'exponentielle.

Le visage de nos crimes

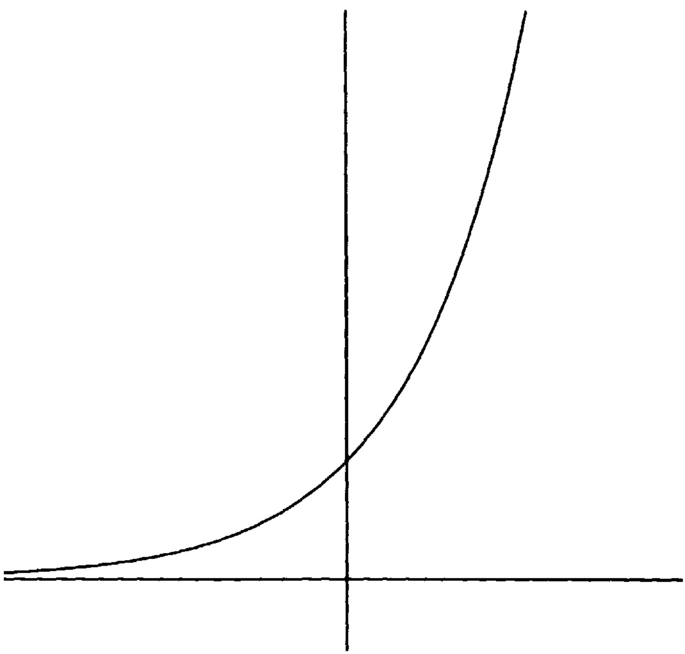
Les suites géométriques sont la forme dite *séquentielle* (ou *discrète*) d'une évolution à croissance relative constante. Le temps s'y écoule selon une succession d'unités prédéfinies : le terme initial de la suite correspond à l'instant 0, le terme suivant à l'instant 1, le suivant à l'instant 2, etc. Les *fonctions exponentielles* en sont l'équivalent en *temps continu* (c'est-à-dire qui s'écoule tel un point glissant le long d'une droite, sans saut ou saccade). Concrètement, un phénomène continu se représente par une courbe, là où un phénomène discret peut se représenter par un histogramme (ou éventuellement une ligne brisée). [1]

Voir une courbe exponentielle, c'est les voir toutes, car, de même que tous les carrés sont un seul et même carré au sens de la géométrie euclidienne, toutes les fonctions exponentielles sont qualitativement identiques. Toutes sont l'expression d'un seul et même objet mathématique. Toutes nous racontent la même histoire : celle d'une ascension d'abord modeste, voire infime, qui

1. Le mot « exponentiel » lui-même réfère à l'opération d'exponentiation, c'est-à-dire l'élévation à une certaine puissance (la suite géométrique de terme initial 1 et de raison 2 est ainsi la suite des puissances de deux). Dire qu'une suite géométrique est à croissance exponentielle énonce donc implicitement un théorème qui lie la croissance proportionnelle à l'exponentiation.

s'infléchit de plus en plus pour finalement s'élever presque à la verticale. Index accusateur, trait courant hors de son cadre, cette courbe mathématique est le visage de nos crimes.

Voyez tout à la fois vie et mort, abondance et misère.
Voyez le clapotis bientôt lame de fond.
Voyez la faux balayant le monde.
Voyez le virage vers l'infini.
Voyez le terrifiant éclair.
Voyez l'exponentielle.



NOTES BIBLIOGRAPHIQUES DU CHAPITRE I

L'épigraphe à la première partie est tirée de la *Nouvelle Bible Segond* (Henri Blocher, Jean-Claude Dubs, Mario Echtler et Jean-Claude Verrechia dir.), Paris, Société biblique française, 2002.

Les propos étrangement modernes de Tertullien figurent dans son *De anima*, XXX (trad. Eugène-Antoine de Genoude in *Œuvres de Tertullien*, Paris, Louis Vivès, t. II, 1852, p. 61). Pour d'autres considérations sur l'ancienneté des angoisses de surpeuplement, voir notamment Jacqueline Hecht, « Imagination et prospective : les origines de la prévision démographique », *in* Mohammed Rassem et Justin Stagl (dir.), *Statistik und Staatsbeschreibung in der Neuzeit*, Paderborn, Ferdinand Schöningh, 1980.

La citation de Donella Meadows sur l'exponentielle figure dans *The Global Citizen*, Washington, Island Press, 1991, p. 53.

La version présentée ici de l'histoire de Sessa est tirée de la traduction anglaise d'un manuscrit persan du XIVe-XVe siècle donnée par Duncan Forbes (*The History of Chess*, Londres, W. H. Allen & Co., 1860, p. 60-65). J'ai trouvé de nombreux autres éléments historiques sur la légende de Sessa dans la passionnante étude de Letizia Osti (université de Milan), « The Grain on the Chessboard, Travels and Meanings », *in* F. Bauden, A. Chraibi, A. Ghersetti (dir.), *Le Répertoire narratif arabe médiéval. Transmission et ouverture. Actes du colloque international, université de Liège, 15-17 septembre 2005*, Liège, université de Liège, « Bibliothèque de la faculté de philosophie et lettres de l'université de Liège », 2008, p. 231-251. Je remercie Letizia Osti pour son éclairage sur divers points de cette légende.

Pour les questions de multiplication égyptienne par doublements, l'on peut consulter le livre très complet d'Alain Schärlig, *Compter avec des jetons*, Lausanne, Presses polytechniques et universitaires romandes, 2003, p. 70-72. Je le remercie également pour son aide et précise que, selon lui, le lien entre la suite des puissances de deux et l'algorithme égyptien, appuyé par peu de sources historiques, demeure conjectural. Sur les tablettes babyloniennes contenant les premiers termes de certaines suites géométriques, et les premiers pas vers les logarithmes, voir Otto Neugebauer et Abraham Sachs, *Mathematical Cuneiform Texts*, New Haven, American Oriental Society, 1945 (réimp. 1986), p. 35-36. Sur la tablette M 7857, le problème 79 du papyrus Rhind ainsi que le lien avec la comptine anglaise *As I was going to St Ives*, mais aussi d'autres liens avec notamment le mathématicien Fibonacci (dont il sera question plus loin), voir Jöran Friberg, *Unexpected Links Between Egyptian and Babylonian Mathematics*, Singapour, World Scientific, 2005. Euclide s'intéresse à ce qui correspond pour nous aux suites géométriques dans le livre IX de ses *Éléments* (propositions 35 et 36).

Pour Malthus, je me suis appuyé sur l'édition française de 1852 de l'*Essai sur le principe de population* (Paris, Guillaumin & Cie), traduit par Pierre et Guillaume Prévost.

D'utiles suggestions pour ce chapitre m'ont été données par Lionel Scotto d'Apollonia.

L'ensemble de l'ouvrage a considérablement bénéficié de la relecture de Pascal Bruckner ainsi que de celles d'Alexandra Borsari et de Jean-Marc Lévy-Leblond. Leurs critiques particulièrement ajustées ont grandement contribué à l'amélioration du présent ouvrage, c'est donc avec plaisir que je les en remercie ici.

Les remerciements adressés ici ou ailleurs dans le livre ne sous-entendent de la part des personnes citées nulle adhésion, totale ou partielle, aux propos qui y sont tenus.

Chapitre 2
Une peur nourrie de science

La foi soulève-t-elle les montagnes comme le veut l'adage ? Quoi qu'il en soit, la foi en la croissance exponentielle soulève sans problème les océans. C'est un scientifique de la NASA, James Hansen, qui l'a démontré il y a quelques années.

Hansen est loin d'être un inconnu. C'est sa déposition restée fameuse au Congrès américain en 1988 qui a donné le coup d'envoi politique et médiatique à la peur du réchauffement climatique d'origine humaine. Cassandre infatigable, Hansen s'est rendu célèbre par ses annonces répétées d'un chaos climatique planétaire imminent dont l'homme serait le responsable. L'une d'elles est que si l'humanité continue sa course alors le niveau des mers augmentera d'environ cinq mètres, rien de moins, d'ici la fin du siècle[1]. Cette prophétie au

1. Les prévisions les plus alarmistes ne vont pas au-delà d'une hausse de

parfum d'apocalypse, dûment publiée en 2007 dans une revue à comité de lecture, tire sa source dans l'idée que la fonte des glaces serait appelée prochainement à prendre le dessus sur les autres facteurs régulant le niveau des mers. Selon Hansen, ce facteur particulier, dont l'évolution est bien entendu causée par l'homme,

> était faible jusqu'à ces dernières années, mais a déjà au moins doublé dans la dernière décennie et est maintenant proche de 1 mm par an [...]. Comme exemple quantitatif, disons que la contribution de la calotte glaciaire est de 1 cm pour la décennie 2005-2015 et qu'elle double chaque décennie jusqu'à ce que la calotte de glace de l'Antarctique Ouest ait en grande partie disparu. [Cela] produit une hausse du niveau des mers de l'ordre de 5 m pour ce siècle.

En clair, Hansen a vu un centimètre sur la première case de l'échiquier et deux sur la deuxième, puis en a inféré que les centimètres allaient se multiplier par deux à chaque nouvelle case (ou décennie). Il ne lui est resté qu'à déployer la force formidable de l'exponentielle, laquelle, doublant sans faiblir le centimètre initial, soulève finalement l'Océan de 256 centimètres au cours de la seule décennie 2085-2095 qui correspond à la neuvième case. Cumulée avec l'élévation des décennies précédentes, cela fait bien la terrifiante montée annoncée. Cinq mètres et onze centimètres, pour être précis. Les réserves de glace de l'Antarctique Ouest sont heureusement limitées, faute de quoi le tsunami ne ferait que commencer : à l'orée du

---

1 mètre, déjà très largement au-dessus de ce que suggèrent les observations. Une extrapolation plus raisonnable pour la fin du siècle est une hausse d'une trentaine de centimètres, donc du même ordre que celle du dernier siècle écoulé (environ 20 centimètres).

XXII^{e} siècle, l'Océan monterait au rythme hallucinant de cinq mètres en dix ans, ce qui se révélerait vite peu de choses en regard du débordement de dix mètres la décennie suivante. Le déluge engloutirait le Mont-Blanc à peine un siècle plus tard, et la Lune au siècle suivant.

L'argument de Hansen, décliné de mille manières dans les contextes les plus divers, dispose d'une force de conviction considérable. Une hausse annuelle d'un millimètre est largement insuffisante pour justifier une peur quelconque ? Le « calcul » y pourvoit. L'invocation d'une croissance exponentielle permet d'inscrire la terne réalité du jour dans une prophétie diluvienne, simple version mathématisée de l'indémodable dicton : méfiez-vous de l'eau qui dort.

Le procédé qui permet à la grenouille exponentielle de se faire plus grosse que le bœuf est heureusement loin de tromper tous les scientifiques. Il n'en reste pas moins que c'est parmi eux que la peur est née et s'est développée, bien avant de se diffuser dans d'autres couches de la population. Il convient d'insister sur le fait qu'Hansen n'est pas réductible à un simple militant un peu trop exalté et insuffisamment formé à la rigueur scientifique. Nous parlons au contraire d'un chercheur confirmé. Nous parlons du directeur de l'Institut Goddard pour les Études Spatiales. Nous parlons d'un membre de l'Académie américaine des Sciences. Nous parlons d'un scientifique récompensé par de multiples prix et médailles pour ses travaux sur l'évolution du climat. Simple exception confirmant la règle ? Il n'en est rien. Démon de notre temps, l'exponentielle est le croque-mitaine mathématique de bien des scientifiques tout à fait sérieux.

L'armée furieuse

En octobre 1968, l'une des revues scientifiques les plus réputées au monde, *Science*, se met en devoir de désigner à notre courroux le plus terrible de nos adversaires collectifs. Celui-ci a-t-il à voir avec les troubles du célèbre mai ? Avec la guerre du Viêt Nam qui dure alors depuis quatre ans ? avec l'Union Soviétique qui vient d'écraser le printemps de Prague sous les chenilles de ses chars ? Non. À en croire Philip Abelson, l'éditorialiste qui sonne le clairon, « notre ennemi le plus dur (*toughest*) est l'inexorable exponentielle. » De nombreux autres scientifiques de premier plan relaient cette alerte, tel Dennis Gabor (prix Nobel de physique en 1971), qui décrit une hydre déployant partout ses multiples têtes et dont la fougue ne sera apaisée que par une volonté herculéenne :

> Dans le monde d'aujourd'hui toutes les courbes sont exponentielles. Ce n'est qu'en mathématiques que les courbes exponentielles croissent à l'infini. Dans la vie réelle, soit elles se brisent de manière catastrophique, soit elles saturent doucement. Il est de notre devoir d'individus pensants de tendre vers une saturation douce, bien que cela pose des questions nouvelles et très difficiles.

Dès 1964, John Platt, professeur de biophysique et de physique à l'université de Chicago, nous avait alerté sur l'armée furieuse qui, déjà, s'abattait sur notre pauvre monde :

> Je pense que notre crise de transition actuelle est une onde de choc similaire [à celui du franchissement du mur du son pour un avion] pour l'espèce humaine, qui nous secoue avec des

> changements soudains qui fusent dans tous les sens. Il s'agit d'un choc frontal multiple, dans lequel chaque type de changement exponentiel renforce tous les autres.

Il est tentant de rapprocher ces mots du contexte belliqueux dans lequel ils ont été écrits – la guerre froide. Lorsque Platt nous décrit la déferlante des bataillons exponentiels ennemis, se souvient-il sans s'en rendre compte de l'attaque éclair des Japonais sur la base américaine de Pearl Harbor en 1941 ?

En France, l'agronome René Dumont nous présente ainsi la synthèse de ses lectures sur la question :

> J'ai été véritablement *saisi à la gorge* par les perspectives ainsi évoquées : effondrement total et inéluctable de notre civilisation au prochain siècle [...] si se prolongent les actuelles croissances exponentielles (à intérêts composés) de la population et de la production industrielle.

Qu'on ne croie pas que des compétences particulières rendraient les mathématiciens imperméables au phénomène. Voyons par exemple, dans un ouvrage de présentation générale des mathématiques et de leurs applications, cette présentation que ne renieraient pas les auteurs précédents :

> Bien des problèmes auxquels nous sommes confrontés sont liés aux populations et à leur évolution au fil du temps. Nous sommes tous concernés par les problèmes associés à la croissance de la population humaine, comme la faim et la maladie. L'approvisionnement alimentaire est affecté par la croissance et le comportement de populations non humaines comme les bactéries, les sauterelles et les rats. Même des populations inanimées nous affectent. La croissance des « populations » d'ordures ménagères et de déchets nucléaires pose des problèmes d'éliminations et de

> stockage, avec les questions environnementales qui les accompagnent, tandis que la raréfaction des ressources naturelles cause d'autres soucis. De même, mais de façon plus favorable, une population croissante de dollars sur un compte bancaire peut fournir des ressources qui enrichissent nos existences.
> La *croissance géométrique* est le concept mathématique clé derrière la croissance de toutes les sortes de populations. Comprendre les mathématiques de la croissance géométrique est essentiel pour réaliser à quel point les problèmes économiques et sociaux causés par la croissance peuvent devenir graves, et pour mesurer l'efficacité de politiques destinées à modifier les modèles de croissance.

Prenons encore deux mathématiciens du meilleur niveau scientifique et demandons-leur leur avis sur l'un des livres les plus caricaturaux de la peur de l'exponentielle, *La Bombe P.* Cela donne une préface en forme d'adhésion sans réserve à l'analyse de Paul Ehrlich sur l'apocalyptique explosion démographique qui nous guette alors – nous sommes en 1972 :

> Si nous, scientifiques français, avons décidé de préfacer ce livre, nous avons quelques bonnes raisons de le faire. Ce livre annonce des catastrophes planétaires. Il propose des remèdes.
> Les catastrophes sont celles qui vont découler de la surpopulation. L'humanité est en cours d'explosion reproductive. Les démographes prévoient sept milliards d'hommes en l'an 2000, si une discontinuité brusque n'interrompt pas bien avant cette course démentielle.

Au moment de cosigner cette préface, Pierre Samuel est professeur à l'université Paris-Sud. Membre du groupe Bourbaki synonyme d'excellence mathématique, Samuel est l'auteur de nombreux travaux en algèbre commutative ; sa *Théorie algébrique des nombres* est un classique que connaissent bien les étudiants avancés en mathématiques. Quant au second auteur de la préface, Alexandre Grothendieck, il est à l'époque professeur associé au Collège de France, et a reçu six ans plus tôt la médaille Fields, la plus haute distinction pour un mathématicien à l'échelle internationale, en récompense de travaux qui, de l'avis général, comptent parmi les plus profonds du XX[e] siècle. Les *Éléments de géométrie algébrique*, l'ouvrage majeur de Grothendieck, sont un monument d'abstraction autant qu'un pilier fondateur de toute une branche nouvelle des mathématiques. Les compétences scientifiques de ces deux préfaciers d'Ehrlich n'ont donc d'égal que la naïveté de la postface qu'ils cosignent également pour le même livre :

> Mais pourquoi, direz-vous, la France est-elle concernée par ce problème [de surpopulation] ?
> L'entassement est partout visible. Il y a 8 personnes par mètre carré dans le métro à 18 heures. Les embouteillages sont bien connus des automobilistes. Et si l'on cherche à fuir en été les concentrations urbaines, nos 3 100 kilomètres de côtes ne fournissent à chacun des 50 millions de Français que 62 millimètres de littoral. Enfin, au rythme actuel, la population de la France doublerait en 80 ans. Passagers, parmi d'autres, de la « capsule spatiale Terre », notre situation est analogue à celle des autres passagers, et nous en sommes étroitement solidaires.

Disons-le : faire une place au soleil à tous les Français pour les vacances ne sera pas une mince affaire. Même en divisant leur population de l'époque par dix, on ne pourrait encore concéder à chacun d'eux que 62 maigres centimètres de littoral…

Les saintes Écritures

Après les années 1960 qui révèlent la malfaisante exponentielle, l'année 1972 voit la religion nouvelle se doter de ses Écritures saintes : c'est le « rapport Meadows », *The Limits to Growth*[1]. Réalisé par une équipe de scientifiques du prestigieux Massachusetts Institute of Technology sous la responsabilité de Dennis Meadows, ce livre de référence du millénarisme scientifique pousse la peur exponentielle au sommet de son art. C'est en bonne partie grâce à lui que l'alarmisme contemporain peut porter si haut son étendard mathématique.

Quel meilleur lieu qu'une ville sainte pour initier le souffle d'une nouvelle religion ? *The Limits to Growth* est, à l'origine, une commande du club de Rome, un cercle de réflexion dont Janine Delaunay, dans une enquête laudative, nous explique qu'il est composé d'individus membres de « l'*establishment* international », ce qui, bel exemple d'humour involontaire, en ferait des personnes « bien placées pour savoir ce qui [est] contestable ». Cette enquête, ou plutôt cette hagiographie, nous présente les fondateurs du club de Rome, Aurelio Peccei et Alexander King, comme deux Christs du XXᵉ siècle qui, un jour de 1968, rassemblèrent dans une riche villa romaine trente apôtres triés sur le volet. Ceux de mes lecteurs qui jugeraient mon persiflage quelque peu irrespectueux liront avec profit l'enquête en question et ses références religieuses aussi

1. Traduit en français sous le titre *Halte à la croissance ?*, Paris, Fayard, 1973.

permanentes qu'assumées. Nous y apprenons en effet que les trente personnalités sélectionnées pour cette réunion « ne reçoivent pas la foi ce jour-là » mais que, petit à petit, les choses avancent : « le pèlerinage continu[e], le chapeau à la main, mendiant un peu de temps auprès des penseurs de toute discipline ». Quant à l'équipe Meadows, elle mène « un travail de bénédictin » – on dirait d'évangéliste – d'une religion tout aussi universaliste que le christianisme : *The Limits to Growth* explique n'avoir réalisé rien de moins qu'« un modèle du monde »...

Le rapport Meadows est le déploiement ultime de l'idée que la croissance exponentielle est partout, terrifiante, et que seuls des prodiges en suspendront la course folle. L'exponentielle y apparaît aussi souvent que Lucifer dans un manuel d'exorcisme, avec toujours cette même question lancinante : combien de temps nous reste-t-il avant l'explosion finale ? La préface de Robert Lattès, mathématicien de son état (et entre autres coauteur d'un ouvrage spécialisé avec l'un des plus grands chercheurs en mathématiques appliquées du XX^e siècle, Jacques-Louis Lions [1]), s'alarme des drames de l'évolution exponentielle de tel ou tel problème de son temps, pour finir par s'effrayer de l'objet mathématique lui-même :

> Nous sommes de ce fait impitoyablement menacés par ces phénomènes multiplicateurs qui – tels les neutrons d'une bombe atomique ou les cellules d'un cancer – engendrent en tout la saturation.

1. Jacques-Louis Lions, *Méthode de quasi-réversibilité et applications*, Paris, Dunod, 1967.

Le rapport Meadows n'a pas inventé la peur de l'exponentielle, mais lui a donné un écho mondial. Certains en réduisent le succès au fait que *The Limits to Growth* fut, à sa sortie, accompagné d'une forte campagne de presse appuyée par les riches et influents membres du club de Rome – son contenu scientifique, rapidement invalidé, ne lui aurait pas permis en temps normal d'accéder à une renommée si universelle. Une telle lecture strictement économiste est aveugle au fait que les récits millénaires sur la croissance exponentielle étaient déjà autant de branches sèches qui n'attendaient qu'une étincelle pour jaillir en incendie. Comme nous l'avons vu, les premières flammèches dansaient déjà dans les années 1960. Surtout, réduire le phénomène à un plan de communication bien mené ne saurait expliquer pourquoi, quarante ans plus tard, *The Limits to Growth* est toujours célébré par de si nombreux partisans. En 2009, le prix du Japon pour la catégorie « transformation vers une société durable en harmonie avec la nature » *(sic)* a été décerné à Dennis Meadows, dont le rapport éponyme « continue encore aujourd'hui à illuminer le chemin de l'avenir ». Je ne crois guère qu'une campagne de presse, si efficace fût-elle, puisse avoir à elle seule des effets si durables et si profonds. Je suis bien plus enclin à penser que le principal atout du rapport Meadows est d'être arrivé au bon moment, à la fois en termes d'actualité économique (en 1972, le premier choc pétrolier est tout proche) et en termes de représentations collectives. Les peurs de l'époque, très voisines des nôtres, avaient besoin d'une assise scientifique, elles l'ont trouvée lorsque les scientifiques du Massachusetts Institute of Technology ont marié les grands récits de l'exponentielle au langage ésotérique de la dynamique des systèmes, avec le Grand Ordinateur comme oracle. Lorsque le rapport met en épigraphe les propos prémalthusiens d'un Chinois de l'Antiquité, Han Fei-tse, il se tire sans le savoir une balle dans le pied puisque la Chine de l'époque n'a connu aucune catastrophe démographique. Il est en revanche tout à fait cohérent avec le caractère intemporel et mythique de la peur du nombre.

Nous sommes trop bêtes

Qu'on se le dise : en dehors de tous les scientifiques qui sonnent l'alerte, le monde n'est peuplé que de nous autres insouciants qui, tels les trois petits cochons du conte, sont trop immatures pour réaliser la vitesse de croissance des grains sur un échiquier. Nous serons donc fort dépourvus le jour où nos maisons seront détruites par l'irrésistible souffle du grand méchant exponentiel.

Lorsqu'elles visent à illustrer l'étroitesse du monde, les présentations actuelles de la légende des grains sur l'échiquier reformulent l'erreur du roi d'une manière bien particulière. Voyons par exemple la manière de faire d'Albert Bartlett. Professeur émérite à l'université du Colorado, ancien président de l'Association Américaine pour l'Enseignement de la Physique, Bartlett est un inlassable prosélyte de la peur de la croissance exponentielle. Il a ainsi acquis une certaine notoriété au fil des années grâce à une conférence (présentée plus de mille six cents fois en quarante ans selon son propre décompte quelque peu obsessionnel), tout entière consacrée aux dangers de ce type de croissance. Le nombre total de grains sur l'échiquier y est ainsi dévoilé :

> Ma question est : combien de blé cela fait-il ? Cela ferait-il une jolie pile ici dans la pièce ? Cela remplirait-il le bâtiment ? Cela recouvrirait-il le comté sous deux mètres de blé ? De combien de blé sommes-nous en train de parler ? La réponse est : approximativement quatre cents fois la récolte mondiale de blé de 1990. Vous vous dites : comment est-on arrivé à un si grand nombre ?

Comme on le voit, le roi des Indes n'est plus là pour endosser la responsabilité de l'erreur. Désormais, celle-ci incombe à celui à qui s'adresse l'histoire.

Dans une chronique de journal où ce ne sont plus les grains de blé mais les humains qui se multiplient, Isaac Asimov va encore plus loin. Non seulement il postule l'erreur du lecteur, mais il fait de cette erreur le climax de sa présentation :

> Combien de temps [le peuplement de tout l'univers] prendrait-il [à cette allure] ? Un milliard d'années ? Mille fois plus ?
> Eh bien non. Au rythme actuel, il ne faudrait pour ce faire que trente-cinq siècles.
> Nous aurions converti tout l'univers en êtres humains vers l'an 6500. Il n'en est naturellement pas question, et nous nous devons de mettre un terme à l'augmentation de la population.

On pourrait multiplier à l'envi ces exemples dans lesquels la leçon première ne porte pas sur la vitesse de croissance des suites géométriques, mais sur l'ignorance de celui qui entend l'histoire. L'auditeur ou le lecteur s'imaginait pouvoir avoir un avis, il découvre que ce n'est pas le cas – non sans que son professeur ne lui dise qu'il savait bien qu'il se tromperait.

De telles présentations sont bien loin de l'état d'esprit qui prévalait chez un érudit du XIII[e] siècle comme Ahmad Ibn Khallikan, dont la version de la légende des grains a longtemps fait référence en Europe. Dans celle-ci, l'auteur insiste sur la défaillance *de sa propre intuition* sur la vitesse de croissance des suites géométriques. Il confesse avoir douté que la quantité demandée par Sessa pût s'avérer si énorme, avant de s'étendre longuement sur la manière dont un comptable d'Alexandrie lui a permis de vaincre ses doutes. En plus de diriger le blâme sur le roi et, surtout, sur lui-même plutôt que sur son lecteur, Ibn Khallikan propose une explication très pédagogique du phénomène de croissance géométrique, dans un récit où il se fait ainsi tour à tour conteur, calculateur et pédagogue lucide.

Les défauts de l'intuition

On appelle *biais exponentiel* la tendance spontanée à sous-estimer la vitesse de croissance d'une suite géométrique. Malgré la célèbre légende qui lui est associée, le biais exponentiel n'a commencé à intéresser des psychologues qu'à la fin du XX[e] siècle, en l'occurrence William Wagenaar et ses collaborateurs. Le ton est donné dès leur premier article scientifique de 1975, dans une introduction qui a le mérite d'être claire sur leurs convictions et leurs motivations :

> Bien des problèmes mondiaux actuels sont liés à la croissance. La croissance économique et celle de la population conduisent à

des pénuries d'énergie, de matières premières et de nourriture, et un accroissement du coût de la vie et de la pollution. Ces processus ont un caractère exponentiel marqué : ils vont de plus en plus vite. Toute tentative de contrôler ces processus dépendra de la coopération des citoyens pris individuellement ; ils devront d'abord identifier la vitesse qu'aura un processus de croissance, avant de confronter de manière raisonnable le problème de la croissance à d'autres facteurs, comme les croyances religieuses ou le confort personnel.

Toute croissance est exponentielle, et c'est là un drame à l'échelle planétaire. À l'évidence nourris des discours angoissés qui commençaient alors à se diffuser, nos psychologues n'ont pas montré davantage de recul face à la peur de l'exponentielle que d'autres scientifiques. La suite de cet article, encore cité aujourd'hui de loin en loin en tant que premier du genre sur le biais exponentiel, ne s'encombre pas davantage de neutralité, comme l'illustre l'un des tests utilisés. Celui-ci montrait à des sujets ce tableau qui est la transparente mise en scène d'une peur, en l'occurrence celle de la pollution :

Année	Indice de pollution
1970	3
1971	7
1972	20
1973	55
1974	148

Sur la base de ces cinq seules valeurs, les sujets de l'expérience étaient censés extrapoler l'évolution future de cette pollution entièrement imaginaire. Inutile de dire que les sujets, pas même prévenus de la nature supposée exponentielle du phénomène fictif, échouaient lamentablement au test.

L'article, qui ne fait guère plus qu'habiller de quelques statistiques un résultat déjà bien connu des conteurs orientaux il y a plus d'un millénaire, en dit bien davantage sur les peurs des auteurs que sur le biais exponentiel de leurs cobayes.[1] Ces mêmes peurs transparaissent de manière tout aussi visible dans leurs publications ultérieures, sans jamais, semble-t-il, que les comités éditoriaux des revues scientifiques concernées aient incité les auteurs à un minimum de neutralité ou de prudence. Ainsi, dans un article de 1979 cosigné avec Han Timmers, Wagenaar reprend à peu près textuellement l'introduction précédente, assortie d'illustrations supplémentaires des effets délétères de la satanique croissance exponentielle : criminalité, nombre de divorces, explosion d'un bâton de dynamite, reproduction du virus de la grippe, pollution d'une rivière... on y trouve même mentionné l'encombrement d'un parking !

Un autre psychologue, Gregory Jones, a mené une critique de ces études, pointant plusieurs défaillances méthodologiques, notamment la mise en situation d'une suite exponentielle sous forme d'un indice de pollution aussi fictif qu'abstrait et dont la perception intime

1. Il est raisonnable de penser que les auteurs ont été des lecteurs convaincus du rapport Meadows, lequel indique que « [p]ratiquement tous les polluants [dont la teneur a] été mesuré[e] en fonction du temps montrent une croissance exponentielle ».

est pour ainsi dire impossible. Plus récemment, le biais exponentiel a été abordé de manière moins terrifiée par des économistes. Par exemple, Lisa Bolton, Luk Warlop et Joseph Alba ont demandé à des sujets d'évaluer le prix passé ou futur d'un bien de consommation courante soumis à une inflation annuelle constante (et réaliste). Plutôt qu'une évaluation directe, la question était de savoir si un commerçant qui pratiquait tel prix à telle époque et tel autre aujourd'hui avait augmenté ses prix plus vite que l'inflation, à la même vitesse, ou moins vite. Alors que l'évolution du prix était en ligne avec l'inflation, l'intuition générale des sujets de l'expérience a été que le commerçant augmentait ses prix excessivement vite. Les auteurs de l'étude en tirent une réflexion intéressante : le biais exponentiel pourrait expliquer au moins une partie des récriminations courantes sur la hausse des prix. Lorsque nous nous souvenons de ce que coûtait tel produit il y a dix ans et que nous le comparons à ce qu'il coûte aujourd'hui, nous avons du mal à réaliser qu'un écart important peut être le résultat d'un taux d'inflation en réalité normal. D'autres études telles que celle d'Andrew Mackinnon et Alexander Wearing suggèrent aussi que le biais exponentiel est moins prononcé lorsque la situation est dynamique (c'est-à-dire lorsque des données nouvelles arrivent régulièrement) que lorsqu'elle est statique (un ensemble de données fourni une fois pour toutes).

L'aristocratie du savoir

Un aspect significatif de l'article fondateur de Wagenaar et Sagaria est que les auteurs, qui affichent pourtant leur intention à long terme de « trouver un moyen de présenter un processus de croissance que l'homme de la rue puisse saisir », s'évertuent en réalité à *empêcher* les sujets de leurs expériences de s'approcher des bonnes réponses. Ceux-ci se voyaient en effet interdire de faire des dessins ou de prolonger telle ou telle courbe du test, et « l'application de règles arithmétiques strictes n'était pas encouragée ». Pourquoi donc une telle restriction qu'aurait réprouvé n'importe quel didacticien ? Nulle explication n'est donnée dans l'article. Il est bien sûr hasardeux de trop conjecturer sur ce point, mais il me semble qu'il est en cohérence avec un phénomène plus général : la conscience du biais exponentiel, fût-ce à travers la connaissance de la seule histoire des grains sur l'échiquier, est pour certains la marque d'une appartenance à une aristocratie du savoir.

Cliver entre sachants et ignorants est une technique courante dans les controverses scientifiques lorsque l'affectivité des uns et des autres n'est plus suffisamment bridée par les règles de la démarche scientifique. C'est ainsi que bien des carbocentristes[1] n'ont de cesse, pour

1. Les partisans de la théorie selon laquelle les émissions humaines de gaz à effet de serre (notamment le gaz carbonique) provoqueront des modifications majeures du climat global au XXI^e^ siècle n'ont pas de dénomination raisonnablement neutre, contrairement à leurs opposants (les *climatosceptiques*). Dans un livre soutenant le climatoscepticisme (*Le Mythe climatique*, Paris, Seuil, 2010)), j'ai proposé le terme *carbocentristes* pour pallier ce manque.

nier aux climatosceptiques le droit à la parole, d'affirmer que ces derniers ne seraient pas du sérail[1]. Pour ne pas multiplier les exemples, contentons-nous de mentionner ces quelques lignes de Kevin Trenberth, tout à fait typiques de la rhétorique de ceux qui choisissent de disqualifier *a priori* leurs contradicteurs plutôt que de s'attacher au contenu scientifique de leurs propos :

> Consultez-vous votre dentiste pour un examen du cœur ? En science, comme dans n'importe quel domaine, les réputations se fondent sur le savoir et l'expertise dans un sujet et sur des travaux publiés dans des revues à comité de lecture. Lorsque vous avez besoin d'une intervention chirurgicale, vous voulez un spécialiste expérimenté du domaine, qui a réalisé un grand nombre d'opérations comme la vôtre.

Se placer dans une position de supériorité de principe fait partie de la panoplie des éléments disponibles pour emporter la conviction – c'est l'une des marques les plus reconnaissables de la différence entre vouloir être cru et vouloir être compris.

Au besoin, pour activer ou renforcer le clivage entre sachants et ignorants, il peut être utile de mentionner des détails suffisamment techniques pour asseoir sa position d'expert. Bartlett, qui s'adresse à un public qu'il suppose ignorant de l'exponentielle, n'hésite pas à lui parler de logarithmes sans expliquer de quoi il s'agit. Ehrlich, désireux de partager des connaissances

1. Les noms de Richard Lindzen, de Roy Spencer, de John Theon, de Roger Pielke, de John Christy, de Freeman Dyson et de bien d'autres invalident largement cette prémisse de l'argument.

étymologiques pour le moins douteuses, nous « explique » que

> [l]e terme « exponentiel » provient de la présence dans l'équation de croissance d'une constante, e, la base des logarithmes népériens, élevée à une puissance (exposant) qui est une variable (le taux de croissance multiplié par le temps que ce taux sera soutenu)[1].

Voilà qui fait tout de même plus « sérieux », plus « scientifique » n'est-ce pas, que de se contenter de dire que le nombre de grains après n doublements est égal à 2^n...

Le régime des castes de l'exponentielle élève ceux qui disposent de la faculté à voir le monde selon une perspective multiplicative, et rabaisse l'homme du commun qui n'a que l'additif pour horizon et *ajoute* confusément quelques grains de blé à chaque fois qu'il passe d'une case à la suivante, incapable qu'il est – biais exponentiel oblige – d'opérer une multiplication véritable. On trouve un étrange écho de cette idée au début du XVII^e^ siècle lorsque le religieux et homme de sciences Marin Mersenne explique très sérieusement que « La proportion Arithmétique peut estre appliquée à la Démocratie, ou à l'état populaire », tandis que « La proportion Géométrique est à bon droit comparée à l'état Aristocratique, auquel les nobles, ou les plus vertueux commandent ». De tels propos vous font sourire ? Lisez

1. « *The term* exponential *comes from the presence in the equation for growth of a constant, e, the base of natural logarithms, raised to a power (exponent) that is a variable (the growth rate multiplied by the time that rate will be in effect).* »

alors la manière dont, de nos jours, Bartlett introduit l'énigme des grains sur l'échiquier :

> La rapidité avec laquelle les puissances de deux peuvent croître vers des nombres immenses est fascinante, effrayante, et largement mal appréciée par le citoyen ordinaire.

En une phrase, Bartlett met au jour tout un pan des registres typiques de la présentation de l'exponentielle par ses élites inquiètes : volonté de sidérer par des grands nombres, assimilation de l'exponentielle à un effrayant Belzébuth, dévalorisation du « citoyen ordinaire ». Ce parfum aristocratique est tout particulièrement présent sous la plume d'un Ehrlich qui affirme carrément que le déni du problème de la croissance exponentielle de la démographie humaine « est construit dans nos gènes et notre culture ». L'inné et l'acquis se sont ligués pour faire de nous des ignorants, et n'est pas noble qui veut. Bartlett ne répète-t-il pas à chaque occasion, sans rire, que « le plus grand défaut de l'espèce humaine est [son] incapacité à comprendre l'exponentielle. » ? Nous sommes décidément bien peu de chose...

Ainsi donc, physiciens, mathématiciens, démographes, climatologues, économistes, agronomes et même psychologues s'unissent vaillamment contre le démon de notre temps. Ayant identifié l'origine du mal, ils exhortent les hommes du commun à se rallier au panache blanc de leur science, car le citoyen ordinaire doit apprendre sans délai à craindre lui aussi le grand Satan mathématique et ses rejetons. Comme nous allons le voir, pour inculquer cette peur, de grands récits ont été mobilisés.

NOTES BIBLIOGRAPHIQUES DU CHAPITRE II

Les propos de Hansen sont tirés de son article intitulé « Scientific Reticence and Sea Level Rise », *Environmental Research Letters*, 2/2, 2007, 024002. Confiant dans ses extrapolations exponentielles, Hansen les a réitérées dans J. E. Hansen et M. Sato, « Paleoclimate Implications for Human-Made Climate Change », *in* A. Berger, F. Mesinger et D. Šijački (ed.), *Climate Change : Inferences from Paleoclimate and Regional Aspects*, New York, Springer, 2012, p. 21-48.

L'évolution du niveau de l'Océan est suivie par des satellites d'observation depuis 1993, les données actualisées sont disponibles sur le site de recherche sur le niveau des mers de l'université du Colorado (http://sealevel.colorado.edu/).

Philip Abelson s'est exprimé sur l'exponentielle dans « The Inexorable Exponent », *Science*, 162/3850, 1968, p. 221. La citation de Dennis Gabor est tirée du rapport au Club de Rome dont il est l'auteur principal : *Beyond the Age of Waste*, Oxford, Pergamon Press, 1978 (il ne s'agit pas du même rapport que celui de Meadows). Le conseil du Club de Rome leur a accordé suffisamment de valeur pour les faire figurer en exergue de leur rapport de 1990, *The First Global Revolution*, Calcutta, Orient Longman Limited, 1993, p. 8.

Les propos de John Platt sont extraits d'une présentation à la Société américaine de chimie de septembre 1964, publiée l'année suivante dans *Science* (« The Step to Man », *Science*, 149, 6 août 1965, p. 607-613). Pour la citation donnée dans le chapitre, voir p. 610-611.

Pour l'avis de René Dumont, voir *L'Utopie ou la Mort*, Paris, Seuil, 1974, p. 4.

L'extrait qui présente la croissance géométrique comme le

« concept mathématique clé derrière la croissance de toutes les sortes de populations » est tiré de l'ouvrage collectif *For All Practical Purposes. Introduction to Contemporary Mathematics*, New York, Freeman, 1994[3], chap. XVII, p. 529.

Les propos de Grothendieck et Samuel figurent dans Paul Ehrlich, *La Bombe P* (édition revue et corrigée par l'auteur), Paris, Fayard/Les Amis de la Terre, 1972 (notons le sous-titre : « 7 milliards d'hommes en l'an 2000 », censé à l'époque provoquer une indicible angoisse, bien périmée aujourd'hui où la population mondiale est voisine de 7,2 milliards...). Voir p. XIII-XIV pour la citation de la préface, p. 201-202 pour celle de la postface. Pour l'anecdote, la valeur de 3 100 kilomètres proposée comme longueur de la côte est discutable. Il s'agit de l'approximation que donne une ligne brisée (c'est-à-dire une réunion de segments) dont les segments constitutifs sont considérés comme suffisamment courts pour que la ligne brisée épouse bien les contours de la côte. Mais prendre des segments très courts ne garantit pas une bonne approximation car, comme l'a relevé Benoît Mandelbrot dans un article devenu célèbre, il est défendable que les côtes littorales sont en réalité des courbes fractales, dont la longueur totale est infinie (« How Long is the Coast of Britain ? Statistical Self-Similarity and Fractional Dimension », *Science*, 156, 1967, p. 636-638). Un tel point de vue retourne contre eux l'argument de Grothendieck et Samuel : chaque Français disposerait d'une longueur infinie de littoral ! Bien sûr, ne voyons pas dans cette remarque davantage qu'une simple anecdote mathématique.

Pour les extraits du rapport Meadows (Donella Meadows, Dennis Meadows, Jørgen Randers et William Behrens, *The Limits to Growth*, Londres, Earth Island, 1972), voir p. 21 pour le « modèle du monde », p. 71 sur l'accroissement exponentiel des polluants. Pour la citation de Robert Lattès, voir l'édition française, *Halte à la croissance ?*, *op. cit.*, p. 7. Sur le prix du Japon attribué à Meadows, voir le site Internet de la Japan Prize Foundation : http://www.japanprize.jp/en/prize_past_2009_prize01.html.

Les divers écrits d'Albert Bartlett, ainsi que ses conférences et des transcriptions (dont une traduction française) sont disponibles sur son site Internet, http://www.AlBartlett.org/.

Le passage d'Isaac Asimov est tiré de son ouvrage *Frontières. Les plus récentes découvertes de la science sur l'homme*, trad. J. Guiod, Paris, Acropole, 1991, p. 40. Il est probable que, dans ce passage, Asimov s'inspire d'Ehrlich (voir *La Bombe P*, *op. cit.*, p. 3-6), qui lui-même cite J. H. Fremlin, « How Many People can the World Support », *New Scientist*, 29 octobre 1969.

La version d'Ibn Khallikan de la légende des grains sur l'échiquier figure dans le *Dictionnaire biographique*, traduit de l'arabe à l'anglais par William MacGuckin De Slane : *Ibn Khallikan's Biographical Dictionary*, Paris, Oriental Translation Fund of Great Britain and Ireland, vol. 3, 1868, p. 70-71.

Sur la « psychologie de l'exponentielle » selon Wagenaar, voir :

William Wagenaar et Sabato Sagaria, « Misperception of Exponential Growth », *Perception & Psychophysics*, 18/6, 1975, p. 416-422.

Hans Timmers et William Wagenaar, « Inverse Statistics and Misperception of Exponential Growth », *Perception & Psychophysics*, 21/6, 1977, p. 558-562.

William Wagenaar, « Polynomial Perception of Exponential Growth : A Reply to Jones », *Perception & Psychophysics*, 21/2, 1977, p. 199.

William Wagenaar et Han Timmers, « Extrapolation of Exponential Time Series is not enhanced by Having More

Data Points », *Perception & Psychophysics*, 24/2, 1978, p. 182-184.

Willem Wagenaar et Han Timmers, « The Pond-and-Duckweed Problem. Three Experiments on the Misperception of Exponential Growth », *Acta Psychologica*, 43, 1979, p. 239-251.

Sur les objections de Jones :

Gregory Jones, « Polynomial Perception of Exponential Growth », *Perception & Psychophysics*, 21, 1977, p. 197-198.

Gregory Jones, « A Generalized Polynomial Model for Perception of Exponential Series », *Perception & Psychophysics*, 25/3, 1979, p. 232-234.

Gregory Jones, « Perception of Inflation : Polynomial not Exponential », *Perception & Psychophysics*, 36/5, 1984, p. 485-487.

La controverse ouverte par Jones sur les articles de Wagenaar *et al.* semble s'être achevée sur un court article favorable aux seconds, au titre moqueur pour le moins étrange dans une revue scientifique spécialisée : Gideon Keren, « Do not inflate Exponentially the Evidence for the Polynomial Model : A Reply to Jones », *Perception & Psychophysics*, 36/5, 1984, p. 488-489.

Sur l'approche par des économistes, voir Lisa E. Bolton, Luk Warlop et Joseph W. Alba, « Consumer Perceptions of Price (Un)Fairness », *Journal of Consumer Research*, 29, 2003, p. 474-491. Pour une étude plus récente centrée sur les mécanismes de décision en finance, voir Victor Stango et Jonathan Zinman, « Exponential Growth Bias and Household Finance », *The Journal of Finance*, LXIV/6, 2009, p. 2807-2849. Pour l'effet sur le biais exponentiel d'une information dynamique, voir Andrew Mackinnon et Alexander Wearing, « Feedback and the Forecasting of Exponential Change », *Acta psychologica*, 76/2, 1991, p. 177-191.

Les propos de Kevin Trenberth sont tirés de sa tribune intitulée « Check With Climate Scientists for Views on Climate » parue dans *The Wall Street Journal*, 1er février 2012.

Les « explications » des Ehrlich sur le mot « exponentiel », ainsi que sur nos limitations « génétiques et culturelles », sont parues dans *The Population Explosion*, New York, Simon & Schuster, 1990, chap. I.

L'étrange point de vue de Mersenne sur les moyennes arithmétique et géométrique n'est pas le premier du genre, mais l'attribution de l'arithmétique à la démocratie et de la géométrique à l'aristocratie était alors nouvelle, semble-t-il. On la trouve dans *La Vérité des sciences : contre les septiques ou Pyrrhoniens*, livre II, p. 421-424.

Chapitre 3
Grands récits

Dans un ouvrage resté célèbre, Bruno Bettelheim s'était intéressé aux contes pour enfants sous l'angle de la psychanalyse. Un travail équivalent sur les récréations mathématiques accorderait à la légende des grains sur l'échiquier une place de même importance que celle de Blanche Neige ou Cendrillon dans la *Psychanalyse des contes de fées*. Selon Letizia Osti, qui en a étudié la diffusion à l'époque médiévale, la devinette mathématique associée au doublement des grains est un classique en Europe dès le XIII^e^ siècle, mais la légende qui l'accompagne n'a été retrouvée que beaucoup plus tard, peut-être seulement au XVII^e^. À l'époque médiévale, parler de « grains qui se multiplient sur l'échiquier » est un procédé courant pour suggérer l'immensité. Al-Arragani, au XII^e^ siècle, l'utilise dans l'éloge qu'il fait de son protecteur. Guiot de Provins (XII^e^-XIII^e^ siècles), parmi d'autres, s'y réfère pour figurer l'intensité d'une souffrance. Plus près de nous, en 1890, Joseph-Jules Garat tire de l'histoire une fable qui finit ainsi :

> À l'orgueil ignorant les vérités sont dures :
> Sirrham se fâcha-t-il ? Je l'ignore et le crains,
> Car il ne put tenir sa royale parole.
> L'inventeur des échecs ne reçut aucun bien,
> Pas même un sac de blé, pas la plus faible obole.
>
> Demandez l'impossible et vous n'obtiendrez rien.

La légende des grains n'a pas servi qu'à mettre en scène une quantité inaccessible. Ainsi, dès le Xe siècle, Al-Masudi rappelle le rôle secret parfois attribué au doublement des grains sur l'échiquier dans la marche de l'univers. Mais la vision du monde sous-jacente au récit est parfois plus subtile. Voyons par exemple Sam Loyd. Sans le savoir, ce grand inventeur d'énigmes mathématiques en donne, au début du XXe siècle, un point de vue particulièrement en phase avec son époque. Dans l'une des historiettes de son monumental recueil d'énigmes, Loyd explique malicieusement qu'à Londres en 1858, lorsque fut lancé le premier paquebot géant, le *Great Eastern*, « un lunatique enclin aux mathématiques et qui était dans le commerce des épingles » imagina de déposer une épingle dans ce qui était à l'époque le plus grand navire jamais construit, puis deux la semaine suivante, puis quatre la semaine d'après, et ainsi de suite pendant une année. Pour rassembler toutes ces épingles, il eût fallu l'équivalent de 27 924 fois la capacité du *Great Eastern*.

Il est inconcevable que Loyd ignorât l'énigme originelle des grains sur l'échiquier. Son intention était donc très probablement de la renouveler. Ce faisant, il n'a sans doute pas mesuré à quel point les habits dont il l'a revêtue portent la marque de son temps. Ce qui n'était pour lui qu'« un curieux calcul » apparaît rétrospectivement comme un signe avant-coureur des violents tremblements qui secoueront, dans la seconde moitié du XX^e^ siècle, la poussiéreuse légende. Dans la version de Loyd, les grains cèdent la place à des épingles tout aussi insignifiantes mais qui, en pleine révolution industrielle, mettent la production manufacturière à l'honneur. Désormais, la richesse ne vient plus de la seule nature, c'est la main de l'homme qui la crée. Quant à la croissance exponentielle, elle n'est pas confrontée à la Terre ou à de grands contenants de capacité imprécise (greniers à grains, rations de bétail...), mais à un réservoir aussi précis qu'emblématique de la puissance du progrès industriel. La Terre nourricière a quitté la scène, ainsi que le souverain passionné d'échecs. Un simple producteur d'épingles prend la place de la nature, et c'est le *Great Eastern*, fleuron de l'industrie navale britannique, qui remplace le puissant roi des Indes.

Avec Loyd, l'homme se fait seule mesure de l'exponentielle, et le problème des épingles doublées inscrit la croissance des suites géométriques dans la foi envers les merveilles du progrès triomphant. Mais il faut attendre la fin du XX^e^ siècle pour que la légende, qui acquiert alors le rang de prophétie sur l'étouffement programmé de notre planète, connaisse sa véritable apothéose. À cette époque où émerge la peur de l'étroitesse du monde, le récit d'un homme qui défie le pouvoir politique avec des grains doublés sur l'échiquier sort du mythe, et entre dans l'histoire.

18 446 744 073 709 551 615 grains de blé

Le 6 juin 1974 est un jour d'audition au sous-comité pour l'environnement de la Chambre des représentants des États-Unis. À l'ordre du jour de cette commission émanant de la plus grande puissance du monde : la question hautement stratégique de l'approvisionnement énergétique. Les membres de ce sous-comité s'attendent à des exposés inquiétants ou rassurants, nourris de courbes, d'exemples et de prospectives en tout genre. Ils n'imaginent pas que l'expert qui entre dans la salle va appuyer son propos sur une légende dont l'origine se perd dans la nuit des temps.

Celui qui invoque le doublement des grains de blé sur l'échiquier devant le sous-comité n'est pas n'importe qui. Marion King Hubbert est un géophysicien qui a été élu membre de l'Académie américaine des sciences une vingtaine d'années plus tôt, et a enseigné dans les universités les plus prestigieuses, tout en ayant mené une belle carrière dans une grosse compagnie pétrolière. C'est donc tout auréolé de prestige que Hubbert s'adresse à la commission en présentant la légende des grains sur l'échiquier comme un acte d'accusation :

> Bien qu'elle puisse apparaître comme futile, cette histoire a en réalité de profondes implications. La Terre elle-même ne peut pas tolérer le doublement d'un grain de blé soixante-quatre fois. [1]

1. Hubbert commet ici une petite inexactitude : le nombre de cases est de 64 mais le nombre de doublements est, lui, de 63.

La course au développement économique, le consumérisme forcené, ont conduit l'humanité à faire croître exponentiellement son mode de vie, une croissance dont la durabilité est aussi impossible que l'est la demande de Sessa de doubler les grains. Ne pas voir ce qui se prépare, commettre la même erreur que le roi raillant la requête de son ministre, conduira à épuiser la Terre beaucoup plus vite que nous l'imaginons.

Une telle présentation charge la légende des grains sur l'échiquier d'une portée morale entièrement nouvelle, qui rejoint ce qu'en disait le rapport Meadows peu de temps auparavant. Jamais, semble-t-il, la légende n'avait été utilisée pour illustrer l'étroitesse de la Terre avant la fin du XX^e^ siècle. Autrefois, c'était bien plutôt la petitesse humaine qui était mise en scène, et non sa grandeur menaçante. L'idée qu'un grain de blé puisse se multiplier selon une suite géométrique était même plutôt promesse d'abondance (voir chap. XI). Autrefois demeurée entre légende et énigme, entre objet poétique et récit symbolique, la légende de Sessa prise dans le sens inversé de Hubbert a acquis depuis les années 1970 le rang d'allégorie de la condition contemporaine, en un lointain écho de la voix de Jacobus de Cessolis qui, il y a sept siècles déjà, présentait l'échiquier et la multiplication des grains comme un symbole du monde.

Comme le montre le destin de la légende des grains sur l'échiquier, la dimension scientifique la plus essentielle n'est pas ici celle des mathématiques théoriques ou appliquées, mais celle des mathématiques *récréatives.*

L'histoire des sciences accorde peu de place à l'immense folklore d'énigmes en tout genre qui mêlent légendes, jeux et savoir. Les contributeurs bien souvent anonymes à ce répertoire disparate de connaissances mineures ne jouent en général qu'un rôle second dans la grande marche des mathématiques. Mais pour ce qui nous intéresse, leur rôle a été essentiel en raison de l'utilisation qu'ils ont su faire de deux propriétés fondamentales des suites géométriques. La première est la simplicité de la construction d'une suite comme celle des puissances de deux, qu'un écolier comprend sans peine. La seconde est la vitesse inattendue avec laquelle une telle suite atteint des nombres très grands, même si les débuts sont modestes. Alors que la suite des puissances de deux semble tout d'abord peiner à atteindre le millier, le million ne met qu'une dizaine d'autres termes à être dépassé. Le cinquantième terme avoisine déjà le million de milliards. Quant au millième terme, il faut plus de trois cents chiffres pour l'écrire

Tout l'or de la Terre

Son ancienneté et son prestige en font un cas emblématique, mais la légende des grains sur l'échiquier n'est pas le seul grand récit de l'exponentielle. Un autre a pour origine une remarque de Richard Price faite dans ses *Observations on Reversionary Payments* de 1772. Dans celles-ci, le pamphlétaire britannique imagine ce qu'il adviendrait d'un placement à intérêts composés effectué à l'époque de Jésus, pour s'émerveiller des sommes immenses qui seraient ainsi capitalisées, évoquant « 150 millions de globes, chacun de même taille que la terre, et tous constitués d'or » à partir d'un simple *penny*. Il y revient en 1785 dans ses *Observations sur l'importance de la révolution américaine* :

> Un *penny* placé lors de la naissance de notre Sauveur à 5 pour cent d'intérêts composés aurait, avant notre époque, crû jusqu'à atteindre une somme plus grande que celle qui serait contenue dans deux cent millions de fois tout l'or de la terre.

Price ajoute qu'« il est extraordinaire qu'aucun état n'ait encore songé à utiliser cette méthode pour devenir riche et puissant, » avant de mettre en garde contre les effets contraires aliénants de la dette.

Comment donc un simple *penny* peut-il produire tant de richesses en seulement quelques siècles ? Lorsqu'un bailleur accepte de prêter une certaine somme à quelqu'un, disons 100 euros, il se prive de la possibilité de l'utiliser lui-même sur-le-champ et court également le risque que, mauvaise fortune aidant, son débiteur se révèle insolvable à terme. L'intérêt est destiné à compenser ces deux points. La façon courante de décider de son montant consiste à prédéfinir un taux, le « loyer de l'argent », par exemple 10 % pour un an. Quatre possibilités sont envisageables pour l'emprunteur. La première, la plus simple, est de rembourser au bout d'un an la somme qu'il doit avec les 10 % d'intérêts (donc 110 euros). La seconde fait du loyer de l'argent l'équivalent d'un loyer immobilier : le débiteur payera chaque année à son créancier 10 % de la somme initialement empruntée, soit 10 euros par an, *ad vitam æternam.* C'est là le principe des obligations perpétuelles. La troisième possibilité, celle d'un prêt bancaire classique, consiste à rembourser chaque année un peu plus que les seuls intérêts de la dette, de sorte à éteindre progressivement celle-ci. Enfin, une quatrième possibilité, beaucoup débattue malgré son caractère surtout théorique, est celle d'un emprunteur peu pressé qui ne rembourserait rien pendant plusieurs années avant de solder les comptes d'un seul coup. Dans ce cas, le montant finalement dû au bout de, disons, 15 ans n'est pas la simple somme des 100 euros initiaux et de quinze fois le loyer annuel de 10 euros. En effet, puisque les loyers eux-mêmes ne sont pas remboursés chaque année, ils sont considérés eux aussi comme de l'argent emprunté au bailleur, et donc eux aussi remboursables à 10 % d'intérêts annuels. Dans cette logique dite d'*intérêts composés*, l'argent dû n'a pas d'odeur : son montant augmente de 10 % par an, qu'il provienne du capital initial ou des intérêts engendrés. Ce montant évolue alors selon une suite géométrique[1,2].

La première de nos possibilités se complique quelque peu si le débiteur choisit de rembourser au bout d'une demi-année et non d'une année complète. Un regard

1. Plus précisément, il s'agit de la suite géométrique dont le terme initial est la somme empruntée et dont la raison est égale à $1+t$, où t est le taux d'intérêt (dans notre exemple à 10 %, nous avons $t = 0,1$, donc la raison est de $1+0,1$, soit $1,1$).
2. Il est bien sûr possible de faire évoluer la dette autrement. Une option est celle des *intérêts simples*. Dans celle-ci, le taux de 10 % ne s'applique qu'à la somme initiale et non aux intérêts progressivements accumulés. La dette croît alors de façon arithmétique et non géométrique.

rapide pourrait conduire à penser que les intérêts se monteraient à 5 euros, c'est-à-dire la moitié des 10 euros dus au bout d'un an. Tel n'est pas le cas, pour la même raison que les intérêts dus au bout d'un an sont inférieurs à la moitié de ceux qui seraient dus au bout de deux ans (les intérêts au bout d'un an produisant eux-mêmes des intérêts additionnels la seconde année). Le calcul montre que la somme due au titre des intérêts au bout d'une demi-année est d'environ 4,88 euros. La manière précise d'obtenir cette bonne valeur, et plus généralement celle correspondant à n'importe quelle date de remboursement et pour n'importe quel taux d'intérêt, relève de la construction des fonctions exponentielles.

C'est cette logique des intérêts produisant à leur tour des intérêts qui lie de façon si étroite la croissance exponentielle aux questions d'argent. Le problème a été considéré pour des raisons comptables dès l'Antiquité, c'est-à-dire bien avant que Leonhard Euler ne dégage les éléments mathématiques fondamentaux des fonctions exponentielles au XVIII[e] siècle. Derrière chaque dette à intérêts composés se cache donc une croissance exponentielle, avec le même biais perceptif : la croissance du montant dû est plus rapide que l'intuition courante ne l'imagine, au point qu'un simple *penny* placé à un taux raisonnable se change en un fabuleux trésor en seulement quelques siècles.

L'histoire du *penny* de Price a été récupérée par les tenants du monde étroit pour mener une charge plus ciblée, dirigée contre le fonctionnement de l'économie. Dans son exposé devant le sous-comité pour l'environnement, Hubbert s'étend longuement sur la question de la création monétaire.

L'exponentielle sans les nombres

Un nénuphar se trouve à la surface d'un étang et double de taille chaque jour. Sachant qu'au bout de trente jours il aura recouvert tout l'étang, combien de jours mettra-t-il pour en recouvrir la moitié ? La réponse fausse attendue est : quinze jours. La bonne réponse est : vingt-neuf jours.

Tout comme la légende des grains sur l'échiquier, l'origine de cette énigme classique est difficile à tracer, et ne semble pas avoir d'auteur bien défini. Elle repose sur la confusion facile entre suites géométriques et arithmétiques, et plus précisément entre leurs croissances (exponentielle ou linéaire). Sa structure générale présente toutefois des différences importantes, la principale étant qu'elle ne met pas en scène une quelconque immensité. C'est là sa caractéristique la plus remarquable : elle crée une surprise fondée sur une suite géométrique tout en restant dans un contexte entièrement clos, l'étang, qui borne entièrement l'horizon du problème. Cette devinette réussit le tour de force de montrer une suite géométrique mais pas de nombre – la durée de trente jours n'a aucune importance en soi, et ne sert qu'à clarifier l'énoncé (d'autres versions remplacent d'ailleurs sans inconvénient cette valeur par une autre). Contrairement à la plupart de celles fondées sur la croissance exponentielle, cette énigme ne demande aucun vrai calcul.

Il est difficile de surestimer l'efficacité de la devinette du nénuphar. Elle est un condensé si extraordinairement précis de la peur de l'exponentielle que l'un des environnementalistes les plus influents au monde, Lester Brown, en a tiré en 1978 le titre de l'un de ses ouvrages, *The Twenty-Ninth Day* (*Le Vingt-Neuvième Jour*). Dans cette saisissante allégorie, l'étang représente notre planète, et le nénuphar la place que l'humanité y occupe. Le nénuphar recouvre la moitié du lac la veille seulement d'en recouvrir la totalité, en une magnifique évocation du drame à venir que causera la « course à la croissance ». Le drame ne se révèle qu'au dernier moment : bien que, peu de temps avant le trentième jour, le nénuphar n'occupe encore qu'une proportion modeste de l'étang, l'étouffement est incroyablement plus proche qu'on ne se l'imagine.

Récit majeur, la devinette du nénuphar permet d'annoncer l'imminence d'une catastrophe tout en se dispensant d'avoir à en présenter des signes avant-coureurs tangibles. Un autre de ses atouts est sa mise en scène d'une situation « naturelle », qui permet d'investir son issue d'un caractère de *nécessité*, par opposition à l'arbitraire de la demande de Sessa de doubler des grains sur un échiquier. L'analogie avec notre monde est redoutable. Obligée par nature de croître exponentiellement pour des raisons économiques aussi bien que démographiques, notre civilisation est à la Terre ce que le nénuphar est à l'étang. À terme, nous étoufferons notre planète de façon tout aussi soudaine.

Re-création d'une récréation

La légende de Sessa, nous l'avons dit, n'est pas, à l'origine, une histoire sur l'étroitesse du monde. On peut la comprendre, à la rigueur, comme une fable sur la *finitude* du monde, ou bien sur l'immensité de la croissance exponentielle, mais rien de plus. Les dénouements qu'en offrent les différentes versions qui nous sont parvenues n'appuient nullement une quelconque claustrophobie : le roi cède son trône, Sessa est puni pour s'être moqué du souverain… quelques bouleversements, certes, mais rien de l'ordre d'une asphyxie générale. C'est au fil d'un calcul, et non pour nourrir effectivement une population, que les comptables du roi réalisent que le doublement des grains n'est pas possible jusqu'au bout. Les conséquences de cette impossibilité demeurent plus théoriques que réels, et c'est en cela que la formulation de Hubbert est une profonde réécriture de la légende.

La devinette du nénuphar sur son étang, elle, semble un soutien beaucoup plus direct et naturel à la peur du monde étroit. Certes, les lois de la phyllotaxie interdisent à un nénuphar de croître selon les modalités de l'énoncé, mais si l'évolution quotidienne de la taille des nénuphars n'est pas donnée par une suite géométrique, celle de notre société, en revanche, semble l'être bel et bien, en vertu d'un argument de croissance proportionnelle (voir chap. 1).

L'histoire du nénuphar semble avoir accédé au rang de récit fondateur dans le rapport Meadows, lequel évoque également les grains sur l'échiquier et la croissance des intérêts composés[1]. La préface de Lattès à l'édition française va jusqu'à s'intituler, en toute sobriété, « le nénuphar qui tue ». La formulation qui s'y trouve de l'histoire n'est toutefois peut-être pas celle qui était tout d'abord parvenue aux oreilles du mathématicien, qui l'a pourtant ainsi racontée aux auteurs du rapport. Lorsque Lattès a entendu pour la première fois cette « devinette française », n'était-ce pas plutôt sous la forme suivante, qui figure dans un recueil d'énigmes de Gaston Boucheny de 1939 ?

> Un nénuphar, qui double de taille tous les jours, met un mois pour recouvrir la surface d'un étang. Combien mettraient de jours 2 nénuphars ?

La réponse à cette nouvelle devinette est, bien sûr, la même que celle de la première : 29 jours (un mois moins un jour). Le fond mathématique est essentiellement le même dans les deux versions, pourtant profondément différentes. Du point de vue de l'effet de surprise cette seconde version me semble de loin la meilleure, mais l'essentiel est à chercher dans ses implications symboliques. Avec deux nénuphars, en effet, ce n'est pas la soudaineté de l'asphyxie finale qui est mise en relief, mais au contraire le peu d'effet qu'a l'adjonction du second nénuphar. Lorsque certains s'alarment de ce que le développement rapide d'un pays comme la

1. Cette fois, il s'agit d'un avare (*miser*) qui soit cache son magot sous son matelas, soit le place à intérêts composés. Se risquant à l'humour douteux, la traduction française de Jacques Delaunay remplace l'avare et son matelas par un mendiant sur une paillasse.

Chine nous rapproche encore plus de l'explosion finale, comment ne pas répliquer que la Chine n'est rien d'autre qu'un nénuphar supplémentaire sur l'étang, qui n'avance donc que d'un jour l'arrivée des problèmes dont nous sommes censés nous effrayer ? Ajoutons l'Inde et le Brésil, pour un total de quatre nénuphars. Le temps du recouvrement total de l'étang ne diminue à nouveau que d'un jour (soit vingt-huit jours). Pour huit nénuphars, même chose : l'étang est recouvert en vingt-sept jours. Choisir un camp dans la controverse sur le monde étroit ne serait-il finalement rien de plus que choisir la version qui nous plaît de cette devinette ?

Bien plus que de simples récréations intellectuelles, la légende des grains sur l'échiquier, l'histoire du *penny* de Price et la devinette du nénuphar se sont donc hissées au rang d'allégories mathématiques de notre monde. Corpus commun à toutes les peurs du monde étroit, elles constituent désormais à la fois leurs grands récits mythiques et leur habillage savant. Une bonne part de responsabilité en incombe aux scientifiques eux-mêmes.

Notes bibliographiques du chapitre III

Le poème de Joseph-Jules Garat est tiré de *Vieux péchés*, Paris, Feret et Fils, 1890, p. 53-54.

Le « curieux calcul » de Sam Loyd figure dans sa *Cyclopedia of Puzzles*, New York, The Lamb Publishing Company, 1914, p. 47.

La déposition de Hubbert du 6 juin 1974 est parue dans *National Energy Conservation Policy Act of 1974, Hearings before the Subcommittee on the Environment of the committee on Interior and Insular Affairs House of Representatives*, Washington : U.S. Govt Print. Off., 1974. Cette déposition contient une courte biographie académique de Hubbert.

L'histoire du *penny* placé à intérêts depuis l'époque de Jésus apparaît dans Richard Price, *Observations on Reversionary Payments*, Londres, Cadell, 1772, p. XIII, puis, du même auteur, dans ses *Observations sur l'importance de la révolution américaine*, L. White, 1785, p. 11.

Les travaux de Leonhard Euler sur les fonctions exponentielles se trouvent dans sa célèbre *Introductio in analysin infinitorum* (*Introduction à l'analyse infinitésimale*) de 1748 (chap. VI et VII).

Le jeu de mots sur récréation et re-création s'inspire d'une remarque d'Henry Peacham : « *Recreations is so called a* Recreando, *that is, (by a Metaphor) from creating a man a new.* » Voir *The Worth of a Penny* (1664), Dublin, Graham & Son, 1818, p. 37.

La mention de la « devinette française » (« *French riddle* ») figure en p. 29 de l'édition d'Earth Island de 1972 du rapport Meadows. Pour l'avare et ses intérêts composés, voir p. 27-28, ainsi qu'en p. 149 de l'édition française.

Je remercie Michel Criton, de la Fédération française des jeux mathématiques, de m'avoir déniché la version de Gaston Boucheny de la devinette du nénuphar, dans *Curiosités & récréations mathématiques*, Paris, Larousse, 1939, p. 94. Malgré mes recherches, je n'ai pas trouvé de source plus ancienne, il est pourtant plus que probable qu'il y en ait. Consulté sur la question, David Singmaster, considéré comme le meilleur spécialiste actuel de l'histoire des mathématiques récréatives, m'a indiqué ne pas disposer d'informations sur cette histoire.

De même que Hubbert, parmi d'autres, a « réalisé » la légende des grains sur l'échiquier, l'histoire du nénuphar a été captée par beaucoup d'auteurs dans des cadres très différents. Citons par exemple Nicolas Hulot qui, en introduction à un ouvrage intitulé *Le Syndrome du Titanic* (Paris, Calmann-Lévy, 2004), raconte comment il a initié un ami à la « parabole du nénuphar » en regardant la flore marine du haut d'un hélicoptère. D'autres utilisations angoissées de la devinette du nénuphar se lisent dans Albert Jacquard, *L'Équation du nénuphar*, Paris, Calmann-Lévy, 1998, p. 67-72, dans D. Meadows *et al.*, *Limits to Growth : the 30-Years Update*, Londres, Chelsea, Green Publishing, 2004[3], p. 21, ou même des endroits plus inattendus, comme *Les Mathématiques de tous les jours* de Michel Soufflet, Paris, Vuibert, 2009, p. 86-94, etc.

DEUXIÈME PARTIE

CRITIQUE

Aux temps anciens [...], le peuple était peu nombreux, il y avait abondance de biens [...]. Mais de nos jours, personne ne voit cinq fils comme un grand nombre, et ces cinq fils à leur tour ont chacun cinq fils, et ainsi avant que le grand-père soit mort, il a vingt-cinq petits-enfants. Alors le nombre de gens augmente, les biens se raréfient, et les hommes doivent lutter pour une maigre rétribution.

Han Fei-tse (IIIe siècle avant notre ère).

La peur exponentielle serait-elle, à l'instar de la peur du loup, la simple expression, peut-être exagérée, de la conscience d'un danger réel ? Les scientifiques à qui nous avons donné la parole ne seraient-ils pas alors d'utiles lanceurs d'alerte dans leurs appels à la prudence ? L'objet de cette deuxième partie est de montrer que non. Les fondements scientifiques de la peur ne résistent pas à l'examen. La façon dont se construit son discours relève en réalité d'une tentative de donner à l'exponentielle un caractère mystique, complètement étranger à la science sur laquelle ce discours prétend se fonder. Plus grave, ses dérives avérées sont si dangereuses qu'on ne peut s'en tenir à une indulgence de principe envers une peur que seul un jugement trop hâtif regarde comme mue par les seules « bonnes intentions ».

Chapitre 4
Une peur dangereuse

Le dictionnaire de l'Académie française de 1694 définit un « Juif » comme un « homme qui prête à usure », indépendamment de sa judéité éventuelle. Activité marchande qui, en Europe chrétienne, fut longtemps réservée aux seuls juifs pour des raisons religieuses, le prêt à intérêts leur a été longtemps été étroitement associé. C'est donc assez logiquement que les mathématiques récréatives ont été récupérées par l'imaginaire antisémite pour mettre en scène la vénalité des juifs. Dans ses *Amusemens philologiques*, Gabriel Peignot présente, au début du XIXe siècle, un banal problème d'intérêts composés dans lequel un placement initial de 6 francs rapporte 16 000 francs au bout d'un an, un problème qu'il intitule « Avis aux bourgeois de Jérusalem ». Karl Marx, mentionnant Price et son *penny*, s'autorise une petite pique sur les marchands du Temple :

> « Un shilling avancé le jour de la naissance de notre Sauveur » (sans doute dans le temple de Jérusalem) « à 6 % d'intérêts composés [...] » [...].

Des survivances de ce lien historique problématique entre judéité et prêt à intérêts composés se manifestent encore aujourd'hui. Un exemple est celui de ce manuel scolaire français paru en 2003 qui proposait aux lycéens des classes scientifiques un exercice d'apparence anodine :

> D'après la rumeur, Judas Iscariote avait placé les 20 *(sic)* deniers gagnés par sa trahison au Crédit agricole du coin, à 2 % avec intérêts composés.
> Sachant qu'un denier vaut 0,53 g d'or, déterminer la masse d'or (en millions de tonnes) dont auraient disposé ses éventuels héritiers au 1er janvier 2000 (Judas aurait trahi en l'an 33).

Qui imaginerait que ces quelques lignes allaient, suite à une accusation d'antisémitisme, conduire l'éditeur à retirer le manuel de la vente ? À un œil extérieur en effet, cette personnification du prêteur de l'histoire du *penny* de Price n'est rien de plus qu'un habillage plutôt comique et bien vu : Judas vit à l'époque même où Price situait le début de l'histoire ; la connotation dérisoire des 30 deniers dans le récit évangélique s'accorde bien avec la petitesse du *penny* initial ; enfin, accorder au traître Judas les traits d'un homme rusé et fin calculateur ne manque pas de cohérence. L'accusation formulée à l'éditeur du manuel n'est pas d'un grand secours pour comprendre le litige : le problème, semblait-il, se bornait au fait que Judas était juif. L'éditeur ne se doutait pas, en évoquant l'affaire sur un ton badin à un responsable d'une organisation juive, que ce dernier considérerait effectivement l'énoncé comme antisémite. L'éditeur, soucieux d'éviter toute équivoque, fit remplacer sur-le-champ le manuel par une version expurgée de l'exercice.

Les auteurs du manuel incriminé sont pourtant loin d'être les inventeurs de cette présentation de l'histoire. On la retrouve par exemple dans un autre manuel scolaire, paru une vingtaine d'années plus tôt :

> Imaginons que Judas ait placé, avant de se pendre, ses 30 deniers à 5 % annuels. À cette époque un denier valait 1/96 de livre d'or, une livre romaine étant de 275 g. Quelle masse d'or posséderai[en]t ses héritiers aujourd'hui ? Comparez avec la masse du soleil !

La traîtrise de Judas n'est pas explicitement mentionnée, mais il est fort douteux que le problème soulevé en 2003 se limitait à cet élément – qui donc, aujourd'hui, considère encore la judéité du traître Judas comme signifiante ?

Le fond de l'affaire, dont ne semble avoir pris conscience aucun des acteurs de cette triste histoire, tient sans doute au lien historique entre juifs et prêt d'argent et aux représentations que ce lien véhicule. Le caractère problématique de l'énoncé ne vient pas tant de ce que Judas est un traître, mais de qu'il place son argent à intérêts composés, ressuscitant l'imagerie ancienne du juif usurier et les connotations antisémites afférentes. C'est ainsi qu'un banal exercice sur les suites géométriques qui ne portait à l'évidence aucune intention mauvaise a pu entrer en résonance avec des siècles d'histoire.

L'enfer exponentiel, c'est les autres

Précurseur emblématique de la peur exponentielle à la toute fin du XVIII[e] siècle, Malthus n'a pas d'opposition de principe à la croissance démographique, l'essentiel pour lui étant que celle-ci demeure soigneusement encadrée par les ressources disponibles. Néanmoins, pour l'auteur de l'*Essai sur le principe de population*, les problèmes les plus graves sont bien ceux que pose la surpopulation. Pour y remédier, le pasteur anglican propose de limiter les naissances au sein de la population la plus pauvre. Non seulement, estime-t-il, ceux-ci sont incapables d'assurer eux-mêmes la subsistance de leur descendance, mais ils sont en outre ignorants, bornés et incapables de maîtriser leurs pulsions sexuelles, si bien qu'ils se multiplient sans frein ni raison. La bonne mesure étant, comme il se doit, l'apanage des personnes bien éduquées (c'est-à-dire bien nées), pointe rapidement la crainte, qui traverse tout le courant eugéniste des XIX[e] et XX[e] siècles, d'une population dont les éléments les plus « arriérés » vont se reproduire à vitesse exponentielle jusqu'à étouffer prochainement les « meilleurs » individus, victimes de leur tempérance. Symbole d'« arriération », la croissance exponentielle sert ainsi à mettre en scène la crainte de l'invasion démographique par les « moins doués », une complète inversion de l'idée de sélection naturelle dont les eugénistes sont pourtant par ailleurs friands. Ces derniers, tels Francis Galton, mobilisent aussi les outils de la science statistique alors balbutiante pour soutenir l'hérédité des qualités morales [1].

Aujourd'hui comme hier, les plus démunis sont les fidèles soldats du grand méchant exponentiel, une fois retirés aux discours néomalthusiens leurs oripeaux politiquement corrects. En un mot : les riches que nous sommes doivent faire pénitence pour leur niveau de vie trop élevé, après quoi les pauvres, qui sont le vrai problème, devront cesser de se multiplier à leur tour. Laissons René Dumont, qui s'exprime en 1974, nous donner quelques précisions :

> Il n'est plus possible de s'en remettre à la seule planification familiale, car elle se contente d'empêcher la venue au monde des enfants non désirés. La survie de l'humanité ne peut plus être confiée au bon vouloir d'un nombre aussi élevé de procréateurs plus ou moins irresponsables. Ceux qui les encouragent peuvent désormais, maintenant que nos limites sont enfin reconnues, être considérées au mieux comme inconscients, au pire comme criminels, cherchant à satisfaire quelque volonté de puissance. Des mesures limitatives ***autoritaires*** de la natalité vont donc devenir de plus en plus nécessaires, mais elles ne seront acceptables *que si elles commencent par les pays riches* et par l'éducation des autres. L'abandon des petites filles dans les familles pauvres chinoises, ou l'avortement systématique au Japon, avant 1869 comme après 1945, peuvent être, à la lumière de nos récentes

1. L'alliance entre les fondateurs des statistiques modernes et les théoriciens de l'eugénisme, qui culmine avec Karl Pearson au début du XX^e^ siècle, est un triste cas d'école du désastre intellectuel auquel conduit invariablement le mélange du scientifique et de l'idéologique. C'est tout spécialement le cas (mais pas exclusivement) lorsque la discipline scientifique instrumentalisée est trop jeune et ne dispose pas d'un corpus théorique suffisant pour se défendre. La climatologie de ce début de XXI^e^ siècle est un autre malheureux exemple de la même veine.

> observations, considérées comme des mesures comportant une certaine sagesse. Les moralistes qui les réprouvent devraient d'abord condamner les guerres [...].
> Une fois cet arrêt de croissance des populations riches nettement amorcé, nous serons mieux en mesure de le conseiller efficacement dans les pays où il s'impose le plus, du Maghreb à l'Asie méridionale et à l'Extrême-Orient, en insistant sur l'Égypte, le Pakistan, l'Inde, le Bangladesh, Java, le Nord Vietnam et la Chine méridionale.

Tout récemment, l'auteur à succès de livres d'aventure qu'est Dan Brown a repris à des fins romanesques la peur de la surpopulation. Si mon lecteur est libre de penser que les œuvres de Brown ne sont pas des monuments de littérature, il convient d'accorder à l'auteur du célèbre *Da Vinci Code* une grande aptitude à capter les attentes d'un public qui se compte en millions. La mise en scène de la peur exponentielle faite par Brown est donc un témoignage digne d'intérêt. Dans son *best-seller* de 2013, *Inferno*, la croissance démographique mondiale est présentée comme cause ultime de la multiplication des problèmes de l'humanité. Ceux-ci sont synthétisés dans un graphique qui superpose plusieurs courbes d'allure exponentielle. L'un des protagonistes en tire de sombres réflexions sur l'avenir du monde (« Elizabeth éprouvait toujours la même chose devant ce graphique : un profond sentiment d'impuissance. Elle était une scientifique, elle croyait aux chiffres, et ceux-ci annonçaient une apocalypse dans un futur pas si éloigné... imminent, en somme »). La terrifiante croissance démographique exponentielle revient comme un leitmotiv au fil de l'intrigue. Le livre en vient finalement à distiller un véritable message politique sous couvert de divertissement, les propos sur la démographie semblant très nettement correspondre à l'avis réel de l'auteur. La stérilisation secrète, partielle et aléatoire à l'échelle de l'humanité entière qui sert de dénouement est manifestement considérée par Brown comme une option à la lisière de l'acceptable.

La xénophobie exploite elle aussi l'inquiétante croissance exponentielle qu'elle prête à telle ou telle partie « allochtone » de la population. Le premier exemple historique semble avoir été la question du nombre d'Hébreux en Égypte aux temps bibliques (voir chap. X). Si la question remonte au moins au début du XVI^e^ siècle, elle semble toutefois avoir longtemps été traitée de manière neutre. En 1778, Jean-Étienne Montucla, dans une célèbre édition augmentée d'un ouvrage de référence d'énigmes de Jacques Ozanam, *Récréations mathématiques et physiques*, est lui quelque peu ambigu dans son traitement. Il présente la « race de Jacob » comme « renommé[e] par la fécondité de ses habitants » et capable de tripler tous les vingt-cinq ans (un autre modèle de population qu'il propose ne se fonde, lui, que sur un doublement tous les vingt ans). Cette croissance ayant tôt fait de permettre aux Hébreux de dépasser allègrement le million d'individus, « parmi lesquel[s] il a pu aisément y en avoir 5 à 600 mille adultes et en état de porter les armes », Montucla en déduit une cause démographique à l'Exode : « On ne sera point étonné que la race d'Abraham, après 260 ans de séjour en Égypte, ait pu former une nation capable de donner de l'inquiétude aux souverains du pays. » Comme dans tous les cas analogues de ce genre, l'éventualité que les habitants « autochtones » se soient multipliés eux aussi durant la même période n'est pas même évoquée [1].

Les hordes d'allochtones qui se reproduisent à un rythme exponentiel sont partout, et l'ignorance collective du biais exponentiel est un frein à la prise de conscience du danger. L'éducation des autochtones à ce biais est donc une mission sacrée, à laquelle s'emploie par exemple un manuel d'algèbre de 1825, qui propose une série d'exercices sur l'évolution du nombre d'esclaves noirs aux États-Unis. Le manuel aborde la question des affranchis, ces Noirs libres dont la croissance démographique exponentielle ne manquera pas de devenir envahissante. L'époque est alors aux projets de « rapatriement » des affranchis en Afrique. Dans le manuel, l'organisation de celui-ci devient une course effrénée. Les navires affrétés pour mettre l'Océan entre les Noirs libres et l'Amérique doivent se hâter face à la croissance exponentielle de la population des affranchis : « combien doivent être envoyés ailleurs chaque année pour que le pays en soit vidé (*cleared*) en 100 ans ? », se demande l'auteur, Warren Colburn. Le bilan est sans appel : le projet ne peut aboutir qu'en organisant sans perdre une minute ce rapatriement massif, faute

1. Toute question d'antisémitisme mise à part, Shlomo Sand a ironisé sur un tel oubli qu'il reproche à un démographe d'aujourd'hui, Sergio della Pergola (voir chapitre 10) : « Il est intéressant de noter, dit Sand, que sur la même période, la population totale initiale de l'Égypte ancienne, multipliée par le même facteur de presque 8 600, aurait conduit à une population d'au moins quatre ou cinq milliards. »

de quoi l'exponentielle aura tôt fait de le rendre impossible.

L'éducation au biais exponentiel à des fins xénophobes se poursuit aujourd'hui. Le « Comité contre les naturalisations en masse » est de ceux qui se sont illustrés dans cette pédagogie à l'occasion d'une votation suisse en 2004. Dans un tract, ce comité nous apprend en effet que « la proportion de [m]usulmans double tous les dix ans en Suisse », étant passée de 2,2 % en 1990 à 4,5 % en 2000. Le ton angoissé du propos trouve son prolongement graphique dans une courbe dramatique qui, extrapolant scrupuleusement l'hypothèse de croissance, atteint 9 % en 2010, 18 % en 2020, 36 % en 2030, et enfin 72 % en 2040. Il est fort regrettable que l'extrapolation s'arrête là et nous prive de la spectaculaire proportion de 144 % de musulmans en Suisse que la logique exponentielle nous prépare pour 2050. Avant de railler l'inculture scientifique des auteurs de ce tract, souvenons-nous tout de même que le fond du raisonnement n'est pas très différent de celui de Hansen, membre de l'Académie américaine des Sciences qui, nous l'avons vu au chapitre II, prolonge tout aussi abusivement une croissance exponentielle pour prophétiser que le niveau de l'Océan montera de 5 mètres d'ici la fin du siècle.

Le Juif usurier, l'ouvrier dominé par ses pulsions, le Noir affranchi impossible à expulser ou encore le musulman envahisseur sont autant de représentations dont la puissance suggestive tient pour une part substantielle à l'efficacité rhétorique de la croissance exponentielle. C'est ainsi que, nullement réductible à une simple prudence qui, bien qu'éventuellement excessive, serait l'occasion d'une saine réflexion pour bâtir un monde meilleur, la peur de l'exponentielle peut aisément conduire à la haine de l'autre. Cette peur ne mérite donc nulle sympathie de principe, et c'est sans indulgence aucune qu'il convient d'en mener la critique.

NOTES BIBLIOGRAPHIQUES DU CHAPITRE IV

L'objet de ce chapitre, et plus généralement de cet ouvrage, n'est pas de faire le procès pour xénophobie de qui que ce soit. J'ai eu grand soin d'éviter toute équivoque pour ce qui me concerne, et pour cette raison considérerai comme de la pure malveillance toute accusation de xénophobie qui me serait faite sur la base de ce livre. Je formule encore le vœu que ceux à qui incombera la tâche ingrate de rendre compte du présent ouvrage accorderont à ce chapitre une attention proportionnée à sa taille modeste.

La citation de Han Fei-tse est tirée de son *Tao du prince* (trad. Jean Lévy, Paris, Seuil, 1999).

L'usage figuré du mot « Juif » comme synonyme d'usurier est attesté dans le *Dictionnaire de l'Académie française*, t. I, Paris, Jean-Baptiste Coignard, 1694, p. 616.

Peignot a signé G. P. Philomneste ses *Amusemens philologiques, ou variétés en tous genres*, Paris, Victor Lagier, 1824[2]. L'« Avis aux bourgeois de Jérusalem » se trouve en p. 270.

La remarque de Marx sur les marchands du Temple se trouve dans *Le Capital*, livre III, section 5, chap. XXIV.

Le manuel scolaire de 2003 accusé d'antisémitisme a été retiré de la vente, puis entièrement détruit et remplacé en 2004 par une version expurgée (Alain Lanoëlle, Françoise Lanoëlle, Francis Nassiet, Bernard Seris et Frédéric Testard, *Mathématiques. Analyse probabilités, 1re S*, Paris, Didier, « Dimathème », 2004). Je remercie Catherine Paul et Michel Berringer, des éditions Didier, d'avoir bien voulu répondre à mes questions sur l'épisode douloureux qu'ils ont vécu. Le manuel antérieur qui, vingt ans plus tôt, mettait déjà Judas en scène est celui d'Hervé Lehning (que je remercie pour ses informations) et Daniel Jakubowicz, *Analyse 1re S*, Paris, Nathan, « Yolande Bellecave », 1982, p. 23.

Je ne suis pas parvenu à retracer l'origine de la version avec Judas de l'histoire du *penny* de Price. Certains considèrent qu'elle fait partie du répertoire de l'humour juif. Selon ce qu'en rapporte son biographe Pesi Masani (*Norbert Wiener*, Bâle, Birkhäuser, 1989, p. 282), le grand mathématicien du XXe siècle Norbert Wiener y aurait fait référence dans les années 1950. Masani ne donne toutefois pas de référence précise. Dans un ouvrage écrit en 1954, Wiener propose effectivement un exercice pour illustrer le caractère selon lui inique du principe des intérêts composés, mais sans faire référence à Judas (*Invention : The Care and Feeding of Ideas*, Cambridge, The MIT Press, 1994, p. 118-119). L'histoire avec Judas est racontée tout en longueur dans un ouvrage de Garrett Hardin, *Living within Limits* (Oxford, Oxford University Press, 1993, chap. VIII), avec la variante que c'est cette fois « un Rotschild divaguant » (« *some rambling Rotschild* ») qui propose de placer à intérêts les deniers de Judas une fois celui-ci mort. Dans ce chapitre, Hardin propose par ailleurs un étrange schéma de la croissance exponentielle (figure 8.2), sous la forme d'une courbe qui « transperce » le cadre où elle est dessinée. Curieusement, la croissance de cette courbe est, sans que son auteur s'en rende compte, beaucoup trop *lente* pour une véritable exponentielle, alors même que la figure est là pour mettre en scène le caractère effrayant de sa croissance.

Il est peut-être intéressant de signaler un article de Gideon Keren (« Cultural Differences in Misperception of Exponential Growth », *Perception & Psychophysics* 34/3, 1983, p. 28-292). Keren a été l'un des soutiens aux premières études de Wagenaar sur le biais exponentiel (voir chap. II). Dans cet article, il compare l'aptitude à bien évaluer la croissance exponentielle selon que les sujets sont Canadiens ou Israéliens, et trouve que les seconds s'en montrent nettement mieux capables. Le choix des nationalités est expliqué par le fait qu'il s'agissait d'étudier la perception de l'inflation à une époque où Israël, contrairement au Canada, venait de connaître une période de forte hausse des prix. L'étude suggère ainsi que le biais exponentiel est dépendant des habitudes. S'il ne faut y voir aucun antisémitisme, cette coïncidence est une petite pierre supplémentaire à la qualification des Juifs comme « le peuple de l'exponentielle ».

Sur l'eugénisme aux XIX-XX[e] siècles, voir Pierre-André Taguieff, « Au cœur du raisonnement galtonien : le paradoxe de la politique malthusienne et sa solution eugéniste », *Raisons politiques* 2/26, 2007, p. 175-215. *Inferno* de Dan Brown est paru chez Jean-Claude Lattès en 2013. Les propos de René Dumont figurent dans *L'Utopie ou la Mort*, Paris, Seuil, 1974, p. 47-49.

L'édition originale des *Récréations mathématiques et physiques* de Jacques Ozanam date de 1694. La modélisation de Montucla sur le nombre d'Hébreux en Égypte au temps de l'Exode figure dans le t. I de son édition révisée de 1778 des *Récréations mathématiques et physiques* (Jombert) de

Jacques Ozanam. Pour la critique qu'adresse Shlomo Sand à della Pergola, voir *The Invention of the Land of Israel*, Londres/New York, Verso Books, 2012, p. 71.

Les exercices de Warren Colburn sur la croissance géométrique des esclaves Noirs aux États-Unis et du « rapatriement » des affranchis en Afrique figurent dans son *Introduction to Algebra upon the Inductive Method of Instruction*, Boston, Cummings, Hilliard, and Company, 1825, p. 359.

Une reproduction du tract sur la progression des musulmans en Suisse se trouve sur Internet à l'adresse http://www.unige.ch/~fiorelli/NuitScience/2012/Medias.pdf. Cette excellente page de Shaula Fiorelli et Pierre-Alain Chérix est par ailleurs une mine pour tous les amateurs de vulgarisation mathématique.

Chapitre 5
Une mystique mathématique

Le premier à avoir vu dans l'exponentielle une puissance irrésistible et surnaturelle n'est pas un prophète de malheur inquiet de l'épuisement des ressources naturelles, d'un emballement climatique planétaire causé par des rétroactions positives du « système Terre », ou de la vitesse de croissance de la population mondiale. Bien au contraire. Price, dont le *penny* placé à 5 % d'intérêts depuis l'époque de Jésus devait se changer en quelques siècles en une fabuleuse fortune grâce aux merveilles des intérêts composés, prête déjà à la croissance exponentielle une qualité magique. Marx le perçoit fort bien et n'a pas de mots assez durs contre les « élucubrations fantaisistes du docteur Price, qui dépassent de loin celles des alchimistes ». Rapprocher Price des alchimistes n'a rien d'anodin quand on sait que le Grand Œuvre, loin de se réduire à quelques superstitions préscientifiques qui en feraient un simple ancêtre saugrenu de la chimie, était une discipline profondément imprégnée de mystique. Même s'il n'en parle que de façon indirecte, Marx a à l'évidence correctement perçu le caractère sous-jacent à l'histoire du *penny* : « Price, ajoute l'auteur du *Capital*, fut simplement ébloui par la grandeur des nombres auxquelles conduisent les progressions géométriques[1]. » On peut bien sûr en dire autant de nos Price contemporains qui exploitent le même artifice à des fins opposées, tel Eduard Pestel, ancien professeur à l'université de Hanovre et membre fondateur du club de Rome, qui explique que « si, par exemple, une économie croît à un taux annuel de 5 %, elle atteindrait, à la fin du prochain siècle, un niveau 500 fois plus grand (ou 50 000 % plus haut) que le niveau actuel. »

Dans ce genre de discours, les calculs mathématiques sur l'exponentielle ne visent pas à donner des explications plus ou moins vulgarisées d'un phénomène mathématique. Il s'agit bien plutôt d'une tentative de *sidération mystique*. Ainsi s'opère un fabuleux retournement : un outil des mathématiques les plus pures devient un instru-

1. Parce que Marx raille l'idée d'un accroissement de richesses né des intérêts composés, certains prophètes de l'étroitesse du monde veulent voir en lui l'un de leurs précurseurs. Il est vrai qu'il est tentant de lire dans l'extrait précédent la marque d'une hostilité à l'exponentielle, hostilité qui est l'une des caractéristiques les plus structurantes de la peur du monde étroit. En réalité, Marx s'intéresse à tout autre chose : il soutient que l'accroissement d'un capital ne se fait pas *ex nihilo* et n'est jamais que le résultat plus ou moins dissimulé de l'exploitation de la classe ouvrière. À aucun moment il ne manifeste une peur de principe de la croissance exponentielle, ni ne considère l'éventualité que les « limites de la planète » seraient appelées à y mettre fin à brève échéance.

ment contre la raison. Que ce schéma soit reproduit, à l'occasion, par des scientifiques professionnels, n'en est pas l'élément le moins fascinant.

La démesure des grands nombres

Un élément central de l'efficacité d'une énigme comme celle des grains sur l'échiquier est son caractère percutant. Une fois reçue, elle est immédiatement assimilée, permettant à celui qui la reçoit d'acquérir à bon compte un statut d'initié. Tel l'équilibre à bicyclette, la morale de l'histoire du doublement des grains ne s'oublie pas. La surprise suscitée par la révélation de la réponse imprime sa marque dans la mémoire, point de repère à partir duquel tout le reste est facilement retrouvé. Voilà bien là en action la force prodigieuse d'un jeu mathématique : délivrer en quelques instants une parcelle de savoir que son récepteur n'oubliera plus. Pour n'en donner qu'un témoignage, l'artiste allemand Paul Heimbach, qui a réalisé un petit livre autour des écritures des puissances de deux et de la légende des grains, m'a ainsi expliqué : « La légende du grain de blé est l'un des rares souvenirs que j'ai de l'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire. Je devais avoir environ dix ans lorsque mon professeur m'a ébahi (*verblüffte*) avec. » Quel enseignant ne rêve d'une telle puissance pédagogique ! Quel conférencier n'aimerait graver ses propos dans l'esprit de ses auditeurs avec une pareille efficacité !

Pourtant, lorsque nous lisons les propos d'un Pestel ou d'un Price, avons-nous vraiment progressé en savoir ? Certes, ils nous permettent de prendre conscience de notre ignorance, ce qui les rapproche en apparence du procédé de Socrate pour éveiller l'esprit d'un interlocuteur. Cependant, l'effet obtenu par l'exhibition du biais exponentiel a souvent une visée, ou du moins une conséquence, diamétralement opposée : elle conduit à la suspension de l'esprit critique. L'évocation des grands nombres place l'auditeur ou le lecteur dans un état de stupeur respectueuse qui est le contraire d'un désir d'apprendre. Julian Simon (sur lequel nous reviendrons au chapitre XV) parle joliment d'un état « d'hypnose mathématique » ; dans une critique en règle du rapport Meadows, Pierre Longone s'en prend lui aux « mirages de l'exponentiel » pour en dénoncer les « phantasmes ».

Lorsqu'une devinette comme celle des grains sur l'échiquier est présentée par un militant de l'exponentielle, quel qu'il soit, elle n'est que rarement assortie d'explications complémentaires qui permettraient de s'approprier pour de bon le phénomène, de comprendre *comment* un simple grain sur un coin de l'échiquier produit autant de grains au coin opposé. Nous sommes loin d'un Ibn Khallikan qui, au XIII^e^ siècle, expliquait de façon détaillée la manière dont il avait surmonté son erreur d'appréciation initiale dans l'évaluation du nombre de grains.

La mystique de l'exponentielle

Il y a quelques années, John Fauvel a fait cette observation tout à fait remarquable :

> Les logarithmes [...] semblent marquer un rite intellectuel de passage : avant de s'y engager s'en dégage un parfum de mystère insondable, et même de danger ; même après demeurent émerveillement et perplexité au sujet de ce que l'on vient juste d'apprendre. Certains trébuchent sur l'obstacle et se sentent exclus à jamais [...] ; d'autres insistent encore et encore sans parvenir au bout de ce qui est indéniablement un paradigme de la grande complexité des questions mathématiques.
> Tout cela reste vrai, même à présent que la justification calculatoire traditionnelle pour l'étude des logarithmes fait désormais partie de l'Histoire.

Il est tout à fait significatif que cette observation sur la sacralisation d'une notion mathématique concerne les logarithmes, dont l'exponentielle est précisément une sœur jumelle. Ces deux concepts sont une étape symbolique forte dans l'apprentissage des mathématiques. C'est sans doute sans se rendre compte à quel point il confirme l'observation de Fauvel que Jean Baudet, dans un livre d'histoire des mathématiques, choisit de placer au début du passage sur les logarithmes et l'exponentielle cette remarque :

> Le lecteur se rend certainement compte que les choses deviennent moins simples. [...] [S]i, aujourd'hui, dans la totalité de la population adulte d'un pays comme la France, presque tous savent compter et effectuer les quatre opérations, si une proportion très élevée de cette population peut comprendre les propriétés des triangles et des circonférences, la proportion est

> plus faible de ceux qui peuvent comprendre ce qu'est une dérivée et une différentielle, une fonction inverse ou un cosinus. Dans l'histoire de la pensée mathématique, c'est sans doute en ce XVIIIe siècle que l'humanité a atteint ce moment où elle allait continuer à développer un savoir de plus en plus vaste mais qui serait de moins en moins partagé par l'ensemble des hommes.

Le « rite » dont parle Fauvel existe aussi bien pour l'exponentielle que pour les logarithmes. Celle-ci n'est pas toujours un simple monstre dangereux : parfois, il s'agit d'un monstre *sacré*. Les conséquences nécessairement immenses de toute croissance exponentielle prolongée sont souvent riches en charge émotionnelle. Cela permet, par un artifice rhétorique classique, de se dispenser d'une argumentation logique qui expliquerait notamment pourquoi le modèle exponentiel serait nécessairement l'alpha et l'oméga de l'évolution démographique.

En son temps, Price s'était montré bien naïf en pensant que les intérêts composés permettaient de créer de la richesse *ex nihilo*. Nous ne devons pas reproduire cette erreur qui consiste à céder aux délicieux frissons, d'apocalypse cette fois, que produisent les scénarios catastrophes fondés sur les propriétés des suites géométriques. Négliger de justifier la pertinence du recours à l'exponentielle en se contentant, pour toute argumentation, de dissiper l'erreur commune sur la vitesse de sa croissance, c'est figer l'esprit dans un perpétuel ravissement immobile, révérencieux et donc parfaitement contraire à la science. En science, il n'est pas de question sacrilège. Tout peut être discuté et critiqué. Un discours scientifique peut (et doit) être modeste. Il peut aussi faire la part belle à l'émerveillement ; en revanche, il n'est légitime en aucun cas pour solliciter des « égards » envers son objet, que celui-ci soit le ciel, les origines du monde, la biosphère ou le modèle exponentiel. Un étonnement est de nature scientifique lorsqu'il suscite le désir d'apprendre et de comprendre. Lorsqu'il conduit à l'arrêt de la pensée rationnelle au profit d'une sorte de respect religieux ou craintif empêchant l'exercice de l'esprit critique, il est d'une autre nature.

Bien sûr, la science n'a pas à déprécier des idées comme la religiosité ou le respect, qui ne sont pas de son ressort – l'extrascientifique n'est ni l'antiscientifique ni le pseudoscientifique.[1] Mais lorsque des prophètes de malheur utilisent sans nuance le modèle exponentiel pour décrire par exemple l'évolution démographique, ils prétendent bel et bien s'appuyer sur la science. Ce faisant, ils en exploitent le prestige tout en en dévoyant les méthodes, et se font en réalité les défenseurs d'une *mystique* (d'ailleurs en réalité profondément dénaturée comme nous le verrons au chapitre XIII). Le sens courant du mot « mystique » étant aujourd'hui assez vague et bien souvent péjoratif, il n'est sans doute pas inutile de consacrer quelques instants à détailler ce que j'entends par là. L'éveil mystique est une expérience intérieure qui doit permettre d'accéder à un niveau de conscience particulier. D'une manière générale, et malgré les

1. On pourrait d'ailleurs argumenter que, en réalité, la science n'échappe pas toujours elle-même à la sacralisation, par exemple lorsqu'elle met le formalisme mathématique sur un piédestal.

divergences profondes qui existent entre les différentes mystiques de par le monde, le langage est considéré comme inapte à la description de cet état, qui peut se ressentir mais non se traduire en mots. Parce que tout langage est par nature inadapté, il n'est pas possible d'exprimer ce qu'est l'éveil mystique, si bien que seules des voies détournées sont susceptibles d'en donner un avant-goût, forcément très imparfait. L'une de ces voies détournées est celle de l'énigme insoluble, ou du paradoxe. Sa fonction est en quelque sorte celle d'une mise en condition, d'une manière de forcer la rationalité à laisser le champ libre à une expérience d'un ordre inaccessible aux représentations ordinaires. Un exemple célèbre issu de la tradition du bouddhisme zen est un *kôan* proposé par Hakuin Ekaku au XVIIIe siècle, dont voici une version :

> Deux mains produisent un son en claquant l'une contre l'autre ; quel est le bruit que produit une seule main qui claque ?

Un *kôan* tel que celui-ci a pour vocation de favoriser une expérience intérieure. Ce n'est donc pas une énigme au sens courant, puisqu'elle a potentiellement autant de réponses que de lecteurs, mais pour rester dans notre sujet, tâchons d'analyser ce *kôan* selon un angle mathématique. Le « rappel » préliminaire sur le bruit de deux mains a quelque chose d'une fausse piste, qui pousse à effectuer une division par deux : si deux mains font le bruit d'un applaudissement, alors une seule main devrait faire le bruit d'un demi-applaudissement… au moment même où ce raisonnement rationnel se formalise dans la pensée, il est aussitôt interrompu par une autre partie de l'esprit, qui exprime avec force le caractère absurde de *tout* calcul pour répondre à la question. La tentative de raisonnement mathématique sur le *kôan* débouche donc sur un conflit intérieur dont la raison sort vaincue, ce qui est précisément le but recherché. Pour garder un vocabulaire rationnel qui déplaira aux spécialistes du domaine, disons que le *kôan* précédent est une démonstration expérimentale des limites des mathématiques, l'« expérience » étant ici humaine plutôt que scientifique [1]. Pour aller au bout de cette expérience, il convient ensuite, et c'est là la partie la plus difficile, de trouver une réponse au *kôan*, une fois la raison mise de côté.

Les valeurs « incroyables » atteintes par les doublements successifs des grains sur l'échiquier ont cette même capacité à favoriser la sidération mystique. La vitesse inattendue de la croissance exponentielle, l'immensité de la grandeur finale, sont deux « révélations » qui, à l'instar d'une véritable énigme mystique, ne peuvent ni ne doivent recevoir d'explication rationnelle. La présentation de la légende des grains pour appuyer la peur de l'exponentielle met en place une sidération après laquelle, le plus souvent, ne prend place aucun travail pédagogique

1. Une anecdote rapporte qu'un mathématicien très croyant aurait un jour rencontré Denis Diderot, dont l'opinion réservée sur les questions religieuses étaient connues, et lui aurait dit : « Monsieur, $(a+b^n)/z = x$, donc Dieu existe : répondez. » Sans doute inauthentique, cette réplique, rapportée pour la première fois par Dieudonné Thiébault au début du XIX^e^ siècle (et souvent racontée depuis en présentant le mathématicien comme étant Euler), n'est peut-être pas très loin de constituer un *kôan*.

sur son fond mathématique. La dévalorisation de l'auditoire qui s'ensuit est bien dans la ligne mystique du poète Angelus Silesius :

> *L'anéantissement de soi*
> Rien ne t'élève au-dessus de toi que l'anéantissement de ton être :
> Le plus anéanti a le plus de divinité.

Sacralité mathématique

Rêvée comme un paradis ou crainte comme un enfer, la croissance exponentielle ouvre bien des possibilités aux présentations des mathématiques. Les mathématiciens l'utilisent fréquemment dans leurs présentations pédagogiques ou vulgarisées. Que des mathématiciens effrayés par l'avenir jugent utile de présenter leurs convictions est normal et légitime. Qu'ils réinvestissent leurs compétences mathématiques à cette fin est tout autant compréhensible. Comme il est bien connu que les compétences dans un domaine ne sont pas un garde-fou contre les erreurs que l'on peut commettre dans un autre, même proche, il n'est guère surprenant de relever divers raccourcis lorsque des mathématiciens tentent de jeter des ponts entre leur spécialité et d'autres disciplines (et il ne fait aucun doute que ce point s'applique à l'auteur de ces lignes, qu'il ne serait probablement pas difficile de confondre à l'aide de ses propres écrits). Ainsi de Serge Lang, mathématicien mondialement connu pour ses ouvrages d'enseignement universitaire d'une très grande qualité qui, au détour d'un exercice, endosse sans nuance le modèle démographique exponentiel. L'on s'attendrait en revanche à ce que, lorsque l'exposé ne déborde pas des mathématiques proprement dites, les compétences d'un mathématicien constituent un vaccin efficace contre la mystique de l'exponentielle. Tel n'est pas le cas. Les mathématiciens usent parfois eux aussi à leur insu de l'un ou l'autre des registres de dévalorisation, de sidération et de sacralisation qui sont la marque de cette mystique. Un exemple impressionnant est celui d'un article d'une chronique de vulgarisation parue en 2003-2004 dans le journal berlinois de référence *Die Welt*. L'auteur, Ehrhard Behrends, n'est ni un journaliste peu au fait des mathématiques ni un simple amateur, mais un respectable professeur de mathématiques à l'université libre de Berlin. Sa chronique, par la suite regroupée en un livre aujourd'hui traduit en plusieurs langues, s'est révélée une entreprise de vulgarisation de très bonne tenue. Intitulé, de manière significative, « Les grands nombres défient la raison », l'article qui nous intéresse commence ainsi :

> Dans l'histoire de l'évolution de l'espèce humaine, nous n'avons été préparés que de manière très insuffisante à la confrontation aux vérités physiques ou mathématiques.

Avant même que la croissance exponentielle ait été présentée, son caractère sacré est reconnu d'emblée, l'introduction se plaçant rien de moins que dans le contexte de l'évolution de l'espèce humaine tout entière, dans un bel écho aux idées de Bartlett et d'Ehrlich qui, nous l'avons vu, considèrent comme « inscrite dans nos gènes » la difficulté de comprendre la croissance exponentielle. Chez

Behrends, le sacré se retrouve quelques lignes plus loin, cette fois de manière tout à fait franche lorsqu'il écrit carrément que « les mathématiciens ont beaucoup de *respect* (*Respekt*) pour la croissance exponentielle » (c'est moi qui souligne), avant de présenter l'énigme de la duplication des grains – de riz, cette fois. Un intertitre parle de « cataclysme rizier » (sidération), puis un calcul montre au lecteur que l'ensemble des grains recouvrirait l'Allemagne d'une couche de 25 cm, avant la conclusion :

> Vous ne le croyez pas ? Moi non plus je ne voulais pas le croire, et alors je l'ai testé. Voici le résultat : Cela commence de manière inoffensive… et puis cela évolue plus rapidement que je le croyais… et puis j'ai abandonné [1].

Le « renoncement » final est éloquent. L'étrangeté de la forme mérite aussi qu'on s'y attarde : le « Moi non plus je ne voulais pas le croire » annonce une issue rationnelle favorable, du type « et puis finalement j'ai compris ». Un tel dénouement serait parfaitement dans l'esprit général de la chronique (initier le lecteur aux mathématiques), et l'effet comique serait tout aussi réussi. La sacralité prend pourtant le dessus : c'est l'« abandon » qui l'emporte. Il est vrai que, cette fois, le rabaissement englobe à présent l'auteur lui aussi, dans un estimable élan socratique bien loin des propos d'un Asimov ou d'un Ehrlich.

Dévalorisation, sidération, sacralisation : ce texte, qui n'a pourtant pas un mot sur la peur de l'exponentielle,

1. Dans le texte original, ce passage est accompagné de photos de tas de grains de plus en plus énormes, qui finissent par dépasser la taille d'un grand bâtiment.

en réunit donc pourtant la totalité des ingrédients mystiques.

La conquête du paradis

Il n'est sans doute pas inutile ici de prévenir d'éventuelles critiques. Les extraits précédents sont-ils véritablement davantage, dira-t-on, que de simples figures de style ? Nous parlons d'une chronique de journal, l'idée se défend que nous n'avons affaire à rien d'autre qu'à de simples accroches destinées à capter l'attention du lecteur. Or paradoxalement, un tel reproche se rend précisément coupable de ce qu'il dénonce. Nier la présence d'un renoncement dans le « j'ai abandonné » pour n'y lire que la seule recherche d'un effet comique, voilà précisément une interprétation du texte qui refuse de donner leur sens aux mots. L'« abandon » sur lequel j'attire l'attention n'est pas le fruit d'une interprétation plus ou moins tordue usant d'homonymies ou de rapprochements douteux, au contraire : il est écrit noir sur blanc. C'est être fidèle au texte que de l'évoquer.

Un argument supplémentaire est fourni par un autre article de cette même chronique de *Die Welt*, du même auteur, écrit à la même époque et pour le même public. Le texte s'intitule cette fois « L'infini, un huit couché ». Tous les mathématiciens savent que l'infini, notion délicate, est le royaume des paradoxes en tout genre – en plus d'être en quelque sorte le « point limite » de la croissance exponentielle. Si, donc, dans les extraits précédents sur l'exponentielle, nous n'avions affaire qu'à des formules-choc uniquement destinées à capter l'attention du public, alors il serait logique de voir celles-ci réapparaître dans cet autre article. Lisons-en donc les premières phrases :

> Les mathématiciens fréquentent l'infini quotidiennement. Il peut prendre plusieurs formes. La plus anodine est celle d'une infinité potentielle lors d'un comptage. On commence par 1, on arrive à 2, puis à 3, et ainsi de suite : on n'arrive jamais au bout. Même les plus critiques fondamentalistes seront d'accord sur le fait que cela ne pose aucun problème.

Quotidien, anodin, aucun problème... Tout l'article est dans le même ton. « On prend vite l'habitude de manipuler l'infini », qui est parfois « une simplification importante », et d'ailleurs « [t]out cela ne date pas d'hier ». La présentation n'a de cesse d'insister sur le caractère normal, presque naturel, d'une notion dont l'histoire a pourtant largement montré combien elle posait problème, y compris dans les situations apparemment les plus simples.

Comment comprendre cette étrange inversion dans laquelle un mathématicien dépeint un concept aussi difficile que l'infini sous les traits d'une quasi-évidence, alors qu'il élève par ailleurs cette banale énigme du doublement des grains au rang d'abstraction presque inaccessible ? En réalité, ce n'est pas là le monde à l'envers. Pour un mathématicien, affirmer le caractère intelligible de l'infini est dans la ligne d'un mot fameux de David Hilbert : « Du paradis que Cantor a créé pour nous nul ne doit pouvoir nous chasser. » Georg Cantor est celui qui, quelques années auparavant, avait fait de l'infini un authentique objet mathématique, susceptible d'investigation au même titre que les nombres négatifs ou les probabilités. Le terme « paradis » employé par Hilbert est lourd de sens : un lieu qui, devenu accessible à l'investigation mathématique, *a été définitivement conquis par la raison* et a donc perdu son caractère sacré originel. Il n'est plus, comme pour certains penseurs d'une époque révolue, l'apanage d'un Dieu inaccessible et tout-puissant.

Quel mathématicien se soucie, en revanche, de l'histoire des grains sur l'échiquier ? du *penny* de Price ? du nénuphar sur son étang ? Même Montucla, ce talentueux éditeur du XVIIIe siècle des *Récréations mathématiques et physiques* d'Ozanam, qualifie l'énigme des grains sur l'échiquier de « bagatelle arithmétique » dans son volumineux ouvrage d'histoire des mathématiques, et va jusqu'à se reprocher à lui-même d'y consacrer quelques lignes. Aujourd'hui les livres « sérieux » d'histoire des mathématiques ne mentionnent jamais ce genre d'énigmes : trop ludiques, leur caractère élémentaire les ravalent au rang d'amusettes folkloriques sans intérêt. La seule exception est une célèbre devinette due à Fibonacci au XIIIe siècle (voir chap. X) – une devinette sur une croissance d'une population de lapins que, à peine citée, mathématiciens comme historiens des mathématiques s'empressent aussitôt de ramener dans le giron convenu de la théorie des nombres et son cortège de concepts (équations algébriques, nombres irrationnels, limite, nombre d'or...), parfaitement étrangers à la lettre comme à l'esprit de Fibonacci, dont le *Liber Abaci* qui contient la devinette est un *Livre du calcul*[1] d'abord destiné aux marchands et aux comptables. Ce sont bien probablement chez ces derniers, humbles artisans des nombres, que la vitesse de croissance de l'exponentielle a été d'abord remarquée. Ibn Khallikan n'explique-t-il pas, au milieu du XIII^e^ siècle, que c'est un *comptable* d'Alexandrie qui lui a fait comprendre comment les grains de blé pouvaient croître aussi vite sur les cases de l'échiquier ? Multiplier des grains, calculer l'évolution d'un capital sur des siècles... vulgaires distractions de calculateurs, de boutiquiers[2] ! Les mathématiciens, eux, visaient ailleurs.

Un recul récent

Cette étrange sacralisation par les mathématiciens d'un objet mathématique plusieurs fois millénaire n'est pas la survivance d'un phénomène ancien. Tout au contraire, leur distance « respectueuse » à l'égard de la croissance exponentielle est un phénomène nouveau. Je n'en ai trouvé aucune trace avant les années 1960. Dans un ouvrage de 1624 à l'auteur incertain, *Récréation mathématique* (voir aussi chap. X), on lit :

> Encore fait-il bon être Mathématicien pour ne se laisser pas tromper. Vous trouverez des hommes si simples, qu'ils accepte-

1. Et non de l'*abaque*, un instrument que Fibonacci souhaite précisément remplacer par la numération décimale.
2. John Graunt, qui fut drapier avant de devenir l'un des fondateurs de la démographie au XVII^e^ siècle, écrit qu'il fonde son travail sur « les mathématiques de [son] arithmétique de boutiquier ».

ront ou feront quelque autre marché, à condition de donner autant de blé qu'il en faudrait pour emplir 64 places mettant un grain en la première, 2 en la seconde, 4 en la troisième, etc. Et ne voient pas, les bonnes gens, que non seulement leurs greniers, mais tous les magasins du monde n'y peuvent suffire.

Au XVIII^e siècle, Jean-Baptiste Lamarck évoque lui aussi le biais exponentiel, dans le contexte tout différent de l'élaboration d'une clé de détermination florale. Pour aider les botanistes amateurs à savoir reconnaître une plante, Lamarck propose une liste de questions auxquelles il doit être répondu par oui ou par non, chaque question réduisant progressivement le champ des possibilités. Une telle méthode est-elle réaliste pour un ensemble de plusieurs milliers de plantes ? N'imposerait-elle pas de retenir un très grand nombre de questions ?

Cette objection ne frappera que ceux qui ignorent la nature des progressions géométriques. En effet, si l'on divise continuellement par 2 la somme 4096, dès la onzième division, on arrivera à l'unité.

Lisons enfin Eugene Northrop qui, dans un livre de 1944, introduit ainsi son chapitre sur les grands nombres et les puissances de 2 :

L'arithmétique est une mine de résultats presque incroyables. [...] Il n'y a pas grand chose ici qu'un mathématicien trouvera étonnant – les résultats qui vont être discutés sont paradoxaux pour le non-mathématicien en ce que celui-ci les jugerait probablement faux, ou au moins improbables, si il lui était demandé de porter sur eux un avis immédiat.

Ces exemples sont unanimes : l'étonnement « presque incroyable » que provoque une énigme comme celle des grains (qui apparaît un peu plus loin dans le texte de

Northrop) ne concerne que les novices portés à se fier hâtivement à leur intuition. Il y a bien un clivage entre sachants et ignorants, mais qui n'a rien de définitif : tout est potentiellement soluble dans la raison mathématique.

Le caractère non sacré de la croissance exponentielle a été identifié il y a bien longtemps – en fait, au moins depuis le XIII[e] siècle avec Ibn Khallikan et Fibonacci. Ce dernier, dans un élan d'audace inédit qui suit sa résolution de l'énigme des grains sur l'échiquier, prolonge en effet le calcul au cas de *deux* échiquiers. C'est en toute tranquillité que Fibonacci écrit explicitement le nombre de grains pour cette variante à cent vingt-huit cases (un peu plus de trois cent quarante sextillions, soit 340 suivi de trente-six zéros), avant d'ajouter qu'il est possible de « continuer sans fin ». Absolument pas dérangé par l'énormité des nombres en jeu, il donne ensuite une figuration des doublements successifs sous une forme à peu près équivalente à celle que proposera Ibn Khallikan un demi-siècle plus tard : il met les grains dans des coffres, puis les coffres dans des maisons, et ainsi de suite, après avoir expliqué que

> lorsque [les nombres en jeu] dépassent les grandeurs que l'on est capable de reconnaître, nous sommes capables de montrer comment on peut [les] comprendre clairement.

Non seulement, donc, le calcul du total des grains ne pose aucun problème à l'auteur du *Liber Abaci*, mais c'est même au contraire leur caractère accessible qui est affirmé bien haut. Au début du XVII[e] siècle, l'auteur de la *Récréation mathématique* lui fait écho dans son introduction au chapitre sur les progressions géométriques :

> Je vous diray icy plusieurs choses, non moins recreatives qu'admirables, mais si asseurées & si faciles à démontrer, qu'il ne faut que sçavoir multiplier les nombres pour en faire la preuve.

Archimède déjà, plus de deux siècles avant notre ère, avait compris comment une suite géométrique permettait d'atteindre de très grands nombres. Dans *L'Arénaire*, l'un de ses ouvrages les plus visionnaires, le célèbre savant a proposé un système de numération fondé, comme le nôtre d'ailleurs, sur la suite géométrique constituée des puissances de dix, dans le but d'évaluer le nombre total de grains de sable qui serait nécessaire pour remplir le monde entier. Archimède a ainsi montré comment les nombres permettent d'atteindre l'univers entier à partir de simples grains de sable, même si, en un sens, le Syracusain avait finalement davantage montré la voie que suivi le chemin (un trait que l'on retrouve ailleurs dans ses œuvres).

À l'époque médiévale, ce sont les marchands et amuseurs qui s'emparent de l'immensité, notamment grâce au levier de la numération décimale qui leur permet de faire des calculs explicites et d'une absolue précision, sans crainte de manier les quantités les plus immenses. L'origine probable de cette assurance conquérante devant les grands nombres est la même que celle de la légende des grains sur l'échiquier : l'Inde. Le *Lalitâvistara*, une biographie du Bouddha écrite il y a près de deux mille ans (la date exacte est très incertaine), donne à plusieurs reprises l'occasion d'énumérer ce que nous appelons les premiers termes d'une suite géométrique pour atteindre des quantités prodigieuses. Voici par exemple comment le jeune Bouddha, alors simple Bodhisattva, répond à une question d'Ardjouna, « grand calculateur et arithméticien, arrivé au terme de la science des nombres » :

> Ardjouna dit : Jeune homme, comment peut-on entrer dans la numération parvenue à pénétrer dans les atomes les plus subtils ? Le Bodhisattva dit : Dans sept grains d'atomes subtils, il y a un grain de poussière fine ; dans sept grains de poussière fine, il y a un petit grain de poussière ; dans sept [petits] grains de poussière, il y a un grain de poussière (éclairée) du soleil ; dans sept grains de poussière du soleil, il y a un grain de poussière (éclairée) de la lune ; dans sept grains de poussière de la lune, il y a un grain de poussière (soulevée par le pied) d'un mouton ; dans sept grains de poussière de mouton, il y a sept grains de poussière de vache ; dans sept grains de poussière de vache, il y a une lente ; dans sept lentes il y a un grain de sénevé ; dans sept grains de sénevé, il y a un grain d'orge ; dans sept grains d'orge, il y a (la longueur d')un doigt ; dans douze doigts, il y a un empan ; dans deux empans, il y a une coudée ; dans quatre coudés, il y a un arc ; dans mille arcs, il y a un Kroça (du pays) de Magadha ; dans quatre Kroças, il y a un Yodjana [1]. Et maintenant quel est celui d'entre vous qui sait combien il y a d'atomes subtils dans un Yodjana ?

Bien que relatant des faits souvent de nature mythologique, le *Lalitâvistara* utilise ainsi les grands nombres d'un point de vue parfaitement rationnel. Ayant fait preuve de sa capacité à utiliser un système de numération

1. Un *Yodjana* est une unité de longueur qui devait mesurer quelques kilomètres.

adapté à l'énoncé de grandeurs aussi bien minuscules qu'immenses, le Bodhisattva (qui ne manque pas ensuite de répondre lui-même à sa question finale, au grand étonnement d'Ardjouna) suscite admiration et respect, mais les grands nombres évoqués, eux, n'inspirent nulle conversion mystique. Ils rendent au contraire dicibles des quantités qui semblaient ne pas l'être. L'enthousiasme de la foule devant le prodige rationnel du Bodhisattva n'est pas sans évoquer celui de Fibonacci redécouvrant, un millénaire plus tard, l'intérêt du système de numération à base dix, cette belle invention, là encore d'origine indienne.

Compter, mais comment ?

Comment comprendre que notre position contemporaine devant la croissance exponentielle soit si en retrait par rapport à celle des temps anciens ? Une piste est donnée par notre rapport au calcul. Depuis l'apparition des ordinateurs et des calculatrices, nous n'avons plus besoin comme autrefois de faire des opérations à la main, et l'apprentissage du calcul mental a cédé beaucoup de terrain dans les programmes scolaires. Le troisième volet du triptyque « lire, écrire, compter » n'a définitivement plus le même sens aujourd'hui qu'il y a un siècle. Qu'on s'en réjouisse ou qu'on le déplore, force est de constater que, collectivement, nous estimons que déterminer le nombre total de grains sur l'échiquier est une tâche pour l'ordinateur et non plus pour nous. Là réside une différence essentielle d'avec le *Liber Abaci* de Fibonacci, un livre dont l'un des objectifs est à l'inverse de promouvoir l'efficacité des calculs manuels à l'aide des chiffres arabes, qui n'étaient alors pas encore utilisés en Europe.

Oublions un instant nos réticences d'écoliers à effectuer des opérations arithmétiques. Qu'y a-t-il donc de si insurmontable à multiplier 2 par lui-même pour obtenir 4, puis à multiplier 4 par lui-même pour obtenir 16, puis à multiplier 16 par lui-même pour obtenir 256, puis à recommencer de la même façon pour obtenir 65 536, puis 4 294 967 296, et enfin les 18 trillions et quelques qui, à une unité près, donnent le nombre total de grains sur l'échiquier ? Telle est la méthode de résolution proposée par Fibonacci, qui n'implique que peu de multiplications même si les deux dernières sont un peu longues[1]. Aujourd'hui, plus personne ne mène jamais un tel calcul. Seul l'ordinateur en a l'occasion. En déléguant aussi systématiquement aux machines ce type d'opérations, nous avons bien sûr prodigieusement gagné en rapidité et en fiabilité. En revanche, peut-être y avons-nous perdu une certaine forme de familiarité avec les opérations arithmétiques usuelles. Désormais, seul l'« oracle informatique » est légitime pour parler aux grands nombres. Sans doute ces derniers n'ont-ils guère plus de substance pour nous que les rêveries bien abstraites auxquelles conduit l'évocation des grandeurs

1. En notation moderne, Fibonacci calcule $2^1 \times 2^1 = 2^2$, puis $2^2 \times 2^2 = 2^4$, puis $2^4 \times 2^4 = 2^8$, puis $2^8 \times 2^8 = 2^{16}$, puis $2^{16} \times 2^{16} = 2^{32}$, et enfin $2^{32} \times 2^{32} = 2^{64}$.

de l'astronomie ou de la physique de l'univers[1]. Le « respect » affiché par Behrends envers la croissance exponentielle est instructif dans ce contexte : il tire son origine de ce que, pour certains problèmes dont le nombre total de solutions croît exponentiellement en fonction de la quantité de données, même l'ordinateur est aujourd'hui incapable de trouver en un temps raisonnable la meilleure de ces solutions.[2]

Réduire le paradoxe à notre rapport aux nombres et à l'ordinateur est toutefois insuffisant, dans la mesure où Fibonacci met l'accent moins sur la clarté de ses calculs ou l'écriture des nombres en jeu que sur la *traduction concrète* qui consiste à rassembler les grains dans des coffres, puis les coffres dans des maisons et enfin les maisons dans des cités. Pour lui, cette traduction est parfaitement limpide, une position qu'il partage avec Ibn Khallikan et bien d'autres auteurs à travers les âges, de John Wallis au XVII^e^ siècle à Montucla au XVIII^e^. Les grandes distances de l'astronomie n'effraient pas davantage un Camille Flammarion au XIX^e^ siècle lorsqu'il expose à ses lecteurs l'éloignement de l'étoile alors considérée comme la plus proche du

1. Certaines présentations suggestives des dimensions de l'univers prennent la forme de dessins à des échelles qui augmentent d'un facteur constant. Un tel procédé, visuel et suggestif, pourrait peut-être inspirer les présentations mathématiques de la croissance exponentielle.
2. Le plus célèbre problème de cette nature est celui du « voyageur de commerce », dans lequel il s'agit, pour visiter *n* villes, de déterminer l'ordre des visites de sorte à en finir le plus vite possible. Le nombre de parcours possibles croît exponentiellement avec *n*, mais il n'existe en général qu'un seul parcours de longueur totale minimale.

Soleil, sur un ton très proche de ceux de Fibonacci et d'Ibn Khallikan : ce n'est pas parce qu'un nombre est grand, ou même très grand, que nous ne pouvons pas nous en forger une représentation claire, à condition de recourir à la raison lorsque la perception immédiate seule est impuissante.

Si les savants du passé montrent un rapport à la croissance exponentielle bien plus apaisé que le nôtre, c'est sans doute en partie en raison de l'utilisation « artisanale » des nombres qui était celle des comptables jusqu'à une période récente, et la fierté qu'ils pouvaient retirer à se montrer capable d'écrire et d'opérer sur des nombres très grands. Les logarithmes de Napier, les théorèmes d'Euler et l'outil informatique font certes que, techniquement comme théoriquement, nous sommes capables d'aller beaucoup plus loin que les comptables et les érudits d'autrefois. Pourtant, tous les progrès des connaissances et de la technologie n'ont pas permis d'enrayer cette sacralisation de la croissance exponentielle. En ce début de XXI^{e} siècle advient ainsi cette situation bien étrange de mathématiciens qui, face à l'un de leurs concepts les plus fondamentaux, ont un regard et une attitude moins rationnels que ceux de leurs devanciers médiévaux. Les comptables et les amuseurs des nombres des époques anciennes peuvent sourire de cette revanche : leurs traditions millénaires si méprisées par l'histoire académique des sciences les ont préservés, eux, de ces errements.

Notes bibliographiques du chapitre V

L'avis de Marx sur Price se trouve dans *Le Capital*, livre III, section 5, chap. XXIV.

La citation d'Eduard Pestel est tirée de *Beyond the Limits to Growth*, New York, Universe Books, 1989 (cité *in* Alexander King et Bertrand Schneider, *The First Global Revolution*, Calcutta, Orient Longman Limited, 1993, p. 8).

Les mots de Paul Heimbach sont issus d'une correspondance personnelle, dont je le remercie ici. Son petit livre autour des puissances de 2, publié à Cologne en 1997, s'intitule *18446744073709551615 hach einer Idee von Sissa ben Dahir* (voir http://www.artype.de/).

Julian Simon évoque l'« hypnose mathématique » dans *The Ultimate Resource II*, Princeton, Princeton University Press, 1996, chap. XXXIV. « Les mirages de l'exponentiel » est le titre d'un article de Pierre Longone paru dans *Population et sociétés*, 53, décembre 1972, p. 1-3. Cet article se conclut par un appel à ce que « les phantasmes de l'exponentiel [n']engendrent [pas] la panique ou le désespoir ». Un appel qui n'a guère été entendu.

L'évocation des logarithmes comme « rite de passage » par John Fauvel se trouve dans « Revisiting the History of Logarithms », in *Learn from the Masters !*, Washington, The Mathematical Association of America, 1995, p. 39. Pour Jean Baudet, voir son *Nouvel Abrégé d'histoire des mathématiques*, Paris, Vuibert, 2002, p. 160-161.

Il existe plusieurs versions du *kôan* d'Hakuin. La version originale, sous une forme qui n'est pas aujourd'hui la plus courante, apparaît dans une lettre adressée à une laïque et destinée à l'initier au principe du *kôan* : « Quel bruit fait une seule main qui claque ? Quand vous frappez vos deux mains l'une contre l'autre, on entend un son aigu [...] » (Philip Yampolsky, *The Zen Master Hakuin : Selected Writings*, Columbia University Press, 1971, p. 164). Pour l'anecdote sur le mathématicien et le croyant, voir Dieudonné Thiébault, *Mes Souvenirs de vingt ans de séjour à Berlin*, t. III, Buisson, 1805[2], p. 159. Des détails historiques sur l'anecdote se trouvent dans B. H. Brown, « The Euler-Diderot Anecdote », *American Mathematical Monthly*, 49/5, mai 1942, p. 302-303.

Les vers d'Angelus Silesius sont tirés de son *Cherubinischer Wandersmann*, chap. VIII, v. 140 (pour le contexte, voir http://gutenberg.spiegel.de/buch/3776/8). La traduction est celle d'Henri Plard, *Pélerin chérubinique*, Paris, Aubier, 1946.

Pour Serge Lang, voir *A First Course in Calculus*, New York, Springer Verlag, 1986[5], p. 265 : « La croissance exponentielle reflète aussi l'explosion d'une population. Si $P(t)$ est la population au temps t, alors son taux d'accroissement est proportionnel à la population totale [...]. »

Les chroniques d'Ehrhard Behrends citées ici sont parues dans *Die Welt*, sur l'exponentielle le 19 mai 2003 (http://www.welt.de/print-welt/article694829/Die-Evolution-hat-uns-nicht-beigebracht-sinnlose-Kettenbriefe-zu-durchschauen.html), sur l'infini le 24 janvier 2005 (http://www.welt.de/print-welt/article365993/Die-Einfuehrung-der-Unendlichkeit-vereinfachte-das-Leben-der-Mathematiker.html). La traduction utilisée ici est celle de Yannis Haralambous dans l'édition française du recueil des chroniques : *Cinq minutes de mathématiques*, Paris, Société mathématique de France, 2011.

La célèbre phrase de Hilbert sur le « paradis » de Cantor figure dans « Über das Unendliche », *Mathematische Annalen*, 95, 1926, p. 161-190 (la citation est en p. 170).

Montucla parle de « bagatelle arithmétique » au sujet de l'histoire des grains sur l'échiquier dans la seconde édition de son ouvrage majeur, *Histoire des mathématiques*, t. I, Paris, Henri Agasse, 1798, p. 381. Le passage correspondant de la première édition (t. I, Paris, Jombert, p. 365) est un peu plus bref, et relégué à une note de bas de page.

La citation de John Graunt est tirée de la dédicace qu'il adresse à Robert Moray en introduction à ses *Natural and Political Observations Mentioned in a following Index, and made upon the Bills of Mortality*, Londres, Roycroft, 1662. La traduction est celle d'Éric Vilquin, *Observations naturelles et politiques...*, Paris, Ined, 1977.

L'évocation du biais exponentiel par Lamarck apparaît dans sa *Flore Françoise*, t. I, *Discours préliminaire*, 1778, p. LXXIX (édition numérique sous la direction de Pietro Corsi et Raphaël Bange : www.lamarck.net). Je remercie Jean-Marc Drouin, auteur de *L'Herbier des philosophes* (Paris, Seuil, 2008), d'avoir attiré mon attention sur ce passage. La remarque d'Eugene Northrop est tirée de ses *Riddles in Mathematics*, Princeton, D. Van Nostrand, 1944, p. 20.

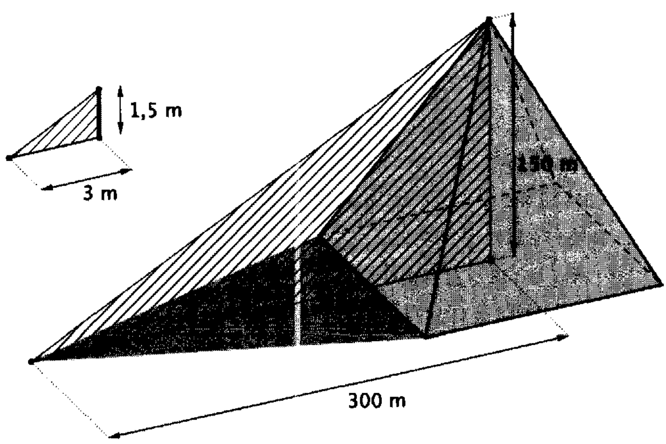
Les prouesses arithmétiques du Bouddha du temps de sa jeunesse figurent dans le *Lalitâvistara*, chap. XII, p. 128-132 de l'édition française présentée par Guy Rachet (Paris, Sand, 1996). Pour le passage cité, voir p. 130-131.

Pour Fibonacci, j'ai utilisé la traduction anglaise de son *Liber Abaci* : Laurence Sigler, *Fibonacci's Liber Abaci*, New York, Springer, 2003, p. 435-437. J'ai mentionné Camille Flammarion en songeant à ce qu'il écrit dans *Les Merveilles célestes*, Paris, Hachette, 1913[13], p. 101-102.

Chapitre 6
Les sophismes d'une courbe

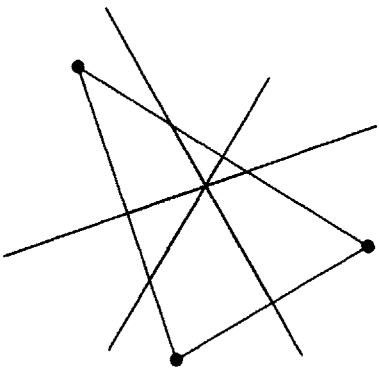
C'est un événement capital dans l'histoire des sciences qui s'est produit au pied de la Grande Pyramide. Il a sans doute eu lieu vers le milieu du VI^e^ siècle avant notre ère, mais personne n'en connaît la date exacte. La seule chose que l'on puisse affirmer avec confiance est que, ce jour-là, le soleil brillait.

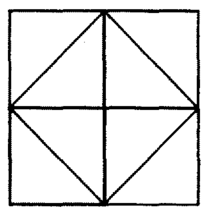
Au pied de la pyramide se trouvait Thalès de Milet, qui voulait en déterminer la hauteur. Il ne pouvait l'obtenir par une mesure directe : il n'était pas question de creuser verticalement le monument jusqu'à sa base ! Comment faire alors ? Thalès trouva une solution en remarquant que, lorsque le soleil brille, toutes les ombres définissent des triangles proportionnels, tous sont de simples grossissements les uns des autres, des « zooms » plus ou moins grands. Thalès choisit l'un de ces triangles, d'une taille raisonnable pour pouvoir en mesurer facilement les dimensions. Pour cela, peut-être a-t-il simplement planté un bâton au sol. Connaissant la taille du bâton et mesurant la taille de son ombre, il calcula le rapport entre les deux. Ce rapport était le même pour n'importe quel triangle défini par l'ombre d'un objet à cet instant de la journée (et en ce lieu précis). En mesurant l'ombre de la pyramide il put, par un calcul très simple, en obtenir la hauteur. Pour fixer les idées : si le bâton mesure 1,50 m et son ombre 3 m, c'est que les ombres sont deux fois plus grandes que les objets qui leur correspondent. Si l'ombre de la pyramide mesure, disons, 300 m, alors sa hauteur est deux fois moindre, soit 150 m.



Dans cet exemple fictif, un bâton de 1,50 m de hauteur est planté verticalement sur le sol. Son ombre mesure 3 m et celle de la pyramide 300 m. Les deux triangles hachurés sont proportionnels, la pyramide est donc cent fois plus grande que le bâton. Elle s'élève donc à une hauteur de 150 m.

À quelques détails près, dont plusieurs font encore débat, il est à peu près acquis que c'est de cette manière que Thalès a résolu le problème, réalisant ainsi la toute première mesure indirecte de l'histoire. Fruit d'une alliance féconde entre théorie et expérience, le succès de Thalès marque l'entrée de la proportionnalité dans ce qui deviendra par la suite le joyau des mathématiques pour plus de deux millénaires : la géométrie.





En géométrie euclidienne, il est indifférent que ces figures mesurent 1 centimètre ou 1 000 kilomètres : leurs propriétés géométriques sont les mêmes quelle que soit leur taille.

Que son côté mesure un millimètre ou un kilomètre, un carré reste un carré : ses diagonales sont perpendiculaires, elles se coupent en leur milieu et sont de même longueur. Nul théorème de géométrie euclidienne ne se limite à un segment de cinq centimètres. C'est là un principe de *relativité euclidienne* : les propriétés d'une *forme* sont indépendantes de leur *taille*. Lorsqu'il est question de dimensions en géométrie classique, c'est toujours, au moins implicitement, sous la forme de rapports, comme dans le théorème selon lequel la diagonale d'un carré est $\sqrt{2}$ fois plus longue que son côté.

Invariance d'échelle

Le principe de relativité euclidienne fait de la géométrie classique l'écrin historique d'une *pensée proportionnelle* qui, *via* ce que nous en avons dit au chapitre I, fonde l'un des piliers scientifiques de la peur exponentielle. Au XVII^e siècle, Pascal tire dans ses *Pensées* les conséquences mystiques ultimes de la relativité euclidienne. Le philosophe observe que l'invariance d'échelle implique que l'homme se situe à la frontière entre deux infinis : l'infiniment grand, « sphère dont le centre est partout et la circonférence nulle part », et l'infiniment petit, succession infinie d'univers emboîtés les uns dans les autres, le moindre ciron [1] contenant lui-même une infinité de mondes.

> Qui se considérera de la sorte [insignifiant devant l'infiniment grand, immense devant l'infiniment petit] s'effrayera de lui-même, et, se considérant soutenu dans la masse que la nature lui a donnée, entre ces deux abîmes de l'infini et du néant, il tremblera dans la vue de ces merveilles ; et je crois que sa curiosité, se changeant en admiration, il sera plus disposé à les

1. Le ciron est un acarien de moins d'un millimètre. Au XVII^e siècle, il était considéré comme le plus petit des animaux.

> contempler en silence qu'à les rechercher avec présomption. Car enfin qu'est-ce que l'homme dans la nature ? Un néant à l'égard de l'infini, un tout à l'égard du néant, un milieu entre rien et tout. Infiniment éloigné de comprendre les extrêmes, la fin des choses et leur principe sont pour lui invinciblement cachés dans un secret impénétrable, également incapable de voir le néant d'où il est tiré, et l'infini où il est englouti.

Le vertige de Pascal est logique et se reformule aisément en termes de relativité euclidienne : si rien ne distingue l'immense du minuscule, alors, au sens propre, *tout est dans tout* – et donc la science véritable est impossible.

La force motrice

L'expérience de Thalès montre l'intérêt théorique d'une pensée proportionnelle, devenue si commune que nous l'utilisons couramment sans y prendre garde. Levier simple et efficace pour passer du petit au grand, le procédé est intimement lié à l'exponentielle, comme l'illustre l'expression de suite *géométrique* qui désigne une suite à croissance proportionnelle. Muni d'un appui aussi vénérable, visuel et solide que la géométrie euclidienne, la pensée proportionnelle « va de soi » depuis toujours dans bien des modélisations. Le pâlissement de son étoile géométrique n'en a pas entamé la puissance, qui s'est trouvée renforcée au XX[e] siècle par un soutien disposant de toute la modernité nécessaire : la cybernétique et son concept de *rétroaction*. Une rétroaction s'observe lorsque les effets d'un phénomène deviennent à leur tour des causes[1]. Dans l'exemple le plus simple de rétroaction, chaque cause est renforcée par un effet qui lui est proportionnel, ce dernier devient cause à son tour, et ainsi de suite. Le phénomène croît alors de façon exponentielle, selon des modalités variables. Pour en rester aux rétroactions *positives* (dans lesquelles les effets renforcent les causes, contrairement aux rétroactions *négatives* où ils les atténuent), les deux catégories principales sont d'une part les situations du type intérêts composés (comme dans les modèles malthusiens de population), d'autre part les cas où la cause initiale ne produit des effets qu'une seule fois, ces derniers, devenus cause à leur tour, obéissant à la même règle (c'est le cas des modèles climatiques[2]).

1. Un éloquent équivalent sémantique proposé par Meadows est celui de « cercle vicieux » (« *vicious cercle* »), dans une vision du temps en forme de spirale qui gonfle jusqu'à exploser.
2. L'idée est la suivante : l'accroissement de température induit un dégagement additionnel de gaz carbonique dans l'atmosphère, qui lui-même contribue à augmenter encore la température. Ce second réchauffement provoque à son tour un dégagement de gaz carbonique, alors que le premier réchauffement ne le fait plus. La situation est mathématiquement identique à celle d'un capital placé à intérêts et pour lequel seuls les intérêts de l'année n contribueraient au calcul de ceux de l'année $n+1$. Contrairement à la croissance exponentielle des intérêts composés, cette croissance ne va pas jusqu'à l'infini. Elle atteint toutefois des valeurs très grandes si le taux d'intérêt est proche de 1. (Précisons aussi que, de façon regrettable, les « rétroactions positives » de la climatologie carbocentriste répondent à une définition non conventionnelle : il s'agit en réalité de rétroactions « moins négatives » que celles que l'on observerait en l'absence de nos émissions de gaz à effet de serre.)

Du club de Rome au GIEC

Prenons ici la liberté d'un rapprochement dont le concept de rétroaction positive n'est que l'un des aspects. Pour justifier l'omniprésence de la satanique exponentielle et de ses ravages à venir, le rapport Meadows ne manque pas de s'appuyer fortement sur des rétroactions supposées positives : difficile en effet de résister à la facilité de l'exponentielle qui permet à si bon compte de submerger la Terre à partir d'un simple grain de blé. La peur climatique, alimentée notamment par le GIEC[1], se fonde elle aussi pour une part cruciale sur des suppositions non démontrées de rétroactions positives, seules susceptibles de réchauffer la Terre à l'aide d'un gaz dont la proportion dans l'atmosphère est et demeurera d'un ordre de grandeur qui n'est pas sans rappeler celui du *penny* de Price.

Cette utilisation futurologique de rétroactions positives n'est que l'un des points communs significatifs entre les travaux de l'équipe Meadows et ceux du GIEC. Un second est celui des prévisions ou « scénarios[2] » qui s'étalent sur un siècle et réservent les drames pour dans plusieurs décennies, un moyen très pratique pour avoir

1. Le GIEC, Groupe d'experts intergouvernemental sur l'évolution du climat, est l'organisme créé par les Nations unies et l'Organisation météorologique mondiale qui « a pour mission d'évaluer [...] les informations d'ordre scientifique, technique et socio-économique qui nous sont nécessaires pour mieux comprendre les fondements scientifiques des risques liés au changement climatique d'origine humaine [...] ».
2. Peut-être pour éviter les moqueries faciles, depuis peu le GIEC ne présente plus de « scénarios » mais des « trajectoires ».

raison à bon compte d'ici là – un peu comme prévoir que le Soleil ne se lèvera plus à partir de 2100 : tant que la date n'est pas atteinte, le pronostic se « confirme » de jour en jour, puisque le soleil continue bel et bien de se lever en attendant[1].

Autre point commun : pour Meadows comme pour certains partisans du GIEC, la réflexion n'a pas bonne presse. Le monde ira d'autant mieux que des actions radicales sont entreprises vite et à grande échelle, et c'est sans regret que le temps long de la science est sacrifié sur l'autel du dieu Urgence. Le rapport Meadows nous explique que

> [m]algré l'état d'ébauche de notre travail, nous croyons qu'il est important de publier dès à présent le modèle et nos découvertes. Des décisions sont prises chaque jour, partout dans le monde, qui affecteront les conditions physiques, économiques et sociales du système monde pour des décennies. Ces décisions ne peuvent attendre des modèles parfaits et une compréhension totale.

À l'occasion d'une critique de mes prises de positions climatosceptiques, Jean Jouzel, vice-président du groupe scientifique du GIEC, a fait ainsi écho à ces propos :

> Ce qui est navrant, c'est que l'on risque avec le discours des sceptiques de ne prendre des mesures que lorsque l'attribution

1. Tel est en substance le ressort d'une « confirmation » du rapport Meadows publiée en 2008. Dans celle-ci, Graham Turner observe que l'évolution des paramètres considérés par le rapport original a été à peu près conforme au scénario « *business as usual* » (dans lequel les fondamentaux économiques et sociaux restent les mêmes), et estime « donc » qu'il est crédible que, conformément à ce scénario, il faille s'attendre à un effondrement global avant le milieu de notre siècle, telle étant l'issue prophétisée par *The Limits to Growth*.

> du réchauffement aux activités humaines sera une certitude acceptée de tous. Mais alors il sera trop tard pour agir [...]

Le rapport Meadows comme l'alarmisme climatique se fondent sur des modèles informatiques eux-mêmes tributaires de rétroactions positives pour annoncer des catastrophes. Ces dernières ne seront évitées qu'au prix d'un immense effort collectif qui passe par les privations, la contrition et la solidarité – seules voies possibles vers la rédemption. *Ultima ratio scientum*, l'outil informatique ne saurait mentir. Défense de rire, donc, devant le « modèle du monde » que l'équipe Meadows fait entrer en 1972 dans un ordinateur dont la puissance de calcul ne devait pas excéder celle de la calculatrice d'un bachelier né la même année :

> Nous estimons que le modèle ici décrit est déjà suffisamment développé pour être utile aux décideurs. De plus, les schémas généraux que nous avons d'ores et déjà observés dans ce modèle apparaissent si fondamentaux et si généraux que nous ne pensons pas que nos conclusions principales seraient substantiellement modifiées par des révisions supplémentaires.

Le même raisonnement est invoqué à l'appui des modèles climatiques : leurs imperfections seraient si mineures qu'on devrait leur faire confiance pour prévoir le climat de la fin du siècle – bien qu'ils n'aient absolument pas prévu la stagnation de la température globale de ces quinze dernières années, entre autres.

La conséquence de tout cela saute aux yeux de quiconque a déjà réfléchi à la manière dont la science se construit. Poser par principe que les révisions ultérieures ne pourront modifier qu'à la marge les conclusions préliminaires conduit à ne plus voir que ce qui va dans le sens recherché. Ce *biais de confirmation* s'observe à l'œil nu pour les modèles climatiques actuels, dont l'incertitude affichée sur l'avenir demeure imperturbablement la même depuis 1979 et la publication du « rapport Charney », malgré les progrès accomplis ne serait-ce que dans la puissance des calculs, qui auraient normalement dû conduire à une diminution de l'incertitude[1].

Le choix de la raison

Revenons à l'exponentielle. Bien que toutes les courbes exponentielles soient qualitativement les mêmes, il est trompeur d'en déduire sans plus d'examen que toutes les suites géométriques se ramèneraient finalement à celle des puissances de deux. L'efficacité d'un récit comme celui du nénuphar sur l'étang tient pour beaucoup au choix du doublement de taille quotidien, qui permet un final particulièrement brutal. Dans la modélisation de phénomènes réels, qu'il s'agisse d'économie ou de démographie, même les périodes de plus forte croissance ne produisent que très exceptionnellement un

1. Kevin Trenberth, l'un des principaux avocats du carbocentrisme, est récemment allé encore plus loin en défendant l'opinion pour le moins surprenante selon laquelle il faut désormais s'attendre à ce que l'*amélioration* des modèles climatique induise *davantage* d'incertitude dans leurs résultats. Une *chutzpah* dûment publiée dans une revue scientifique. D'autres publications lui ont emboîté le pas : qu'on se le dise, « l'apprentissage négatif » est maintenant très sérieusement discuté dans les cercles climatologiques.

doublement annuel (et encore moins quotidien, bien entendu). Une croissance de quelques pourcents est la règle, le doublement l'exception. Et avec quelques pourcents, bien des choses changent, comme le montre déjà le *penny* de Price placé à 5 % pendant dix-huit siècles : oui, la pierre philosophale des intérêts composés change cette simple pièce de bronze en un fabuleux trésor, mais le processus est tout de même un peu lent... De même, reprenons l'étang de la devinette qui représente la Terre, et le nénuphar qui matérialise la place occupée par l'homme, mais cette fois, ramenons l'improbable croissance de la devinette originelle au taux plus raisonnable de 5 % annuels. Il faut désormais 426 ans au nénuphar pour recouvrir l'étang, et c'est à la 398^{e} année qu'il en recouvre le quart. Il reste donc encore près de 30 ans entre l'« alerte » (un quart de l'« étang Terre » mis sous l'éteignoir) et le moment où la planète entière étouffe. Une alerte qui n'a à être donnée que quatre siècles après le début de la croissance. Avec ces nouvelles données, la devinette perd son caractère effrayant. Hâtons-nous de convenir que ce jeu de l'esprit n'a pas plus de valeur que celui du récit original, même s'il n'en a pas moins non plus. Son rôle se borne à montrer que le choix de la raison ne peut être considéré comme neutre, et cette observation est d'une grande importance.

Là où il ne se passe rien

Notre fascination pour la vitesse prodigieuse de croissance d'un phénomène comme celui des grains sur l'échiquier nous fait spontanément regarder plutôt du côté droit de la courbe, comme si c'était là le seul moment réellement existant du phénomène exponentiel. Puisons un exemple de cette logique dans un article de 2013 de ces prophètes infatigables que sont les Ehrlich :

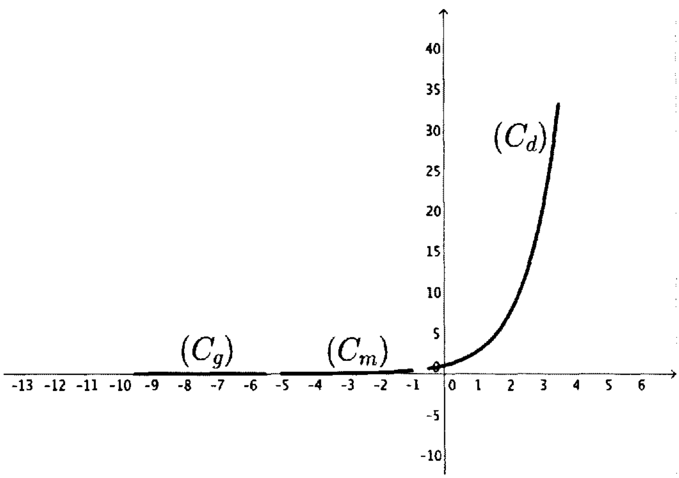
> On pourrait penser que les mathématiques des intérêts composés auraient convaincu tout le monde depuis longtemps que la croissance de 3,5 % annuels d'une économie industrialisée ne peut continuer longtemps. Malheureusement, la plupart des gens « instruits » sont immergés dans une culture qui ne reconnaît pas que, dans le monde réel, une brève période (quelques siècles) de croissance exponentielle ne signifie pas qu'une telle croissance se poursuivra longtemps.

Ce que les Ehrlich ne disent pas, c'est que le contraire n'est pas nécessairement plus vrai. La partie gauche de la courbe exponentielle s'étale, elle aussi, à l'infini. Si la courbe représente l'évolution d'un phénomène au cours du temps, alors durant une durée *infiniment longue*, ce phénomène ne donne pour ainsi dire rien à voir de significatif.

Certes, dira-t-on, mais il s'agit là du passé, et c'est l'avenir qui nous intéresse. Le problème, c'est que rien n'indique *a priori* où situer le présent. S'il advient que le présent se situe loin à gauche sur l'axe des abscisses, alors il coulera beaucoup d'eau sous les ponts avant qu'il soit nécessaire de se préoccuper de quoi que ce soit[1]. Qui

1. La désintégration radioactive suit une loi exponentielle qui décroît au lieu de croître, exactement comme si, dans la représentation ci-dessous, la flèche du temps allait de droite à gauche. La question des déchets nucléaires et de leur stockage a donc des liens avec cette partie gauche de la courbe exponentielle, qui cette fois correspond à un avenir et non à un passé.

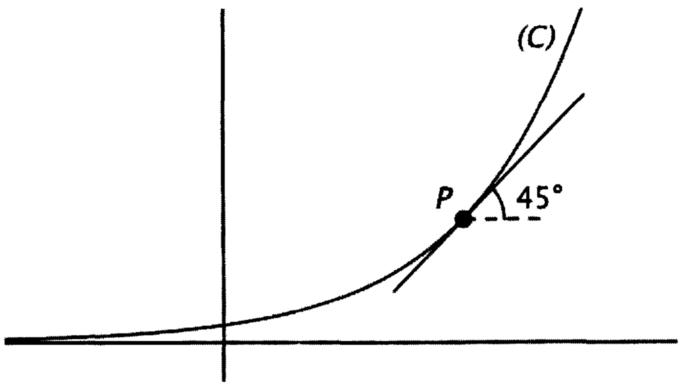
sait d'ailleurs si des hordes supplémentaires d'exponentielles aujourd'hui tapies dans l'ombre de l'axe horizontal n'attendent pas leur heure pour venir un jour grossir les rangs de celles qui nous menacent déjà...



Différentes allures possibles d'une courbe exponentielle selon l'intervalle de temps où on l'observe. La portion de droite, (C_d), est une représentation « classique » de l'exponentielle. La portion du milieu, (C_m), ne montre qu'un faible frémissement final. Quant à la portion de gauche, (C_g), elle ne se distingue pas d'un segment horizontal.

L'observation superficielle d'une courbe exponentielle suggère un partage en morceaux distincts. Dans sa partie gauche, la courbe se confond avec l'axe horizontal ; une portion intermédiaire amorce le « décollage », qui se confirme sur son morceau de droite, presque vertical. La logique de cette description intuitive n'est qu'apparente, elle se heurte de plein fouet au principe de relativité euclidienne. Dans un phénomène exponentiel, aucun point n'est privilégié par rapport à un autre, d'aucune manière. Bien que contre-intuitif, ce résultat est sans appel et il convient de l'affirmer avec force : *il n'est ni point particulier ni région particulière sur la courbe représentative d'un phénomène de nature exponentielle.* Aucun moyen mathématique ne permet légitimement de faire un partage de la courbe en deux ou trois parties selon leur croissance. Que l'on se place dans une perspective exacte ou approchée n'y change rien.

Un examen géométrique semble pourtant en mesure de réfuter cette affirmation. Par exemple, sur toute courbe exponentielle se trouve un point P unique au niveau duquel la tangente à la courbe (c'est-à-dire la droite qui en épouse le mieux le contour) est inclinée de 45° par rapport à l'horizontale.



À partir du point *P*, il est aisé de partager la courbe en deux parties (éventuellement trois) : à gauche de *P* vient la partie où l'exponentielle est « horizontale », à droite celle où elle est « verticale ». Sans que ce soit une obligation, l'on peut en outre convenir d'un intervalle séparateur entre ces parties (un minimum d'outillage mathématique en définirait la taille par une convention raisonnable et commode, à l'image de celle qui définit les intervalles de confiance en statistiques).

Ne tiendrions-nous pas là une manière rationnelle de définir ces phases distinctes de l'exponentielle dont l'approche superficielle initiale nous avait suggéré l'existence ? Eh bien non : rien de ce qui précède ne résiste à une analyse plus poussée. Le point *P*, contrairement aux apparences, *n'existe pas*. Non pas que notre œil soit ici victime de quelque illusion d'optique, car l'observation géométrique précédente est parfaitement exacte. Son défaut est qu'elle n'est en rien pertinente pour ce qui nous concerne. La courbe *représente*, mais *n'est pas* le phénomène. Rarement la différence entre une chose et sa représentation aura été aussi ignorée que pour l'exponentielle, rarement pourtant son importance aura été aussi grande. Tâchons de comprendre pourquoi.

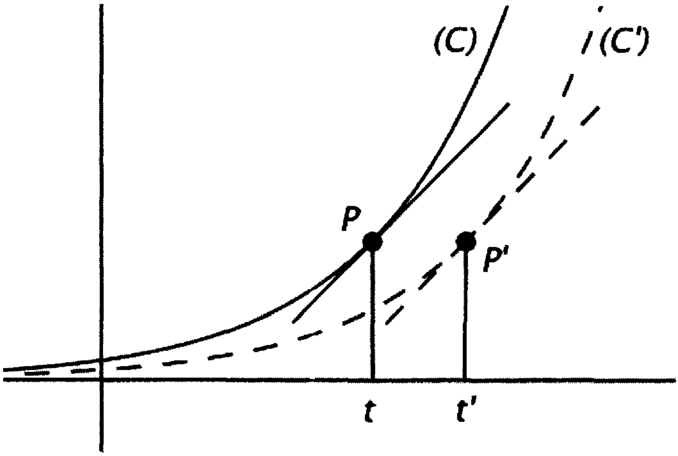
L'invariance par affinité

Représenter un phénomène par une courbe consiste à figurer sur un plan le lien qu'entretiennent deux grandeurs. Très souvent, l'une d'elle est le temps, et dans ce cas (qui sera le nôtre), l'habitude veut qu'on lui attribue l'axe des abscisses (horizontal), avec le passé à gauche et l'avenir à droite. L'axe des ordonnées (vertical), lui, concerne la grandeur mesurée au fil du temps : une population, une somme d'argent, une température, ou autre. À son époque, cette innovation qui nous paraît simple (et dont les prémisses remontent à Nicole Oresme, un brillant penseur du XIVe siècle sur lequel nous reviendrons au chapitre XIV) fut un progrès considérable. Représenter par un dessin des grandeurs qui n'ont rien de géométrique est un procédé dont on ne saurait surévaluer l'importance aussi bien pour le développement historique des mathématiques que pour notre vie quotidienne.

Un point essentiel est que les deux grandeurs impliquées dans une courbe ne sont pour ainsi dire jamais de même nature. Lorsque nous représentons l'évolution du prix du baril de pétrole, par exemple, nous avons en abscisse des temps et en ordonnée des prix. Les premiers s'expriment en années, les seconds en unités monétaires. Les deux grandeurs sont donc fondamentalement différentes entre elles. Pourtant, sur le dessin, les deux sont représentées par des axes qui, eux, sont d'une même nature géométrique. Le choix des unités n'a donc rien de neutre. Par exemple, selon que l'axe des ordonnées exprime des dollars ou des euros, la courbe du prix du baril obtenue n'est pas la même : elle est plus étirée dans le premier cas que dans le second car la valeur monétaire d'un dollar est moindre que celle d'un euro. Différentes, les deux courbes n'en sont pas moins la manifestation d'un seul et même phénomène. L'évolution de celui-ci doit donc se lire indifféremment sur l'une ou l'autre. Croître, décroître, passer par un maximum (un « pic ») sont des propriétés objectives, qui apparaissent toujours sur une courbe représentative, indépendamment des unités choisies sur les axes de coordonnées (en faisant l'abus de considérer que le rapport d'un dollar à un euro ne change pas au fil du temps). On parle d'*invariants par affinité*. La figuration par une courbe des propriétés du phénomène observé ne devant pas dépendre des unités choisies pour la dessiner, ce sont ses invariants par affinité qui expriment les propriétés du phénomène lui-même. En d'autres termes : *telle ou telle particularité d'une courbe ne fait sens pour le phénomène qu'elle représente qu'à condition d'apparaître indépendamment des unités choisies.*

Voyons ce qu'il en est d'une évolution exponentielle. Son caractère croissant est un invariant par affinité que, donc, n'importe quelle représentation graphique met correctement en évidence. Il en va de même pour l'accélération de cette croissance (la courbe est *convexe*, c'est-à-dire qu'elle « tourne à gauche »). Tout change en revanche pour les phases « horizontale » et « verticale » définies par notre point *P*, car celui-ci *n'est pas* un invariant par affinité.

Liée au choix des unités, la position du point *P* doit tout à la représentation du phénomène, et rien au phénomène lui-même. Voilà pourquoi *P* « n'existe pas » pour le phénomène, pas plus donc que le partage de l'exponentielle en phases distinctes auquel il conduisait.



Les courbes (C) et (C') représentent le même phénomène exponentiel, selon deux échelles différentes en ordonnée. L'abscisse du point P de (C) où la tangente fait un angle de 45° avec l'horizontale n'est pas la même que celle du point P' correspondant sur (C'). Les temps t et t' définis par P et P' sont donc différents, alors même que le phénomène représenté par les deux courbes est, lui, le même[1].

Pourrait-on identifier tout de même un invariant par affinité qui permette d'obtenir rigoureusement les phases horizontale et verticale que nous cherchons à définir ? La réponse est non. C'est là une conséquence de l'invariance d'échelle qui est le lot de la courbe exponentielle : tous les points s'y valent, aucun ne se distingue, à part les

1. Le lecteur attentif aura remarqué que P et P' ont même ordonnée. C'est là une jolie propriété qui découle du fait que la fonction exponentielle est égale à sa dérivée.

« points à l'infini » (la courbe est « horizontale dans un passé infiniment lointain et verticale dans un futur infiniment lointain », deux propriétés invariantes par affinité), qui ne sont d'aucun secours pour effectuer un partage.

Dans une croissance exponentielle, il n'y a donc pas de sens mathématique à distinguer une phase horizontale et une phase verticale (et *a fortiori* une phase intermédiaire). Ni de près ni de loin. Ce que notre œil discerne relève des propriétés non pas du phénomène, mais de sa représentation géométrique et de l'intérêt pratique qu'offre une échelle produisant une courbe « bien visible », c'est-à-dire montrant des variations marquées. L'impératif de visibilité nous met dans l'obligation graphique de montrer l'exponentielle sous un jour « explosif », mais cela n'est qu'apparence. Irréprochable d'un point de vue mathématique, très commode pour notre œil, la représentation graphique courante de l'exponentielle n'en est pas moins trompeuse en donnant toujours l'impression que l'instant présent est un moment particulier du phénomène, alors que cela n'a aucune raison d'être le cas en général. Lorsque le rapport Meadows écrit que « la croissance exponentielle est un phénomène dynamique, ce qui signifie qu'il implique des éléments qui changent au fil du temps », il commet un contresens complet : bien loin de marquer le temps qui passe, l'exponentielle nous plonge à jamais dans le vertige pascalien de l'invariance d'échelle. De même, jamais, à ce que nous expliquent des générations d'essayistes, nous n'aurions été confrontés à des problèmes/possibilités/

crises (rayer la mention inutile) aussi immenses que *maintenant*, en vertu du caractère plus ou moins exponentiel de notre monde. Oui, l'hypothèse exponentielle permet de tenir ce discours... mais elle le rend en même temps sans le moindre intérêt : ainsi adossé à l'exponentielle, le propos est, était et sera valable *à n'importe quelle date*.

L'escalier des milliards

L'une des techniques les plus éprouvées de certains démographes pour nous alarmer d'une croissance supposée exponentielle de la population mondiale pourrait s'appeler l'« escalier des milliards ». Voici un exemple, tiré d'un rapport de la Division de la population du Département des affaires économiques et sociales des Nations unies de 1999 :

> Il n'a fallu que 12 ans au monde pour gagner [son sixième] milliard d'habitants. C'est la plus courte période de temps de l'histoire du monde pour un gain d'un milliard d'individus.
> La population mondiale n'a pas atteint son premier milliard avant 1804. Il a fallu 123 ans pour atteindre 2 milliards en 1927, 33 ans pour atteindre 3 milliards en 1960, 14 ans pour atteindre 4 milliards en 1974 et 13 ans pour atteindre 5 milliards en 1987.

Aux yeux de tous, il s'agit à l'évidence de la « preuve » que nous sommes entrés dans une phase d'alerte. L'erreur fondamentale est la même que dans le cas des courbes précédentes, l'excuse de la représentation graphique en moins.

Certes efficace d'un point de vue rhétorique, l'escalier des milliards n'a pas plus de réalité mathématique que les phases horizontale et verticale de l'exponentielle. Comme pour bien des sophismes sur le sujet, une explication du caractère fallacieux de l'escalier des milliards s'obtient par un changement d'échelle. Au lieu de grouper les individus par milliards, groupons-les par centaines de millions – un choix non moins abstrait pour le sens commun. Deux variantes permettent de poursuivre le raisonnement. La première consiste à se placer vers le XVIIIe siècle (époque à laquelle la population mondiale était de l'ordre du dixième de celle d'aujourd'hui) et y présenter un « escalier des centaines de millions » qui singe celui des milliards et suggère tout naturellement une catastrophe démographique programmée pour le milieu du XIXe siècle – catastrophe qui, faut-il le dire, ne s'est pas produite, alors même que la croissance de la population s'est poursuivie à un rythme accéléré. La seconde variante consiste à regarder ce que donnerait l'escalier des centaines de millions de nos jours. En gros, une centaine de millions de plus chaque année ou presque : il est donc certain, n'est-ce pas, que nous sommes entrés de plain-pied dans la partie verticale de l'exponentielle. Ce qui pose la question de savoir pourquoi la catastrophe ne s'est toujours pas produite.

Un jour, qui sait, nos éternels malthusiens présenteront un escalier des dizaines de milliards...

Le milliard n'est pas plus que la centaine de millions une échelle légitime et naturelle pour évoquer le phénomène démographique. Le seul argument qui justifierait l'emploi de telle unité plutôt que telle autre tiendrait à une étude précise des capacités productives maximales de la planète (à supposer que nous serions à jamais condamnés à habiter sur son sol, ce qui reste à démontrer). De tels arguments existent au moins depuis Malthus. Ils ont été si souvent démentis par l'histoire que la prudence est de mise – pour être poli. C'est d'autant plus vrai que même des cas de croissance exponentielle bien plus simples à traiter que l'épineuse question des ressources terrestres conduisent à des surprises. Ainsi d'une question dérivée d'un tour classique qui consiste à prendre une feuille de papier que l'on plie en deux quelques fois pour montrer que l'épaisseur double à chaque pliage, et ensuite demander au public l'épaisseur qui serait atteinte après, disons, cinquante pliages. (Pour une feuille d'un dixième de millimètre d'épaisseur, la réponse est : cent millions de kilomètres, soit les deux tiers de la distance de la Terre au Soleil.) Bien sûr, il est impossible de réaliser effectivement tous ces pliages. Or une observation empirique a longtemps donné crédit à l'affirmation selon laquelle le nombre maximal de pliages effectivement possibles était de sept. Détail intéressant facile à vérifier : cette limite est à peu près indépendante de la taille initiale de la feuille, car la difficulté à aller au-delà tiennent moins à l'accroissement exponentiel de l'épaisseur qu'aux contraintes mécaniques qui s'exercent sur les plis. Les choses en étaient là en 2002 lorsque Britney Gallivan a montré, en théorie et en pratique, comment repousser la limite à *douze* pliages, faisant voler en éclat le consensus qui prévalait jusqu'alors.

Voici un cas moins anecdotique : en 1961, Derek de Solla Price constitue une base de données, considérable pour l'époque, pour quantifier l'évolution de la recherche scientifique sur la base du nombre de publications spécialisées. Son résultat principal est que le nombre de publications croît alors à un rythme exponentiel soutenu (+4,7 % par an), une conclusion bien en ligne avec l'essor considérable des sciences, des techniques et des technologies des décennies précédentes. Comme si souvent lorsqu'un chercheur est confronté à une croissance exponentielle, de Solla Price estime que les choses ne vont pas durer (il pense même qu'un ralentissement s'est probablement déjà produit). C'est en 2010 que Peder Olesen Larsen et Markus von Ins ont confronté cette prévision avec les observations. Leur conclusion ne peut se réduire à un simple pourcentage, toujours est-il que, selon eux, rien n'indique que le rythme de croissance se serait ralenti depuis l'étude initiale de Solla Price – il se serait même plutôt accéléré si l'on tient compte des nouveaux modes de publication apparus depuis les années 1960.

La prospective est un art difficile, et l'on a si souvent beau jeu d'ironiser rétrospectivement sur les prédictions du passé que les affirmations actuelles sur les limites ultimes de telle ou telle ressource naturelle ou de la capacité de la Terre à accueillir tel ou tel nombre d'humains doivent être regardées avec beaucoup de prudence – sans même parler de l'éventualité qu'un prévisionniste puisse ponctuellement tomber juste par un heureux hasard.

Les erreurs du passé ne sont certes pas nécessairement appelées à se reproduire aujourd'hui, mais doivent rendre circonspects. Surtout, il convient d'insister sur le fait que le problème potentiel des limites tient moins au caractère exponentiel d'un phénomène qu'au risque éventuel d'en atteindre brutalement les limites théoriques à brève échéance. Aussi bien pour la population que pour la croissance économique ou la dette souveraine, lorsque l'essentiel de l'argument porte sur la vitesse « affolante » d'une croissance exponentielle et non sur un calcul argumenté et incontestable des limites, alors nous ne sommes bien souvent dans rien de plus qu'une rhétorique irrationnelle.

Le sophisme des épinards

Dans son célèbre *Dictionnaire des idées reçues*, Gustave Flaubert rappelle un joli sophisme dû à Henri Monnier :

> ÉPINARDS – [...] « Je ne les aime pas, j'en suis bien aise, car si je les aimais, j'en mangerais, et je ne puis pas les souffrir. » (Il y en a qui trouveront cela parfaitement logique et qui ne riront pas.)

Ce sophisme apparaît sous une forme à peine moins rustique chez certains qui attendent la catastrophe exponentielle comme d'autres attendent Godot. Voyons une fois encore le rapport Meadows, qui mentionne la valeur du produit national brut en 1968 des dix pays alors les plus peuplés, puis une valeur extrapolée pour l'an 2000 sur la base de la croissance observée de chacun de ces pays durant la période 1961-1968. Puisque les pays les plus riches partent de plus haut et se sont enrichis plus vite durant les années 1960, la croissance exponentielle creuse les écarts, non sans indigner par avance les auteurs. Ceux-ci se « rassurent » toutefois en insistant sur le caractère déraisonnable de ces projections proportionnelles : « La plupart des gens rejettent intuitivement et correctement de telles extrapolations, dont les résultats sont manifestement absurdes. »

Le tableau suivant reprend les valeurs avancées par *The Limits to Growth*, avec une colonne supplémentaire *(à droite)* qui correspond aux observations réelles.

Pays	**PNB par habitant en 1968 (en dollars américains de 1968)**	**« Extrapolation absurde » pour l'an 2000**	**Valeur réelle en l'an 2000** [1]
Chine	90	100	920
Inde	100	140	220
Union soviétique	1 100	6 330	-
États-Unis	3 980	11 000	7 750
Pakistan	100	250	170
Indonésie	100	130	370
Japon	1 190	23 200	2 870
Brésil	250	440	530
Nigeria	70	60	110
Allemagne de l'Ouest	1 970	5 850	-

1. Pour la méthode de calcul, voir les notes de fin de chapitre. Pour l'ex-Union soviétique, les statistiques dont pouvaient disposer l'équipe Meadows étaient à l'évidence de la pure propagande, ce qui rend toute comparaison fallacieuse. Quant à l'Allemagne de l'Ouest, sa réunification avec l'Allemagne de l'Est en 1990 rend le calcul délicat.

Difficile d'imaginer revers plus impitoyable pour les apôtres de la peur de l'exponentielle : alors que Meadows croyait discréditer l'« intenable » modèle de croissance proportionnelle, tous les pays pauvres ont connu une augmentation de leur richesse au moins du même ordre, et le plus souvent *bien plus rapide* que les extrapolations censées aller « évidemment » trop vite. Sans avoir atteint les 11 000 promis par le calcul, les États-Unis et leurs 7 750 dollars par habitant n'ont guère à rougir de leur performance. Finalement, n'est significativement en dessous des extrapolations que le seul Japon, qui n'a en trente ans multiplié sa richesse nationale « que » par 2,4.

Il y a cinq cents ans, il eût été inconcevable que la population mondiale augmentât de l'ordre de 180 000 individus *chaque jour*. Cela eût représenté une croissance annuelle considérable, de l'ordre de 13 %, à l'évidence intenable pour les capacités productives de l'époque. Tel n'en est pas moins le rythme actuel approximatif de l'évolution démographique mondiale, sans que, fort heureusement, l'on ne compte chaque jour 180 000 personnes supplémentaires en dessous du seuil de pauvreté.

Affirmer comme impossible la poursuite d'une évolution exponentielle sur la base de ce que nous sommes aujourd'hui relève de la même confusion que celle du personnage de Monnier. Il est impossible d'affirmer à partir de la seule exponentielle que 2 % de croissance économique sera plus difficile à obtenir demain qu'aujourd'hui car bien que cela implique une croissance absolue pour l'instant inconcevable, cette croissance se produira en son temps, c'est-à-dire lorsque le développement aura été tel qu'il le rendra *à ce moment-là* envisageable.

Insistons encore sur le fait qu'il ne s'agit pas ici de nier l'existence de limites à tel ou tel type de croissance, mais seulement de corriger un certain nombre d'erreurs dans l'utilisation de l'exponentielle. Ces erreurs conduisent trop souvent à mettre exagérément l'accent sur sa « croissance fulgurante », affaiblissant d'autant les raisonnements, qui se trouvent ainsi sapés par de multiples chausse-trappes qui ne se réduisent pas au seul biais exponentiel. Contrairement à ce que pense Donella Meadows, les environnementalistes sont tout autant victimes que les autres des mirages de l'exponentielle qu'ils croient si bien connaître. Lorsque les Ehrlich, s'affolant de la croissance supposée exponentielle de la démographie mondiale, affirment que « nous devons être alertés des propriétés traîtresses de cette sorte de croissance », ils ne croient pas si bien dire.

Notes bibliographiques du chapitre VI

Sur l'expérience de Thalès, les sources les plus anciennes sont rassemblées dans Jean-Paul Dumont (dir.), *Les Présocratiques*, Paris, Gallimard, 1988.

Les citations du rapport Meadows (*op. cit.*) figurent en p. 31 (« *vicious cercle* »), 22 (sur l'urgence, ainsi que sur le niveau de précision « suffisant » de leur « modèle du monde »), 30 (sur l'exponentielle qui « implique des éléments qui changent au fil du temps »), et 42-43 (sur le calcul des PNB des pays les plus peuplés).

Pour le bilan de Graham Turner sur le rapport Meadows, voir « A Comparison of *The Limits ot Growth* with 30 Years of Reality », *Global Environmental Change*, 18/3, août 2008, p. 397-411.

Les propos de Jean Jouzel sont tirés d'une interview accordée à Marielle Court le 19 mars 2010, « Interview : Jean Jouzel répond au "Mythe climatique" de Benoît Rittaud », http://blog.lefigaro.fr/climat/2010/03/-cest-lautre-auteur-sceptique.html.

Le rapport Charney, qui contenait les mêmes affirmations et incertitudes sur le climat qu'aujourd'hui dès 1979, se trouve en accès libre sur Internet à l'adresse http://www.atmos.ucla.edu/~brianpm/charneyreport.html.

La *chutzpah* de Trenberth est parue dans « More Knowledge, Less Certainty », *Nature Reports Climate Change*, publié en ligne le 20 janvier 2010 (doi : 10.1038/climate.2010.06).

Les propos angoissés de Paul et Anne Ehrlich figurent dans « Can a Collapse of Global Civilization be Avoided ? », *Proceedings of the Royal Society B*, 280/1754, 2013. Pour les « propriétés traîtresses » de l'exponentielle, voir *The Population Explosion*, *op. cit.*, chap. I.

L'escalier des milliards évoqué par les Nations unies apparaît dans *The World at Six Billion*, United Nations, 1999, p. 3 (http://www.un.org/esa/population/publications/sixbillion/sixbillion.htm).

Pour les travaux de Britney Gallivan sur le pliage des feuilles de papier, voir « Folding Paper in Half 12 Times », http://www.pomonahistorical.org/12times.htm.

Sur l'évolution du nombre de publications scientifiques au fil du temps jusque dans les années 1960, voir Derek de

Solla Price : *Science since Babylon*, New Haven, Yale University Press, 1961 ; *Little Science. Big Science*, New York, Columbia University Press, 1963 ; « The Fundation of Scientific Policy », *Nature* 206, 1965, p. 233-238. Pour l'actualisation des résultats jusqu'en 2010, voir Peder Olesen Larsen et Markus von Ins, « The Rate of Growth in Scientific Publication and the Decline in Coverage Provided by Science Citation Index », *Scientometrics* 84/3, 2010, p. 575-603.

Flaubert cite un peu imparfaitement le sophisme originel des épinards de Monnier : « Je n'aime pas les épinards, et j'en suis bien aise ; je les aimerais, j'en mangerais, et je ne puis pas les sentir » (*Physiologie du bourgeois*, Paris, Aubert, 1841, p. 16).

Il est difficile de déterminer exactement les valeurs des PNB en 2000 des pays retenus par le rapport Meadows, car le mode de calcul de la richesse n'est plus le même qu'à l'époque (le PNB a été remplacé par le PIB dans les années 1990), les frontières de ce qui fut l'Union soviétique, de l'Allemagne de l'Ouest et du Pakistan ne sont plus les mêmes, et toutes les données ne sont pas disponibles (et sont parfois peu fiables). Pour chacun des pays calculés, la valeur proposée est l'arrondi à la dizaine la plus proche de la valeur $\text{PIB}_{2000} \times \text{PNB}_{1968} / \text{PIB}_{1968}$, où PIB_{2000} (resp. PIB_{1968}) désigne le PIB par habitant en 2000 (resp. en 1968) en dollars américains constants de 2000 selon les statistiques de la Banque mondiale (*via* Google Public Data : google.fr/publicdata) et PNB_{1968} la valeur du PNB par habitant de 1968 donnée dans le rapport Meadows. Notons qu'en 1968 le Pakistan ne faisait qu'un avec le Bangladesh. Malgré leurs imprécisions, ces valeurs sont suffisantes pour donner une idée raisonnable de l'évaluation de la richesse par habitant des pays considérés par *The Limits to Growth*. Le cas de l'Allemagne de l'Ouest, pour laquelle des données fiables existent, mériterait un traitement particulier pour tenir compte des coûts considérables de la réunification. À titre indicatif, mais sans qu'il faille accorder trop de valeur au résultat, en prenant pour PIB_{2000} et PIB_{1968} les valeurs pour l'Allemagne entière (remplaçant pour l'occasion PIB_{1968} par PIB_{1970}, plus ancienne donnée disponible) et PNB_{1968} la valeur pour la seule Allemagne de l'Ouest donnée dans le rapport Meadows, on obtient 3 800 dans la troisième colonne du tableau, une valeur qui doit donc être considérée avec une prudence toute particulière.

Chapitre 7
Achever l'exponentielle

Le siège de Rhodes

Nous sommes au IVe siècle avant notre ère, soit deux cents ans après Thalès, et à quelques centaines de kilomètres au nord de la Pyramide dont le savant grec réalisa une mesure indirecte. Callias, un architecte venu d'Arados (aujourd'hui Arouad, petite île de Syrie), vient proposer ses services à la cité grecque de Rhodes. Pour montrer l'étendue de son talent, il présente le modèle réduit d'une machine qui, disposée sur un rempart, permet de soulever et d'emporter une hélépole [1]. Admiratifs, les Rhodiens enrôlent sur-le-champ cet architecte capable de prodiges.

Quelque temps plus tard, le général macédonien Démétrios lance sur Rhodes une attaque de grande

1. Une hélépole est une tour mobile, en usage à l'époque pour mener l'assaut d'une muraille.

envergure, marquant le début d'un siège qui sera l'un des plus grands épisodes guerriers de l'histoire – pourtant fort belliqueuse – de la Grèce antique. Pour faire face à la menace, les Rhodiens se tournent vers Callias et lui implorent de fabriquer sans plus attendre sa fameuse machine, grandeur nature cette fois. Vitruve, trois siècles plus tard, nous raconte la suite :

> [Callias] leur déclara qu'il ne pouvait le faire, d'autant que toutes les choses ne s'exécutent pas de la même manière ; qu'il y a effectivement des machines qui produisent, quand elles sont exécutées en grand, le même effet qu'a produit leur petit modèle ; qu'il y en a d'autres qu'on ne peut représenter par un modèle, mais qu'il faut voir exécutées ; qu'enfin il y en a qui semblent devoir produire beaucoup d'effet quand on en voit le modèle, mais qui ne réussissent pas quand on les exécute en grand. Qu'il est facile de se convaincre de cette vérité, si l'on considère combien il est aisé de faire avec une tarière [1] un trou de la grandeur d'un demi-doigt, d'un doigt ou d'un doigt et demi ; et qu'il devient difficile, au-delà de toute expression, de chercher à le faire d'une palme ; qu'il ne peut même pas entrer dans la pensée de tenter d'en percer un d'un demi-pied ou plus : qu'ainsi, quoiqu'il paraît que ce qu'on a fait avec un petit modèle puisse aussi s'exécuter dans une grandeur médiocre, on ne peut néanmoins le faire réussir en grand.

Cette anecdote est peut-être la toute première attestation d'une contestation du principe euclidien d'invariance d'échelle. Il eut certes été préférable qu'elle ne fût pas menée par le larron Callias, d'autant que, ironie de l'histoire, c'est en souvenir de ce siège mémorable qui dura plus d'un an que les défenseurs, finalement vain-

1. Une tarière est une vis sans fin munie de poignées. Dans l'Antiquité, cet outil servait surtout à creuser le bois.

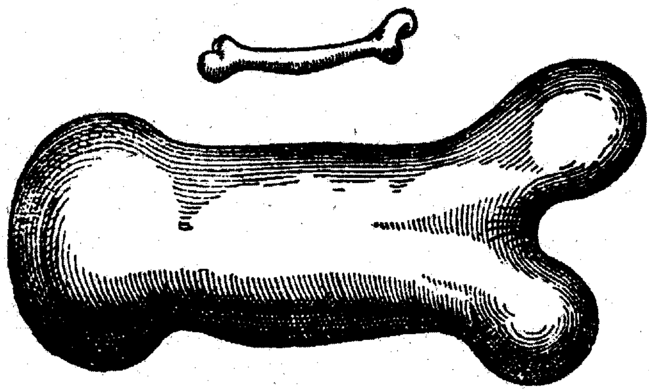
queurs, érigèrent cet hommage implicite à la proportionnalité qu'est le fameux Colosse de Rhodes.

Dans ses carnets, Léonard de Vinci revient sur l'épisode. Tout en s'opposant frontalement aux propos de Vitruve, il traite le sujet de façon beaucoup plus moderne, en lui donnant un tour quantitatif :

> [j]e me propose de montrer ci-dessous que sa conclusion [celle de Vitruve] est fausse [...]. Il montre [au sujet de la tarière] que si la puissance d'un homme a fait un trou d'un certain diamètre, un trou du double de ce diamètre ne pourrait être fait ensuite en doublant la puissance de cet homme, mais qu'il y faudrait beaucoup plus. À cela, on peut très bien objecter que la tarière deux fois plus grande ne saurait être mue par le double de puissance, attendu que la surface d'un corps de même forme et de taille double est quadruple de l'autre [...].

Ce n'est qu'après avoir été critiqué dans ces domaines appliqués que sont l'architecture et l'ingénierie que le principe de relativité euclidienne est questionné de façon plus théorique. Galilée, au début du XVII^e^ siècle, met côte à côte deux os appartenant à deux animaux de tailles différentes et remarque qu'ils ne sont pas proportionnels : l'os de l'animal plus grand est beaucoup plus épais que le serait un simple agrandissement du plus petit.

Galilée explique que pour remplir sa fonction qui est de permettre au corps de se tenir debout, la résistance du squelette doit être proportionnelle à la masse totale à soutenir, elle-même pour l'essentiel proportionnelle au *volume* du corps. Or la résistance d'un os est, elle, plutôt proportionnelle à sa « section efficace », c'est-à-dire à la *surface* du disque que l'on matérialiserait en sciant l'os perpendiculairement à son axe.



Ces deux éléments en tête, que se passe-t-il lorsqu'on réalise l'expérience de pensée qui consiste à multiplier par dix la taille d'un animal donné, en préservant ses proportions ? Les volumes, comme on le sait, varient comme le *cube* des longueurs, et les surfaces comme leur *carré*. En décuplant sa taille, notre animal augmentera donc sa masse d'un facteur mille (10^3, soit $10 \times 10 \times 10$) tandis qu'il n'augmentera la section efficace de ses os que d'un facteur cent (10^2, soit 10×10). La résistance du squelette aura donc augmenté beaucoup moins que la masse totale à supporter : bien qu'ayant la même forme, notre animal agrandi dispose d'un squelette beaucoup plus fragile. Voilà pourquoi il est nécessaire qu'un gros animal ait des os proportionnellement beaucoup plus épais qu'un petit. Un géant aux mêmes proportions qu'un être humain tel que le Colosse de Rhodes ne pourrait pas se tenir debout.

Les fameux Lilliputiens du roman de Jonathan Swift, supposés parfaitement proportionnels à un humain normal, auraient donc, eux, un squelette particulièrement résistant, mais leur anatomie ne les mettrait pas à l'abri d'autres soucis. En particulier, leur volume étant proportionnellement plus petit que leur surface extérieure, ils auraient tendance à perdre leur chaleur beaucoup plus vite que Gulliver, leur visiteur humain. La vraisemblance conduirait donc à leur imaginer une abondante pilosité protectrice, à l'instar de celle des petits animaux à sang chaud comme les souris.

Ces considérations toutes simples suffisent à montrer que le monde dans lequel nous vivons ne se réduit pas à des questions de proportions. Point n'est besoin pour cela d'invoquer des lois spécifiques aux grandes tailles ou aux petites. Ce n'est pas en vertu de la physique atomique ou de la mécanique quantique qu'un Lilliputien ne peut avoir les mêmes proportions qu'un humain, l'évolution comparée des volumes et des surfaces est à elle seule une raison suffisante.

Le fait qu'il ne soit pas possible de décupler la taille d'un homme sans affecter la structure de son squelette ne démontre pas qu'aucun phénomène du monde réel ne suit une croissance exponentielle, mais met en évidence les limites du prisme de la proportionnalité. Un bébé n'est pas un simple adulte en miniature, le grand n'est pas un simple agrandissement du petit. Et ce n'est pas nécessairement en se cognant violemment contre ses limites qu'un phénomène cesse de croître. Aux premiers temps de la vie sur Terre, les organismes sont monocellulaires.

Évolution aidant, ces cellules deviennent de plus en plus grosses, allant jusqu'à constituer de véritables usines captant de l'extérieur les matières premières qu'elles transforment. Or la capacité productive d'une cellule est, grossièrement, fonction de son volume, tandis que son aptitude à absorber des matières premières et à rejeter ses déchets est plutôt fonction de sa surface extérieure. Pour une raison similaire à celle des squelettes des animaux, il y a donc une limite supérieure à la taille possible d'une cellule. Cela n'a pas arrêté l'évolution pour autant, qui s'est simplement tournée vers d'autres voies (les phagocytes, puis les multicellulaires).

Toute courbe est-elle une droite ?

La fascination pour le modèle exponentiel conduit certains de ses promoteurs, tout spécialement les alarmistes néomalthusiens, à des contorsions dont l'une consiste à « faire varier la base ». Pour comprendre ce dont il s'agit, considérons la suite que voici :

1, 2, 4, 8, 16, 32, 48, 72, 108, 162, 243.

Le début, jusqu'à 32, fait penser à la suite des puissances de deux, mais les termes suivants à partir de 48 forcent à réviser ce jugement. Après le terme 32, chaque nouveau terme s'obtient en multipliant le précédent par 1,5 et non plus par 2. Pour décrire la succession des termes, l'on dira donc qu'elle commence comme une suite géométrique de raison 2, puis qu'elle se poursuit comme une suite géométrique de raison 1,5. Ce n'est pas une suite géométrique à proprement parler, mais plutôt la « concaténation » de deux. Une telle description est potentiellement utile, surtout si l'on est capable d'identifier une cause précise au changement de régime.

Malgré sa discontinuité après 32, cet exemple se décrit donc très bien par le langage des suites géométriques. Malheureusement, lorsqu'on a affaire à des données statistiques tirées du monde réel, les choses sont rarement aussi tranchées. Les changements de régime sont plus ou moins nets et plus ou moins nombreux. Les mathématiques, bonnes filles, autorisent certes à multiplier les rustines qui permettent de préserver en apparence le caractère « géométrique » d'une suite. Le problème, c'est qu'à ce petit jeu, *n'importe quelle suite croissante* devient peu ou prou « géométrique ». Même une suite comme 1, 2, 3, 4, 5, 6... y passe : il suffit de dire qu'elle commence comme une suite géométrique de raison 2 (passage de 1 à 2), qu'elle continue comme une suite géométrique de raison 1,5 (passage de 2 à 3), puis de raison 1,33 (passage de 3 à 4), et ainsi de suite. L'usage fréquent, pour ne pas dire permanent, de cette boîte de Pandore de la facilité mathématique est parfois à peine moins caricatural. L'exponentielle y remplace les suites géométriques lorsque le contexte est continu et non plus séquentiel, mais le fond est le même, qui conduit à l'orwellienne *doublepensée* mathématique d'une croissance à la fois exponentielle et non exponentielle. Le rapport Meadows, inépuisable source, nous explique qu'« avant la révolution industrielle, la population croissait exponentiellement, mais à un rythme très lent et inégal », après s'être alarmé des chiffres de plus en plus affolants de la population mondiale en ces termes :

> C'est ainsi que non seulement la population a crû exponentiellement, mais le rythme de cette croissance a également crû.

Passons sans nous attarder sur la vieille rengaine du « c'est encore pire que prévu ». L'obsession exponentielle du rapport Meadows trouve ici son paroxysme le plus risible. Qui donc, face à une courbe quelconque, en parlerait comme d'une « droite de direction changeante » sous prétexte que, au voisinage immédiat de chacun de ses points, elle ressemble à un trait droit ? Eh bien parler d'exponentielle en faisant varier sa base (l'équivalent en temps continu de la raison des suites géométriques) revient très exactement à la même aberration mathématique.

Nous l'avons vu dans les chapitres précédents, les promoteurs de la pensée exponentielle aiment à se moquer de la pensée linéaire. Un raccourci tentant consiste à décider que si un phénomène n'est pas linéaire, c'est qu'il est exponentiel : hors de l'additif et du multiplicatif, point de salut. Une telle position de principe est très nette dans le rapport Meadows, qui place l'exponentielle au cœur de son argumentaire de façon si floue qu'on la remplacerait aisément par à peu près n'importe quoi d'autre en croissance suffisamment rapide. De même, Hansen, dans son article de 2007 qui pronostique une hausse de cinq mètres du niveau de l'Océan (voir chap. II), confond visiblement l'exponentiel avec le non-linéaire.

L'additif et le multiplicatif se rejoignent dans leurs abus : les mêmes types d'excès caractérisent la pensée linéaire et la pensée proportionnelle. Du point de vue mathématique, les deux sont fondamentalement identiques, *via* la notion de *logarithme* que, avec un peu d'humour et pour nous épargner une définition technique inutile, peut se voir comme le pont qui fait passer du simplisme exponentiel au simplisme linéaire. La différence entre les deux abus est d'ordre psychologique ou perceptif, et non mathématique. Si le biais exponentiel n'a certes pas son équivalent linéaire, le réductionnisme exponentiel, en revanche, est une copie presque conforme du réductionnisme linéaire que l'on se complaît si souvent à dénoncer. Oui, la pensée proportionnelle permet de bien poser certains problèmes, mais vouloir tout voir à partir d'elle conduit vite à des aberrations. Un exemple aussi drôle que pathétique est donné par un événement qui s'est produit au ministère français de l'Intérieur en 2006 : alerté par l'augmentation considérable de 71 % de la violence dans le département de la Lozère, le ministre d'alors, Nicolas Sarkozy, convoqua le préfet pour lui dire son insatisfaction. Il s'est ensuite avéré que cette augmentation record correspondait à 12 faits de violence (contre 7 l'année précédente), une augmentation pour l'essentiel imputable à une seule et même personne coupable d'avoir volé ici et là une paire de chaussettes, un paquet de bonbons et quelques magazines. Le pourcentage n'est pas tout, parfois l'évolution absolue fait davantage sens que l'évolution relative.

Darwin, Wallace

La naissance de la théorie de l'évolution a partie liée à la question de la croissance exponentielle. Aussi bien Charles Darwin qu'Alfred Wallace, codécouvreur de la théorie, s'inspirent de Malthus pour avancer leurs idées. Tous deux endossent l'idée d'une croissance géométrique des espèces vivantes tant que rien ne vient limiter leur expansion, et en déduisent la nécessité d'un mécanisme régulateur. Tous deux s'émerveillent des quantités prodigieuses si vite produites par les suites géométriques : Wallace réinvente avec des oiseaux le jeu consistant à recouvrir la terre avec une espèce (voir chap. X), Darwin fait de même avec des éléphants et rappelle que Linné l'avait fait aussi avec des plantes. L'auteur de *L'Origine des espèces* va toutefois plus loin qu'une simple récréation mathématique, car il donne des cas réels qui illustrent cette « augmentation si rapide, si extraordinaire [...] dont les résultats ne manquent jamais de surprendre ». Ainsi,

> Si l'on n'avait des données authentiques sur l'augmentation des bestiaux et des chevaux – qui cependant se reproduisent si lentement – dans l'Amérique méridionale et plus récemment en Australie, on ne voudrait certes pas croire aux chiffres que l'on indique. Il en est de même des plantes ; on pourrait citer bien des exemples de plantes importées devenues communes dans une île en moins de dix ans.

Darwin constate, bien sûr, qu'après un tel développement suit une période plus stable. Chercherait-il donc à expliquer le mécanisme qui fait que Malthus se trompe, puisqu'il dispose de cas où la croissance exponentielle initiale ne débouche pas sur une crise démographique ? Darwin, au contraire, explique que sa présentation « est la doctrine de Malthus appliquée avec une intensité beaucoup plus considérable à tout le règne animal et végétal, car il n'y a là ni production artificielle d'aliments, ni restriction apportée au mariage par la prudence. » Ne faisant qu'une différence mineure entre l'homme et l'animal, le malthusianisme évolutionniste de Darwin le rapproche ici dangereusement de ce darwinisme social qu'il dénonce pourtant par ailleurs.

Wallace, lui, voit les choses sous un jour moins équivoque, et à bien des égards beaucoup plus moderne[1] :

> L'action de ce principe est exactement comme celle du régulateur centrifuge d'un moteur à vapeur, qui vérifie et corrige toutes les irrégularités presque avant qu'elles ne soient visibles ; et de manière semblable aucune insuffisance déséquilibrée dans le règne animal ne peut jamais atteindre d'ampleur manifeste, car elle se ferait sentir à la toute première étape, en rendant l'existence difficile et l'extinction à venir presque sûre.

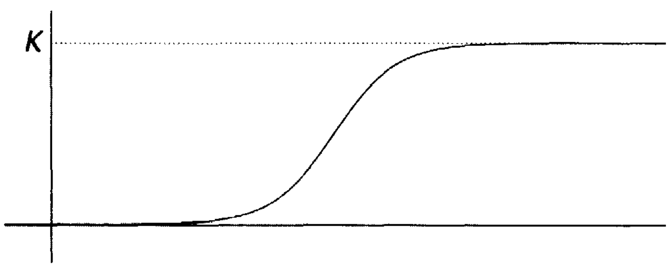
Quelques années plus tôt, de l'autre côté de la Manche, d'autres lecteurs de Malthus tentent eux aussi

1. Bien qu'il ne faille pas interpréter ses propos comme voyant l'évolution suivre un long fleuve tranquille, car il y a un monde entre l'immobilisme fantasmé d'un « équilibre naturel » et l'état de catastrophe globale quasi permanente qu'induiraient des lois du vivant uniquement fondées sur l'exponentielle. De même, si le simple passage de 0,03 % à 0,05 % de gaz carbonique dans l'atmosphère est susceptible, *via* les rétroactions positives, de bouleverser la biodiversité au point où on le GIEC nous l'annonce, alors une question de la plus haute importance est de savoir par quel miracle la Terre n'a connu que cinq extinctions massives d'espèces en près de quatre milliards d'années.

de réconcilier l'engorgement exponentiel théorique avec la réalité. C'est en Belgique que deux mathématiciens reprennent enfin la question de savoir ce qui se passe lorsqu'une croissance exponentielle doit s'achever. Il était grand temps. Avec Adolphe Quetelet puis son élève Pierre-François Verhulst, l'exponentielle va perdre de sa superbe au profit d'une courbe d'un genre nouveau : la *logistique*.

« L'on s'est peut-être exagéré les dangers que courait la société, affirme Quetelet, en ne trouvant pas assez de garanties dans l'action des obstacles contre le mal dont la vitesse effrayante suivait la progression géométrique. » Difficile de s'en prendre à Malthus de façon plus frontale… et pourtant Quetelet, qui connaissait personnellement Malthus, ne s'en est jamais déclaré l'adversaire, et s'en voulait au contraire le continuateur. Désireux de mathématiser les obstacles qui s'opposent à une croissance exponentielle indéfinie d'une population, Quetelet a recours à l'analogie physique de la résistance qu'exerce par exemple l'air ambiant au mouvement des corps, proportionnelle au carré de leur vitesse. Toutefois, il n'est pas allé plus loin, et pour disposer d'une mathématisation précise il faut attendre Verhulst (d'ailleurs tout aussi malthusien que son maître). L'intention mathématique de Verhulst est la même que celle de Wallace : trouver par quel moyen un mécanisme régulateur « doux » permet d'éviter la rupture malthusienne qui résulte inévitablement d'une croissance exponentielle pure. Le taux d'accroissement n'étant plus constant, le problème est de savoir comment le faire varier de façon réaliste.

L'hypothèse que propose Verhulst est que cette variation dépend du nombre atteint par la population elle-même : plus la population est nombreuse, moins elle est disposée à s'accroître encore. À mesure que la population augmente, son taux d'accroissement, lui, doit donc avoir tendance à diminuer. Verhulst ne prétend pas savoir comment : il étudie plusieurs possibilités, pour finalement constater que leurs résultats ne diffèrent pas beaucoup les uns des autres. Celle qui est passée à la postérité correspond à l'hypothèse mathématiquement la plus simple, dans laquelle le taux d'accroissement baisse en proportion directe de la population totale[1]. Voici la courbe qui s'en déduit.



1. Une manière (un peu différente de celle de Verhulst) d'écrire l'équation différentielle correspondant à cette hypothèse est : $p'(t)=r\times(1-\frac{p(t)}{K})\times p(t)$, où $p(t)$ est la population à l'instant t, $p'(t)$ le taux d'accroissement de cette même population au même instant t, r le taux d'accroissement relatif qui serait observé en l'absence de force de rappel (c'est-à-dire, par exemple, le pourcentage d'augmentation annuelle dans le modèle purement malthusien), et enfin K la ***capacité limite***, c'est-à-dire le maximum de population que le milieu peut contenir. La solution générale de cette équation, qui ne posait plus aucun problème depuis longtemps à l'époque de Verhulst, s'écrit $p(t)=K/(1+ae^{-rt})$, où a est une valeur qui se calcule à partir de K et de la population initiale $p(0)$ (cette dernière étant ici supposée inférieure à K). Cette solution est une variante d'une fonction classique, la ***tangente hyperbolique***.

Comme on le voit, après un premier temps qui se confond presque avec une croissance exponentielle, la courbe s'incurve, pour finalement devenir presque horizontale et demeurer éternellement bloquée sous une valeur limite *K*, nombre maximal d'individus que peut contenir le milieu. À mesure que la population s'approche de *K*, sa croissance ralentit, faisant s'évanouir les craintes malthusiennes d'apocalypse. (Voir toutefois l'appendice au chap. X.)

En quelque sorte, la force de rappel conçue par Quetelet et mise en forme par Verhulst est une prise de judo faite au modèle exponentiel, qui utilise l'élan vertical initial pour le réorienter insensiblement à l'horizontale. Ses inventeurs ont eu beau afficher leur soutien à Malthus, ils n'en ont pas moins fourni à ses adversaires les armes mathématiques les plus efficaces pour le combattre. Un siècle et demi après Verhulst, il faut vraiment s'appeler Ehrlich pour être démographe et supposer sans broncher que la population mondiale ne saurait croître que de façon purement exponentielle. Et il est tout de même curieux de devoir constater combien, à peu près en même temps que celui-ci publiait *La Bombe P*, le jeune auteur qu'était alors Michael Crichton expliquait les choses d'une manière bien plus posée dans l'un de ses premiers romans de science-fiction, *La Variété Andromède* :

> Les chiffres d'une croissance incontrôlée sont effrayants. Une simple cellule d'*E. coli*, dans des circonstances idéales, se diviserait toutes les vingt minutes. Cela n'est pas particulièrement troublant quand on y pense, mais le fait est que les bactéries se multiplient

géométriquement : une devient deux, deux deviennent quatre, quatre deviennent huit et ainsi de suite. On peut démontrer de cette façon qu'en un seul jour, une cellule isolée d'*E. coli* produirait une supercolonie égale en poids et en dimension à la planète Terre. Cela ne se produit jamais, pour une raison parfaitement simple : la croissance ne peut se poursuivre indéfiniment dans des « circonstances idéales ». Il y a disette de nourriture. D'oxygène. Les conditions locales de la colonie se modifient et contrôlent la croissance des organismes.

Le plus haut possible

Tombée dans l'oubli après Verhulst, l'équation logistique est redécouverte par Raymond Pearl et Lowell Reed dans les années 1920 pour être appliquée à la démographie animale et humaine avec un enthousiasme qui n'est pas sans rappeler celui de Malthus pour le modèle exponentiel. Les démographes sont heureusement plus prudents aujourd'hui sur la question.

Quoi qu'il en soit de ses multiples défauts, la logistique présente une supériorité incontestable sur l'exponentielle. Elle possède aussi un indéniable attrait intellectuel, car elle réconcilie habilement l'intuition exponentielle avec la contrainte d'un milieu fini, selon une mathématisation qui ne fait place à aucun *deus ex machina* qui viendrait interrompre le cours normal de la croissance (c'est-à-dire à aucune rupture temporelle dans le modèle[1]). D'un point de vue plus mathématique, l'on

1. L'équation logistique est une équation différentielle dite *autonome* : les lois du système qu'elle modélise sont indépendantes du temps.

peut montrer que, en un certain sens, le modèle logistique est le troisième niveau de modélisation de phénomènes physiques, à la suite des modèles linéaire et exponentiel.[1]

Aujourd'hui élément incontournable de la boîte à outils du modélisateur, la logistique s'y trouve aux côtés de nombreuses variantes. Ces diverses « courbes sigmoïdales » sont couramment utilisées non seulement en démographie, mais aussi en épidémiologie (étude de la diffusion d'une maladie), en sciences sociales (analyse de la propagation d'une rumeur) ou encore en marketing (courbe des ventes d'un nouveau produit).

L'une des principales questions que pose le modèle logistique et ses variantes porte sur la « capacité limite », c'est-à-dire la valeur asymptotique, souvent notée K, atteinte par la courbe. Cette valeur K exprime le maximum possible pour une espèce donnée, qu'il s'agisse d'une espèce dans son écosystème en dynamique des populations ou d'une population-cible dans le cadre d'une étude de marché. On peut aussi (nous y revien-

1. Je dois à Jean-Marc Lévy-Leblond la remarque suivante : soit un phénomène p décrit par une équation différentielle de la forme $p'(t) = F(p(t))$, où F est la fonction définissant le système. L'approximation à l'ordre 0 du système conduit à remplacer $F(p(t))$ par une constante a (égale à $F(0)$), ce qui donne $p'(t) = a$, qui est le modèle linéaire (dans lequel $p(t)$ est de la forme $p(t) = at+p(0)$). L'approximation de F à l'ordre 1 conduit à approcher le système $p'(t) = F(p(t))$ par $p'(t) = a+bp(t)$, qui est un modèle exponentiel (les solutions s'écrivent $p(t) = ke^{bt}-a/b$). Enfin, l'approximation à l'ordre 2 de F donne $p'(t) = a+bp(t) +c(p(t))^2$; selon les valeurs de a, b et c, la solution p a différentes formes possibles, l'une d'elles correspond au modèle logistique (l'autre est un modèle *explosif* : cf. chap. XV, n. 88).

drons au chap. VIII) envisager K comme la quantité ultime disponible d'une ressource naturelle donnée, et considérer la logistique comme décrivant la production cumulée au fil du temps.[1]

Le modèle logistique est très souvent utilisé pour compenser les défauts du modèle exponentiel. De même que deux points suffisent pour déterminer une droite et que trois points suffisent pour déterminer un cercle, il suffit de trois points pour déterminer la forme d'une courbe logistique. En théorie donc, mesurer en trois instants différents l'évolution d'un phénomène logistique permet d'en déduire sa capacité limite. Comme souvent hélas, la pratique est moins conciliante. Si les observations disponibles sont situées plutôt à l'origine du phénomène, alors la différence avec un phénomène exponentiel est difficile, voire impossible à déceler, d'autant que les données du monde réel sont toujours entachées d'erreurs, d'imprécisions et de « bruits » de toute sorte. Se tromper dans l'estimation du moment où une logistique se séparera de son début exponentiel conduit à des prévisions très hasardeuses – et ce d'autant plus que la notion même de capacité limite n'a de sens que dans un milieu stable, une hypothèse le plus souvent intenable sur le long terme. Bien qu'il ne se soit pas agi d'un modèle logistique à proprement parler, rappelons-

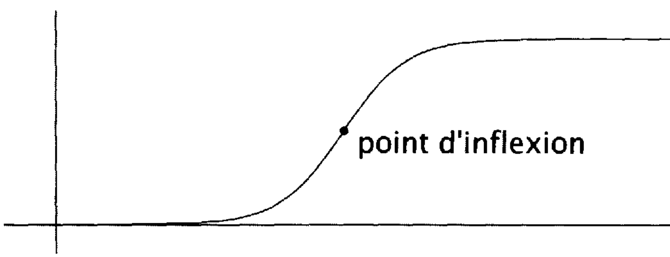
1. La courbe « en cloche » qui accompagne souvent les explications sur le « pic pétrolier » (à ne pas confondre avec la courbe de Gauss, d'allure voisine) représente, quant à elle, l'évolution de la production elle-même. Elle se déduit de la logistique par dérivation.

nous les annonces apocalyptiques du temps de la crise de la « vache folle », lorsque des centaines de milliers de décès à venir par la maladie de Creutzfeld-Jakob avaient été pronostiquées pour le seul Royaume-Uni – la réalité observée s'étant révélée de l'ordre d'une centaine de cas.

La dialectique de l'exponentielle et de la logistique fonctionne très souvent de la manière suivante : après avoir observé un phénomène dont le taux de croissance semble assez constant, l'on se dit, face à l'« explosion » promise par le modèle exponentiel, qu'il va falloir que quelque chose se passe qui ralentisse un jour la croissance. Souvent, ce jour est supposé tout proche, voir déjà passé. Le modèle logistique peut alors faire son entrée, fréquemment par le biais de la recherche de cette fameuse « capacité limite » K, qu'il est en général impossible de déterminer avec exactitude et se fait donc rapidement auberge espagnole tant les spéculations les plus hasardeuses se déploient pour en proposer une valeur.

Le centre de l'histoire

Une caractéristique importante de la courbe logistique, qu'elle partage avec toutes ses variantes et qui la distingue de l'exponentielle, est l'existence d'un point particulier appelé *point d'inflexion*. Pour le localiser, imaginons que la courbe soit une route (vue de dessus) le long de laquelle roule un automobiliste dans la direction des temps croissants. Au début, lorsque la courbe ressemble à une exponentielle, le conducteur se trouve dans ce qui est pour lui un virage à gauche. Au bout d'un moment, il atteint alors un point après lequel il a affaire à un virage à droite. Pour bien suivre la route, notre pilote est donc amené à tourner progressivement son volant de la gauche vers la droite. Il y aura un point précis où le volant sera donc exactement droit, c'est le point où le virage change de sens. On parle de *changement de concavité* : c'est là que se trouve le point d'inflexion.



Dans la courbe logistique proprement dite, le point d'inflexion est aussi centre de symétrie de la courbe. Loin d'être considéré comme une qualité, l'élégance géométrique qui en résulte constitue plutôt un motif de critique, les phénomènes réels n'ayant pas de raison, en général, de montrer une telle symétrie. Les variantes de la logistique n'ont pas, en général, cette même beauté coupable, en revanche toutes possèdent un point d'inflexion (souvent unique, mais pas toujours).

Pour l'essentiel, le point d'inflexion est le seul lieu remarquable d'une courbe sigmoïdale. Imaginons donc que nous souhaitions représenter par une telle courbe l'évolution, des origines à la fin des temps, de la démographie mondiale – terme que réprouvent désormais les démographes sérieux pour qui la réunion de plusieurs populations ne constituent en rien un tout cohérent (pas plus que mélanger les climats des différentes régions du monde ne permet de parler de « climat global »). Entre le paradis originel et le jugement dernier, il va donc se trouver un seul instant remarquable, celui qui correspond au point d'inflexion de la courbe.

À votre avis, pour quelle époque nous promet-on cet événement unique ? Pour la nôtre, bien sûr... La *transition démographique* nous force à renoncer à l'apocalypse imminente, mais nous apporte un beau lot de consolation : nous voilà solidement plantés au seul point notable de l'histoire du monde. Les alertes aujourd'hui à la mode sur le « pic pétrolier » se placent très exactement dans cette même perspective, et l'attention nouvelle qui leur est portée tient pour beaucoup au fait que le point d'inflexion de la courbe de production mondiale est censé avoir été franchi tout récemment. Nous ne le savons pas encore, mais le train de l'histoire est déjà passé.

Plusieurs logistiques

Pic pétrolier, transition démographique... nous voilà donc bien installés au centre de la grande histoire du monde. En troquant l'exponentielle contre la logistique, n'a-t-on échappé à un mythe que pour plonger dans un second ? Disons plutôt que nous nous donnons l'occasion d'une meilleure approche de certains phénomènes, mais que cela ne doit pas diminuer notre vigilance : non seulement les courbes sigmoïdales n'expliquent pas tout (la quantité totale de pétrole extraite d'un puits au fil du temps n'a pas toujours, loin de là, la forme d'une courbe en cloche), mais il faut aussi se défier de la tentation d'utiliser les propriétés d'un modèle à des fins mythiques.

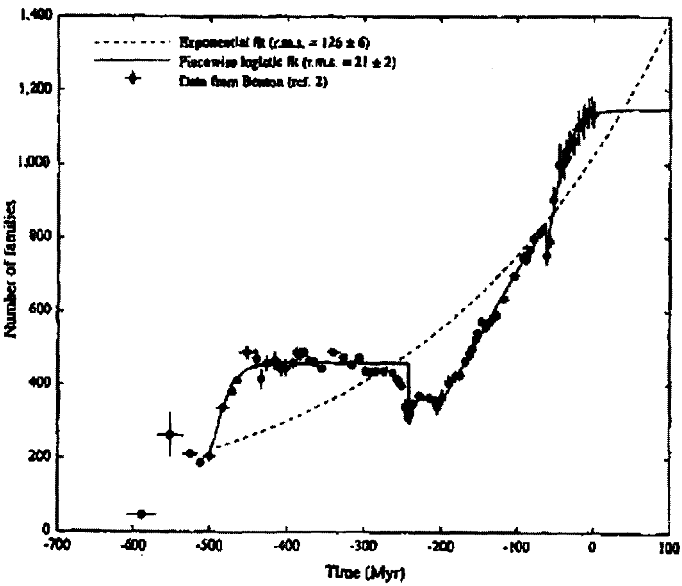
C'est là un principe à appliquer en toutes circonstances : il faut se méfier de tout raisonnement, de tout résultat et de toute observation qui nous place un peu trop au cœur des phénomènes. En 1960, Edward Deevey a fourni un moyen mathématique pour ne pas sombrer dans une pseudo-mystique de la logistique, nous expulsant du même coup du centre de la ligne du temps. Son idée, traitée dans le cadre de l'évolution de la démographie humaine, revient peu ou prou à envisager l'évolution de la population mondiale non pas comme une courbe sigmoïdale, mais comme une succession de trois : la première prend son essor lorsque l'homme apprend à domestiquer le feu et invente les premiers outils, la seconde se produit il y a quelques milliers d'années et tire sa source de la généralisation de l'agriculture et de l'élevage, la troisième, dans laquelle nous sommes toujours, prend naissance lors de la révolution industrielle et des avancées de la médecine et de l'hygiène.

Dans une telle perspective, le ralentissement actuel de la croissance de la population autorise à penser que nous ne sommes plus si loin d'avoir fini de tirer les bénéfices de tous ces progrès. Mais l'essentiel n'est pas de tenter une fois encore de prédire l'avenir dans quelque boule de cristal mathématique. Voir les choses à partir d'une succession de logistiques permet surtout de dissiper une bonne fois pour toutes nos prétentions inavouées à nous placer au centre de tout. Cela coupe court aussi à l'espoir naïf de mettre tout notre futur en équations différentielles, puisqu'il est évidemment impossible par les seules mathématiques d'anticiper la date de la prochaine révolution qui ferait repartir la courbe à la hausse – ou le prochain désastre de fond qui provoquerait une baisse.[1]

Un autre exemple que la population humaine est celui de la biodiversité. En 1995, Michael Benton propose, à partir d'une nouvelle base de données disponible, que le nombre d'espèces vivantes sur Terre croît exponentiellement (ce qui étonnera sans doute les prophètes de la peur du monde étroit sous sa déclinaison de « sixième extinction des espèces »), pronostiquant une hausse considérable du nombre d'espèces dans l'avenir géologique. L'auteur estime que « [s]i la croissance de la diversité a été exponentielle tout au long du Vendien et du Phanérozoïque, alors il n'y a pas besoin de postuler de niveau d'équilibre pour la diversité globale, ni d'utiliser des modèles logistiques pour étudier les modalités de la diversification passée. » Malgré cet avis, la dialectique de l'exponentielle et de la logistique ne tarde pas à reprendre ses droits : dès l'année suivante, Vincent Courtillot et Yves Gaudemer, à partir

1. D'un point de vue théorique, le modèle multi-sigmoïdal présente la faiblesse d'autoriser un nombre théoriquement illimité de paramètres ajustables, au point de diluer à l'infini ses capacités descriptive et explicative, à l'image de l'« exponentielle à base variable » évoquée au début de ce chapitre.

des mêmes données initiales, proposent un modèle constitué de plusieurs logistiques qui se suivent, la transition soudaine d'une logistique à la suivante correspondant à une extinction massive d'espèces.



Nombre de familles d'organismes marins en fonction du temps d'après Courtillot et Gaudemer (*Nature,* 381, 1996, p. 146). Les points sont ceux de la base de données de Benton. En pointillé : le modèle exponentiel de Benton. En plein : le modèle à quatre logistiques de Courtillot-Gaudemer. Les ruptures entre les logistiques proviennent de trois extinctions massives (Permien-Trias, Trias-Jurassique et Crétacé-Tertiaire). Le présent est au temps 0. (Notons que Benton, lui, ne prolonge pas ses courbes dans l'avenir.)

Contrairement au modèle de population de Deevey, le modèle de biodiversité de Courtillot-Gaudemer montre des logistiques qui ne vont pas toujours dans le sens du « toujours plus » : celle du Trias (entre – 252 et – 201 millions d'années) est plus basse que celle du Paléozoïque qui la précède. Le modèle conduit aussi à un regard très différent sur l'avenir géologique de la biodiversité, qui passe d'une augmentation considérable à une « stagnation jusqu'à plus ample informée », c'est-à-dire jusqu'au prochain événement qui mettra un terme à la logistique dans laquelle nous nous trouvons.

Prolongeons cette dernière remarque. Les propriétés mathématiques d'une courbe, même parfaitement comprises, ne sont pas toujours suffisantes pour anticiper ce qui va se passer. Une question essentielle souvent ignorée est notamment celle de la pertinence elle-même d'une courbe. La foi mystique dans le pouvoir des nombres n'y peut rien : une série statistique, une base de données, ne sont construites que pour l'intérêt qu'on lui porte, et cet intérêt est lui-même le reflet d'une culture, d'un point de vue sur le monde qui peut rapidement se révéler obsolète. Revenons par exemple à l'évolution du nombre de publications scientifiques. Nous avons vu (chap. VI) que de Solla Price considérait, au début des années 1960, que la croissance du nombre de publications scientifiques allait s'essouffler (il pensait même possible que le ralentissement se soit produit dès les années 1940 ou 1950). Dans un ouvrage de mathématiques de 1988, Vladimir Arnold reprend cet avis :

> Jusqu'au milieu du XX^e siècle, la croissance de la science était exponentielle. Si cette croissance persistait, au XXI^e siècle toute la population du globe pratiquerait la science à tel point que toutes les forêts de la planète ne suffiraient pas pour la production du papier nécessaire à la publication des articles scientifiques. Donc, l'état de saturation doit se manifester avant : nous nous trouvons à proximité de l'endroit où la courbe logistique commence à prendre du retard sur l'exponentielle. Par exemple, le nombre d'articles de mathématique publiés dans les revues scientifiques depuis la fin de la Seconde Guerre mondiale jusqu'aux années 70 a augmenté annuellement de 7 %, et d'un pourcentage moindre ces dernières années.

À l'heure des publications électroniques, l'argument d'Arnold sur les forêts, qui pouvait sembler probant pour calculer la « capacité productive limite » K des publications scientifiques, est bien désuet. Son raisonnement mathématique, comme tant d'autres du même genre, n'est pourtant pas en cause : ce sont les termes du problème qui ne sont désormais plus les mêmes. C'est une richesse du modèle multi-sigmoïdale que de tenter d'en tenir compte. Toutefois, il est peu probable que celui-ci échappe à quelque aspiration irrationnelle : attente religieuse du prochain « décollage », interprétation des hausses et des baisses comme autant de récompenses ou de punitions divines, et autres extravagances dont nous n'avons pas encore idée… Quoi qu'il en soit, si en la matière le passé s'avère un bon reflet de l'avenir, alors on peut pronostiquer en confiance que les scientifiques ne seront pas les derniers à alimenter ces croyances.

Notes bibliographiques du chapitre VII

L'anecdote sur Callias rapportée par Vitruve se trouve dans son *De Architectura*, livre X, chapitre XVI (ou XXII selon les éditions). La critique qu'en fait Léonard de Vinci figure sur le manuscrit L, f° 53 (recto et verso), de ses carnets, qu'il est possible de consulter sur l'excellent site de la Biblioteca Leonardiana (http://www.leonardodigitale.com/), où l'ensemble des écrits de Vinci (numérisation des originaux et transcription) est en ligne. Ma traduction s'inspire de celle publiée dans *Les Carnets de Léonard de Vinci*, vol. 1, trad. Louise Servicen, Paris, Gallimard, 1942, p. 646-647, tout en s'en écartant quelque peu (cette traduction confond notamment taille et volume, ce qui rend le propos fâcheusement incohérent).

Les explications de Galilée sur la non-proportionnalité des os se trouvent à la deuxième journée de ses *Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze*, vol. VIII (voir http://pinakes.imss.fi.it:8080/pinakestext/home.jsf, p. 169).

La croissance exponentielle « lente et inégale » évoquée par le rapport Meadows, *op. cit.*, s'y trouve en p. 37. Pour le rythme exponentiel qui s'accélère, voir p. 34.

Sur la mésaventure du préfet de Lozère, voir l'amusante présentation proposée dans l'article (non signé) « Délinquance : de l'usage du chiffre », *Hommes & Libertés*, 150, avril-mai-juin 2010, p. 48-49.

Les propos de Wallace se trouvent dans « On the Tendencies of Varieties to Depart Indefinitely From the Original Type » (voir http://people.wku.edu/charles.smith/wallace/S043.htm). Ceux de Darwin sont au chap. III de *L'Origine* *des espèces*. Le calcul de Linné se trouve dans son *Oratio de telluris habitabilis incremento*, Cornelium Haak, 1744, § 60.

Les idées de Quetelet qui annoncent l'équation logistique se trouvent dans *Sur l'homme et le développement de ses facultés, ou essai de physique sociale*, Paris, Bachelier, 1835, p. 276. Verhulst a publié dans divers articles ses idées sur la croissance de la population. Pour les aspects mathématiques, voir notamment ses « Recherches mathématiques sur la loi d'accroissement de la population », *Nouveaux mémoires de l'Académie royale des sciences et belles-lettres de Bruxelles*, t. XVIII, 1845, où apparaît la courbe logistique pour la première fois. Pour ses considérations de politique démographique, très favorables à Malthus à l'instar de son maître Quetelet, voir son « Deuxième mémoire sur la loi d'accroissement de la population », *Mémoires de l'Académie royale des sciences, des lettres et des beaux-arts de Belgique*, t. XX, 1847, p. 1-32.

D'Arcy Thompson, dans le chap. III de son célèbre ouvrage *On Growth and Form* (Cambridge, Cambridge University Press, 1945[2]), revient sur Verhulst et la logistique. Pour une analyse du sens attribué à la logistique dans le cadre des projets de régulation de population à l'échelle mondiale à partir des années 1960, mentionnons l'article de Sabine Höhler, « A "Law of Growth": The Logistic Curve and Population Control since World War II », *International Conference « Technological and Aesthetic (Trans)Formations of Society »*, 12-14 octobre 2005.

Au sujet de la maladie de Creutzfeldt-Jakob, signalons un remarquable article d'Hervé Lehning, passé inaperçu au plus fort de l'épidémie. Cet article proposait dès 2001, sous une forme vulgarisée, une évolution de la propagation de la maladie beaucoup moins alarmiste et beaucoup plus en ligne avec ce qui s'est effectivement produit par la suite (« Vache folle :

Quelle ampleur pour une épidémie ? », *Tangente*, 80, 2001, p. 18-20).

Le passage de Michael Crichton figure dans *La Variété Andromède*, chapitre XXIV (traduction française : Gérald Messadié, Paris, Pocket, 1994).

La capacité limite sert parfois d'équivalent moderne à l'apocalypse malthusienne, en ce sens qu'atteindre la fameuse valeur *K* revient à atteindre le « nirvana idéal d'une croissance nulle de population », selon ce qu'écrit Robert May en 1974. Au XVII[e] siècle, William Petty prétend déterminer la date du Jugement dernier à partir du modèle exponentiel de croissance de la population ; au début du XXI[e] siècle, les Nations unies, inépuisable réservoir de visions holistiques et des peurs afférentes, se sont quant à elles proposé d'étudier la date de l'avènement de la Jérusalem céleste promise par une croissance logistique de la population mondiale. Qu'on se le dise : nous y serons en 2300 selon la division de la population de son Département des affaires économiques et sociales, auteur en 2004 d'un rapport intitulé *World Population to 2300*. Bien que fondé sur l'idée de transition démographique (et même de double transition démographique), certains essais qui accompagnent le rapport ne dédaignent pas les projections exponentielles alarmistes : « Le message le plus simple que délivrent les projections [du présent rapport], écrit ainsi John Caldwell, est que le scénario haut est intenable et qu'un tel chemin de croissance de population ne doit pas être permis. Les implications en sont considérables. Une fertilité totale qui finirait par se fixer à 2,35 enfants par femme conduirait à une population globale de 36 milliards en 2300. Une telle quantité serait écologiquement intenable, excepté peut-être pour des populations extrêmement pauvres [...] » (p. 114). Décidément, Malthus n'est pas mort.

Quelques autres références sur la logistique, ses applications et ses limites :

Hervé Le Bras, « Malthus ou Boserup : validité et continuité historique des modèles démo-économiques », *Mathématiques & Sciences humaines*, 164, 2003, p. 45-62.

J. S. Cramer, « The Origins of Logistic Regression », *Tinbergen Institute Discussion Paper*, 119/4, 2002.

Bernard Delmas, « Pierre-François Verhulst et la loi logistique de la population », *Mathématiques & Sciences humaines*, 167, 2004, p. 51-81.

Dmitry Kucharavy et Roland De Guio, « Application of S-shaped curves », *TRIZ-Future Conference 2007 : Current Scientific and Industrial Reality*, Nov. 2007, Frankfurt, Germany, p. 81-88., 2007.

John Vandermeer, « How Populations grow : the Exponential and Logistic Equations », *Nature Education Knowledge* 3 : 10(15), 2010, p. 15.

La représentation de Deevey de la population mondiale figure dans « The human Population », *Scientific American* 203, 1960, p. 195-204.

Sur la croissance de la biodiversité, voir Michael Benton, « Diversification and Extinction in the History of Life », *Science*, 268, 1995, p. 52-58, et Vincent Courtillot et Yves Gaudemer, « Effects of Mass Extinctions on Biodiversity », *Nature*, 381, 1996, p. 146-148. Je remercie Vincent Courtillot d'avoir attiré mon attention sur cet exemple.

L'excellent ouvrage d'Arnold est *Équations différentielles ordinaires*, Paris, Moscou, Mir, 1988[4]. Pour le passage sur les publications mathématiques, voir p. 23.

TROISIÈME PARTIE

ORIGINES

Si vous comprenez les exponentielles, alors la clé
de bien des secrets de l'Univers est dans
votre main.

Carl SAGAN (1997).

Les critiques de la peur exponentielle n'empêchent pas celle-ci de se déployer encore et encore dans le paysage mental contemporain. Pour comprendre pourquoi, il convient d'examiner à quelles sources elle puise sa perpétuelle jeunesse. L'une d'elles, née dans la seconde moitié du XXe siècle, est l'angoisse collective de vivre sur un monde supposé trop petit pour nous contenir. Une autre source est celle des considérations séculaires sur l'« amoralité » de la croissance exponentielle. Lueur d'espoir : aux côtés de cette peur d'un monde trop étroit et du poids de la morale, l'exponentielle a aussi connu un passé joyeux, nourri de confiance en l'avenir et d'espérance dans la possibilité du progrès. Reflet inversé de la peur exponentielle, historiquement important bien qu'aujourd'hui relégué au second plan, la confiance en l'exponentielle forme elle aussi un ensemble cohérent important. Le plus souvent d'inspiration mystique, cette confiance est fréquemment liée à la question de la mort. Quoi qu'il en soit, l'optimisme n'est plus guère de mise, et c'est aujourd'hui à une source bien moins rassurante que l'exponentielle puise sa force : la symbolique de la violence totale.

Chapitre 8
Urbi et orbi

Mars 1956, Texas. Nous sommes au pays du pétrole. Les puits y fonctionnent à plein rendement, extrayant du sous-sol pas moins d'un milliard de barils chaque année, le quart de la production mondiale. Plutôt effrayants, ces géants mécaniques n'en sont pas moins le symbole de la prospérité et de la puissance américaines.

Tandis que les arbres d'acier pompent sans relâche le précieux liquide, la ville voisine de San Antonio accueille une rencontre organisée par le puissant Institut américain du pétrole. L'un des exposés annoncés a pour titre : l'énergie nucléaire et les combustibles fossiles. À l'heure prévue, c'est un chef consultant de la compagnie Shell qui prend la parole. « L'évolution de nos connaissances sur le pétrole depuis un siècle, entame-t-il, ressemble à beaucoup d'égards à celle de la géographie du monde durant le siècle qui a suivi la découverte de l'Amérique par Colomb. Durant celui-ci, plusieurs continents, une bonne quantité de grandes îles et de nombreuses îles plus petites ont été découvertes, mais combien d'autres en restait-il ? »

L'homme qui dresse cette analogie entre les explorations maritimes de la Renaissance et l'épopée pétrolière du dernier siècle écoulé ne nous est pas inconnu. Il n'est autre que Hubbert, l'homme qui, une vingtaine d'années plus tard, alertera le sous-comité américain pour l'environnement des effets délétères de la croissance exponentielle à l'aide de la légende des grains sur l'échiquier (voir chap. III). Au moment de la conférence qui nous intéresse ici, Hubbert a déjà de nombreuses réalisations à son actif. Fraîchement élu membre de l'Académie Américaine des Sciences, il a déjà derrière lui trente ans de carrière dans l'exploration et la production pétrolière.

Bien vite, son intervention se fait plus technique. Les courbes s'entrechoquent, les milliards de barils de l'Ohio sont comparés à ceux de l'Illinois, charbon et gaz naturel entrent dans la danse. L'idée maîtresse qui guide le propos est que tout gisement ne contient qu'une quantité finie de ressource, son exploitation prolongée ne peut donc conduire qu'à un déclin de sa production. Le scénario général que Hubbert tire des données aussi bien pour le pétrole que pour les autres combustibles fossiles est le suivant : d'abord une croissance exponentielle de la production (en 1956, depuis le début du siècle, cette production double tous les dix ans environ pour le pétrole texan), jusqu'à un maximum, un « pic », lui-même suivi d'une inexorable décroissance dont le rythme est en miroir de celui de la croissance initiale. L'exposé prend un tour quantitatif et prospectif. Selon Hubbert, l'évolution passée de la production d'un gisement donné permet d'anticiper la date à laquelle adviendra son pic.

Quelle est alors l'ambiance dans la salle de conférences ? Les représentants du gisement d'East Texas, par exemple, le plus prolifique gisement jamais découvert, exploité depuis 1930, se montrent-ils inquiets ? À en croire Hubbert, ils le devraient : selon lui, la production de pétrole et de gaz naturel au Texas (et plus généralement aux États-Unis) poursuivra son essor jusque vers 1970, date approximative du pic après lequel le déclin sera inévitable. Tout le monde l'ignore alors, mais la courbe qu'il présente pour appuyer son propos se révélera exacte à un degré de précision tout à fait remarquable.

Pour le monde dans son ensemble, Hubbert annonce un pic de production dans environ un demi-siècle, et c'est cette dernière prévision qui est la plus novatrice : pour la première fois peut-être, un raisonnement quantitatif précis sur la raréfaction définitive d'une ressource est tenu à l'échelle de la planète entière. Rien de tel au XIXe siècle lorsque, dans un ouvrage resté célèbre, William Stanley Jevons avait exprimé ses craintes sur l'avenir des ressources charbonnières. Jevons, lui, raisonnait dans un cadre étroitement national, uniquement préoccupé qu'il était par le caractère temporaire de la suprématie britannique qui découlait de l'exploitation des prolifiques mines de charbon d'Angleterre, d'Écosse et du pays de Galles.

Hubbert, lui, englobe toute la Terre. Oh, bien sûr, le pic pétrolier n'est pas la fin du pétrole. Plusieurs décennies sépareront ce pic de la date où l'ultime goutte d'or noir pourra être extraite du dernier gisement. Malheureusement, après le pic, l'offre ne pourra plus se maintenir au niveau de la demande. Or lorsque la demande d'un produit aussi essentiel que le pétrole ou le gaz ne sera plus satisfaite, c'est toute l'économie qui plongera. « Cela pose un problème de première importance à l'échelle nationale, s'alarme Hubbert en revenant pour l'occasion à des considérations strictement américaines : la nécessité, à la fois pour des questions intérieures et de défense, de devoir compenser graduellement la disparité croissante entre la demande du pays en [pétrole et gaz naturel] et notre aptitude à les produire. »

C'est invariablement à ce moment-là de l'exposé que le brouhaha des commentateurs du XXIe siècle se fait entendre. Référence majeure des prophètes de nos peurs d'aujourd'hui, le « pic de Hubbert » est pour eux la preuve conclusive de la non-durabilité de notre modèle de société. La courbe de production américaine de pétrole a effectivement suivi à un niveau remarquable de précision celle proposée par Hubbert, avec un pic dans les années 1970. Parce que nous manquons évidemment du recul nécessaire, il n'est pas encore possible d'être aussi affirmatif sur le pic mondial (qu'il pronostiquait autour de 2005). Il est toutefois déjà clair que les prévisions de Hubbert n'avaient rien de farfelu. Bien que ses inquiétudes quant à une pénurie subséquente ne résistent pas à la critique, ses prévisions font tout de même assez belle figure lorsqu'on les compare à tant d'autres prospectives qui, à toutes les époques, se sont imaginé prédire notre avenir à l'horizon de cinquante ou cent ans, non sans l'aide de modèles mathématiques plus ou moins sophistiqués invariablement posés comme garants de certitudes. D'autres commentateurs du XXIe siècle en revanche se montrent plus critiques. Ainsi, certains soutiennent non sans arguments que l'exactitude de la prévision de Hubbert sur l'évolution de la production pétrolière américaine n'est qu'un heureux hasard, car les autres prévisions de Hubbert lancées lors de cette fameuse conférence ne se sont pas vérifiées.

Quoi qu'il en soit, en ce jour de mars 1956 naît l'idée de ce pic pétrolier qui sonnera bientôt le glas du « festin énergétique » de l'humanité, laquelle aura consommé en seulement quelques décennies l'or noir que la Terre a mis des dizaines de millions d'années à fabriquer. La croissance exponentielle de notre consommation a trouvé le mur sur lequel s'écraser : les ressources naturelles, et au premier chef les ressources en énergie fossile.

Tous ces propos enflammés ont étouffé la voix de Hubbert. Or celui-ci n'a pas encore terminé sa conférence. Faisons donc silence, et rasseyons-nous discrètement dans la salle où il présente ses courbes. Une surprise nous y attend.

Après avoir présenté l'avenir plutôt sombre qu'il envisage pour les ressources en combustibles fossiles, Hubbert commence le second volet de son exposé, qui concerne une énergie nouvelle rendue célèbre onze ans plus tôt à Hiroshima : l'énergie nucléaire. Le géologue entame une présentation technique sur la manière de l'exploiter, avant d'annoncer des ordres de grandeur qui donnent le tournis. Rien qu'aux États-Unis, les réserves disponibles d'uranium équivalent à une quantité d'énergie dépassant de plusieurs centaines de fois celles de tous les combustibles fossiles réunis. « Le monde, s'enflamme Hubbert, est à l'aube d'une ère où la consommation énergétique sera supérieure d'au moins un ordre de grandeur à ce que permettent les combustibles fossiles. À l'échelle de l'histoire, la découverte, l'exploitation et l'épuisement des combustibles fossiles n'auront été rien de plus qu'un événement éphémère. Si l'humanité n'en vient pas à se détruire par l'arme atomique et parvient à maintenir sa démographie sous contrôle, alors avec l'atome nous avons sans doute trouvé une source d'énergie adéquate pour au moins les prochains siècles. »

Patatras. Alors que, jusque-là, Hubbert avait tout du prophète de malheur, la seconde partie de sa présentation replace tranquillement la question de l'énergie dans le cadre classique de l'évolution technologique. Les plus optimistes d'aujourd'hui sur notre avenir énergétique peuvent parfaitement s'identifier aux propos de Hubbert. Nos sources d'énergies traditionnelles viendront à manquer ? Le progrès y pourvoira. La raréfaction programmée des combustibles fossiles n'est pas le signe d'une catastrophe prochaine, seulement l'indication qu'il faudra prochainement passer à l'exploitation d'une autre ressource. En l'occurrence l'uranium, qui, toujours selon Hubbert, nous promet d'utopiques lendemains énergétiques.

Cette confiance de la part de Hubbert a de quoi nous étonner. Son enthousiasme pour l'industrie nucléaire tranche avec les fortes inquiétudes qu'il exprimera deux décennies plus tard sur la dangerosité de cette technologie. Le Hubbert pessimiste de 1974 a éclipsé le Hubbert optimiste qui l'a précédé, si bien que la postérité a occulté la seconde partie de l'exposé de 1956, qui lui donne pourtant son sens réel. À cette époque, les difficultés du moment ne sont jamais davantage que des défis au progrès et à l'inventivité humaine.

Comme il se doit, Hubbert munit le pic pétrolier d'un cadre scientifique, mathématique, seul à même de la crédibiliser. La lecture du texte de son exposé de 1956 a pourtant de quoi rendre sévère. L'absence totale de détails techniques précis n'a d'égale que la pédanterie avec laquelle l'auteur jette ses courbes en pâture à son public. Malgré force étalage d'intégrales et de théorèmes, il est en effet rigoureusement impossible d'avoir la moindre idée, même vague, de la manière dont les courbes originelles les plus cruciales à la théorie du pic pétrolier, ont été obtenues. Ce n'est qu'*a posteriori* qu'une mathématisation véritable a été donnée, qui utilise la logistique (voir chap. VII).

La Terre salie

Même si, en 1956, Hubbert lui-même se montre encore d'un optimisme presque classique, sa conférence demeure un point de repère. Un demi-siècle plus tard, nous continuons à passer notre temps à nous inquiéter de l'éternelle fin imminente du pétrole.

Six ans plus tard, une autre grande figure entre en scène : la biologiste américaine Rachel Carson, dans un livre majeur, *Silent Spring* (en français : *Le Printemps silencieux*), violente charge contre la pollution industrielle et agricole et ses effets sur la faune, la flore et les humains. Les risques d'extinction prochaine de certaines espèces d'oiseaux font que, bientôt, ceux-ci pourraient ne plus faire entendre leurs chants au retour des beaux jours : tel est le triste printemps silencieux que Carson nous promet. Dans ce livre qui eut un retentissement considérable, la pollution de la Terre par l'homme est globale autant qu'irréversible. Avec les substances toxiques qu'elle fabrique pour son usage immédiat et qui se dispersent par la suite dans l'atmosphère et dans les sols, l'humanité a réussi le triste exploit de souiller chaque recoin de la planète. La Terre se fait trop petite pour y contenir toute la pollution humaine – mais pour Carson, c'est en réalité bien sûr l'humanité qui prend trop de place.

Silent Spring n'est pas vraiment un livre sur l'étroitesse du monde ou l'accélération des problèmes. De la manière dont il dépeint les risques sanitaires et environnementaux causés par la chimie, il semble que le pouvoir maléfique des molécules synthétisées par l'homme aurait eu le même effet destructeur sur une planète grande comme dix fois la Terre. Carson se préoccupe d'abord de la propreté de la planète, voire de sa pureté, tout en dotant par avance les peurs naissantes d'une résonance morale qui ne les quittera plus. Ce n'était certes pas la faute des hommes s'ils vivaient sur un monde fini, ceux-ci sont en revanche coupables d'en faire un monde trop petit. En cause, bien sûr, les défauts traditionnels prêtés à l'humanité en général, et à l'Occident en particulier : cupidité, égoïsme, court-termisme, rapacité, etc.

Un point commun entre Hubbert et Carson est leur utilisation d'un artifice que nulle dénomination ne saurait mieux désigner que la locution latine *urbi et orbi* associée aux bénédictions papales. Littéralement, celle-ci signifie « à la ville [de Rome] et au monde[1] ». L'élément remarquable de cette locution est l'anomalie qui consiste à présenter l'un après l'autre deux ensembles dont le premier est inclus dans le second. D'un point de vue strictement logique, l'*urbi* est tout à fait superflu, entièrement contenu qu'il est dans l'*orbi*[2]. Outre l'impact de l'association des deux mots aux sonorités extrêmement proches (on parle de *paronomase*), on peut voir dans cette redondance l'intention de se servir de la ville de Rome, lieu éminent entre tous pour l'Église, comme point d'appui, comme levier grâce auquel le monde entier est atteint à son tour. Loin d'une redondance

1. Le mot *urbs* signifie « ville », *urbi* en est la forme dative (« *à* la ville », « *pour* la ville ») ; de même pour *orbi*, qui est la forme dative de *orbs*, « le monde ». Par souci de clarté, et au risque de heurter la sensibilité de certains latinistes, nous nous en tiendrons aux formes datives dans la suite, y compris lorsque la grammaire demanderait plutôt l'emploi des formes *urbs* et *orbs*.
2. Une justification est toutefois que le pape s'adresse à l'*urbi* en tant qu'évêque de Rome (*urbis episcopus*) et à l'*orbi* en tant que souverain pontife.

bancale, la locution permet d'affirmer la ville de Rome comme microcosme du monde, une perspective qui sera reprise en maintes occasions. « Du monde tu as fait une seule cité », écrit Rutilius Namatianus, préfet de Rome, au début du Ve siècle.

Dans la société industrielle du XXe siècle, c'est l'Amérique la nouvelle Rome, et c'est d'elle que parlent d'abord aussi bien Hubbert que Carson. Dans sa conférence de 1956, Hubbert mêle considérations américaines et mondiales tout en utilisant surtout les premières pour appuyer son propos. Au début d'un chapitre de *Silent Spring*, Carson écrit que « Le problème de la pollution de l'eau par des pesticides ne peut être compris que dans son contexte, comme une part du tout dans lequel il s'inscrit – la pollution de la totalité de l'environnement de l'humanité. » Pourtant, tous les exemples donnés se trouvent aux États-Unis. La même chose s'observe dans le reste du livre : des détails centrés sur l'*urbi*, qui servent d'appui à une invocation régulière de l'*orbi*. L'introduction de l'ouvrage est particulièrement révélatrice : « Il y avait une fois une ville au cœur de l'Amérique... » Après avoir dressé un charmant tableau bucolique de cette ville imaginaire, puis la liste des catastrophes environnementales qui viennent alors à l'accabler et lui faire vivre un « printemps sans voix », Carson conclut :

> Cette ville n'existe pas réellement, mais pourrait facilement avoir un millier d'équivalents en Amérique ou ailleurs dans le monde. Je ne connais pas de communauté ayant fait l'expérience de toutes les infortunes que je viens de décrire. Pourtant, chacun de ces désastres s'est effectivement déjà produit quelque part, et

beaucoup de communautés bien réelles ont déjà souffert de bon nombre d'entre eux. Un spectre sinistre s'est glissé sur nous sans se faire voir, et cette tragédie imaginaire pourrait facilement devenir une dure réalité que nous connaîtrons tous.
Qu'est-ce qui a déjà rendu au silence les voix du printemps d'innombrables villes en Amérique ? Ce livre tente d'en donner l'explication.

Avec cette « fable pour demain » qui lui sert de présentation générale, Carson utilise ainsi non pas un mais deux points d'appui. Son *urbi* imaginaire est un microcosme spatial et temporel de l'Amérique, pays qui, dans un mouvement que l'auteur peut se permettre de réduire à une simple allusion, en vient à s'étendre pour envelopper l'*orbi* tout entier.[1]

C'est ainsi que Hubbert comme Carson n'ont pas seulement posé les bases de peurs nouvelles : ils ont aussi inventé un prototype d'exponentielle, leurs transitions de l'*urbi* à l'*orbi* s'interprétant comme une version symbolique, non mathématisée, de l'idée de croissance proportionnelle.

1. Pour en rester à cette idée d'une ville reflet du monde, le traité sur la réunificarion de l'Allemagne signé par les grandes puissances en 1990 évoque à plusieurs reprises « Berlin et l'Allemagne dans son ensemble ». La capitale allemande d'avant 1989, coupée en deux par le mur de Berlin, apparaissait à l'évidence comme un microcosme des deux Allemagnes jusque là séparées par le rideau de fer. Plus anecdotique est l'exemple de la communication commerciale, qui use souvent du procédé, par exemple lorsqu'il est question de tel produit destiné « aux enfants et à toute la famille ». (La librairie en ligne Amazon, sur son site français, propose une boutique de « livres anglais et étrangers ».)

Un levier vers l'immense

Ce qui distingue Hubbert et Carson de ceux qui s'alertent aujourd'hui de l'étroitesse supposée du monde est leur hésitation à parler franchement et directement dans un cadre global, malgré leur volonté claire de le faire. Pour eux en effet, l'*orbi* est une conséquence intellectuelle de l'*urbi* et d'un principe d'invariance d'échelle qui ne dit pas son nom. Bien des choses auront évolué au tournant des années soixante-dix lorsque passera à la postérité le fameux mot d'ordre : « Penser globalement, agir localement ». Cette franche inversion de préséance entre *urbi* et *orbi* signale un profond changement : le local n'est cette fois plus le levier qui permet d'atteindre l'ensemble, il n'est plus qu'un exemple, une illustration du global. C'est désormais ce dernier, autrefois simple agrégat de situations particulières, qui sert d'étalon.

Le cas du climat est particulièrement emblématique de ce glissement, qui se décèle dès l'expression de « changement climatique », dont le singulier exprime et affirme l'existence d'un climat global, là où le pluriel (« changements climatiques ») romprait cette unification. Dans le célèbre film documentaire qui le met en scène, *Une vérité qui dérange*, Al Gore, grand alarmiste du climat, commence, en parfaite cohérence avec cette inversion entre *urbi* et *orbi*, par montrer une photographie de la Terre et disserter sur la planète entière, ne donnant qu'ensuite des exemples ponctuels d'événements météorologiques extrêmes illustrant les catastrophes qui nous attendent. Le procédé est à l'opposé de celui d'un Herbert George Wells qui, dans *La Guerre des mondes* (1898), raconte l'invasion de la Terre par les Martiens en situant toute l'action en Angleterre – sans même dépasser beaucoup les limites de Londres et sa banlieue. Wells ne dit rien ou presque sur ce qui se passe ailleurs : l'*orbi* est passé sous silence au profit du seul *urbi*. Mais l'époque victorienne de la *Guerre des mondes* n'est-elle pas celle d'un empire sur lequel le soleil ne se couche jamais… Le choix de Wells serait impensable en ce début de XXI^e siècle, où toute invasion de la Terre par une puissance extraterrestre se doit d'évoquer, au moins brièvement, les ravages causés par les envahisseurs un peu partout dans le monde (tour Eiffel brisée, Taj Mahal détruit…).

À l'instar de l'exponentielle qui permet, entre autres, de soulever les océans de 5 mètres en un siècle (voir chap. II), le va-et-vient entre *urbi* et *orbi* est une technique éprouvée pour faire peur avec peu de chose. Voyons par exemple cet extrait d'une interview d'Hervé Le Treut publiée dans le quotidien *Le Monde* au moment où la France connaissait un épisode caniculaire de quatre jours en août 2012 :

> **Le début de 2012 a été marqué par des sécheresses et de fortes chaleurs. Est-ce une confirmation du réchauffement actuel ?**
> Les climatologues n'aiment pas tirer de conclusions de phénomènes ponctuels. Nous raisonnons sur des tendances décennales : d'une année sur l'autre, la variabilité naturelle du climat rend les choses très complexes. Cela dit, ce qu'on observe depuis vingt ou trente ans est cohérent avec ce qu'on peut attendre du changement climatique. Le réchauffement global est là, bien

> mesurable. Il est naturel qu'il se manifeste par des vagues de chaleur plus fréquentes ou plus intenses. Cela s'accompagne d'un accroissement de la quantité de vapeur d'eau dans l'atmosphère, qui conduit aussi à des pluies plus fortes, peut-être à des cyclones plus intenses.

Sans nous attarder sur le fond (la tendance sur les quinze dernières années ne montre aucun réchauffement notable à l'échelle du globe, l'activité cyclonique est en fort recul), observons combien la structure du propos rappelle celle du « village au cœur de l'Amérique » de *Silent Spring*. Voyons la prudence des premières lignes céder la place aux certitudes, et, surtout, comment l'*urbi* d'une courte vague de chaleur dans le petit pays qu'est la France sert subtilement de levier à la thèse d'un « réchauffement global » dont Le Treut et son intervieweur ne doutent pas qu'il soit d'origine humaine.

Les habits neufs d'une rhétorique

Chacun dans son domaine, donc, Hubbert et Carson se fondent sur la puissance évocatrice du procédé consistant à juxtaposer deux termes dont le second contient et amplifie le premier. La figure de rhétorique correspondante est la *gradation* (plus précisément la gradation *intensive*[1]). Au cœur même de celle-ci réside

1. Il est à noter que le cas particulier d'une gradation intensive dont le second terme, l'*orbi*, contient au sens strict le premier, l'*urbi*, ne semble pas avoir fait l'objet d'une dénomination particulière : dans une gradation intensive (aussi appelée *climax*), les termes successifs ont vocation à être de plus en plus grands, sans toutefois devoir se contenir les uns les autres *stricto sensu*.

l'affirmation de l'insuffisance irrémédiable des aptitudes humaines, comme Henri Morier l'explique en toutes lettres dans son *Dictionnaire de poétique et de rhétorique* :

> La gradation repose presque toujours sur le même principe : *l'indigence de l'imagination humaine*. Nous nous représentons si mal les quantités ou les qualités, les nombres et les formes, que l'écrivain juge nécessaire de procéder par retouches. Le lecteur va de vision en vision, ou de palier en palier jusqu'au niveau désiré par l'auteur. Aussi la gradation est-elle parfois un moyen de préparer un terme qui, sans cela, choquerait ou paraîtrait d'une originalité ahurissante [...].

Ce n'est qu'après coup que la figure de style a endossé les atours scientifiques de l'exponentielle. Reposant désormais sur un support à la fois respectable comme le sont les mathématiques pour le grand public et suffisamment accessible pour garder un fort pouvoir de conviction, la dialectique du local et du global a trouvé le soutien idéal. Chaîne mathématique qui, par sa propriété de croissance proportionnelle, permet de passer de l'*urbi* à l'*orbi* selon une règle de proportionnalité à la fois simple et profonde, disposant de récits frappants tels que la légende millénaire des grains sur l'échiquier, l'exponentielle avait tous les atouts pour devenir l'épicentre de nos peurs globales.

La croissance exponentielle des suites géométriques n'est certes pas la seule envisageable pour passer du petit au grand. Il y a déjà longtemps que certains, blasés semble-t-il par l'exponentielle, ont choisi de se faire peur avec des croissances encore plus rapides, piochées dans l'inépuisable réserve des suites mathématiques dites *surexponentielles*, ou *superexponentielles*. Les mots sont percutants, on les entend parfois ici ou là, mais le succès n'a pas été au rendez-vous. Ne disposant pas de mises en scène aussi efficaces que l'exponentielle, offrant un gain difficilement perceptible tant la rapidité des suites géométriques est déjà considérable, la croissance superexponentielle semble définitivement condamnée à la marginalité. Pour longtemps encore, seule l'exponentielle saura nous faire rêver de la fin du monde.

NOTES BIBLIOGRAPHIQUES DU CHAPITRE VIII

Les propos de Hubbert sont tirés de sa conférence intitulée « Nuclear Energy and the Fossil Fuels » publiée en 1956 (publication nº 95, Shell Development Company, Houston, Texas). Hubbert s'était déjà exprimé plusieurs années plus tôt sur le sujet du pic pétrolier (« Energy from Fossil Fuels », *Science*, 109, 4 février 1949, p. 103-109). Pour Jevons, voir son célèbre ouvrage, *The Coal Question*, Londres, Macmillan, 1865. Pour un avis sceptique sur Hubbert et les craintes de « pic pétrolier », voir notamment Michael Lynch, « Forecasting Oil Supply: Theory and Practice », *The Quarterly Review of Economics and Finance*, 42, 2002, p. 373-389.

Silent Spring, de Rachel Carson, est paru en 1962 chez Houghton Mifflin, et a connu de nombreuses rééditions depuis, dans de nombreuses langues. Pour le passage sur la pollution de l'eau, voir le chap. IV (« Surface Waters and Underground Seas »).

La citation de Rutilius Namatianus est tirée de son *Poème sur son retour* (livre premier, 66).

Le texte du traité portant règlement définitif concernant l'Allemagne, signé à Moscou en 1990, est disponible sur le site de l'université de Perpignan (http://mjp.univ-perp.fr/traites/1990traite2+4.htm).

L'origine exacte du « penser globalement, agir localement » est contestée, plusieurs auteurs en revendiquant ou s'en étant vu attribuer la paternité, parmi lesquels David Brower, Richard Buckminster Fuller, René Dubos, Jacques Ellul ou encore Patrick Geddes. Il semble toutefois que cette phrase a acquis sa signification et son retentissement contemporain au plus tôt en 1969, à l'occasion de la création de l'association des Amis de la Terre par Brower.

Une vérité qui dérange, le film documentaire qui met en scène Al Gore, a été réalisé par Davis Guggenheim en 2006. Les propos d'Hervé Le Treut sont tirés d'un entretien accordé à Grégoire Allix pour *Le Monde* (17 août 2012). Sur l'activité cyclonique, différentes courbes sont disponibles sur le site Internet *Watts Up With That* d'Anthony Watts, à l'adresse http://wattsupwiththat.com/reference-pages/climatic-phenomena-pages/extreme-weather-page/, courbes tirées des organismes américains officiels. Sur la température terrestre, un site de référence est http://www.woodfortrees.org/.

La définition de la gradation donnée par Henri Morier figure dans son classique *Dictionnaire de poétique et de rhétorique*, Paris, Puf, 1975[2], p. 473.

Chapitre 9
Le temps du monde étroit

Dans ce chapitre, nous revenons quelques années avant l'*urbi* et l'*orbi* de Hubbert et Carson, pour nous intéresser au cadre dans lequel s'inscrit la peur de l'exponentielle : la peur du monde étroit. Les adeptes de cette peur aiment à invoquer Paul Valéry qui écrivait en 1931 que « le temps du monde fini commence ». Voici cette phrase dans son contexte :

> L'ère des terrains vagues, des territoires libres, des lieux qui ne sont à personne, donc l'ère de libre expansion, est close. [...] *Le temps du monde fini commence.* [...] Une solidarité toute nouvelle, excessive et instantanée, entre les régions et les événements est la conséquence déjà très sensible de ce grand fait. [...] La reconnaissance totale du champ de la vie humaine étant accomplie, il arrive qu'à cette période de prospection succède une période de relation. Les parties d'un monde fini et connu se relient nécessairement entre elles de plus en plus. [...] Toute action désormais fait retentir une quantité d'intérêts imprévus de toutes parts, elle engendre un train d'événements immédiats, un désordre de résonances dans une enceinte fermée. Les *effets des effets,*

qui étaient autrefois insensibles ou négligeables relativement à la durée d'une vie humaine, et à l'aire d'action d'un pouvoir humain, se font sentir presque instantanément à toute distance, reviennent aussitôt vers leurs causes, ne s'amortissent que dans l'imprévu.

Comme on le voit, Valéry n'a rien d'un prophète de malheur. L'idée même d'étroitesse est absente de son propos. Celui-ci décrit certes comme problématique notre ignorance des mécanismes de la finitude, mais sans aucunement verser dans le catastrophisme. Surtout, la dialectique dans laquelle il s'inscrit est moins celle du fini et de l'infini que celle du lent et du rapide. Les mots de Valéry n'acquièrent toute leur force et leur cohérence qu'en comprenant « monde » dans son sens le plus strictement spatial. Ce n'est pas notre réalité tout entière qui devient finie et donc potentiellement étroite, mais seulement sa dimension géographique. Bien loin d'écrire un avis de décès de l'infini, Valéry donne à voir l'infini comme une rivière dont le cours habituel se trouverait modifié : ne pouvant plus s'écouler dans la vallée de la géographie, elle doit désormais se déployer dans l'immatérialité des réseaux et de leur fonctionnement structurellement rapide et désordonné.

L'on ne peut qu'être saisi devant le caractère visionnaire de ces mots écrits il y a près d'un siècle. Comment ne pas y lire un pressentiment de ce qui deviendra Internet et les réseaux sociaux ? Comment ne pas non plus faire le lien avec le fameux « effet papillon » de la théorie du chaos, née dans les années 1960 et qui a modifié en profondeur des pans entiers de la science[1] ?

1. Notons que le premier modèle mathématique de l'« effet papillon », celui d'Edward Lorenz, s'exprimait à partir d'une croissance exponentielle.

Quelques années après Valéry, Pierre Teilhard de Chardin exprime une vision voisine, plus optimiste, annonçant l'avènement prochain de la *noosphère*. Il s'agit d'une sphère de l'esprit qui doit compléter et couronner la biosphère jadis imaginée par Eduard Suess et Vladimir Vernadsky :

> Au regard des « prophètes » du XVIIIe siècle, le monde ne présentait en réalité qu'un ensemble de liaisons confuses et lâches. [...] Autour de nous, en l'espace de quelques générations, toutes sortes de liens économiques et culturels se sont noués, qui vont se multipliant en progression géométrique. Maintenant, en plus du pain, [...], tout homme exige, chaque jour, sa ration de fer, de cuivre et de coton, – sa ration d'électricité, de pétrole et de radium, – sa ration de découvertes, de cinéma et de nouvelles internationales. Ce n'est plus un simple champ, si grand soit-il, – c'est la Terre entière qui est requise pour alimenter chacun d'entre nous. [...] N'est-ce pas comme un grand corps qui est en train de naître [...], le corps même de la grande Chose qui devait venir pour combler les aspirations [de l'Homme], qu'il était solidaire et responsable d'un Tout en évolution ?

Puis, plus loin, dans des accents très proches de Valéry :

> j'imagine que notre Noosphère est destinée à se clore isolée sur elle-même, – et que c'est dans une direction non pas spatiale, mais psychique, qu'elle trouvera, sans avoir à quitter ni à déborder la Terre, la ligne de son évasion.

Teilhard de Chardin évoque explicitement une « progression géométrique » là où Valéry s'exprimait en des termes purement qualitatifs. L'exponentielle commence donc insidieusement à se faire une place dans le tableau, même si c'est sous une forme surtout stylistique. Teilhard de Chardin veut d'abord nous faire concevoir une humanité qui s'approprierait petit à petit la Terre tout entière dans un vase mouvement d'unification. Les organisations internationales ou transnationales mises en place depuis plus d'un siècle ne vont-elles pas dans ce sens, pour le meilleur ou pour le pire ? Quoi qu'il en soit, l'évolution sémantique de leurs dénominations a tout d'un hommage au concept de noosphère. Hormis quelques structures confessionnelles, qui ont parfois usé du qualificatif d'« universel », les organisations supranationales se sont d'abord désignées comme « internationales », avant de devenir « mondiales » surtout après la Seconde Guerre mondiale[1]. Aujourd'hui, bien que la « gouvernance mondiale » soit sur toutes les lèvres, une nouvelle venue s'est fait une place : la planète elle-même. « Jour de la Terre », « Sommet de la Terre », « Heure de la Terre », « Terre d'abord ! » et autres « Amis de la Terre » marquent une insistance nouvelle sur les bornes de la réalité humaine. Là où l'ancien « monde » évitait encore l'expression explicite d'une possible limite, la « Terre » – avec un T majuscule pour désigner la planète et non la substance –, marque le caractère sphérique, donc fini, de notre réalité. Au monde entier a succédé la Terre entière, comme si ce qui était jadis mondial n'était plus que global.

1. Celle-ci est d'ailleurs le premier conflit armé qualifié de mondial, l'expression « Première Guerre mondiale » étant une rétronymie qui a partiellement supplanté le nom originel, « Grande Guerre ».

Déclinaisons de la peur

Le basculement d'une vision infinie à une vision étroite du monde est un phénomène qui prend toute son ampleur dans la seconde moitié du XX^e^ siècle. Même si elles n'épuisent pas la liste des déclinaisons de la peur du monde étroit, deux grandes catégories méritent d'être mentionnées : celle de l'« épuisement de la nature » (chute de la biodiversité, épuisement des ressources naturelles) et celle des « peurs atmosphériques » (hiver nucléaire, trou de la couche d'ozone, dérèglement climatique). Même la crise économique et financière de 2008 dont les conséquences continuent à se faire sentir a été associée à cette idée que l'homme, apprenti sorcier des réalités économiques et monétaires, serait parvenu aux dernières limites de son propre système, que celui-ci serait à la veille de s'effondrer à l'instar du système climatique, de la biosphère ou encore de nos approvisionnements énergétiques et agricoles.

La peur du monde étroit, indissociable complémentaire de la peur de l'exponentielle, se trouve au croisement de tant de chemins que l'on se heurte très vite à l'embarras du choix pour en présenter ne serait-ce qu'un aperçu. Un exposé exhaustif devrait en effet décrire, pêle-mêle, la peur de la guerre atomique (qui, selon l'expression populaire, ferait « sauter la planète »), les modélisations qui prétendent mettre tel ou tel aspect du « système Terre » dans un ordinateur (la « théorie Gaïa » de James Lovelock, les modèles du rapport

Meadows, le « *World Game* » de Richard Buckminster Fuller...), ou encore, dans un registre apparemment plus anecdotique, les crucifix païens que sont devenues les représentations de la Terre qui ont envahi affiches et images télévisées ces dernières années. Sans parler, bien sûr, des multiples incarnations explicites de la peur du monde étroit, y compris les plus oubliées comme celle des « pluies acides », ou des liens qui se tissent avec des peurs plus classiques.

Même si cela va de soi, il est prudent d'insister sur le fait qu'on ne saurait prétendre que toute peur liée à une idée de monde étroit serait nécessairement infondée. Certes, bien des exemples passés et présents montrent que la dimension globale d'une peur est fâcheusement devenue un assez bon critère de fausseté, surtout lorsqu'elle est associée à un récit de punition puis de rédemption de l'humanité. Il n'en serait pas moins délirant d'en tirer un motif de contestation par exemple du caractère mondial et dramatique de la pandémie de SIDA qui dure depuis plus de trente ans et cause encore un million et demi de décès chaque année. Ce qui nous importe dans cet ouvrage est moins de savoir si telle ou telle peur liée à l'exponentielle est légitime ou non que de décrire les ressorts qui en assurent l'expansion. Le fait est que même dans les cas où la peur dispose d'une assise scientifique réelle, l'exactitude rationnelle des arguments n'est bien souvent qu'un aspect secondaire des éléments qui en assurent le rayonnement.

Lever de Terre

Le premier grand symbole de la représentation du monde étroit porte un nom : *Earthrise.* Il s'agit d'une simple photographie amateur, prise presque à la dérobée, qui a saisi la Terre pour la toute première fois. La Terre tout entière. Substrat désormais inconscient de notre imaginaire, elle est souvent, aux côtés des premières images des astronautes foulant le sol lunaire, présentée comme le déclencheur d'une nouvelle façon de nous situer dans l'univers. Jean-Pierre Vernant se remémorait ainsi les débuts de l'ère spatiale :

> [À mon premier voyage en Grèce, je] naviguais de nuit, d'île en île ; couché sur le pont je regardais, au-dessus de moi, le ciel où elle brillait, nocturne visage lumineux [...] ; j'étais ému comme d'une présence féminine, à la fois proche et lointaine, familière et cependant inaccessible, dont l'éclat serait venu visiter l'obscurité de la nuit.
> C'est Séléné, me disais-je, nocturne, mystérieuse et brillante, c'est Séléné que je vois. Quand je regardais, bien des années plus tard, sur l'écran de mon téléviseur les images du premier explorateur lunaire, sautillant lourdement dans son scaphandre de cosmonaute *(sic)* sur le terrain vague d'une banlieue désolée, à l'impression de sacrilège que j'éprouvais se joignait le sentiment douloureux d'une rupture qui ne pourrait plus être réparée : d'avoir, comme tout le monde, contemplé ces images, mon petit-fils ne saurait plus jamais voir la lune comme il m'était arrivé de le faire, en la regardant au miroir des yeux grecs. Le mot Séléné est devenu une référence purement érudite ; la lune telle qu'elle apparaît dans le ciel ne répond plus à ce nom-là.

Lorsque les premiers voyages orbitaux nous ont fait voir la Terre dans son entièreté, la réalité a dépassé tout que ce que la fiction avait imaginé. Dans *On a marché sur la Lune*, cette fiction joliment visionnaire de Hergé, Tintin pose, quinze ans avant Neil Armstrong, le pied sur le sol gris et terne de notre satellite. Il tourne alors son regard vers la Terre, et la montre du doigt pour adresser ces mots à son compagnon le capitaine Haddock :

> Là !... Regardez !... La Terre !... Notre bonne vieille Terre, qui nous apparaît quatre fois plus large que le disque lunaire, tel que nous le voyons de la Terre...

L'émotion du héros est perceptible, mais la description, d'une précision toute mathématique, ne suggère ni de près ni de loin que notre planète serait petite. Nulle angoisse existentielle ne perce de cette séquence, qui ne dure d'ailleurs pas plus d'un instant. (La seule crainte est celle de Haddock qui, faisant face à la Terre lui aussi, répond à Tintin : « Pourvu que nous puissions un jour y retourner ! »)

Quel contraste avec la réaction des astronautes de la mission Apollo 8 qui, le 24 décembre 1968, sont les premiers à observer la Terre ! Vingt ans plus tard, Franck Borman, le commandant de la mission, se souvient de sa rencontre avec notre planète au moment où son vaisseau émerge de la face cachée de la Lune :

> Je jetai un regard sur l'une des ouvertures encore éclairées juste au moment où la Terre apparut sur l'horizon lunaire. C'était le plus beau, le plus saisissant spectacle de ma vie, qui m'a inondé d'un torrent de nostalgie, d'un profond mal du pays. C'était la seule chose colorée dans l'espace. Tout le reste était noir ou blanc, mais pas la Terre.

L'environnementalisme des années soixante-dix a fait siennes les photographies de notre planète, images fortes pour appuyer le fameux « Nous n'avons qu'une seule Terre ». Tout l'espace de l'humanité réduit à un simple croissant de quelques centimètres : quelle meilleure image pour illustrer la finitude du monde ? Le film *Home* de Yann Arthus-Bertrand (2009), plaidoyer pour la préservation de notre planète, s'ouvre sur une image de la Terre. Dans le film documentaire *Une vérité qui dérange* de Davis Guggenheim (2006), Al Gore commence sa présentation de la même manière.

L'on dit souvent que ce sont les premières photographies de la Terre vue de l'espace qui sont à l'origine de la percée du mouvement environnemental. Les photographies que sont *Earthrise*, *Blue Marble* ou encore *Pale Blue Dot* ont pourtant une symbolique qui dépasse de beaucoup (voire contredit) la simple « Terre fragile » que Gore propose en introduction de son exhortation à la lutte contre le réchauffement climatique d'origine humaine. D'autre part, les premiers commentaires sur les photographies de la Terre portaient au moins autant sur l'absence frappante de frontières humaines visibles que sur la petitesse apparente de notre planète. En ces temps de guerre froide, la peur d'un conflit nucléaire pesait de tout son poids, et une image comme *Earthrise* avait valeur de slogan contre la vanité des antagonismes nationaux. Un important parallèle doit ici être dressé avec le concept de rétroaction (voir chap. VI), qui lui aussi, avant de servir la peur de l'exponentielle dans le rapport Meadows, s'est d'abord nourri des inquiétudes liées à la question de la course aux armements. Ainsi de ce souvenir de 1943 qu'évoque l'un des fondateurs de la cybernétique, Gregory Bateson, montrant cette même foi candide que Malthus ou Meadows en un modèle mathématique et ses effets exponentiels :

> [Un article de Richardson] traite des mathématiques de la course aux armements [...]. Il commençait par un simple couple d'équations différentielles, à partir de l'hypothèse que mon *taux* d'armement pourrait être une fonction linéaire de votre force, *et vice versa*. Cela conduisait immédiatement à un emballement exponentiel. [L'article] introduit alors un facteur de « fatigue » représentant le gaspillage de vos ressources et des miennes. La question était de savoir si le système pouvait se stabiliser, si nous allions établir une dissuasion mutuelle. [...] Je lui ai ensuite écrit : « Que se passe-t-il dans l'autre cas, lorsque vous êtes poussé à l'agression par la faiblesse du camp adverse ? » [...] Il fit les calculs et me dit : « C'est peu engageant. Je ne recommande pas aux pays d'aller là-dedans. L'instabilité qui en résulte est alors très grave. »

Ces quelques lignes montrent que l'on aurait tort de voir dans la peur de l'exponentielle un simple appendice mathématique de la peur du monde étroit. Même si, dans leur expression contemporaine, la première a souvent vocation à servir la seconde, les deux peurs sont plus probablement issues d'une même matrice originelle : la peur de la guerre (voir chap. XII).

Les opposants à la peur

Le premier lever de Terre constitue donc un révélateur décisif de l'avènement de la peur du monde étroit. La sphéricité, donc la finitude, de notre monde y apparaît dans toute la force que permet l'image. La fragilité n'est pas la conséquence de la finitude, mais s'est pourtant imposée comme telle dans les discours de tous les astronautes qui ont vu la Terre de leurs propres yeux. Tous sauf un : Harrison Schmitt, qui foula notamment le sol lunaire au cours de la mission Apollo 17. Des astronautes qui ont eu le privilège d'assister au spectacle d'une vue de la Terre, il semble le seul à avoir gardé la tête froide. Son tempérament d'acier qui lui valait le surnom de « docteur Roc » le prédisposait fort peu au lyrisme, et sa réaction à la vue de la Terre fut d'une étonnante neutralité. Gene Cernan, le commandant de la mission Apollo 17, raconte que, alors qu'il tentait une nouvelle fois de convaincre Schmitt du caractère extraordinaire de ce qu'ils voyaient, il s'est entendu répondre par l'intéressé non sans humour : « La Terre, quand on en a vu une, on les a toutes vues. » Même s'il est difficile d'en tirer des conclusions, notons que Schmitt est docteur en géologie et qu'il était le seul, parmi tous ceux qui ont vu la Terre de l'espace, à être de formation scientifique. Par son refus de toute conversion mystique, Schmitt s'est fait l'un des premiers résistants à la peur du monde étroit. Il n'est guère étonnant de trouver aujourd'hui en lui un farouche opposant à la peur climatique.

En donnant un visage au « vaisseau spatial Terre », les photographies de la planète inspireront directement ou indirectement de nombreuses œuvres de fiction. Ainsi du film *Dark City* d'Alex Proyas (1998), qui raconte l'histoire d'un amnésique accusé de meurtre et qui tente de retrouver des éléments de son passé. L'action se déroule dans une ville mystérieuse où il fait toujours nuit. Progressivement, le héros découvre que cette ville tout entière est un vaste champ d'expériences menées sur des humains par une espèce extraterrestre. Cette dernière peut à son gré stopper le cours du temps pour tous ces cobayes humains qui n'ont plus ni passé ni avenir. La révélation finale qui attend le héros est que la ville, dont il tâche sans succès de sortir, n'est pas sur Terre : elle n'est qu'un vaisseau dérivant dans l'espace qui ne fait jamais face à un quelconque Soleil. Ce film, qui fut un relatif échec à sa sortie, est aujourd'hui devenu une référence majeure chez les amateurs du genre. Son scénario aussi bien que sa réalisation en font un excellent exemple de la pénétration de l'imaginaire du monde étroit. Patrick Tatopoulos décrit ainsi le lieu imaginaire qu'il a conçu :

> C'est une ville faite de morceaux de villes. Un coin venu d'ici, un autre venu de là. Vous ne savez donc pas où vous êtes. Un morceau ressemblera à une rue londonienne, mais une partie de l'architecture évoquera New York, sauf que le fond architectural suggère à nouveau une ville européenne.

La cité obscure agrège le monde urbain tout entier. La façon de filmer imprime en permanence sur le spectateur une sensation d'étouffement, d'étroitesse, jusqu'à la séquence montrant cet improbable vaisseau spatial que les protagonistes de l'histoire prenaient pour la Terre. Les extraterrestres forment une entité dont les membres n'ont aucune individualité propre, version à peine revisitée de la noosphère. Quant au héros aux facultés exceptionnelles qui vient à bout des envahisseurs, son caractère démiurgique dans la scène finale marque l'engagement idéologique du film : primat de l'individu sur la société, aptitude de chacun à transformer le monde. *Dark City* se lit ainsi comme une allégorie sur le dépassement de la peur du monde étroit par, pour faire court, l'exaltation des « valeurs américaines ».

Quand la science se fait religion

Que l'homme soit la mesure de toute crise, que tout arrive par sa faute et qu'il doive désormais se consacrer à sa rédemption par des actes de contrition n'est pas, nous l'avons dit, une situation nouvelle. Le récit de l'humanité pécheresse seule responsable de sa propre perte pour n'avoir pas suivi les injonctions divines est aussi ancien que le Déluge. La place laissée vacante par la religion pour rationaliser la cause de nos malheurs est désormais occupée pas les scientifiques, une récupération dont les photographies de la Terre prises de l'espace sont un cas d'école. En 1990, alors que la sonde spatiale Voyager 1 atteint les confins du système solaire, la NASA lui fait effectuer un cliché de notre planète. Carl Sagan, qui a convaincu sa hiérarchie de le faire (et a par ailleurs, quelques années plus tôt, promu la théorie de l'« hiver nucléaire »), commente ainsi le « point bleu pâle » (« *Pale Blue Dot* ») qui s'y distingue à peine :

> Il n'est peut-être pas de meilleure démonstration de la folie des prétentions humaines que cette lointaine image de notre monde minuscule. Pour moi, elle témoigne de notre responsabilité de

> nous montrer plus bienveillants les uns avec les autres et de préserver et chérir le point bleu pâle, la seule maison que nous ayons jamais connue.

Adossés à la science la plus sérieuse et la technologie plus moderne, ces propos n'en sont pas moins marqués du sceau d'un parti pris quasi religieux. En réalité bien sûr, *Pale Blue Dot* ne constitue nullement une quelconque « démonstration de la folie des prétentions humaines », pas plus qu'une illustration du christique « aimez-vous les uns les autres ». La seule chose incontestable que montre cette photographie, c'est que tout objet, si énorme qu'il soit, apparaît minuscule s'il est vu d'assez loin. Ignorer cela revient à commettre le même abus qu'un enfant qui, « tenant » entre deux de ses doigts placés juste devant ses yeux une maison, une montagne ou la Lune, s'imagine plus grand qu'elles.

Pourquoi donc *Pale Blue Dot* serait-elle la marque objective de la vanité et non de la grandeur humaine, d'une grandeur qui la rend capable d'envoyer une sonde si loin dans l'espace ? Une fois débarrassés de leur grandiloquence, les propos de Sagan ne donnent aucune réponse à cette question. Ah, qu'on me donne la plume d'un Camille Flammarion pour m'enthousiasmer devant *ce joyeux salut photographique à la Terre ! Qu'elle est petite, se dit le jeune adulte en apercevant au loin, une dernière fois, la maison de son enfance tandis que s'ébranle le train qui l'emporte vers son avenir. De même pour notre planète, astre désormais petit à l'œil de nos vaisseaux spatiaux mais à jamais immense dans notre cœur. Lorsque ce doux foyer sera* *devenu cher souvenir, combien de livres faudra-t-il pour compiler la prodigieuse épopée spatiale qui aura réuni la bravoure des futurs Colomb à la science des nouveaux Vinci...*

Flammarion eût fait mieux dans l'éloquence, sans doute, mais le même esprit y eût sans doute été. Finalement, les propos les plus authentiquement scientifiques tenus devant une Terre éloignée ont peut-être été ceux de Tintin.

Notes bibliographiques du chapitre IX

L'épigraphe de Sagan, à mi-chemin entre la religion et la mystique, est tirée de *Billions and Billions*, New York, Ballantine Books, 1998, p. 25.

La citation de Paul Valéry est tirée de *Regards sur le monde actuel*, Paris, Stock, 1931. Pour des interprétations hâtives ou fautives de cette citation, voir par exemple Albert Jacquard, *Voici le temps du monde fini*, Paris, Seuil, 1991 ; Michel Dubois, *La Transition énergétique. Vivre dans un monde fini*, Paris, Desclée de Brouwer, 2010, p. 29-30 ; Geneviève Azam, *Le Temps du monde fini. Vers l'après-capitalisme*, Paris, Les liens qui libèrent, 2010, etc.

Les propos de Pierre Teilhard de Chardin sont tirés de son ouvrage *Le Phénomène humain*, Paris, Seuil, 1956, p. 272-273 et 319. Nous reviendrons plus loin sur d'autres passages de cet ouvrage qui est en quelque sorte l'ultime tentative, plus de deux millénaires après Aristote, de faire de la physique au sens philosophique et antique du terme.

Un catalogue des organisations internationales se trouve sur Internet à l'adresse http://www.lonsea.de/. On y voit aisément le glissement progressif de l'« international » au « mondial », voire à l'« universel ». Avant le XX[e] siècle, ces derniers qualificatifs ne sont presque jamais utilisés, hors quelques alliances à caractère confessionnel[1]. D'*internationale* à sa création en 1879, l'Organisation météorologique devient *mondiale* en 1950 ; les ancêtres de l'Organisation *mondiale* de la santé qui a vu le jour en 1948 avaient pour nom Organisation de la santé et Office *international* d'hygiène publique. Les congrès *internationaux* de la paix initiés en 1843 sont devenus congrès *universels* en 1889. Les deux principales organisations non gouvernementales environnementales ont été fondées en 1948 et 1961 : la plus ancienne est l'Union *internationale* pour la conservation[2] de la nature (UICN), la plus récente le Fonds *mondial* pour la nature[3] (WWF). Dans les années 1990, l'UICN a changé de nom pour s'appeler Union pour la conservation du *monde*. (Un retour en arrière, peut-être unique en son genre, s'est toutefois produit en 2008 quand l'UICN est finalement revenu à son nom antérieur, le nouveau n'ayant pas réussi à s'imposer.) Les plus en avance sur ce mouvement ont peut-être été les footballeurs (Coupe du monde de 1930).

Une liste assez complète des angoisses liées à la peur du monde étroit a été donnée par les grands alarmistes démographiques que sont Paul et Anne Ehrlich dans leur ouvrage *The Population Explosion*, Londres, Frederick Muller, 1990.

1. L'une des rares exceptions concerne l'Union postale universelle (UPU). Encore doit-on noter qu'elle s'appelait Union générale des postes au moment de sa création en 1874, et que ce n'est que quatre ans plus tard, suite à la forte augmentation du nombre de ses membres, que le nom a été changé. Les archives de l'UPU, que j'ai contactées, n'ont malheureusement pas gardé la trace de la justification alors donnée au choix du nouveau nom.
2. « Conservation » a remplacé « Préservation » en 1956.
3. Jusqu'en 1986, le nom était Fonds mondial pour la vie sauvage.

On y lit en effet au chap. IX ce catalogue des modernes cavaliers de l'Apocalypse : « Il est triste de rappeler que [notre premier livre sur la population, en 1968] est paru *avant* la découverte de la destruction de la couche d'ozone, *avant* que les pluies acides aient été reconnues comme un problème majeur, *avant* que le rythme actuel de la déforestation tropicale ait été atteint, et même reconnu, *avant* que la dimension réelle de la crise d'extinction des espèces ait été perçue, *avant* que l'essentiel de la communauté scientifique ait reconnu la possibilité d'un hiver nucléaire, et *avant* l'épidémie de sida. » Les exemples des pluies acides et de l'hiver nucléaire sont des cas particulièrement instructifs de peurs du monde étroit complètement illusoires et pourtant portées par les scientifiques eux-mêmes. Sur l'hiver nucléaire, mentionnons la verve incomparable de Jean-François Revel dans *La Connaissance inutile*, Paris, Grasset, 1988, p. 190-195. Sur les pluies acides, un excellent article est celui de Nils Roll-Hansen, « Ideological Obstacles to Scientific Advice in Politics ? The Case of "Forest Rain" from "Acid Rain" », *Makt-Og demokratiutredningens rapportserie*, rapport n° 48, novembre 2002. Bien que, de façon un rien paradoxale, il se distancie (brièvement) des critiques adressées au GIEC par les climatosceptiques, Roll-Hansen brosse un tableau des errements scientifiques sur les pluies acides que, dix ans plus tard, il est définitivement impossible de ne pas rapprocher de ceux sur la question du climat. Pour une histoire plus globale des peurs de « fin du monde », mentionnons l'ouvrage historique aussi drôle que bien documenté de Lucian Boia, *La Fin du monde. Une histoire sans fin*, Paris, La Découverte/Syros, 1999. Sur les limites du monde et leur franchissement supposé par la démographie humaine, on pourra consulter l'excellent ouvrage d'Hervé Le Bras, *Les Limites de la planète*, Paris, Flammarion, 1994. Pour une analyse plus politique de l'idée de peur, voir

Corey Robin, *La Peur*, Paris, Armand Colin, 2006, ainsi que Jean Delumeau, *La Peur en Occident*, Paris, Fayard, 1978. Pour des considérations sur les peurs environnementales contemporaines, voir l'ouvrage polémique et alerte de Pascal Bruckner, *Le Fanatisme de l'apocalypse*, Paris, Grasset, 2011, notamment le chap. II. Quelques réflexions sociologiques intéressantes sur les peurs collectives contemporaines (qui, malheureusement, ne se penchent guère sur les peurs de nature environnementale) se trouvent dans un ouvrage dirigé par Sylvain Delouvée, Patrick Rateau et Michel-Louis Rouquette, *Les Peurs collectives*, Paris, Érès, 2013.

Sur les premières photographies de la Terre prises de l'espace, une référence est l'ouvrage de Robert Poole, *Earthrise*, New Haven, Yale University Press, 2010, particulièrement bien écrit et documenté, même s'il faut déplorer une absence presque complète de recul (sur la théorie Gaïa, notamment). Les propos de Jean-Pierre Vernant sont tirés de *Entre mythe et politique*, Paris, Seuil, 1996, p. 202. La manière dont Hergé fait réagir Tintin à la vue de la Terre figure dans l'album *On a marché sur la Lune*, Casterman, 1954. Les propos de Carl Sagan sont tirés de *Pale Blue Dot: A Vision of the Human Future in Space*, New York, Ballantine Books, 1997, p. XVI.

Les propos de Bateson sont tirés d'un entretien de juin 1976 : « For God's Sake, Margaret », *CoEvolutionary Quarterly*, 10, p. 32-44 (reproduit sur http://www.oikos.org/forgod.htm).

Dark City, réalisé par Alex Proyas en 1998, a pâti d'une sortie simultanée à celle d'un film au succès planétaire (*Titanic*, de James Cameron). Ce n'est que par la suite que *Dark City* est devenu une référence. Pour le commentaire de Patrick Tatopoulos, voir Chuck Wagner, « Dark Empire », *Cinefantastique*, 29/4-5, octobre 1997, p. 64-67.

Chapitre 10
La bombe e

Un Sessa anglais

Le grossiste aurait dû se méfier de la mauvaise réputation de son client. Ce dernier lui devait 200 livres sterling qu'il était bien incapable de rembourser, le coquin. C'est donc par la voie judiciaire que le grossiste comptait récupérer son dû. Arrivé au tribunal pour faire valoir ses droits, il vit alors s'approcher un avocat et prêteur sur gages, Hugh Audley, qui lui proposa de racheter la dette du client insolvable pour 40 livres. Ce n'était qu'un cinquième de la somme, mais c'était mieux que rien : le grossiste accepta, prit l'argent et repartit satisfait d'en avoir fini. À peine la transaction faite, le débiteur de la dette se présenta à Audley, son nouveau créancier, pour lui proposer sans vergogne de la racheter à son tour… 50 livres. Audley accepta à condition que son débiteur, une fois que ses affaires auraient repris, acceptât de lui payer chaque mois un « *penny* doublé » : un *penny* le premier mois, puis deux le mois suivant, puis quatre, et ainsi de suite pendant vingt mois. Le filou, trop content de s'en sortir à bon compte, du moins le crut-il, accepta avec empressement, reprit ses affaires et prospéra.

Deux ans plus tard, le 1er octobre 1608, Audley se présenta donc pour réclamer son premier dû. Sans doute reçut-il un petit sourire amusé en même temps que le *penny* qui lui revenait. La scène se reproduisit les mois suivants, le montant versé doublant à chaque fois, jusqu'à ce que le débiteur réalisât ce qui l'attendait : la somme qu'il devrait débourser le vingtième mois dépassait les deux mille livres sterling[1]. Affolé, il relut attentivement la transaction, qui contenait une clause particulière : en versant immédiatement une somme forfaitaire, il solderait ses comptes. Lorsqu'Audley se présenta le 1er février pour réclamer ses seize *pence*, ce sont cinq cent livres sterling qui lui revinrent. Le sourire amusé d'octobre avait changé de visage.

Grains et dirhams

Alors que Sessa, le malicieux héros de la légende des grains sur l'échiquier, n'est sans doute qu'un personnage de légende, Audley a véritablement existé. Selon le portrait qu'en dressera Isaac D'Israeli deux siècles plus tard,

1. À l'époque, il faut 12 *pence* (le pluriel de *penny*) pour faire un *shilling* et 20 *shillings* pour faire une livre sterling. Les 524 288 (= 2^{19}) *pence* dûs au vingtième mois font donc 2 184 livres sterling, 6 *shillings* et 8 *pence*.

ce « philosophe pratique » vécut au XVIIe siècle, fit fortune et jouit d'une belle notoriété. Connaissait-il l'histoire des grains sur l'échiquier ? Est-ce cette dernière qui a servi à enjoliver la biographie du « Grand Audley » ? Quoi qu'il en soit, l'histoire de ce Sessa anglais donne une jolie forme alternative à la légende des grains sur l'échiquier, dans laquelle l'agriculture et ses grains de blé cèdent la place à l'économie et sa monnaie.

Si les grains de blé (ou, parfois, les grains de riz) sont aujourd'hui hégémoniques dans les présentations de l'histoire de Sessa, c'est peut-être parce qu'il s'agit d'une denrée universelle, qui nous sied mieux qu'une monnaie locale pour raconter cette légende intemporelle. Pourtant, les versions les plus anciennes doublaient des dirhams au moins aussi souvent que des grains. Les deux étaient d'autant plus interchangeables que la valeur d'une pièce correspondait à celle de la quantité de métal qu'elle contenait. La monnaie était donc tout autant que le blé le résultat de l'exploitation de la nature, et pouvait donc endosser une valeur symbolique voisine[1]. Dans la note qu'il consacre à Audley en 1817, D'Israeli peut encore se permettre d'affirmer l'équivalence entre grains et dirhams :

> tandis que les scolastiques s'amusaient avec une fantaisie pittoresque qu'ils reprenaient d'Aristote, selon laquelle l'intérêt sur

1. On le perçoit dans un cas aussi trivial que le sens argotique du mot « blé », attesté dès le XVIe siècle. Un poème anonyme de l'époque associe le blé au numéraire au travers de l'idée d'accumulation : « Les richards ont pleine grange/J'entends de bled qui porte croix » (c'est-à-dire de pièces d'argent). Songeons aussi à l'expression familière selon laquelle l'argent placé à intérêts « fait des petits ».

l'argent avait été interdit par nature parce que la monnaie en elle-même était stérile et ne pouvait monter en graine, contrairement au maïs dont chaque grain en produira plusieurs. Mais Audley n'avait aucun doute que l'argent n'était pas incapable de se multiplier lui-même, pourvu qu'il fût dans des mains qui savaient le faire croître et se reproduire.

Dans les recueils de récréations mathématiques figure souvent la conversion du nombre total de grains de blé sur l'échiquier en termes monétaires. Le procédé semble aujourd'hui passé de mode [1], sans doute en partie indirectement en raison des transformations profondes du fonctionnement de l'économie. Malgré les prodigieux progrès des dernières décennies dans nos capacités productives, il nous serait encore impossible de rassembler autant de blé qu'en demande Sessa. En revanche, déplaçons la légende dans le Zimbabwe de la fin 2002 et doublons sur l'échiquier l'unité monétaire locale, le dollar zimbabwéen. Pour honorer sa promesse, il suffit au roi de demander à Sessa un délai d'environ six ans : en raison de la dévaluation aussi spectaculaire que dramatique qui s'est produite durant ces quelques années, la valeur réelle de la somme finalement due est alors de l'ordre de cent fois *inférieure* à la valeur initiale d'un seul dollar !

L'hyperinflation est un exemple parmi d'autres des divergences désormais profondes dans nos représentations du monde économique et du monde de la nature. Ces

1. Aujourd'hui, plutôt que de traduire en argent la quantité totale de grains pour donner un aperçu alternatif de son immensité, le procédé courant (par ailleurs très ancien) consiste à indiquer la masse total des grains, ou le volume que ceux-ci occuperaient.

deux représentations dans lesquelles la croissance a des sens si différents sont aujourd'hui les deux grandes branches de l'arbre exponentiel. Ce n'est pas la moindre force de la légende de Sessa que de s'exprimer depuis les origines selon deux variantes, l'une avec des grains et l'autre avec des dirhams. L'une et l'autre peuvent être utilisées selon les besoins, par exemple pour proclamer que « l'argent ne se mange pas », dénoncer un modèle économique qui repose sur la constitution de dettes de plus en plus énormes, railler les espérances de « croissance pour tous » ou encore s'alarmer des effets néfastes de la dévaluation et de la création factice de richesses qui en résulte.

L'instrument des usuriers

La représentation d'un phénomène par une suite géométrique a probablement concerné en premier la question des taux d'intérêt, mais semble n'avoir longtemps été exprimée que de manière confuse. Encore faut-il garder à l'esprit que les mathématiques du prêt à intérêts n'étaient pas toujours leur élément le plus important. À l'origine, la question était plutôt d'ordre moral et religieux, au point que les trois religions monothéistes s'en sont toutes défiées à des degrés divers. De nos jours, l'Islam l'interdit toujours purement et simplement. Le reproche premier adressé à cette pratique a toujours été qu'elle permet au prêteur de s'enrichir sans travailler. Vu sous cet angle, la nature mathématique de l'intérêt n'est pas l'essentiel, c'est l'existence même d'une croissance qui pose problème.

Bien sûr, la croissance exponentielle elle-même d'un capital (ou d'une dette) placé à intérêts composés a été l'objet de critiques plus ciblées. Le flou dans le vocabulaire illustre toutefois une certaine confusion, car le terme d'*usure* a historiquement désigné aussi bien le fait même de prêter à intérêts composés que celui de pratiquer un taux trop élevé – l'assimilation hâtive de toute croissance rapide à une croissance exponentielle est un phénomène courant dans bien des domaines.

Parmi les violentes critiques dont la pratique de l'usure a fait l'objet au fil des siècles, celle de Pierre-Joseph Proudhon de 1841 est intéressante en ce qu'elle met explicitement en scène, par le calcul, les sommes déraisonnables que permettraient d'accumuler les intérêts composés d'une dette. L'auteur justifie ainsi son fameux slogan « la propriété, c'est le vol » :

> Si les hommes [...] accordaient à l'un d'eux le droit exclusif de propriété, et que ce propriétaire unique plaçât sur l'humanité, à intérêts composés, une somme de 100 fr. remboursable à ses descendants à la 24e génération ; au bout de 600 ans cette somme de 100 fr., placée à 5 %, s'élèverait à 107 854 010 777 600 fr. [...] Je ne pousserai pas plus loin ces calculs, que chacun peut varier à l'infini, et sur lesquels il serait puéril à moi d'insister [...]. Le législateur, en introduisant dans la république le principe de propriété, en a-t-il pesé toutes les conséquences ? [...] pourquoi cette latitude effrayante laissée au propriétaire dans l'accroissement de sa propriété [...] ? Jusqu'à quel point l'oisif peut-il exploiter le travailleur ? [...] quand est-ce que le producteur peut dire au propriétaire : Je ne te dois plus rien ?

Avec Proudhon, nous sommes loin de la création magique de richesses envisagée par Price : la croissance exponentielle est d'abord un moyen immoral d'accaparer à grande échelle les biens de ce monde. Un renversement de sens analogue à la re-création de Hubbert de la légende de Sessa, qui s'effectue lui aussi sans modifier un mot du récit mathématique originel sur lequel il se fonde.

Guaicaipuro Cuauhtémoc

Ce nom de chef indien a été rendu célèbre lors de la parution en 1990 d'une lettre ouverte qui demandait aux puissances européennes le remboursement de l'or et de l'argent « empruntés » lors de la colonisation des Amériques. L'auteur y faisait mine de croire que les tonnes de métaux précieux qui ont transité de l'Amérique du Sud vers l'Europe aux XVI^e^ et XVII^e^ siècles avaient été un simple prêt « pour le développement de l'Europe », dont celle-ci n'a « malheureusement » rien su faire, « ce qui corrobore l'avis de Milton Friedman selon lequel une économie subventionnée ne peut pas fonctionner correctement ». Poursuivant dans la veine d'un humour particulièrement noir, le texte se concluait par une demande de restitution de ces biens prêtés, à un « taux d'intérêt modéré » qui, au bout de cinq siècles, élève le montant de la dette européenne à 185 tonnes d'or et 16 000 tonnes d'argent… les deux à la puissance 300.

Guaicaipuro Cuauhtémoc n'a jamais existé. Il n'est que le personnage fictif d'un pastiche de l'écrivain vénézuélien Luis Britto García. Éloquent symbole : l'auteur a choisi de rapprocher la publication de cette lettre imaginaire du Jour de la résistance indigène (*Día de la Resistencia Indígena*), journée annuelle au Venezuela de commémoration des victimes de la colonisation européenne. Les explorateurs européens repoussant les limites du monde, voilà ceux à qui Cuauhtémoc s'en prend. L'Occident a rêvé d'infini, l'infini maintenant le rattrape. La dette est lourde, le temps de l'innocence est bien loin, et c'est à nouveau la voix de Proudhon qui se fait entendre et ferait bien sourire le chef indien :

> D'après nos lois, un homme qui sous le règne de saint Louis aurait emprunté [...] 100 fr., et aurait refusé, lui et ses héritiers après lui, de la rendre, [...] le dernier héritier pourrait être condamné à rendre ces 100 fr. avec intérêts et intérêts des intérêts ; ce qui, comme on vient de le voir, ferait un remboursement de près de 108 mille milliards.

Un très beau film de Maurice Tourneur de 1943, *La Main du diable*, propose en quelque sorte une synthèse à la dénonciation de la croissance exponentielle des intérêts composés. Dans ce film, tourné en France occupée et financée par des fonds allemands, un médiocre peintre piégé par le diable s'engage à lui rembourser une dette qui double chaque jour. Tel le débiteur d'Audley, l'artiste raté ne mesure que trop tard la vitesse à laquelle croit son dû.

Des dettes pluriséculaires

Il vaut la peine de mentionner que la politique sait s'emparer de dettes anciennes comme instrument de communication. En 2012, le député polonais Marek Poznański a demandé au ministère des Affaires étrangères de son pays d'entamer des négociations pour le remboursement d'une dette contractée au XVI^e siècle par le roi d'Espagne Philippe II auprès de la reine de Pologne Bona Sforza. La somme empruntée, l'équivalent de près de 60 millions d'euros hors intérêts, avait alors servi au financement de la guerre contre la France. Par la suite, un dixième seulement de cette dette a été remboursé. Après avoir vainement tenté de recouvrer le reste, la Pologne avait finalement renoncé au XVIII^e siècle. Le ministère interpellé sur le sujet a promis d'« étudier sérieusement la question » – à l'évidence une manière polie de signifier au turbulent député que son coup médiatique en restera là…

Un autre exemple est celui d'une dette apurée par le prince de Galles, Charles Windsor, en 2008 à l'occasion d'une visite à Worcester. Cette ville anglaise fut, en 1651, le siège d'une bataille entre les troupes de Charles II et celles d'Oliver Cromwell. Le premier, juste avant cette bataille, avait fait confectionner des milliers d'uniformes pour son armée par les couturiers de la ville, pour un montant de 453 livres et 3 shillings très exactement. Ayant perdu la bataille, il n'eut pas la possibilité de payer immédiatement, et le dû fut oublié par la suite. Son descendant a donc réparé cette négligence. Au travers de ce remboursement se lit la volonté d'afficher la pérennité des institutions de la monarchie britannique. Une volonté qui a ses limites, le dauphin de la Reine n'étant pas allé jusqu'à payer les cinquante mille livres qui, selon une estimation, en constituaient les intérêts légitimes...

Géométrie des populations

L'*Essai sur le principe de population* de Malthus et les propositions radicales qu'il contient de ne pas tenter de soulager la misère des plus pauvres, et en particulier de leur descendance (voir chap. I) ont eu un retentissement si considérable que leur écho se fait toujours entendre aujourd'hui. Malthus est cependant loin d'être le premier à utiliser une suite géométrique pour modéliser l'évolution d'une population. Plus de vingt ans avant l'*Essai*, le Vénitien Giammaria Ortes fait connaître ses *Réflexions sur la population des nations*, qui s'ouvrent elles aussi sur l'affirmation du caractère exponentiel de la croissance d'une population qui ne serait limitée par aucun obstacle. Deux différences séparent les deux thèses. La première, dont la portée ne doit pas être surestimée, est que les *Réflexions* se fondent sur l'idée que les ressources sont nécessairement stationnaires, là où l'*Essai* autorise leur lent accroissement. La seconde, la plus décisive, est qu'Ortes ne propose rien qui ressemble aux solutions radicales déduites du « principe de population ». Ortes eût-il désigné des coupables à la vindicte publique que sur lui se fût peut-être portée la douteuse renommée finalement attachée à Malthus.

Si l'on s'en tient à l'idée maîtresse de croissance exponentielle, qui conditionne pour une large part les considérations économiques des démographes qui utilisent le modèle des suites géométriques, alors ni Malthus ni Ortes n'ont rien d'original. Han Fei-tse résume déjà très bien l'idée générale malthusienne (voir page 75), même s'il ne s'étend pas sur l'évolution à laquelle conduirait sa progression géométrique. À la fin du XV[e] siècle, Giovanni Botero oppose déjà la *virtus generativa* d'une population (la propension à se multiplier) à la *virtus nutritiva* (la capacité de production) pour expliquer l'équilibre d'une population, bien qu'il ne munisse pas cette idée des atours mathématiques de Malthus.

Pour trouver une première modélisation explicite de l'évolution d'une population selon l'exponentielle, il faut se tourner vers Fibonacci. C'est une petite énigme, même pas très difficile, qui a suffi à faire de son auteur l'un des mathématiciens les plus célèbres de l'histoire. Publiée en 1202 dans son *Liber Abaci* (voir chap. V), cette énigme dit ceci :

> *Combien de paires de lapins sont engendrées en une année par une seule paire.*
> Quelqu'un plaça une paire de lapins dans un endroit clos de tous côtés afin de savoir combien de descendants cette seule paire engendrerait en une année. Or il est dans leur nature de mettre au monde une nouvelle paire chaque mois, et les lapins ont des descendants deux mois après leur naissance.

La solution passe par la définition de la *suite de Fibonacci*, qui donne le nombre de couple au fil des mois. Dans cette suite, chaque terme est la somme des deux qui le précèdent. Ses premiers termes sont :

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377...

Stricto sensu, la suite de Fibonacci n'est pas une suite géométrique. Son immense célébrité mathématique tient pour beaucoup au fait que, en un sens mathématique précis qui nous éloignerait de notre sujet, elle en est tout de même « presque » une, et que ce qui lui tient lieu de raison est la valeur $(1+\sqrt{5})/2$ (environ 1,618), plus connue comme le « nombre d'or ». Celui-ci possède de multiples propriétés dans des domaines mathématiques très différents qui vont de la géométrie à la théorie diophantienne des nombres. Loin d'être une faiblesse, le fait que la suite de Fibonacci ne soit que « presque » une suite géométrique est, bien au contraire, une source inépuisable de merveilles mathématiques.

L'auteur du *Liber Abaci* ignorait sans doute complètement l'extraordinaire fortune à venir de sa suite pour laquelle, au XX^e^ siècle, serait créée une revue scientifique, *The Fibonacci Quarterly*, tout entière dédiée à son étude. La célébrité de Fibonacci est donc un rien paradoxale : connu à peu près exclusivement pour les richesses mathématiques de la suite qui porte son nom mais qu'il n'a lui-même nullement contribué à révéler, Fibonacci est en revanche fort peu reconnu par les mathématiciens pour avoir proposé la plus ancienne modélisation qui nous soit parvenue de l'évolution d'une population. Un saut épistémologique pourtant considérable, qui n'est d'ailleurs que l'un des multiples aspects de l'étonnante modernité du *Liber Abaci*, dont nous avons vu un autre aspect au chapitre V. Il est toutefois difficile de savoir si Fibonacci lui-même pensait faire œuvre de démographe. D'un côté, le statut du problème des lapins dans le *Liber Abaci* ne dépasse guère celui de l'exercice de calcul, et même de la simple récréation mathématique ; d'un autre côté, le caractère très réaliste des valeurs numériques qui sont données suggère assez nettement une volonté de vraisemblance – qui va jusqu'à signaler la présence d'un enclos pour garder les animaux.

Quoi qu'il en soit des intentions profondes de Fibonacci, le problème des lapins restera longtemps dans l'ombre de la science. Ce n'est qu'au XIX^e^ siècle que le mathématicien Édouard Lucas redécouvrira ce passage du *Liber Abaci* et associera le nom de Fibonacci à cette fameuse suite, qui commençait par ailleurs à être étudiée de façon plus précise. Lucas se cantonnera toutefois à l'aspect strictement mathématique. Du point de vue de la dynamique des populations, les lapins du *Liber Abaci* semblent n'avoir aucune descendance directe, personne ne reprenant le flambeau après Fibonacci. Le silence dure trois siècles.

Jérôme Cardan, l'initiateur

À partir de l'époque médiévale, le répertoire d'énigmes mathématiques autour des suites géométriques s'étoffe. Par exemple, une variante circule de la légende des grains sur l'échiquier (mentionnée par al-Qabisi au X^e^ siècle et traitée entre autres par Fibonacci) dans laquelle Sessa demande sur chaque case non pas le double de la case précédente, mais le double de la somme de toutes les cases déjà remplies. (La suite obtenue est une suite géométrique de raison 3.) Alcuin, au VIII^e^ siècle, pose le problème d'un roi qui se rend de ville en ville pour y rassembler à chaque fois autant d'hommes qu'il a déjà avec lui, doublant ainsi son armée jusqu'à la trentième ville. Une variante du même exercice est celle de l'homme qui va chercher de l'aide pour redresser une charrette.

Au XVIe siècle, les énigmes fleurissent, qui vont d'un soupirant qui s'engage à verser chaque année à sa belle trois fois plus que l'année précédente (jusqu'au mariage, au bout de dix ans !), à un problème de poursuite qui, du point de vue mathématique, est un strict équivalent du modèle de Malthus : un larron fuit à vitesse constante, le prévôt et ses sergents le poursuivent à une allure qui croît selon une suite géométrique ; on demande le temps nécessaire à ce que le larron soit rattrapé.

Toutefois, il semble que ce ne soit qu'avec Jérôme Cardan que le contexte démographique fasse à nouveau son apparition pour illustrer les suites géométriques. Savant majeur du XVIe siècle, mais aussi passionné de magie et d'astrologie, Cardan est une figure très particulière de l'histoire des sciences, dont la profondeur des travaux en algèbre ou en théorie des probabilités n'a d'égal que ses extravagances de toutes sortes. Penseur audacieux, il est le premier à étudier mathématiquement les jeux de hasard, préparant le terrain à ce qui deviendra la théorie des probabilités. Accusé d'hérésie pour avoir établi l'horoscope du Christ, il subira les foudres de l'Inquisition. À l'image de Fibonacci, ce n'est qu'en passant que Cardan lie démographie et mathématiques. Dans sa *Practica Arithmetice*, un passage est consacré au calcul de l'évolution du nombre d'humains nés d'un couple initial, en supposant une loi de progression géométrique. Les grands nombres atteints en seulement quelques centaines d'années le conduisent à conclure que, conformément au récit biblique, le monde a été rapidement rempli d'humains après la Création. Sans que Cardan l'ait jamais su, ces quelques lignes allaient orienter un débat de nature démographique et théologique qui allait durer près de deux siècles.

Jean Leurechon, le diffuseur

Qui se souvient de l'université de Pont-à-Mousson ? Créé à la fin du XVI^e^ siècle, cet établissement dirigé par les jésuites connaît alors un vif essor en seulement quelques années. Pour y trouver des mathématiques, il faut se rendre à la faculté... des arts. Là, des étudiants se pressent autour de Jean Leurechon, qui y est professeur depuis octobre 1621. Pendant quelques mois, Leurechon travaille avec ses étudiants sur différents sujets, qu'il rassemble en 1622 dans un court ouvrage, les *Selectæ Propositiones*, qui sera réutilisé deux ans plus tard dans un autre ouvrage à l'auteur incertain : *Récréation mathématique composée de plusieurs problèmes plaisants et facétieux*. L'histoire des sciences n'accorde guère de place à Leurechon, alors même que la *Récréation mathématique* a connu un vif succès et de multiples traductions tout au long du XVII^e^ siècle. Il est vrai que son contenu s'inspire beaucoup d'auteurs antérieurs, notamment Cardan et, surtout, Claude-Gaspard Bachet de Méziriac, seul auteur de mathématiques récréatives de cette époque dont le nom ait été retenu par la postérité.

C'est avec Leurechon et ses étudiants de l'université de Pont-à-Mousson que nous retrouvons la piste de la croissance exponentielle après Fibonacci et Cardan, avec cette fois un luxe d'exemples et de commentaires encore jamais vus. Les *Selectæ Propositiones* nous offrent une perspective extraordinairement moderne sur la croissance d'une population. La *Récréation mathématique*, plus détaillée, traite « des progressions et de la prodigieuse multiplication des animaux, des plantes, des fruicts de l'or et de l'argent quand on va toujours augmentant par certaine proportion », en une longue variation sur le biais exponentiel appliqué notamment à la croissance des plantes et des animaux : pois chiches, grains de blé, cochons, brebis, poissons...

> Je dis que toute la semence qui naistroit d'un seul grain de moustarde 20 ans durant, ne sçauroit tenir dans tout le pourpris du monde quand il seroit cent mille fois plus grand qu'il n'est [...]

Vient enfin le cas de la multiplication des hommes. Peut-être inspiré par Cardan, il mérite d'être observé en détail car ce ne sont pas des nombres arbitraires qui sont considérés mais des données tirées de la Bible. De telles données sont pour nous mythiques et non réelles, elles sont en revanche regardées au XVIIe siècle comme parfaitement authentiques. En d'autres termes, l'auteur se livre à une modélisation démographique sur ce qui est pour lui un *cas concret*. La *Récréation* nous explique de quelle manière la croissance exponentielle permet de comprendre sans problème comment les huit survivants du Déluge ont pu avoir une descendance suffisamment nombreuse pour que, deux siècles plus tard, Nemrod ait été en mesure de lever une armée de deux cent mille hommes. Un autre cas traité, qui sera beaucoup débattu par les théologiens des XVII^e^ et XVIII^e^ siècles, est celui du nombre d'Hébreux en Égypte aux temps bibliques. Joseph arrive en Égypte avec 70 personnes, alors que les Hébreux sont 600 000 au moment de l'Exode : comment comprendre une telle progression en seulement deux siècles ? Il suffit pour cela de supposer une croissance de la population donnée par une suite géométrique.

Après la légende des grains sur l'échiquier, la vitesse de croissance des populations bibliques semble ainsi avoir fourni le second grand exemple historique de manifestation du biais exponentiel.

> Dans les chroniques bibliques les plus anciennes se présentent beaucoup de complications [...] Combien de difficultés n'a-t-on pas faites contre la multiplication des peuples, laquelle paraît bien trop rapide à beaucoup ? Combien de doutes ne sont-ils pas élevés contre la multiplication des enfants d'Israël en Égypte ?

se demande ainsi Johann Peter Süssmilch en introduction de son ouvrage fondateur en démographie, *L'Ordre divin dans les changements de l'espèce humaine*, en 1741.

Le biais exponentiel se fait donc argument théologique. En dissipant par le calcul ce mystère de la croissance des populations bibliques, il donne à voir combien sont présomptueux ceux d'entre les hommes qui prétendent douter du bien-fondé des Saintes Écritures. Retenons sagement le sourire indulgent qui se dessine facilement sur notre visage à l'évocation de ces naïvetés passées : un démographe contemporain de réputation mondiale comme Sergio della Pergola perpétue la tradition et explique encore, sérieusement semble-t-il, l'évolution démographique des Hébreux d'Égypte avant l'Exode par une croissance exponentielle...

Les démographes de l'exponentielle

La seconde moitié du XVII^e siècle anglais voit la question démographique prendre de l'essor, avec beaucoup de noms à citer, dont John Graunt puis William Petty. Ce dernier, au détour de calculs sur la multiplication des hommes, prend un instant pour noter une idée qu'il est tentant, rétrospectivement, d'analyser comme la première manifestation d'une peur millénariste fondée sur les mathématiques de l'exponentielle. Nous sommes alors en 1682 :

> Et si la Population double en 360 Ans, les présents 320 Millions [d'hommes vivant sur la Terre] calculés par quelques Savants [...] s'accroîtront tellement pendant les prochaines 2000 Années qu'ils donneront une Tête pour chaque deux Acres de Terrain dans la partie habitable de la Terre. Alors, suivant la Prophétie des Écritures, il y aura nécessairement des Guerres, et un grand Massacre, etc.

Il eût été tentant d'invoquer ces mots pour inscrire l'an 1682 sur l'acte de naissance de la peur exponentielle. En allant plus dans le détail de l'œuvre de Petty, il apparaît pourtant vite que nous n'avons pas réellement affaire à un précurseur de Malthus ou d'Ehrlich à cet égard. Le propos précédent, qui n'est d'ailleurs qu'une brève incise au milieu d'autres considérations, n'empêche nullement Petty d'être un ferme partisan de l'accroissement de la population, aussi bien nationale que mondiale, y voyant l'accomplissement de la fameuse injonction biblique : « Croissez et multipliez. » Pour Petty, remplir la Terre est le moyen d'accomplir le projet divin et de hâter le jour du Jugement dernier. Lorsque Hubbert se livrera en 1974, devant les membres du sous-comité américain pour l'environnement (voir chap. III), au calcul du nombre maximum de doublements de la population humaine à partir d'un hypothétique « couple originel », il ne fera qu'actualiser le travail de ces penseurs pétris de culture chrétienne qui, deux siècles plus tôt, tâchaient déjà d'estimer le nombre d'humains qui vivaient cinq cents ans après la naissance d'Adam.

Le XVIII^{e} siècle voit l'un des plus grands noms des mathématiques s'intéresser au problème : Leonhard Euler en personne, également auteur d'importants travaux en démographie. En 1748, au détour d'une présentation des notions d'exponentielles et de logarithmes, le plus grand mathématicien de son siècle propose à ses lecteurs quatre exercices fondés sur l'idée d'un accroissement exponentiel d'une population humaine. Le premier, par exemple, est ainsi rédigé :

> Si le nombre des habitants d'une province s'accroît tous les ans d'un trentième, et qu'il y ait eu au commencement 100 000 habitants ; on veut savoir combien il y en aura au bout de 100 ans.

Dans la célèbre *Introduction à l'analyse infinitésimale* où se trouve ce passage, les exercices ne sont normalement pas contextualisés[1], ce qui donne un relief tout particulier à celui-ci et aux autres du même genre qui l'accompagnent. L'*Introduction* contient aussi deux allusions au peuplement de la terre depuis les origines bibliques du monde. Dans l'une, Euler utilise la vitesse de croissance d'une suite géométrique pour affirmer qu'il n'est pas très long de remplir la terre d'humains, et donc que les quelques milliers d'années que la Bible prête à la Terre ne sont pas en contradiction avec une populeuse espèce humaine :

> on voit [...] combien sont ridicules les objections de ces incrédules, qui nient que toute la terre ait pu être peuplée en si peu de temps par un seul homme.

À nouveau, donc, mais cette fois sous la plume de celui qui est parfois considéré comme le plus grand mathématicien de l'histoire, la croissance exponentielle vient au secours d'une lecture littérale des Saintes Écritures. Dans le même passage, Euler part de six hommes ayant repeuplé la Terre juste après le Déluge et affirme, calcul à l'appui, qu'il est « vraisemblable » qu'ils aient pu avoir un million de descendants un siècle plus tard...

C'est aussi au XVIII^{e} siècle que des oppositions se font jour. Au détour de l'une de ses moqueries dont il était

1. C'est-à-dire qu'ils ne sont pas, en général, présentés sous une forme concrète, mais sous une forme réduite au seul aspect mathématique (ce qui donnerait, dans l'exercice mentionné : déterminer le centième terme de la suite géométrique de terme initial 100 000 et de raison 31/30).

coutumier, Voltaire se fait le premier opposant explicite à la modélisation démographique par des suites géométriques, et donc indirectement le grand précurseur de la résistance à la peur de l'exponentielle. Pimentant de railleries son raisonnement, l'auteur du *Dictionnaire philosophique* est sans pitié pour la perspective purement multiplicative des premiers modélisateurs :

> on ne propage point en progression géométrique. Tous les calculs qu'on a faits sur cette prétendue multiplication sont des chimères absurdes.
> Si une famille d'hommes ou de singes multipliait en cette façon, la terre au bout de deux cents ans n'aurait pas de quoi les nourrir [...].
> Le point principal n'est pas d'avoir du superflu en hommes, mais de rendre ce que nous en avons le moins malheureux qu'il est possible.

Lueur joyeuse dans le déjà sombre paysage intellectuel de la démographie multiplicative, l'assurance tranquille de Voltaire fournissait par avance un remède aux peurs malthusiennes et à leurs dérives. Bien rares, hélas, furent ceux qui suivirent la prescription du philosophe des Lumières.

La peur originelle

Après Fibonacci, Leurechon, Petty, Graunt, Euler ou encore Ortes, que reste-t-il donc de si original à Malthus ? Certains appellent aujourd'hui « modèle d'Euler-Malthus » la représentation de l'évolution démographique sous forme exponentielle – bien qu'Euler, nous l'avons vu, soit loin d'être le premier en ce domaine. Dès le XVII^e^ siècle, bien des auteurs évoquent les limites à l'accroissement de la population en des termes déjà presque identiques à ceux de Malthus. Euler indique que la croissance géométrique qu'il suppose aux temps bibliques n'a pas pu durer car, quatre siècles plus tard, elle aurait conduit à une population « si considérable que toute la terre n'eût pas suffi à l[a] nourrir ». Un siècle plus tôt, l'auteur de la *Récréation mathématique* avait déjà pris garde de signaler les limites de son modèle lorsqu'après avoir obtenu en seize ans soixante-et-un millions de brebis par la multiplication d'un troupeau initial de cent têtes, il précise soigneusement : « [p]ourvu qu'on eut où les loger et des pâquis pour les faire paître. Car je ne réponds ici que pour mes nombres. » Quant à Montucla, dans son édition de 1778 des *Récréations mathématiques et physiques* d'Ozanam, il évoque lui aussi de son côté « quelques remarques physico-mathématiques sur la prodigieuse fécondité et la multiplication progressive des animaux et des végétaux qui aurait lieu *si les forces de la nature n'éprouvaient pas continuellement des obstacles* » (c'est moi qui souligne).

Leurechon, Montucla ou Euler n'ont besoin que d'à peine quelques pages pour traiter ce qui occupe un volumineux ouvrage chez Malthus. C'est là la marque d'une profonde différence dans l'importance accordée au sujet, même si un esprit moqueur peut observer que Montucla, estimant trop bavardes les *Récréations* originales d'Ozanam, conclut ses diverses observations démographiques par :

> Nous ne pousserons pas cette énumération plus loin, de crainte de tomber dans le défaut qu'on peut justement reprocher à

> l'ancien auteur des *Récréations mathématiques*. Il n'est aucun lecteur à qui ce que nous venons de dire ne suffise.

… tandis que dans la seconde édition de son essai, Malthus, lui, assume en revanche sa prolixité :

> [Certains] trouveront peut-être que je suis entré dans trop de détails sur quelques points, et que j'ai fait des répétitions inutiles. J'ai commis des fautes de ce genre, en partie parce que je n'ai pas su les éviter, et en partie parce que je ne l'ai pas voulu.

Et il faut bien reconnaître que cette édition de l'*Essai sur le principe de population*, avec ses innombrables listes de données statistiques empilées les unes à la suite des autres, prend bien souvent des allures de pensum…

La peur en scène

L'indulgence persistante de tant de grands esprits envers Malthus jusqu'à aujourd'hui, y compris chez ceux dont les travaux lui sont le plus clairement contradictoires, reste pour moi un mystère. Sans remonter jusqu'à Leurechon, dont il semble que personne jusque-là n'avait relevé l'antériorité sur la question, le modèle « malthusien » de croissance géométrique de population limité par les seuls obstacles que la nature finit par disposer en travers de la route avait déjà été proposé de nombreuses fois depuis le XVII^e siècle. Le modèle arithmétique de son *Essai* sur la croissance maximale de la production agricole est, lui, original, mais se fonde sur un *a priori* nullement étayé et qui s'est rapidement révélé complètement faux. Quant à faire de Malthus un auteur confiant dans les possibilités du progrès humain sous prétexte qu'il autorise la production agricole à croître au fil du temps (contrairement à ses prédécesseurs, notamment Ortes), c'est là une mansuétude presque risible : la lenteur imposée à cette croissance est telle qu'on ne peut guère y voir davantage qu'un faire-valoir de la croissance géométrique de la population.

Malthus prétend s'appuyer sur des données statistiques réelles pour illustrer des vues où la pudibonderie le dispute au mépris des ouvriers et au cynisme moralisateur. L'on sait pourtant aujourd'hui qu'aucune catastrophe démographique de quelque étendue n'a jamais eu pour origine une surpopulation au sens qu'il lui donne. Certes, comme se complaisent à le rappeler bien de ses lecteurs attentifs, la perspective politique de Malthus n'est pas réductible aux caricatures qui en sont faites. À mon sens, cela ne justifie nullement les trop nombreux commentaires tout en rondeurs qui se délectent à monter en épingle telle ou telle subtile nuance des propos de l'*Essai*, voire d'en tenter carrément une réhabilitation en expliquant que les deux cents ans écoulés ne devraient pas être utilisés à charge, car Malthus, comme tout prophète, avait des siècles d'avance sur son temps ; il faut donc patienter encore – oh ! sûrement plus très longtemps – pour réaliser à quel point il avait raison.

Ne nous y trompons pas : ce qui a d'abord fait connaître Malthus ne tient pas à ses fines considérations théologiques ou mathématiques, ni à ses interminables listes statistiques. Si tel était le cas, la postérité sur cette question ne manquerait pas de noms plus anciens à mettre en valeur. En réalité le nom de Malthus est devenu un point de repère avant tout en raison de la brutalité des remèdes qu'il propose, qui consistent explicitement à laisser sombrer les plus démunis pour éviter un fardeau à la société. En se faisant son premier grand prophète, Malthus s'est aussi fait le premier porte-parole de la part la plus sombre de la peur de l'exponentielle.

NOTES BIBLIOGRAPHIQUES DU CHAPITRE X

Une biographie non signée d'Audley est parue dès novembre 1662, c'est-à-dire quelques jours seulement après sa mort : *The Way to be Rich, According to the Practice of the Great Audley, Who begun with two hundred Pound, in the Year 1605, and dyed worth four hundred thousand Pound this instant November, 1662*, E. Davis, 1662. D'Israeli évoque Audley dans ses *Curiosities of Literature*, vol. 3, Londres, John Murray, 1817, p. 70-78 (pour l'histoire du *penny* doublé, voir p. 75-76). D'Israeli se réfère explicitement au texte de 1662, tout en ajoutant quelques détails de son cru, sans doute pour rendre l'histoire un peu plus piquante : *The Way to be Rich* n'indique pas que le débiteur était malhonnête, non plus qu'il aurait proposé de racheter sa propre dette à Audley pour 50 livres (ces 50 livres font partie intégrante du marché entre Audley et le débiteur, William Miller ; voir p. 4-5). Mais après tout, s'il faut faire d'Audley le Sessa anglais, alors il est logique de laisser fleurir sur lui différentes versions de son histoire, tout comme pour le mythique inventeur du jeu d'échecs. En ne mentionnant ni dates ni noms, peut-être D'Israeli, qui ne fait nulle part référence à l'histoire des grains sur l'échiquier, voulait-il aussi contribuer à la création d'une légende.

Le Mirouer des enfans ingraz est le titre du poème anonyme de 1545 évoquant le « bled qui porte croix », dont l'attestation est signalée par Gaston Esnault in *Dictionnaire historique des argots français*, Paris, Larousse, 1965. Voir aussi, de Jean-Paul Colin (que je remercie pour ses lumières), *Dictionnaire de l'argot*, Paris, Larousse, 2010.

Les citations de Proudhon sont tirées de *Qu'est-ce que la propriété ?*, Premier mémoire, Paris, Prévôt, 1841, huitième proposition.

Luis Britto García, que je remercie pour ses explications, a fait paraître la lettre ouverte de Guaicaipuro Cuauhtémoc dans le quotidien vénézuélien *El Nacional* (Caracas), le 18 octobre 1990, p. C-4, initialement sous le titre « Moctezuma Cuauhtémoc cobra la deuda a Europa ». Ce n'est que par la suite que Guaicaipuro a remplacé Moctezuma, qui est le nom du souverain aztèque sous le règne duquel commença la conquête espagnole. Le Jour de la résistance indigène se tient le 12 octobre (date anniversaire du premier débarquement de Colomb sur le continent américain).

Sur la dette de l'Espagne à la Pologne, voir la dépêche de l'AFP du 3 août 2012 : « Un député polonais réclame à l'Espagne une dette d'il y a 400 ans. » Pour celle de l'ancêtre du prince Charles, voir le site de la BBC : http://news.bbc.co.uk/2/hi/uk_news/england/hereford/worcs/7444179.stm.

Les idées de Giammaria Ortes, précurseur de Malthus, sont parues dans ses *Riflessioni sulla popolazione delle nazioni* de 1775. Pour une analyse des ses idées, voir Hans Overbeek, « Un démographe prémalthusien au XVIII^e^ siècle : Giammaria Ortes », *Population*, 3, 1970, p. 563-572.

Pour le passage des lapins du *Liber Abaci* de Fibonacci (chap. XII, partie 7), j'ai utilisé la traduction française proposée par Jacques Sesiano en p. 188 de son excellent ouvrage, *Récréations mathématiques au Moyen Âge* (Lausanne, Presses polytechniques et universitaires romandes, 2014). Je remercie Jacques Sesiano d'avoir attiré mon attention sur la modélisation démographique de Cardan, qui figure au problème 6 du chapitre LXVI de sa *Practica Arithmetice* de 1539. L'ouvrage de Sesiano contient également les références au problème d'Alcuin (tiré de ses *Propositiones,* n° XIII) et sa variante, le problème de la poursuite du larron ainsi que celui de l'amoureux qui débourse à sa belle selon une suite géométrique (tiré de Jacques Chauvet, *Institutions de l'arithmétique*, Paris, Hierosme de Marnef, 1578). Pour des considérations sur les suites géométriques, voir notamment le chap. VII. Signalons également la traduction anglaise intégrale du *Liber Abaci* réalisée par Laurence Sigler, *Fibonacci's Liber Abaci, op. cit.* L'« exhumation » du problème des lapins par Édouard Lucas est parue dans ses *Recherches sur plusieurs ouvrages de Léonard de Pise et sur diverses questions d'arithmétique supérieure*, Paris, Imprimerie des sciences mathématiques et physiques, 1877.

Leurechon a publié en latin ses *Selectæ Propositiones in Tota Sparsim Mathematica Pulcherrimæ,* Gasparem Bernardum, 1622. Quant à la *Récréation mathematicque composee de plusieurs problemes plaisants et facetieux* (Pont-à-Mousson, Jean Appier Hanzelet, 1624), qui lui est parfois attribuée, elle semble être due plutôt à son éditeur, Hanzelet, selon l'enquête fouillée réalisée par Albrecht Heeffer (« *Récréations mathématiques* [1624]. A Study on its Authorship, Sources and Influence », *Gibeciere,* 1/2, 2006, p. 77-167). Les citations données ici sont extraites de la deuxième édition (1626), p. 111-118. Signalons la traduction commentée que prépare Heeffer, « *Wonder to those who are Ignorant in the Cause.* » *A*

Modern Edition of Récréation Mathematique (1624) based on its English Translation, with an Introduction and Notes, a Glossary and Commentaries, New York, Springer, ainsi que, pour finir, un travail commun qui fournit quelques éléments de contexte sur l'université de Pont-à-Mousson : « The Pigeonhole Principle, Two Centuries before Dirichlet », *The Mathematical Intelligencer*, 36/2, juin 2014, p. 27-29.

Pour la citation de Johann Peter Süssmilch, voir *L'Ordre divin dans les changements de l'espèce humaine*, trad. Jean-Marc Rohrbasser, Paris, INED, 1998, p. 16.

Sergio della Pergola, qui est professeur à l'université hébraïque de Jérusalem, a expliqué en 2005 que « La Bible parle de 70 hommes qui se rendirent en Égypte avec Joseph, et de 600 000 hommes qui la quittèrent 430 ans plus tard. Cette estimation est certainement possible sur le plan démographique, si vous prenez comme hypothèse que la durée de vie moyenne était de 40 ans et le nombre d'enfants par ménage de six » (Amiram Barkat, « Study Traces Worldwide Jewish Population from Exodus to Modern Age », *Haaretz* [édition anglophone], 29 avril 2005.)

La citation de William Petty provient de son *Another Essay in Political Arithmetick* de 1682. Sur Petty, on pourra lire l'ouvrage de Sabine Reungoat, *William Petty, observateur des îles britanniques*, Paris, INED, 2004 (voir le chap. XI sur la question de la « multiplication de l'espèce humaine » et son fond théologique), ainsi qu'un article de Jean-Marc Rohrbasser « William Petty (1623-1687) et le calcul du doublement de la population », *Population* 54/4-5, 1999, p. 693-706. Pour une compilation et une analyse des modèles démographiques exponentiels avant Malthus, voir notre travail commun à paraître : *Les Modèles de croissance de population jusqu'au XVIII^e^ siècle. Une archéologie des suites à croissance expo-*

nentielle, Paris, INED, 2015. Je remercie Jean-Marc Rohrbasser pour les nombreux éléments qu'il m'a communiqués.

Sur les exemples d'Euler de populations en croissance géométrique, voir son *Introduction à l'analyse infinitésimale*, trad. J.-B. Labey, t. I, Paris, Barrois, 1796, p. 78-81.

La réplique de Voltaire est tirée de l'article « Population » de son *Dictionnaire philosophique* de 1764.

Chapitre 11
Plus forts que la mort

Personne n'est tout à fait joyeux après avoir rédigé son testament, pourtant ce soir-là Fortuné Ricard est presque satisfait. La répartition qu'il vient de faire de ses biens est la plus équitable possible. Tout est prêt… sauf cette somme de 500 livres. Une belle cagnotte, qui ne représente pourtant qu'une mince partie de ses biens. Pourquoi lui donne-t-elle tant de souci ? C'est que la voix de la paresse, qui lui souffle de la partager comme le reste entre ses héritiers, est couverte par une autre, bien plus forte. La voix de son grand-père, qui jadis lui avait donné 24 livres – une somme considérable pour l'enfant de 8 ans que Fortuné était alors – avec l'ordre de les placer à intérêts en précisant : « À ta mort, tu en emploieras le produit en bonnes œuvres pour le repos de ton âme et de la mienne. »

À présent, en ce 13 août 1784 où Ricard se sait au soir de sa vie, ces paroles n'ont plus rien du caractère abstrait qu'elles avaient eu à l'époque. Les 24 livres sont devenues 500 au fil des années, la première partie de sa promesse a donc bien été tenue. Il lui faut à présent accomplir la seconde : décider de la meilleure manière de léguer ces 500 livres.

Faire un don à sa paroisse ? Trop facile. Ricard se doit de trouver mieux. Il sait que sa situation de maître d'arithmétique, il la doit à son grand-père, qui a si bien su éveiller en lui le goût des nombres : « Mon enfant, lui avait-il dit, souviens-toi, tant que tu vivras, qu'avec l'économie et le calcul rien n'est impossible à l'homme. »

Son regard distrait tombe sur le dernier numéro de la *Gazette de France* paru le jour même. Tout à la rédaction de son testament, Ricard n'a pas pris le temps de le lire. En le parcourant distraitement, il tombe soudain sur ces lignes :

> On lit dans quelques-uns de nos papiers un fait assez singulier. Le juge Normand de Norwich, mort en 1724, avait fait un testament par lequel il léguait une somme de 4 000 livres sterling pour bâtir, 60 ans après, une école de charité, à la fondation de laquelle on emploierait le fonds et les intérêts accumulés pendant cet intervalle. Ses dispositions ultérieures fixent le nombre des élèves à 120, règlent les repas de tous les jours de la semaine ; chacun doit avoir, le dimanche à dîner, une livre de bœuf rôti, et le soir 10 onces de *plumb pudding*. Il confie l'administration de cette école à l'évêque, au chancelier, au doyen, auxquels on joindra deux députés de la ville, deux du comté et huit ecclésiastiques. Le terme déterminé pour l'exécution de cette dernière volonté est expiré depuis le mois de mai ; la somme existe, et elle monte actuellement, par la réunion du capital et des intérêts, à 74 000 livres sterling.

Saisi par l'illumination, Ricard sait à présent ce qu'il va faire. En tant que maître d'arithmétique, il sait qu'en plaçant ses 500 livres à un certain taux d'intérêt, disons 5 %, la somme évoluera au fil des années selon la suite géométrique de raison 1,05 (= 1+(5 %)) et de terme initial 500 (la somme de départ). Fébrilement, il calcule qu'un placement à 5 % rapporte, cent ans plus tard, plus de 131 fois la mise initiale. En deux cents ans, plus de 17 000 fois. Des rapports sans commune mesure avec ce que laisse penser le sens commun ! Pour des durées encore plus longues, le calcul livre des grandeurs astronomiques qui ne tardent pas à donner le vertige au maître d'arithmétique.

Grisé par les montants, Ricard se lance avec enthousiasme dans la rédaction de la dernière partie de son testament. Il partage ses 500 livres en cinq parts égales, qui seront toutes placées à intérêts, chacune mise à disposition un siècle après la précédente. La première part, dans cent ans, se montera déjà à plus de 13 000 livres, qui serviront à récompenser et à diffuser « la meilleure dissertation théologique, dans laquelle on aura prouvé la légitimité des intérêts des prêts de commerce ». Cent ans plus tard, la seconde tranche sera utilisée à des fins voisines, mais à une échelle déjà bien supérieure, la somme disponible dépassant cette fois 1 700 000 livres. Ce sont ainsi quatre-vingts prix qui pourront être fondés, dans les domaines les plus divers.

Au siècle suivant, le capital accumulé par la troisième part aura dépassé les 226 millions de livres, avec lesquelles seront créés des établissements de prêt ainsi que douze musées. La quatrième part, qui, cent ans plus tard, rassemblera près de 30 milliards de livres, bâtira cent villes de 150 000 habitants chacune. La dernière part, enfin, cinq cents ans après le décès de Ricard, atteindra des montants tels que le testataire renonce à en détailler complètement l'utilisation : il se propose de payer la dette de la France et de l'Angleterre, de créer des rentes pour d'autres pays, d'augmenter les salaires, de créer des écoles... Après avoir décidé de l'emploi des 200 premiers milliards de livres, il s'en remet « à la sagesse de ses exécuteurs testamentaires » pour que soient utilisés au mieux les 3 700 milliards de livres restants !

Les calculs se veulent exacts, ainsi que la référence à la *Gazette de France*, mais le testament lui-même n'est en réalité qu'un pastiche de Charles-Joseph Mathon de la Cour, publié en 1785. Rapidement, ce faux testament fait un émule des plus prestigieux. Son auteur n'a pas choisi le nom de Fortuné Ricard au hasard, il s'agit d'un clin d'œil à *Poor Richard*, le personnage central des almanachs de Benjamin Franklin. Grand admirateur de l'ambassadeur des États-Unis d'Amérique, Mathon de la Cour lui en adresse un exemplaire dès parution. Trois jours avant de quitter la France pour rentrer dans son pays, Franklin adresse un courrier à Mathon de la Cour pour le remercier, tout en indiquant qu'il connaissait déjà ce *Testament* qui, dit-il, « [lui] a donné une haute idée de son auteur. »

En 1789, quelques mois seulement avant sa mort, Franklin modifie son propre testament pour mettre l'idée en œuvre. Le père fondateur des États-Unis décide la création d'un fonds de 2 000 livres à partager à parts égales entre les villes de Boston et Philadelphie, fonds devant être investi pour servir par la suite à des fins diverses, notamment la création d'un établissement de prêt. La somme initiale équivaut à un peu plus de 4 000 dollars américains d'aujourd'hui, qui ont crû jusqu'à dépasser les 6 millions de dollars en 1991, deux cents ans après la mort de Franklin – joli succès posthume, même si la somme n'atteint pas les 36 millions que lui-même espérait. À Boston, le *Benjamin Franklin Institute of Technology*, qui a ouvert ses portes en 1908, est un établissement d'enseignement technique fondé en partie grâce aux intérêts du placement des 1 000 livres initiales.

Le pseudo-testament de Ricard, d'une réjouissante drôlerie, n'est pas sans évoquer la lettre du faux chef indien Guaicaipuro Cuauhtémoc (voir chap. X), qui en est un parfait reflet inversé. Ricard, joyeux, se tourne vers l'avenir et se propose de donner. Cuauhtémoc, lui, sombre, se tourne vers le passé et a la ferme intention de (re)prendre. Les deux pastiches sont peut-être l'illustration la plus spectaculaire des re-créations antagonistes que permet un substrat exponentiel. Le parallèle frappe jusque dans les détails, ne serait-ce que la durée de cinq siècles sur laquelle s'étend leur perspective. Comme celui de Ricard, le nom de Cuauhtémoc a été choisi à partir d'un personnage antérieur (ou plutôt de deux, authentiques ceux-là : Guaicaipuro et Cuauhtémoc sont des héros de la résistance aux conquistadors, le premier maya, le second aztèque). Enfin, les deux textes ont su tromper leur monde : Jacques-Benjamin Térond publie en 1813 un traité de comptabilité dans lequel il corrige un point des calculs de « feu M. Ricard » et le cite en épigraphe à son traité ; George Monbiot, un journaliste militant, s'est fendu d'un article dans le *Guardian* où il reprenait à son compte l'indignation du « leader amérindien Guaicaipuro Cuauhtémoc ».

Avarice posthume

Créer une fortune après sa mort grâce au placement à intérêts : à la fin du XVIIIe siècle, on peut décidément presque parler de mode avec le cas de Peter Thellusson. Ce riche banquier britannique décédé en 1797 lègue 100 000 livres sterling à sa famille et demande à ce que le reste de sa fortune, près de dix fois plus élevée, soit placé à intérêts et attribuée à son premier arrière-petit-fils pour ses trente ans. (Thellusson prévoit que s'il n'a pas d'arrière-petit-fils, c'est l'État qui héritera.)

Thellusson a-t-il été inspiré par Mathon de la Cour ? Par Franklin ? Les dispositions de Thellusson sont reconnues comme valables par la justice malgré une plainte de la famille qui s'estime spoliée. En 1800 toutefois, le Parlement britannique légifère pour éviter d'autres testaments du même genre, souhaitant, sous l'impulsion du lord chancelier Alexander Wedderburn, « prévenir les effets de l'avarice posthume ». L'épilogue de cette histoire n'aura toutefois rien d'une apothéose à la Fortuné Ricard : la cagnotte prospérera bel et bien au fil des années, mais créera entre descendants de Thellusson le motif d'un procès dont le coût exorbitant annulera les bénéfices du placement de leur aïeul.

Il est significatif que toutes ces utilisations des suites géométriques mettent en scène les bornes de la vie humaine. La mort, la marque la plus définitive et la plus profonde de notre finitude individuelle, y est mise en balance avec l'espérance d'un avenir fait de richesse et d'abondance. « Puisse le succès de ces divers établissements faire un jour répandre quelques larmes sur ma tombe ignorée ! » conclut, grandiloquent, le philanthrope et multi-milliardaire posthume sorti de l'imagination de Mathon de la Cour. Significatif aussi est le fait que le monde meilleur doive advenir à une date déterminée par un calcul. Entre jeu et mathématiques, entre mort et espérance, les testaments du juge de Norwich, du pseudo-Fortuné Ricard, de Franklin et de Thellusson ont en commun d'avoir une *fin*, dans les deux sens de ce mot : d'une part il y a un terme précis à l'issue duquel les sommes accumulées sont finalement distribuées (dans son testament, Franklin se projette jusqu'à deux siècles après sa mort, « sans prétendre porter [s]es vues au-delà »), d'autre part les richesses produites reçoivent une destination bien déterminée (les habitants de Boston et de Philadelphie, pour Franklin).

Calculer le montant d'un placement à intérêts composés pour en constater l'incroyable immensité à très long terme ne semble pas apparaître avant le début du XVII^e siècle en Angleterre. Coïncidence, c'est à cette même époque que l'Écossais John Napier puis l'Anglais Henry Briggs inventent le concept frère de l'exponentielle que sont les logarithmes et en rédigent les premières tables qui ne tarderont pas à devenir un outil indispensable aux comptables.

Dès 1668, le *Discours sur le commerce* de Josiah Child (un économiste et commerçant qui deviendra quelques années pus tard directeur à la Compagnie des Indes orientales) attribuait à Audley, notre « Sessa anglais » du chapitre X, la remarque suivante :

> ... cent livres placées à intérêt à 10 pour cent pendant 70 ans, qui n'est que la vie ordinaire d'un homme, font un produit de plus de cent mille livres sterling.

Cette remarque apparaît sous une présentation à peu près identique dès 1621, dans un *Traité contre l'usure* de Thomas Culpeper, apprécié de Child. En précurseurs de Proudhon, Child comme Culpeper utilisent cet exemple pour contester la légitimité des intérêts composés, là où Audley voyait à l'évidence les choses d'une tout autre façon. On peut s'étonner que Marx, qui cite ce passage de Child dans *Le Capital*, ne mentionne pas la justification des 70 ans (ni n'évoque Audley), car ce point n'est pas sans importance. Il constitue en effet une différence très nette avec la légende des grains de blé sur l'échiquier, simple accumulation de richesse qui n'a d'autre but que de piéger le roi, ou même avec le *penny* de Price, qui dissout la mort dans les siècles des siècles.

Promesse d'éternité

La principale nouveauté qu'apporte Price avec son *penny* est l'absence de limite réelle à la progression. Il n'y a pas plus de soixante-quatre cases sur un échiquier, ce qui fait que, même très long et conduisant à une valeur énorme, le calcul de Sessa a bel et bien une issue. Avant Price, tel semble le cas de l'essentiel des devinettes fondées sur les suites géométriques (à l'illustre exception de Fibonacci que nous avons vue au chap. V). Considérons par exemple l'énigme suivante de la *Récréation mathématique* de 1624 :

> *De l'homme qui vend seulement les clous de son cheval, ou les boutons de son pourpoint, à certaine condition.*
> Cet homme ne serait ni fol ni bête qui vendrait un cheval d'honneur, ou un pourpoint tout chargé de brillants, à condition qu'on lui paie les 24 clous ou les 24 boutons de son pourpoint, donnant pour le premier clou un liart de france, ou la quatrième partie d'un sol, deux pour le second 4 pour le troisième, 8 pour le quatrième et ainsi toujours en doublant. Car au bout du compte il aurait pour tous les 24 clous ce nombre de sols 1 398 101 [...].

Un fer à cheval n'a jamais plus de huit clous, d'où un maximum de trente-deux pour un cheval. Bornée par la situation concrète du problème, l'exponentielle est l'occasion d'un « larron marché » qui s'en tient à un grand nombre final.

Le terme de la croissance peut être flou sans davantage ouvrir la porte à l'infini. Ainsi de cette histoire que rapporte Passot d'un Français qui, à Saint-Pétersbourg, paria que la rivière Neva serait gelée au plus tard le 8 novembre, chaque jour d'avance ou de retard le rendant créditeur ou débiteur (selon le cas) de trois fois la somme de la veille (ou du lendemain), celle du jour initial se montant à 5 centimes. L'histoire veut que, cette année-là, la Neva gela le 20 novembre, ce qui coûta au parieur la somme de 13 286 francs. Contrairement aux grains sur l'échiquier ou aux clous du cheval, le nombre de termes de la progression n'est pas connu à l'avance ; cependant, puisque la Neva gèle tous les ans (le plus souvent au début du mois de novembre), la différence n'est pas si grande avec l'histoire du maquignon.[1]

L'histoire de Price, elle, non seulement n'a pas de limite claire, mais le choix fondé sur le nombre d'années écoulées depuis la date origine de l'ère chrétienne est intégralement arbitraire. Il ne peut échapper au lecteur qu'on pourrait aussi bien attendre quelques années supplémentaires, ou imaginer un placement effectué plus tôt. Voilà qui permet donc de faire sauter un verrou majeur : avec Price, il ne s'agit plus seulement de produire de grands nombres sidérants, mais de faire face à l'infini lui-même. Et contrairement à un Leurechon qui multiplie les grains de moutarde dans une perspective avant tout ludique, Price compte bien faire entrer la croissance exponentielle dans la vie réelle.

Price est l'un des premiers à apprendre l'existence du testament imaginaire de Fortuné Ricard, et en fait aussitôt figurer une traduction dans son ouvrage de 1785. Qu'importe si le ton badin de Mathon de la Cour se prête difficilement à la récupération idéologique : le calcul et ses effets sidérants y pourvoient, une fois de plus.

1. Un exemple analogue, plus ancien, est donné par Edward Hatton en 1728 : celui d'un libraire qui, pour vendre à un client qui se montre rétif à payer 5 *shillings* pour un livre de 100 feuillets de papier, lui propose de payer 1 *pin* (soit 1/72^{e} de *penny*) pour le premier feuillet, et de doubler pour chaque feuillet suivant.

Aussi bien en 1772 qu'en 1785, c'est toutefois en note de bas de page et non dans le corps du texte que Price fait figurer l'histoire du *penny* : faut-il y voir un timide scrupule à mettre trop en avant un optimisme de l'exponentielle aussi fantasmatique que le mythe de la corne d'abondance ?

Un traité de la Providence

La vie et la mort, l'avenir du monde ou encore la grâce divine sont des thèmes privilégiés pour l'exponentielle. Pour Teilhard de Chardin, au milieu du XX^e siècle, le doublement est le principe même par lequel la vie se déploie pour faire sienne toute la matière du monde :

> Car, une fois introduit dans l'Étoffe de l'Univers, le principe de la duplication des particules vivantes ne connaît plus d'autres limites que celles de la quantité de Matière offerte à son fonctionnement. En quelques générations, a-t-on calculé, un seul Infusoire, par simple division de lui-même et de ses descendants, couvrirait la Terre. Aucun volume, si grand soit-il, ne résiste aux effets d'une progression géométrique. Et ceci n'est pas une pure extrapolation de l'esprit. Par le seul fait qu'elle se dédouble, et que rien ne peut l'empêcher de se dédoubler continuellement, la Vie possède une force d'expansion aussi invincible que celle d'un corps qui se dilate ou se vaporise. Mais tandis que, dans le cas de la Matière dite inerte, l'accroissement en volume trouve bientôt son point d'équilibre, nulle détente ne paraît se manifester dans le cas de la substance vivante.

Dans un autre registre, le film de science-fiction *Inception* de Christopher Nolan propose, lui, une voie d'accès à l'immortalité. L'un des ressorts de ce film à succès de 2010 est l'idée que le temps qui s'écoule dans un rêve est plus rapide que le temps réel. La croissance exponentielle des temps qui résulte de l'emboîtement de rêves les uns dans les autres permet ainsi aux héros du film de vivre plusieurs décennies en quelques heures.

Dès le début de l'ère chrétienne, Baruch décrivait l'abondance promise par l'avènement du Messie en usant d'une figure de style fortement imprégnée de croissance géométrique, malgré un caractère intrinsèquement statique qu'il était peut-être difficile d'abolir complètement à l'époque :

> [À la venue du Messie], chaque vigne portera mille sarments, et chaque sarment portera mille tiges, et chaque tige portera mille grappes, et chaque grappe produira un *cor* [environ 200 litres] de vin.

De même que Jésus multiplie les pains, la grâce divine est elle aussi susceptible de croître exponentiellement. Mersenne propose au début du XVII^e^ siècle un modèle de croissance des actions morales selon une suite géométrique, en précisant que

> Si les maistres qui enseignent les sciences ou la vertu peuvent donner une méthode qui fasse profiter leurs disciples selon cette progression, &c, si les Religieux peuvent rencontrer la manière de s'avancer à la perfection selon ce progrez continuel, ils la peuvent retenir, & en user toujours comme de la meilleure de toutes.

Quant aux auteurs de récréations mathématiques qui recouvraient dès le XVII^e^ siècle la Terre entière avec des plantes et des animaux divers, ils ont bien des successeurs pour partager leur optimisme. Vers 1700, Vauban écrit dans son recueil d'*Oisivetés* un « calcul estimatif pour connaître jusqu'où peut aller la production d'une truie pendant dix années de temps. » Le modèle qu'il propose est un raffinement subtil du modèle de Fibonacci, qui tient notamment compte du vieillissement. Tout comme la suite de Fibonacci, la suite de Vauban se réinterprète dans les mathématiques contemporaines comme une variation sur le thème des suites géométriques, le nombre de truies à l'année n s'obtenant essentiellement en multipliant celui de l'année $n-1$ par un nombre voisin de 4,65. Et Vauban de s'enthousiasmer :

> CAS MERVEILLEUX qui nous doit bien faire admirer et en même temps adorer la providence divine, de ce qu'ayant destiné cet animal pour la nourriture commune de tous les hommes, elle en a rendu l'espèce si féconde, que pour peu qu'on veuille bien s'en donner de soin, il est très-aisé d'en fournir à tout le monde, quelque consommation qu'on en puisse faire. [...]
> Il est encore à remarquer que toutes les espèces de volailles qui se nourrissent dans les basses-cours et chez les paysans, sont à peu près de la même fécondité, sauf les accidents et le manque de soin et d'intelligence des maîtres qui est la cause qu'il s'en faut bien que cet accroissement soit aussi nombreux qu'il le pourrait être si on se donnait sur cela tous les soins possibles.

Les merveilles de la reproduction exponentielle acquièrent ainsi un sens divin. L'homme y devient responsable devant Dieu de la préservation de cette croissance fabuleuse, ce qui rappelle dans une certaine mesure la perspective d'un Petty (qui, nous l'avons vu au chapitre X, pense qu'accroître au plus vite la population humaine obéit au dessein divin). Dans cette ligne, Vauban propose aussi un plan de peuplement du Canada qui, partant de cinquante mille couples devant chacun avoir quatre enfants en trente ans, parviendrait à peupler entièrement la colonie, au point que celle-ci viendrait à terme à dépasser en nombre la France entière, et même l'Europe.

L'idée d'une humanité redevable à Dieu des merveilles de l'exponentielle semble s'être diffusée suffisamment bien pour qu'on la retrouve jusque dans une « petite paroisse perdue dans les plaines de la Beauce Orléanaise » dont le curé, un certain Méthivier, relate en 1858 sur un ton innocent le fil d'une discussion sur Dieu et la Providence : « apercevant [...] un grain de blé à [s]es pieds, [il] le ramass[a] en disant à [s]on paroissien qu'il y avait une belle fortune renfermée dans ce grain de blé pour celui qui saurait l'en faire sortir. » Ce dernier refusant de le croire, le curé lui enjoignit de commencer lui-même « à extraire le trésor que Dieu a caché dans ce grain ». Le grain initial produisit quarante-deux épis à la moisson suivante, donnant l'idée à l'ecclésiastique « de continuer cette première expérience, et de poursuivre chaque année l'ensemencement total du produit de ce grain jusqu'à [en avoir] tiré le moyen de faire une fondation dans [s]a paroisse pour nourrir à perpétuité [s]es pauvres. » L'édifiante histoire se conclut par le fait qu'« un seul grain de blé cultivé pendant 25 ans, renferme plus de grains que toutes les terres labourables de France et d'Europe n'en pourraient recevoir. »

Quelques années plus tard, c'est le même « traité de la Providence » qui se lit sous les traits romancés de *L'Île mystérieuse* de Jules Verne :

> Pencroff, [...] savez-vous combien un grain de blé peut produire d'épis ?
> – Un, je suppose ! répondit le marin, surpris de la question.
> – Dix, Pencroff. Et savez-vous combien un épi porte de grains ?
> – Ma foi, non.
> – Quatre-vingts en moyenne, dit Cyrus Smith. Donc, si nous plantons ce grain, à la première récolte, nous récolterons huit cents grains, lesquels en produiront à la seconde six cent quarante mille, à la troisième cinq cent douze millions, à la quatrième plus de quatre cents milliards de grains [...]. »
> À cela, suivant son habitude, Pencroff ne crut pas pouvoir répliquer autrement que par un hurrah formidable.

Sous une forme plus discrète, la confiance en l'avenir exponentiel se trouve déjà dans la *Récréation mathématique* de 1624, que ce soit pour louer la prodigalité des forces naturelles ou pour moquer la naïveté de ceux qui en ignoreraient les conséquences. Ainsi de la devinette du serviteur qui, pour prix de ses services, demande « autant de terre qu'il en faut pour semer un grain de blé, avec tout ce qui peut en naître 8 ans durant. Pensez-vous qu[e le maître] fasse un bon marché ? Pour moi j'estime que ce serait comme l'on dit un larron marché » : comme le lecteur s'en doute, le nombre total de grains est en effet une quantité immense, qui piégera le maître comme Shiram est piégé par Sessa. Au XIX^e siècle où les portes de l'infini sont ouvertes toutes grandes, ces jeux abstraits ainsi que les espérances encore toutes théoriques d'un Vauban sur les conséquences à long terme d'une modélisation exponentielle s'incarnent pour de bon dans la réalité du monde.

La peur de décroître

À rebours de l'optimisme suscité par la croissance exponentielle, l'éventuelle *décroissance* exponentielle des phénomènes naturels a longtemps constitué, elle, un motif d'inquiétude. Dès Gottfried Leibniz, le lien théorique est établi avec l'idée de mort. Dans ses travaux sur la longévité humaine, le grand savant de la seconde moitié du XVII^e siècle propose en effet un modèle dans lequel, en quelque sorte, la survie d'un individu est annuellement décidée par le sort, la probabilité de mourir demeurant la même au fil des années (« tous les hommes sont supposés d'une égale vitalité et toutes les années également fatales »). Le nombre d'individus en fonction de l'âge suit alors une courbe exponentielle décroissante, qui suit l'évolution d'une suite géométrique de raison inférieure à 1 (un exemple d'une telle suite est la suite des inverses des puissances de 2 : 1, 1/2, 1/4, 1/8, 1/16… : c'est la suite géométrique de terme initial 1 et de raison 1/2).

D'une façon générale, lorsque la raison (c'est-à-dire le facteur multiplicateur) associée à un phénomène exponentiel est inférieure à un, l'inexorable diminution qui en résulte nous conduit au néant. Passot le détaille en 1838 :

> La multiplication des êtres organisés est entièrement du ressort des progressions croissantes par quotients [les suites géométriques de raison plus grande que 1], et l'on peut voir par les exemples précédents [dont la légende des grains sur l'échiquier] combien

elle dut être rapide dans les premiers âges du monde, tant que ces êtres ne furent pas dans la nécessité de vivre aux dépens les uns des autres. Voilà sans doute pourquoi nous en trouvons encore tant de débris que la surface de la terre ne semble qu'un vaste cimetière abandonné depuis très peu de temps. Maintenant, les choses sont bien changées : un quotient de réduction [une raison inférieure à 1] semble avoir été introduit dans toutes les voies de reproduction : les physiciens en trouvent même dans le mouvement périodique des corps les plus inertes, comme les astres. Nous voilà donc à peu près lancés en toute chose dans des séries de progressions décroissantes. Mais si les progressions croissantes sont capables de conduire à des résultats surprenants, les progressions inverses conduisent infailliblement à la fin du monde, à la cessation de tout mouvement, à une mort éternelle. Les géomètres ne sauraient préciser l'époque de la clôture générale de des représentations épiques de la nature [...] ; mais dès qu'une fois *(sic)* les stati[sti]ciens leur auront fourni la raison de ces progressions pour chaque genre [...], on pourra prouver mathématiquement que le nombre total des représentations ne dépassera pas tel nombre donné. La découverte de la résistance que les fluides impondérables opposent certainement au mouvement des astres sera la trompette du jugement dernier. Avis aux incrédules !

Moins explicitement exponentielle, mais trop amusante pour ne pas être relevée, est cette anecdote que François Sabbathier rapporte en 1774 :

Monsieur Henrion [...] porta un jour à l'Académie une [...] échelle chronologique, sur la différence de la taille des hommes [...]. [I]l assignait à Adam 123 pieds 9 pouces de haut [...]. Noé avait déjà 20 pieds de moins qu'Adam. Abraham n'en avait plus que 28 ; Moïse 13 ; Hercule 10 ; ainsi des autres, toujours en diminuant ; de sorte que si la Providence n'avait suspendu cette prodigieuse diminution, à peine oserions-nous aujourd'hui nous compter [...] entre les insectes qui rampent sur la terre.

Dans ses *Mémoires de guerre*, Charles de Gaulle se fait, en 1959, l'un des ultimes représentants de la foi en la grandeur de la croissance exponentielle d'une population, l'opposant à la sclérose de la stagnation :

> Au début du siècle dernier, – tout récemment à l'échelle de l'Histoire, – notre pays était le plus peuplé de l'Europe, le plus fort et le plus riche du monde, celui dont le rayonnement ne connaissait point d'égal. Mais des causes désastreuses avaient concouru à le chasser de cette position dominante et à l'engager sur une pente où chaque génération le voyait descendre plus bas [...]. Dans le même temps, la population doublait en Angleterre, triplait en Allemagne et en Italie, quadruplait en Russie, décuplait en Amérique ; chez nous, elle restait stationnaire.

Vivre mille ans

Malgré la prégnance actuelle de la peur de l'exponentielle, la foi en des lendemains qui chantent portés par la vitesse de croissance d'une suite géométrique n'est pas morte. Ainsi de Laurent Alexandre[1], qui prophétise une explosion prochaine de notre espérance de vie. Après un prêche enthousiaste sur les merveilles à attendre de la science de demain, il conclut, grandiloquent :

> Et vous ? Pensez-vous, comme certains experts, que l'homme pourrait devenir immortel à brève échéance ? Ma conviction personnelle est que certains d'entre vous, dans cette salle, vivront mille ans.

Pour crédibiliser une telle annonce, notre devin se place sous le haut patronage de la « loi de Moore » en

1. Chirurgien et neurobiologiste de formation, Alexandre est le fondateur du site Internet *Doctissimo*.

vertu de laquelle, selon la version qu'il en donne, la puissance des ordinateurs double tous les dix-huit mois, nous promettant des puissances de calcul qui, croissance exponentielle aidant, auront tôt fait de nous permettre de mettre toute la machinerie du vivant dans un ordinateur.

La « loi » de Moore[1], quelle que soit la version qu'on en retienne, est l'une des rares mises en scène contemporaines fondamentalement optimistes de l'exponentielle. À la différence des grands récits du chapitre III, elle ne tire pas sa célébrité des seuls nombres immenses si vite atteints par les termes d'une suite géométrique, mais de ce qu'on lui prête d'avoir effectivement prévu (ou programmé, selon certaines critiques) l'évolution des performances des ordinateurs depuis les années 1960.

Une question évidemment très discutée est de savoir si une croissance aussi spectaculaire peut continuer, voire s'accélérer, ou serait au contraire appelée à cesser. Les propos de Moore lui-même sont paradoxaux à ce sujet. En 2005, lors du quarantième anniversaire de son article fondateur, il fut interrogé sur la pérennité de la loi qui porte son nom. Or à certains il répondit combien il continuait d'être perpétuellement surpris et émerveillé des prodiges d'innovations qui permettent d'aller toujours plus loin, tandis qu'à d'autres il déclara que « la nature des exponentielles, c'est que vous les faites

1. Il s'agit en réalité d'un *pronostic*, dont bien des présentations courantes divergent d'ailleurs beaucoup des énoncés originels de Gordon Moore de 1965 et 1975.

surgir et qu'à la fin se produit un désastre. » Les doutes existentiels de Moore ne sont pas partagés par tous. Nombreux sont ceux, spécialistes comme non spécialistes, qui s'émerveillent de l'avenir utopique promis par les progrès exponentiels des ordinateurs. Un émerveillement qui ne fait, au fond, que prolonger les visions de l'exponentielle profondément optimistes qui se sont succédé au fil des siècles.

Six degrés de séparation

La loi de Moore montre que, aujourd'hui encore, la peur n'a pas le monopole de l'exponentielle. L'affrontement sur sa symbolique se poursuit, entre espoir d'un avenir meilleur et crainte d'une explosion incontrôlable. Le dernier-né des grands récits optimistes sur l'exponentielle est la théorie dite des six degrés de séparation, en vertu de laquelle deux êtres humains choisis au hasard n'importe où sur la Terre sont reliés par une chaîne d'au plus six personnes. En faisant jouer la relation d'une relation d'une relation d'une relation d'une relation, donc, chacun de nous pourrait entrer en contact avec le président-directeur général de la General Motors aussi bien qu'avec le berger mauritanien qui, en ce moment même, mène paître son troupeau. Telle est, du moins, la présentation médiatique d'une théorie popularisée par Stanley Milgram à partir des années 1960 et dont les prémisses remontent à Frigyes Karinthy en 1929.

Admettons que chaque individu soit en relation avec, pour fixer les idées, une cinquantaine de personnes.

Chacune de ces cinquante personnes est également en relation avec cinquante personnes, si bien qu'en deux étapes, ce sont 2 500 personnes qui sont atteintes (c'est-à-dire 50×50). En trois étapes, nous obtenons l'équivalent d'une ville moyenne, en quatre étapes, la population d'un petit pays, en cinq étapes celle d'un continent. À la sixième étape, le nombre de personnes dépasse les quinze milliards, soit largement plus que la population terrestre. Voilà donc comment, par la magie d'une croissance exponentielle, nous pouvons nous prendre à rêver que, demain, l'ami d'un ami d'un ami d'un ami d'un ami nous fera entrer dans les appartements privés du président des États-Unis.

Le succès populaire de cette théorie (qui a donné son nom à une série télévisée américaine, entre autres) n'a d'égal que la faiblesse du raisonnement qui la sous-tend. Son défaut rédhibitoire le plus immédiat est que la plupart des individus ont des amis communs. Si un individu A a pour ami un individu B qui lui-même est l'ami d'un troisième individu C, alors la probabilité est forte pour que A et C soient eux aussi amis. Le nombre de personnes avec lesquelles B est susceptible de mettre A en relation est donc inférieur à cinquante, et sans doute de beaucoup[1].

Qualifiée de « mythe urbain » par Judith Kleinfeld, la

1. L'erreur peut être rapprochée de cet autre paradoxe classique : chacun de nous ayant deux parents qui ont eux-même deux parents et ainsi de suite, possède théoriquement 2^n ancêtres à la n^e génération. En regardant suffisamment en arrière, l'on parvient facilement à une quantité d'ancêtres incompatible avec la population mondiale. La solution tient, ici aussi, au fait que ces 2^n ancêtres ne sont pas tous distincts.

théorie des six degrés de séparation est facilement invalidée par l'existence persistante de groupes humains qui n'ont pas de contact avec notre civilisation. Avant de décider de considérer ce point comme négligeable, prenons garde à bien peser ce qu'il implique sur notre définition de l'humain. Pour éviter l'équivoque sans se priver de poursuivre la réflexion, il convient donc de considérer une théorie des six degrés de séparation restreinte aux hommes liés à notre civilisation (même si, à l'instar de la notion de « relation » utilisée par la théorie, une définition précise n'en est pas si simple[1]).

Sans développer trop avant une question qui s'éloignerait vite de notre sujet, signalons que les quelques expériences menées pour tester la théorie ne l'ont guère corroborée pour l'instant, même si tout n'est pas tranché. Au moins aussi problématique que l'existence d'amis communs, un défaut de l'argument exponentiel précédent se loge dans la structure du réseau des relations interpersonnelles. Contrairement à la vision naïve implicite de l'argument, celle-ci ne semble pas ressembler à un ensemble d'individus chacun lié à un même nombre d'autres.

Sans doute de peu d'intérêt théorique réel (contrairement aux questions plus qualitatives sur l'organisation des réseaux sociaux), la théorie des six degrés de séparation est

1. On pourrait, par exemple, considérer l'ensemble des individus disposant d'un état-civil – mais cela exclurait ainsi sans réelle justification un nombre considérable, et d'ailleurs mal connu, de personnes. Ainsi des enfants chinois jamais déclarés à l'état-civil pour échapper à l'amende qui, en Chine, frappe les familles à plusieurs enfants, ou des ressortissants de cet État sans état-civil qu'est le Kosovo.

davantage significative comme reflet d'une certaine manière de voir le monde. Elle partage avec les grands récits de la peur exponentielle la caractéristique de se fonder sur une suite géométrique pour présenter un point de vue global. Alliance cette fois enthousiaste de l'exponentielle et de la finitude, ce récit réalise un tour de force qui n'est pas moins spectaculaire que celui de l'histoire du nénuphar dans l'étang. À nouveau, l'exponentielle s'y passe presque de nombres. Il est impossible de ne pas rapprocher la théorie des six degrés de séparation de cette « solidarité instantanée » annoncée par Valéry et du « grand corps en train de naître » dépeint par Teilhard de Chardin (voir chap. IX). Elle présente toutefois le défaut narratif majeur d'être, à l'instar de Baruch et ses vignes, fondamentalement *statique*, alors que notre époque est plus volontiers portée sur le changement permanent. L'exponentielle sert bel et bien de levier pour atteindre la valeur six, mais comme le récit reste ensuite bloqué à cette valeur, c'est celle-ci qui est mise en relief, aux dépens du processus multiplicateur qui la fait apparaître.

Il reste néanmoins que la théorie des six degrés de séparation dispose d'un pouvoir d'évocation qui n'est pas négligeable. La Déclaration des droits de l'homme et du citoyen avait rendu les hommes libres et égaux en droits, l'exponentielle les proclame désormais tous « amis », achevant la devise « Liberté, Égalité, Fraternité » dans un optimisme tout à fait en ligne avec l'enthousiasme qui a accompagné l'apparition des nouveaux moyens de communication que sont Internet et les réseaux sociaux.

Notes bibliographiques du chapitre XI

Le *Testament de M. Fortuné Ricard* de Charles-Joseph Mathon de la Cour est paru en 1785. Bien que ce simulacre soit clairement destiné à faire rire, on y relève plusieurs propos de nature politique, comme par exemple lorsque l'auteur exprime le vœu qu'une attention particulière soit accordée au salaire des femmes dans les ateliers publics qui seront créés. Une ligne comptable du testament attribue une somme de cent milliards de livres « pour toutes les puissances de l'univers », juste après celles destinées à résorber les dettes de la France, de l'Angleterre et des « puissances pacifiques de l'Europe », riant exemple d'*urbi et orbi.*

La lettre de Franklin à Mathon de la Cour du 9 juillet 1785 se trouve dans la *Correspondance de Benjamin Franklin*, trad. Édouard Laboulaye, t. III, Paris, Hachette, 1870, p. 220-221. Le texte intégral du testament de Franklin est disponible sur le site Internet de l'Institut Franklin de Philadelphie (http://learn.fi.edu/franklin/family/lastwill.html). Sur l'histoire du fonds Franklin, voir http://web.archive.org/web/20080731130624/http://www.bfit.edu/aboutus/history.php.

Térond évoque Fortuné Ricard dans son *Traité de l'intérêt simple et composé et de l'escompte*, chez l'auteur, 1813. Monbiot évoque Guaicaipuro Cuauhtémoc dans « They don't owe us, we owe them », *The Guardian*, 20 juillet 2000, p. 18 (repris sur http://www.monbiot.com/2000/07/20/there-is-no-debt/).

Le débat au Parlement britannique sur le testament de Thellusson, ainsi que l'intervention de Wedderburn, se trouve dans *The Parliamentary Register*; *or, History of the Proceedings and Debates of the House of Lords and Commons,* vol. 12, 1800, p. 77. Peignot rapporte l'histoire dans ses *Choix de testamens anciens et modernes, remarquables par leur importance, leur singularité, ou leur bizarrerie*, tome second, Paris, Renouard libraire, 1829, p. 73-76. Il y désigne le testateur sous le nom de Pierre-Isaac Thélusson (Pierre-Isaac est en réalité le prénom de son fils), mais hésite à croire en l'existence réelle de ces dispositions si étranges. Une note de bas de page mentionne aussi, sans donner de source, l'acte de vente « d'un Anglais qui possédait une belle propriété dans le comté de Norfolk » qui rapportait annuellement 5 000 livres sterling et qu'il vendit pour 5 guinées, soit mille fois moins, à condition que l'acquéreur « ou plutôt ses héritiers » n'entrent en possession effective du bien que 360 ans plus tard, l'intérêt du vendeur résidant dans le fait que les intérêts du placement des 5 guinées auraient produit, à l'issue du délai, un capital de plus de 1 300 000 livres.

Sur ces attributions différées d'héritages, signalons encore le cas du riche Américain Wellington R. Burt qui, il y a un siècle, a rédigé un testament attribuant la majeure partie de ses biens à ses descendants vivants vingt et un ans après le décès de son dernier petit-enfant vivant au moment de sa mort. Ce moment s'est produit en 2010, et les héritiers se sont partagé le 21 mai 2011 une coquette somme dépassant la centaine de millions de dollars. Pour des détails, voir Susanna Kim, « $100 Million Finally to Be Split Between Descendants, 92 Years After Rich Relative's Death », *ABC News*, 10 mai 2011 (http://abcnews.go.com/Business/lumber-barons-descendants-receive-inheritance-92-years-death/story?id=13569633).

Pour un historique de la notion de placement à intérêts composés, voir Michael Hudson, « The Mathematical Economics of Compound Interest : a 4,000 Years Overview », *Journal of Economic Studies*, 27/4-5, 2000, p. 344-363. Les extraits de Josiah Child et Thomas Culpeper se trouvent dans leur ouvrage intitulé *Traités sur le commerce et sur les avantages qui résultent de la réduction de l'interest de l'argent, avec un petit traité contre l'usure*, Paris, Jean Neaulme et Guérin & Delatour, 1754, p. 91 et 474, ainsi que dans Josiah Child, *A New Discourse of Trade*, Londres, Sowle, 1698, p. 38-40. L'évocation de Child par Marx se trouve dans *Le Capital*, livre 3, section 5, chap. XXIV.

L'historique précis de la devinette du maquignon reste à faire. Dans son *Initiation et curiosités mathématiques* (Paris, Fernand Nathan, 1939, p. 235-236), A. Bruneau raconte cette histoire en la présentant comme une promenade à cheval du roi Frédéric II de Prusse au cours de laquelle il aurait été obligé de faire ferrer son cheval. Le maréchal-ferrant demanda 1 centime pour le premier clou, et ainsi de suite. (Il place finalement 28 clous.)

« La Neva, écrit Charles François Philibert Masson, gèle ordinairement au commencement de novembre, et reste couverte de glaces jusques vers la fin d'avril ; de façon qu'elle est près de six mois fermée » (*Mémoires secrets sur la Russie*, t. III, nouvelle édition originale, avec portraits, Paris, chez Levrault, Schoell et Compe, 1804 [nouvelle édition], p. 397). Pour l'exemple du livre à 100 feuillets, voir Edward Hatton, *A Mathematical Manual: or, Delightful Associate*, Londres, S. Illidge, 1728, p. 184-186.

Le passage de Teilhard de Chardin se trouve dans *Le Phénomène humain*, *op. cit.*, p. 63. Pour Baruch, voir 2 Baruch 29, 5 (cité également *in* Jean Servier, *Histoire de l'utopie*, Paris, Gallimard, « Folio », 1991, p. 362). Pour Mersenne, voir la quinzième de ses *Questions inouyes*, Paris, Villery, 1634. Signalons que, pour illustrer le propos, Mersenne choisit d'écrire la valeur du « 64^{e} terme de la progression Geometrique, dont les termes qui se suivent gardent toujours la raison double », sans néanmoins qu'un lien explicite soit donné avec l'histoire des grains sur l'échiquier (la valeur proposée par Mersenne est par ailleurs complètement erronée, elle surpasse la bonne d'un facteur de l'ordre de 10^{70}). Signalons aussi que le passage qui précède celui-ci dans l'ouvrage de Mersenne évoque, lui, la question de la luminosité en fonction de la distance, question que Mersenne résout également à l'aide d'une « proportion géométrique ».

La « cochonnerie, ou calcul estimatif pour connaître jusqu'où peut aller la production d'une truie pendant dix années de temps », ainsi que les considérations sur le peuplement du Canada, se trouvent dans le t. IV des *Oisivetés* de Vauban, p. 82-88 et p. 33 respectivement, dans l'édition Corréard de 1842.

La lettre de l'abbé Méthivier est parue dans la revue *L'Agriculture comme source de richesse, comme garantie du repos social*, n° 1, janvier 1859, p. 69-73. Cette lettre est suivie d'un commentaire de la revue, qui revient sur la légende de Sessa, recopiant sans le dire un passage de l'*Encyclopédie des gens du monde* d'Artaud de Montor (Paris, librairie de Treuttel et Würtz, vol. 9, 1837, p. 41-42). Pour l'anecdote, la valeur qui y est donnée du nombre total de grains est de 16 846 744 073 709 151 615, une expression qui contient pas moins de trois coquilles.

Pour la citation de Verne, voir *L'Île mystérieuse*, première partie, chap. XX.

Sur les travaux de Leibniz, mentionnons l'étude de Jean-Marc Rohrbasser et Jacques Véron, *Leibniz et les raisonnements sur la vie humaine*, Paris, INED, 2001. (Voir notamment le problème du duc de Roannez, p. 15 et suivantes.)

C'est dans l'entrée « Progression » du *Dictionnaire de la conversation et de la lecture* (vol. 45, William Duckett [dir.], Paris, Belin-Mandar, 1838, p. 283) que figurent les propos de Passot sur la « mort éternelle » causée par la décroissance exponentielle du monde. La fin de cette entrée (« La découverte de la résistance... ») a été supprimée dans la seconde édition (Paris, Firmin Didot, vol. 15, 1860, p. 109). Quant à l'étrange histoire rapportée par Sabbathier sur la diminution de la taille des hommes, elle est tirée de son *Dictionnaire pour l'intelligence des auteurs classiques, grecs et latins, tant sacrés que profanes*, Paris, Delalain, t. XVIII, 1774, p. 371. Pour de Gaulle, voir ses *Mémoires de guerre*, Paris, Plon, t. III, 1959, p. 236.

Laurent Alexandre a tenu ses propos dans un court exposé intitulé « Le recul de la mort : l'immortalité à brève échéance ? », dans le cadre des conférences TEDxParis 2012. Pour l'écouter en intégralité, voir http://www.youtube.com/watch?feature=player_embedded&v=KGD-7M7iYzs.

Gordon Moore se montre inquiet de l'exponentielle dans un entretien du 13 avril 2005 (disponible sur Internet à l'adresse http://news.techworld.com/operating-systems/3477/moores-law-is-dead-says-gordon-moore/). Le même Moore a exprimé une opinion beaucoup plus confiante dans un autre entretien de la même époque, que l'on peut consulter sur https://www.zotero.org/mfolusiak/items/itemKey/UN2F4GD4 (la page originale, sur le site de la société Intel, n'est plus fonctionnelle). Un panorama complet autour de la loi de Moore a été publié par Jean-Paul Delahaye : « Au-delà de la loi de Moore ? », *Pour la science*, 431, septembre 2013, p. 78-83.

Sur les six degrés de séparation et le travail de Stanley Milgram, une très bonne présentation critique est celle de Judith Kleinfeld dans « The Small World Problem », *Society*, 39/2, janvier-février 2012, p. 61-66. L'écrivain hongrois Frigyes Karinthy avait eu l'idée du concept dans une nouvelle intitulée « Chaînes », parue en 1929.

Pour quelques considérations complémentaires sur l'utilisation de l'exponentielle dans le cadre des utopies, voir aussi Benoît Rittaud, « Les utopies exponentielles », *Actes des 4ᵉ rencontres Jules Verne (2012, École centrale de Nantes)*, Nantes, Coiffard, « Rencontres Jules Verne », 2013.

Chapitre 12
La mère de toutes les peurs

Père fondateur des États-Unis, grand savant, fin lettré et pourtant fils d'un simple vendeur de chandelles sans aucune fortune ni noble ascendance, Benjamin Franklin a profondément marqué l'histoire de l'Occident. La trajectoire de ce tout premier *self-made man* américain s'est prolongée au-delà de sa mort, au travers du fonds créé par le codicille de son testament mais aussi, et surtout, au travers de son pays qui a conquis des sommets de prospérité au fil des siècles. Quel meilleur choix que l'exponentielle pour figurer un destin aussi extraordinaire ? N'importe quelle autre courbe ferait l'affaire, dira-t-on, pourvu qu'elle croisse suffisamment vite. Mais le registre symbolique n'a que faire de considérations techniques. Seule l'exponentielle dispose du pouvoir d'évocation requis pour symboliser la trajectoire extraordinaire de Franklin, archétype du *héros exponentiel.*

Des héros exponentiels

Toute biographie digne de ce nom d'un *self-made man* ne saurait manquer d'insister sur les origines humbles de celui qui atteint ensuite les sommets. Qui raconterait aujourd'hui la vie d'un Steve Jobs autrement qu'en s'étendant longuement sur les débuts modestes de celui qui fut à l'origine de tant d'innovations technologiques récentes ? Audley déjà, notre « Sessa anglais » du XVII^e^ siècle (voir chap. X), est présenté comme exponentiel dans le titre même de sa biographie (*La voie vers la richesse, selon la pratique du Grand Audley, qui commença avec deux cents livres en l'année 1605, et mourut riche de quatre cent mille livres en ce jour de novembre 1662*). Au nombre de ces héros d'un genre particulier l'on compte aussi Charles Ponzi, fascinant escroc du début du XX^e^ siècle qui a donné son nom au « schéma de Ponzi ». Dans son spectaculaire montage financier, c'est l'argent des nouveaux investisseurs qui sert à rembourser avec intérêts mirobolants (50 % en trois mois) les investisseurs précédents. Un tel système, maintes fois réinventé depuis, ne se maintient qu'avec une progression exponentielle du nombre de déposants, facilitée par la publicité élogieuse naturellement faite par les heureux investisseurs initiaux. L'écroulement se produit lorsque l'afflux d'argent frais ne parvient plus à suivre la cadence imposée par le système.

Outre celui de Ponzi lui-même, le plus illustre montage exponentiel de ce genre est celui de l'homme d'affaires Bernard Madoff, qui réussit à prolonger l'escroquerie pendant plusieurs décennies avant que la crise financière de 2008 et le brusque besoin de liquidités de ses clients ne dévoile le dispositif frauduleux de celui qui, jusqu'alors, était l'un des hommes d'affaires les plus influents de la finance mondiale. Madoff a finalement été condamné en 2009, mais un analyste financier d'une société de Boston (la *Rampart Investment Management Company*), Harry Markopolos, avait repéré le montage près de dix ans plus tôt. Ville de naissance de Franklin qui bénéficie encore des retombées du codicille de son testament, ville où Ponzi se rendit célèbre, ville dans laquelle Markopolos mit au jour la plus grande escroquerie de tous les temps fondée sur le schéma de Ponzi, Boston mérite bien le titre de capitale de l'exponentielle.

Il n'est qu'à lire le discours autobiographique de Jobs à l'université Stanford en 2005 pour comprendre combien les héros exponentiels perçoivent parfaitement la symbolique qui habite leur trajectoire. L'autobiographie de Ponzi, bien que ne devant évidemment pas être prise pour une récapitulation fidèle des faits, met elle aussi particulièrement en évidence la trajectoire exponentielle de son auteur, annoncée dès le titre (*The Rise of Mr. Ponzi*, soit « L'ascension de M. Ponzi »). La première moitié du récit montre une vie faite d'expédients divers et de séjours en prison, tandis que la seconde raconte l'extraordinaire ascension de cet escroc d'un genre nouveau. Ses premiers succès le conduisent à se considérer comme un personnage au-dessus du commun dont la chute, qui n'occupe que la dernière page du livre, est annoncée dès le début. Tout héros exponentiel qu'il était, Ponzi ne dédaignait pas de revêtir les atours de la tragédie.

Son schéma révèle Ponzi comme héros exponentiel mais aussi héros *de* l'exponentielle : un héros qui intègre la croissance exponentielle comme élément explicite, et non seulement symbolique, de son parcours. Franklin avec son codicille, Fortuné Ricard avec son testament, ou encore Audley avec son *penny* doublé, ont fait de même. Le fait que la vie entière de Ponzi se résume en dernier ressort à son schéma explique peut-être pour partie que, curieusement, la première biographie de Ponzi ne date que des années 1970 et du travail de Donald Dunn.

Héros stationnaires

Le trait saillant du héros exponentiel est qu'il n'est pas, au départ, appelé à de grandes réalisations. Les héros traditionnels de la mythologie grecque, ou les superhéros tels Superman, sont eux, ce qu'il convient *a contrario* d'appeler des *héros stationnaires* : leur noble ascendance, la prédestination ou encore un événement spécifique au début de leur vie annonce d'emblée leur destin en lettres majuscules. Dans le registre des enquêtes policières, des exemples antagonistes de héros sont Sherlock Holmes et le lieutenant Columbo. Le premier, personnage anglais du XIXe siècle créé par Arthur Conan Doyle, est typiquement stationnaire. Le lecteur (et le criminel de l'histoire) est informé sans retard des qualités exceptionnelles du sagace enquêteur, lequel se glorifie d'ailleurs fréquemment de son intelligence supérieure. À l'inverse, Columbo, personnage américain des années 1970 de Richard Levinson et William Link incarné par Peter Falk, fait toujours son entrée dans une enquête en insistant lourdement sur son insignifiance, se présentant chichement vêtu, mal coiffé et au volant d'une vieille guimbarde, le tout au milieu des belles villas de Los Angeles qui abritent les scènes des crimes sur lesquels il enquête. Columbo, qui répète à l'envi qu'il n'est là que pour régler de « petits détails », arrive dans l'histoire comme un grain de sable – j'allais écrire un grain de blé – avant que l'accumulation progressive d'éléments se cristallise en une conclusion implacable. Ce n'est pas cette accumulation qui est originale mais le *contraste* entre le lieutenant de police triomphant et le quasi-clochard que, au début, les autres personnages regardent avec condescendance.

Les damnés de la terre

Columbo montre que le héros exponentiel n'est pas nécessairement un *self-made man* individualiste. La lutte des classes produit un autre exemple qu'illustre à merveille le premier couplet de *L'Internationale* d'Eugène Pottier :

> Debout ! les damnés de la terre !
> Debout ! les forçats de la faim !
> La raison tonne en son cratère,
> C'est l'éruption de la fin.

Du passé faisons table rase,
Foule esclave, debout ! debout !
Le monde va changer de base :
Nous ne sommes rien, soyons tout[1] !

La trajectoire rêvée de cette « *self-made working class* » porte au plus haut la symbolique de l'exponentielle. Le contraste avec les premiers vers de *La Marseillaise*, antérieurs d'un siècle, est tout à fait saisissant :

Allons, enfants de la Patrie,
Le jour de gloire est arrivé !

Comme chez Pottier, les vers de Claude Joseph Rouget de l'Isle annoncent une apothéose chantée par des révolutionnaires qui n'étaient en rien issus de la noblesse d'épée. La différence tient à ce que, dans la *Marseillaise*, la victoire sera consécutive d'un *anoblissement préalable* du peuple en arme, le plaçant aux antipodes d'une symbolique exponentielle. C'est *avant* de partir que les volontaires de l'armée révolutionnaire proclament leur noble ascendance. Bien loin de gens de peu, ils sont les enfants de la Patrie, ils n'ont rien de la foule esclave de Pottier.

Des libéraux inspirés par Franklin aux communards de 1871, tout le monde a donc eu à cœur de s'approprier la figure du héros exponentiel. Quels événements contraires se sont alors produits, d'une puissance si grande qu'ils en ont renversé la symbolique dominante

1. Ce dernier vers évoque étrangement *L'Île mystérieuse* de Verne (dont nous avons rappelé l'histoire de la multiplication des grains au chap. XI) : « De rien, il leur faudrait arriver à tout ! »

de l'exponentielle ? Un premier élément de réponse me semble contenu dans ces quelques lignes de Ian Kershaw.

> En tant que sujet de présentation d'un dirigeant, Hitler est, quel que soit l'effort de notre imagination, un cas remarquable. Pendant les trente premières années de sa vie, il n'était personne. Durant les vingt-six années restantes, il est parvenu à imprimer une marque indélébile dans l'histoire, en tant que dictateur de l'Allemagne et instigateur d'une guerre génocidaire qui a marqué la plus grande régression des temps modernes dans les valeurs de la civilisation, finissant par mettre en ruines son propre pays et une grosse partie de l'Europe. [...] Les débuts de la vie d'Adolph Hitler n'offraient pas le moindre indice sur le personnage devant qui le monde entier retiendrait son souffle.

Un grain de blé sur l'échiquier renversait un roi, un anonyme met le monde à terre : Adolph Hitler, figure par excellence du héros exponentiel. La guerre dans laquelle il a plongé le monde entier porte en elle cette symbolique à son point paroxystique. En Europe, à la « drôle de guerre » initiale au cours de laquelle il ne s'est pour ainsi dire rien passé, ont succédé les assauts foudroyants de l'armée allemande. [1] L'attaque japonaise de la base de Pearl Harbor, suivie d'autres dans le Pacifique quelques heures plus tard, est en quelque sorte l'équivalent, pour les États-Unis, du *Blitzkrieg* allemand. Sans oublier, bien sûr, la tragique conclusion, l'explosion des bombes atomiques d'Hiroshima et Nagasaki, avènement

1. L'allemand rapproche volontairement ces deux temps de l'exponentielle qu'ont été la drôle de guerre et la guerre éclair par un jeu de mots : *Sitzkrieg* (« guerre assise ») a été construit en référence à *Blitzkrieg* (« guerre éclair »).

spectaculaire d'armes de destruction massive dont le fonctionnement lui-même repose sur une réaction en chaîne, c'est-à-dire sur la croissance exponentielle du nombre de noyaux atomiques en fission lorsque la réaction atteint son régime supercritique. À cet égard, la Première Guerre mondiale, qui ne fut pourtant pas moins pourvoyeuse de malheurs inédits, est diamétralement opposée à la Seconde. Son symbole majeur, les tranchées, en font une guerre symboliquement *stationnaire* – ce qui bien sûr ne la rend pas moins effroyable. [1]

Les trois phases

Le rapprochement ici opéré avec les représentations courantes des années trente et quarante n'a rien d'une trop facile *reductio ad Hitlerum*. Voyons en effet cet extrait d'un article paru dans le journal *Le Monde* daté des 21-22 février 2010 :

> En 1938, on pouvait considérer M. Hitler comme un homme respectable. [...] En 2010, on peut analyser le changement climatique comme une invention de scientifiques malhonnêtes. [...] La comparaison est-elle exagérée ? Non.

Ce rapprochement (tout à fait abject[2]) entre climato-sceptiques et munichois est une illustration presque trop

1. L'assassinat de l'archiduc François-Ferdinand, étincelle qui déclencha la Grande guerre, relève plutôt de la symbolique de l'explosion, bien distincte de celle de l'exponentielle comme nous allons y venir (voir aussi le chap. XV).
2. Son auteur s'est défilé de façon misérable à ma proposition d'en débattre.

parfaite du parallèle entre l'« exponentielle Hitler » et la représentation alarmiste que certains se font de l'évolution du climat. Ces propos sont en pleine cohérence avec la symbolique de l'exponentielle. Ils placent le lecteur dans son étape la plus critique, celle qui se situe *entre* les débuts insignifiants et l'ascension formidable de la « seconde moitié de l'échiquier ».

Pour bien comprendre la manière dont l'exponentielle imprime sa marque dans les représentations collectives, il convient de s'éloigner volontairement des considérations mathématiques du chapitre VI qui nous ont montré qu'un phénomène exponentiel n'a pas de moment particulier, et considérer au contraire trois phases distinctes. Dans la première, la croissance est invisible, personne ne se doute de ce qui va se passer. Au cours de la troisième et dernière, la croissance est si rapide que rien ni personne ne peut plus la contrecarrer. La phase intermédiaire est celle de la « montée des périls » ; c'est cette seconde phase qui distingue l'exponentielle d'un processus simplement explosif. Un exemple typique d'une telle phase intermédiaire n'est autre que la période 1933-1939, aujourd'hui souvent regardée comme celle où il aurait encore été temps de stopper la menace. Transition continue entre le rien initial et le tout final de l'exponentielle, la phase intermédiaire offre la dernière opportunité, l'ultime test de sagesse de l'humanité dont seuls les plus clairvoyants saisissent l'importance.

L'instant de passage de la seconde à la troisième phase est le *tipping point* climatique d'un Hansen, le moment du basculement irréversible, dont nous sommes toujours éternellement proches. La conférence de Copenhague de décembre 2009 était « le rendez-vous de la dernière chance pour sauver le climat ». Le film *Home* de Yann Arthus-Bertrand nous explique que :

> Si [l]e permafrost fondait, le dégagement de méthane provoquerait un emballement de l'effet de serre dont nul ne peut prévoir les conséquences. Un emballement qui nous emmènerait vers une Terre inconnue. Il ne reste pas plus de dix ans à l'humanité pour inverser la tendance et éviter de franchir la frontière de cette Terre inconnue qui serait désormais la nôtre.

La symbolique exponentielle porte donc en elle les temps archaïque, moderne et, pour faire court, « postmoderne ». Au cours du premier, rien ne se passe, l'homme n'y est confronté qu'à son insignifiance. Dans le second, celui de la modernité, l'homme a pleinement son destin entre les mains. En lui succédant, le troisième temps marque l'entrée dans la postmodernité : dépassé par sa propre création, sans plus d'illusion sur les mirages du progrès, l'homme court à sa perte qu'il a lui-même précipitée.

L'importance accordée à la seconde phase de l'exponentielle est directement fonction de notre situation vis-à-vis du phénomène. Lorsque nous en sommes considérés comme extérieur (par exemple quand nous lisons la biographie d'un *self-made man*), cette étape intermédiaire n'est pas la plus significative. Parfois même encombrante, elle est volontiers réduite à la portion congrue, rapprochant l'exponentielle d'une classique explosion. En revanche, lorsque le sujet est partie prenante du phénomène, il est invariablement placé dans sa phase intermédiaire, juste avant le *tipping point*. Là où se trouve ce fascinant équilibre entre espoir de salut et crainte de la catastrophe. Là où la courbe de l'exponentielle commence à croître de façon visible, promettant l'emballement. Le seul instant que fait pleinement apparaître la représentation graphique de l'exponentielle.

Anthropologie de l'exponentielle

L'année 1972 est celle de la publication du rapport Meadows, mais aussi celle d'un autre ouvrage : *La Violence et le Sacré* de René Girard. L'anthropologue y développe la théorie selon laquelle, lorsqu'un individu désire un objet, d'autres individus vont, par mimétisme, désirer le même. L'effet d'entraînement qui en résulte conduit à une montée des tensions entre les individus du groupe social, jusqu'à un maximum qui peut se résorber de deux manières : soit le groupe est ravagé par une violence sans frein, soit l'un quelconque de ses membres attire sur lui la haine de quelques autres, suffisamment pour que, à nouveau par mimétisme, l'ensemble du groupe en vienne à fixer ses pulsions agressives sur cette seule victime émissaire. Le meurtre qui en résulte sert d'exutoire à la violence collective et permet au groupe de se reformer. La victime acquiert un statut particulier dans la mémoire des survivants, elle devient à la fois le démon coupable du déclenchement de la violence et le dieu dont le sacrifice a restauré l'harmonie. Pour ne plus connaître à nouveau de déchaînement de violence, le groupe est conduit à se doter de pratiques rituelles de sacrifice, dans lesquelles Girard lit une catharsis organisée qui instruit indirectement les membres, de façon symbolique et cryptée, sur les causes du drame originel et la manière dont il s'est résolu.

Dans un tel schéma, l'œil du mathématicien repère immédiatement l'exponentielle. Girard y fait lui-même référence ici et là, évoquant les rétroactions positives de la cybernétique et assimilant la crise mimétique à l'emballement auquel conduit immanquablement le « *feed-back* de la violence ». Mais l'habillage reste de surface et ne pénètre pas vraiment l'œuvre de Girard. Dans une louable prudence, l'anthropologue n'essaye pas de faire entrer à toute force sa théorie dans un moule trop étroitement mathématique. Il fait en réalité l'inverse : il « anthropologise » la dimension symbolique de l'exponentielle.

L'ossature de *La Violence et le Sacré* est très malthusienne. Non pas que l'ouvrage s'occupe de démographie, et encore moins qu'il cautionne fût-ce indirectement la brutalité des méthodes proposées par Malthus. Le point commun réside dans leurs racines mathématiques. Qu'il s'agisse d'anthropologie de la violence pour l'un ou de démographie humaine pour l'autre, nous sommes en présence d'un groupe humain qui doit faire face aux conséquences ultimes de la croissance exponentielle qu'il porte en lui. Le parallèle est parfois saisissant entre les deux auteurs, qui s'attachent tous deux à retrouver des traces indirectes des effets de cette croissance : étude de la démographie historique de différents pays chez l'un, analyse des mythes de sociétés traditionnelles chez l'autre. Tous deux se placent dans un *urbi*, aux nations étudiées par Malthus répondant les peuples traditionnels qui intéressent Girard. L'un et l'autre pensent en termes de catastrophes plus ou moins récurrentes. Enfin, les deux en appellent au religieux.

Redisons de la façon la plus claire qu'il n'est pas question de rapprocher *sur le fond* les pensées malthusiennes et girardiennes, pas plus qu'il ne s'agirait de déduire des erreurs du premier d'éventuelles failles chez le second : seule la proximité structurale entre les mathématiques sous-jacentes est pertinente. Au mot « mathématiques » je donne ici un sens non pas technique mais symbolique, celui-là même qui légitime de parler de trajectoire exponentielle au sujet de Franklin. Girard parle de rétroactions dans un sens plus souvent littéraire que technique, car sa théorie n'en a pas besoin. C'est là un autre point de rapprochement avec Malthus : comme l'a expliqué John Stuart Mill pour défendre l'*Essai sur le principe de population*, le modèle de croissance démographique exponentielle n'y est qu'une quantification « tout à fait superflue », dont la critique est « futile » et ne procure à ses auteurs que des « victoires faciles ».

À l'aune de la symbolique mathématique, donc, Girard et Malthus sont proches. En 1972, quelque chose de capital les sépare pourtant. Alors que Malthus considère que le monde n'est pas sorti de l'archaïsme démographique et de ses répétitions continuelles de catastrophes localisées, Girard ne place pas notre civilisation contemporaine dans le cycle de la violence exponentielle, partiellement en raison de notre appareil judiciaire dont la fonction première est d'appliquer une distinction entre condamnation et vengeance[1].

Ces rapprochements entre Girard et Malthus seraient anecdotiques si les écrits ultérieurs de Girard n'en renforçaient considérablement la portée. En quelques années en effet, le discours girardien a opéré une transition frappante, passant d'une structure malthusienne à une structure néomalthusienne dans une évolution qui semble l'exacte copie de celle qui mène à la peur du monde étroit. En un sens, l'ontogenèse de la pensée girardienne récapitule la phylogenèse des représentations collectives.

Des choses cachées depuis le commencement du monde, en 1978, semble pourtant faire de Girard un penseur plutôt tourné vers l'optimisme prudent. L'anthropologue y développe la thèse selon laquelle le message premier du Nouveau Testament est la révélation du mécanisme de la violence et de la victime émissaire. La conséquence en est que ce mécanisme est rendu obsolète, puisqu'il reposait en dernière instance sur l'ignorance de ceux qui l'employaient. À présent que la victime émissaire est reconnue comme innocente, nul rituel sacrificiel ne peut plus jouer le rôle cathartique qui limitait la violence. La révélation néotestamentaire est donc l'occasion de progresser en savoir, mais, parce qu'il

1. Girard n'en déduit pas que notre civilisation serait supérieure aux autres. Pour lui, nous sommes au moins aussi vulnérables à la violence que les civilisations traditionnelles, parce que notre rupture d'avec le religieux archaïque nous a éloigné de la compréhension intime de son mécanisme mimétique.

fait sauter le verrou protecteur du mécanisme sacrificiel, il libère aussi le potentiel exponentiel de la violence, jusque-là toujours contenu par ce même mécanisme. Girard lit dans l'histoire de l'Occident une lente et millénaire désagrégation de l'efficacité des mécanismes sacrificiels. L'amour, qui peut tout autant se déployer exponentiellement par mimétisme, est l'issue professée par Jésus, qui permettrait à l'homme de s'élever dans son humanité. Bien que ce soit à pas comptés, et non sans la crainte latente que l'homme ne se montre pas à la hauteur de son savoir nouveau, Girard s'approche ainsi d'une vision positive de l'exponentielle dans laquelle l'espoir du progrès se marie au fameux aphorisme de Friedrich Nietzsche : « À l'école de guerre de la vie, ce qui ne me tue pas me rend plus fort ».

Le changement de ton est considérable en 2007 dans *Achever Clausewitz*, une sorte de réécriture de *La Violence et le Sacré* nourrie de la symbolique de la célèbre photo *Earthrise*. Orphelins de la protection désormais désuète du processus sacrificiel, nous devons faire face, selon Girard, à un risque redoublé de déchaînement de la violence, cette fois non plus à l'échelle de l'*urbi* d'une peuplade ou d'une cité, mais à celle de l'*orbi* qu'est la sphère d'influence de l'Occident – c'est-à-dire le monde entier[1]. Cette fois, c'est le pessimisme qui est de mise,

1. C'est sans grande surprise que ce sombre tableau fait une place au réchauffement climatique d'origine humaine. La postérité aura raison de le pardonner au grand penseur qu'est Girard : pour paraphraser Mill évoquant Malthus, la question du climat, d'ailleurs évoquée de façon très brève, ne joue aucun rôle dans la construction de sa pensée.

nourri au lait de Carl von Clausewitz et son fameux *De la Guerre*, écrit de 1816 à 1830. Les points de vue des deux auteurs se répondent de façon frappante, notamment dans leurs rapports respectifs à l'exponentielle symbolique. Comme on le sait, le général prussien est le théoricien de la « montée aux extrêmes » entre rivaux, qui débouche par transition de phase sur le conflit armé, « continuation de la politique par d'autres moyens ». Plusieurs passages du *De la Guerre* cités par Girard se lisent aisément comme une affirmation du caractère symboliquement exponentiel de la montée des tensions puis de l'engagement armé. Aux violences ou aux provocations de l'un répond une violence ou une provocation *multipliées* de l'autre, qui peut finir par un engagement total, synonyme d'apocalypse exponentielle.

Mais Clausewitz n'est pas Malthus : percevant le caractère purement théorique de cette croissance accélérée sans fin, le général prussien, à peine quelques années avant Verhulst, ajoute à son modèle symbolique ce qui correspond à une capacité limite, un maximum de violence qu'aucun des belligérants ne peut dépasser, quel que soit le contexte matériel, économique ou moral. Girard lit dans cet amendement une reculade, un déni de ce qui était, dès l'époque napoléonienne, inscrit dans le devenir de la guerre.

En maintes occasions, Girard passe tout près de faire face pour de bon à son axiome d'expansion multiplicative de la violence, par exemple lorsqu'il mentionne brièvement la question de la surpopulation, une question qu'il aborde quelques pages seulement avant l'évocation... des persécutions antisémites. Ce rapprochement textuel fortuit donne envie de tirer l'oreille de l'anthropologue pour lui rappeler que le ressort premier de la peur démographique est justement la croissance géométrique, et que c'est aussi celle-là même qui servit si bien à accuser le « juif usurier » de capter toutes les richesses de la terre à partir d'un simple *penny* prêté à intérêts composés. Et lorsque Girard reproche à Clausewitz de refuser de pousser jusqu'au bout la logique de la « montée aux extrêmes », on voudrait là aussi se mêler à la discussion pour signaler que l'encre du théoricien prussien était à peine sèche lorsque Quetelet et Verhulst interrogeaient mathématiquement la question des obstacles à la croissance de population.

Tout entier occupé par sa victime émissaire, Girard s'intéresse peu aux ressorts mathématiques de sa théorie, en dehors de quelques passages finalement isolés. Il n'en a pas moins besoin d'une exponentielle symbolique pour sa théorie. Il ne saurait être question ici de l'en priver au simple motif de sa proximité structurale avec Malthus. Si Girard refuse le non-exponentiel de Clausewitz tout comme Ehrlich ignore la courbe de Verhulst, le rapprochement ne va pas plus loin. Même un modèle logistique de la violence mimétique ne suffirait pas à apaiser à coup sûr la fougue exponentielle : il serait en effet parfaitement défendable de soutenir que, contrairement à la démographie humaine, la montée de la violence est un phénomène séquentiel et non continu. Le chaos qui surgit si facilement des suites logistiques *(voir appendice)* nous éloigne alors à jamais de l'apaisement promis par un modèle continu. Utiles pour débrouiller l'écheveau de certains débats, les mathématiques seules ne permettent décidément pas de donner le dernier mot à une problématique extra-mathématique, et une technicité plus fine ou une généralité plus grande dans le domaine n'est pas la garantie absolue d'approcher mieux la vérité.

Quoi qu'il en soit du caractère multiplicatif ou non de notre monde, une chose demeure : qu'on l'aperçoive au sein du désir mimétique ou dans une dette qui nous étrangle, qu'elle se lise dans le déroulement de la Seconde Guerre mondiale ou dans la brutalité d'un Malthus, l'exponentielle est désormais indissolublement liée à la violence. Depuis toujours ontologiquement supérieure à l'homme, l'exponentielle a à présent acquis un statut mystique qui fait d'elle une authentique divinité mathématique, résolument malfaisante. Les utopies d'un Fortuné Ricard sont bien loin : déesse terrible et vengeresse, l'exponentielle nous promet les ténèbres et non plus le Royaume.

Appendice : le chaos discret

Nous avons vu au chapitre VII des phénomènes logistiques par nature plutôt « tranquilles », la limite ultime d'une population étant atteinte à l'issue d'un serein *kiss landing*. En réalité, le modèle logistique n'autorise pas toujours cet optimisme de principe. Au cœur même du modèle se love la possibilité d'évolutions très irrégulières, qui relèvent de la théorie du chaos. C'est Edward

Lorenz, l'un des grands fondateurs de la théorie, qui s'y est intéressé le premier. Nous sommes alors en 1964, un an seulement après son article majeur sur la convection qui avait mis en évidence comment un système décrit par des équations différentielles explicites et relativement simples pouvait néanmoins avoir un comportement hautement imprévisible et instable (par la suite qualifié de « chaotique », en un sens technique). Ce qui sera appelé plus tard les *suites logistiques* est considéré par Lorenz dans le cadre non pas de la démographie mais du climat et de son caractère imprévisible à long terme. C'est toutefois principalement le biologiste Robert May qui fera connaître ces suites, et leur donnera leur interprétation en termes de dynamique des populations.

Les suites logistiques sont à la courbe logistique ce que les suites géométriques sont à l'exponentielle : on parle de modèle *discret*, ou *séquentiel*, par opposition à *continu*. Redisons que dans un modèle discret le temps va d'unité en unité (et le phénomène étudié se représente donc par une suite), alors qu'il va continûment dans un modèle continu (le phénomène s'y représente à l'aide d'une courbe). Pour définir une suite logistique, l'on se donne, comme dans la présentation d'aujourd'hui du modèle de Verhulst, les deux paramètres, r et K (facteur de croissance en l'absence de contrainte, capacité limite) ainsi qu'une population initiale. Au lieu d'obtenir chaque nouveau terme de la suite en multipliant le terme x qui le précède par r, comme ce serait le cas pour une malthusienne suite géométrique, on le multiplie par $r(K–x)$, le facteur $K–x$ ayant pour effet de ralentir la croissance à mesure que la population approche de sa capacité limite. Quitte à modifier légèrement la définition des différentes expressions, l'on peut se ramener sans grande difficulté au cas où, le dernier terme connu de la suite logistique valant x, le suivant s'obtient en multipliant x par $r(1-x)$.

Alors que le formalisme des suites logistiques, simples successions de multiplications élémentaires, est beaucoup plus simple que celui des courbes logistiques (qui requiert l'emploi des équations différentielles), l'étude des premières, est, *in fine*, beaucoup plus difficile que celle des secondes, au point que de nombreuses questions à leur sujet n'ont pas encore de réponses dans les mathématiques actuelles. En effet, contrairement à ce qui se passe pour les courbes logistiques, la valeur de r joue un rôle considérable dans le comportement à long terme d'une suite logistique.

Pour des valeurs de r petites, la suite se comporte de façon claire : une augmentation initialement quasi-exponentielle, qui ralentit à mesure que l'on s'approche d'une valeur limite. En revanche, lorsque r devient plus grand, des phénomènes nouveaux apparaissent : des oscillations amorties autour de la valeur limite dans le cas de plus simple, une alternance entre deux ou plusieurs valeurs limites pour des cas plus complexes, voire un comportement entièrement erratique, sans plus aucune valeur limite. Face à un tel *chaos*, il devient impossible d'anticiper quoi que ce soit, même qualitativement, sur le devenir de la population fictive représentée par la suite logistique. Et si l'on tient compte des fluctuations qui se superposent inévitablement à tout modèle, l'extinction complète n'est jamais exclue.

Selon que le phénomène est séquentiel ou continu, donc, le modèle logistique n'est pas porteur du même message. Les suites logistiques présentent en général peu d'intérêt pour représenter l'évolution démographique d'une espèce (sauf si celle-ci se reproduit à dates déterminées), mais montrent comment un changement apparemment anodin dans la formulation d'un modèle mathématique peut conduire à des résultats complètement différents.

Notes bibliographiques du chapitre XII

Le codicille du testament de Franklin contient les lignes suivantes :

> L'on dit que celui qui reçoit un héritage de ses ancêtres est d'une certaine manière obligé de transmettre le même à ses descendants. Une telle obligation ne m'incombe pas, n'ayant jamais hérité un sous d'aucun ancêtre ou relation.

Sur Madoff, l'instructive déposition du 4 février 2009 de Harry Markopolos devant le Comité des services financiers de la Chambre des représentants des États-Unis se trouve sur Internet à l'adresse http://online.wsj.com/public/resources/documents/MarkopolosTestimony20090203.pdf. Voir aussi Andy Court et Keith Sharman, « The Man Who Figured out Madoff's Scheme », *CBSNews*, 14 juin 2009 (http://www.cbsnews.com/2100-18560_162-4833667.html?tag=content Main ;contentBody).

Le discours autobiographique de Steve Jobs, intitulé « You've got to Find what you Love », est paru dans le *Stanford Report* le 14 juin 2005 (sur Internet, voir http://news.stanford.edu/news/2005/june15/jobs-061505.html).

Sur Ponzi, en dehors de son autobiographie, on pourra consulter Donald Dunn, *Ponzi : The Incredible True Story of the King of Financial Cons*, New York, Broadway Books, 2004. Dunn s'y demande notamment pourquoi Ponzi est le seul criminel qui a donné son nom à un genre spécifique de crime (p. VII), et également pourquoi, bien que le nom de Ponzi apparaisse régulièrement à chaque fraude éponyme, personne d'autre que lui-même n'avait enquêté sérieusement sur son inventeur (p. VIII-IX).

La citation de Ian Kershaw est tirée de son *Hitler*, Londres, Longman, 1991, p. 1. La suite de l'introduction du livre, jusqu'à la p. 4, aurait pu mériter une citation *in extenso* tant sa description de la trajectoire de Hitler est en ligne avec l'idée d'un héros exponentiel.

Le propos cité de *Home* (*op. cit.*) est prononcé à 1h15'14 du film.

Les ouvrages de René Girard mentionnés ici sont :

La Violence et le Sacré, Paris, Grasset et Fasquelle, 1972.

Des choses cachées depuis la fondation du monde, Paris, Grasset et Fasquelle, 1978.

Achever Clausewitz, Paris, Flammarion, 2011[2]. La première édition, chez Carnets Nord, date de 2007.

Dans le premier, mentionnons en particulier l'idée de « partie prise pour le tout » qui évoque notre *urbi et orbi* (p. 99), le « cercle vicieux » de la violence réciproque (p. 124-125), l'Occident dont l'absence de mécanisme sacrificiel « s'étend de plus en plus à la planète entière » (p. 276, puis 356-357), l'« infini de la *mimesis* violente » (p. 320), le « *feed-*

back de la violence » (p. 390), l'« esprit d'immobilité » (p. 422-423). Dans le second, la question de la surpopulation est évoquée p. 166-167, puis celle de la persécution des Juifs p. 172-173. Le relatif optimisme porté par l'idée de « crises catastrophiques mais fécondes » figure en p. 129 (tempéré par les menaces évoquées p. 197-200).

Sur la défense de Malthus par John Stuart Mill, voir *Principles of Political Economy*, Boston, Charles C. Little & James Brown, vol. 1, 1848, p. 427-428.

La phrase de Nietzsche est tirée de son *Crépuscule des idoles* (« Maximes et pointes », n° 8).

Pour l'article d'Edward Lorenz, voir « The Problem of Deducing the Climate from the Governing Equations », *Tellus*, XVI, 1964, p. 1-11. La présentation « démographique » de Robert May est parue dans « Simple Mathematical Models with Very Complicated Dynamics », *Nature*, 261, 1976, p. 459-467. Une présentation simple de la logistique est celle de David Bradley, « Verhulst's Logistic Curve », http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/summary?doi=10.1.1.31.7551. En français, signalons deux textes particulièrement pédagogiques et bien documentés de Daniel Perrin, sur la courbe de Verhulst (www.math.u-psud.fr/~perrin/interdisciplines/Cours5equadiff3-2011.pdf) et sur la suite logistique (www.math.u-psud.fr/~perrin/Conferences/logistiqueDP.pdf).

QUATRIÈME PARTIE

REMÈDES

Comment ? Tu cherches ? Tu voudrais te
décupler ? Te centupler ? Tu cherches des
adhérents ? – Cherche des zéros ! –

Friedrich NIETZSCHE (1889).

Il est connu qu'on ne surmonte pas une peur à l'aide de simples arguments rationnels. Toutefois, au vu du caractère « scientifique » sur lequel repose la peur de l'exponentielle, il me paraît légitime que des considérations d'ordre mathématique soient mises à contribution pour la combattre. Il ne s'agit pas ici de revenir sur les critiques de la deuxième partie. L'objectif de ce qui suit est de fournir des cadres de pensée qui préparent une meilleure appropriation intellectuelle des notions théoriques qui se rattachent à la peur exponentielle. Surmonter la sidération provoquée par les grands nombres née de la duplication des grains sur l'échiquier, s'interroger sur notre rapport au temps et enfin réfléchir sur une manière apaisée d'envisager la dialectique du fini et de l'infini sont les trois pistes qui sont ici abordées. Elles ne seront en aucune façon suffisantes pour venir à bout d'une peur dont nous avons vu les racines profondes et variées. Considérant les éléments mathématiques qui la sous-tendent, sans doute seront-elles toutefois de quelque utilité.

Il étonnera, voire choquera, certains lecteurs que parmi les quelques remèdes qui suivent ne figure nulle part celui qui consisterait à réorienter la peur vers les « vrais problèmes globaux » qui ne manquent certes pas. Outre la difficulté qu'il y aurait à faire un choix, la raison de cette absence est que l'humanité n'a heureusement pas *que* des « problèmes à résoudre » : elle a aussi des ambitions à réaliser, des trésors à préserver, des choses à découvrir. Hiérarchiser entre tout cela aurait été un sujet en soi, d'une ampleur et d'une complexité telle qu'il n'aurait raisonnablement pas été possible de le mener correctement en seulement quelques chapitres.

Chapitre 13
Faire face aux grands nombres

Il en va des devinettes sur la croissance exponentielle comme des tours de carte d'un illusionniste : nous savons dès le début ce qui se prépare, mais nous sommes tout de même surpris à la fin. Certes, occasionnellement, nous pouvons tomber juste en lançant un très grand nombre comme réponse à telle ou telle variante de l'histoire des grains sur l'échiquier. En général, toutefois, la chance seule explique ce succès, tant nous semblons incapables de nous approprier le phénomène de façon intime.

Face à ces échecs répétés, nous pouvons décider que le phénomène nous échappera toujours, et c'est ce qui est implicitement presque toujours fait dans les présentations de la croissance exponentielle. En apparence, un tel renoncement ne serait pas le premier du genre : après tout, Richard Feynman, l'un des plus grands théoriciens de la physique du XX^{e} siècle, n'a-t-il pas écrit qu'il

« pens[ait] pouvoir dire en confiance que personne ne comprend la mécanique quantique. » ? Une telle abdication ressemble à une conversion mystique, mais ce serait bien mal connaître Feynman que d'interpréter son propos de cette manière. Hors de l'intuition et de l'état mystique, il est en effet un autre mode de perception : celui de la raison. C'est elle et elle seule qui nous convainc que l'illusionniste ne dispose pas de pouvoirs surnaturels bien qu'il déjoue notre vigilance à chacune de ses manipulations de cartes et de foulards. Lorsque trois balles surgissent dans sa main là où il n'y en avait que deux un instant auparavant, l'hilarité des enfants comme celui des adultes est une moquerie de la raison qui s'amuse des insuffisances de notre attention toujours en éveil et invariablement piégée. Si nous pensions que l'illusionniste disposait de pouvoir surnaturels, la fascination remplacerait le rire.

Conquête intellectuelle

Décréter devant la surprise toujours renouvelée de la vitesse exponentielle qu'il s'agit d'un phénomène qui dépassera toujours notre entendement est intellectuellement du même ordre que de décider que l'illusionniste disposerait de pouvoirs magiques impossibles à percer et que notre incapacité à anticiper le résultat de ses tours en serait la preuve. Il va sans dire que cet état d'esprit n'était absolument pas celui de Feynman au sujet de la physique quantique. En réalité, le renoncement qu'il évoque est d'abord celui de l'intuition. En creux, son propos sonne au contraire comme un hommage à la puissance du formalisme scientifique, capable de décrire des phénomènes qui, sans lui, resteraient hors de portée.

Des ponts existent entre la raison et l'intuition. Il y a deux siècles, par exemple, personne n'avait la moindre idée de ce que pouvait être un espace à quatre dimensions. Ce sont les travaux d'algébristes comme Hermann Grassmann ou Arthur Cayley au XIX^e siècle qui ont posé un cadre mathématique permettant de travailler dans ces espaces sans plus de difficulté que dans l'espace ordinaire. Cayley écrit ainsi que l'on peut étudier mathématiquement un espace à quatre dimensions « *sans recourir à aucune notion métaphysique*[1] », dans un éloge de la raison conquérante qui préfigure celui de Hilbert un siècle plus tard au sujet de l'infini (voir chap. V). Le formalisme mathématique des espaces à quatre dimensions fait que les mathématiciens en ont acquis une intuition, qu'ils transmettent à tous les étudiants des cursus universitaires scientifiques. Certains mathématiciens se font même virtuoses du domaine, devenant capables de « voir » les phénomènes quadridimensionnels aussi clairement que ceux de notre espace ordinaire.

Pour la quatrième dimension comme pour bien d'autres sujets, le formalisme scientifique permet donc de corriger et d'accroître nos aptitudes perceptives. Le plus souvent toutefois, les mathématiciens ne s'intéressent guère à voir « pour de bon » en quatre dimensions, considérant un tel exercice comme un

1. C'est l'auteur qui souligne.

divertissement futile. Pour eux, ce sont plutôt les structures mathématiques qui ont de l'importance, car ce sont elles qui permettent de travailler et de démontrer des résultats. Forts de ce point de vue, nous pourrions faire fi du désir de ressentir l'immensité des grands nombres et nous borner à affirmer que la quantité de grains sur l'échiquier n'est que le résultat d'un calcul devant lequel il est naïf de s'extasier, et qu'il est plus utile d'en comprendre l'architecture mathématique.

Si raisonnable qu'il soit, un tel discours a à peu près autant de chances d'être accepté par le profane que celui des illusionnistes qui expliquent, pourtant non sans raison, que l'essentiel d'un tour ne réside pas dans son truc mais dans son habillage. La réponse à une énigme aussi polysémique que celle des grains sur l'échiquier ne peut être expédiée par un bref calcul assorti d'un rapide commentaire qui s'appuierait sur le fait que le mystérieux n'est pas le mystique, et donc qu'une devinette mathématique est autre chose qu'un *kôan*. Toutes les ramifications aussi bien historiques que symbolique de la légende de Sessa plaident au contraire pour *un travail de conquête intellectuelle de la croissance exponentielle*, à l'image de ce que les mathématiciens ont accompli au sujet des espaces quadridimensionnels ou de la notion d'infini. Tel est l'objectif du présent chapitre, qui est moins une entreprise de vulgarisation mathématique qu'une tentative de désacralisation – de « démysticisation » pourrait-on écrire. Il serait prétentieux d'affirmer que les lignes qui suivent feront à elles seules descendre la croissance exponentielle de son piédestal, du moins est-il raisonnable d'espérer qu'elles contribueront partiellement à la nécessaire rééducation de l'intuition par la raison.

Comprendre par le calcul

Nous avons vu à la fin du chapitre V comment Fibonacci faisait pour déterminer en un minimum d'opérations la quantité de grains sur la 64^e^ case de l'échiquier. La méthode, déjà utilisée semble-t-il par al-Kwarizmi quatre siècles auparavant, est très efficace, même si elle tire fortement parti du fait que le nombre de cases, 64, dispose de propriétés bien particulières[1]. Sans vouloir à tout prix trouver le moyen de faire le moins d'opérations possibles (une recherche qui prendrait à elle seule un temps qui pourrait bien annuler les bénéfices qu'elle apporterait par ailleurs), il reste la possibilité de multiplier les grains par deux autant de fois que nécessaire : c'est un peu *long*, mais en aucun cas *difficile*.

Remarquons, comme nous y reviendrons plus loin, que le calcul n'a pas besoin d'être exact pour être convaincant, comme Fibonacci et Ibn Khallikan en avaient tous deux pleinement conscience. Dans son exposé de la légende de Sessa, Ibn Khallikan rassemble tout d'abord les grains des premières cases en une pinte. Plutôt que les grains eux-mêmes, c'est ensuite cette

1. C'est une question classique d'algorithmique que de déterminer, pour un nombre n donné, le nombre minimum de multiplications à effectuer pour calculer 2^n (ou, plus généralement, x^n). Pour n égal à 49, par exemple, ce nombre minimum est moins facile à trouver que pour 64.

pinte qui est doublée de manière répétée, jusqu'à atteindre l'équivalent d'une ration pour une tête de bétail. Il poursuit les duplications à partir de cette ration autant de fois que nécessaire pour atteindre les dimensions d'un silo, et ainsi de suite[1]. Ibn Khallikan avait donc sans doute principalement l'intention de démontrer que le nombre final est très grand, et non d'en donner la valeur exacte.[2] Son récit est par ailleurs très net sur un point : les calculs que le comptable d'Alexandrie lui présente ne provoquent chez lui nulle conversion mystique, mais bien plutôt une « conversion mathématique ». C'est au fil d'un calcul mené pas à pas, case après case, que la vérité apparaît. Étonnante, inattendue, mais en aucun cas inaccessible ou incompréhensible.

Lunettes logarithmiques

Techniquement tout à fait appréhendable, le calcul du nombre de grains débouche sur un résultat qui garde néanmoins un soupçon de mystère. L'on a beau faire, il demeure difficile de ressentir l'adéquation entre l'énoncé du problème et sa réponse. Mis face à l'immensité du nombre de grains, nous sommes sans doute nombreux à nous dire, à l'instar de Cantor devant son raisonnement

1. D'abord très claires, ses explications s'embrouillent malheureusement vers la fin.
2. Fibonacci utilise le même artifice qu'Ibn Khallikan, mais d'une façon plus rigide, en posant que le rapport entre les étalons (pour lui des coffres, des maisons et des cités) est toujours égal à 65 536 (= 2^{16}).

qui démontrait un nouveau théorème sur l'infini : « Je le vois, mais je ne le crois pas ».

Pour aller plus loin, nous allons nous munir de « lunettes mathématiques », une expression consacrée pour désigner un outil mathématique qui permet de clarifier une situation initialement contre-intuitive. Le modèle que nous allons chausser est celui des *lunettes logarithmiques*. Point n'est besoin de très grands efforts pour s'en équiper, et nulle compétence technique particulière n'est requise en dehors des plus simples apprises à l'école. Les lunettes logarithmiques sont un outil de choix pour en finir avec la fausse mystique de l'exponentielle et faire face en toute confiance aux phénomènes de croissance de grains sur un échiquier.

Avant cela, il convient de dire qu'il est probable que, au fond, tout le monde ne souhaite pas savoir que le roi est nu. La peur du sacrilège se mêle au désir de garder aux mathématiques leur parfum d'étrange, dans une regrettable confusion entre la sidération et l'émerveillement. En dehors des préventions de cet ordre, il n'y a aucune raison d'envisager le problème comme insurmontable. Voyons pourquoi.

Commençons par une variante de l'énigme des grains sur l'échiquier dans laquelle les grains sont *décuplés* et non *doublés* à chaque changement de case, c'est-à-dire multipliés par dix et non par deux. Le nombre de grains sur les cases successives est donc donné par la suite 1, 10, 100, 1 000, etc. : pour chaque nouvelle case, il suffit d'ajouter un 0. La quantité de grains à disposer sur la soixante-quatrième case ne pose donc aucun problème : elle s'écrit à l'aide d'un 1 suivi de soixante-trois 0 [1].

Considérons maintenant une seconde variante, dans laquelle les grains sont *centuplés* de case en case. Le nombre de grains sur les cases successives est donc de 1, puis de 100, puis de 10 000, et ainsi de suite : au lieu d'ajouter un 0 à chaque fois comme dans la première variante, on en ajoute deux, en vertu de la règle bien connue selon laquelle multiplier un nombre entier par cent revient à lui ajouter deux 0. Le nombre de grains sur la dernière case s'obtient donc à peu près de la même manière que dans la variante précédente, et un calcul qui n'arrêtera que les lecteurs pressés (ou paresseux) montre que ce nombre s'écrit avec un 1 suivi de cent vingt-six 0 [2].

Pour finir, mentionnons une troisième et dernière variante dans laquelle les grains sont multipliés par mille

1. Il n'y a aucun 0 pour le nombre de grains sur la case n° 1 (1 grain), il y en a un pour celui de la case n° 2 (10 grains), puis deux pour celui de la case n° 3 (100 grains), puis trois pour la case n° 4 (1 000 grains), et ainsi de suite. Le nombre de 0 permettant d'écrire le nombre de grains sur la 64ᵉ case est donc de $64 - 1 = 63$.

2. Le seul point auquel il convient d'être attentif est que multiplier le nombre de cases par le nombre de zéros qui s'ajoute à chaque case ne donne pas tout à fait le bon résultat ($64 \times 2 = 128$), parce que la première case a un seul grain et non pas cent. Un calcul correct consiste à multiplier par 2 non pas le nombre de cases de l'échiquier, mais le nombre de changements de cases pour aller de la première à la dernière, ce qui donne $63 \times 2 = 126$. Il s'agit là d'une subtilité calculatoire dont l'importance est tout à fait mineure pour la compréhension générale, et le lecteur peut sans inconvénient ignorer cet élément de détail et se concentrer sur le reste. Cette petite difficulté est à l'origine de l'inexactitude de Hubbert signalée au chapitre III.

à chaque changement de case. Cette fois, le nombre de grains sur les cases successives est de 1, puis 1 000, puis 1 000 000, et ainsi de suite. Le nombre de grains sur la dernière case s'écrit alors avec un 1 suivi de cent quatre-vingt-neuf 0 ($189 = 3 \times 63$, de même que l'on avait $126 = 2 \times 63$ en centuplant les grains).

Est-ce prétentieux d'affirmer que ce qui précède ne posera aucun problème sérieux à quiconque se donne la peine de prendre quelques instants pour y réfléchir ? Peut-être mes habitudes de mathématicien, devenues réflexes au fil du temps, me rendent-elles aveugles aux difficultés que les explications précédentes poseront au lecteur réfractaire. Dans ce cas, bien sûr, je serai seul à blâmer, mais dans le cas contraire, ce qui précède établit que le ressort essentiel de nos trois variantes est on ne peut plus clair : tout ce qu'il faut comprendre, c'est qu'à chaque nouvelle case, le nombre de grains s'écrit avec un 0 en plus (ou deux, ou trois, selon la variante). Avec ces manipulations fort simples, nous nous sommes, sans le savoir, considérablement approchés du but.

Retour au doublement

Notre système de numération, c'est-à-dire la manière que nous avons d'écrire les nombres, est très bien adapté à la résolution du problème de l'échiquier dans sa variante d'une multiplication des grains par dix, parce que la multiplication par dix s'y effectue par la simple adjonction d'un 0. Dans cette variante, l'effet qualitatif d'une succession de multiplications est bien visible : ce qui compte, au-delà des valeurs exactes impliquées, c'est que le nombre de grains sur chaque nouvelle case s'écrit avec un chiffre de plus que celui de la case immédiatement précédente. (Pour cette raison, au chapitre I le lecteur aura peut-être trouvé l'exemple de la suite 3, 30, 300, 3 000, 30 000, 300 000... plus parlant que celui des puissances de deux pour se figurer la vitesse de croissance d'une suite géométrique.)

Dans la version originale de la devinette où les grains sont doublés et non décuplés, cette caractéristique si commode de la multiplication par dix n'est plus d'aucun secours, la multiplication par deux ne possédant aucune propriété immédiatement comparable. Pour nous y ramener, nous allons nous inspirer de Fibonacci et d'Ibn Khallikan et raisonner par approximation, dans la mesure où le vrai problème ne porte pas sur le nombre exact de grains mais sur son ordre de grandeur. Notre approximation va porter sur le dixième doublement (c'est-à-dire celui qui atteint la onzième case), à l'issue duquel on obtient 1 024 grains comme le montre un simple calcul mental. Ce nombre est voisin de mille, d'où l'énoncé fondamental que voici : *doubler dix fois revient, à peu de chose près, à multiplier par mille*[1].

1. Cette proximité entre 1 024 et 1 000 est source de confusions aujourd'hui dans l'expression de la puissance des ordinateurs, où deux types de préfixes peuvent être accolés à l'unité de base (qui elle-même est soit le bit, soit l'octet) : les préfixes ordinaires du système international (k pour kilo [mille], M pour méga [un million], G pour giga [un milliard]...) qui fonctionnent selon des rapports de mille, ainsi que les préfixes binaires (ki pour kibi [1 024], Mi pour mébi [$1\,024^2$], Gi pour gibi [$1\,024^3$]...), qui fonctionnent selon des rapports de 1 024 mieux adaptés à la structure binaire des ordinateurs.

Cette remarque élémentaire nous amène donc, au prix d'une petite approximation, à une situation très proche de la troisième de nos variantes, dans laquelle le passage d'une case à la suivante se faisait en multipliant les grains par mille. La seule différence est que, ici, la multiplication par mille (c'est-à-dire l'ajout de trois 0) correspond au passage d'une case non pas à celle qui vient juste après, mais à celle située dix cases plus loin. Il convient donc de faire un peu plus attention en avançant sur l'échiquier. Il y a 1 grain sur la première case, puis, donc, 1 000 grains (environ) sur la 11^{e} case, donc environ 1 000 000 (la valeur 1 000 à laquelle on a ajouté trois 0, c'est-à-dire un million) sur la 21^{e}, donc environ 1 000 000 000 (un milliard) sur la 31^{e} case, et ainsi de suite. Le nombre de grains sur la 41^{e} case s'écrit avec douze 0 ; il en faut quinze une fois atteinte la 51^{e} case, et enfin dix-huit sur la 61^{e} case.

Un 1 suivi de dix-huit 0 se dit un *trillion*. Par doublement, ce trillion sur la 61^{e} case devient deux trillions sur la 62^{e} case, puis quatre trillions sur la 63^{e} case, et enfin huit trillions sur la 64^{e} case. Un 8 suivi de dix-huit 0.

À nouveau, j'affirme que rien de tout cela n'est hors de portée de quiconque y consacre un minimum de temps et de concentration. Un éventuel blocage ne saurait provenir d'une quelconque difficulté technique. Le seul obstacle sérieux susceptible de se présenter est celui de la sacralisation des nombres (tout spécialement des grands), obstacle qui est le ressort essentiel de la sidération si souvent induite par la devinette. Quelqu'un dont la disposition d'esprit le pousse à considérer les grands nombres comme *a priori* impénétrables rencontrera des difficultés, mais qui n'auront rien de mathématiques. Lutter contre cette sacralisation mal placée est sans doute la principale difficulté, si ce n'est la seule, le contenu savant étant, lui, accessible à tous ceux qui ont appris à écrire les nombres dans le système décimal et à effectuer quelques calculs de base.

Qu'ils s'appellent million ou quintilliard, les grands nombres n'ont rien d'effrayant. De même qu'il n'y a pas besoin d'être en mesure de courir à 130 kilomètres à l'heure pour conduire un véhicule sur l'autoroute, il n'est pas nécessaire d'être capable de compter jusqu'à un trillion pour travailler avec une telle quantité ou s'en faire une représentation. C'est le moteur qui fait avancer le véhicule, pas les jambes du conducteur. C'est l'écriture des nombres qui permet de manipuler un trillion, non le fait d'avoir concrètement à sa disposition un trillion de grains. Certes, un trillion reste une quantité abstraite – de même que nous ne courrons jamais à 130 kilomètres à l'heure et que la plupart d'entre nous ignoreront toujours le mécanisme qui permet à un véhicule de se mouvoir à une telle vitesse. Le fait est que nous pouvons sans grand inconvénient « oublier » ce que signifie cette quantité et nous contenter de sa représentation chiffrée, finalement de taille raisonnable et qu'il nous est parfaitement loisible de manipuler à volonté, que ce soit pour la comparer à d'autres grandeurs ou effectuer de nouveaux calculs à partir d'elle.

Un 8 suivi de dix-huit 0, voilà donc à quoi se réduit l'« inimaginable » quantité de grains sur la 64^e case. La sidération devant ce grand nombre n'a pas lieu d'être. La quantité de grains sur la soixante-quatrième case de l'échiquier est certes très grande, mais il est tout à fait possible de la déterminer explicitement, sans utiliser de machine à calculer ni être particulièrement versé dans les mathématiques. Loin d'être la preuve de notre impuissance devant l'immensité, l'écriture du nombre des grains marque au contraire un éclatant succès de notre système de numération, puissant levier qui nous permet d'atteindre en seulement quelques signes une réalité qui nous restrera sans doute à jamais inaccessible du point de vue purement matériel.

Le total des grains

Même si ce n'est pas l'essentiel ici, il serait dommage, parvenus si loin, de ne pas prendre un instant pour finir la résolution de l'énigme, qui ne porte pas sur le nombre de grains sur la 64^e case mais sur le nombre total de grains sur l'échiquier.

Pour cela, demandons-nous dans quelle mesure l'ensemble des grains sur les soixante-quatre cases permettrait de pourvoir une hypothétique 65^e case qui devrait contenir deux fois plus de grains que la 64^e. Prenons tout d'abord les grains de cette 64^e case, que nous versons sur la 65^e. Celle-ci contient donc maintenant la moitié de la quantité qui doit lui échoir. Prenons à présent les grains de la 63^e case, que l'on verse à leur tour sur la 65^e. Puisque les grains de cette 63^e case sont moitié moins nombreux que ceux de la 64^e case, ils pourvoient à la moitié de ce qui manque encore à la 65e case. De la même manière, les grains de la 62e case permettent de diviser par deux la quantité de grains manquante sur la 65e. Autrement dit, le nombre de grains sur la 62e case est la moitié de ce qui manque à la 65e une fois versés sur elle les grains de la 64e et de la 63e.

Évolution du contenu de la 65e case au fil de l'ajout des grains des cases qui la précèdent. À chaque étape, les grains ajoutés représentent la moitié de la quantité encore manquante.

Le même phénomène se reproduit lors du versement du contenu de la 61e case, puis de la 60e, et ainsi de suite jusqu'à la première case, qui ne contient qu'un seul grain. Lorsque ce grain est disposé à son tour sur la 65e case, il représente lui aussi la moitié de ce qui manque encore, c'est-à-dire que, une fois tous les grains de l'échiquier versés sur la 65e case, il manque encore un ultime grain pour que la 65e case ait son dû.

Ainsi donc, le nombre total de grains sur l'échiquier est, à un grain près, le double du nombre de grains sur la 64e case. Nous avons évalué ce dernier à huit trillions de grains, le nombre total de grains sur l'échiquier est donc voisin de seize trillions. Un 1, un 6, puis dix-huit 0.

Nous venons ici de mettre en relief une propriété classique fondamentale de la suite des puissances de deux : la somme de ses premiers termes est égale au terme suivant, moins un. (On a ainsi $1+2 = 3 = 4-1$, puis $1+2+4 = 7 = 8-1$, puis $1+2+4+8 = 15 = 16-1$, etc.) Cette propriété ne subsiste pas telle quelle pour toutes les suites géométriques, mais il demeure que, dans tous les cas, la valeur d'un terme d'une telle suite n'est jamais négligeable devant la somme des termes qui le précèdent. Autrement dit, si un phénomène donné évolue selon une croissance exponentielle, alors la valeur atteinte au bout d'un temps donné est du même ordre que la somme de toutes les valeurs atteintes antérieurement par le phénomène. C'est là une sorte de traduction mathématique de l'idée de « cercle sans centre et dont la circonférence est partout » : à lui seul, l'instant présent englobe la réunion de toutes les situations antérieures. C'est cette propriété, déjà connue d'Euclide, qui est à la racine du procédé rhétorique fréquent consistant à insister sur le fait, par exemple, que la consommation de telle ou telle ressource a été, lors de la dernière décennie écoulée, comparable à celle de toutes les décennies précédentes réunies.

Virgule glissante

Un point remarquable de ce qui précède est que tous nos calculs sont restés entièrement explicites. À aucun moment il n'a été nécessaire de recourir à une calculatrice, ni même de poser une opération. Tout s'effectue mentalement. C'est en ce sens que nous avons acquis une meilleure perception de la solution à l'énigme. Nous avons eu recours à l'approximation de 1 024 par 1 000, mais l'erreur commise par cette approximation est suffisamment petite pour ne pas avoir de graves conséquences : notre évaluation de seize trillions de grains fait fort belle figure aux côtés de la réponse exacte, qui est d'un peu plus de dix-huit trillions.

Une objection plus problématique est que la méthode est spécifique au cas des puissances de deux. Dans un contexte exponentiel différent, comme l'histoire du *penny* de Price, il n'est pas possible de se ramener aussi facilement à une situation dans laquelle les multiplications s'effectueraient en ajoutant simplement des 0. Lorsque le facteur multiplicatif n'est qu'à peine plus grand que 1, certains préconisent d'utiliser la « règle de 70 », en vertu de laquelle le temps de doublement d'un phénomène en croissance annuel de x % est à peu près égal à $70/x$ ans. Une règle relativement simple, en effet, mais qui présente l'inconvénient de n'être qu'une « boîte noire », c'est-à-dire un « truc » que l'on admet sans comprendre d'où il vient (pour le justifier, il faut avoir recours à des mathématiques plus fines) – sans parler de l'inconvénient de se ramener à un temps de doublement dont la légende des grains montre la difficulté de représentation intuitive.

Pour approfondir encore notre compréhension intime de la croissance exponentielle, réécrivons nos calculs précédents de sorte à ne plus nous appuyer exclusivement sur la coïncidence numérique qui se produit pour la dixième puissance de deux. Plutôt que de noter simplement 1 le nombre de grains sur la première case de l'échiquier, écrivons-le sous la forme

1,0000000000000.

(Dans un premier temps, le nombre de 0 écrits après la virgule nous importe peu, le tout étant qu'il soit assez grand.)

Dix cases plus tard, nous l'avons vu, le nombre de grains dépasse légèrement la valeur mille, qui s'écrit 1000 mais que nous écrivons maintenant

1000,0000000000.

La raison de ces 0 ajoutés après la virgule est qu'ils permettent de visualiser la croissance exponentielle sous forme d'un glissement. Imaginons en effet que la virgule soit un mobile qui se déplace de gauche à droite, à la vitesse constante de trois chiffres toutes les dix secondes. Le déplacement de la virgule au fil du temps représente alors l'évolution du nombre de grains le long des cases. L'étrangeté de cette représentation est que, avant la dixième seconde (ainsi qu'entre la dixième et la vingtième, etc.), la virgule se retrouve « dans » l'un des 0 : au fil du temps, elle les traverse les uns après les autres.

1,000000
1000000
1000000
1000000
10,00000
1000000
1000000
100,0000
1000000
1000000
1000,000

« Film » de l'évolution du nombre de grains au fil des cases. La virgule se déplace à vitesse constante. Les nombres vont de case en case : le premier (1,000000) correspond à la case initiale, le dernier (1000,000) à la case située dix cases plus loin.

Il faut un effort d'imagination pour se faire à cette idée d'une virgule glissante qui traverse les chiffres en violation de toutes nos habitudes. Le formalisme mathématique précis sous-jacent (la représentation des nombres à l'aide de puissances fractionnaires de dix) serait d'une complexité inutile pour notre propos : retenons simplement qu'un nombre dont la virgule se trouve, par exemple, entre le troisième et le quatrième zéro est compris entre 1 000 et 10 000, c'est-à-dire qu'il s'écrit avec quatre chiffres.

Cette présentation est tout à fait suffisante pour décrire la croissance exponentielle de façon *qualitative*, c'est-à-dire selon les ordres de grandeur et non selon les valeurs exactes. Telles sont nos lunettes logarithmiques. La croissance de n'importe quel phénomène exponentiel peut toujours se voir de la même façon : la virgule glisse à vitesse constante de gauche à droite le long de l'expression 1,000000... (pour éviter de manquer de 0 au bout d'un moment, on peut d'emblée en mettre une infinité). Cette représentation permet de comprendre le point commun fondamental à toutes les valeurs en croissance exponentielle : ce n'est pas la valeur elle-même qui croît de façon uniforme au fil du temps, mais le *nombre de ses chiffres*. Quantitativement, la différence entre croissances exponentielles ne tient qu'à la vitesse de la virgule. Voilà pourquoi, du point de vue mathématique, le problème du *penny* de Price n'est rien d'autre qu'un ralenti de celui des grains sur l'échiquier[1], le comportement

1. Le temps mis par la virgule pour aller d'un 0 au suivant est donné par le logarithme décimal de la raison de la suite. Pour les grains sur l'échiquier, cette

qualitatif à long terme de ces deux problèmes étant, lui, essentiellement le même. Ainsi se dissipent les brumes de la croissance exponentielle.

Pour l'anecdote, cette idée de déplacement de virgule apparaît en filigrane dans un article de 1920 qui, quelques jours seulement avant que son fameux schéma ne s'effondre, faisait l'éloge de Ponzi en ces termes :

> Il change un dollar en un million [...]. Vous fournissez le dollar et Ponzi lui colle six zéros derrière. Ce bonhomme peut changer les virgules en points de séparation sur à peu près n'importe quel livret bancaire[1].

Ajouter pour multiplier

Pourquoi nos lunettes sont-elles « logarithmiques » ? Imaginés par John Napier au début du XVII^{e} siècle, les logarithmes sont une machinerie mathématique qui donne le résultat d'une multiplication à partir d'une simple addition en remplaçant du multiplicatif (comme une évolution exponentielle) par de l'additif (une évolution linéaire). Notre virgule qui glisse à vitesse constante relève bien de l'additif, comme on peut le pressentir au

---

vitesse est donc de $\log(2) \approx 0{,}69$, tandis qu'elle est de $\log(1{,}05) \approx 0{,}05$ pour le *penny* de Price.

1. Aux États-Unis, notre virgule qui sépare la partie entière de la partie décimale d'un nombre se note par un point, et les nombres de plus de trois chiffres s'écrivent en séparant les paquets de trois chiffres par des virgules. Par exemple, 14,765.23 représente ce que nous écririons 14 765,23 (ou éventuellement 14.765,23). Changer un *decimal point* (pour nous : une virgule) en une *comma* (pour nous : un point, ou une espace) revient donc à une multiplication : passer de 156.234 à 156,234 en notation américaine (de 156,234 à 156 234 en notation française), c'est multiplier par mille.

travers des variantes données au début de ce chapitre : *multiplier* par cent, c'est *ajouter* deux 0 ; *multiplier* par mille, c'est *ajouter* trois 0. L'intérêt des logarithmes va bien au-delà d'une commodité comptable, même si leur invention était initialement destinée à des questions très concrètes de simplification de calculs. Leur caractère essentiel tient à ce que, constituant un pont entre addition et multiplication, ils opèrent la jonction entre ces deux opérations fondamentales sur les nombres et constitutives d'une part essentielle de leur structure.

Les lunettes logarithmiques permettent donc de voir un paysage multiplicatif, peuplé de croissances relatives (comme pour les intérêts composés), de suites géométriques et d'exponentielles, sous la forme d'un paysage additif, qui montre croissance absolue, suites arithmétiques et plus généralement « linéarité ». Lorsque, devant un paysage multiplicatif, nous chaussons des lunettes logarithmiques, chaque élément du décor change de forme, montrant des sommes là où se trouvaient des produits, une évolution linéaire là où apparaissait un changement exponentiel, la suite des entiers (1, 2, 3, 4...) à l'endroit qu'occupait la suite des puissances de dix (10, 100, 1 000, 10 000...) et ainsi de suite. Au sens strict, bien sûr, rien ne change. Le paysage est le même, seul notre œil ne voit plus les choses de la même façon. Or c'est bien de notre œil dont il est question, bien davantage que du paysage mathématique lui-même. Hilbert aurait dit qu'en géométrie, « on doit toujours pouvoir dire – à la place de points, droite et plan – table, chaise et verre de bière ». Il voulait dire par là que le vocabulaire mathématique lui-même n'est pas porteur de sens car en mathématiques, seules comptent les relations entre objets. Lorsque nous parlons du biais exponentiel en revanche, ou des implications morales des grands récits comme l'histoire du *penny* de Price, nous ne faisons pas que des mathématiques. Les multiples variantes des grands récits de l'exponentielle montrent que l'équivalence mathématique n'implique pas l'équivalence sémantique. Les logarithmes ne sont pas qu'une équivalence entre deux structures algébriques : lorsque nous en faisons des lunettes, il convient de nous intéresser aussi à celui qui les chausse.

Notes bibliographiques du chapitre XIII

L'aphorisme de Nietzsche en épigraphe de la présente partie provient de la traduction française d'Henri Albert de son *Crépuscule des idoles* (Paris, Mercure de France, 1908, « Maximes et pointes », n° 14).

Pour l'avis de Feynman sur la mécanique quantique, voir *The Character of Physical Laws*, Cambridge, The MIT Press, 1967, chap. I.

Arthur Cayley évoque la quatrième dimension dans « Sur quelques théorèmes de la géométrie de position », *Journal für die reine und angewandte Mathematik*, 31, 1846, p. 213-226 (pour la phrase sur la quatrième dimension, voir p. 218).

La phrase de Cantor figure (en français !) dans une lettre adressée à son mentor, Richard Dedekind, le 29 juin 1877.

La fameuse référence de Hilbert à une table, une chaise et un verre de bière ne semble pas apparaître dans ses écrits, mais circule depuis très longtemps et correspond assez bien à l'avis du mathématicien allemand sur la question.

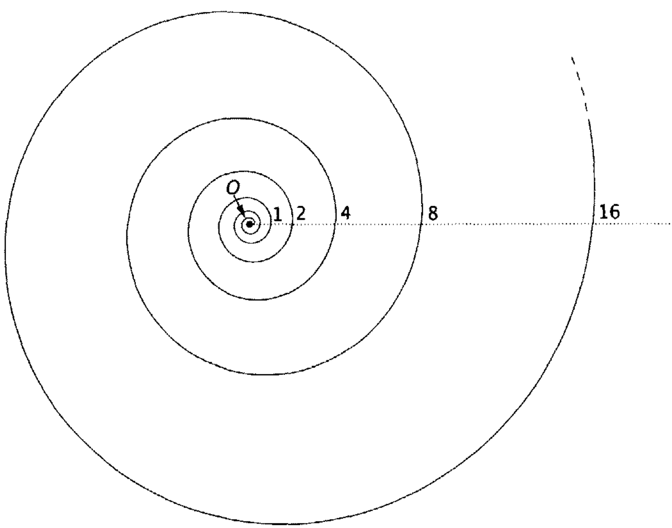
Pour des détails mathématiques sur l'idée de virgule glissante, ainsi que son utilisation didactique, voir Benoît Rittaud, « Les grains sur l'échiquier : entre intuition, calcul et mystique », *Short Proceedings* du colloque *La Didactique des mathématiques : approches et enjeux. Hommage à Michèle Artigue* (2012), https://docs.google.com/file/d/0B7H9DyVUr48lWEl5MENEOXV0ZU0/edit?pli=1, ainsi que « Une approche de la croissance exponentielle par l'introduction d'une virgule glissante », *Annales de didactiques et de sciences cognitives*, 18, 2013, p. 91-113.

Le passage sur Ponzi est de Neal O'Hara, *The Boston Traveler*, juillet 1920.

Chapitre 14
Réunir le cercle et la ligne droite

Comme d'autres scientifiques avant et après lui, le mathématicien Jacques Bernoulli désira qu'après sa mort une inscription sur sa tombe rappelât l'une de ses contributions au progrès de la science. Entre ses contributions décisives à la théorie des probabilités et son œuvre remarquable en calcul infinitésimal, Bernoulli n'avait guère que l'embarras du choix. Il se décida finalement pour un objet géométrique qui exerçait sur lui une telle fascination qu'il l'avait baptisée *spira mirabilis*. Plus connue aujourd'hui sous le nom de spirale logarithmique, il s'agit d'une spirale qui s'enroule selon une croissance exponentielle.

Parmi les multiples richesses de cette spirale miraculeuse, il en est une qui intéressait tout spécialement Bernoulli : lorsqu'on agrandit ou que l'on réduit la spirale précédente d'un facteur quelconque, nous retrouvons très exactement la même spirale, à une rotation près autour de son centre. Cette propriété caractéristique est rappelée par une épitaphe gravée sur la tombe de Bernoulli aux côtés de la spirale : *Eadem mutata resurgo.* Transformée, je redeviens la même. Quel meilleur choix pour orner une tombe que cette promesse de vie éternelle, qui matérialise par une figure géométrique le mythe du phénix renaissant de ses cendres ! Au moment où les révolutionnaires le menèrent à la guillotine en 1793, Mathon de la Cour eut-il une pensée pour la richesse posthume de son imaginaire Fortuné Ricard, cet autre rêve d'immortalité fondé sur l'artifice d'une croissance exponentielle ?



Une spirale logarithmique. Ses points d'intersection avec une demi-droite quelconque passant par son centre *O* sont à des distances de *O* qui croissent selon une suite géométrique (ici, la suite des puissances de deux).

Après tant d'exemples dans les chapitres précédents de l'exponentielle vue comme annonciatrice de changements, l'épitaphe de Bernoulli montre toute la polysémie d'un symbole aussi riche et parfois contradictoire. Pour le savant bâlois en effet la croissance géométrique de la spirale n'est ni l'instrument d'une abondance future ni l'emblème des drames qui attendent le monde, mais la marque d'une éternelle *stabilité*. L'immortalité s'atteint par l'équilibre exponentiel.

L'histoire de la tombe de Bernoulli se double d'une anecdote qui a elle aussi rang de symbole : le sculpteur qui grava la spirale se trompa et dessina non pas une spirale logarithmique mais une spirale d'Archimède, dont le rayon croît selon une progression arithmétique et non géométrique. Même transformé par la géométrie, le biais exponentiel ressurgit, identique à lui-même…

C'est en vain que l'on chercherait un écho contemporain à la vision poétique de l'exponentielle de la tombe de Bernoulli. Dans la perspective géométrique de l'*Eadem mutata resurgo*, le temps n'existe pas. La spirale est éternellement présente, de l'infiniment petit autour de son centre à l'infiniment grand de son déploiement[1].

1. En passant, sa propriété d'invariance d'échelle permet d'expliquer très simplement l'intérêt évolutif qu'elle a procuré à certains animaux à coquille comme les nautiles : lorsqu'une coquille croît selon cette spirale, elle change de taille mais pas de forme. D'Arcy Thompson a expliqué comment un mécanisme simple de croissance permet d'obtenir une telle spirale, en utilisant la propriété des spirales logarithmiques d'être les spirales *équiangulaires* (c'est-à-dire qu'elles coupent n'importe quel rayon issu de leur centre selon un angle constant).

La perspective numérique, en revanche, celle des suites géométriques, est intrinsèquement séquentielle, donc temporelle. Alors que la spirale est « vue » (même si les guillemets sont de rigueur, puisqu'on ne peut évidemment pas voir une spirale dans son entièreté géométrique), les suites géométriques sont « lues », avec tout l'aspect progressif, donc évolutif, que cela suppose. L'idée de stabilité ne prend pas corps de la même manière selon qu'elle s'incarne dans l'espace ou dans le temps : le premier la repère dans la régularité d'une symétrie ou d'une invariance de forme, là où le second la trouve dans la répétition. La spirale logarithmique offre à l'exponentielle une symbolique de stabilité que la vision progressive des suites géométriques lui refuse absolument.

Dans cette seconde moitié du XVII^e^ siècle où vivait Bernoulli, les mathématiques demeuraient encore profondément imprégnées de la géométrie des Grecs de l'Antiquité, au point que pour encore près de deux siècles les termes de « mathématicien » et de « géomètre » seront reconnus comme plus ou moins synonymes. Aujourd'hui en revanche, notre science mathématique se fonde sur le nombre bien davantage que sur l'espace. Il y a donc une certaine cohérence (même s'il ne s'agit pas nécessairement d'un lien causal) au fait que, aujourd'hui, l'exponentielle ne soit plus un symbole de stabilité mais au contraire de changement. Cette question du temps joue un rôle crucial dans la peur de l'exponentielle, et son approfondissement est sans doute l'une des clés qui peut permettre de la surmonter.

Apocalypses locales

À un lecteur d'aujourd'hui, l'*Essai sur le principe de population* de Malthus présente un aspect remarquable et inattendu : son caractère *local*, aussi bien dans l'espace que dans le temps. L'espace est celui de l'horizon géographique du pasteur anglican : essentiellement celui de la nation. On trouve finalement fort peu, chez Malthus, de considérations à l'échelle du monde entier, ou de propos sur une « population globale ». L'essentiel du discours est à l'échelle de l'*urbi*, l'*orbi* ne trouvant place que dans quelques rares allusions ici et là, qui trouvent peut-être leur source dans des écrits antérieurs comme ceux de Petty ou d'Ortes (chap. X).

La seconde caractéristique locale de Malthus, qui nous intéresse plus particulièrement ici, est d'ordre temporel. Les néomalthusiens nous ont habitués à l'idée que la croissance démographique exponentielle était un phénomène récent, appelé à ne se produire qu'une seule fois avant l'ultime catastrophe. Rien de tel chez Malthus pour qui le phénomène n'est pas nouveau mais au contraire endémique, comme il l'explique à plusieurs reprises dans son *Essai* :

> Dans la plupart des contrées que nous avons parcourues, la population semble s'être rarement réglée avec précision sur le taux moyen et permanent des subsistances. En général on la voit exécuter des oscillations entre deux points extrêmes. En conséquence, les oscillations entre la disette et l'abondance ont paru très fortement marquées [...].
> [...] tous les pays de l'Europe sont sujet à des retours périodiques

d'années malsaines, qui viennent mettre obstacle à l'accroissement de leur population [...].

Des catastrophes démographiques causées par une progression géométrique de la population se produisent donc régulièrement – à des échelles nationales, redisons-le. Le principe de population de Malthus n'a donc rien de millénariste : il se borne à proposer un remède politique à un problème récurrent. De longs passages de l'*Essai* sont consacrés à la description de famines passées supposément induites par une démographie exponentielle incontrôlée. Bien plus que les savantes nuances érudites ou l'habillage politiquement correct contemporain, ces mini-apocalypses sont sans doute ce qui sépare le plus Malthus de ses épigones de notre époque, car sans le savoir le pasteur anglican s'y inscrivait dans une perception du temps très différente de la nôtre.

En général, nous nous représentons le temps sous la forme d'une ligne droite dont un point glissant marque l'instant présent et sépare le passé et l'avenir. Cette façon de voir est dite *linéaire*, par opposition à une autre, dite *cyclique*. Il y a quelques années, le temps cyclique s'est imposé de manière fracassante dans l'actualité internationale lorsque, quelques mois après son élection à la Présidence de la République en 2007, Nicolas Sarkozy s'est rendu à l'université Cheikh Anta Diop de Dakar pour y tenir un discours à la jeunesse africaine. L'onde de choc créée par ce discours provenait de ce bref passage :

Le drame de l'Afrique, c'est que l'homme africain n'est pas assez entré dans l'histoire. Le paysan africain, qui depuis des millé-

> naires, vit avec les saisons, dont l'idéal de vie est d'être en harmonie avec la nature, ne connaît que l'éternel recommencement du temps rythmé par la répétition sans fin des mêmes gestes et des mêmes paroles.
> Dans cet imaginaire où tout recommence toujours, il n'y a de place ni pour l'aventure humaine, ni pour l'idée de progrès. [...] Jamais l'homme ne s'élance vers l'avenir. Jamais il ne lui vient à l'idée de sortir de la répétition pour s'inventer un destin.

La polémique née de ces quelques phrases a duré plusieurs années. Des intellectuels de tous bords se sont indignés que le président français supposât les Africains trop arriérés pour intégrer le temps linéaire. Ségolène Royal, la rivale malheureuse de Sarkozy à l'élection présidentielle de 2007, saisit la balle au bond et dénonça, également à Dakar, les propos du président. Ceux-ci émurent jusqu'à un membre du Gouvernement, Rama Yade, qui s'appuya sur ses propres origines africaines pour affirmer : « non seulement l'homme africain est entré dans l'histoire, mais il a même été le premier à y entrer ».

Ce qui est significatif pour nous, c'est que toutes ces critiques considéraient l'« entrée dans l'histoire » comme un bien. Nul intellectuel, qu'il soit français ou africain, n'a défendu la supériorité du temps cyclique aux dépens du temps linéaire. Dans la guerre séculaire entre ces deux visions, l'épisode du discours de Dakar illustre la domination de la seconde sur la première. Symbole de modernité, le temps linéaire apparaît comme l'horizon indépassable de la condition humaine, aux dépens du cyclique associé à une vision dépassée, régie non par la culture mais par la seule nature et ses phénomènes répétitifs – retour des saisons, alternance des jours et des nuits, etc.

Il nous est très difficile de concevoir que l'on puisse réellement envisager le temps comme cyclique, tant notre culture est imprégnée de temps linéaire. En analysant le rapport au temps de sociétés traditionnelles, Mircea Eliade a pourtant montré que celles-ci ont adopté beaucoup plus fréquemment la perception cyclique. Le temps linéaire est, selon lui, principalement l'apanage de la civilisation judéo-chrétienne, tournée tout entière vers l'attente d'un événement final (l'arrivée du Messie, le Jugement dernier). Une difficulté conceptuelle du temps cyclique est qu'il ne montre pas des *répétitions* mais des *recommencements*, c'est-à-dire que lorsque quelque chose se produit, elle *abolit* son occurrence antérieure. La circularité est à prendre dans son sens le plus fort : l'instant présent est un point qui fait le tour du cercle jusqu'à revenir à son point de départ, sans que rien ne garde la trace du passage antérieur. Celui-ci n'a alors plus jamais eu lieu.

L'opposition entre temps linéaire et cyclique se lit jusque dans nos instruments de mesure. Les horloges à cadran circulaire donnent évidemment à voir un temps cyclique, là où les modernes montres à quartz sont un hommage au temps linéaire. Comme plus haut pour les représentations de l'exponentielle, le géométrique (qui exprime les heures par des angles) exprime un temps figé, là où le numérique montre le mouvement. Le temps passe, alors que l'heure tourne.

La guerre des temps

L'optimisme étant un flambeau que se disputent aujourd'hui la plupart des perspectives idéologiques ou utopiques, c'est une question fondamentale que de décider lequel, du temps linéaire et du temps cyclique, est dépositaire de la vision du monde la plus « positive ». L'un des arguments les plus redoutables contre le temps linéaire a été donné au V^e siècle avant notre ère par un penseur de premier plan de l'école pythagoricienne, Alcméon de Crotone :

> Ce qui fait que les hommes meurent, c'est qu'il ne leur est pas possible de joindre le commencement et la fin.

Nous ne savons que trop peu de choses sur les idées d'Alcméon, et plus généralement sur les idées des pythagoriciens, pour prétendre reconstituer sa pensée sans la réinventer. Mais il n'est pas interdit d'en faire une reconstruction qui, bien que sans prétention historique, va être utile à notre réflexion. Imaginons donc Alcméon s'interrogeant sur la condition humaine, un soir d'été où le ciel bleu se reflète sur les eaux limpides du golfe de Tarente. Quelques années auparavant, sa cité de Crotone a détruit la cité voisine de Sybaris, sur injonction du maître Pythagore. Beaucoup ont péri, comme tant d'autres périssent dans ce monde grec si violent envers lui-même. Les étoiles qui s'allument ce soir au-dessus de la Méditerranée, elles, ne meurent jamais. Quel est donc le secret de leur éternité ? La réponse est évidente : le ciel est le seul lieu de la perfection, et c'est la perfection qui donne l'immortalité. Or rien n'est plus manifeste à l'astronome que les mouvements circulaires, périodiques, des lumières qui peuplent le ciel. Les astres sont immortels parce qu'ils joignent le commencement et la fin. La répétition perpétuelle est donc la clé de l'immortalité.

Mais une telle immortalité immobile est-elle un bien ? Comme toujours lorsqu'un symbole est en jeu, les interprétations les plus divergentes coexistent. Ainsi, pour Joseph Needham, qui s'inspire de Paul Tillich, le temps cyclique est un verre à moitié vide :

> [Dans la vision cyclique du temps,] on n'ose pas regarder le futur et l'on ne cherche une valeur durable que dans ce qui est *atemporel*. Il s'agit donc d'une vision essentiellement *pessimiste* [alors que dans la vision linéaire du temps] *le monde*, n'étant pas illusoire, peut-être lui-même racheté, et c'est là l'ambition du Royaume de Dieu. Il s'agit donc d'une vision essentiellement *optimiste*.

En évoquant l'analogie lunaire de l'écoulement du temps qui a cours chez les peuples premiers, Eliade voit quant à lui le temps cyclique comme un verre à moitié plein :

> [c]ette assimilation n'est pas seulement importante parce qu'elle nous révèle la structure « lunaire » du devenir universel, mais aussi par ses conséquences optimistes : car, tout comme la disparition de la lune n'est jamais définitive, puisqu'elle est nécessairement suivie d'une nouvelle lune, la disparition de l'homme ne l'est pas davantage [...]

Retracer l'histoire de la dialectique du temps linéaire et du temps cyclique impliquerait un détour par une bonne quantité de philosophes, de Platon à Nietzsche, ainsi que par les points de vue nouveaux apparus au XX^{e} siècle avec la cosmologie née de la théorie du Big Bang. Des épicycles de Ptolémée aux séries de Fourier, des réformes calendaires aux cycles de Milankovitch, de la combinatoire aux générateurs de nombres pseudo-aléatoires, nombreux sont les objets mathématiques qui trouveraient naturellement leur place dans ces réflexions. Gardons tout de même à l'esprit que d'une part, aux développements de la science ne correspond pas nécessairement un développement équivalent et simultané de la perception collective, d'autre part que bien des raffinements techniques de la science contemporaine se fondent sur des principes qui ne sont pas toujours si différents de ceux du passé, ni si nouveaux. Ce ne sera donc pas un grand inconvénient que de se limiter ici à deux points de vue plutôt anciens et dont un point commun est de bien cerner le rôle important des mathématiques dans ces questions.

La grande année

Le nom de Nicole Oresme est injustement méconnu aujourd'hui. Cet évêque de Lisieux du XIV^{e} siècle est pourtant une figure majeure de l'histoire des sciences. Entre autres, Oresme est le premier à énoncer qu'il est équivalent du point de vue mécanique de supposer que la « sphère des étoiles » tourne autour de la Terre ou de supposer que c'est la Terre qui tourne autour de son axe. (Il ne pousse malheureusement pas son idée jusqu'au bout, ce qui ne sera fait que trois siècles après lui par Galilée, qui disposera lui des travaux de Copernic.)

Dans l'un de ses travaux, le *De Proportionibus Proportionum*, sans doute écrit vers 1360, Oresme s'intéresse à la question du retour périodique des planètes dans une configuration initiale donnée. La *Grande année* est le temps nécessaire à ce retour des planètes. Des valeurs possibles en sont proposées depuis l'Antiquité, tournant en général autour de quelques dizaines de milliers d'années.

Dans une réfutation en règle, Oresme conteste le principe même de la Grande année, pour la raison suivante[1]. Considérons, pour simplifier, le cas de deux astres, dont nous notons s et t les temps mis par chacun pour revenir à une position initiale prédéfinie, et v la durée de la Grande année correspondante (c'est-à-dire le temps nécessaire pour que les deux reviennent simultanément à leur place de départ). Par définition, au bout du temps v, les deux astres ont fait un nombre entier de tours, disons m pour le premier et n pour le second. La valeur v est donc à la fois égale à ms et à nt, si bien que l'on a $ms = nt$, et donc $s/t = n/m$. Supposer l'existence d'une Grande année n'est donc possible que si le rapport s/t des temps mis par chacun des deux astres pour faire

1. L'argument original d'Oresme nécessite des considérations techniques touffues qui n'apporteraient rien à notre sujet (bien qu'il y soit beaucoup question d'un prototype de fonction exponentielle). Pour cette raison, je m'autorise ici de nombreux raccourcis et anachronismes.

un tour du ciel s'écrit sous la forme d'une fraction (un entier divisé par un autre), *n/m*. On parle de nombre *rationnel*.

Or tous les nombres ne sont pas rationnels : ainsi de $\sqrt{2}$ comme l'ont découvert les anciens Grecs, ou du nombre π comme l'a démontré Jean-Henri Lambert en 1767. L'existence de tels nombres, dits *irrationnels*, permet de conclure au caractère incertain du concept de Grande année : si le rapport des durées de révolution de nos deux astres est irrationnel, alors la Grande année n'existe pas. Ajouter des astres supplémentaires pour atteindre le nombre de ceux que nous voyons effectivement dans le ciel (le Soleil, la Lune, les cinq planètes les plus proches, ainsi que les étoiles, qui semblent toutes se mouvoir de concert) ne fait que renforcer l'argument : pour qu'une Grande année existe, il faut que *tous* les rapports des durées de révolutions entre les différents astres soient rationnels.

Ce premier résultat d'Oresme met en évidence une différence théorique profonde entre phénomènes cycliques et « éternel retour ». À rebours de Bernoulli qui, sur sa tombe, géométrise l'exponentielle pour atteindre une immortalité immobile, Oresme temporalise la géométrie du cercle pour donner une clé mathématique contre l'idée du temps cyclique, et tout spécialement contre son emblème, la Grande année,

> que certains disent être égale à 36 000 ans, disant que les corps célestes étaient dans un état initial et y retournent et que les aspects du passé se retrouvent comme dans le passé.

Déjà à ce stade, le raisonnement d'Oresme est d'une grande importance intellectuelle. Pourtant, l'audace de l'évêque de Lisieux ne s'arrête pas là. Il se demande ensuite quelles sont les chances pour que le rapport des durées de révolution de deux astres quelconques soit rationnel, c'est-à-dire la probabilité qu'une Grande année existe. Son raisonnement est d'une modernité à couper le souffle. Avec trois siècles d'avance sur les exposants fractionnaires d'Isaac Newton, quatre siècles sur les propriétés de la fonction exponentielle d'Euler, cinq siècles sur l'énoncé du théorème fondamental de l'arithmétique de Carl Gauss, et enfin six siècles sur la théorie de la mesure d'Henri Lebesgue puis l'axiomatisation des probabilités par Andreï Kolmogorov, Oresme démontre que, dans le cadre de son modèle mathématique, l'absence de Grande année est la règle et sa présence l'exception : si les durées de révolution des astres ont été « tirées au sort », alors il y a « toutes les chances » pour qu'elles soient entre elles dans des rapports irrationnels[1].

La portée du résultat lui-même est tout aussi considérable que les moyens mis en œuvre pour y parvenir. Conclure avec Oresme sur les chances négligeables de l'existence d'une Grande année suppose implicitement d'accepter que c'est plus ou moins *par hasard* que les durées de révolution des astres sont ce qu'elles sont.

1. En langage mathématique d'aujourd'hui, on dirait : la mesure de Lebesgue de l'ensemble des nombres rationnels est égale à zéro, et donc la probabilité de l'existence d'une Grande année est nulle.

Involontairement sans doute, l'évêque de Lisieux n'est donc pas très loin d'expulser Dieu du ciel. En rompant avec l'harmonie des rapports rationnels et en proposant le hasard comme principe organisateur, Oresme ne s'est-il pas aventuré sur le chemin du désenchantement le monde ?

L'éternité par les astres

Notre second point de vue est une étrange et poétique description de l'univers dont l'espoir d'éternité n'est pas sans rappeler celui de la tombe de Bernoulli. Au moment où il rédige *L'Éternité par les astres*, Louis Auguste Blanqui a de bonnes raisons de rêver à un avenir meilleur, puisqu'il est alors enfermé au fort du Taureau, non loin de Roscoff, attendant d'être jugé par le tribunal de Versailles. Socialiste révolutionnaire, agitateur et théoricien, Blanqui se doutait sans doute du verdict qui l'attendait, prononcé quelques mois après l'échec de la Commune de Paris : la réclusion à perpétuité[1].

C'est donc sans doute dans un état d'esprit un peu particulier qu'au fort du Taureau, loin des pamphlets politiques et des actions subversives, Blanqui rédige son curieux ouvrage. Dans un premier temps simple œuvre avertie de vulgarisation d'astronomie, *L'Éternité par les astres* s'engage ensuite sur la question de l'éternel retour

1. Condamné en novembre 1871, Blanqui est amnistié en 1877. Il décède en 1881.

sous l'angle original de la combinatoire. Blanqui relève qu'il n'existe qu'une centaine d'éléments chimiques (son époque en connaît 64, et il estime raisonnable de supposer qu'avec ceux qui restent alors à découvrir, le total ne devrait guère dépasser la centaine – ce en quoi on ne peut aujourd'hui que lui donner raison). Ces éléments peuvent se combiner de différentes manières, mais en aucun cas le nombre de configurations totales envisageable ne peut être infini. L'ensemble des différents systèmes planétaires possibles, bien qu'en quantité inimaginable, est lui aussi bel et bien fini. Blanqui en tire la conséquence que l'univers, étant fait d'une infinité d'espace et de matière, doit nécessairement abriter une infinité de répliques exactement identiques des différents mondes possibles [1]. C'est avec autant de lyrisme que de mélancolie que le prisonnier du fort du Taureau décrit son univers fait de répétitions, qui présente « un grand défaut : il n'y a pas progrès ». Tel est le prix de l'univers poétique de Blanqui : « Il n'y a rien de nouveau sous les soleils » et « L'éternité joue imperturbablement dans l'infini les mêmes représentations. »

Pour nous, les astres ne sont plus parfaits et éternels comme ils pouvaient l'apparaître à un penseur de l'Antiquité. L'astrophysique ayant rendu les étoiles elles aussi mortelles, les lumières de nos nuits ne sont plus un exemple d'éternité dans la répétition. De même, les idées

1. En toute rigueur, il pourrait n'exister qu'un seul monde infiniment répliqué. Blanqui n'en tient pas compte et considère que tous les mondes existent, répliqués sans fin aussi bien dans le temps que dans l'espace infini.

naïves de Blanqui sur l'infinité de l'univers et la finitude des combinaisons atomiques ne résistent pas à la cosmologie actuelle. Nous n'en avons pas pour autant perdu tout espoir d'éternité, mais ce qui en tient lieu est ce dont Blanqui déplorait l'absence dans son univers répétitif: l'idée de progrès, qui ne peut s'accommoder que d'un temps linéaire (d'ailleurs parfois appelé *progressif*).

Malgré la position dominante du temps linéaire, qui se lit en creux dans les réactions au discours de Dakar de Sarkozy, il n'est pas licite de parler d'hégémonie. La guerre se poursuit entre la ligne et le cercle, et l'arrivée de l'exponentielle sur le champ de bataille est celle d'une arme nouvelle que se disputent tradition et modernité pour le contrôle du déroulement du temps. Le choix de François Hollande de mener campagne en 2012 sur le thème de la « présidence normale » est un exemple des ruses sémantiques parfois efficaces face à la toute-puissance de l'idée de progrès portée par le temps linéaire – qu'incarnait pour l'occasion un Sarkozy qui se présentait volontiers comme le meneur d'une marche forcée vers la croissance économique.

D'une manière générale, les plus confiants dans l'idée de progrès voient dans l'exponentielle une alliée, une corne d'abondance qui multiplie sans fin les grains de blé. Cela va fondamentalement de pair avec une vision linéaire du temps, la seule dans laquelle puisse raisonnablement s'inscrire une croissance exponentielle infinie – fût-elle symbolique davantage que mathématique s'agissant du progrès humain. Il est peut-être significatif que *Chaînes*, la nouvelle de Karinthy qui anticipait la théorie des six degrés de séparation (voir chap. XI), s'ouvre précisément sur la question du caractère cyclique ou linéaire du temps.

En bonne logique, les opposants à l'exponentielle font plus volontiers l'éloge de la stabilité, de la régularité, de la prévisibilité – toutes perspectives qui s'inscrivent beaucoup mieux, faut-il le dire, dans une symbolique circulaire. Toutefois, sauf à adopter un point de vue extrémiste qui reste l'apanage de militants très isolés, personne ne nie la *possibilité* du progrès, ce qui contraint la presque totalité de nos contemporains à adopter le temps linéaire. La contestation ne peut pourtant pas ignorer cette flèche du temps, ce drapeau si bien planté au sommet de la modernité. L'attaque frontale étant impossible, une tactique plus discrète est à l'œuvre. Ainsi, depuis quelques années, nous sommes invités à penser en des termes qui évoquent subtilement une vision circulaire. Les énergies supposées « préserver l'avenir » sont qualifiées de « renouvelables » (en réalité *non épuisables*). Un bon citoyen *recycle* ses déchets ; les pictogrammes qui apparaissent sur les emballages réutilisables, ou ceux qui nous invitent à trier nos détritus, montrent des flèches qui se referment sur elles-mêmes. « Sauver la planète » consiste à préparer un avenir « durable », qui abolit ou au moins tempère la linéarité du progrès au profit d'un retour au circulaire. Le célèbre film *Home* de Yann Arthus-Bertrand se lit aisément comme un manifeste pour le temps cyclique, qui s'appuie sur les phénomènes naturels dans la droite ligne de notre Alcméon contemplant le ciel. Hymne à l'« équilibre » (un terme qui revient en permanence), à l'immuabilité des cycles naturels (« Jamais le cycle [de l'eau] ne se rompt »), il s'en prend directement à notre temps linéaire dans lequel tout va toujours plus vite et qui nous fait commettre le pire (« Nous sommes en train de casser le cycle d'une vie qui nous était offerte »). Au début des années 1990, le club de Rome rendait lui aussi un éloge presque explicite à une vision cyclique du temps, seule à même de rendre notre monde immortel :

> Une société « durable » implique que la société se fonde sur une vision de long terme, en ce qu'elle doit prévoir les conséquences de ses diverses activités, et doit veiller à ce que celles-ci ne brisent pas les cycles de renouvellement ; elle doit être une société de conservation.

Retour vers le cyclique ?

En 1966 déjà, l'économiste Kenneth Boulding faisait le lien entre monde fini et temps cyclique, opposant l'économie de la production/consommation à celle qui résulterait de l'intégration du caractère fini de la planète et de son « système écologique cyclique ». Mais notre perception intime du temps ne se décrète pas, et cette impossibilité de fait d'endosser explicitement le temps cyclique conduit à un état de tension permanente, qui débouche sur ce que j'aurais volontiers appelé le temps *pseudo-cyclique* si l'expression n'avait pas déjà été préemptée par Guy Debord. Pour l'auteur de *La Société du spectacle*, ce terme décrit le partage contemporain de la perception du temps dans une perspective marxiste : la classe dominante se réserve le privilège du temps linéaire, les dominés étant, eux, maintenus dans un univers qui singe les représentations cycliques, celles-là même qui maintiennent la classe ouvrière dans son état de sujétion et sont les mieux adaptées aux impératifs de la société industrielle. Pour Debord, l'organisation quotidienne et hebdomadaire du travail, ou le retour périodique des vacances, sont autant d'ersatz de temps cyclique dévolus aux masses laborieuses.

L'utilisation du temps cyclique par les tenants du monde étroit, et notamment dans sa version climatique, appuie considérablement l'analyse debordienne qui a pourtant plus d'une quarantaine d'années. Le documentaire *Une vérité qui dérange* en est un cas d'école. Le riche Al Gore, qui nous y annonce l'apocalypse climatique prochaine et les considérables efforts collectifs à consentir pour l'éviter, apparaît explicitement comme membre d'une classe privilégiée à qui est reconnu le droit de se déplacer en avion privé et dans des voitures de grosses cylindrées – toutes choses évidemment condamnées par la morale climatique. Point n'est besoin d'être imprégné d'idéologie marxiste pour y lire le message subliminal suivant : la peur du monde étroit n'est pas une idéologie révolutionnaire. Sur ce plan Gore est en bonne compagnie : le WWF, l'une des organisations non gouvernementales les plus engagées sur la question du climat, n'organise-t-elle pas chaque année plusieurs dizaines de coûteux voyages touristiques dans les régions les plus exotiques (y compris en Antarctique, pourtant un sanctuaire de la nature), dont, en 2009, un voyage autour du monde de 25 jours en jet privé ? Il est bien sûr plus que probable que le prix de ce tour du monde organisé (à partir de 65 000 dollars par personne) incluait une contribution « écologique » quelconque, simple version actualisée des indulgences de l'Église de naguère et dont la fonction objective est de légitimer les transgressions morales des plus favorisés.

Les mouvements d'écologie politique ne sont certes pas tous dupes du WWF ou de Gore. Ceux d'entre eux qui brandissent le rapport Meadows comme étendard de leurs revendications devraient toutefois se pencher sur son commanditaire, le club de Rome, et les convictions profondes des membres de l'« *establishment* international » qui le composent. Pour en donner un aperçu, la meilleure source est probablement *The First global revolution*, le seul authentique « rapport du club de Rome » au sens où il est le seul à avoir été écrit par son conseil lui-même, sous la direction d'Alexander King et Bertrand Schneider (le rapport Meadows, comme d'autres, est quant à lui un rapport *au* club de Rome, c'est-à-dire une commande). En voici quelques extraits qui n'étonneront que ceux qui voient dans le club de Rome un groupe de penseurs désintéressés et inspirés par la croissance zéro :

> La liberté seule ne peut réorganiser un État, rédiger une Constitution, créer un marché et établir la croissance économique, reconstruire l'industrie et l'agriculture, ou construire de nouvelles structures sociales. [...]
> La démocratie n'est pas une panacée. Elle ne peut pas tout organiser et n'a pas conscience de ses propres limites. Ces faits doivent être regardés franchement, si sacrilège que cela paraisse.

> Sous sa forme actuelle, la démocratie n'est plus adaptée aux tâches à venir. [...]
> *L'ennemi commun de l'humanité est l'homme.* En cherchant un ennemi commun contre lequel nous pourrions nous unir, nous en sommes venus à l'idée que la pollution, la menace du réchauffement climatique, les pénuries d'eau, la famine et autres, pourraient faire l'affaire. [...] Mais en désignant ces dangers comme l'ennemi, nous sommes tombés dans le piège [...] qui consiste à prendre les symptômes pour les causes. Or tous ces dangers sont causés l'intervention *humaine* sur les processus naturels, et c'est seulement par un changement d'attitudes et de comportements qu'ils peuvent être surmontés. L'ennemi véritable est l'humanité elle-même.

Le temps périodique

Revenons à la perception du temps. Les philosophes de l'histoire n'ont pas toujours beaucoup insisté sur une variante importante du temps cyclique, le temps *périodique.* Dans ce dernier, les événements se répètent à l'identique comme dans le temps cyclique, mais chaque répétition n'abolit plus la répétition antérieure. Le monde est donc régulièrement *restauré*, sans être pour autant *régénéré.*

La nuance paraît mince, elle est immense. Le fait qu'à la répétition ne corresponde plus une disparition du passé laisse certes le temps périodique peu ou prou équivalent au temps cyclique d'un point de vue mathématique, mais le passage de l'un à l'autre induit un profond glissement symbolique qui nous conduit aux lisières du temps linéaire. En effet, puisque deux événements, même identiques, ont toujours lieu de façon distincte, la plus parfaite ressemblance entre eux ne permet pas de les confondre. La possibilité offerte d'un décompte des répétitions successives (voire d'accidents lors de ces répétitions) empêche une identité aussi complète que dans le temps cyclique. D'où la possibilité d'un *karma.* En poussant à l'extrême le réductionnisme mathématicien, l'on dirait que le *karma* indien est une valeur assignée à chaque répétition (une valeur non nécessairement croissante) qui, une fois un certain seuil franchi, clôt la succession de ces répétitions et fait sortir du temps périodique – c'est-à-dire du temps tout court. L'anglican Malthus et ses mini-apocalypses récurrentes auxquelles il serait mis fin par l'application du principe de population n'en est somme toute pas si loin.

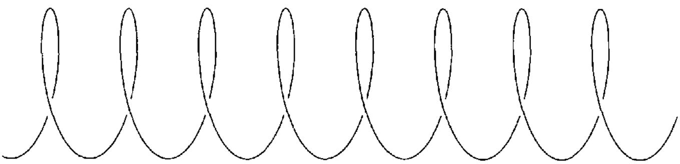
Le tropisme du temps périodique vers un temps non strictement répétitif trouve son expression dans la classification indienne des différents âges du monde : quatre *yuga* (de contenu et durées différents) font un *mahâyuga*, soixante et onze *mahâyuga* font un *manvantara*, et ainsi de suite. Au mathématicien contemporain cette vision du temps évoque le formalisme des *fractions continues.* Le manque de place autant que le désir de ne pas entrer dans des considérations trop techniques me retiennent ici de présenter pour de bon ce fascinant objet mathématique. Qu'il suffise de dire que les fractions continues sont l'outil de base pour approcher le non périodique par le périodique. C'est avec les fractions continues que l'on obtient, de la manière la plus « naturelle », des valeurs de plus en plus précises pour une « quasi-Grande année » (c'est-à-dire un retour presque exact des astres à une position de départ). Il n'est pas étonnant qu'un mathématicien indien comme Baskhara, dès le VII^e^ siècle, en ait été un si grand précurseur : la structure des âges du monde emboîtés les uns dans les autres, selon une croissance exponentielle des durées, en est intrinsèquement très proche. C'est en tâchant de déterminer la date du début du *Kali-yuga* dans lequel nous sommes que ce mathématicien est passé au plus près de l'invention des fractions continues. Il est également significatif que l'un des outils les plus fondamentaux de la théorie des fractions continues, l'*algorithme de Stern-Brocot*, porte le nom d'un horloger : lorsqu'Achille Brocot, au XIX^e^ siècle, se lance dans la construction d'une horloge astronomique, il s'interroge précisément sur le choix d'une quasi-Grande année, c'est-à-dire des approximations des temps astronomiques dans des rapports rationnels qui permettent de fixer la taille de ses engrenages[1].

Le temps hélicoïdal

La tension née de l'opposition entre espoir de progrès et désir de stabilité conduit à une tentative de marier temps cyclique et temps circulaire qui semble déboucher sur un compromis peut-être intéressant. Une façon simple d'en rendre géométriquement compte consiste à combiner un mouvement circulaire et un mouvement

1. L'autre nom attaché à l'algorithme est celui du mathématicien Moritz Stern, qui l'avait publié sous une forme équivalente deux ans plus tôt, en 1858.

rectiligne pour produire une hélice. L'hybride version du temps qui en résulte peut être qualifiée d'*hélicoïdale*.



Regardée de profil, l'hélice se rapproche d'une droite en ce que, globalement, elle s'oriente dans une certaine direction. Regardé de face, en revanche, le mouvement hélicoïdal ne se distingue plus d'un mouvement circulaire. Au mouvement directionnel est dédiée l'idée de progrès, cet espoir que « nous allons quelque part » ; le mouvement rotatif, lui, se saisit de tout ce qui est stabilité dans les « cycles naturels ». La situation hélicoïdale correspond assez bien à celle de la classification dite périodique des éléments chimiques, où un retour périodique des caractéristiques chimiques des éléments s'observe à mesure qu'augmente le nombre de protons dans leur noyau. Cousin du temps périodique des religions de l'Inde, le temps hélicoïdal s'ouvre plus explicitement au progrès, il est comme un temps linéaire qui lorgnerait vers le temps cyclique, là où le temps périodique suggère un temps cyclique qui lorgnerait vers le temps linéaire.

Le mariage du linéaire et du cyclique ne produit pas forcément une hélice, l'image de la *spirale* convient aussi. (« Non plus la sinusoïde qui rampe, mais la spirale qui jaillit en hélice », écrit Teilhard de Chardin.) Ma relative préférence pour l'hélice tient à ce que la spirale a plus de mal à rester neutre : optimiste lorsque la flèche du temps fait croître la spirale, pessimiste lorsque, ainsi qu'il est fréquent de nos jours, elle se fait tourbillon qui nous entraîne dans les profondeurs, comme chez Lattès dans sa préface à l'édition française du rapport Meadows :

> Nous ne pouvons rester passifs en face de *la spirale démographie-développement économique*, laquelle ne cesse en outre de créer ou d'accroître des fossés nationaux et sociaux.

Bien sûr, tout choix dans le vocabulaire contient sa part d'invisibles connotations qui, à terme, s'éloignent des intentions conscientes de son auteur. Les équivoques lovées dans les replis des mots se dissimulent fort bien à notre attention la plus vigilante, et je n'ai pas la naïveté de croire que l'hélice échapperait à la règle. Dans tous les cas, toute interprétation trop strictement géométrique de la symbolique du temps conduit vite au contresens : la figure du cercle suggère que les événements qui se produisent dans le temps cyclique devraient se dérouler toujours dans le même ordre, ce qui est loin d'être toujours le cas.

Le temps hélicoïdal est un refuge pour qui souhaite préserver l'espérance du progrès sans ignorer les problèmes d'un monde possiblement étroit. Claude Allègre, qui n'a de cesse de s'opposer aux peurs écologistes contemporaines tout en se présentant comme un authentique écologiste, écrit :

> À une économie unidirectionnelle à ressources infinies (on produit – on utilise – on jette) doit se substituer une économie cyclique à ressources finies.

La notion contemporaine de « développement durable » relève indirectement de cette perspective hélicoïdale, qui tente de rassembler en un même projet le progrès infini rêvé par Condorcet et les limites terrestres qui nous sont apparues avec les premières photographies de la Terre. Le document fondateur du développement durable, *Our Common Future* (souvent appelé « rapport Brundtland », du nom de son auteure principale, Gro Harlem Brundtland), ne mérite certes pas d'être considéré comme un texte majeur de philosophie de l'histoire. Désireux de marier à toute force la chèvre et le chou sans fâcher personne, le rapport (qui émane lui encore de l'*establishment* international) assaisonne Malthus à une sauce politiquement correcte assez indigeste ; son étalage incessant de bonnes intentions masque mal le caractère fruste de son éloge de la prévoyance. Néanmoins, *Our Common Future* constitue une tentative indirecte de donner une cohérence au temps hélicoïdal, ce qui en fait un document à ne pas ignorer.

Les Grecs, et notamment Platon, ont théorisé à la fois le temps cyclique et les quantités rationnelles. La Renaissance a vu se déployer le temps linéaire en même temps que les mathématiques apprivoisaient l'idée de mouvement continu. Si demain nous nous engageons pour de bon dans telle ou telle variante du temps hélicoïdal, alors il est permis de penser que nous développerons une appropriation collective plus intime des fractions continues, même si c'est sous une forme qui ne sera pas nécessairement mathématisée. Il sera alors temps, une nouvelle fois, de tourner nos regards vers l'Inde.

Notes bibliographiques du chapitre XIV

Sur les coquilles de nautiles selon D'Arcy Thompson, voir le chap. XI de son classique *On Growth and Forms, op. cit.* Notons sa traduction française par Dominique Teyssié, bienvenue bien que fort tardive : *Forme et croissance*, Paris, Seuil, 2009.

Les passages cités de l'*Essai sur le principe de population* de Malthus figurent à la fin de son livre I et au début du chapitre XII du livre II (trad. Pierre et Guillaume Prévost, Paris, Guillaumin, 1852).

Le discours de Dakar de Nicolas Sarkozy, principalement rédigé par son conseiller spécial Henri Guaino, est disponible sur Internet à l'adresse http://www.afrik.com/article12199.html. Le discours de Ségolène Royal tenu quelques mois plus tard se trouve, lui, à l'adresse http://www.lepoint.fr/actualites-politique/2009-04-07/le-discours-integral-de-royal-a-dakar/917/0/332931. Pour la réaction de Rama Yade, voir http://www.rfi.fr/emission/20101101-rama-yade.

La citation d'Alcméon de Crotone est tirée de Jean-Paul Dumont (dir.), *Les Présocratiques*, *op. cit.*

Le passage de Joseph Needham sur le temps cyclique se trouve dans l'un de ses plus fameux ouvrages, *La Science chinoise et l'Occident*, Paris, Seuil, 1977, p. 195-196. Voir aussi Paul Tillich, *The Protestant Era*, chap. II (disponible sur Internet à l'adresse http://www.religion-online.org/showchapter.asp?title=380&C=90). Les propos de Mircea Eliade proviennent de son *Mythe de l'éternel retour* (1949), Paris, Gallimard, 1989, p. 105.

Sur Nicole Oresme, un texte de référence est celui d'Edward Grant, « Nicole Oresme and His *De Proportionibus proportio-*

num », *Isis*, 51/3, septembre 1960, p. 293-314. Sur l'aspect probabiliste de son raisonnement, voir Norbert Meusnier, « À propos de l'utilisation par Nicole Oresme d'une argumentation "probabiliste" », *in* P. Souffrin, A-P. Segonds, *Nicolas Oresme : tradition et innovation chez un intellectuel du XIVe siècle*, Paris, Les Belles Lettres, 1988, dont j'ai utilisé la traduction des propos d'Oresme. (Pour quelques prolongements d'ordre plus mathématique sur ces questions, voir Benoît Rittaud, « De la grande année aux suites de Kronecker », in *Qu'est-ce qu'un nombre au hasard ?*, Paris, Société mathématique de France, 2011.)

La vision poétique de *L'Éternité par les astres* de Blanqui est parue en 1872 aux éditions Germer Baillière. Signalons aussi ce très bel article d'Yves Le Manach : « Auguste Blanqui et l'éternité », *Banc public*, 90, juin 2000.

Le film *Home* a été réalisé par Yann Arthus-Bertrand en 2009. (Les citations mentionnées ici, qui n'ont rien d'isolées, se trouvent à 8'00 et à 38'33 respectivement.)

Les propos du Club de Rome sur la « société de conservation » sont tirés de *The First Global Revolution*, *op. cit.*, p. 34. Ceux de Boulding sont cités dans l'ouvrage de Robert Poole, *Earthrise*, *op. cit.*, p. 158.

L'analyse du temps pseudo-cyclique par Guy Debord est parue dans *La Société du spectacle*, Paris, Buchet-Chastel, 1967, chap. V (« Temps et histoire ») et VI (« Le temps spectaculaire »).

Pour les voyages organisés par le WWF, on pourra consulter, outre le site lui-même de l'organisation, ce qu'en a écrit le fondateur du site Skyfall, Frédéric : http://www.inarchive.com/page/2010-12-18/http://www.skyfall.fr/?p=273&cp=all.

Sur les fractions continues, signalons la traduction française du classique de Godfrey Hardy et Edward Wright, *Introduction à la théorie des nombres*, trad. François Sauvageot, Paris, Vuibert, 2006, avec une préface passionnante de Catherine Goldstein.

Les références des travaux presque simultanés de Stern et de Brocot sur l'algorithme qui porte leur nom sont :

Achille Brocot, « Calcul des rouages par approximation, nouvelle méthode », *Revue chonométrique*, 3, 1861, p. 186-194.

Moritz Stern, « Über eine zahlentheoretische Funktion », *Journal für die reine und angewandte Mathematik*, 55, 1858, p. 193-220.

Teilhard de Chardin évoque la « spirale qui jaillit en hélice » dans *Le Phénomène humain*, *op. cit.*, p. 96. Pour un court essai sur l'idée de « progrès cyclique », voir Jacques Rittaud-Hutinet, *Les Fêtes en Franche-Comté*, Bière (Suisse), Cabedita, 2010.

Je remercie Thomas Zabulon pour ses lumières pour divers points de cet ouvrage, notamment sur la remarque du présent chapitre au sujet de la classification périodique des éléments chimiques.

Pour les propos de Lattès, voir la p. 8 de sa préface à *Halte à la croissance ?*, *op. cit.* Pour ceux de Claude Allègre, voir *Ma vérité sur la planète*, Paris, Plon, 2007, p. 145. Enfin, le premier rapport sur ce qui est devenu le « développement durable » est celui de Gro Harlem Brundtland (dir.), *Our Common Future*, Oxford, Oxford University Press, 1987.

Chapitre 15
Subjectiver l'infini

L'affirmation est inlassablement ressassée par ceux qui déplorent l'étroitesse de notre monde : nous ne pouvons pas consommer indéfiniment une ressource qui, tel le pétrole, ne se trouve disponible qu'en quantité limitée, nous devons donc soit nous convertir à la sobriété soit nous préparer à la pénurie. Opposer ainsi la finitude d'une ressource à l'infinitude de notre manière d'en disposer est un modèle de raisonnement au moins depuis Hubbert. Appelons-le l'*argument du monde fini*. Tel quel, celui-ci est très faible : si une ressource n'est appelée à manquer que dans plusieurs millénaires, il est tout à fait vain de s'en soucier. C'est en s'offrant les services de l'exponentielle que l'argument du monde fini acquiert toute son efficacité à faire craindre le pire. Nous nous devons donc de réfléchir de façon spécifique à cette dialectique du fini et de l'infini.

Depuis toujours, les détracteurs de l'argument du monde fini aiment à le tourner en dérision en rappelant, par exemple, toutes les annonces de fin du pétrole qui se sont succédé sans discontinuer pratiquement depuis le début de son utilisation comme source d'énergie. Aux voix de la « raison mathématique » pour qui il est évident qu'on ne peut pas consommer indéfiniment une ressource fixe et limitée répondent, hilares, celles qui observent que nous avons pris l'habitude qu'il n'y ait bientôt plus de pétrole sur Terre. Aux premières qui expliquent que les prophéties démenties du passé n'invalident en rien le raisonnement lui-même, les secondes répliquent que les réserves prouvées de pétrole sont stables au fil du temps (de l'ordre de quarante ans), voire en augmentation. Aux premières qui raisonnent sur les difficultés croissantes de l'extraction du pétrole rétorquent les secondes qui constatent que la tendance à long terme du prix de l'or noir est à la baisse, hors fluctuations passagères.

Un combat de titans

C'est donc fondamentalement à un affrontement entre raisonnement et observations auquel nous avons affaire, le premier s'alarmant de l'argument du monde fini là où les secondes se bornent à constater une évolution qui, sans aller sans heurts ni soucis, n'annonce pas d'apocalypse prochaine.

Lorsque ces deux titans que sont le raisonnement et l'observation entrent en conflit, c'est en général pour une raison profonde. Cinq siècles avant notre ère, de brillantes expériences de pensée fondés sur des suites géométriques conduisent Zénon d'Élée à affirmer l'impossibilité du mouvement. Alors que personne ne trouve à redire à ses arguments, Antisthène se décide tout bêtement à faire quelques pas pour montrer que Zénon se trompe. De même, après avoir fondé la théorie mathématique des probabilités, Pascal, au XVII^{e} siècle, l'utilise pour son fameux « pari », dans lequel il pense démontrer, à l'aide d'un raisonnement sur l'infini, que nous avons tous intérêt à nous convertir à la foi chrétienne. Denis Diderot, un siècle plus tard, balaye l'argument en soulignant qu'« [u]n ima[m] en peut dire tout autant que Pascal. »

Antisthène a sans doute mis les rieurs de son côté. Diderot a donné un bon antidote aux illusions que crée le raisonnement pascalien. Ces succès n'en sont pas moins incomplets, voire précaires : ni l'un ni l'autre n'ont trouvé la faille logée dans le raisonnement de leur adversaire. Si, comme l'écrit Oresme, « il est préférable d'attaquer les philosophes avec la philosophie et les mathématiciens avec les mathématiques, tout comme Goliath fut touché à mort par la bonne arme, et c'est ainsi, de même, que la vérité est révélée et l'erreur détruite », alors il faut reconnaître que ni Antisthène ni Diderot n'ont vaincu les mathématiques de Zénon et de Pascal. Les vrais vainqueurs sont, pour le premier, Aristote puis la topologie, pour le second Borel, ainsi que Lebesgue pour la théorie de la mesure et Andreï Kolmogorov pour celle des probabilités.

Regarder l'infini en face

Pour ne pas être à l'argument du monde fini ce qu'Antisthène est aux paradoxes de Zénon ou Diderot au pari pascalien, il n'est donc pas légitime de se satisfaire de l'évolution raisonnable du coût de l'énergie ou de quelqu'autre observation du même genre : il faut s'attaquer au cœur mathématique du problème. Je ne connais personne qui y ait mieux réfléchi que Julian Simon. Mentionner ce nom sans aussitôt lui accoler les qualificatifs qui désignent les démons de notre temps me vaudra sans doute des critiques faciles de la part de ceux qui ne raisonnent que par étiquettes. Économiste américain décédé en 1998, Simon était *senior fellow* d'un cercle de réflexion, l'Institut Caton, qui serait en France qualifié d'ultralibéral (son slogan est : « liberté individuelle, marchés libres et paix »). Simon pense que le chemin vers la prospérité est celui de la liberté d'entreprendre et d'inventer. Lorsqu'une ressource vient à manquer, son prix augmente, ce qui créé une pression créatrice, un appel d'air pour des innovations. Dans une société de libre marché, après quelques errements, une solution finit par être trouvée, qui non seulement résout la pénurie, mais va jusqu'à déboucher sur une situation meilleure que celle qui prévalait auparavant. Simon affirme que les données économiques des dernières décennies montrent sans équivoque que le prix de l'ensemble des biens de consommation est résolument orienté à la baisse sur le long terme, bien que des variations temporaires contredisent parfois ponctuellement cette tendance, et que ce sont les pays les plus libéraux qui affichent la plus grande prospérité. Simon voit le libéralisme comme le système économique le plus efficace pour mettre en œuvre et étendre à tous les secteurs l'idée de « pression créatrice » conçue par Ester Boserup en 1965 (Boserup, elle, se limitait à la démographie).

Précisons sans attendre que ce n'est pas l'arrière-plan idéologique de Simon qu'il s'agit ici de développer ou de critiquer, mais son traitement de l'argument du monde fini. En ces temps de peur du monde étroit, cet argument dispose d'une si grande force de persuasion que tout discours optimiste sur la croissance se doit d'en tenir compte. Condorcet, à la fin du XVIII^e^ siècle, n'avait pas ce problème lorsqu'il affichait sa confiance en l'avenir dans son fameux *Esquisse d'un tableau historique des progrès de l'esprit humain* – c'est au contraire Malthus qui, quelques années plus tard, était dans l'obligation tactique de lui porter la contradiction en mettant l'accent sur une forme de finitude. Pour s'opposer aux variantes néomalthusiennes dominantes d'aujourd'hui, Simon n'a, lui, pas pu se contenter d'une vague foi en l'avenir, et a du faire face pour de bon à la question de l'infini. Le moins que l'on puisse dire, c'est qu'il ne s'est pas défilé. Poussant à leurs limites les plus extrêmes les conséquences de ses idées, Simon est carrément allé jusqu'à soutenir que notre monde *n'est pas* physiquement limité. Selon lui, les ressources disponibles (pétrole ou autre) sont *effectivement présentes sur la Terre en quantité infinie.* Conscient de la folie apparente de cette idée, il martèle son credo sans relâche, bondissant de paradoxe en paradoxe en s'appuyant sur l'économie. Il rappelle que la quantité de matières premières disponibles a tendance à *augmenter* à mesure qu'elles sont prélevées dans la croûte terrestre, et raille en ces termes l'argument du monde fini :

> On regarde une baignoire et on en marque le niveau d'eau. On affirme que la quantité d'eau dans la baignoire est « finie ». On observe ensuite des gens prélever de l'eau dans des seaux qu'ils emmènent au loin. Pourtant, examinant à nouveau la baignoire, voilà que le niveau de l'eau a monté (tout comme un prix qui baisserait). On se dit que personne n'a de raison de mettre de l'eau dans la baignoire (tout comme personne n'irait mettre du pétrole dans un puits de pétrole), et donc on s'imagine qu'un événement particulier s'est produit, qu'il est peu probable de voir se reproduire. Pourtant, à chaque fois qu'on revient près de la baignoire, le niveau d'eau est encore plus haut – et l'eau est de moins en moins chère (tout comme le pétrole). [...]
> Quelqu'un d'avisé, au bout d'un moment, n'en conclurait-il pas que le processus va peut-être se poursuivre et qu'il serait bon d'en rechercher l'explication ? Quelqu'un de raisonnable ne vérifierait-il pas la présence de tuyaux d'arrivée d'eau dans la baignoire ? Ou si les gens recyclent leur eau dedans ? Il est bien plus logique de rechercher la cause du miracle apparent que de s'accrocher à une théorie simplette des ressources finies qui affirme que celui-ci ne pourra se poursuivre.

Les nombreux détracteurs de Simon l'ont péjorativement qualifié de *cornucopien*, joli néologisme pour désigner un optimisme crédule qui revient à croire à la corne d'abondance (*cornucopia* en latin). Les propos de Simon prêtent en effet le flanc à la critique facile. Quelle que soit la manière de le présenter, dire que la Terre contient une quantité infinie de pétrole est indéfendable. Malgré sa belle audace, Simon est fâcheusement resté prisonnier de la dichotomie fini/infini, bien qu'il tente parfois de s'en affranchir subrepticement, substituant ici et là au mot infini un terme comme « non-fini ».

Simon n'est pas le seul à avoir éprouvé cette hésitation subconsciente. Bien des auteurs, pour des raisons très diverses, ont voulu mettre en mots un insaisissable intermédiaire entre fini et infini. Ainsi, entre mille exemples, de Jacques Monod, qui explique dans *Le Hasard et la nécessité* que les liaisons covalentes composant la structure primaire des protéines constituent « une structure fibreuse, extrêmement souple, et capable de prendre, en théorie, une *quasi-infinité* de conformations » (c'est moi qui souligne). Ainsi aussi, déjà, de Condorcet, qui écrit dans son *Esquisse* : « Des hommes de génie [...] observèrent que tous les mots d'une langue n'étaient que les combinaisons d'une quantité très limitée d'articulations premières ; que le nombre de celles-ci, quoique très borné, suffisait pour former un nombre *presque infini* de combinaisons diverses » (c'est à nouveau moi qui souligne). Même Condorcet, pourtant confiant sur l'avenir du progrès, ne peut complètement faire l'impasse sur l'existence de ses possibles limites ultimes, fût-ce pour les reléguer à des abstractions lointaines :

> Tel est le but de l'ouvrage que j'ai entrepris, et dont le résultat sera de montrer, par le raisonnement et par les faits, qu'il n'a été marqué aucun terme au perfectionnement des facultés humaines ; que la perfectibilité de l'homme est réellement indéfinie ; que les progrès de cette perfectibilité, désormais indépendante de toute puissance qui voudrait les arrêter, n'ont d'autre

terme que la durée du globe où la nature nous a jetés. Sans doute, ces progrès pourront suivre une marche plus ou moins rapide, mais jamais elle ne sera rétrograde ; du moins, tant que la terre occupera la même place dans le système de l'univers, et que les lois générales de ce système ne produiront sur ce globe, ni un bouleversement général, ni des changements qui ne permettraient plus à l'espèce humaine d'y conserver, d'y déployer les mêmes facultés, et d'y trouver les mêmes ressources.

Entre fini et infini

Une simple requête sur un moteur de recherche sur Internet montre que des expressions comme *quasi-illimité* ou *presque infini* sont aussi courantes que paradoxales. Ce rapprochement entre fini et infini s'observe aussi dans divers traits d'esprits, tel celui rapporté par Alfred Sauvy :

> Un professeur annonce, dans une conférence, que le monde périra soudainement et sûrement, dans sept millions d'années. Forte émotion chez un spectateur, qui demande confirmation, pour dire ensuite, tout à fait rasséréné : « Ouf ! j'avais compris dans sept mille ans [1] ! »

Pour donner un autre exemple qui, contrairement à celui de Sauvy, n'est pas initialement destiné à donner un avis sur le monde étroit, l'on peut songer à ce trait du

1. Le traducteur anglais de l'ouvrage de Sauvy (dont Simon a extrait l'histoire pour la mettre en épigraphe) a eu l'heureuse idée d'en modifier les valeurs numériques : le professeur parle de sept *milliards* d'années, que le spectateur confond avec sept *millions*. Outre la meilleure proximité phonétique des mots anglais correspondants (*billions* et *millions*) et l'ordre de grandeur plus exact de la durée de vie restante du soleil, la vanité de la distinction milliards/millions est mieux apparente.

célèbre *Chat* de Philippe Geluck : « L'univers est encore 7 millions de fois plus grand pour une fourmi que pour nous. [Ce] doit être [particulièrement] impressionnant pour elle. »

Dans ces deux traits d'esprit, le ressort comique tient à la naïveté qu'il y a à envisager comme finie une quantité si énorme qu'elle en est en pratique illimitée. Du point de vue des protagonistes des deux anecdotes, il ne fait en réalité aucune différence que la quantité à laquelle ils sont confrontés soit ce qu'elle est, ou bien cent fois plus grande ou plus petite. Surprise : nous sommes là à la lisière de la définition même de l'infini donnée par Richard Dedekind, l'un des grands fondateurs de la théorie mathématique des ensembles. [1]

Avec l'affaire Jérôme Kerviel, l'actualité a récemment fourni un exemple spectaculaire du phénomène mis en évidence par ces deux historiettes. Comme on le sait, ce trader a été accusé d'avoir, par des manœuvres frauduleuses, fait perdre à son employeur, la Société générale, près de cinq milliards d'euros. En plus d'une lourde peine de prison, Kerviel a été condamné par la justice, en

1. Selon Dedekind, un ensemble S est infini dès lors qu'il est « équipotent à l'une de ses parties propres », c'est-à-dire qu'il est possible de trouver un sous-ensemble E de S (distinct de S lui-même) qui « contient autant d'éléments » que S tout entier (c'est-à-dire qu'il est possible de faire correspondre à chaque élément de S un élément de E de sorte qu'à chaque élément de E corresponde aussi un élément de S et un seul). Avec cette définition, l'ensemble $\mathbf{N}$ des entiers positifs est infini, car équipotent à $\mathbf{N}^*$, l'ensemble des entiers positifs non nuls (une correspondance entre $\mathbf{N}$ et $\mathbf{N}^*$ qui démontre cette équipotence est donnée par la fonction qui, à tout entier n de $\mathbf{N}$, fait correspondre l'entier $n+1$ de $\mathbf{N}^*$).

première instance et en appel, à « payer à la Société générale, partie civile, la somme de quatre milliards neuf cent quinze millions six cent dix mille cent cinquante-quatre euros (4.915.610.154 euros) à titre de dommages-intérêts. » Techniquement, ce verdict n'est rien d'autre que l'application stricte de la loi (c'est le principe de réparation intégral[1]). La justice a estimé que la banque a effectivement été lésée de cette somme et pas d'une autre. Or s'il se fût agit d'une somme dix fois moindre, ou dix fois supérieure, le préjudice pour la banque eût été profondément différent. Ce verdict n'en a pas moins un caractère irréel, car il est bien évident que Kerviel ne sera jamais en mesure de débourser une telle somme. Contrairement à la banque, eût-il été condamné à en payer le dixième ou le décuple que sa situation n'en eût pas été changée d'un iota : il ne pourra de toute façon pas payer. C'est ainsi que, du point de vue de Kerviel, ces cinq milliards d'euros, quantité finie parfaitement explicite, satisfont intégralement à la définition de Dedekind de l'infini. En d'autres termes : si nous considérons

1. En 2014, la Cour de cassassion a toutefois cassé cette partie la plus spectaculaire de la décision de justice antérieure, et renvoyé l'affaire devant la cour d'appel de Versailles. À l'heure où sont écrites ces lignes, on ignore donc quel sera le montant exact des dommages-intérêts qui seront finalement dûs par le trader (s'il y en a), ni même leur ordre de grandeur. D'une importance bien entendu considérable pour l'intéressé, ce retournement partiel tient au fait que, selon la chambre criminelle de la Cour de cassation, « la cour d'appel, après avoir relevé l'existence de fautes commises par la Société générale [...], n'a pas tenu compte de ces fautes pour évaluer la réparation du dommage mise à la charge du prévenu ». Cet aspect juridique étant toutefois extérieur à notre propos, nous en faisons abstraction dans les pages qui suivent.

qu'une quantité est finie dès lors qu'« on peut en atteindre le bout », alors il faut reconnaître que, s'agissant de ces quatre milliards neuf cent quinze millions six cent dix mille cent cinquante-quatre euros, Kerviel n'est pas ce « on ». La conclusion s'impose : du point de vue de l'ancien trader, *le montant de son dû n'est ni fini ni infini*. Pour comprendre ce qui se niche dans l'argument du monde fini et résoudre le conflit entre raisonnement et observation signalé en début de chapitre, il nous faut tenter de comprendre ce qui pourrait bien se glisser entre ces deux concepts.

Le surfini

Le premier à avoir explicitement cherché à définir un intermédiaire entre fini et infini est peut-être Platon. Dans l'un de ses dialogues les plus célèbres, le *Banquet*, le philosophe athénien prête à une certaine Diotime l'affirmation que le dieu Éros, « à mi-chemin entre les dieux et les hommes », jette un pont entre la mortalité et l'immortalité. L'Amour, dit-elle, n'est autre qu'un désir d'immortalité, qui se satisfait aussi bien dans l'acte sexuel de procréation que dans la production d'une œuvre mémorable ou la réalisation d'un haut fait. Pour ce qui nous concerne, c'est l'irruption de la subjectivité au sein de l'opposition traditionnelle entre le fini et l'infini qui nous force à introduire un nouveau concept. Désignons comme *surfinie* toute quantité mathématiquement finie qu'il est pourtant légitime de considérer comme infinie dans une situation donnée. Le contexte est ici crucial : la somme *due à la banque* est finie, celle *due par Kerviel* ne l'est pas.

Pour appréhender l'idée d'infini, Aristote proposait de distinguer entre deux modalités d'existence : une chose existe *en acte*, c'est-à-dire de manière effective, réelle, ou bien *en puissance*, c'est-à-dire potentiellement. En affirmant que l'infini existe en puissance mais non en acte, le philosophe surmontait divers paradoxes, par exemple celui donné par le partage répété d'un segment : jamais nous ne ferons effectivement une infinité de partages, en revanche il n'y a pas de limite potentielle à leur nombre. Nécessaire réceptacle pour rendre compte de l'absence de limite définissable, l'infini se voyait ainsi doté d'une forme d'existence affaiblie et abstraite, suffisante toutefois pour autoriser qu'on en parle.

Le rapport entre ces deux types d'existence, potentielle et actuelle, s'inverse pour le surfini : *le surfini est un infini en acte et un fini en puissance.* Pour rester dans le registre judiciaire, rappelons que dans les pays qui, tels les États-Unis, ne disposent pas du principe de confusion des peines dans leur législation, certains verdicts additionnent purement et simplement les années de prison correspondant à chaque crime, débouchant parfois sur une condamnation à plusieurs siècles de réclusion – non sans ouvrir la porte à l'humour noir des « remises de peine ». Là aussi, seul le surfini est en mesure de décrire la situation d'un condamné à 532 ans de réclusion, d'ailleurs juridiquement différente de celle d'un condamné à la réclusion à perpétuité (c'est-à-dire, en un sens, infinie).

Que ce soit pour distinguer la prospective de la futurologie ou pour insister sur le caractère immense de telle ou telle quantité, de nombreux auteurs ont utilisé le surfini sans éprouver le besoin de le formaliser par un mot. Voyons par exemple Jean-Paul Sartre :

> [Les philosophies de Descartes et Locke, puis de Kant et Hegel, puis de Marx] deviennent, chacune à son tour, l'humus de toute pensée particulière et l'horizon de toute culture, elles sont indépassables tant que le moment historique dont elles sont l'expression n'a pas été dépassé.

Sartre est ici particulièrement clair et explicite : pour lui, le marxisme est la philosophie structurante *pour une durée surfinie* – le terme *horizon* qui désigne ce qui apparaît comme infini à un sujet est particulièrement bien adapté. Bien des malentendus trouvent leur source dans l'absence d'identification claire entre fini, infini et surfini. Ce n'est qu'en remplaçant « infini » par « surfini » dans les analyses de Simon que ces dernières perdent leur caractère déraisonnable. Malgré toutes les contorsions langagières de Simon, rien ne nous convaincra jamais vraiment que la Terre contient une quantité infinie de pétrole. Déclarer qu'elle en contient une quantité surfinie dans le contexte de son utilisation par l'humanité est bien plus raisonnable.

Autre exemple d'erreur corrigée par le surfini : celle de Bjørn Lomborg, grand soutien de Simon, qui estime qu'économiser le pétrole ne permettra pas aux générations futures d'en disposer car « [m]ême si le monde n'utilisait qu'un baril de pétrole par an, cela impliquerait qu'une génération future se retrouverait sans pétrole du tout ». Dans la perspective d'une fin prochaine du pétrole, n'en consommer annuellement qu'un seul baril aurait pourtant pour effet salutaire de repousser la pénurie d'or noir d'un proche fini à un lointain surfini – donc une bonne solution.

D'une manière générale, les « pessimistes » commettent l'erreur d'assimiler le surfini au fin, et les « optimistes » l'erreur symétrique en confondant le surfini avec l'infini.

Mathématiques et surfini

Le surfini permet de préciser un point mathématique qui est une grosse source de confusion sur la croissance exponentielle. La rapidité de celle-ci fait parfois dire qu'elle « atteint très vite une valeur infinie », ce qui est faux. Si loin que l'on attende, jamais une exponentielle n'atteint effectivement une valeur infinie (à moins d'attendre un temps lui-même infini, mais cela n'a rien de propre à l'exponentielle). Atteindre l'infini en un temps fini est possible, mais il faut pour cela un cadre différent, comme certains modèles de croissance de population que l'on qualifie pour cette raison d'*explosifs*[1]. Techniquement, donc, l'exponentielle n'explose pas. En revanche, elle est bel et bien susceptible

1. Un exemple de modèle explosif est celui d'une population qui évolue selon l'équation différentielle $p' = p^2$ (rappelons que l'exponentielle correspond, elle, à une équation du type $p' = p$). Une telle population qui, au temps $t = 0$, serait composée de, disons, 2 individus évoluerait selon la fonction $p(t) = 2/(1-2t)$, qui atteint l'infini au temps $t = 1/2$.

d'atteindre le surfini en un temps fini. C'est d'ailleurs cet argument qu'exploite Malthus pour contredire Condorcet : ce dernier, sans ignorer la possibilité d'une population trop nombreuse pour les ressources terrestres, la rejette explicitement à une échéance que nous qualifierions de surfinie, ce à quoi Malthus réplique en substance que, croissance exponentielle aidant, une hypothèse aussi optimiste n'est pas tenable.

Pour en rester aux mathématiques, sans doute est-il utile de mettre le doigt sur une difficulté dans l'application subjective de la définition de Dedekind de l'infini (celle-là même qui nous a fait dire plus haut que la dette de Kerviel est pour lui un infini actuel) : le surfini n'est pas l'à-peu-près. Dans une phrase comme : « dans dix ans, tel événement pourrait se produire », la durée de dix ans est en général une évaluation plus ou moins grossière qui serait remplacée sans inconvénient par neuf ou onze ans. À première vue, donc, nous avons affaire à un surfini dans la mesure où la définition inspirée de Dedekind semble s'appliquer. En réalité, les dix ans dont il est question ici ne sont qu'une évaluation. Derrière cette durée chiffrée se dissimule une façon plus rigoureuse de s'exprimer qui utilise le langage des probabilités (« il y a de bonnes chances pour que dans un délai qui devrait être de l'ordre de dix ans… »). En revanche, les 4 915 610 154 euros dus par Kerviel, eux, n'ont rien de flou – c'est d'ailleurs leur exactitude même qui leur confère ce parfum comique[1].

1. Tout cela n'interdit pas que le surfini puisse être associé à des probabilités. Et comme ultime précision destinée à nos lecteurs les plus

Utilisations du surfini

Il me semble qu'en dissipant les brumes engendrées par des questions mal posées le concept de surfini apaise l'opposition entre l'argument du monde fini et les observations sur la quantité de ressources disponibles. Voyons comment. Le modèle économique aujourd'hui dominant est fondé sur la croissance, mais n'a pas la prétention de demeurer *ad infinitum.* La durée revendiquée du modèle économique contemporain ne saurait excéder le surfini. De même, s'il est clair que le monde terrestre n'est pas infini, il est permis de le voir comme surfini. Une croissance surfinie dans un monde surfini n'ayant plus rien de paradoxal, la discussion peut s'orienter vers des questions mieux formulées, comme celle de savoir si notre monde est fini ou surfini.

Pour se garder d'un optimisme candide sur la possibilité d'une discussion sereine, il faut garder à l'esprit que même un argument aussi rabâché que celui du monde fini n'a pas toujours la fonction de « principe fondateur » qui devrait être la sienne. Dans une perspective rationnelle, une fois l'argument du monde fini adopté, divers théorèmes complémentaires en découlent qui

---

avancés en mathématiques, indiquons qu'il ne faut pas non plus confondre le surfini avec les « infiniment grands » de l'analyse non-standard. Les 4 915 610 154 euros dûs par Kerviel sont un montant surfini tout ce qu'il y a de réel (au sens de *nombre réel*, c'est-à-dire standard) ; pour cette raison, mais sans toutefois prétendre clore le sujet, je doute que l'analyse non standard soit l'outil adapté à une éventuelle mathématisation rigoureuse du surfini.

sont autant de prescriptions. La nécessité d'un contrôle mondial des naissances en fait partie. Pourtant, le mouvement des « objecteurs de croissance », qui recourt inlassablement à l'argument du monde fini, se proclame aux antipodes de toute pensée malthusienne, sans réaliser l'évidente contradiction logique d'une telle position avec l'argument du monde fini. Je pense que la position des décroissancistes sur ce point relève de la tactique et non de la logique : le nom de Malthus est associé à des idées socialement si rétrogrades que chacun a soin de s'en démarquer, fût-ce en reniant un élément de communication aussi structurant et efficace que l'argument du monde fini.

Une fois la distinction faite entre infini et surfini, certaines questions sur la nature de notre monde se formulent d'une façon nouvelle qui limite les risques de malentendus. Pour tout ce qui nous concerne, le surfini rend l'infini inutile. Avec lui, les questions qui nous intéressent se traitent sans la contrainte d'une discussion philosophique sur le statut ou l'existence de l'infini. À la limite, une étude plus approfondie du concept de surfini permettrait peut-être de se dispenser de *toute* référence à l'infini [1]. En assimilant l'*urbi* au fini et l'*orbi* au surfini, la question de l'existence de l'infini serait rejetée dans les seules contrées de la philosophie pure, car notre question

1. À mon sens, les stimulantes et provocantes réflexions de l'astrophysicien Christian Magnan, pour qui « faire croire à l'existence réelle de l'infini est une imposture scientifique », profiteraient de l'intégration du concept de surfini.

pratique essentielle n'est pas : *le* monde est-il *fini* ou *infini* ? mais bien : *notre* monde est-il *étroit* ou *surfini* ? Cette seconde formulation, bien que meilleure que la première, demeure évidemment trop générale. Le contexte, qui seul permet de parler de surfini, est quelque chose de changeant. Surfini aujourd'hui, fini demain. Et inversement. Oui, Kerviel fait face à une dette qui lui sera à jamais surfinie ; en revanche, un jeune enfant envisage comme surfini le nombre d'années qui le séparent de sa mort, un point de vue parfaitement rationnel dont il aura toutefois raison de se défaire plus tard.

Beaucoup de travaux ont été consacrés à la question de savoir si notre monde est fini ou surfini – même si le concept lui-même n'a jamais été explicitement formulé. Dans le « camp du fini » l'on trouve, sans surprise, tous les prophètes de la peur du monde étroit, tandis que le « camp du surfini » regroupe plutôt les auteurs confiants dans les capacités humaines à repousser les limites toujours plus loin. Parmi eux, il en est un dont les analyses sont injustement méconnues : il s'agit de John Maddox, qui publie *The Doomsday Syndrome* en 1972, l'année même du rapport Meadows [1]. Au moment de sa publication, ce livre est la réaction d'un homme de science aux peurs excessives voire irrationnelles de son temps. Quarante ans plus tard, l'ouvrage prend un relief extraordinaire par son caractère rétrospectivement visionnaire.

1. Maddox est surtout connu pour avoir, de longues années durant, été l'éditeur en chef de la revue scientifique *Nature*, réputée la plus prestigieuse au monde.

Hormis quelques erreurs inévitables, le livre de Maddox a annoncé avec une étonnante justesse un bon nombre des évolutions de ces dernières décennies, de l'agriculture aux hydrocarbures non-conventionnels. Confiant dans les possibilités du progrès pour résoudre les problèmes de l'heure, il n'en est pas pour autant d'un optimisme béat et a tout à fait conscience des défis considérables de l'avenir. Il fait la part des choses de façon critique, allant jusqu'à rendre hommage au *Silence Spring* de Carson sur certains points précis (tout en lui reprochant ses nombreux excès).

Bien que datant de 1972, l'ouvrage de Maddox aurait pu être écrit hier. Surpopulation, épuisement des ressources, pollutions à l'échelle globale, réchauffement climatique (déjà !), dérives du génie génétique... tous ces problèmes que nous nous imaginons si bien être l'apanage de notre temps faisaient déjà peur il y a quarante ans dans des termes presque identiques. Il n'est donc pas surprenant que Maddox ait pris soin de marteler le caractère surfini du monde :

> Les ressources minières de la Terre sont certes fixées pour l'éternité, mais il semble n'exister aucune limite visible à la manière dont même les substances les plus inattendues pourraient être mises à profit [...]. Heureusement, l'analogie entre la terre et un vaisseau spatiale est trompeuse. Si petite que la Terre nous apparaisse vue de la Lune, elle est tout de même vaste comparée à l'échelle humaine.

On ne saurait mieux faire la distinction entre fini et surfini. Les photographies de la Terre nous ont certes montré pour la première fois notre planète sous un jour fini, l'erreur a été d'oublier que ce fini se rapportait à un point de vue, celui des yeux des astronautes, qui n'a rien à voir avec le contexte qui nous concerne véritablement. *Earthrise* opère, il est vrai, un retournement spectaculaire et inédit, rendant fini à l'échelle de l'individu (l'astronaute, le spectateur) ce qui était surfini pour l'humanité. La fameuse phrase de Neil Armstrong au moment de poser le pied sur la lune le 20 juillet 1969 (« C'est un petit pas pour un homme, un bond de géant pour l'humanité »), relève du même renversement paradoxal.

Le recul de quarante ans avec lequel nous lisons Maddox aujourd'hui est un antidote particulièrement puissant à la peur du monde étroit, il fournit l'argument le plus éclatant en faveur d'un raisonnable optimisme – à condition bien sûr de justifier que notre situation présente ne diffère pas fondamentalement de celle du début des années soixante-dix, ce qu'il est évidemment très long de faire. En 1998, Lomborg s'est attelé à une tâche voisine dans son volumineux *Écologiste sceptique*. Le statisticien danois y explique qu'il avait initialement l'intention de confondre les chiffres et les affirmations de Simon, avant d'être amené à reconnaître que, pour l'essentiel, ses analyses étaient solides. Il y aurait grand profit à mener un travail comparable à partir des prospectives de Maddox, qui se distinguent du travail de Simon par la place beaucoup plus réduite qui y occupe l'idéologie politique.

Indépendamment des problèmes nouveaux qu'ils soulèvent, l'essor soudain et considérable des hydrocarbures non conventionnels ces dernières années est en train de rejeter une énième fois les craintes de pénurie énergétique dans les brumes du surfini ; il résonne comme un hommage à la pensée cornucopienne aussi bien qu'aux écrits de Maddox. À la question « le monde est-il trop étroit ? », une réponse cornucopienne est que s'il l'était vraiment, alors l'humanité aurait déjà cherché à toute force à s'établir sur d'autres planètes (ou à en exploiter les ressources naturelles). Le fait que nous ne le fassions pas est, toujours selon une analyse cornucopienne, le signe que nous ne sommes finalement pas si à l'étroit sur notre bonne vieille Terre, et que si tel devenait le cas un jour prochain, alors, et alors seulement, il y aurait un intérêt économique réel à coloniser l'espace, *et donc nous le coloniserions*. Impossible ? Les missions Apollo ont pourtant montré de façon on ne peut plus claire que nous pouvions envoyer des humains sur la Lune. Il y a certes fallu toute la puissance économique, scientifique et technique américaine, mais la technologie disponible aujourd'hui est largement supérieure à celle des années 1960, tout en étant accessible à n'importe quel pays développé. Du point de vue de la richesse, le PIB actuel d'un simple pays comme la France est le triple de celui des États-Unis de l'époque d'Apollo. *Aucun* argument technique ne s'oppose à relancer la conquête spatiale. Les *seuls* arguments qui y font obstacle sont d'ordre politique et économique. Ce sont les contraintes budgétaires bien plus que les défis techniques ou technologiques qui ont finalement conduit les États-Unis à annuler en 2010 le programme « Constellation » de 2004, qui avait pour objectif d'établir une base habitée permanente sur la Lune en 2020.

Pour un cornucopien, donc, au pire, le premier jour du monde étroit serait la veille du retour à un monde surfini. Au mieux, aux premières alertes sérieuses, l'anticipation économique aurait recréé le surfini avant même que l'étroit n'ait le temps de se manifester. Un pari risqué sur l'avenir, oui, mais quelle vision du monde ne l'est pas ?

L'idéologie libérale de Simon n'en est pas moins discutable en bien des points, surtout lorsqu'elle se présente comme horizon définitif de l'humanité (un comble, pour un précurseur du surfini). De même que l'on peut accepter la théorie darwinienne de l'évolution tout en récusant le darwinisme social (c'est même recommandé), l'on gagnerait beaucoup à séparer très strictement le libéralisme de la théorie cornucopienne. Cette dernière ne saurait pas davantage, bien entendu, dire le dernier mot sur notre monde. Ce n'est pas la moindre de ses lacunes que d'être difficile à théoriser en un sens strictement scientifique. À l'instar de la théorie de l'évolution, du marxisme ou de la psychanalyse freudienne, le cornucopianisme présente moins l'allure d'une théorie scientifique classique que celle d'un faisceau d'idées générales qui enrichissent notre vision du monde en favorisant l'émergence de questions porteuses. À ce titre, elle vaut mieux que ses caricatures.

Notes bibliographiques du chapitre XV

La citation de Diderot est tirée de son *Addition aux pensées philosophiques ou objections diverses contre les écrits de différents théologiens*, publiée pour la première fois en 1762 (pensée LIX).

J'ai utilisé la traduction du *Banquet* de Platon proposée par Luc Brisson (Paris, Flammarion, 2007[5]). Pour la citation donnée, voir 202e.

Le passage de Julian Simon est tiré *de The Ultimate Resource 2*, Princeton, Princeton University Press, 1998, p. 57. Sur la théorie d'Ester Boserup, voir son ouvrage, *The Condition of Agricultural Growth*, George Allen & Unwin, 1965.

Pour les propos de Jacques Monod, voir son ouvrage classique, *Le Hasard et la Nécessité*, Paris, Seuil, 1970, chap. V.

L'histoire rapportée par Sauvy (et dont il n'est pas le premier auteur) se trouve dans *Croissance zéro ?*, Paris, Calmann-Lévy, 1973, p. 309. Pour la variante avec la fourmi, voir Philippe Geluck, *Le Chat. Acte XVI*, Casterman, 2010.

La définition de l'infini est donnée par Richard Dedekind dans *Was sind und was sollen die Zahlen ?*, Braunschweig, Vieweg, 1893^2, p. 17.

La condamnation de Jérôme Kerviel est tirée du jugement n° P0802492011 de la 11e chambre correctionnelle du Tribunal de grande instance de Paris du 5 octobre 2010, p. 72. Cette partie du jugement a été confirmée par la cour d'appel de Paris (24 octobre 2012, dossier n°11/00404, p. 104). Pour l'arrêt de la Cour de cassation, voir http://www.courdecassation.fr/jurisprudence_2/chambre_criminelle_578/arret_n_28730.html.

Aristote explique ses idées sur l'infini dans le livre III de sa *Physique* (voir les chap. IV à VIII).

Le passage de Sartre est tiré de *Questions de méthode*, écrit en 1957. (Voir *Critique de la raison dialectique,* précédé de *Questions de méthode*, Paris, Gallimard, t. I, 1960, p. 21.)

Pour Bjørn Lomborg, voir son *Écologiste sceptique*, Paris, Le Cherche-Midi, 2004. Ses propos sur le fait que consommer un seul litre de pétrole épuiserait en un temps fini les ressources se trouvent en p. 178.

Sur les positions divergentes de Malthus et de Condorcet, on peut consulter Malthus lui-même (*Essai sur le principe de population*, *op. cit.*, livre III, chap. I).

Sur la position du principal mouvement décroissanciste français concernant la limitation de la population, on peut lire les *Cahiers de l'Institut d'études économiques et sociales pour la décroissance soutenable*, 3, juillet 2009, qui a pour thème *La Décroissance contre Malthus*. Je remercie Vincent Cheynet, rédacteur en chef du journal militant *La Décroissance* (qui publie les Cahiers), pour notre échange épistolaire très courtois malgré l'impossibilité d'accorder nos points de vue.

On consultera avec intérêt le site Internet de Christian Magnan pour un avis original sur l'infini en physique, notamment cette page : http://www.lacosmo.com/infini-encore.html.

The Doomsday Syndrome, de John Maddox, est paru chez McGraw-Hill en 1972. On ne peut que déplorer l'absence de traduction française. Le passage cité dans ce chapitre se trouve p. 64-65.

Envoi

Sonder l'avenir

Désormais enracinée dans des pans entiers de la science et de la conscience collective, la peur de l'exponentielle est un mal dont la guérison prendra sans doute très longtemps. La première raison en est, nous l'avons vu, que la peur exponentielle tire une force considérable des propriétés uniques de son objet, lequel est à la fois auréolé du prestige de la science et intégré à des récits particulièrement frappants tels que la légende des grains sur l'échiquier. Une seconde raison est que le mal se nourrit d'un fait culturel récent et de grande ampleur : la peur en général est de moins en moins jugée comme une émotion honteuse associée à la lâcheté ou au repli sur soi, et de plus en plus comme une forme de sage prudence. C'est tout spécialement vrai s'agissant des peurs collectives liées à l'idée de monde étroit.

D'une peur à l'autre

La tendance est lourde qui en vient à préférer la crainte à la témérité, la peur de l'exponentielle est donc sans doute appelée à durer, ce qui ne l'empêche pas d'évoluer. Toutes les histoires finissent par lasser : même celles qui racontent la fin du monde n'échappent pas à cette règle. La peur renouvelle donc périodiquement l'histoire qui lui sert de support, et tout laisse penser que le caractère réel ou imaginaire de telle ou telle histoire ne joue qu'un rôle secondaire dans le processus qui la conduit à prendre le dessus sur les autres. Même si bien des histoires qui nous semblent très actuelles étaient déjà commentées par Maddox dans les années 1970, la focalisation sociale sur celle-ci ou celle-là se modifie au fil du temps. Ainsi, dans les années 2000, la peur du monde étroit s'est principalement racontée au travers du réchauffement climatique d'origine humaine, la croissance exponentielle (aussi bien symbolique que mathématique) en étant l'un des appuis affichés, notamment au travers du concept de *tipping point*. Or on l'a oublié aujourd'hui mais les années 1970 ont plutôt été celles de la peur contraire d'un *refroidissement* climatique. Le premier *Earth Day*, organisé en 1970, s'en alarmait sans équivoque, accusant les aérosols émis par l'industrie humaine d'en être les principaux responsables. Janine Delaunay, dans son enquête sur le club de Rome publiée en préambule à l'édition française du rapport Meadows, évoque le « refroidissement de la Terre » au milieu des terribles menaces qui tiennent alors le haut de l'affiche : apocalypse nucléaire, apparition d'humains mutants ou encore épuisement des ressources naturelles.

En réalité, la peur du refroidissement s'est superposée à celle du réchauffement, et ce dernier n'a définitivement pris le dessus que dans les années 1980 – toujours avec l'homme pour coupable, faut-il le dire. Aujourd'hui, quinze ans après la stabilisation de la température moyenne de la Terre, l'élément de langage consacré par John Holdren, conseiller du président américain Barack Obama, est celui de « perturbation climatique globale » (*global climate disruption*), terme fourre-tout qui permet fort commodément de présenter n'importe quel événement météorologique extrême d'un endroit quelconque du globe comme la preuve que le climat se dérègle. Le comique de ces revirements au gré des caprices encore bien mal compris du système climatique n'est pas ici l'essentiel. Bien plus significatif est de constater combien la peur est capable de porter les habits les plus variés et les plus contradictoires [1]. Holdren lui-même, par exemple, s'inquiétait dans les années 1970 de la venue possible d'un nouvel âge glaciaire.

Le peu d'efficacité des garde-fous que sont le souci de la cohérence logique et de la prudence est tout autant

1. Dans cette veine, l'histoire croisée des modèles climatiques (inlassablement invoqués à l'appui de la théorie d'un réchauffement climatique causé par l'homme) et des études de nature militaire sur l'impact d'un conflit nucléaire potentiel est intéressante. En effet, cette histoire implique pour une bonne part la théorie de l'« hiver nucléaire », une peur du monde étroit de type atmosphérique aujourd'hui complètement discréditée mais qui eut son heure de gloire dans les années 1980.

illustré par Stephen Schneider. Décédé en 2010, ce professeur en biologie de l'environnement et en changement climatique à la prestigieuse université Stanford était membre de l'Académie américaine des Sciences, ainsi que consultant pour le Gouvernement fédéral américain depuis les années 1970. Il fut l'un des avocats les plus influents de l'alarmisme sur le réchauffement climatique d'origine humaine. L'une de ses multiples déclarations sur le climat ne manque pas d'intérêt :

> L'importance dramatique des changements climatiques pour l'avenir du monde a été dangereusement sous-estimée par beaucoup, souvent parce que la technologie moderne nous a bercé dans l'idée que nous avons conquis la nature. Mais ce livre bien écrit souligne dans un langage clair que la menace climatique pourrait être aussi terrifiante que tout ce à quoi nous pourrions être confrontés, et que des actions massives et mondiales pour se préserver de cette menace doivent être envisagées sans délai. À tout le moins, la sensibilisation du public sur ces questions doit être entreprise, et l'ouvrage provocateur de Lowell Ponte est un bon début dans cette direction.

Le livre auquel, en 1976, Schneider apporte ce franc soutien en quatrième de couverture s'intitule *The Cooling*. Son auteur, prenant acte de la légère baisse alors observée de la température terrestre depuis les années 1940, y soutient la thèse alors en vogue d'un refroidissement climatique global prochain.

Schneider n'a pas été dérangé davantage qu'Holdren, semble-t-il, d'avoir publiquement milité tour à tour pour deux théories logiquement contradictoires. Cynisme ? Arrivisme ? Plus probablement un simple cas extrême de ces perpétuels changements de masques de la même peur.

Incarnation de la peur depuis près de deux décennies, le mythe du réchauffement climatique d'origine humaine est désormais en voie de disparition accélérée pour des raisons diverses. Une première est que les observations démentent frontalement les annonces catastrophistes passées des prophètes de l'apocalypse climatique (l'exemple type étant qu'il n'y a plus de réchauffement statistiquement significatif depuis une quinzaine d'années – les données satellitaires du RSS remontent même à plus de vingt ans). Mais cette raison est très insuffisante dans la mesure où il faut toujours se garder de l'espoir naïf que l'observation du réel suffirait à vaincre une peur, y compris chez les scientifiques. Une seconde raison tient à la lassitude manifeste du public (la « *climate fatigue* » des anglophones) devant les pronostics catastrophistes qui ne produisent plus l'excitation de la nouveauté. La dernière raison, la plus majeure, est que malgré quelques rodomontades résiduelles les forces politiques ont entamé un retrait complet sur la question. Après avoir effectivement semblé s'engager sur la voie de l'action (avec pour point d'orgue le protocole de Kyoto de 1997), les dirigeants s'en sont définitivement détournés lors de la conférence de Copenhague de 2009. Non pas que cette dernière ait tant que cela modifié la donne sur le sujet : dans leur esprit, les revendications et manœuvres de coulisses des années 2000 pour telle ou telle faveur, tout comme les multiples artifices comptables destinés à majorer l'efficacité de telle ou telle action, n'avaient rien à envier au financement du « fonds vert pour le climat » créé à Copenhague, financement dont les modalités tiennent de plus en plus d'un croisement entre les jeux du bonneteau et du mistigri. Le grand changement de Copenhague est que, depuis, tout le monde, et non plus seulement les climatosceptiques, est en mesure de deviner l'issue pour ainsi dire inévitable de la controverse : la disparition progressive de la peur climatique qui, malgré les discours officiels qui resteront sans doute longtemps sur la ligne carbocentriste, sera vaincue bien moins par les climatosceptiques que par l'indifférence et la passivité collective.

Le mythe du réchauffement climatique d'origine humaine étant frappé d'obsolescence, d'autres se pressent pour en assurer la relève. À quelqu'un qui n'est pas atteint des syndromes de peur du monde étroit ou de peur exponentielle cette valse des prétendants est un spectacle plutôt drôle. Par exemple, il y a quelque temps (en 2012), deux apprenties militantes d'une célèbre organisation environnementale se sont mises en devoir de me faire signer une pétition pour « sauver l'Arctique ». Récitant la partition qui leur avait été inculquée peu de temps auparavant, ces jeunes activistes novices m'expliquèrent qu'il était trop tard pour lutter contre le réchauffement climatique (et l'entière fonte estivale des glaces du pôle Nord à venir). Qu'on se le dise, « sauver l'Arctique » consiste désormais à y interdire les forages pétroliers.

Une autre peur est celle de « l'acidification des océans », très écologique recyclage du thème climatique qui présente à nouveau les émissions humaines de gaz à effet de serre dans le rôle principal. Cette peur est l'objet de tentatives récurrences de promotion, la dernière en date est celle de l'Organisation météorologique mondiale qui, reconnaissant en creux que la stagnation de la température terrestre obère quelque peu la peur d'un réchauffement climatique, a tenté de promouvoir la cause de l'acidification des océans quelques jours avant un énième sommet sur le climat en 2014. L'on peut toutefois douter du succès à long terme d'une telle entreprise. Une troisième peur est celle de « l'extinction massive de la biodiversité ». Son plus respectable porte-voix n'est autre que l'ONU, qui a fait de 2010 l'« Année internationale de la biodiversité ». Jugeant sans doute que ce ne serait pas là une promotion suffisante, l'organisation internationale a ensuite carrément élevé 2011-2020 au rang de « Décennie des Nations Unies pour la biodiversité ». Sans doute les responsables onusiens doivent-ils se désoler qu'un nouveau siècle ne commence pas bientôt, qui leur aurait permis de lancer un siècle entier.

Dans une présentation même sommaire de tous ces prétendants, l'on ne saurait faire l'impasse sur l'éternel « épuisement des ressources naturelles », cette peur patinée par les ans qui raconte la fin imminente de telle ou telle ressource, notamment énergétique. À l'issue d'un débat public qui nous avait réunis en 2010, un important responsable d'une influente organisation environnementale m'a confessé en privé qu'il était tout à fait disposé à mettre de côté la question du climat, mais qu'il considérait en revanche comme très urgent de se poser celle de l'épuisement prochain du pétrole. Malgré sa vénérable ancienneté qu'elle conjugue à une éternelle jeunesse, la peur de manquer d'énergie ne fait toutefois guère recette, au moins en France à en juger par l'indifférence générale qui a été le lot du débat sur la « transition énergétique » début 2013.

La prochaine incarnation

Le concurrent que je regarde comme le plus sérieux au titre de prochain mythe fédérateur de la peur collective est l'« Anthropocène ». Très à la mode chez certains scientifiques, ce mythe nous raconte que la Terre serait entrée dans une nouvelle époque géologique en raison des multiples impacts qu'exerce l'humanité sur la planète. Impacts bien sûr graves et irréversibles, qui nous commandent, faut-il le dire, de repenser notre rapport à la nature. Le mythe a été popularisé par une figure emblématique de la science qu'il n'est pas inutile de présenter : il s'agit de Paul Crutzen. Prix Nobel en 1995 pour ses travaux sur le trou de la couche d'ozone, Crutzen a un long passé de promoteur de diverses peurs du monde étroit qui vont de l'hiver nucléaire au réchauffement climatique. Pour lutter contre ce dernier, Crutzen a carrément proposé en 2006 d'envoyer un million de tonnes de soufre dans la stratosphère pour accroître l'albédo terrestre. Digne du docteur Folamour, le projet a été publié dans une authentique revue scientifique à comité de lecture – non sans tout de même provoquer par la suite chez les carbocentristes une risible gêne.

Le mythe de l'Anthropocène rassemble toutes les qualités qui ont fait le succès du mythe climatique. Il l'intègre tout en en renforçant l'ambition de constituer une synthèse de toutes les claustrophobies planétaires. Présenté comme une « histoire totale » du monde, il donne du grain à moudre à quantité de disciplines scientifiques qui vont de la géologie à la philosophie, et il offre l'occasion de délivrer un discours moral fait de culpabilisation collective. Parmi ses qualités plus spécifiques, mentionnons le terme lui-même d'Anthropocène, qui « claque » bien et permet un clivage immédiat entre sachants (ceux qui connaissent l'étymologie du mot) et ignorants. Surtout, il y a son aptitude à s'approprier le temps aussi bien que l'espace. (Le mythe climatique étant, lui, davantage confiné à la seule dimension spatiale.)

Une bataille décisive pour l'Anthropocène se déroulera lors de la prochaine réunion de la commission stratigraphique internationale en 2016. Celle-ci aura en effet à décider si l'époque géologique dans laquelle nous croyons encore vivre, l'Holocène, a en réalité pris fin en 1784 (l'année du brevet de James Watt pour la machine à vapeur) sans que nous ne nous en soyons aperçus. Nous sommes tout proches d'un triomphe universel : après avoir étouffé l'espace géographique de la planète, l'humanité est en passe de se rendre également propriétaire du temps géologique. Une histoire chasse l'autre, seule la peur demeure.

En attendant leur jour de gloire, les promoteurs de l'Anthropocène tissent leur toile à l'aide de la même méthode qui a fait le succès de tant de mythes qui l'ont précédé : habiller de science un concept dont le carburant premier est un mélange de morale, de politique et de fantasmes de toute-puissance. L'un de ses plus ardents défenseurs, Christophe Bonneuil, nous l'explique sans prendre de gants : pour lui, l'Anthropocène

> défie l'impunité. En mettant en face de chaque action de l'homme des conséquences d'une ampleur telle qu'elles bouleversent non seulement l'histoire de la planète mais aussi la nôtre, l'[A]nthropocène condamne à la responsabilisation.

À ceux qui, curieux d'un concept auquel on pourra me reprocher ma présentation caricaturale, auront la bonne idée de se renseigner plus avant sur ce que celui-ci recouvre exactement, je conseille ceci : lorsque vous entendrez de doctes scientifiques vous présenter leurs conclusions unanimes, fruits de leur dur labeur où l'excellence le dispute à la pluridisciplinarité, soyez attentifs aux éléments de langage qui vous seront présentés. Lorsque vous entendrez les discours sur cette « Grande Accélération de l'Anthropocène », songez à la puissance évocatrice de l'exponentielle symbolique. Songez-y aussi lorsque vous serez assaillis de courbes à la croissance toujours plus rapide. Quand ce sera le tour de celle montrant l'évolution de la concentration en gaz carbonique, par exemple, souvenez-vous que le point où nous en sommes, celui-là même qui se trouve au plus haut et semble marquer de façon incontestable le caractère majeur de l'évolution climatique actuelle, correspond à une teneur atmosphérique de l'ordre de 0,04 %. Derrière cette courbe, et d'autres du même genre, ce n'est pas l'apocalypse mais les questions d'échelles qui vous feront un petit signe.

La martingale qui venait du froid

Après avoir courageusement lu près de quatre cents pages de réflexions sur un objet aussi abstrait que l'exponentielle, le lecteur a bien gagné le droit à un peu de détente intellectuelle. Voici celle que je lui propose. Les grands récits de l'exponentielle que sont la légende des grains sur l'échiquier, l'histoire du *penny* de Price et l'énigme du nénuphar ont été utilisés tant de fois que, bien que les vieilles marmites fassent les meilleures soupes, un désir légitime de nouveauté devrait pousser à mettre en avant un scénario un peu moins rebattu. L'humanité a fait entrer la planète dans une nouvelle ère géologique, que diable : il nous faut un récit exponentiel digne de l'événement !

Le défi suivant est donc proposé à tout lecteur qui voudrait venir en aide aussi bien à la thèse du présent ouvrage qu'aux promoteurs du mythe qui tente de phagocyter celui du réchauffement climatique : *imaginer un récit nouveau simple et frappant sur les progressions géométriques pour illustrer le concept d'Anthropocène.* Ce ne devrait pas être bien difficile, tant inépuisable est la source mathématique des récits exponentiels. Pour relever mon propre défi, j'ai pensé à la « loterie de Saint-

Pétersbourg», un joli paradoxe imaginé en 1713 par Nicolas Bernoulli, neveu de Jacques Bernoulli dont il a été question au chapitre XIV. Ce paradoxe (qui n'a d'autre lien avec la ville russe que d'avoir fait l'objet d'une publication en 1738 dans la revue scientifique de son académie des sciences) fonctionne de la manière suivante: nous lançons une pièce de monnaie jusqu'à obtenir pile, en effectuant autant de lancers que nécessaire. Si nous obtenons pile dès le premier lancer, la banque nous donne 1 euro. Si c'est au deuxième lancer, 2 euros. Si c'est au troisième, 4 euros; au quatrième 8 euros, et ainsi de suite. (Si nous n'obtenons jamais pile, nous ne gagnons rien.) Le prix d'entrée en général considéré comme le plus équitable à demander à un joueur, celui qui lui permet théoriquement (ainsi qu'à la banque) d'équilibrer ses gains et ses pertes au fil des parties, est appelé *gain moyen*[1]. Un calcul montre que, dans le cas de la loterie de Saint-Pétersbourg, le gain moyen est infini. Nul paradoxe ici: l'explication, un peu longue et technique dans le détail, est que la croissance exponentielle des gains compense exactement la décroissance exponentielle de leurs probabilités. Là où réside le paradoxe, c'est qu'on voit mal quelqu'un accepter de payer plus de quelques euros pour jouer.

Ce conflit entre le calcul mathématique et l'évidence concrète est un cas d'école de la différence entre la valeur et l'utilité en économie. Diverses explications ont

1. C'est la moyenne des gains possibles, chacun d'eux étant pondéré par sa probabilité.

été tentées du paradoxe, depuis Bernoulli lui-même, sans qu'aucune d'elles ne soit pour l'instant considérée comme définitive. Certes plus subtile que les autres grands récits de l'exponentielle, la loterie de Saint-Pétersbourg ne manque pas d'atouts narratifs, tout spécialement à l'heure où les probabilités pénètrent de plus en plus profondément l'économie aussi bien que nos représentations du monde – ainsi d'ailleurs que des pans entiers des mathématiques les plus actuelles.

J'en étais à me préparer à expliquer qu'une dose réduite d'imagination suffirait pour faire de la loterie de Saint-Pétersbourg un nouveau grand récit de la peur exponentielle (et que, bien entendu, la même dose serait tout aussi suffisante pour un récit optimiste qui en serait le reflet inversé, tant les mathématiques, ces irremplaçables outils de la science, sont un fort bel écran sur lequel projeter les plus contradictoires de nos fantasmes) lorsque je tombai par hasard sur un article scientifique, par ailleurs très intéressant, d'Ole Peters. Celui-ci, publié en 2011, propose une analyse nouvelle du problème avant de conclure que « la perspective décrite ici a des conséquences qui vont beaucoup plus loin que le seul paradoxe de Saint-Pétersbourg, et incluent décisions d'investissement aussi bien que processus macroéconomiques. Par exemple, est-il rationnel pour une nation recherchant la croissance [économique] d'encourager des risques qui conduisent à la banqueroute occasionnelle d'entreprises et de particuliers ? [...] Quelles sont les implications morales ? » La récupération du paradoxe est donc déjà en marche, l'avenir dira si elle est destinée à durer, et si oui à quelle nouvelle peur elle conviendra le mieux.

Quoi qu'il en soit, ce serait un beau clin d'œil si, par quelque voie détournée, les promoteurs de l'Anthropocène ou de telle ou telle autre déclinaison de la claustrophobie planétaire en venaient effectivement à s'approprier un récit exponentiel, qu'il s'agisse de la loterie de Saint-Pétersbourg ou de tout autre proposé par mes lecteurs et que je me ferais un plaisir de relayer. Un clin d'œil qui ne ferait somme toute qu'appuyer la thèse des pages qui précèdent, tout en offrant à ceux qui en ont besoin ce remède aux peurs irrationnelles simple et inégalé dans ses effets qu'est le rire. Et à présent, au moment de lever pour la dernière fois les mains du clavier, c'est un bien beau plaisir que de donner ici le mot de conclusion aux conteurs orientaux et à l'un de leurs personnages les plus extraordinaires, Nasreddine Hodja. C'est ce rieur et lunaire héros d'innombrables courtes histoires qui nous montre comment la mystique sait dire les centaines de pages d'un scientifique du XXI^e^ siècle en seulement quelques mots.

LE GRAIN DE MAÏS
Nasreddine trouva, un jour, un grain de maïs. Il le sema et se mit à réfléchir : « Lorsque le grain poussera, il donnera deux ou trois épis. Chacun portera une centaine de grains que je pourrai semer. Ils donneront, à leur tour, des milliers de grains que je sémerai à nouveau. J'aurai ainsi des millions et des millions de grains de maïs. »
À ce moment de sa réflexion, il poussa un cri :
– Mon Dieu ! Il faudra les ranger pour que les fourmis ne les mangent pas !
Puis il courut au marché acheter cent sacs vides.

Notes bibliographiques

Une excellente compilation sur la peur du refroidissement climatique dans les années 1970 a été publiée en 2013 par le site Internet *Popular Technology*: http://www.populartechnology.net/2013/02/the-1970s-global-cooling-alarmism.html. Pour l'évocation de ce refroidissement dans la préface à l'édition française du rapport Meadows, voir *Halte à la croissance?*, Paris, Fayard, 1972, p. 20. Pour l'avis de John Holdren, voir son article paru dans John Holdren et Paul Ehrlich (eds.), *Global Ecology: Readings Toward a Rational Strategy for Man* New York, Harcourt Brace Jovanovich Inc., 1971, p. 76-78. Un fac-similé se trouve sur le site Zomblog (http://www.zombietime.com/zomblog/?p=873). Sur la « perturbation climatique globale » de Holdren, mentionnons l'article de Eric Scheiner du 14 septembre 2012 sur le site de CNS News: cbsnews.com, http://cnsnews.com/news/article/obamas-science-adviser-dont-call-it-global-warming. Une blogueuse portée à la dérision a proposé un vote pour choisir ce que serait le « gros nom effrayant pour la [prochaine] phase de la diffusion de la peur climatique » – l'expression retenue a été « syndrome du climat irritable » (*irritable climate syndrome*), voir http://www.smalldeadanimals.com/archives/014900.html. Pour des détails sur les liens entre étude du climat, questions militaires et « hiver nucléaire », voir Paul N. Edwards, « Entangled Histories: Climate Science and Nuclear Weapons Research », *Bulletin of the Atomic Scientists*, 68/4, 2012, p. 28-40. Les propos de Stephen Schneider sur le refroidissement climatique apparaissent en quatrième de couverture du livre de Lowell Ponte, *The Cooling*, Englewood Cliffs, Prentice-Hall, 1976.

Le projet de Crutzen d'envoyer du soufre dans la stratosphère est paru dans son article intitulé « Albedo Enhancement by Stratospheric Sulfur Injections : A Contribution to Resolve a Policy Dilemma ? », *Climatic Change*, 77/3-4, 2006, p. 211-220. Sur l'anthropocène comme concept qui « défie l'impunité », voir « L'anthropocène, une révolution géologique d'origine humaine », entretien avec Christophe Bonneuil paru dans *Libération*, 25 octobre 2013.

Il serait injuste de réduire aux quelques mots ici cités l'article intéressant d'Ole Peters, « The Time Resolution of the St Petersburg Paradox », *Philosophical Transactions of the Royal Society A*, 369, 2011, p. 4913-4931.

L'histoire de Nasreddine est tirée du merveilleux recueil de Jihad Darwiche et David B., *Sagesses et malices de Nasreddine, le fou qui était sage*, Paris, Albin Michel, vol. 3, 2007, p. 128. Je remercie Jihad Darwiche de m'avoir permis de reproduire cette histoire, dont la seule source qu'il lui connaît est orale. Le conteur m'a précisé que « si cette histoire peut être utile, elle en sera heureuse », et je veux croire qu'il a raison.

Index

A

Abelson (Philip), 36, 53
Al-Arragani, 59
Alcméon, 339, 348, 358
Alcuin, 233, 247
Alexandre (Laurent), 39, 268, 278
Allègre (Claude), 356, 360
Al-Masudi, 60
al-Qabisi, 233
al-Yaqubi, 19
Antisthène, 363-364
Archimède, 111, 333
Ardjouna, 112-113
Aristote, 217, 223, 363, 372, 383
Armstrong (Neil), 210, 380
Arnold (Vladimir), 174-175, 179
Arthus-Bertrand (Yann), 211, 290, 348, 359
Asimov (Isaac), 44, 55, 104
Audley (Hugh), 221-224, 228, 245, 258, 282, 284

B

Bachet de Méziriac (Claude-Gaspard), 236
Bartlett (Albert), 43, 50, 52, 55, 103
Baruch, 262, 273, 276
Baskhara, 354
Bateson (Gregory), 212, 220
Baudet (Jean), 97, 117
Behrends (Ehrhard), 103-104, 115, 118
Benton (Michael), 172-173, 179
Bernoulli (Jacques), 331-334, 343, 345, 396
Bernoulli (Nicolas), 396-397
Bettelheim (Bruno), 59
Blanqui (Louis Auguste), 345-347, 359
Bonneuil (Christophe), 394, 400
Borel (Émile), 363
Borman (Franck), 210
Borsari (Alexandra), 31
Boserup (Ester), 179, 365, 383
Boucheny (Gaston), 71, 73
Bouddha, 111, 119
Boulding (Kenneth), 349, 359
Briggs (Henry), 22, 257
Britto García (Luis), 227, 246
Brocot (Achille), 354, 360
Brown (Dan), 84-85
Brown (Lester), 69, 90
Bruckner (Pascal), 31, 220
Brundtland (Gro Harlem), 357, 360

Buckminster Fuller (Richard), 201, 208

C

Callias, 151-152, 176
Cantor (Georg), 106, 118, 314, 329
Cardan (Jérôme), 233-236, 247
Carson (Rachel), 192-196, 198, 200, 203, 379
Cayley (Arthur), 311, 329
Cernan (Gene), 213
Cessolis (Jacobus de), 63
Cheynet (Vincent), 384
Child (Josiah), 258, 276
Christy (John), 50
Chuquet (Nicolas), 20
Clausewitz (Carl von), 295-297
Colburn (Warren), 86, 91
Colin (Jean-Paul), 246
Columbo, 284-285
Condorcet (marquis de), 357, 365, 367, 375, 383
Courtillot (Vincent), 172-174, 179
Crichton (Michael), 164, 178
Crutzen (Paul), 392, 400
Culpeper (Thomas), 258, 276

D

D'Arcy Thompson, 177, 333, 358
Darwiche (Jihad), 400
Darwin (Charles), 160-161, 176
de Gaulle (Charles), 267, 278
Debord (Guy), 349-350, 359
Dedekind (Richard), 329, 369-370, 375, 383
Deevey (Edward), 171, 174, 179
Delaunay (Janine), 40, 386
Diderot (Denis), 101, 118, 363-364, 382
D'Israeli (Isaac), 222-223, 245
Drouin (Jean-Marc), 119
Dumont (René), 37, 53, 83, 90
Dunn (Donald), 284, 302
Dyson (Freeman), 50

E

Ehrlich (Paul & Anne), 38-39, 50, 52, 54-55, 57, 103-104, 132, 147-148, 164, 218, 239, 297, 399
Eliade (Mircea), 338, 340, 358
Euclide, 23, 31, 323
Euler (Leonhard), 67, 73, 101, 116, 118, 239-242, 249, 344

F

Fauvel (John), 97-98, 117
Fermat (Pierre de), 20
Feynman (Richard), 309-310, 329
Fibonacci, 31, 107-108, 110, 113-115, 119, 231-234, 236, 241, 246, 259, 263, 313-314, 318
Flammarion (Camille), 115, 119, 216-217
Flaubert (Gustave), 144, 149
Franklin (Benjamin), 254-257, 274, 281, 283-284, 286, 293, 301

G

Gabor (Dennis), 36, 53
Galilée, 153, 176, 342
Gallivan (Britney), 142, 148
Galton (Francis), 82
Garat (Joseph-Jules), 60, 72
Gaudemer (Yves), 172-174, 179
Geluck (Philippe), 369, 383
Girard (René), 291-297, 302
Gore (Al), 196, 201, 211, 350-351
Grassmann (Hermann), 311
Graunt (John), 108, 119, 238, 241
Grothendieck (Alexandre), 39, 54
Guaicaipuro Cuauhtémoc, 227-228, 246, 255-256, 274
Gulliver, 155

H

Hakuin (Ekaku), 100, 117
Han Fei-tse, 43, 75, 88, 231
Hansen (James), 33-35, 53, 87, 158, 219, 289
Hardin (Garrett), 89
Hatton (Edward), 260, 276
Heimbach (Paul), 95, 117
Hergé, 210, 220
Hilbert (David), 106-107, 118, 311, 328-329
Hitler (Adolph), 287-289, 302
Holdren (John), 387-388, 399
Hollande (François), 347
Holmes (Sherlock), 284
Hubbert (Marion King), 62-63, 68, 70, 73-74, 186-191, 193-196, 198, 200, 203, 227, 239, 316, 361

I

Ibn Khallikan (Ahmad), 45, 55, 96, 108, 110, 115-116, 313-314, 318
Ibn Qurra (Thabit), 20

J

Jésus, 64, 73, 93, 262, 295
Jevons (William Stanley), 187, 200
Jobs (Steve), 282-283, 302
Jones (Gregory), 47, 55-56
Joseph, 60, 226, 237
Jouzel (Jean), 128, 148
Judas, 80-81, 89

K

Karinthy (Frigyes), 270, 279, 347
Kershaw (Ian), 287, 302
Kerviel (Jérôme), 369-372, 375-376, 378, 383
King (Alexander), 40, 117, 351
Kleinfeld (Judith), 271, 278
Kolmogorov (Andreï), 344, 363

L

Lamarck (Jean-Baptiste), 109, 119
Lang (Serge), 102, 118
Lattès (Robert), 41, 55, 71, 90, 356, 360
Le Bras (Hervé), 179, 219
Le Treut (Hervé), 197-198, 201
Lebesgue (Henri), 344, 363
Lehning (Hervé), 89, 177
Leibniz (Gottfried), 266, 277

Leurechon (Jean), 235-236, 241-243, 247, 260
Lévy-Leblond (Jean-Marc), 31, 166
Lindzen (Richard), 50
Linné, 160, 177
Lions (Jacques-Louis), 41
Lomborg (Bjørn), 373, 380, 383
Longone (Pierre), 96, 117
Lorenz (Edward), 204, 299, 303
Lovelock (James), 207
Loyd (Sam), 60-61, 72
Lucas (Édouard), 233, 247

M

Maddox (John), 378-381, 384, 386
Madoff (Bernard), 283, 301
Magnan (Christian), 377, 384
Malthus (Thomas), 26-28, 31, 82, 142, 160-162, 164-165, 177-179, 212, 230-231, 234, 239, 241-246, 248, 292-298, 303, 335-336, 353, 357-358, 365, 375, 377, 383-384
Markopolos (Harry), 283, 301
Marx (Karl), 79, 88, 93-94, 117, 258, 276, 373
Mathon de la Cour (Charles-Joseph), 254, 256-257, 260, 274, 332
May (Robert), 178, 299, 303
Meadows (Dennis), 40-42, 47, 54-55, 63, 70, 74, 96, 126-129, 139, 144, 146-150, 157-158, 176, 208, 211-212, 291, 351, 356, 378, 386, 399
Meadows (Donella), 17, 30, 54, 147
Mersenne (Marin), 51, 57, 262, 276-277
Milgram (Stanley), 270, 278
Mill (John Stuart), 293, 295, 303
Monbiot (George), 256, 274
Monnier (Henri), 144, 146, 149
Monod (Jacques), 367, 383
Montucla (Jean-Étienne), 85, 90, 107, 115, 119, 242
Moore (Gordon), 268-270, 278
Morier (Henri), 199, 201

N

Namatianus (Rutilius), 194, 201
Napier (John), 22, 116, 257, 327
Nasreddine (Hodja), 398, 400
Needham (Joseph), 340, 358
Neugebauer (Otto), 22, 31
Nietzsche (Friedrich), 295, 303, 305, 329, 341
Nolan (Christopher), 261
Northrop (Eugene), 109-110, 119

O

Obama (Barack), 387
Oresme (Nicole), 136, 341-345, 358, 363
Ortes (Giammaria), 230-231, 241, 244, 246, 335
Osti (Letizia), 30, 59
Ozanam (Jacques), 85, 90-91, 107, 242

P

Pascal (Blaise), 14-16, 124-125, 363
Passot (F.), 259, 266, 278
Pearl (Raymond), 37, 165
Pearson (Karl), 83
Peccei (Aurelio), 40
Peignot (Gabriel), 79, 88, 275
Pergola (Sergio della), 86, 91, 238, 248
Pestel (Eduard), 94, 96, 117
Peters (Ole), 397, 400
Petty (William), 178, 238-239, 241, 248, 263, 335
Pielke (Roger), 50
Platon, 341, 357, 371, 382
Platt (John), 36-37, 53
Ponzi (Charles), 282-284, 302, 327, 330
Pottier (Eugène), 285-286
Poznański (Marek), 229
Price (Richard), 64-65, 67, 72-73, 79-80, 89, 93-94, 96, 98, 107, 117, 127, 131, 226, 258-261, 324, 326-327, 329, 395
Proudhon (Pierre-Joseph), 226, 228, 246, 258
Provins (Guiot de), 59
Proyas (Alex), 213, 220

Q

Quetelet (Adolphe), 162, 164, 177, 297

R

Reed (Lowell), 165
Ricard (Fortuné), 251-257, 260, 274, 284, 298, 332
Rohrbasser (Jean-Marc), 248-249, 277
Rouget de l'Isle (Claude Joseph), 286
Royal (Ségolène), 337, 358

S

Sachs (Abraham), 22, 31
Sagan (Carl), 181, 215-217, 220
Samuel (Pierre), 38, 54
Sand (Shlomo), 86, 91
Sarkozy (Nicolas), 159, 336-337, 347, 358
Sartre (Jean-Paul), 373, 383
Sauvy (Alfred), 368, 383
Schärlig (Alain), 21, 31
Schmitt (Harrison), 213
Schneider (Stephen), 117, 351, 388, 399
Scotto d'Apollonia (Lionel), 31
Sesiano (Jacques), 247
Sessa, 18-19, 30, 45, 63, 69-70, 221-225, 227, 233, 245, 258-259, 265, 277, 282, 312-313
Shiram, 18, 60, 265
Silesius (Angelus), 102, 118
Simon (Julian), 96, 117, 364-368, 373, 380, 382-383
Solla Price (Derek de), 143, 149, 174
Spencer (Roy), 50
Stern (Moritz), 354, 360
Suess (Eduard), 205
Süssmilch (Johann Peter), 237, 248
Swift (Jonathan), 155

T

Tatopoulos (Patrick), 214, 220
Teilhard de Chardin (Pierre), 205-206, 217, 261, 273, 276, 355, 360
Térond (Jacques-Benjamin), 255, 274
Tertullien, 15, 30
Thalès, 121, 123, 125, 147, 151
Thellusson (Peter), 256-257, 274
Theon (John), 50
Thiébault (Dieudonné), 101, 118
Tillich (Paul), 340, 358
Tintin, 210, 217, 220
Tourneur (Maurice), 228
Trenberth (Kevin), 50, 57, 130, 148
Turner (Graham), 128, 148

V

Valéry (Paul), 203-205, 217, 273
Vauban, 263-265, 277
Verhulst (Pierre-François), 162-165, 177, 179, 296-297, 299, 303
Vernadsky (Vladimir), 205
Vernant (Jean-Pierre), 209, 220
Verne (Jules), 265, 277, 286
Vinci (Léonard de), 153, 176, 217
Vitruve, 152-153, 176
Voltaire, 241, 249

W

Wagenaar (William), 45, 47, 49, 55-56, 90
Wallace (Alfred), 160-162, 176
Wallis (John), 115
Wedderburn (Alexander), 256, 274
Wells (Herbert George), 197
Wiener (Norbert), 89
Windsor (Charles), 229

Y

Yade (Rama), 337, 358

Z

Zabulon (Thomas), 360
Zénon, 363-364

Cet ouvrage a été composé par IGS-CP
à L'Isle-d'Espagnac (16)

Imprimé en France
par JOUVE
1, rue du Docteur Sauvé, 53100 Mayenne
mars 2015 - N° 2196551U

JOUVE est titulaire du label imprim'vert®

LA PEUR
EXPONENTIELLE

C'est une nouvelle venue à ajouter à la liste de nos peurs collectives, et son objet est des plus inattendus : un concept mathématique abstrait. Déclinable à l'infini, la peur de l'exponentielle est une réalité contemporaine autant scientifiquement construite que parfaitement irrationnelle. Elle constitue la matrice originelle des discours alarmistes fondés sur la crainte d'un crash collectif sur les limites du monde : épuisement des ressources naturelles, démographie mondiale, réchauffement climatique…

Cette peur, qui n'avait jamais été identifiée pour elle-même, trouve ses origines dans l'histoire du concept d'exponentielle et ses multiples récupérations mythiques ou idéologiques à travers les âges. Aujourd'hui comme hier, la même légende orientale est invoquée, celle d'un grain de blé qui se multiplie sur les cases de l'échiquier pour finir par remplir le monde entier. La différence est que, comprise autrefois comme promesse d'abondance, l'exponentielle est désormais l'étendard mathématique de notre peur de l'avenir.

Benoît Rittaud est mathématicien et essayiste, maître de conférences hors classe à l'université Paris 13, habilité à diriger des recherches. Ses travaux académiques concernent les systèmes dynamiques et la théorie des nombres. Ses nombreux ouvrages et articles de mathématiques destinés au grand public lui ont valu plusieurs prix en France et en Italie.

ISBN : 978-2-13-063369-3

9 782130 633693

21 € TTC France www.puf.com