16

113

LOGIQUE ET DIALECTIQUE

L. APOSTEL

16

113

LOGIQUE ET DIALECTIQUE

L. APOSTEL

15. La contradiction en logique de l'action et la contradiction entre assertions et propositions 50

16. L'étude abstraite de la contradiction 51

17. Logiques propositionnelles pour systèmes contradictoires 53

18. Une typologie des contradictions 58

19. Axiomatisation de KP 61

20. Ordre naturel sur l'ensemble des CKP possibles 62

21. Les solutions de Jaskowski et de Batens 70

22. Logiques non triviales contradictoires et logiques temporelles 72

23. Logiques du changement de Von Wright, Rogowski et Sesic 76

24. Le passage d'un calcul inconsistent à un autre calcul inconsistent 80

25. Les déterminants du passage 81

26. le passage dialectique 83

27. Problèmes irrésolus 84

28. Conclusion 85

29. Thèses concernant le développement futur de la logique dialectique 86

Bibliographie 104

Appendice : Logique et dialectique chez Hegel 107

1. Introduction 107

2. La logique, étude des relations externes de termes statiques, comparée à la dialectique, étude des relations internes de termes en évolution 109

3. Les rapports de forme et de matière chez Hegel 115

4. Les lois fondamentales de la logique chassique chez Hegel et dans la logique contemporaine 117

5. La théroie de la preuve chez Hegel, et son éventuelle contrepartie dans la logique moderne 125

a. La notion d'identité 120
b. L'auto-application de l'identité et de la différence 120

6. Le problème fondamental de la philosophie Hégélienne et ses éventuels équivalents dans la méthodologie contemporaine 129

Notes 136

AVANT PROPOS

En proposant au public cette étude sur Marx et Hegel, nous avons essayé de faire quatre choses nouvelles :

1. En un premier mouvement, nous avons voulu utiliser certaines notions empruntées aux logiques non classiques contemporaines pour préciser et analyser une partie du "Capital". Ce n'est qu'un tout petit début; mais nous n'en connaissons pas d'autre. Nous espérons que nos imperfections encourageront d'autres à faire mieux.

2. En un second mouvement, nous avons voulu — nous écartant cette fois-ci de Marx et de Hegel — poursuivre le développement des logiques formelles qui, depuis Jaskowski (1948), introduisent des contradictions logiques comme énoncés non trivialisants. Nous avons posé sucessivement de plus en plus d'exigences à ces logiques paraconsistantes et nous avons *presque* rejoint, en poursuivant des constructions-esquisses, le niveau logique dont nous avions besoin pour saisir Marx.

3. En un troisième mouvement, nous avons esquissé en douze thèses un programme pour le développement futur de la logique dialectique tel qu'il pourrait se faire si on veut partir de l'état actuel des choses pour retrouver et dépasser, d'une façon créative, Marx et Hegel.

4. En un quatrième mouvement, nous analysons une partie de la "Logik" de Hegel (sans aucune référence à Marx) et nous prouvons que si on veut bien lire ce que l'auteur y présente, il est possible en combinant méréologie, théorie de la preuve et théorie des relations, d'y trouver des idées fortes et originales préparant une théorie plus réaliste de la preuve.

Rien de ce que nous avons pu faire n'est achevé. Mais nous croyons que ces travaux qui se poursuivent depuis 1960 sont suffisamment spécifiques et suggestifs de telle sorte que nous osons quand même les présenter au public.

Nous voulons remercier, à titres divers, Jean-Pierre de Waele, Jean Gorren, A. Kolman, et surtout Diego Marconi (qui nous a sauvé de tant d'erreurs). Ils ont tous contribué à nous encourager dans cette

entreprise. Le texte avait été sollicité par les éditions Rosenberg et Sellier, pour un ouvrage à paraître en italien. La longueur et la difficulté de notre travail les a obligé à renoncer à cette publication, malgré toute leur bonne volonté. Que tous ces amis retrouvent ici nos remerciements et l'espoir d'une continuation de ces études.

Leo Apostel

1. Introduction

1. La logique contemporaine commence à développer, à la suite des travaux de Henryk Von Wright et de Roderick Chisholm, une logique de l'action. Si on lit attentivement le "Capital" de Karl Marx nous y trouvons également une logique de l'action. Nous voulons montrer l'importance de l'ouvrage de Marx pour la logique actuelle de l'action en montrant que les principaux concepts et les principaux théorèmes de l'ouvrage sont des concepts et théorèmes de la logique de l'action. Ce faisant, nous espérons aussi pouvoir montrer que cette logique de l'action encore débutante trouve un champ d'application dans l'analyse de l'histoire du travail humain, abordée par Karl Marx.

2. Les quelques résultats que nous pourrons montrer au cours de cette tentative, nous permettront d'affirmer que la notion de dialectique est susceptible d'une définition formelle dont découle que la méthode dialectique est centrale pour la compréhension du "Capital". Loin de voir une opposition entre logique formelle et logique dialectique nous croyons, à partir de notre interprétation du "Capital" en logique de l'action, montrer qu'une logique formelle dialectique est au centre du travail scientifique du "Capital".

3. Toutefois, l'action cognitive est aussi action. Et la métalogique (syntaxe, sémantique, et pragmatique des systèmes formels) en est arrivée à un point de développement où elle ne doit plus seulement se concentrer sur des systèmes formels isolés et sur leurs rapports réciproques mais où elle peut aussi étudier des séquences de systèmes formels. Une dérivation intéressante est celle qui mène de systèmes formels inconsistants à d'autres systèmes formels inconsistants. Un chapitre de la logique dialectique appartient certainement à l'étude métalogique des règles qui déterminent les passages de systèmes inconsistants à d'autres systèmes inconsistants. Nous poserons le problème du développement de pareilles techniques (en nous référant d'ailleurs à certains calculs logiques pour systèmes incohérents développés par Jaskowski, Da Costa et autres). A l'encontre de Routley et Meyer, nous prétendrons que seulement à partir du niveau de ces séquences on pourra parler de "dialectique".

4. Dans toute la partie qui précède, nous nous référons d'une part à Karl Marx et d'autre part à la logique contemporaine. Nous ne considérons pas la dialectique hégélienne, différente de celle de Marx.

Pour achever ce travail, nous tenons cependant à ajouter un appendice, écrit il y a déjà quelques années, et dans lequel nous défendons, en nous référant cette fois-ci uniquement à Hegel, la possibilité de présenter une version formelle de la dialectique hégélienne.

Le plan de notre travail ainsi établi, nous allons commencer par une analyse logique de certaines notions fondamentales du "Capital".

II. L'essentiel de la dialectique.

Le livre I du "Capital" concerne le processus de production du capital, le livre II concerne la circulation de ce même capital, et le livre III s'intitule "le processus d'ensemble de la production capitaliste". Le caractère essentiellement dialectique de l'ouvrage de Marx réside selon nous dans l'accent mis sur cette notion de capital, une entité qui ne peut se conserver qu'en se transformant (exactement comme l'absolu de Hegel ne peut être soi-même qu'en devenant autre). Toutes les contradictions particulières que nous trouverons dans la production, la transformation et la subdivision du capital ne seront que des formes particulières de cette contradiction fondamentale. Dans l'histoire de la philosophie nous pouvons systématiquement distinguer deux types de systèmes : les systèmes ayant des principes invariants, dont le devenir ne s'explique pas à partir d'eux-mêmes mais, au contraire, s'avère soit apparent, soit inessentiel soit condition-même de leur invariance, et les systèmes dont le principe est essentielement dynamique. C'est à ce second type de systèmes que celui de Marx appartient à cause des propriétés particulières et essentielles de la notion de capital. Nous aurons montré que la logique de l'action peut formaliser la dialectique marxiste, dans la mesure où nous aurons montré que la notion de capital (avec sa propriété essentielle d'auto-transformation) pourra y trouver place. Pour y arriver, nous devrons toutefois définir les notions de valeur, de marchandise, d'échange, de monnaie, de travail et de plusvalue, dans notre langage, emprunté à la logique de l'action.

III. La logique de l'Action

Notre hypothèse de base étant que les notions fondamentales du "Capital" trouvent leur formalisation naturelle en logique de l'action, nous devons présenter brièvement le formalisme dont il s'agit. La logique de l'action que nous présentons emprunte ses éléments à différents systèmes existant dans la littérature :

1. Toute action nous paraît être dirigée vers un but. Dans la littérature, nous rencontrons une expression introduite par Roderick Chisholm (3) qui exprime cette notion : "M(p,q)" se lit comme suit : la vérité de p est produite (ou, si on le préfère, causée) en vue de réaliser la situation décrite par q. Les expressions p et q appartiennent au calcul des propositions. Toutefois cette limitation au calcul des propositions n'est pas essentielle. Nous pouvons également introduire (comme Chisholm le fait lui-même) des expressions comme M[(Ex)fx, (Ey)gy] : (à traduire comme suit : le fait qu'il existe un x présentant la propriété f est produit en vue de réaliser un y présentant la propriété g : par exemple un livre est produit pour qu'une idée soit répandue dans un groupe). L'opérateur M pourrait donc également s'ajouter à des expressions qui appartiennent au calcul des fonctions.

Même si son interprétation sémantique est claire, un opérateur doit être pourvu d'un ensemble de propriétés syntaxiques qui en déterminent l'usage. L'axiomatique de Chisholm, dans ses différentes versions, est encore relativement pauvre. Mentionnons les propriétés suivantes :

1. M(p,q) implique p : si p est produit en vue de réaliser q, p est vrai
2. M(p,q) implique M(M(p,q),q) : si p est produit en vue de réaliser q, l'acte de produire p en vue de q est lui-même produit en vue de réaliser q.
3. M(p,q) implique (Ep)(Eq)M(p,q) : si p est produit en vue de réaliser q, p et q existent. Pour interpréter cet axiome, il faut évidemment donner une interprétation faible de la notion d'existence : le but n'est pas toujours atteint, q n'est pas toujours réalisé (sinon l'axiome I n'aurait pas été formulé de façon à distinguer entre la certitude de la réalisation de p et l'incertitude de la réalisation de q). L'existence ne peut signifier, dans cet axiome, que l'existence possible.

4. Il est également nécessaire de combiner l'opérateur M avec un certain nombre de constantes logiques. Les notions de conjonction, disjonction et implication seraient des candidats normaux pour figurer dans des axiomes concernant l'opérateur M. On peut les introduire soit dans l'antécédent, soit dans le conséquent de M.

Nous obtenons ainsi les expressions suivantes :

1) $M(p \wedge q, r)$	$M(p \vee q, r)$	$M(p \rightarrow q, r)$	$M(-p, r)$
2) $M(p, q \wedge r)$	$M(p, q \vee r)$	$M(p, q \rightarrow r)$	$M(p, -r)$
3) $M(p,q) \wedge M(r,s)$	$M(p,q) \vee M(r,s)$	$M(p,q) \rightarrow (r,s)$	$-M(p,q)$

Chisholm n'a pas donné une discussion systématique de ces différentes situations et nous ne disposons pas d'un système complet d'axiomes qui règlerait les propriétés des relations entre l'opérateur M et les différentes constantes logiques

Notre but ici n'est pas de présenter un système semblable. Le lecteur pourra se référer à une autre publication de cette série pour une analyse plus approfondie de ce problème. Nous croyons toutefois pouvoir considérer (mais sans les défendre), les axiomes suivants :

1) les axiomes de cohérence : un but contradictoire n'est jamais poursuivi et un but n'est jamais poursuivi à l'aide de moyens contradictoires : $M(p,q)$ implique $-M(-p,q)$, aussi bien que $-M(p \wedge -p,q)$ et $-M(p, q \wedge -q)$.

Cet axiome de cohérence pourra être dépassé dès que nous combinons la logique de l'action avec un calcul propositionnel inconsistent non trivial. A ce moment les axiomes de cohérence deviennent plus faibles

1) $(Aq)\, M(p,q) \rightarrow [(Er)\, M(r,q) \wedge -M(r \wedge -r,q)]$

2) $(Ap)\, (Eq)\, M(p,q) \rightarrow [(Er)\, M(p,r) \wedge -M(p,r \wedge -r)]$.

C'est à dire : tous les moyens ne sont pas contradictoires ni tous les buts, mais $M(p \wedge -p,q)$ aussi bien que $M(p,q \wedge -q)$ sont possibles.

2) Nous n'avons pas une distributivité complète de M par rapport à la disjonction : il est faux que $M(p,q \vee r)$ implique $M(p,r) \vee M(p,q)$ tandis que $M(p \vee q, r)$ implique au moins $M(p,r) \vee M(q,r)$

3) Certaines propriétés d'importation existent : "$M(p,r) \wedge M(q,r)$" impliquent ensemble "$M(p \wedge q,r)$". $M(p,q \rightarrow r)$ implique que "q implique $M(p,r)$" (tandis que la converse de cette propriété n'est pas vraie).

II. Toutefois, toute action, est également exécutée par un agent. Le formalisme de Chisholm ne mentionne pas l'agent des actions qu'il

décrit. Il nous paraît donc nécessaire d'ajouter un symbole essentiel : les expressions de la forme $M(p,q)$ sont à compléter par des noms d'agents ou de classes d'agents qui exécutent les actions décrites. Notre expression fondamentale serait donc de la forme suivante $Ma(p,q)$: l'agent a produit p en vue de réaliser q (ou, si l'agent est collectif $Mx(p,q)$: la classe des agents x produit p en vue de réaliser q).

Chisholm considère parfois cette possibilité. Afin de disposer d'une logique convenable de l'action, nous devrions cependant pouvoir appliquer des opératons logiques soit à des agents collectifs, soit à des agents individuels. Les opérations logiques appliquées aux agents individuels seraient nécessairement des opérations méréologiques, puisqu'elles concerneraient des systèmes individuels. Nous appelons une opération "méréologique" (reprenant le terme introduit par Stanislaw Lesniewski) si elle concerne les relations entre parties et totalités de systèmes singuliers. Les opérations logiques affectant les classes d'acteurs ou d'agents seraient ou bien des opérations du calcul des classes, ou bien des opérations sur des classes enrichies de certaines relations de cohésion (et dans ce dernier cas ces opérations exigeraient un mélange du calcul des classes et du calcul des relations). Il serait nécessaire d'introduire des relations et des axiomes qui mettraient en rapport les opérations mentionnées auparavant et mettant en liaison les propositions figurant à l'intérieur de l'opérateur $M(p,q)$ avec les opérations concernant les agents. Nous ne présenterons pas ici de tentative dans ce sens, sinon dans la mesure où l'exposé de notre formalisation de Marx nous oblige à faire intervenir des propriétés semblables. Nous tenons cependant à souligner l'importance de l'intervention de l'agent dans une logique de l'action, et l'indispensabilité d'opérations logiques s'appliquant à des agents.

III. Une troisième remarque nous force à compliquer encore notre formule fondamentale : "$Ma(p,q)$". Une action se fait toujours à un moment temporel précis ou pendant un intervalle de temps déterminé. Nous pouvons donc affecter d'indices temporels soit l'opérateur global M, soit son antécédent, soit son conséquent. Ces indices temporels nous amènent ainsi à l'expression suivante $M(to\text{-}tn)\, a\, (p(tr\text{-}ts),\, q(tu\text{-}tv))$: l'acteur a produit pendant l'intervalle to-tn, l'existence de p pendant l'intervalle tr-ts (la différence de ces deux intervalles fait bien clairement intervenir la relation causale), pour que l'état q existe pendant l'intervalle tu-tv. Le lecteur voit évidemment que nous pouvons a) réduire certains de ces intervalles à des moments temporels et que nous pouvons b) introduire des quantificateurs portant sur certains de ces indices, au lieu de présenter des indices fixes. Ici encore nous devons renvoyer le lecteur à la publication consacrée dans cette série à la logique de l'action elle-même pour l'examen d'axiomes adéquats concernant les rapports entre l'opérateur M et les indices temporels.

IV. Finalement, nous croyons qu'il est évident que nous devons combiner la logique des rapports entre moyen et fin, telle que Chisholm l'esquisse, avec la logique du changement que propose Von Wright. La notion fondamentale de Von Wright s'exprime par l'expression "p T q" : l'état de l'univers dans lequel p est vrai se transforme en un état de l'univers dans lequel q est vrai. Von Wright a interprété son T de deux façons : a) il lui a donné le sens de "and next" (et immédiatement après) et dans une publication plus récente, le sens de "et par après : "and then".

A la suite de Von Wright, nous proposons pour la deuxième interprétation de T une axiomatique plus générale qui, en outre, n'implique pas de discontinuité du temps.

A1 $[(p \vee q)\ T\ (r \vee s)]$ est équivalent à $[(pTr) \vee (pTs) \vee (qTr) \vee (qTs)]$: l'opérateur de changement est complètement distributif par rapport à la disjonction

A2 : "$(pTq) \wedge (pTs)$ implique $(pT (q \wedge s))$": "est un axiome présenté par Von Wright. (p. 123 de sa "Logic of Action"). Nous proposons un axiome plus général : le conséquent devient une disjonction se composant de trois termes : $pT\ (q \wedge s)$, ou $pT(qTs)$ ou $pT(sTq)$. Les expressions "$pT(qTs)$" n'ont pas de sens chez von Wright. Nous les introduisons parce que nous voulons pouvoir indiquer des transformations momentanées, des états-devenir.

Les axiomes 3 et 4 restent inchangés provisoirement : Ax 3 $pT[(q \vee -q)]$ et Ax 4 $-(pTq \wedge -q)$. Nous opposerons plus tard une autre version, nettement dialectique, à cette logique du changement anti-dialectique. Ces quatre axiomes qui expriment la logique du changement de Von Wright ne constituent pas encore une logique de l'action. La logique du changement se transforme en une logique de l'action de deux façons différentes : a) dans "Norm and Action" il ajoute à l'expression "pTq", un opérateur D qui est l'équivalent opérationnel de notre nom d'agent. D(pTq) signifie : un agent

produit une action qui a comme effet la transformation qui se trouve entre parenthèses, b) Dans ses travaux plus récents, Von Wright choisit un chemin différent : il considère les transformations qui se seraient naturellement produites, si aucun agent n'était intervenu dans le courant du développement, et il compare ces transformations au développement qui s'est produit à la place du premier à la suite d'une intervention active. L'opérateur I ("instead of" "au lieu de") combiné avec l'opérateur T donne alors l'expression de base suivante : "pT(qIr)" : l'état p est transformé en l'état q, au lieu d'être transformé en l'état r. L'interaction des agents est également considérée par Von Wright, d'une manière non formelle, mais sa discussion indique clairement qu'il faut faire explicitement appel à des constantes individuelles qui sont les noms de ces agents. ***Nous croyons donc devoir proposer une combinaison de la logique de l'action de Von Wright avec celle de Chisholm, dans laquelle l'expression fondamentale*** (si on néglige pour les besoins de la simplicité les incdices temporels), ***se présentera comme suit :*** Ma(pTq, rTs) : l'agent a produit la transformation de p en q en vue de produire la transformation de r en s.

Notre présentation de cette logique de l'action combinée utilise les axiomes de Chisholm pour M et les axiomes généralisés de Von Wright pour T, les combine et laisse non explicités deux groupes d'axiomes a) les axiomes concernant les agents et b) les axiomes concernant les indices temporels.

Il faut présupposer que les règles de déduction par modus ponens et par substitution d'équivalents sont valables dans ce calcul.

C'est à l'aide de ces notions que nous essayerons d'exprimer les notions fondamentales du "Capital", en utilisant éventuellement des axiomes supplémentaires que nous indiquerons chemin faisant. Notre but (ne l'oublions pas), est de définir les notions centrales de "processus dialectique" et de "contradiction réelle".

IV. Valeur d'Usage et Valeur d'Echange

Nous considérons d'abord, dans le livre I du "Capital" le développement de la théorie de la valeur menant à l'échange généralisé et à la monnaie.

Dans chaque marchandise, Marx distingue deux aspects de sa valeur : sa valeur d'usage et sa valeur d'échange.

Pour définir cette opposition, nous avons besoin de constantes et de variables individuelles. "La marchandise est tout d'abord un objet extérieur, une chose, qui par ses propriétés satisfait des besoins humains d'espèce quelconque". (pI, livre I). Or un besoin correspond à un but. Formellement, cette définition équivaut donc à la suivante :

Def 1. Pour tout x, x est une marchandise, est équivalent à "Il existe des propriétés P telles que P(x) et telles qu'il existe un q dont on peut affirmer Ma(P(x), q)." Paraphrasée, la définition devient : il existe au moins un agent, et au moins une propriété de x, et au moins un but q de cet agent, tel que cet agent produit cette propriété de x pour atteindre le but q.

Si on veut souligner que l'agent ne produit pas la propriété P mais ne fait que l'utiliser (ce que fait Marx dans le passage dont nous parlons) nous pouvons utiliser l'opérateur T de Von Wright et considérer "Ma (P(x)T P(x), q) : a produit la conservation de P en vue d'obtenir son résultat désiré q.

Corollaire : un objet peut être une marchandise sous de multiples points de vue, puisqu'il peut présenter de multiples propriétés dont la production ou la conservation servent à de multiples buts d'un ou de plusieurs agents. D'autre part, un objet x peut-être une marchandise en plus ou moins grande quantité dans la mesure où cet x peut contenir n parties x1...xn, qui sont elles-mêmes marchandises sous le même aspect qualitatif pour le même agent.

Marx prend soin de souligner que la mesure quantitative de la marchandise n'est pas une mesure physique mais au contraire une mesure sociale et historique. C'est ce qui nous incite à introduire le point de vue quantitatif par rapport à la notion de but. Qu'il nous soit permis de souligner que la subdivision de la marchandise en parties introduit, du point de vue logique, la relation entre partie et tout et ses propriétés intrinsèques (= méréologiques).

L'utilité d'une chose (id est : les buts qu'on peut réaliser à l'aide des propriétés de cette chose) en fait une valeur d'usage (Capital I, Chapitre 2).

Après avoir défini la valeur d'usage, nous devons définir la valeur

d'échange.

Pour l'exprimer, nous avons besoin d'une part d'une relation d'équivalence et, d'autre part, d'au moins deux agents La relation d'équivalence se définit à l'aide d'une relation de préférence.

Def. II. "L'agent a ne préfère pas l'utilisation de P(x) en vue de q, à l'utilisation de Q(y) en vue de r, ni inversement" équivaut à "Il existe pour a une relation d'équivalence entre ces deux utilisations de x et de y".

L'échange fait ainsi intervenir une multiplicité d'agents et une multiplicité de biens.

Def. III. Si l'agent a préfère l'utilisation de n unités de x à l'utilisation de r unités d'y tandis qu'il utilise en fait ces r unités d'y, et si l'agent b préfère l'utilisation de r unités d'y à celle de n unités de x qu'il utilise en fait alors les marchandises x et y seront échangées entre a et b selon la proportion n/r.

Une marchandise aura donc autant de valeurs d'échange qu'il existera d'agents qui l'utilisent, tout en préférant utiliser d'autres marchandises et qu'il existera de marchandises par rapport auxquelles elle est préférée.

Le lecteur pourrait se faire ici la réflexion suivante : pour exprimer les proportions d'échange, nous avons besoin de nombres. N'est-il dès lors pas inutile de commencer la reconstruction formelle du "Capital" à l'intérieur d'une logique de l'action, qui ne comporte pas de notions quantitatives ? Nous répondons, comme il l'a été dit plus haut, que la mesure numérique est une mesure qualitative, sociale et historique : on discerne autant "d'unités" dans une marchandise qu'elle comporte de parties distinctes qui peuvent être utilisées pour des buts différents. C'est la conjonction des propositions M (affirmant cette multiplicité relations entre moyens et buts qui constitue "*la mesure*" des marchandises.

La définition III affirme une équivalence (que Marx exprime par le signe d'identité numérique) entre l'utilisation de n unités de x pour un but p par a, et celle de r unités de y pour un but q par b. (et cette équivalence ne se base que sur des préférences opposées). Par cette équivalence nous considérons une propriété des biens échangés qui est indépendante des propriétés, physiques de ces biens, aussi bien que des buts particuliers visés à l'aide des propriétés particulières de ces biens.

La question se pose si pour définir la notion d'échange, nous devons présupposer la notion de propriété juridique et si, ce faisant, nous devons définir l'échange par une action qui a pour but de faire passer une marchandise du patrimoine d'un agent au patrimoine d'un autre. Nous pourrions le faire mais notre appareil formel s'en trouverait alourdi. C'est pourquoi nous préférons remplacer la notion de *propriété* essentiellement normative, par la notion essentiellement factuelle, *d'usage de fait*. Bien que le juriste puisse faire d'innombrables différences plus subtiles, au niveau présent d'abstraction nous n'avons pas besoin de plus de distinctions.

Remarque 1 L'échange, en logique de l'action, sera donc simplement l'acte par lequel des biens, ayant été les moyens d'un agent a, deviennent les moyens d'un agent b (accompagné par un transport compensatoire d'autres biens en sens inverse).

Remarque 2. Dans la définition de l'échange, nous avons utilisé la notion de préférence. Nous définissons la préférence en logique d'action par une action de choix. Ma(p,q) est préféré à Ma(r,s) si a) quand les deux sont possibles et b) si le choix dépend de a, Ma(p,q) sera réalisé.

Nous rencontrons alors un postulat propre à Marx : si n biens utilisés pour des buts p sont échangeables contre r biens utilisés pour des buts q, alors ces biens doivent avoir des propriétés intrinsèques qui malgré leurs différences qualitatives et relationnelles les rendent équivalentes.

Si ce postulat central est appliqué aux relations d'équivalence manifestées par l'échange, le raisonnement de Marx est le suivant : 1. (p. 4, Capital I) "Si on fait abstraction de la valeur d'usage du support matériel de la marchandise, il ne lui reste qu'une seule propriété, celle de produit de travail".

Il faut même faire abstraction de la spécificité individuelle de ce travail, pour ne considérer que le travail général ou le travail abstrait. Or Marx ne définit pas du tout au début de son ouvrage quand il introduit pour la première fois sa notion centrale de travail ce qu'il entend par "travail". Ce n'est que bien plus tard, page 140 (dans la section III : la production de la plus value absolue, chapitre V : processus de travail et processus de mise en valeur) qu'il s'y consacre.

V. Le Travail

Cependant, si nous voulons énoncer formellement la théorie de la valeur-travail, il est indispensable de définir dès maintenant dans la logique de l'action, la notion de travail.

Marx définit (p. 140) le travail comme "un processus entre l'homme et la nature, un processus au cours duquel l'homme médiatise son métabolisme avec la nature par sa propre activité, en le contrôlant et le réglant. Il s'oppose à la matière physique comme étant lui-même une puissance physique. Il met en mouvement les forces naturelles propres à sa corporalité... pour s'approprier la matière naturelle dans une forme utilisable pour sa propre vie. Et dans la mesure où il travaille sur la nature, il modifie en même temps sa propre nature... A la fin du processus de travail un résultat se montre, qui était déjà présent au début dans la représentation du travailleur en tant que but".

Ce passage n'est pas simple. Nous pourrons l'introduire en logique de l'action par différentes approximations successives.

Def. IV. Un objet o est un produit de travail si 1. M(p,(Ex) fx) et l'objet o est l'objet unique caractérisé par (ix)fx (nous nous rappelons que (ix)(fx) signifie : le seul objet satisfaisant à f). Il est clair que la fonction f devra être très complexe pour décrire dans son individualité le produit, 2. En outre (Ex)fx doit être vrai (nous devons ajouter cette condition puisque M(p,q) n'implique pas la vérité de q).

Cette définition identifie en fait travail et action. Une définition plus exigeante, qui représente plus complètement (quoique non encore entièrement) la description imagée de Marx, introduit explicitement la relation entre l'agent et l'objet dans la formule suivante :

Def. IV' : Ma[R(ab)TS(ab), V(bc)TU(bc)]. L'agent a modifie un de ses rapports avec l'objet b en vue de modifier un des rapports de l'objet b avec un autre objet c. Des cas particuliers de cette formule seraient a) l'agent modifie ses rapports avec l'objet, en vue de modifier une propriété de l'objet, b) l'agent modifie une de ses propriétés pour modifier ses rapports avec l'objet.

Nous devons encore plus approfondir cette notion centrale de Marx, en exigeant que la transformation de l'objet du travail s'accompagne nécessairement d'une transformation du sujet du travail.

Def. IV'' : Def IV' + l'énoncé de la définition IV' implique nécessairement (avec une nécessité causale, et non logique) la transformation de a en a'. Pour exprimer formellement ce fait, nous devons a) ou bien introduire explicitement les indices temporels et exiger que si Ma(—) se produit à to, il est faux qu'à to + n il existe un x identique à a, tandis qu'il existe un y, ayant certaines propriétés communes avec a, b) ou bien nous devons redéfinir l'opérateur T de Von Wright de telle façon qu'il puisse aussi s'appliquer à des objets. aTb pourrait vouloir dire : "(Ex) fx T(Ey)gy" ou f et g sont des descriptions plus ou moins complètes de a et b.

Nous croyons que nous avons maintenant exprimé a) par l'intervention de M la notion de but et le caractère typiquement humain du travail (il n'est pas inutile de souligner l'anti-behaviorisme de Marx dans la définition-même de sa notion fondamentale), b) par IV'' nous avons exprimé le fait que tout travail modifie le travailleur, c) par IV' nous avons exprimé le fait que le travail est une action transitive qui à l'aide des rapports entre travailleur et objets, modifie ses objets.

VI. La Force de Travail

Toutes les définitions du travail qui précèdent définissent le travail concret. Or, pour pouvoir formuler la théorie de la valeur-travail (qui n'est pour nous pas un but en elle-même mais qui est l'expression de la solution de la contradiction dialectique entre valeur d'usage et valeur d'échange) nous avons besoin d'une définition du travail abstrait.

Nous croyons pouvoir arriver à cette définition de deux façons différentes : a) ou bien en définissant la notion de "force de travail" pour arriver au "travail abstrait" par l'idée de "dépense de force de travail", b) ou bien en définissant des ordres et des classes sur l'ensemble des travaux concrets

Nous définissons la force de travail d'un agent a pendant

l'intervalle to-tn par l'ensemble des transformations possibles que cet agent peut produire pendant cet intervalle. Le lecteur observera que nous avons besoin de modalités (possibilités) pour exprimer cette notion.

Formellement la définition se présente comme suit : FT (a, ti-tn) = (Def) (pTq) $\vee$ (p'Tq') $\vee$ (p''Tq'') ... $\vee$(p'''Tq'''), pour tous les couples p^i, q^j) tels que : $\{(Er^i)(Es^j)\ (r^iTs^j)\} \rightarrow \{\ \Diamond [M_a$ (to-tn) $[(p^iTq^j)(r^iTs^j)]]\}$

Pour atteindre la notion de force de travail abstraite, nous devrons rendre les forces de travail de tous les agents pendant tous les intervalles temporels comparables. Pour y arriver nous supposons que toutes les transformations servant de moyen en vue d'une fin sont écrites en termes de transformations élémentaires. C'est à dire que nous supposons, comme le fait Von Wright dans son calcul de l'action, que toutes les transformations s'expriment en forme normale comme fonction des transformations élémentaires. Nous appelons transformation élémentaire comme le passage d'un énoncé atomique (= non composé) du faux au vrai ou inversément.

Nous pouvons généraliser cette définition de la force de travail, et définir la force de travail en un moment donné ou pendant toute la durée d'existence d'un agent.

Cette première définition de la force de travail d'un agent nous permet déjà de dire quand un agent a une force de travail plus ou moins grande qu'un autre agent. Nous n'avons qu'à compter le nombre de transformations élémentaires qu'il est possible, pour les deux, d'exécuter pendant l'intervalle que nous considérons. Cette comparaison ordinale est donc à la fois une comparaison cardinale. Nous présupposons évidamment qu'aucun agent n'ait la possibilité d'exécuter un nombre infini de transformations élémentaires à un moment donné ou pendant un intervalle donné.

Nous tenons à considérer une seconde définition de la force de travail d'un agent, qui n'utilise pas explicitement les transformations de Von Wright et se limite au calcul M de Chisholm.

FT(a,to-tn) = (def) ($\hat{r}$/(Poss(Ma, to-tn M(p,q)) $\wedge$(M(p,q) implique r))

La force de travail d'un agent pendant un intervalle serait l'ensemble des conséquences des actions finalisées possibles, pour lui, pendant cet intervalle. Nous allons supposer à nouveau la comparabilité de toutes ces conséquences, à l'aide d'une décomposition en termes élémentaires indécomposables. Nous pourrions comparer les différents agents, en examinant si les ensembles maximaux de conséquences compatibles réunies en conjonction s'impliquent ou non. Cette comparaison serait purement ordinale. Pour arriver à une comparaison cardinale, nous devons supposer que les conséquences soient décomposées en propositions élémentaires et que nous puissions compter les propositions atomiques positives figurant dans les ensembles maximaux de conséquences compatibles. Nous nous rendons compte de ce que l'incompatibilité possible des actions possibles et de leurs conséquences nous pose un problème dans la définition de la force de travail; nous avons essayé de surmonter ce problème par la considération des ensembles compatibles maximaux. Nous nous rendons compte que la solution n'est pas parfaite.

Puisque nous nous intéressons cependant, avec Marx, à la force de travail principalement pour définir la valeur d'échange en opposition à la valeur d'usage, nous voulons avons tout savoir ce qu'est la force de travail dépensée dans la production d'une marchandise.

Nous allons arriver à ce but par des étapes successives Si, comme le font Chisholm et Von Wright dans l'essentiel de leurs exposés, nous nous limitons au calcul des propositions, nous ne pouvons pas désigner un objet (dans ce calcul nous ne disposons pas de noms d'objets). Nous ne pouvons donc définir que la force de travail nécessaire pour la production d'un état désigné par une proposition p. Si nous nous donnons un état initial, nous pouvons identifier la force de travail nécessaire pour produire un état avec l'ensemble des transformations élémentaires produites par un agent pour transformer cet état initial en cet état final. Toutefois a) on peut choisir de multiples états initiaux, b) on peut considérer de multiples agents et c) on peut envisager de multiples chemins pour passer de l'état initial à l'état final. Compte tenu de ces indéterminations, nous pouvons donc en fait considérer comme arbitrairement grand ou comme arbitrairement petit la force de travail dépensée pour produire un état. Pour éliminer cet arbitraire, nous pouvons faire différents choix. D'une part, nous pouvons considérer non pas des états génériques mais des états singuliers (non pas des types d'états mais des états historiques datés) et nous pouvons considérer la force de travail dépensée pour produire cet état comme l'ensemble des actions historiquement réelles qui, s'appliquant à des états, ont à l'aide des agents réellement impliqués, menés véritablement au

produit que nous considérons.

Cette option réaliste a toutefois l'inconvénient de permettre des chaînes de production inusitées et inefficientes. Le choix radicalement inverse serait de considérer l'agent le plus efficace, la méthode la plus efficiente et le point initial non identique le plus rapproché. Marx ne fait ni notre premier, ni notre second choix. Page 5 nous lisons "Gesellschaftlich notwendige Arbeitszeit ist Arbeitszeit, erheischt um irgend einen Gebrauchswert mit den vorhandenen Gesellschaftlich normalen Produktionsbedingungen und dem gesellschaftliches Durchschnittgrad von Geschick und Intensität der Arbeit darzustellen". Nous faisons provisoirement abstraction des notions d'intensité du travail, ou d'habileté de travail, non encore définies et destinées à paraître plus tard. Nous devons utiliser, pour définir la notion de "socialement normal" soit des notions déontiques, soit des notions statistiques.

Comme il est facile d'appliquer les opérateurs déontiques (obligatoire, permis) à des expressions du calcul propositionnel, nous allons d'abord suivre ce chemin-là. Nous pouvons utiliser l'opérateur 0 d'obligation ou l'opérateur P de permission. La définition prend des formes comparables dans les deux cas et nous choisissons d'utiliser l'opérateur d'obligation. Nous avons trois conditions à exprimer 1) nous devons exprimer qu'il s'agit d'un agent normal, b) nous devons exprimer qu'il s'agit d'un état initial normal et c) nous devons exprimer qu'il s'agit d'une méthode de production normale' Cette triple normalité est exprimée à l'aide de trois conditions déontiques. Nous écrivons tout d'abord la définition d'une manière formelle pour la commenter par après.

FTSNP(p)(force de travail socialement nécessaire pour produire p) = (Def) $q_1 \wedge q_2 \wedge .. q_n$ tels que

1) $(Aa) O [E u\, Ma\, (u,p)] \rightarrow Ma\, (r, q_1 \wedge \dots \wedge q_n)$

2) $\wedge (As) [OMa\, (u,p) \rightarrow [(sTs') \rightarrow q_o T q_1]]$

3) $\wedge\ (Ati) O [Ma\, (u,p)] \rightarrow \{(Ma\, (q_1,p) \rightarrow t_1) \wedge (Ma(q_2 \wedge t_1) \rightarrow t_2) \wedge (Ma(q_3 \wedge t_2) \rightarrow t_4) \dots.. (Ma\, (q_n \wedge t_{n-1}) \rightarrow p)\}$

La condition 1 exprime que tout agent a pour lequel il est socialement obligatoire de s'efforcer de produire p doit passer par une tentative de produire $q_1 \dots q_n$. La condition 2 exprime que tout agent pour lequel il est socialement obligatoire de produire p transforme un état s en q1 : l'état initial est donc normal. La condition 3 exprime que tout agent sous l'obligation de produire p passe par une séquence d'étapes intermédiaires décrites par les différents qi.

La notion d'obligation doit évidemment être comprise ici dans le sens d'obligation sociale et non dans le sens d'obligation éthique ou juridique.

Si nous voulons rester proche du texte de Marx, il serait cependant plus normal d'utiliser une interprétation statistique. Toutefois, puisque ni les agents ni les états ne sont des variables ou constantes numériques, nous ne pouvons appliquer la notion de moyenne que si nous les introduisons comme variables numériques. Nous pouvons le faire en définissant une distance sur l'ensemble des agents et sur les ensembles des propositions. Un agent moyen ou une proposition moyenne sont alors les agents ou propositions dont la moyenne des distances par rapport aux autres entités de même nature est minimale. Nous empruntons cette suggestion à une idée déjà ancienne de Fréchet.

VII. Les Dimensions du Travail

Nous voyons que la notion de force de travail nécessaire pour produire un état d'une manière socialement normale, présente dans notre formalisation une complexité déjà très grande. La connaisseur du "Capital" serait peut-être enclin d'attribuer ces difficultés au fait qu nous n'avons pas, pour l'instant, introduit la notion (centrale chez Marx) de la mesure du travail par sa durée. Cette idée est en effet explicitement introduite dès la page 5 "la quantité du travail se mesure à sa durée temporelle et le temps de travail possède son étalon dans les divisions comme heures, journées etc". Nous avons, on le sait, introduit le temps (et donc la logique temporelle) quand nous avons présenté notre schéma formel qui est un mélange de logique de la relation moyen-fin (Chisholm), de la relation de transformation (Von Wright) et de la logique temporelle (Prior) (6). Nous n'avons pas voulu suivre Marx immédiatement sur sa voie parce qu'il nous apparait que la mesure du travail doit au moins dépendre de trois dimensions a) la *durée* du travail, b) *l'intensité* du travail,: id est le nombre d'opérations élémentaires exécutées pendant un temps standard et c) la *structure* du travail (la relation entre les opérations successives exécutées pendant un intervalle de temps donné : (le travail est hétérogène ou homogène, continu ou discontinu, d'intensité égale, croissante ou décroissante, simple ou complexe). Si nous essayons d'introduire ces trois dimensions dans la mesure du travail, nous avons besoin de la notion d'opération élémentaire. C'est pourquoi nous avons préféré définir la force de travail d'un agent et la force de travail nécessaire pour produire un état, à l'aide des notions qualitatives dont nous avons fait usage. On peut cependant introduire le postulat suivant : toute opération élémentaire prend un temps égal et unitaire. Ce postulat, aussi peu justifié qu'il ne paraisse, fait coincider en général notre approche avec celle de Marx.

Nous retournons maintenant à la notion plus proche de celles contenues dans le ' Capital" : la force de travail nécessaire pour produire un objet (l'objet considéré comme ayant une valeur d'usage est un bien; l'objet considéré comme ayant une valeur d'échange est une marchandise). Nous présupposons que nous avons défini la force de travail nécessaire pour produire un état décrit par une proposition. Nous n'avons plus maintenant qu'à introduire une proposition affirmant l'existence de l'objet dont nous voulons mesurer la valeur-travail. Cette proposition aura la forme (Ex)(fx) : il existe un objet x, tel que fx. La force de travail nécessaire pour rendre vraie la proposition (Ex)(fx) sera, par définition, la force de travail nécessaire pour produire l'objet qui satisfait à la fonction f, sa description.

Pour un agent, dépenser sa force de travail signifie uniquement diminuer, au cours d'un intervalle de temps plus ou moins grand, l'ensemble des transformations possibles qui lui sont accessibles pendant l'intervalle successif. (par la réalisation préalable de certaines transformations possibles en transformations actuelles).

VIII. Valeur d'Echange et Travail.

Ayant ainsi défini la force de travail abstraite (la force de travail concrète n'est qu'une limitation ou restriction de la force de travail abstraite) nous retournons à l'étude des rapports entre valeur d'échange et valeur d'usage. En résumé, la valeur d'usage d'un bien, est l'ensemble des objets qu'on peut produire à l'aide de ce bien, en l'engageant dans un certain nombre d'actions. La valeur d'échange d'un objet est l'ensemble des objets qu'on peut s'approprier en vue d'actions futures en mettant cet objet à la disposition d'autres agents. Les deux valeurs sont donc des propriétés intrinsèques d'un objet, mais ces deux propriétés intrinsèques sont définies relationnellement . Toutefois, la valeur d'usage dépend des propriétés physiques de l'objet : la configuration physique d'un instrument détermine ce qu'on peut produire avec son aide. La valeur d'échange est, au contraire, la propriété de cet objet qui le rend substituable à d'autres objets. Pour cette raison, elle ne peut dépendre des propriétés physiques concrètes de cet objet. Mais quelles sont les propriétés d'un objet qui restent quand on a fait abstraction de ces propriétés individuelles singulières ? Marx se pose cette question en affirmant avec force qu'il faut trouver dans les objets échangés les uns contre les autres une propriété commune, une analogie, qui est le fondement de leur substituabilité. Or, un objet se définit par ses propriétés, par ses causes possibles et par ses effets possibles. Les effets possibles et les propriétés intrinsèques sont éliminés comme fondements de substituabilité. Il ne reste donc que les causes possibles. Ces causes se divisent toutefois entre causes actives et causes naturelles et peuvent à nouveau être considérées dans leur individualité ou selon leurs équivalences possibles. Si on les considère dans leur individualité, on ne peut trouver la raison de l'échange; si on considère les causes non actives physiques on rend l'échange indépendant des propriétés des relations humaines. Par élimination, il faut donc trouver la raison de l'échange dans l'équivalence entre les forces de travail qui ont été nécessaires pour produire les objets qui s'échangent les uns contre les autres.

A première vue, toutefois, la substituabilité des marchandides pourrait se fonder a) non pas sur la qualité de leurs effets possibles mais sur la quantité (l'ensemble des effets peut aussi être décrit quantitativement), b) non pas sur la qualité de leurs propriétés intrinsèques mais sur la quantité, c) non pas sur la qualité des causes physiques mais sur la quantité. A la fin du 19ième siècle, une économique énergétique a d'ailleurs été esquissée sur cette base. Le raisonnement que nous venons de reproduire n'est donc pas une base suffisante pour la démonstration de la théorie de la valeur d'échange

comme proportionnelle à ou basée sur la quantité de travail dépensée dans la production de la marchandise échangée. Notre but ici n'est toutefois pas celui de défendre Marx, mais de découvrir les notions élémentaires qu'il présuppose.

IX' Le Développement de la Valeur d'Echange.

Nous ne pourions comprendre la relation entre valeur d'échange et travail abstrait qu'en analysant le développement de la notion de valeur d'echange.

La valeur d'échange simple ou contingente sera notre point de départ: "n unités de la marchandise x valent m unités de la marchandise y."

Formellement, Marx note a) qu'on ne peut jamais exprimer la valeur d'une marchandise en termes de cette même marchandise : il exclut expressément p. 15, l'expression V(nx) = V(nx). La relation "nx peut être échangé contre my" (E(nx,my)) n'est donc pas réflexive, b) en outre, l'auteur ajoute que le rôle de la première marchandise est de se trouver dans sa forme de valeur relative, tandis que le rôle de la seconde marchandise est d'être l'équivalent de la première : on ne peut donc pas retourner l'expression et affirmer E(my,nx)). La relation E n'est donc pas non plus symmétrique. La relation E qui n'est ni réflexive ni symmétrique n'est donc certainement *pas encore* une relation d'équivalence.

Toutefois, si nous voulons suivre le texte de très près, l'expression "x marchandises A valent y marchandises B" devrait s'écrire comme suit : V(xA) = yB (et non pas, comme nous venons de le faire : V(xA) = V(yB)). V serait une fonction qui représente des marchandises sur des marchandises. Ce que nous avons appelé l'antiréflexivité de E, ainsi que son antisymmétrie s'exprimerait alors comme suit : 1) la fonction V ne représente jamais son argument sur soi-même et 2) la fonction V n'est pas sa propre inverse. Marx appelle l'argument de V, la forme-valeur relative et sa valeur, la forme équivalente.

Ces relations entre marchandises ne sont toutefois que l'expression de relations entre agents. Ces relations entre agents sont d'une double nature : 1) des relations d'échange et 2) des relations de production.

Considérons successivement ces deux espèces de relations.

1. *Les relations d'échange*

Au moment to, l'agent a possède le bien x et l'agent b possède le bien y. (nous nous rappelons que, dans notre schématisation simplifiante, en vue d'éviter le juridique, possession = pur usage de fait. Nous le préciserons par après). Ceci s'exprime par :

(1) $P(a,x,to) \wedge P(b,y,to)$.

Au moment t_1, l'agent a produit un état p en vue de posséder le bien y à un moment futur et l'agent b produit un état q en vue de posséder le bien x a un moment futur

(2) $Ma\,[p, P(a,y,tn)] \wedge Mb\,[q, P(b,x,tn)]$

Au moment t_2, l'agent a possède le bien y et l'agent b possède le bien x.

(3) $P(a,y,t_2) \wedge P(b,x,t_2)$

Plus concrètement, nous pourrions écrire (2) comme suit :

$Ma\,[P(b,x,t_1), P(a,y,tn)] \wedge Mb\,[P(a,y,t_2), P(b,x,tn)]$ (2')

Nous appelons la séquence $\{1,2,3\}$ ou $\{1,2',3\}$ un échange réussi en 3 étapes entre a et b concernant x et y.

Nous devons toutefois faire deux remarques a propos de cette séquence :

1) elle est rigoureusement symmétrique (les agents a et b, autant que les biens x et y jouent des rôles exactement similaires) et

2) elle se décrit à l'aide d'une relation juridique de propriété P.

Nous voulons au contraire une séquence qui ne présuppose pas le droit, et qui tienne compte de l'asymmétrie de l'échange simple. L'assymétrie est introduite en modifiant une fois encore 2. 2" ne comporte qu'un des deux termes de 2 : ce faisant nous appelons "bien actif" le x ou le y qui est présent en 2; et "bien" passif" le bien qui s'y trouve absent (le bien passif est la forme d'équivalence de Marx). Cette modification rend compte du fait que a) si $V(xA) = yB$, alors il est aussi vrai que $V(yB) = xA$ mais b) cette équivalence matérielle s'accompagne d'une différence intentionnelle : $V(xA) = yB$) signifie que xA est offert pour yB et les rapporte, tandis que $V(yB) = xA$ signifie que yB est offert pour xA et les rapporte. Ces deux situations sont *concrètement* différentes. A la p. 15 du

"Capital", Marx stipule cette situation en toutes lettres. Pour éliminer la notion juridique de "propriété" (que Marx présuppose, mais que nous devons éliminer si nous voulons expliquer le juridique par l'économique et non inversément) nous remplaçons propriété par possession et nous définissons $P(a, x, to) =$ (Def): quelles que soient les propriétés f et g si 1) f(x) et g(x) sont possibles et physiquement intertransformables, 2) il est possible que $Ma\,[p, f(x)\ T\ g(x)]$ $f(x)\ T\ g(x)$: a peut causer un état p en vue de transformer f(x) et g(x) et réussir à produire cette transformation. Une possession irréaliste très forte; non pas "ius utendi atque abutendi" mais "possibilitas utendi atque abutendi" peut ainsi s'exprimer (on peut aisément se rapprocher du réel en affaiblissant l'exigence).

La notion de valeur d'échange (VE) se développe en passant de l'échange simple entre 2 biens particuliers et 2 personnes à l'échange généralisé entre n personnes et n biens. La valeur d'échange du bien x par rapport à la séquence $\{1, 2\ , 3\}$ est l'ensemble des y tel que la cession de x rapporte y dans cette séquence. $VE\,(x,a,b\ t_1) = [\hat{y}\ /\ Ma\,(P(b,x,t_1), P(a,y,t_n) \wedge P(b,y,t_n)]$.

La valeur d'échange de x pour a par rapport à l'agent b au moment 1 est la classe des biens y tels que a met x à la disposition de b à t_1 en vue d'obtenir y à un moment ultérieur et réussit à réaliser son but.

2. *Les relations de production*

Si x peut être échangé contre y, selon Marx, p. 17, "le travail contenu en x est égalisé au travail contenu en y". Ici nous rencontrons l'opposition entre travail concret et travail abstrait. Le travail concret contenu dans un produit est l'ensemble des actions finalisées exécutées par un agent,nécessaire pour le produire.

Nous examinons à nouveau une séquence. Son premier élément est l'ensemble des objets naturels, partiellement non touchés par l'action humaine qui sont nécessaires pour produire un produit final. Les suites intermédiaires sont les transformations du matériel initial, produites en vue de réaliser l'objet final. Ce travail concret qui produit l'objet individual, pourvu d'une valeur d'usage, est différent pour les objets x et y échangés l'un contre l'autre chez Marx .

Le calcul T peut nous aider à exprimer cette séquence. Supposons que $0_{i1} \dots 0_{in}$ soient les objets initiaux pour x et $0'_{i1} \dots 0'_{im}$ les objets initiaux pour y. Soit $Ma\,[p, 0_{i1} \dots 0_{in}\ T\ x]$ et $Mb\,[q, 0'_{i1} \dots 0'_{in}\ T\ y]$. Marx prétend maintenant que, pour pouvoir affirmer que ces deux séquences différentes soient identiques sous un certain point de vue, il faut décomposer le travail concret finalisé en travail abstrait. Or le travail abstrait est simple dépense de force de travail humain. Vu subjectivement, ou bien vu objectivement, il s'agit de la décomposition des deux séquences de travail concret, en opérations élémentaires identiques sur objets élémentaires identiques Dans les deux cas, la comparaison de deux biens ne nous permet pas d'atteindre le travail complètement abstrait mais seulement un niveau intermédiaire entre travail concret et abstrait. Le lecteur pourrait à bon droit nous reprocher de nous attarder trop longuement sur cette opposition entre les deux formes de la valeur, à l'aide de nos formules rébarbatives. Or, *il le faut*.

Si nous voulons comprendre la notion de développement dialectique, nous devons comprendre dans quel sens les deux fomres de la valeur : la valeur d'échange et la valeur d'usage sont des opposés. En effet, un texte important de la page 28 (Capital I) nous dit "Der in der Wert eingehüllte innere Gegensatz von Gebrauchswert und Werth (= Tauschwert) wird also dargestellt durch einen aüsseren Gegensatz, d.h. durch das Verhältnis zweier Waaren, worin die eine Waare deren Wert ausgedruckt wird, unmittelbar nur als Gebrauchswert, die andere Waare hingegen worin Wert ausgedrückt wird, unmittelbar nur als Tauschwert gilt. Die einfache Wertform einer Waare ist also die einfache Erscheinungsform des in ihr enthaltenen Gegensätzes von Gebrauchswert und Wert" (p. 28). Or, le développement de la forme simple de la valeur jusqu'à la forme générale. totale et jusqu'à la monnaie doit être compris comme un développement de l'opposition ou de la contradiction fondamentale entre la valeur d'usage et de la valeur d'échange. Si nous pouvons exprimer d'une manière précise comment se présente le développement de la valeur simple jusqu'à la valeur développée d'une part, et comment ce développement dérive de la notion d'opposition entre la valeur d'échange et la valeur d'usage d'autre part, nous aurons compris l'exemple fondamental de développement dialectique du "Capital". Les autres contradictions doivent dériver de cette contradiction fondamentale. D'où notre longue analyse de ce point de départ.

X. La Contradiction entre Valeur d'Usage et Valeur d'Echange et son développement.

Nous défendons les thèses suivantes. 1. Les calculs M et T modifiés et combinés nous présentent des modes d'expression possibles pour la notion de processus dialectique. 2. L'analyse de l'opposition ou de la contradiction entre valeur d'usage et valeur d'échange, nous offre un modèle de la contradiction dialectique et nous permet de l'exprimer en calcul M et T. 3. Les différentes étapes de développement de la valeur nous fournissent également un modèle du processus dialectique et sont exprimables en calcul M et T.

Un objet a une valeur d'usage parce qu'à l'aide de cet objet des buts spécifiques peuvent être atteints, qui ne peuvent être atteints qu'à l'aide d'objets du même type. Un objet a une valeur d'échange parce qu'on cédant cet objet on peut obtenir la disposition d'objets d'un nombre indéfini de types différents. Il n'y a donc pas de contradiction entre les deux propositions "x a une valeur d'usage z" et la proposition "x a une valeur d'échange w". Il n'y a pas non plus de contradiction entre les propositions "x a une valeur d'usage" et "x a une valeur d'échange". Mais il y a contradiction entre "la valeur d'usage de x est actualisée" et "la valeur d'échange de x est actualisée" : si j'utilise un objet, je ne puis l'échanger et si je l'échange je ne puis l'utiliser. Il y a également contradiction entre la proposition "l'agent a veut utiliser x" et "l'agent a veut échanger x". Finalement il n'y a pas contradiction (il ne s'agit plus de propositions) mais il y a opposition entre les propriétés qui font que x a sa valeur d'usage (ses propriétés concrètes et spécifiques, dues au travail concret qui l'a produit) et les propriétés qui font que x a sa valeur d'échange (ce sont des propriétés générales que x a en commun avec une large classe d'objets et qui sont dues à la quantité de travail abstrait déposée en x). Il s'agit de l'opposition entre le général et le particulier, entre le concret et l'abstrait. De cette opposition dérive alors une dernière contradiction : "a se comporte envers x comme envers un représentant d'une classe, la réalisation d'une idée abstraite" et "a se comporte envers x comme envers un objet individuel et spécifique". Cette dernière contradiction peut se formuler comme suit : "a considère x comme porteur de ses propriétés individuelles" et "a considère x simplement comme pôle d'un ensemble de relations".

Formellement, nous pouvons exprimer cette série de contradictions entre la valeur d'échange et la valeur d'usage dans le calcul M.

1. L'actualisation de la valeur d'usage de x : a transforme x (en modifiant une propriété particulière f en une autre propriété particulière g) en vue de transformer un objet z. Ma(f(x)Tg(x), h(z)Ti(z))

2. L'actualisation de la valeur d'échange : a transforme une relation (la relation de possession) entre a et x en la même relation entre b et x, en vue de transformer cette relation entre b et z en une relation entre a et z : Ma(R(ax)TR(bx), R(bz)TR(az)). L'incompatibilité de ces deux formules 1 et 2 dérive du fait que a ne peut modifier f(x) et g(x) que dans la mesure ou R(ax) existe, tandis que R(ax) et R(bx) s'excluent.

Le développement de la forme de la valeur consistera en un ensemble de tentatives pour résoudre cette contradiction et réaliser à la fois la valeur d'échange et la valeur d'usage des biens.

1. La forme de la valeur simple exprime la valeur de x par un bien particulier y. Marx nous dit p. 22 du Capital I, que le bien exprime sa valeur d'échange dans la valeur d'utilisation du bien contre lequel il est échangé. Celà entraine deux particularités a) "Gebrauchswert wird zur Erscheinungsform seines Gegentheils, Tauschwerth" (23) et b) "konkrete Arbeit wird zur Erscheinungsform seines Gegentheils, abstrakt menschlicher Arbeit" (p. 25).

Dans la forme simple de la valeur, le caractère abstrait et général est déjà présent mais *minimalement* présent. *Un* bien particulier est mis en rapport avec *un seul* autre bien particulier. L'échange est donc restreint et particulier; le travail qui a produit le bien x n'est pas décomposé en transformations qu'on peut retrouver dans n'importe quel travail, mais seulement en transformations qu'on peut retrouver dans la production de deux biens particuliers. Sous ce point de vue là, la première tentative de surmonter la contradiction entre valeur d'usage et valeur d'échange consiste en une limitation de la valeur d'échange à un cas très particulier d'elle-même.

Les expressions que Marx emploie lui-même nous suggèrent d'examiner les formules suivantes : a) Ma(R(ax)TR(bx), f(z)Tg(z)), b) Ma(f(x)Tg(x), R(bz)TR(az)), c) Ma(R(ax)TR(bx), [M(b(f(z)Tg (z))T(Ma, f(z) Tg(z)], d) analogue à c avec une expression R qui porte sur une transformation, dans le premier membre. Ces formules expriment différentes tentatives pour exprimer formellement la première particularité selon laquelle ***la valeur d'usage devient expression de son contraire, valeur d'echange.***

Nous tenons à souligner en ce moment-ci que dans la mesure où nous avons tojours utilisé a) des propriétaires particuliers et spécifiques, b) des transformations portant sur des propriétés particulières et spécifiques, c) des relations entre biens particuliers et spécifiques, nous avons déjà exprimé dans notre formulation des deux valeurs une extrême limitation de leur pleine généralité. Il faut donc s'attendre à ce que le plein développement de la forme de la valeur consiste en une élimination de ces restrictions.

L'expression de la contradiction fondamentale que nous venons de donner n'est cependant qu'une expression relativement superficielle, puisque nous n'avons pas exprimé la contradiction entre les rapports d'apparence (l'échange) et les rapports d'essence (le travail qui a produit les biens échangés).

Nous supposons, comme nous l'avons déjà dit, que Ma(o1Tx,x) et Mb(c2Tz,z) ont été les travaux qui ont produit x et z à partir de leurs points d'origine. Nous appelons ces transformations du travail concret. Supposons maintenant que nous pouvons analyser o1 et o2 en des éléments identiques ainsi que T1 et T2 en des séquences de transformations identiques, les deux ensembles ne différant que quantitativement et non qualitativement. Nous pouvons identifier o1Tx avec o11.....o1n, T21T22...T2n, $x_1...x_n$ et ce faisant nous exprimons un travail concret en un travail abstrait. Nous pouvons maintenant stipuler que cette identification est une condition de l'échange de x contre z, ou sinon de l'échange, tout au moins du succès de l'échange. La contradiction est la suivante : Ma(o1Tx) est une expression qui peut-être vraie mais, tandis que o1Tx est équivalent matériellement à l'analyse en termes de travail partiellement abstrait (travail commun à la production de x et de z), il est impossible que ce travail abstrait soit intentionnellement exécuté; l'équivalence matérielle s'accompagne d'une non identité intensionnelle. Nous pouvons établir une liaison entre la contradiction de la valeur d'échange et de la valeur d'utilisation et celle entre le travail concret et le travail abstrait en exigeant a) que la réalisation de la valeur d'usage implique le travail concret nécessaire pour produire les objets en cause tandis que b) la réalisation de la valeur d'échange implique l'égalité du travail abstrait dépensé dans la production des objets concernés.

Résumons : la forme simple de la valeur réalise la contradiction en la déployant : un objet apparaît comme valeur d'usage uniquement, et l'autre exclusivement comme valeur d'échange, mais les deux sont posés comme substituables l'un par l'autre. $P(x) \wedge - P(x)$ est transformé en $P(x) \wedge - P(y)$ tandis qu'une relation d'équivalence partielle existe entre x et y.

Cette solution de la contradiction ne peut toutefois pas être définitive parce que (p. 28 et 29) cet échange n'est possible qu'entre deux espèces de biens, et la valeur d'un bien n'est exprimée qu'en termes d'un seul autre bien. Marx ne consacre qu'un très court paragraphe aux insuffisances de la forme simple de la valeur. Nous croyons toutefois qu'il est essentiel pour la compréhension de la notion de dialectique de nous rendre compte en quoi cette forme simple est insuffisante. Historiquement, nous pouvons dire que la cohésion sociale d'un groupe avec une division du travail où un bien ne peut être échangé qu'avec un seul autre bien, est insuffisante; si par hasard le détenteur de l'autre bien n'est pas présent, la valeur du premier restera non réalisable. Mais ce raisonnement qui part de la division du travail et des nécessités de la cohésion sociale n'est pas présent chez Marx. Il est toutefois implicitement contenu dans la distinction entre travail concret et travail abstrait. Le raisonnement réellement présenté est le suivant : si on sépare valeur d'usage et valeur d'échange, il n'existe aucune raison d'identifier la valeur d'usage de x avec la valeur d'échange d'un seul autre bien spécifique y. En d'autres termes : si on décompose le travail concret ayant produit un bien en travail abstrait, on ne doit pas se limiter à la comparaison de deux biens seulement mais on doit continuer à exprimer la valeur d'un bien en termes de tous les autres biens (puisque la même décomposition s'y applique).

La forme développée de la valeur exprime la valeur d'un bien x, en termes de tous les autres biens présents sur la marché.

Formellement, nous exprimons celà par de longues disjonctions : x est échangé contre z, ou bien contre u, ou bien contre v etc. Un développement analogue peut concerner les propriétaires : a ou b ou c échangent x et y (bien que cette généralisation ne soit pas explicitée par Marx). Enfin, bien que, encore une fois, Marx ne croie pas utile de le mentionner, nous pouvons développer la valeur d'usage de façon analogue : nous pouvons considérer toutes les transformations possibles de propriétés de x en d'autres propriétés de x, en vue d'obtenir toutes les autres transformations possibles qu'elles entrainent dans les objets différents.

La forme de la valeur développée conserve formellement l'antitransitivité, l'anti-réflexivité et l'anti-symmétrie de la forme simple de la valeur. La distinction entre forme relative et forme équivalente reste conservée.

Nous pouvons, à l'intérieur de la forme totale ou développée de la valeur, distinguer un très grand nombre de paliers de généralisation. On commence en effet par un bien qui a une expression universelle, pour y ajouter par après d'autres biens qui reçoivent également des expressions universelles de leur valeur jusqu'à ce que tous les biens aient reçu une expression universelle. Dans ce dernier cas, qui est le cas développé, chaque bien sera à son tour dans la forme relative et dans la forme d'équivalence mais, comme nous le disions, cette circonstance n'efface pas la distinction entre ces deux rôles et ne rend donc pas encore l'expression de la valeur symmétrique. Il existe une opération simple qui transforme la forme de valeur développée en forme de valeur développée totale : il suffit de stipuler que la relation devient transitive. Dans ce cas, en effet, de $xA = yB$, et $xA = zC$, nous pouvons déduire que $yB = zC$ (et ainsi l'expression pour B se déduit de celle pour A) Si la relation n'est pas transitive nous ne pouvons effectuer cette opération.

Or, revenons-en maintenant à la contradiction fondamentale et tentons de comprendre quelle dialectique nous pousse à ces transformations. Nous ne pouvions, à la fois, actualiser la valeur d'usage et la valeur d'échange d'un bien. La tension créee par cette incompatibilité, nous pousse à poser comme équivalents d'une part une certaine quantité de ce bien dont nous ne considérions que la valeur d'échange et de l'autre, une autre quantité d'un autre bien dont nous ne considérions que la valeur d'usage. Ce faisant, nous rendons possible la double réalisation d'une valeur d'usage et d'une valeur d'échange. La tension subsiste toutefois puisque les fonctions des deux biens mis en rapport restent unilatérales. C'est ce qui nous pousse à permettre au second bien de réaliser également sa valeur d'échange, en utilisant à son tour tous les autres biens en tant que porteurs de leur valeur d'usage. Cependant cette opération ne suffit pas encore, puisque tout au long de ces transformations le bien initial reste pure valeur d'échange. Nous allons donc commencer le développement complet qui consiste à considérer tour à tour tous les biens comme valeurs d'échange. Nous arrivons, par cette opération, à l'universalité de l'expression. Le développement est donc le suivant : deux propriétés sont incompatibles; appelons les P et Q. Cependant nous désirons les réaliser simultanément. Que faison-nous ? Nous choisissons d'abord un x, auquel nous conférons P, et nous conférons successivement la propriété Q à tous les autres éléments de notre univers du discours (celui des biens), de telle façon que nous puissions affirmer l'équivalence restreinte (non symmétrique et non transitive) entre les élements comparés. Par après, nous attribuons P à tous les éléments de l'univers du discours et chaque fois nous conférons Q aux autres considérés dans des quantités différentes adéquates et nous permettant d'affirmer l'équivalence.

Le résultat de cette opération souffre (p. 30) selon Marx des insuffisances suivantes : a) la valeur d'échange d'un bien n'est jamais exprimée d'une façon achevée; chaque nouveau bien y ajoute un terme et b) cette valeur d'échange ne possède pas d'unité ou d'organisation interne; les innombrables équations sont juxtaposées les unes aux autres, c) finalement la valeur d'échange de tout bien n'est pas comparable à la valeur d'échange de tout autre bien puisque les groupes quasi infinis d'équations ne sont jamais identiques. Nous voyons donc apparaître une contradiction, à un niveau supérieur, entre l'affirmation des multiples équivalences et le fait de l'absence de toute équivalence entre deux valeurs différentes (due à l'infinitude et à la non-intégration de ces deux valeurs, représentées par une infinité pratique d'équations).

C'est pourquoi nous arrivons à une forme de valeur générale; chaque marchandise exprime sa valeur en termes d'une seule marchandise (p. 32) qui fonctionne comme équivalent général. La valeur d'échange se sépare complètement de la valeur d'usage parce qu'une seule marchandise unique incarne ou représente concrètement la valeur d'échange de chaque marchandise. Cette séparation observable de valeur d'échange et de valeur d'usage signifie qu'on introduit un objet z, dont la propriété est d'être échangeable contre des quantités particulières de tout autre marchandise et de manifester ainsi la quantité de travail abstrait absorbé par chaque marchandise concrète.

Du point de vue du développement dialectique, la forme générale de la valeur est une relation multiple à un, qui succède à une relation

un à multiple (forme totale), elle-même précédée par une relation un à un. Par quelle operation est-ce qu'on arrive à cette forme générale ? Par inversion relationnelle. Supposons qu'on exprime une marchandise a en zb, une marchandise c en z'b, une marchandise d en z"b. Alors, si nous disposons de l'arithmétique, nous pouvons trouver le nombre d'unités de a, de c, de d, etc., qu'on peut avoir pour une unité de b, si nous donnons à b, au lieu de sa fonction de valeur d'usage concrète, une fonction de valeur d'échange (si donc nous permutons les rôles de b et de a, en inversant la relation d'échange). La relation devient enfin symmétrique. A première vue, on voit qu'on pourrait opérer cette inversion pour une infinité de marchandise différentes et arriver ainsi à une situation qui serait le pendant parfait de la multiplicité de la forme totale complète. C'est là une idée de Proudhon, que Marx critique sans beaucoup d'arguments dans la note 24 de la page 35. Marx nous dit nettement p. 34 "Dans la forme II (= forme totale) il n'y a qu'une espèce de marchandise qui peut développer sa valeur relative totalement dans la mesure où toutes les autres marchandises se trouvent, par rapport à elle, dans la forme d'équivalence". La dernière forme, la forme II, enfin donne au monde des marchandises une valeur relative généralement sociale, uniquement et dans la mesure où toutes les marchandises sont exclues, avec une seule exception de la forme générale d'équivalence" (p. 35).

Nous avons, on se le rappelle, introduit la forme totale complète qui exprime, dans la mesure où l'échange n'est pas transitif, une possibilité qui n'exclut pas, malgré sa multiplicité, la conservation de la différence des deux rôles de la marchandise. De la même façon, nous voulons introduire ici une forme générale préalable dans laquelle toutes les marchandises servent d'équivalents généraux à leur tour. Le processus dialectique nous force à introduire oette étape, puisqu'elle s'obtient par inversion à partir de la forme totale complète. Nous ne pouvons cependant considérer cette forme générale préalable comme stable, parce qu'en elle la différence de la valeur usage et de la valeur échange disparaît. Or, la tension entre ces deux entités était la force dynamique du développement que nous venons de décrire. C'est pourquoi, à partir de l'ètat de mélange maximal des deux valeurs, nous en arrivons à l'étape final : une seule marchandise subsiste, qui a comme seule fonction d'être moyen et mesure d'échange, et dont la valeur d'usage est d'être valeur d'échange. Nous obtenons ainsi, à la fois, l'unité maximale entre valeur d'usage et valeur d'échange : la valeur d'usage de la monnaie est sa valeur d'échange, et en même temps la séparation maximale entre valeur d'échange et valeur d'usage par la séparation entre monnaie et autres marchandises. Ce que nous venons de dire ne signifie évidemment pas que la matière concrète qui sert de monnaie (et qui s'y prête par son caractère durable, solide, divisible et mobile) n'a pas, par elle-même, une valeur d'usage différente de sa valeur d'échange. Mais cette matière concrète qui exerce la fonction d'être monnaie est différente de la monnaie considérée en tant que telle.

Nous avons ainsi développé de façon purement conceptuelle la notion d'opposition entre valeur d'échange et valeur d'usage, qui conduit par une nécessité interne vers la société marchande, basée sur la monnaie. Ce développement purement conceptuel recouvre cependant, en même temps, un développement historique : dans le sous-chapitre 4 consacré au fétichisme de la valeur, Marx insère ce même développement dans un développement plus large dont la première étape est le mode de production d'un individu isolé, ou d'un groupe (une ferme isolée) qui affecte son travail à la satisfaction de ses différents besoins, sans faire d'échange avec d'autres individus ou groupes. La seconde étape est le mode de production d'une multiplicité de pareils individus ou groupes, qui entrent en un contact social non organisé et qui commencent à travailler partiellement pour l'échange. C'est lors de cette étape qu'a lieu la dialectique que nous avons étudiée. Finalement, tous ces groupes isolés et non organisés en contact peuvent redevenir un macro-groupe, intérieurement organisé, dont la valeur d'échange a de nouveau disparu. Il nous faut donc considérer, d'une part, la naissance de la valeur d'échange comme une étape encore à étudier et, d'autre part, le dépassement de la valeur d'échange comme une étape future qui suit l'étape de la monnaie.

XI. La Conséquence Dialectique

Nous faisons ici cette remarque pour 2 raisons : a) d'une part elle

nous montre que notre formalisation doit être poussée plus en avant et b) d'autre part elle nous permet d'introduire la notion de conséquence dialectique. Alfred Tarski nous a proposé une définition de la notion de conséquence sémantique qui se formule comme suit : q est conséquence de p, si tous les modèles de p sont également des modèles de q. Nous pouvons toutefois généraliser cette définition de la manière suivante : "q est conséquence dialectique de p, si a) aucun modèle de p n'est modèle de q mais b) tout modèle de p est un fragment temporellement initial I d'un modèle M dont tous les modèles de q sont des fragments finaux F". Cette notion de conséquence dialectique rend parfaitement compte des relations entre les différentes étapes du développement de la valeur : les différentes étapes s'excluent en effet, d'une part, et se nécessitent comme étapes successives, d'autre part. Notre hypothèse est que si nous prolongeons vers l'arrière ou vers l'avant (vers l'action productive sans échange isolée ou vers l'agent social qui a englobé tous les agents individuels et qui une nouvelle fois ne connaît plus l'échange) la notion de conséquence dialectique se reproduira. Pouvons nous énoncer quelques propriétés formelles des conséquences dialectiques ? Nous le pouvons : a) p n'implique pas dialectiquement p. b) si p est incompatible logiquement avec q, et si p est également incompatible logiquement avec r, alors si p implique dialectiquement q, et q implique dialectiquement r, p implique dialectiquement r. Nous devons ajouter la condition concernant l'incompatibilité, parce que si p est incompatible avec q, et q l'est avec r, p peut être parfaitement compatible avec r. Si ce cas est exclu, cependant, la transitivité de la préséance temporelle implique la transitivité de l'implication dialectique; c) si p implique dialectiquement q, p exclut logiquement q (mais pas inversement). D'autres propriétés de la conséquence dialectique, concernant les implications itérées, la transposition, et les principes d'adjonction sont dérivables. Il nous paraît toutefois important de mettre en rapport, explicitement, les logiques de la transformation, de l'action et la dialectique elle-même.

XII. La Contradiction et la Logique de l'Action

Puisque nous sommes d'avis que le "Capital" peut, comme nous venons de le montrer très partiellement, être rendu plus clair par la logique de l'action, nous sommes d'avis que la notion générale de dialectique doit également être mise en rapport avec la logique de l'action.

Nous pouvons considérer successivement le calcul des transformations propositionnelles, le calcul mélangé des transformations et des actions propositionnelles, le calcul pûr des actions propositionnelles et le calcul des actions ou transformations fonctionnelles, purs et mélangés.

1. Le processus le plus simple s'écrit comme pT — p (ou — pTp, ou pTp, ou — pT — p). Si nous voulons généraliser les exemples étudiés chez Marx, un processus dialectique devrait prendre une des trois formes suivantes :

a. Nous introduisons des processus de plus en plus compliqués :((pT — p)T — (pT — p)) T — ((pT — p)T — (pT — p)) et ainsi de suite (les processus se transforment en leurs propres négations et deviennent ainsi de plus en plus complexes). Cette formule est la seule que nous puissions considérer, si l'opposé d'un processus est identique à sa négation. Toutefois, si d'autres formes d'opposition sont admises (selon lesquelles, par exemple, pTp est en opposition partielle avec pT — p, ou — pTp est en opposition partielle avec pT — p), nous avons autant de suites dialectiques potentiellement infinies possibles.

b. Nous pouvons introduire des subdivisions. Par exemple, p1 est un fragment de p dans ce sens que p équivaut à p1 ∧ p2. Dans ce cas, nous pouvons considérer des suites dialectiques dans lesquelles pT — p se transforme en (— p1Tp1) (suivis d'autant de transformations analogues qu'il existe des fragments de p, tandis qu'à la fin de ce processus une nouvelle division commence, concernant cette fois ci des fragments de ces fragments).

c. Enfin, nous pouvons considérer des adjonctions : nous pouvons ajouter aux propositions p, des propositions q, r etc. en suites de plus en plus longues et nous pouvons faire subir à ces propositions, prises isolément ou adjoints conjonctivement aux propositions déjà présentes auparavant, des transformations opposées en un sens ou en un autre. Nous avons les réserves suivantes à formuler à l'encontre de ces possibilités : le premier modèle, qui reste le plus rigoureusement dépendant de son point de départ et qui présente une organisation en effet de plus en plus complexe, présente le désavantage de ne pas introduire de propositions qualitativement nouvelles (sinon en posant

que ces complexités de plus en plus grandes soient équivalentes à des propositions qualitativement différentes); les deux autres modèles évitent cette dernière faiblesse mais ne le font qu'au prix de l'introduction plus ou moins ad hoc de nouveaux éléments

En outre, nous devons faire remarquer qu'aucune de ces trois propositions ne dérive d'une problématique propre au calcul des transformations elles-mêmes.

Nous croyons que nous nous rapprochons plus de la situation que nous avons envisagée dans l'étude du "Capital", si nous mélangeons transformations et actions.

Considérons en effet les expressions M(rTr, pT — p) (a) M(pT — p, rTr) (b) M(rTr, rT — r) ou M(rTr, rTr') (c). Ces actions sont des actions qui conservent un état pour en modifier un autre ou qui en modifient un pour en conserver un autre ou, comble de la contradiction réelle : qui conservent un état en vue de le modifier ou le modifient pour pouvoir le conserver. Nous croyons que d'une part les différentes étapes de la "valeur" sont des transformations d'un état qui se transforme pour pouvoir se conserver, tandis que cet état est lui-même constitué par deux parties dont l'une est réalisée pour transformer l'autre. C'est-à-dire : r pourrait être équivalent à M(u, — v) ∧ M(v, — u). Cette dernière expression est une expression qui constitue une opposition dans le calcul pur de l'action (ne contenant pas la notion de transformation). Si nous combinons par exemple cette définition possible de r avec la forme b nous obtenons la forme suivante M[[M(u, — v) ∧ M(v, — u)], — [M(u, — v) ∧ M(v, — u)]] ∧[M(w, — z) ∧ M(z, — w)) T (M(w, — z) ∧ M (z, — w)]. Nous gardons toute liberté quant au choix de l'expansion de la négation —(M( ) ∧ M( )) aussi bien que quant au choix des w et des z. Nous croyons que si le lecteur veut bien relire le développement de la forme de la valeur, il retrouvera cette dernière expression tout au long de ce développement. Nous formons prudemment l'hypothèse que c'est un mélange d'expressions ne contenant que M et lde negations avec des expressions qui contiennent M et T, qui semble rendre le mieux la forme du développement que nous avons analysée.

On applique donc d'abord T à des expressions M qui contiennent des oppositions, et ensuite on applique à nouveau M à ces expressions qu'on organise elles-mêmes en oppositions.

Malgré la complexité apparente de ces superpositions, le principe en est cependant fort simple et elles ont l'avantage de nous

rapprocher de problèmes qui existent véritablement, hors de toute référence à Marx, dans les calculs dont nous nous occupons :
1. L'application de M à T et de T à M est une réelle nécessité
2. L'étude de couples de M qui expriment des conflits et de couples de T qui expriment des processus en sens opposés est encore une nécessité indéniable.

Toutefois, lors de notre étude formelle du développement de la valeur (quand l'échange intervenait) nous avions besoin d'appliquer ces opérateurs complexes à des expressions venant du calcul des fonctions et mentionnant des relations ou des objets.

Nous voulons vérifier cette impression une dernière fois en exprimant à l'aide de la dialectique, telle que nous venons de la définir, le raisonnement qui permet à Marx de passer de la production marchande (atteinte dès que nous avons le concept de monnaie) à la production capitaliste.

XIII. Le Passage Dialectique de l'Economie Marchande à l'Economie Capitaliste et sa Forme Logique.

Une fois la monnaie constituée à la suite de la dialectique de la valeur, nous pouvons poursuivre le développement de la monnaie jusqu'au capital. L'échange ne se fait plus directement entre marchandises, mais entre monnaie et marchandises. Nous devons comprendre pourquoi il en va nécessairement ainsi : la monnaie est un bien qui est pure valeur d'échange et la marchandise qui n'est pas monnaie est un bien qui est pure valeur d'usage. L'extériorisation de ces deux aspects qui étaient des moments opposés mais nécessaires de toute marchandise, doit être suivie par sa négation : après la séparation la plus totale des deux moments, doit suivre leur réunification. C'est pourquoi la circulation médiatisée par la monnaie est un moment à la fois conceptuellement nécessaire du développement et également historiquement inéluctable. Avant de comparer le passage qui mène de la dialectique de la valeur vers la dialectique de la circulation, nous allons analyser la dialectique de la circulation elle-même. Le fait qu'il s'agisse bien d'une dialectique,

découle très clairement du texte suivant (p. 70) "Der Austauschprozess der Waare vollzieht sich also in zwei entgegengesetzten und einander enganzenden Metamorphosen-Verwandlung der Waare in Geld und Ihre Rückverwandlung aus Geld in Waare. Die Momente der Waarenmetamorphose sind zugleich Handel des Waarenbesitzers-Verkauf. Austausch der Waare mit Geld, Kauf, Austausch der Gelds mit Waare, und Einheit beider Akte, verkaufen um zu kaufen."

Nous commençons par exprimer ces activités en théorie des relations (l'achat et la vente sont évidemment relationnels). Nous nous trouvons devant trois propriétaires : b1, b2 et b3. Le propriétaire b1 commence par être propriétaire d'une marchandise w1. Dans la métamorphose W—G il vend w1 au propriétaire b2 pour une somme g1. Nous exprimons cela formellement par une relation à quatre arguments : V(b1, b2, w1, g1).

Dans un second moment, le même propriétaire b1 dispose de la somme g1 qu'il utilise pour acheter à un autre propriétaire b3 un autre bien w2. Nous considérons la relation "acheter" comme la converse, dans le sens de la théorie des relations, de la relation "vendre". Nous écrivons donc CV (b1, b2, w2, g1). C'est la description de la seconde métamorphose décrite par Marx G—W.

Le cycle complet des métamorphoses se décrit en calcul des relations par un produit relatif : V(b1, b2, w1, g1)/ CV(b1, b3, w3, g3). Ce produit relatif est l'équivalent du cycle W—G—W.

Nous trouvons la description du premier cycle page 70 à 74 et la description du second épisode page 74-75. Cette relation à 4 arguments que nous venons d'utiliser dans l'analyse qui précède, peut se décomposer en relations à deux arguments :

1. b1 vend à b2 au moment t : VI(b1,b2) (ce qui implique que la converse de "vendre", acheter, existe entre b2 et b1 : CV1t(b2, b1).

2. b1 vend le bien w1 : V2t(b1, w1) (ce qui implique que la converse de "vendre un bien", c'-à-d. : "être vendu" existe entre w1 et b1 : CV2t(b1, w1)

Note : il est important de voir que la relation de "vendre" exprimée par VI, une relation entre personnes, diffère fondamentalement de la relation de vendre, exprimée par V2, qui est une relation entre personnes et biens.

3. Une relation "d'échangeabilité" E, existe entre w1 et g1 : Et(w1, g1). Cette relation symmétrique est identique à sa converse

mais elle n'est pas (nous verrons plus tard que c'est essentiel) transitive.

4. Il faut établir des rapports entre ces différentes relations binaires si nous voulons vraiment expliciter le sens de "vendre" et "acheter".

4a. V1t(b1, b2) implique V2t(b1, w1) : si b1 vend à b2 au moment t, c'est parce qu'il vend le bien w1 au même moment. Mais ce ne serait pas encore suffisant pour dire que b1 vend w1 vraiment à b2. Nous exigeons aussi l'implication inverse, ainsi que les conditions suivantes.

4b. V1t(b1, b2) implique Et(w1, g1) : la vente de b1 à b2 implique l'échangeabilité de w1 pour g1.

4c. V2t(b1, w1) implique Et(w1, g1) : la vente du bien w1 par b1 implique l'échangeabilité de w1 et de g1.

Nous prétendons que ces exigences sont suffisantes (et peut-être même pas toutes nécessaires : nous pensons aux implications inverses) pour exprimer le lien que dans la relation à quatre pôles existe aussi entre l'acheteur, l'argent qu'il dépense et le bien qu'il achète. En effet nous n'avons qu'à ajouter V2t(b2, g1) : "l'acheteur vend son argent" et imposer à cette seconde vente les conditions analogues aux conditions 4a, 4b et 4c.

Les conditions 1 et 3 sont de toute façon déjà satisfaites. Pour résumer, nous pouvons — si nous le voulons, et il existe certaines raisons, comme nous le verrons, pour le faire, remplacer la relation à quatre pôles par la succession suivante de a) relations binaires et b) d'implications entre relations binaires :

1. V1t(b1, b2)
2. V2t(b1, w1)
3. Et(w1, g1)
4. V1t(b1, b2) implique V2t(b1, w1)
5. V1t(b1, b2) implique ET(w1, g1)
6. V2t(b2, w1) implique Et(w1, g1)
7. V2t(b2, g1)
8. Les analogues de 4, 5 et 6 pour la relation 7.
9. Une séquence d'implications réciproques entre les conditions concernant V2t(b1, w1) et V2t(b2, g1).

Cette description laborieuse d'une réduction d'une relation entre quatre pôles à une séquence de relations entre deux pôles rend plus facile à comprendre (dans le sens le plus classique du mot) ce que

nous voulons dire. Nous voulons considérer le cycle W—G—W comme un produit relatif, et la réduction nous permet de former les produits relatifs de relations binaires. Nous pouvons par convention définir l'usage que nous allons faire dans le passage qui suit des notions clefs de "converse" et de " produit relatif" appliquée à des relations quaternaires comme suit : a) la converse de la relation quaternaire s'obtient en remplaçant dans la séquence des définitions à l'aide de relations binaires de ce même rapport, toutes les relations par leurs converses, b) le produit relatif de deux relations quaternaires s'obtient en prenant les produits relatifs classiques des relations binaires entrent dans leur définition, en combinant les unes avec les autres les relations binaires du même type (réunissant la même catégorie de variables).

Cette convention ne serait pas capable de représenter les développements qui vont suivre si nous n'y ajoutons toutefois pas une avertissement capital. La relation E n'est pas une véritable relation d'équivalence : nous montrerons que la forme G—W—G doit toujours être une forme G—W—G' (ou G' est plus grand que G). : l'équivalence à t entre un bien et une somme, et l'équivalence à t+n entre ce bien et une somme n'implique pas l'équivalence à t+m (m plus grand que n) de la première et de la dernière somme.

C'est 1. dans la possibilité de cette "échangeabilité non transitive", et 2. même dans se nécessité (qui suit en calcul de l'action) que reside tout le moteur du capitalisme. Nous avons ainsi expliqué ce que nous en tendons par "converse" et "produit relatif" et nous continuons le présent exposé.

Pour la compréhension de la structure, il est important de souligner que l'épisode W—G est, si on le considère du point de vue du second propriétaire b2, un épisode G—W : V(b1, b2, w, g2) équivaut à CV(b2, b1, w1, g1) : toute vente est un achat (ce fait est purement formel et dérive de la définition de la converse comme relation qui existe entre deux termes ba si R existe entre ces mêmes termes dans la direction ab). De même, tout achat est une vente et le second épisode est, du point de vue du troisième propriétaire, une vente : V(b2, b1, w2, g1). Le premier produit relatif peut donc se représenter comme équivalent au suivant : CV(b2, b1, w1, g1) / V(b3, b1, w2, g1). Ce produit relatif représente une forme G—W—G dans le sens général du mot : b2 dépense g1 pour acquérir w1, et ensuite b2 vend w2 à b1 pour acquérir w2. Dans cette seconde formule aussi, b1 figure deux fois tandis que b2 et b3 ne figurent qu'une fois mais, maintenant, b1 prend la seconde place tandis que dans la première version équivalente b1 prend la première place.

Toutefois, les descriptions de Marx nous montrent clairement que nous avons à nouveau besoin de la logique de l'action pour exprimer le ressort véritable de la circulation. Nous avons besoin de la notion de but. En effet, le produit relatif direct est la conséquence du fait suivant : Mb1(V(b1, b2, w1, g1), CV(b1, b3, w3, g1) : b1 vend la marchandise utile w1 pour pouvoir acquérir la marchandise utile w3. Nous voyons clairement que nous pouvons exprimer ces actions à l'aide du calcul de l'action appliqué au calcul des relations. Or, en général la seconde formule G—W—G qui est logiquement équivalente à la formule W—G—W ne peut pas être dite conséquence du fait que b2 achète w1 pour que b3 puisse vendre w2. Entre b2 et b3 il n'existe aucun lien présupposé par la situation. Le fait que Marx distingue fondamentalement W—G—W de G—W—G indique qu'il pense au produit relatif suivant : b1 achète la marchandise w1 à b2 *pour que* b1 puisse vendre la marchandise w1 à b3. C'est-à-dire que le terme constant est ici la marchandise w1, et non pas la quantité g1 de monnaie. Le G—W—G a donc la forme suivante : CV(b1, b2, w1, g1) / V(b1, b3, w1, g2) et se trouve être la conséquence de *l'intention* suivante MB1 [CV(b1, b2, w1, g1), V(b1, b3, w1, g2)].

Or, examinons maintenant les conditions nécessaires qui doivent être satisfaites pour que ces transactions aient lieu : 1. Il est impossible de réaliser un moyen en vue d'une fin si l'état initial et l'état final sont les mêmes. En d'autres termes, si on vend un bien pour en acheter un autre, les deux marchandises doivent être différentes. Si on achète une marchandise contre une somme pour la vendre contre une autre somme, les deux sommes doivent être différentes. Toutefois, deux marchandises peuvent être qualitativement différentes, tandis que deux sommes d'argent ne peuvent être que quantitativement différentes. C'est donc uniquement si on insiste clairement sur le caractère finalisé et intentionnel de la transaction, que nous pouvons déduire (comme Marx le fait d'une manière cavalière et fort brève page 113) que, nécessairement, dans W—G—W début et fin sont *qualitativement* différents, et dans G—W—G' début et fin sont *quantitativement* différents. G' peut donc être plus petit ou plus grand que G. Mais si G' était plus petit a) le moyen utilisé était forcément inefficace : jetant l'argent produit, on aurait obtenu

le même but, bien plus simplement et b) la circulation des marchandises prendrait nécessairement fin après l'épuisement de tout le trésor. Si nous voulons toutefois que la circulation soit une action ni nécessairement auto-destructive, ni nécessairement inefficace (nous soulignons ces catégories praxéologiques), alors G' doit être nécessairement plus grand que G. Dans ce cas, la circulation a créé la plus-value G'—G, et l'argent initial G a été utilisé comme capital. Nous arrivons ainsi aux notions centrales de l'économie marxiste. 2. une autre condition nécessaire, c'est que nous nous trouvions devant au moins trois propriétaires : si nous nous trouvions devant deux propriétaires, nous n'aurions pas besoin de médiatiser les échanges à l'aide d'argent et nous pourrions donc procéder par troc pur et simple. 3. Pour que nous puissions comprendre la forme que prend ici le développement dialectique, nous devons donner une interprétation particulière à la notion d'opposition. Citons quelques passages centraux dans lesquels Marx souligne le caractère dialectique du processus "Verkauf und Kauf sind ein identischer Akt als Wechselbeziehung zwischen zwei polarisch entgegengesetzten Personen, dem Waarenbesitzer und der Geldbesitzer..... Die Cirkulation sprengt die zeitlichen, őrtlichen und individuellen Schranken des Produkten Austausches eben dadurch dass sie die hier vorhandene unmittelbare Identität zwischen den Austausch der eigenen dem Eintausch des Fremden produkts in den Gegensatz von Verkauf und Kauf spaltet (77-78) et surtout "Der der Waare immanente Gegensatz von Gebrauchswert und Wert; dieser immanente Widerspruch erhält in den Gegensatzen der Waarenmetamorphose seine entwickelte Bewegungsformes" (78). Or, dans quel sens est-ce qu'un acheteur et un vendeur sont des personnes opposées ? Dans quel sens est-ce qu'un acte comme celui de vendre et cet autre acte qu'est celui d'acheter sont des contraires ou des contradictoires ? Et, enfin, comment est-ce que l'achat et la vente expriment la contradiction entre valeur d'usage et valeur d'échange ? Nous croyons que le sens que prend ici la notion d'opposition se clarifie surtout quand on exprime un achat comme une vente. Acheter, c'est vendre une somme d'argent pour une marchandise; vendre c'est vendre une marchandise contre une somme d'argent. Les deux actes s'opposent donc comme V(b1, b2, w, g) et V(b1, b2, g, w). Cette opposition est relationnelle, en opposition avec l'opposition affirmation-négation. On appelle, dans ce contexte, une relation opposée à une autre si elle constitue une permutation de cette autre. Le cycle W—G—W serait dans ce sens une union de deux actions opposées (L'union est constituée par le produit relatif; l'opposition est à deux niveaux : chaque terme est déjà une union d'opposés puisque tout achat est vente et inversement) et les deux termes du produit relatif sont encore une fois opposés les uns aux autres. Cette circulation est, encore une fois, union d'oppositions parce qu'elle constitue la constante transformation de valeurs d'usage en valeurs d'échange, les deux étant incorporées et incarnées dans des marchandises concrètes. Tandis que dans la dialectique précédente (entre les deux formes de la valeur), deux propriétés ou relations logiquement incompatibles se distribuaient sur des objets de plus en plus multiples et de plus en plus différents jusqu'à la constitution de la monnaie (l'éqivalent général pur), maintenant, l'opposition est moins liée à la notion d'incompatibilité qu'à la notion de converse. Mais ces unifications de relations converses sont en effet des tentatives constamment répétées et constamment avortées pour rendre équivalentes les formes opposées de la valeur, cristallisées dans la monnaie et la marchandise utile.

Nous croyons avoir ainsi montré, comme nous l'avions annoncé, que la combinaison du calcul de l'action avec le calcul des relations était l'instrument adéquat de formalisation du "Capital". La fécondité de ce point de vue se montre encore par la dialectique, seulement esquissée chez Marx, qui transforme W—G—W en G—W—G'. Le passage se comprend seulement dans la mesure ou nous réalisons a) que les chaînes à trois termes peuvent s'insérer et s'insèrent en fait dans des chaînes à n termes, b) qu'on peut découper arbitrairement, c) que les différentes sections plus ou moins longues sont, exactement comme les épisodes particuliers, en relations d'opposition les unes avec les autres, d) oppositions qui trouvent leur forme de mouvement, comme auparavant dans le "Capital", dans le fait qu'un des termes fonctionne comme moyen pour un de ses termes opposés. Ainsi : W—G—W peut se prolonger par exemple en W—G—W—G'.

Nous avons déjà auparavant considéré les couples opposés W—G et G—W. Dans cette suite à quatre termes nous pouvons considérer (dans le sens relationnel du mot opposé) les triades opposées : ces triades opposées sont ici W—G—W' et G—W—G'. Cette opposition se constate si on écrit, comme nous l'avons fait auparavant, les cycles comme des produits relatifs de converses. Puisque ces produits relatifs sont eux-mêmes l'effet d'action finalisées dont les termes sont opposés, il est normal de finaliser aussi les triades et de constituer des relations de moyen à fin entre les triades opposées. Dans ce cas, une des relations finalisées qui se constitue est M(W—G—W, G—W—G') : Cette relation n'est, au début, pas privilégiée par rapport à son inverse M(G—W—G', W—G—W) mais le caractère quantitativement croissant de la première la rend finalement dominante. Et ainsi la production pour la consommation devient consommation pour la production. Le capitalisme est atteint, la plus-value est introduite et nous quittons ici notre analyse du Capital dont nous espérons avoir montré que le caractère purement dialectique se montre précisément le mieux à l'aide d'une analyse logique formelle.

Le lecteur qui nous a suivi jusqu'ici se demandera peut-être si, pour réaliser la fusion d'un calcul des relations (nous avons en effet dans ce contexte essentiellement besoin de la notion de "converse" et de celle du "produit relatif") et d'une logique de l'action, nous devons nécessairement réduire les relations n-adiques aux relations binaires. En d'autres termes : ne serait-il pas plus naturel de présenter une définition généralisée de la converse d'une relation n-adique et du produit relatif de deux relations n-adiques ? Nous le croyons en effet et nous ne voulons pas quitter ce sujet sans l'avoir montré. Mais il était important de ne pas lier notre analyse du cycle W—G—W de façon trop absolue à cette généralisation qui est peu habituelle. Nous prétendons donc qu'il est possible de définir pour des relations présentant un nombre quelconque de termes des notions analogues à celles de "produit relatif" et de "converse". Pour fixer l'esprit considérons le cas le plus simple : celui des relations triadiques :

1. *la converse triadique :*

R(abc) suggère tout naturellement une converse à gauche : R(bac), une converse à droite R(acb) et une converse par permutation complète : R(cba). La dernière aurait une propriété désirable : la converse de la converse serait identique à la relation elle-même.

La suggestion la plus simple serait donc de considérér toutes les permutations possibles des triades et de choisir comme converse la relation correspondant à une permutation, qui a le plus de propriétés en commun avec la converse binaire.

2. *le produit relatif triadique*

On se rappellera que le produit relatif R/S de deux rapports binaires introduit toujours une triade, telle que aR/Sb équivaut à l'existence d'un c tel que aRc et cSb. Considérons maintenant deux relations triadiques R(abc) et S(def). Nous pouvons considérer un sextuplet plein abcdef, ou nous pouvons considérer des sextuplets partiels : par exemple bcdf, ou cdef. Dans les derniers cas, nous perdons de l'information, mais dans le premier cas le produit relatif de deux relations triadiques n'est pas une relation triadique. Il faudra donc à nouveau faire un choix qui nous donne le plus de propriétés en commun avec le produit relatif usuel. Un des choix possibles est le suivant : R/S(xyz) existe s'il existe un v et un w tel que R(xyv) et S(vwz). Mais il est manifeste que d'autres choix peuvent être considérés.

Même si peu de travaux ont été consacrés aux converses et produits relatifs généralisés, nous ne pouvons pas douter du fait qu'une théorie adéquate de ces notions peut être développée.

Nous ne pouvons pas quitter ce sujet sans poser un problème que nous n'arrivons pas encore à résoudre :

— la dialectique valeur échange-valeur usage s'exprime chez nous par des séquences superposées d'actions, de transformations et de négations

— la dialectique (W—G—W) - (G—W—G')s'exprime au contraire par des séquences superposées d'actions, de transformations, de converses généralisées et de produits relatifs généralisés.

Quel est le rapport précis entre ces deux formes de dialectique? Comment justifier et expliquer leur double présence ?

Nous ne connaissons pas la réponse à cette question. Nous continuons à être frappé par la double présence de l'action et de la transformation. Nos instruments d'analyse paraissent utiles parce qu'ils expriment des différences trop souvent cachées. Finalement, le problème de rapport fondamental entre *négation* et *inversion* se repose une nouvelle fois et nous suggère une réponse.

Mais — répétons-le — la question reste ouverte.

La position à laquelle nous venons d'arriver nous permet de prendre une attitude critique envers d'autres tentatives sérieuses pour exprimer formellement la dialectique :

1. La dialectique de Marx dans le Capital est une dialectique de l'action et de la transformation. Une combinaison de logiques de l'action et de la transformation est donc nécessaire pour l'exprimer. Des tentatives comme celles de Von Wright et de Rogowski (5) introduisent des expressions contradictoires et sensées pour décrire la continuité du temps, en utilisant des logiques modales pour le faire. Nous ne nions pas l'importance de ces tentatives mais nous ne croyons pas que l'introduction du temps et de la modalité puisse suffire; il faut introduire explicitement l'action.

2. D'autre part Da Costa et, avant lui, Jaskowski (6) ont montré qu'on pouvait raisonner d'une façon non triviale à l'intérieur de formalismes contradictoires. Nous ne nions pas l'importance de cet effort, qui est nécessaire pour pouvoir développer la logique dialectique mais tandis que le temps était au centre de l'intérêt de Rogowski et Von Wright, il est absent ici. Ces systèmes déductifs contradictoires sont utilisables mais doivent être dynamisés. Nous devons étudier des transformations des systèmes déductifs et non pas des systèmes déductifs isolés; mais il est important de pouvoir ajouter (Da Costa, Jaskowski) que ces systèmes déductifs en développement peuvent être non trivialement contradictoires et que ces contradictions peuvent être dues partiellement (non entièrement) aux nécessités de l'expression du temps (Von Wright et Rogowski).

XIV. Les Rapports entre Logique et Dialectique en Syntaxe Générale

Le problème des rapports entre la logique et la dialectique se pose encore d'une façon plus générale, en syntaxe générale. Nous savons que nous disposons de plusieures définitions de la notion de contradiction.

Definition 1 : un système est contradictoire si toutes ses propositions sont démontrables;

Définition 2 : Un système est contradictoire si ce système ne possède aucun modèle;

Définition 3 : un système est contradictoire si à la fois la proposition p est démontrable et la proposition non p.

Il faut remarquer que ces définitions ne sont pas identiques.

Il a été démontré qu'il existe des systèmes contradictoires dans le sens 3 qui toutefois a) ne sont pas saturés (sont donc non contradictoires dans le sens 1) et qui sont pourvus de modèles (et donc non-contradictoires dans le sens 2). Toutefois dans les trois sens du mot contradictoire, nous pouvons parler de "degrés de contradiction".

Purement syntactiquement, nous pouvons dire qu'un système est contradictoire — d par rapport à une axiomatique A, si la contradiction la plus simple (= la plus courte) susceptible d'être demontrée dans le système à partir de A, exige une démonstration d'une longueur minimale d. Un système sera de plus en plus contradictoire dans la mesure où le degré de contradiction sera plus petit.

Purement sémantiquement, nous pouvons dire que le degré de contradiction d'un système se mesure au nombre de ses modèles qui satisfont à la fois p et $\neg p$. C'est à dire, un système où toutes les contradictions ne sont pas équivalentes, peut avoir un modèle qui satisfait à $p \wedge \neg p$, sans satisfaire à $q \wedge - q$. La notion de modèle peut et doit être redéfinie pour des systèmes pareils. Au lieu d'affirmer Val $(p, m_1) = 1$ si p est vrai en m_1 et Val $(\neg p, m_1) = 1$ s'il est faux que p est vrai en m_1, la règle d'évaluation aura la forme suivante : Val $(p, m_1) = 1$ si p est vrai en m_1 et Val $(\neg p, m_1)$ si $\neg p$ est vrai en m_1. Avec la seconde définition Val $(p, m_1) = 1$ et Val $(\neg p, m_1) = 1$ est une proposition qui peut être vraie.

Nous voyons que les notions de "degré de contradiction" ne peuvent toutefois être utilisées que dans la mesure où un système peut être syntactiquement contradictoire, sans que la proposition" "du faux ou du contradictoire n'importe quoi découle" ne soit vraie (si cette proposition était vraie nous pourrions toujours arbitrairement abréger la preuve d'une contradiction). De même, si nous devons présupposer qu'un système contradictoire n'a pas de modèle, la seconde mesure du degré de contradiction n'est pas applicable).

Nous pouvons encore mesurer le degré de contradiction d'un système par le nombre de contradictions non équivalentes qui y sont démontrables. Et, finalement, nous pouvons mesurer le degré de contradiction d'un système par le nombre minimal de propositions qu'il faut en éliminer pour que le système devienne cohérent. Moins de propositions doivent être éliminées moins le système est contradictoire.

Il est essentiel d'introduire la notion de degré de contradiction, parce que nous devons admettre deux faits empiriques. 1. Un langage naturel est un ensemble d'idiolectes; ces idiolectes sont divergents;

donc leur union — notre langage naturel — sera en général incohérent. Toutefois, cette incohérence ne rend ni inutilisable ce langage naturel, ni impossible d'en augmenter le degré de cohérence. Il existe donc des systèmes incohérents non nuls et de différents degrés de contradiction, 2. une science est en constant développement. Sans contradiction interne, le développement se stabiliserait et cesserait. Or il continue. Nous devons toutefois admettre que différentes sciences présentent différents degrés d'incohérence et que le progrès scientifique existe (c'est-à-dire qu'il est au moins possible de diminuer localement le degré d'incohérence). Si nous examinons ces raisons qui rendent nécessaires l'introduction d'un degré de contradiction, nous voyons que ces deux raisons sont d'ordre pragmatique. En fait, tout système que nous utilisons est l'union d'une pluralité de systèmes utilisées par une multiplicité d'utilisateurs. Et apparaît alors la relation entre usager et système qui appartient, elle, à la pragmatique. En outre, tout système étant en développement la relation entre le système et le temps apparaît également; et celle-ci est aussi de nature pragmatique.
En utilisant la sémantique de Kripke, ces notions d'union et de développement nous donnent immédiatement des définitions simples de systèmes contradictoires (bien que non dialectiques).

Considérons la théorie T et l'ensemble des modèles ou mondes U.

Introduisons la définition suivante : une proposition est vraie en un monde uj s'il existe un monde u_k, accessible à partir de u_j, dans lequel la proposition est vraie. Dans ce cas, si pour au moins un seul u_j, u_j R u_k(1) et u_j R u_1 (2) sont vraies, tandis p est vrai en u_k et $\neg p$ en u_l, il est nécessaire que "$p \wedge - p$" soit vrai en u_j.

Si l'accessibiilité est interprétée temporellement nous obtenons un résultat analogue. Ces transcriptions sémantiques ne saisissent pas toutefois l'essentiel de la situation, dont la nature est essentiellement pragmatique. Et surtout — nous le soulignerons encore plus loin — elles ne constituent que des approximations à la dialectique sans l'atteindre elle-même.

D'où l'importance de considérer les rapports entre la logique des transformations, la logique de l'action et la contradiction. Il existe d'ailleurs un rapport clair entre contradiction syntaxiques, sémantiques et pragmatiques.

XV. La Contradiction en Logique de l'Action et la Contradiction entre Assertions et Propositions.

Les systèmes sont les produits des assertions et les assertions sont des transformations et des actions finalisées. Définissons donc, d'abord, une contradiction entre actions et transformations; ensuite, une action et transformation assertive et, enfin, une contradiction systémique produite par certains conflits entre actions assertives.

1. La contradiction entre actions et processus : Ma(p,q) et Mb(r, —q)exprime un conflit entre les buts de a et de b. Ma(p,q) ∧ Mb (—p, r) exprime un conflit entre les moyens de a et de b. Puisque les moyens sont réalisés, la dernière expression implique la vérité d'une contradiction. Comment l'interpréter ? Puisque nous nous trouvons dans le domaine dee l'action et des transformations, nous pouvons nous réaliser que très souvent p et non p sont vrais mais alors a) ou bien à différents moments, b) ou bien à différents endroits, c) ou bien par rapport à différents points de vue. Dans la mesure où nous pouvons nettement différencier les régions spatiales ou temporelles et les perspectives, cette différenciation ne donne pas lieu à une contradiction réelle. Mais comme l'a montré Von Wright si, quelle que soit la finesse de nos subdivisions de la réalité, nous trouvons toujours des régions dans lesquelles à la fois p et — p sont vrais, il ne nous reste qu'à affirmer une contradiction réelle. Comme les moyens et les buts de différents agents sont souvent en conflit, de même les moyens et les buts du même agent sont parfois en conflit.

Pouvons nous également exprimer le conflit de deux transformations ? L'affirmation de (pTq) ∧ (pT — q), comme d'ailleurs celle de (pTq) ∧ (— pTq) comme simultanément vrais mène tout de suite à une contradiction complète dans l'antécédent ou dans le conséquent, que nous ne pouvons surmonter qu'en utilisant la méthode de Von Wright (essentiellement en passant au calcul des prédicats et en transformant (pTq) ∧ (pT — q) en [P(a) TQ(b)] ∧ [P(a)T — Q(c)] avec b et c ayant des parties communes telles que b et c sont inséparables. étant donné les limitations du degré de finesse du réseau de différenciation de notre langage. Nous pouvons toutefois exprimer l'état de tension et de conflit latent comme suit [(p ∧ q) Tr] ∧ [(p ∧ s) T — r] ∧ [(p ∧ q) T — (p ∧ q)] ∧ [(p ∧ s) T — (p ∧ s)] (ou même (p ∧ q)T(p ∧ s) et inversement). La notion de tendance peut s'exprimer ou bien par une probabilité, ou bien par une axiomatisation indépendante de la tendance (qui peut être analogue à celle de Rogowski que nous rencontrerons plus tard).

2. Les assertions sont des actions : Asap implique qu'il existe un r tel que M(asap, r) : tout agent poursuit un but en affirmant une proposition. Nous pouvons de même affirmer qu'une assertion est une transformation. La théorie des conflits entre actions et transformations se généralise donc en théorie des conflits entre assertions.

3. Un système est le produit d'une séquence d'assertions, dans la mesure où la croyance en les axiomes du système et l'application de ses règles à ses thèses est un des buts de l'ensemble des asserteurs. Il est certainement possible qu'un système cohérent soit le produit d'un système d'actions en conflit mais, en général, un système d'actions en conflit va générer un système contradictoire. Le degré de contradiction pragmatique d'un système se mesure par le nombre de couples d'actions en conflit dont le système est le produit.

XVI. L'Etude abstraite de la Contradiction

Dans ce qui précède nous avons souligné qu'à l'aide de la logique de l'action et de la transformation, nous pouvons exprimer les notions fondamentales du "Capital" de Marx. Dans ce qui suit, nous alons au contraire suivre un chemin radicalement opposé : au lieu de monter du concret vers l'abstrait, nous allons descendre de l'abstrait vers le concret.

1. Nous partons d'une constatation faite depuis une vingtaine d'années : il est possible de raisonner d'une façon non triviale (id est : sans devoir affirmer toute proposition qu'on peut formuler) à l'intérieur de théories qui contiennent des contradictions comme thèses. Aussi paradoxal que cela puisse paraître, il existe une grande multiplicité de solutions à ce problème. "Construire un calcul propositionnel KP qu'on puisse appliquer à une théorie contradictoire KT de façon à ce que "KP ∧ KT" ne soit pas trivial." Une logique dialectique doit posséder cette propriété;

2. TOutefois, un calcul propositionnel pour théories contradictoires n'est pas encore une logique dialectique. Il n'y a pas de dialectique sans développement. Et il n'y a pas de développement sans temps. Or, il existe de nombreux systèmes de logique temporelle. Comme seconde approximation vers une logique dialectique, nous devons donc considérer une logique propositionnelle temporelle, qui soit à la fois du type KP. Nous l'appelons KTP. Le problème de la construction d'une pareille logique n'a pas encore été abordé. Ici aussi, ce problème comporte de nombreuses solutions de trois types : le temps peut impliquer le contradiction, ou la contradiction peut impliquer le temps, ou bien temps et contradiction peuvent simplement coexister.
3. Une logique du type KTP, bien qu'elle comporte maintenant à la fois le temps, et la contradiction non triviale, n'est toutefois pas encore une logique dialectique. En effet, une logique dialectique doit être en développement. Ceci veut dire que nous devons considérer une suite de systèmes KPT. Cette suite doit être insérée dans un métalangage qui permet d'ordonner les systèmes KPT_i de façon à ce que a) chaque système suivant résolve certaines contradictions du système précédent tout en présentant d'autres contradictions nouvelles, b) l'ordre des systèmes dans le métalangage ML soit aussi un ordre temporel, c) ML soit lui-même du type KPT, d) ML soit lui-même inséré dans un métalangage MML du même type que lui-même.
4. Jusqu'à maintenant toutefois, nous nous sommes limités à des calculs propositionnels. Or, tout développement implique une augmentation et une complexification des relations à l'intérieur d'un objet.

Pour cette raison, nous devons construire un calcul fonctionnel temporel pour théories contradictoires du type KTF, lui-même inséré dans un métalangage analogue au précédent. Nous pouvons, bien entendu, considérer des KTF de premier ordre ou de n-ième ordre. Un KTF de n-ième ordre nous paraît être la meilleure approximation à une logique dialectique.
5. Nous achevons ce passage de l'abstrait au concret par l'insertion de ces KTP ou KTF en une logique de l'action M. Arrivant ainsi à un MKTP ou un MKTF, nous croyons rejoindre la formalisme intuitif dans lequel nous avons inséré le "Capital" de Karl Marx.

Nous ne pouvons construire que partiellement ces 5 systèmes. Nous indiquerons à chaque étape ce qui est fait et ce qui reste à faire.

XVII. Logiques propositionnelles pour Systèmes contradictoires

Comme nous l'avons dit, ce problème a été résolu de multiples façons. Nous commençons par une analyse des propositions qu'il faut éliminer du calcul propositionnel, pour qu'une contradiction ne rende pas le système trivial. Le lecteur pourrait trouver des solutions axiomatiques claires du problème dans les travaux de Da Costa et son école. Il se demandera donc, probablement, pourquoi nous lui présentons ici une suite de petits calculs fort simples qui ne mènent pas à des résultats fort différents. Nous avons une raison pour agir ainsi. Des solutions axiomatiques ont un désavantage : la raison d'être de la présence ou de l'absence de certains axiomes n'est en général pas expliqué. Notre façon de faire, qui consiste à nous demander très simplement quelles propriétés doivent disparaître au minimum pour éviter, en la présence d'une contradiction démontrée, la trivialisation (ou saturation sémantique) de la théorie, a le très modeste mérite d'expliquer pourquoi certains axiomes subsistent tandis que d'autres disparaissent.

En outre, nous tenons à montrer la multiplicité assez divergente des moyens que nous pouvons mettre en oeuvre pour combiner la contradiction et la non trivialisation. Le lecteur sait déjà qu'aucune solution particulière ne nous intéresse en tant que telle, dans notre recherche d'une approximation formelle du dialectique, mais que ce sont les séquences de solutions qui nous attirent avant tout. Préparer l'étude de ces séquences, en montrant la multiplicité des solutions possibles du problème, est une seconde raison qui justifie, à notre sens, la présence de ces calculs simples.

Si " $\wedge$ " désigne la conjonction $\rightarrow$ l'implication, $-$ la négation, et p, q, r des variables propositionnelles, la proposition qu'il s'agit d'éliminer est la suivante "$(p \wedge -p) \rightarrow q$".

1) Or, admettons que "$[(p \rightarrow (q \rightarrow r)] \rightarrow [(p \wedge q) \rightarrow r]$ (A)

Cette proposition paraît exprimer une propriété très fondamentale de toute déduction, que nous pouvons difficilement abandonner.

Dans ce cas :
a) Si $-p \rightarrow (p \rightarrow q)$ est vrai, $(-p \wedge p) \rightarrow q$ l'est
b) Si $p \rightarrow ((-p \rightarrow q)$ est vrai, $(p \wedge -p) \rightarrow q$ l'est
c) Si $p \rightarrow (-p \rightarrow -q)$ est vrai $(p \wedge -p) \rightarrow -q$ l'est.
d) Si $-p \rightarrow (p \rightarrow -q)$ est vrai $(-p \wedge p) \rightarrow -q$ l'est.
La proposition $(p \wedge -p) \rightarrow -q$ est tout aussi fatale que $(p \wedge -p) \rightarrow q$. Un système où l'on peut réfuter chaque proposition est négativement trivial, tandis qu'un système où l'on peut démontrer toute proposition est positivement trivial.
En présence de A, chacune des 4 propositions implique donc la proposition à rejeter. Nous devons donc les éliminer toutes les quatre.
II) Admettons $(p \rightleftarrows q) \rightleftarrows [(p \wedge q) \vee (-p \wedge -q)]$ (B)
Dans ce cas
a) $[(p \rightleftarrows -p) \rightarrow q] \rightarrow [(p \wedge -p) \vee (-p \wedge --p)] \rightarrow q$. Or, si $[(p \vee q) \rightarrow r] \rightarrow [(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)]$ (C), IIa implique $(p \wedge -p) \rightarrow q$
b) $[(p \rightleftarrows -p) \rightarrow -q] \rightarrow [(p \wedge -p) \rightarrow -q]$ (par le même raisonnement que a). En présence de (B) et (C), nous devons donc également rejeter IIa et IIb.

Or, B est la définition classique de l'équivalence et C est essentiel pour toute disjonction.
III) Si nous considérons $[(p \vee q) \wedge -p] \rightarrow q$ (III) et si nous supposons la distributivité $[(p \vee q) \wedge r] \rightleftarrows [(p \wedge r) \vee (q \wedge r)]$ (D) Alors de III découle $[(p \wedge -p) \vee (q \wedge -p)] \rightarrow q$.
En présence de C, cela implique une nouvelle fois $(p \wedge -p) \rightarrow q$.
IV) Les énoncés suivants sont discutables
a) $-(p \wedge -p)$, b) $p \rightarrow --p$, c) $--p \rightarrow p$.
Nous ne pouvons en déduire $(p \wedge -p) \rightarrow q$, dans l'absence des énoncés Ia, Ib, Ic et Id. Nous pouvons être tenté de rejeter IVa, b, c pour les raisons suivantes : (1 et 2) :
1) Nous acceptons que dans la théorie $p_1 \wedge -p_1$ puisse être démontrable. Cela semble réfuter tout énoncé de la forme (Ap) $-(p \wedge -p)$ (l'équivalent explicite de IVa). IVa est donc *faux* en un KP, mais n'implique pas pour autant $(p \wedge -p) \rightarrow q$.
2) Encore une fois, acceptons que $p_1 \wedge -p_1$ puisse être démontrable pour un p_1 particulier. Si $(p_1 \wedge -p_1) \rightarrow (p_1 \rightarrow -p_1)$ (E) et si $(p \rightarrow q) \rightarrow -(p \rightarrow -q)$ (F), $(p_1 \rightarrow -p_1) \rightarrow --(p_1 \rightarrow --p_1)$. Cela réfute la thèse (Ap) $(p \rightarrow --p)$.
F n'est cependant pas une thèse du CP classique (il s'agit de la fameuse thèse d'Aristote), mais intuitivement il paraît que si p_1 et $-p_1$ sont démontrables, il doive être défendu de dériver de p_1 la négation de $-p_1$ en KP.
Par substitution de $(p \wedge q) \rightarrow -(p \rightarrow -q)$ suit, également $(p_1 \wedge -p_1) \rightarrow -(p_1 \rightarrow --p_1)$
3) Si $p_1 \wedge -p_1$ sont démontrés, le fait que de $--p_1$ suit p_1, (dérivant de $(p \wedge q) \rightarrow -(p \rightarrow -q)$) ne cause aucun trouble. Nous pouvons donc l'admettre en KP.
4) A partir de $(p \rightarrow q) \rightarrow (-q \rightarrow -p)$, par (A) nous dérivons $[(p \rightarrow q) \wedge -q] \rightarrow -p$. Or $-p$ n'est démontrable que si $(q \wedge -q) \rightarrow -p$. La preuve n'est pas stricte mais suffisamment plausible pour faire rejeter le principe de transposition.

Nous pouvons toutefois attaquer nos raisonnements 1 et 2 de la façon suivante : 1) En effet (Ap) $-(p \wedge -p)$ est incompatible avec $p_1 \wedge -p_1$. Mais puisque nous admettons des contradictions dans notre théorie T, la contradiction $[(Ap) - (p \wedge -p)] \wedge [p_1 \wedge -p_1]$ dans $T \cup L$, est également admissible et ne rend pas la théorie triviale.
2) De même $(p_1 \rightarrow -p_1) \wedge (p_1 \rightarrow --p_1)$ implique la contradiction $p_1 \wedge -p_1$, si p_1 est démontré comme on le suppose. Mais chaque contradiction n'est pas trivialisante en KP. Nous concluons que nous ne sommes pas obligés de rejeter $-(p \wedge -p)$ ni $p \rightarrow --p$.

On pourrait donc s'imaginer un CKP maximal qui comporte toutes les propositions du CP classique, excepté celles qui permettent de démontrer $(p \wedge -p) \rightarrow q$, étant donné certaines règles fondamentales ne concernant pas la négation. Nous avons pris soin d'indiquer les règles qu nous avons utilisées (A, B, et C). Ce KP constituerait le calcul le plus fort qui pourrait éviter la trivialisation et admettre la contradiction. A partir de ce calcul maximal, on pourrait évidemment construire de nombreux calculs plus faibles qui, eux aussi, ne permettent pas de déduire $(p \wedge -p) \rightarrow q$.

Par exemple, on pourrait enlever $-(p \wedge -p)$, ou bien $p \rightarrow --p$, ou bien $(p \rightarrow q) \rightarrow [(p \rightarrow -q) \rightarrow -p]$, ou bien $(p \rightarrow q) \rightarrow -(p \wedge -q)$. La question se pose de savoir si ces divers affaiblissements sont divergents, ou s'ils se laissent ordonner sur une échelle linéaire ?

Un première considération montre que l'ensemble des CPK est un ensemble non unidimensionnellement ordonné. Le lecteur n'a qu'à relire les paragraphes précédents pour découvrir qu'il pourra éviter $(p \wedge -p) \rightarrow q$ de beaucoup de façons différentes, qui ne sont pas toutes des renforcements ou des affaiblissements les unes des autres.

Toutefois, les quelques affaiblissements considérés ne nous donnent pas un ordre complet sur les CKP possibles. Nous devons considérer quatre espèces de propositions, par rapport à la contradiction $p \wedge - p$. D'une part nous avons l'ensemble des propositions qui, ajoutées aux principes non négatifs du CP classique, le rendent trivial, s'il contient une contradiction. D'autre part nous avons l'ensemble des propositions rendues fausses par la présence des contradictions, mais qui même si on les accepte ne trivialisent pas le CKP. Ensuite, nous avons les propositions du CP classiques qui ne concernent pas la négation et qui sont utilisées dans les démonstrations de trivialisation. Enfin, nous rencontrons les propositions ne concernant pas la négation et qui ne sont pas utilisées dans les démonstrations de trivialisation.

Les remarques qui précèdent nous permettent d'affirmer que le KP est un calcul incomplet et donc un calcul cohérent. On peut en effet y ajouter sans danger de trivialisation les lois de De Morgan. Mais il faut faire attention à des dangers de trivialisation inattendus

I. Nous prenons un premier exemple :

1) Admettons que $[(p \wedge q) \rightarrow [(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)]]$(1)

2) Par substitution, en (1) $(p \wedge - p) \rightarrow (- p \rightarrow p)$ (2)

3) Admettons : $p \vee - p$ (3)

4) Si p, $p \wedge (p \rightarrow p)$ (4)

5) Si $- p$, alors

5a) si la contradiction $p \wedge - p$ est démontrée (6). De 6, 2, par modus ponens $- p \rightarrow p$ (7).

5b) Par la supposition 5 et 7, p est démontré

6) Donc $(p \vee - p) \rightarrow p$.

7) Alors, si $(p \vee - p)$, p (et le calcul devient trivial).

II. Nous devons également rejeter $(p \vee q) \rightarrow (- p \rightarrow q)$. Car, par (C), cette assertion implique $p \rightarrow (- p \rightarrow q)$, d'où par (A) $(p \wedge - p) \rightarrow q$, la proposition trivialisante III. Puisqu'il paraît donc clair qu'on ne peut plus définir l'implication, ni par la disjonction ni par la conjonction, il semble utile de voir si les lois de De Morgan, qui permettent de définir la disjonction par la conjonction, sont encore valables.

Examinons dès lors : a)$[(p \vee q) \rightleftharpoons - (- p \wedge - q)]$ et b)$[(p \wedge q) \rightleftharpoons - (- p \vee - q)]$.

A. Le premier théorème implique $p \rightarrow - (- p \wedge - q)$ et $q \rightarrow - (- p \wedge - q)$. Si une contradiction est démontrable, $p \wedge - p$, et $q \wedge - q$ sont possibles. D'autre part il n'y a aucun lien entre p et $- q$, entre q et $- p$. Dès lors, si $p \wedge - p$ est possible $p \wedge - p \wedge - q$ l'est également. De même $q \wedge - q \wedge - p$. Ces considérations montrent que $p \rightarrow - (- p \wedge - q)$ n'est plus un théorème. Nous ne pouvons toutefois pas déduire $(p \wedge - p) \rightarrow q$ de l'affirmation de cette proposition fausse en CKP. Pour le théorème B, des raisonnements analogues donnent un résultat analogue.

L'étude des CKP ne sera achevée qu'au moment où on connaîtra tous les théorèmes trivialisants. Essayons toutefois d'exploiter plus à fond l'incomplétude des CKP. Si nous admettons des quantificateurs propositionnels avec leurs règles usuelles, nous pouvons considérer les propositons $(Ap)(p \wedge - p)$ et $(Ep)(p \wedge - p)$. Nous devons rejeter le premier énoncé par le raisonnement suivant : CKP n'est pas trivial. Supposons que non seulement

$- [(p \wedge - p) \rightarrow q]$ soit vrai, mais qu'en outre

$- [(p \wedge - p) \rightarrow q]$ soit démontrable. Cet énoncé est une valeur possible de p, puisqu'il est une proposition. De ce fait découle que si $(Ap)(p \wedge - p)$ est vrai, $(p \wedge - p) \rightarrow q$ est vrai. Nous avons donc comme théorème $- [(Ap)(p \wedge - p)]$. D'autre part par la définition de CKP, $(Ep)(p \wedge - p)$ est vrai. Si nous pouvons appliquer $- (p \rightarrow q) \rightarrow (p \wedge - q)$ (Th), nous pouvons démontrer strictement $(Ep)(p \wedge - p)$. En effet, partons de $- [(p \wedge - p) \rightarrow q]$. Par le théorème (Th) cité, il en découle. $(p \wedge - p) \wedge - q$. Par $\wedge$-élimination, $p \wedge - p$ est dérivable, et par introduction d'un quantificatuer existentiel, nous obtenons $(Ep)(p \wedge - p)$.

Il esiste donc des propositions dont la négation est vraie, et d'autres dont la négation n'est pas vraie. Nous pouvons considérer des axiomes spéciaux pour les propositions contradictoires, et les propositions non contradictoires, et nous pouvons essayer de présenter une classification naturelle des contradictions

1) Nous pouvons considérer toutes les expressions de la forme suivante :

$[(Ep)(p \wedge - p)[\rightarrow [(Eq)(q \wedge - q) \wedge - (p \rightleftharpoons q)]$

$[(Ep)(p \wedge - p) \wedge (Aq)(q \wedge - q) \wedge - (p \rightleftharpoons q)] \rightarrow [(Er)(r \wedge - r) \wedge - (r \rightleftharpoons p) \wedge - (r \rightleftharpoons q)]$ etc.

Nous renforçons ainsi $(Ep)(p \wedge - p)$ en ajoutant l'exigence qu'il existe au moins 2 ou 3 ou n contradictions non équivalentes.

Nous pouvons même sans arriver à la thèse trivialisante (Ap) (p ∧ − p) exiger qu'il existe une infinité de contradictions. En effet, si nous avons n contradictions, nous pouvons en former la conjonction et écrire un postulat exigeant que pour toute conjonction de contradictions il existe une contradiction non contenue dans la conjonction et également démontrable. Nous pouvons considérer ces renforcements, a côté des affaiblissements de CKP dont nous avons parlé auparavant.

Mais il en existe d'autres. Jusqu'à maintenant nous n'avons pas encore de postulats qui nous indiquent spécifiquement 1) ce qu'on peut déduire d'une contradiction ni 2) ce qu'on peut déduire d'une non contradiction concernant une contradiction.

Nous pouvons considérer l'implication suivante : (Ap) [(p ∧ − p) →(Eq) (q ∧ − q)] (tandis qu'il est faux que (q ∧ − q) ⇄ (p ∧ − p)). Nous pouvons également considérer : (Ap) (Eq) [(q ∧ − q) → p] toute proposition, contradictoire ou non, est impliquée par au moins une contradiction. Il est important de souligner que ce dernier énoncé n'est pas trivialisant. Si nous considérons ces propositions, qu'on peut ajouter au KP minimal, c'est parce qu'une logique dialectique a besoin de propriétés spécifiques qui différencient les propositions contradictoires des propositions non contradictoires. propriétés spécifiques qui d'autre part énoncent que les contradictions engendrent d'autres contradictions et sont engendrées par elles. Nous ne faisons rien de plus que soumettre ces énoncés à la attention du lecteur. Un dialecticien qui attacherait moins d'importance que nous au temps et à l'action, essayerait ici, de trouver une séquence d'axiomes naturels. Nous n'excluons pas cette possibilité, nous la signalons même; mais nous poursuivons un autre but. Le sujet uniquement indiqué ici, mérite une étude approfondie

XVIII. Une Typologie des Contradictions

Jusqu'ici toutefois nous ne pouvons qu'écrire des propositions très

générales, parce que nous ne disposons pas d'une classification naturelle des antinomies, d'une typologie des contradictions. Nous pouvons aisément distinguer le type (1), celui des contradictions élémentaires, ayant la forme "p ∧ − p" où p est une proposition atomique ne contenant aucune constante logique, le type (2), ayant la forme [(p ∧ q) ∧ − (p ∧ q)] ou [(p ∨ q) ∧ − (p ∨ q)], dans laquelle les propositions affirmées et niées contiennent une seule constante logique [(− p ∧ − − p)] est aussi de ce type). Le type 2 comporte des contradictions *homogènes* (ayant, à droite et à gauche de la conjonction, la même constante logique et des contradictions *hétérogènes* ayant différentes constantes logiques à droite et à gauche (p. ex. [(p ∧ q) ∧ − (p ∨ q)] ou [(p ∧ q) ∧ − (p → q)]). Un troisième type comporte à droite et à gauche de la conjonction centrale, 2 constantes logiques et peut à nouveau être homogène et hétérogène. Une infinité de *niveaux* peut-être construit par ce procédé. Toutefois, toutes les contradictions précédentes qu'on peut atteindre de cette façon sont isolées dans le sens suivant : les propositions qui se contredisent ne figurent pas elles-mêmes comme termes en d'autres propositions.

Introduisons donc à chaque niveau, la distinction entre contradictions *isolées* (où les propositions qui se contredisent ne sont pas elles-mêmes soumises à l'opération de constantes logiques) et contradictions *mélangées, où c'est le cas pour certaines d'entre* elles. : [(p ∧ − q) ∧ (q ∧ r)] est, au niveau 1, un cas non pas *isolé*, mais *mélangé*.

Même si nous multiplions les niveaux en distinguant à chaque niveau les contradictions isolées et mélangées de diverses formes, nous n'avons pas encore fait toutes les distinctions importantes : nous appelons une contradiction *équilibrée* si elle est de même niveau à droite et à gauche, tandis que nous l'appelons *déséquilibrée* si les niveaux droite et gauche sont de hauteur différentes. Pareille contradiction sera dite appartenir à son niveau le plus élevé. Comme exemple d'une contradiction déséquilibrée nous pouvons penser à p →[(q ∧ − q) − p].

Une hiérarchie introduite par Newton, Da Costa est *un cas particulier* de la séquence des niveaux :

1) p ∧ − p
2) (p ∧ − p) ∧ − (p ∧ − p)
3) [(p ∧ − p) ∧ − (p ∧ − p)] ∧ − [(p ∧ − p) ∧ − (p ∧ − p)] etc.

Chaque énoncé suivant implique l'énoncé précédent, mais nous adoptons pour construire ces niveaux une restriction déjà annoncée concernant les variables propositionnelles. Chaque variable ne peut être remplacée que par des constantes d'un certain degré de complexité (nous avons même admis que p ne se remplace que par des propositions atomiques.) Dans ce cas aucune expression de niveau suivant n'est automatiquement déductible à partir des niveaux précédents. On peut donc dire que chaque niveau suivant est plus fort et par conséquent, la négation de chaque niveau suivant plus faible.

Da costa introduit une séquence infinie de systèmes caractérisés par des axiomes de niveaux de plus en plus élevés. *Il n'introduit pas d' axiomes à partir des contradicti ons d'une part, et n'envisage ni les contradictions hétérogènes ni les mélangées, ni les déséquilibrées.*

Nous présentons notre classification plus générale parce que nous sommes d'avis qu'une logique dialectique aura besoin du renforcement du CKP minimal à l'aide d'axiomes comme les suivants :

1) $(Ap)\ [(p \wedge - p) \rightarrow (Eq)\ (q \wedge - q) \wedge - (q \wedge - q)]$ (chaque contradiction d'un niveau i implique au moins une contradiction d'un niveau i + 1)

2) $(Ap)\ [(p \wedge - p) \rightarrow (Er)(Es)(r \wedge p) \wedge (s \wedge - p)]$ (chaque contradiction isolée implique une contradiction mélangée.

3) chaque contradiction déséquilibrée implique au moins une contradiction équilibrée et inversement

4) chaque contradiction hétérogène implique au moins une contradiction homogène et inversement.

Note : les restrictions concernant les règles de substitution sont à nouveau essentielles. Ces lois peuvent se combiner et ne mènent jamais à des équivalences entre propositions de différents niveaux. Ces axiomes proposés, qui font qu' *une seule* contradiction en implique *une infinitude* de plus complexes, ne sont ni logiquement nécessaires ni logiquement impossibles. *Nous croyons toouver dans le déploiement qu'ils introduisent la meilleure approximation à un développement dialectique qu'on puisse formuler à l'intérieur du calcul des propositions.*

Notons encore qu'en l'absence de $(p \rightarrow q) \rightarrow (- q \rightarrow - p)$ nous pouvons poser que chaque proposition implique au moins une

contradiction, sans pour celà devenir fausse ou être elle-même une contradiction. Mais, même sans exploiter cette idée audacieuse, les postulats supplémentaires concernant les relations entre contradictions de différents niveaux et entre contradictions et propositions non contradictoires, fournissent déjà un CKP renforcé, qui, l'historien en jugera, se rapproche de Marx et Hegel, en s'éloignant de l'école Jaskowski — da Costa.

XIX. Axiomatisation de KP.

Nous indiquons de quelle façon ce CKP se distingue du système de Newton — Da Costa, dont il est dérivé :

1. Nous conservons les axiomes suivants de Da Costa :

a. *Implicatifs*

1. $p \rightarrow (q \rightarrow p)$
2. $(p \rightarrow q) \rightarrow [[p \rightarrow (q \rightarrow r)] \rightarrow (p \rightarrow r)]$
3. $[p \wedge (p \rightarrow q)] \rightarrow q$.

B. *Conjonctifs*

4. $(p \wedge q) \rightarrow p$
5. $(p \wedge q) \rightarrow q$
6. $p \rightarrow (q \rightarrow (p \wedge q))$

C. *Disjonctifs*

7. $p \rightarrow (p \vee q)$
8. $q \rightarrow (p \vee q)$
9. $(p \rightarrow r) \rightarrow [(q \rightarrow r) \rightarrow ((p \vee q) \rightarrow r)]$

D. *Negatifs*

10. $p \vee - p$
11. $- - p \rightarrow p$.

Les axiomes 12 à 16 de Da Costa affirment que le caractère non contradictoire d'une proposition implique le caractère non contradictoire d'une autre proposition.

Par exemple $[- (p \wedge - p) \wedge - (q \wedge - q)] \rightarrow - [(p \wedge q) \wedge - (p \wedge q)]$. Nous ne les retenons pas et nous les remplaçons par les renforcements que nous venons de discuter dans le paragraphe précédent.

En outre, Da Costa ne distingue pas entre ses différents non-théorèmes. Nous le faisons, suivant en cela l'exemple de D. Batens, qui, dans un article non publié, a systématiquement cherché les énoncés qui impliquent [(p ∧ − p) → q] pour les distinguer de ceux qui deviennent simplement faux à la suite de la présence de (p ∧ − p). Batens utilise une modalité (et des modèles sémantiques) quie nous n'utilisons pas; nous avons donc des démonstrations qui diffèrent parfois des siennes et nous avons trouvé quelques propositions trivialisantes supplémentaires. Puisque le but de Batens et de Da Costa n'était pas de se rapprocher d'une logique dialectique ils n'avaient pas à considérer les renforcements dont nous annonçons l'étude dans le paragraphe qui précède.

XX. Ordre Naturel sur l'Ensemble des CKP possibles.

Nous ne pouvons toutefois pas considérer que le problème est résolu, puisque nous n'avons pas encore pu définir un ordre natural sur l'ensemble des CKP possibles. Pour y arriver, nous allons étudier brièvement 1) le CKP de Stanislaw Jaskowski, et 2) les matrices multivalentes de Kleene, Bochvar Lukasiewicz, Batens et Da Costa qui fournissent toutes des solutions partielles au problème de construire un CKP.

Nous voulons situer ces cas particuliers dans un cadre plus général. Nous partons du cas *trivalent* (3 valeurs de vérité 1, 2, 3) et notre problème est le suivant : *étudier systématiquement toutes les évaluations qui ne donnent pas à* [(p ∧ − p) → q] *(T) une valeur désignée ou privilégiée. Nous avons deux cas possibles 1) 1 est la seule valeur désignée, 2) 1 et 2 sont des valeurs désignées. Nous* commençons par le premier (1 est la seule valeur désignée). Nous pouvons trouver un ordre natural suivant : l'énoncé T a 1 ou 2 ou 3 .. ou 9 valeurs non désignées (puisque la formule T, comportant deux variables, se représente par une matrice à 9 lignes en un calcul à 3 valeurs).Cet ordre peut-être raffiné de la façon suivante : pour les implications qui donnent à T, i valeurs non désignées nous considérons d'abord celles qui ont i fois la valeur la plus proche de la valeur désignée, puis celles qui ont i−1 fois cette valeur la plus proche et ainsi de suite. Cet ordre est naturel en ce sens a) qu'il est généralisable pour n valeurs de vérité et b) qu'il part d'une fausseté faible de (T) [(p ∧ − p) → q] (le cas non désigné le plus proche possible du cas désigné) pour finir par des cas uniquement non désignés aussi loin que possible de la valeur désignée : la fausseté maximale. Bien entendu, nous ne prétendons pas que toutes ces logiques soient acceptables, mais nous croyons que les systèmes acceptables sont ordonnés le long de cet axe.

Regardons les cas possibles de T :

	(p ∧ − p)	→	q
C1	1	1	1
C2	1	1	2
C3	1	1	3
C4	2	2	1
C5	2	2	2
C6	2	2	3
C7	3	3	1
C8	3	3	2
C9	3	3	3

Pour 1 cas non désigné le plus proche (= 2) nous avons 9 cas possibles : 2 en C_1 ou en C_2 ou en C_3 etc. Or, T est une implication. Ce qui veut dire que pour l'implication

r	→	s
1		1
1		2
1		3
2		1
2		2
2		3
3		1
3		2
3		3

nous avons 9 cas possibles de 2. Il y a les combinaisons suivantes de v(r) et v(s) (valeur de r et valeur de s).

1) $v(r) = v(s)$, 2) $v(r) < v(s)$, 3) $v(r) > v(s)$ (nous examinons plus loin les combinaisons $v(r) > v(s)$ ou $v(r) < v(s)$). Nous pouvons pour $v(r) = v(s)$, distinguer $v(r) = v(s) = 1$, $v(r) = v(s) = 2$, $v(r) = v(s) = 3$.

Le 2 peut-être attribué au premier cas ou au second cas ou au troisième cas. Pour des raisons d'analogie avec les tables bivalentes où $v(1 \rightarrow 1) = v(3 \rightarrow 3) = 1$, il n'y a que le second cas qui reste : $v(r) = v(s) = 2$.

Pour $v(r) < v(s)$ nous avons les combinaisons : 1–2, 1–3, 2–3. Par analogie avec le cas bivalent, $v(1 \rightarrow 3) = 3$. Mais nous n'envisageons ici pour T qu'une table ayant 1 ou 2 comme valeurs (par supposition). Donc : dans ce cas $v(1 \rightarrow 3) = 2$. Par une décision peu naturelle, mais qui découle des conventions, $v(1 \rightarrow 2)$ et $v(2 \rightarrow 3)$ doivent s'égaliser à 1. Finalement, nous avons le cas $v(r) > v(s)$. Par analogie avec le table de l'implication matérielle bivalente, tous les cas devraient avoir la valeur à 1.

Il s'agit de $2 \rightarrow 1$, $3 \rightarrow 1$, $3 \rightarrow 2$. Si nous n'attribuons pas la valeur 1 à tous ces cas, il est normal d'attribuer 2 aux cas où la distance est minimale. Dans ce cas $v(2 \rightarrow 1)$, et $v(3 \rightarrow 2)$ sont des cas également possibles parmi lesquels on ne peut pas avoir des préférences.

Résumons nous :

C1. $v(2 \rightarrow 2) = 2$ et partout ailleurs $v(T) = 1$
C2. $v(1 \rightarrow 3) = 2$ " "
C3. $v(2 \rightarrow 1) = 2$ " "
C4. $v(3 \rightarrow 2) = 2$ " "

Examinons les propriétés de l'implication pure dans ces 4 cas. Nous regardons

Th 1 $p \rightarrow p$
Th 2. $[p \rightarrow (q \rightarrow r)] \rightarrow [(p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow r)]$
Th 3. $[p \rightarrow (q \rightarrow r)] \rightarrow [q \rightarrow (p \rightarrow r)]$ et
Th 4. $(p \rightarrow q) \rightarrow [(q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow r)]$ *Théorème 1.*

Théorème 1

Pour C1, $2 \rightarrow 2 = 2$. Donc Th 1 cesse d'être une thèse
Pour C2, C3 et C4, Th 1 reste une thèse

Théorème 2.

Pour C1, $[2 \rightarrow (2 \rightarrow 2)] \rightarrow [(2 \rightarrow 2) \rightarrow (2 \rightarrow 2)]$ donne 2 et Th 2 cesse d'être une thèse.
Pour C2, puisqu'une implication n'a jamais la valeur 3, Th 2 reste une thèse.
Pour C3, en donnant $v(p) = v(q) = v(r) = 2$, Th 2 cesse d'être une thèse.
Pour C4, parce que $(p \rightarrow q)$ n'a jamais la valeur 3, Th 2 reste une thèse.

Nous constatons donc que les tableaux différencient fortement entre les deux premières thèses. Mais retournons à l'affirmation $T[(p \wedge -p) \rightarrow q]$. Les 4 cas que nous avons retenus dans ce premier groupe, envisagent pour $(p \wedge -p)$ les valeurs 2 (deux fois), la valeur 1, et la valeur 3.

Si nous voulons garder l'analogie avec le cas bivalent a) l'ordre doit être quelconque ($1 \wedge 2 = 2 \wedge 1$, $1 \wedge 3 = 3 \wedge 1$, $2 \wedge 3 = 3 \wedge 2$) et b) $1 \wedge 3 = 3 \wedge 1 = 3 \wedge 3 = 3$. et $1 \wedge 1 = 1$ Nous n'avons donc que les cas suivants : $v(2 \wedge 2) = 1$ ou 2 ou 3, $v(2 \wedge 1) = 2$ ou 3, $v(2 \wedge 3) = 2$ ou 3 (par analogie avec le cas bivalent). Nous n'attribuons pas 1 aux cas où il y a différence entre valeurs en une conjonction. Finalement, pour préserver la même analogie, pour $v(-p)$, $v(-1) = 3$, $v(-3) = 1$ mais $v(-2) = 1$ ou 2 ou 3. Le lecteur peut constater que, tout en préservant au maximum les analogies avec le cas bivalent, nous pouvons rendre $(p \wedge -p) \rightarrow q$ minimalement faux. Le travail d'examiner toutes les tables qui écartent T plus loin de la vérité (valeur désignée) est purement automatique. Nous avons tenu à présenter le cas limite pour souligner a) que les propriétés de T varient systématiquement et b) que les analogies avec le cas bivalent peuvent être très maximalement préservées.

Nous essayons de situer dans l'ordre que nous avons décrit les systèmes de Lukasiewics, Bochvar, Kleene et Da Costa.

1) Le système L

p	¬p	p \ q	$\wedge$ 1	2	3	$\rightarrow$ 1	2	3
1	2	1	1	2	3	1	2	3
2	2	2	2	2	3	1	1	2
3	1	3	3	3	3	1	1	1

T devient

(p	∧	¬p)	→	q
1	3	3	1	1
1	3	3	1	2
1	3	3	1	3
2	2	2	1	1
2	2	2	1	1
2	2	2	2	3
3	3	1	1	1
3	3	1	1	2
3	3	1	1	3

T n'est plus une thèse mais est maximalement proche d'une thèse.

2) Le système de Bochvar

1) La négation est celle de L

p \ q	∧ 1	2	3	→ 1	2	3
1	1	2	3	1	2	3
2	2	2	2	2	2	2
3	3	2	1	1	2	1

T devient

(p	∧	¬p)	→	q
1	3	3	1	1
1	3	3	2	2
1	3	3	1	3
2	2	2	2	1
2	2	2	2	2
2	2	2	2	3
3	3	1	1	1
3	3	1	2	2
3	3	1	1	3

T n'est pas encore maximalement éloigné du statut de thèse : il n'obtient jamais la valeur 3, mais nous avons 5 fois la valeur 2. Dans

l'ordre naturel Bochvar éloigne donc T plus que Lukasiewics du statut de thèse (dès que 2 apparait dans le conséquent ou l'antécédent, T a 2).

3) Le système de Kleene.

La négation et la conjonction sont celles de Lukasiewics. L'implication diffère

p → q	1	2	3
1	1	2	3
2	1	2	2
3	1	1	1

T a comme valeurs

(p	∧	¬p)	→	q
1	3	3	1	1
1	3	3	1	2
1	3	3	1	3
2	2	2	1	1
2	2	2	2	2
2	2	2	2	3
3	3	1	1	1
3	3	1	2	2
3	3	1	1	3

Le système K se situe entre le système de Lukasiewicz et de Bochvar. T a deux fois la valeur 2 et jamais la valeur 3.

4) Finalement le système de Da Costa se distingue des 3 précédents parce qu'il a deux valeurs désignées : 1 et 2.

p ∧ q	1	2	3
1	1	1	3
2	1	1	3
3	3	3	3

p	¬p
1	3
2	1
3	1

P → q	1	2	3
1	1	2	3
2	1	1	3
3	1	1	1

T devient

(p	∧	− p)	→	q
1	3	3	1	1
1	3	3	1	2
1	3	3	1	3
2	1	1	1	1
2	1	1	1	2
2	1	1	3	3
3	3	1	1	1
3	3	1	1	2
3	3	1	1	3

Le Système de Da Costa est du même type que le système de Lukasiewicz : il présente une *seule* valeur non désignée pour T et est analogue à notre cas, 2. Toutefois, il y a 2 valeurs désignées et la définition de la notion de thèse est donc plus faible. D'ou l'ordre final suivant des 4 logiques considérées (cas de CKP) 1) Lukasiewics, 2) Da Costa, 3) Kleene, 4) Bochvar. Il faut bien se rendre compte toutefois avoir montré au moins un ordre possible et naturel sur l'ensemble des CKP.

Un ordre plus naturel tiendrait compte du statut de toutes les autres propositions compatibles avec la fausseté de T. Nous croyons toutefois avoir montré au moins un ordre possible dans l'ensemble des KP.

Il serait intéressant de comparer aux matrices déjà mentionnées deux systèmes moins connus : 1) le système d'Asenjo ("A Calculus of Antinomies) et 2) le système de Batens.

Le système d'Asenjo est le suivant :

p	¬p
1	3
2	2
3	1

p∧q	1	2	3
1	1	2	3
2	2	2	3
3	3	3	3

p ∨ q	1	2	3
1	1	1	1
2	1	2	2
3	1	2	3

p → q	1	2	3
1	1	2	3
2	1	2	2
3	1	1	1

Le système de Batens se caractérise comme suit :

p	¬p
1	3
2	2
3	1

p ∧ q	1	2	3
1	1	2	3
2	3	2	3
3	3	3	3

p ∨ q	1	2	3
1	1	1	1
2	1	2	2
3	1	2	3

p → q	1	2	3
1	2	2	2
2	2	1	3
3	2	2	2

Nous calculons comme d'habitude les valeurs de (p ∧ − p) → q. (p∧ − p) →q selon Asenjo : (p ∧ − p) → q selon Batens

(p	∧	¬p)	→	q selon Asenjo
1	3	3	1	1
1	2	3	1	2
1	3	3	1	3
2	2	2	2	1
2	2	2	2	2
2	2	2	3	3
3	3	1	1	1
3	3	1	1	2
3	3	1	1	3

(p	∧	¬p)	→	q selon Batens
1	3	3	2	1
1	3	3	2	2
1	3	3	2	3
2	2	2	2	1
2	2	2	1	2
2	2	2	3	3
3	3	1	2	1
3	3	1	2	2
3	3	1	2	3

La matrice de Batens qui, quant à la négation et à la conjonction est classique, possède une implication qui rend notre énoncé (qui a 1 et 2 comme valeurs désignées) faux dans 1 seul cas $2 \rightarrow 3 = 3$. Nous nous trouvons donc une nouvelle fois, mais pour un autre choix des valeurs désignées, dans un cas identique à celui de Da Costa

XXI. Les Solutions de Jaskowski et de Batens

Nous allons bientôt passer à l'étude des combinaisons des logiques temporelles avec les logiques pour systèmes contradictoires mais nous voulons encore présenter deux solutions particulières pour le système CKP.

1. La solution de Jaskowski :

Pour éviter que $p \rightarrow (-p \rightarrow q)$ on peut vouloir renforcer le sens de "$\rightarrow$" Jaskowski le fait de la façon suivante : p n'implique q, que si la *possibilité* de p implique déjà q. Il s'agit bien d'un renforcement. Or avec cette interprétation : $p \rightarrow (-p \rightarrow q)$ devient $\Diamond p \rightarrow (\Diamond - p \rightarrow q)$. Cet énoncé ne serait vrai que si toute proposition vraie était nécessaire (c.à.d. si $\Diamond p \rightarrow - \Diamond - p$). De cet énoncé se déduit d'ailleurs : $[\Diamond p \wedge \Diamond - p) \rightarrow q]$: la contingence de p trivialiserait le système. L'énoncé T devient $\Diamond (p \wedge -p) \rightarrow q$: La possibilité d'une contradiction trivialise le système. Comme des systèmes non démontrés cohérents (et pour lesquels donc l'hypothèse de ce T modifié vaut) sont utilisables. T est faux intuitivement. En termes de tableaux de vérité cette solution se traduit comme suit Disons que $\Diamond p = 1$, si $v(p) \neq 3$. Cela nous donne pour $\Diamond (p \wedge -p)$ le tableau qui suit :

$\Diamond$	(p	$\wedge$	$-$p)
$\boxed{3}$	1	2	3
$\boxed{1}$	2	2	2
$\boxed{3}$	3	3	1

Si nous adoptons l'hypothèse fréquente que $v(1 \rightarrow 1) = 1$, $v(1 \rightarrow 2) = 2$, $v(1 \rightarrow 3) = 3$.

$\Diamond(p \wedge -p) \rightarrow q$ a les valeurs 1 pour $(1 \rightarrow 1)$, 2 pour $(1 \rightarrow 2)$ et 3 pour $(1 \rightarrow 3)$.

Nous avons dans ce cas une solution qui dans notre ordre suit encore celle de Bochvar, puisque, pour la première fois, T reçoit *deux* valeurs non distinguées différentes.

2. La solution de Batens :

Au lieu de *renforcer l'implication*, on peut aussi *affaiblir la négation*. D. Batens considère Cp : "il est le cas que p", "C − p" : il est le cas que non p et "− Cp" : il n'est pas le cas que p". Il stipule 1) qu'il est faux que $C - p \rightarrow - Cp$ et 2) que $- Cp \rightarrow C - p$. avec ces définitions il est possible que $(Cp \wedge C - p)$ soit vraie sans que $Cp \wedge - Cp$ le soit.

Des tables adéquates illustrent ce système. Ce système de Batens est analogue à la logique pour asserteurs de N. Rescher (Topics in Philosophical Logic, p. 277). Rescher introduit : "Axp" signifiant "x affirme p" $Axp \wedge - Axp$ est une contradiction usuelle, mais $Axp \wedge Ax - p$ n'entraine aucune contradiction à partir des axiomes p. 277 de Rescher. Nous croyons que l'usage de Axp est préférable à celui de la modalité Cp, parce que pour autant que l'on accepte les propositions intuitives : $p \rightarrow Cp$: si p est vrai, il est le cas que p, et $Cp \rightarrow p$: s'il est le cas que p, p est vrai, on obtient $p \rightleftarrows Cp$ et par substitution d'équivalents p/Cp : $- Cp \rightleftarrows C - p$. Pour éviter cette conséquence Batens doit rejeter $p \rightarrow Cp$ ou $Cp \rightarrow p$ comme propositions non bien formées. Il y arrive certainement, mais l'évidence inuitive du système en souffre. Tout au contraire ni $Axp \rightarrow p$, ni $p \rightarrow Axp$ ne doivent être vrais intuitivement dans une logique de l'assertion.

Note : 1. Une logique de la discussion (c'est ainsi que Jaskowski appelle sa propre solution du problème de la construction d'un CKP non trivial) ou une logique de l'assertion (c'est ainsi que nous considérons la solution non publiée de Batens) ont tous les deux le mérite incontestable d'éviter la thèse T, selon une interprétation naturelle qui n'a pas de conséquences ontologiques graves. Mais n'ayant pas de conséquences ontologiques (remplaçant en fait l'analyse des relations entre réalités par des relations entre possibilités de discussion ou assertions) ces interprétations sont précisément non dialectiques dans le sens où Hegel ou Marx entendent ce mot. Ceci ne constitue pas une objection (on peut poursuivre d'autres buts que la dialectique en construisant un CKP) mais pour le but qui est le nôtre, ces deux systèmes intéressants ne peuvent et ne doivent intervenir qu'en tant que cas particuliers de l'ensemble des solutions du problème.

2. Nous reconnaissons que l'ordre formel que nous proposons pour l'ensemble des CKP (ordonnez les systèmes par la distance existant entre la séquence de valeurs caractérisant une thèse et la séquence de valeurs de l'affirmation T, en préservant une analogie maximale avec le calcul bivalent classique) n'airait de l'intérêt pour un dialecticien que dans la mesure ou d'un principe de la dialectique suivrait que dans certaines circonstances les systèmes réels ou les systèmes sociaux ou les systèmes idéologiques doivent se développer avec nécessité d'un pôle à l'autre de cet axe. Nous avons des raisons de la supposer pour certaines évolutions en histoire des sciences, mais nous n'avons pas des textes de Hegel ou Marx pour montrer qu'ils ont considéré des développements dialectiques le long de cet axe. Ceci constitue un problème ouvert, parmi d'autres.

3. Nous n'avons parlé en calcul propositionnel que des systèmes d'implication matérielle que, pour de multiples autres raisons nous devons considérer comme non suffisantes. Nous devrions aussi étudier (ce que ne fait pas Da Costa, mais ce que font Routley et Meyer) l'introduction de CKP dans des logiques de l'implication relevante ou pertinente. Nous verrons, dans le programme de travail que nous proposons plus loin, que ce point appartient à notre programme. Toutefois, l'idée de a) soumettre à l'étude l'ensemble des solutions et non pas une solution particulière (également dans le cas des logiques relevantes) et b) l'idée de construire un ordre naturel, avec signification dialectique potentielle sur cet ensemble reste valable, même pour cette nouvelle entreprise. Il nous paraîssait naturel de donner un simple exemple, se rattachant aux calculs classiques les plus connus

XXII. Logiques Non Triviales Contradictoires et Logiques Temporelles

Nous faisons maintenant un pas essentiel : l'introduction du

tempts dans une logique pour systèmes contradictoires. Nous avons en effet déjà dit qu'à notre avis, la dialectique était une combinaison particulière de temps et de contradiction.

Rescher et Urquhart présentent (p. 40 de leur ouvrage "Temporal Logic") le système de base suivant où "$R_t(p)$" signifie "p est réalisé au moment t". "$R_n p$" indique que p est maintenant vrai.

Ax. 1 "$R_t\ (-p) \rightleftarrows -R_t\ (p)$

Ax. 2 $R_t(p \wedge q) \rightleftarrows R_t\ (p) \wedge R_t\ (q)$

Ax. 3 $R_n\ (p) \rightleftarrows p$

Ax. 4 $R_{t'}\ ((At)p) \rightleftarrows (At)\ (R_{t'}\ (p))$

Ax. 5 $R_{t'}\ [R_t\ (p)] \rightleftarrows R_t\ (p)$

Ax. 6 $R_t\ (n = t') \rightleftarrows t = t'$

Ax. 7 $R_t\ (t' = t'') \rightleftarrows t' = t''$

Ax. 8 $(At)\ p \rightarrow p^{t/n}$

Nous pouvons affaiblir le premier axiome $R_t\ (-p) \rightleftarrows -R_t\ (p)$ et le remplacer par 1) $-R_t\ (p) \rightarrow R_t\ (-p)$ (tandis qu'il devient faux que $R_t\ (-p) \rightarrow -R_t(p)$.

De cet affaiblissement découle qu'il *est possible* que $R_t\ (p) \wedge R_t\ (-p)$. Par l'axiome 2, de cet énoncé suit $R_t\ (p \wedge -p)$ et par l'axiome 3, $R_n\ (p \wedge -p) \rightarrow p \wedge -p$. Nous arrivons donc à l'affirmation pour le présent (n) d'une contradiction possible. Pour ne pas trivialiser le système, nous n'avons qu'à combiner la logique temporalisée de Rescher avec les aviomes de Da Costa, en faisant précéder chaque implication de Da Costa d'une manière convenable par une expression de réalisation temporelle.

Ces modifications n'entrainent pas de contradiction. Mais on peut aussi envisager des affaiblissements concomitants

1) remplacer Ax. 2 par : $R_t\ (p \wedge q) \rightarrow R_t\ (p) \wedge R_t\ (q)$ (mais non inversement, ou remplacer Ax. 3 par $R_n\ (p) \rightarrow p$ (et non inversement).

La fusion des CKP avec TL peut encore se présenter d'une autre façon. Henryk Von Wright a présenté une logique du changement, dont l'expression centrale est "pTq" "l'état du monde dans lequel p est vrai se transforme en un état dans lequel q est vrai. En une première version, T s'interprète comme "et ensuite". Tandis qu'en une seconde version, T s'interprète comme "par après". La première version présuppose la discontinuité du temps, la seconde version admet au contraire la continuité. Les axiomes pour la première version de T sont les suivants :

T1 $[(p \vee q)\, T\, (r \vee s)] \rightleftarrows [(pTr) \vee (pTs) \vee (qTr) \vee (qTs)]$
T2 $[(pTq) \wedge (pTr)] \rightarrow [pT(q \wedge r)]$
T3 $p \rightleftarrows [pT\, (q \vee -q)]$
T4 $-[pT\, (q \wedge -q)]$
Si nous voulons la seconde interprétation, l'axiome 2 devient :
T2' $[(pTq) \wedge (pTr)] \rightarrow [[pT\, (q \wedge r)] \vee [pT\, (qTr)] \vee [pT\, (rTq)]]$.
En effet q et r peuvent se réaliser simultanément ou successivement. Si nous admettons des états contradictoires nous devons évidemment omettre l'axiome T4, tout en préservant l'axiome T3. La simple omission de T4 n'est cependant pas assez forte pour réaliser un système utilisable. Il serait utile de stipuler qu'il y aura au moins certains états futurs contradictoires et certains états non contradictoires. Pour l'exprimer, nous devons appliquer des quantificateurs aux propositions. Nous arrivons à l'axiome T4' :
$(Ap)\,(Eq)\,(Er)\,[pT\, (q \wedge -q) \wedge (pTr) \wedge -pT\, (r \wedge -r)]$

Pour que cette stipulation ne trivialise pas le système, il faut à nouveau que nous ajoutions les 4 axiomes modifiés à un calcul propositionnel de Da Costa renforcé selon nos indications, ou à un calcul dérivant d'un des multiples systèmes d'évaluations qui ne confèrent pas à "$(p \wedge -p) \rightarrow q$" le statut de thèse.

Nous avons ainsi mis en rapport les CKP et TL de deux façons, mais l'union n'est pas suffisamment intime pour qu'on puisse parler de dialectique. Nous avons atteint en effet, des logiques pour systèmes temporels contradictoires. Il nous manque toutefois encore une étape essentielle : il n'existe pas de lien entre temps et contradiction.
Il nous faudrait au moins des postulats du type suivant :
1) Si un état p se transforme en un état q, il faut que l'univers passe par un état intermédiaire dans lequel l'état $p \wedge -p$ soit vrai.
2) Si un état $p \wedge -p$ existe, il faut que cet état se transforme en un état q différent de p et différent de $-p$.

Temps implique contradiction, et contradiction implique temps. Des axiomes comme T5 et T6 pourraient exprimer ces intuitions
T5 : $(Ap)\,(pTq) \rightarrow [(pT\, (p \wedge -p) \wedge (p \wedge -p)\, Tq)]$
T6 : $(Ap)\,(p \wedge -p) \rightarrow [(p \wedge -p)\, Tq] \wedge [-(q \rightleftarrows p) \wedge -(q \rightleftarrows -p)]$
L'axiome T6 peut encore être renforcé dans le sens suivant : q implique un r qui est une partie de p, et un s qui est une partie de p, ou bien q implique un r qui est partiellement isomorphe à p, et q implique un s qui est partiellement isomorphe à $-$ p. T6' (= T6 renforcé), est une tentative pour exprimer le concept d'"Aufhebung" dépassement avec conservation partielle). Nous tenons à souligner que les axiomes T5 et T6 peuvent également s'exprimer dans le langage de Rescher-Urquhart :
T5 : $(Ap)\,(Aq)\,[R_t\,(p) \wedge R_{t'}\,(q) \wedge t' > t] \rightarrow (Et'')\, R_{t''}\,(p \wedge -p) \wedge (t < t'' < t')$.
T6 : $(Ap)\,(At)\,(Eq)\,[R_t\,(p \wedge -p) \rightarrow (Et')\, R_{t'}\,(q) \wedge (t' > t) \wedge -(q \rightleftarrows p) \wedge -(q \rightleftarrows -p)]$.

Nos assez longues analyses des calculs propositionnels pour théories contradictoires avaient pour but de montrer que les propositions paradoxales que nous venons d'écrire ne trivialisent pas une théorie. Nous ne voulons pas prétendre que les axiomes T5, T6 et T6' unifient vraiment les CKP et TL. En effet, il serait désirable que nous possédions également des axiomes mettant en relation les types de contradictions avec des types de séquences temporelles (on pourrait ainsi penser à ce que plus complexes soient les termes contradictoires, plus longues soient les séquences qui précèdent leur dissolution, c'à.d. l'apparition de l'état q qui élimine les termes de la contradiction). De même, une CKPTL a besoin d'axiomes sur les rapports entre le temps et les fonctions logiques des contradictions.

Note : C'est dans cette liaison entre logiques temporelles et logiques inconsistantes que se situe, selon nous, la séparation entre Hegel et Marx. Pour un hégélien classique, le temps est une construction à partir de notions purement logiques de conséquence ou de dérivation. Pour un dialecticien marxiste tout au contraire, le temps tout en étant essentiellement lié à la contradiction, n'est pas une construction logique, mais est au contraire fondamental.

Nous ne faisons qu'un premier pas dans la direction qui nous paraît primordiale (la synthèse des logiques temporelles et des logiques non consistantes) mais si nous parvenons à démontrer un jour le théorème "A tout CKP non saturé, il est possible d'adjoindre un TL, d'une façon telle que l'union de ces deux systèmes non plus ne soit pas saturée tandis que (ce qui n'arrive absolument pas dans la seule tentative analogue que nous connaissons (Time, Change and Contradiction de von Wright) des théorèmes analogues à nos T5, T6 et T6' y figurent" alors nous aurons fait un pas en direction d'une logique formelle dialectique proprement marxiste et non hégélienne.

XXIII. Logiques du Changement de Von Wright, Rogowski et Sesic.

Toutefois, nous remettons à plus tard cette étude, pour fixer auparavant notre position par rapport à 3 calculs qui, tous les trois, ont l'intention de développer une logique dialectique : 1) le calcul de Rogowski, 2) le calcul de Von Wright, 3) le calcul de Sesic.

Les idées de Rogowski et de Von Wright sont claires et importantes, celles de Sesic ne permettent pas une compréhension aisée.

1) Von Wright, malgré le titre de son travail, ne lie pas directement temps et contradiction. Il utilise son opérateur T pour définir (p. 23 de "Time, Change and Contradiction) un opérateur N : $Np = (pTp) \vee (-pTp)$ = p aura lieu dans l'avenir immédiat.

Les propriétés sivantes caractérisent N :

1. $N(p \wedge q) \to Np \wedge Nq$
2. $N(p \vee q) \to Np \vee Nq$
3. $N(p \vee -p)$
4. $-N(p \wedge -p)$. (L'axiome anti-dialectique 4 est préservé, on le voit).

Von Wright considère les cas où 3 et pas 4 est satisfait, ainsi que le cas où 4 et pas 2 est satisfait. Il part de totalités spatiales ou temporelles. Si je considère deux propriétés contradictoires (p. ex. être bleu et être vert pour une étoffe, ou être allumé et être étaint pour une lumière) je puis dire qu'une étoffe est à la fois verte et bleue, et la lampe allumée et éteinte sans difficultés, si je sais distinguer d'une façon exacte deux régions de l'étoffe ou deux intervalles de temps qui exemplifient les propriétés incompatibles. Si le passage est continu, toutefois, et si même la plus petite partie de la région (spatiale ou temporelle) présente les deux propriétés je dois ou bien nier 3 ou bien 4. Il nous paraît nécessaire de nier 4. Von Wright le trouve absurde et nie 3 en préservant 4. Nous avons indiqué, dans ce qui précède, 1) qu'il n'est nullement absurde de nier 4, 2) que la négation de 4 entraîne une logique précise et 3) qu'il faut combiner la négation de 4 avec les axiomes fondamentaux sur T.

Dans ce sens, nous trouvons dans le travail de Von Wright un réel encouragement pour la construction d'une logique dialectique, réalisation qui toutefois refuse sa pleine.

2) Rogowski introduit également le temps et essaie, comme Von Wright, de donner expression à l'idée du passage continu du devenir sans interruption. Pour y arriver, il introduit ce qui équivaut a une négation particulière. En effet, considérons les 4 propositions 1) p : p est vrai, 2) $-p$: p est faux, 3) $\vec{p}$: p commence à être vrai, 4) $\overleftarrow{p}$: p cesse d'être vrai. Il est important de comprendre que $p \wedge \overleftarrow{p}$, $-p \wedge \vec{p}$, $p \wedge -\vec{p}$ sont non contradictoires (p peut être vrai et cesser de l'être, p peut être faux et commencer à l'être). On peut introduire $\to$ et $\leftarrow$ à l'aide de matrices ou bien à l'aide de propriétés axiomatiques. Les matrices de Rogowski ont 4 valeurs. Nous croyons qu'elles ne font que constituer une réalisation particulière de sa théorie du devenir. Nous allons donc commencer par un relevé de quelques propriétés importantes de $\to$ et $\leftarrow$.

A. Les opérateurs directionnels et les constantes logiques propositionnnelles.

1) Direction et conjonction

a. $(p \wedge \vec{q}) \to (\overrightarrow{p \wedge q})$ (mais non inversement, puisque $(\overrightarrow{p \wedge q}) \to [(p \wedge \vec{q}) \vee (\vec{p} \wedge q) \vee (\vec{p} \wedge \vec{q})]$. D'autre part chaque terme de la disjonction implique $\overrightarrow{p \wedge q}$.

b. $(\overrightarrow{p \vee q}) \to (\vec{p} \vee \vec{q})$; l'inverse $(\vec{p} \vee \vec{q}) \to (\overrightarrow{p \vee q})$ est également vrai.

De a et b découle que $(\overrightarrow{p \wedge q}) \to (\vec{p} \vee \vec{q})$. Il est important de souligner que $(p \vee \vec{q}) \to (\overrightarrow{p \vee q})$ est faux. Car $p \wedge -\vec{q}$ n'implique pas $\overrightarrow{p \vee q}$ et rend vrai $p \vee \vec{q}$.

c. Des théorèmes analogues valent pour

d. 1) $(\overrightarrow{p \to q}) \to (p \to \vec{q})$

d. 2) $(\overrightarrow{p \to q}) \to (\vec{p} \to \vec{q})$

Il est utile de souligner que $[(p \to \vec{q}) \to (\vec{p} \to \vec{q})]$ ainsi que $[(\vec{p} \to \vec{p}) \to (p \to \vec{q})]$ ne sont pas des théorèmes. Les inverses de d1 et d2 deviennent ainsi fausses.

e. Toutefois, il est clair que les propriétés les plus importantes concernent a) les combinaisons de $\to$, $\leftarrow$ et de la négation, b) les itérations de $\to$ et de $\leftarrow$, c) ainsi que les combinaisons de $\to$ et de $\leftarrow$. Nous allons commencer par un système minimal dont nous allons présenter des variantes par après.

a) $\vec{\vec{p}} \rightleftarrows \vec{p}$ et $\overleftarrow{\overleftarrow{p}} \rightleftarrows \overleftarrow{p}$

b) 1) $\overleftarrow{\vec{p}} \rightleftarrows -\overleftarrow{p}$, 2) $\vec{\overleftarrow{p}} \rightleftarrows -\vec{p}$

De a découle que $(p \wedge -\vec{p}) \to (\overrightarrow{p \wedge -p})$. Inversement de $(\overrightarrow{p \wedge -p})$ découle $[\vec{p} \vee -\vec{p} \vee (\vec{p} \wedge -\vec{p})]$.

c) $-(\vec{p}) \to [p \vee -p \vee \overleftarrow{p}],\ -(\overleftarrow{p}) \to [p \vee -p \vee \vec{p}]$

d) Des options précédentes découle la signification de $\overset{\rightleftarrows}{p}$.

En effet, si $\overleftarrow{p}$ commence, $-(\overleftarrow{p})$ cesse. Donc $\overleftarrow{-(\overleftarrow{p})}$. En y insérant la valeur de $-(\overleftarrow{p})$, nous obtenons : $p \vee -p \vee \vec{p}$. Par les propriétés de la disjonction, nous avons $\overleftarrow{p} \vee -\overleftarrow{p} \vee \overset{\rightrightarrows}{p}$. Un énoncé analogue suit pour $\rightleftarrows$ (en sens inverse).

Si nous décidons que $\overset{\rightleftarrows}{p}$ exclut $\rightleftarrows$ nous obtenons une réduction des expressions à deux directions aux expressions à une direction. Nous avons encore une autre façon pour résoudre les problèmes des itérations. Nous pourrions en effet représenter $\vec{p}$ par $-p\,Tp$ et $\overleftarrow{p}$ par $pT-p$ (combinant Von Wright et Rogowski). Dans ce cas, par exemple :

$(\vec{p} \wedge \overleftarrow{q}) \rightleftarrows [(-p\,Tp) \wedge (qT-q)] \rightleftarrows (-p \wedge q)\,T\,(p \wedge -q)$

Puisque $(-p \wedge q) \to -(p \wedge -q)$, nous déduisons $\overrightarrow{p \wedge -q}$. Le théorème devient $(\vec{p} \wedge \overleftarrow{q}) \to (\overrightarrow{p \wedge -q})$.

Appliquons cela à $\overleftarrow{p}$, et nous obtenons : $-(pT-p)\,T\,(pT-p)$.

Donc : $\overrightarrow{pT-p}$ et finalement $\overleftarrow{p} : (\overset{\leftleftarrows}{p}) \to (\overleftarrow{p})$.

$\overset{\rightrightarrows}{p}$ deviendrait $-[-pTp]\,T\,[-pTp]$. Ce système minimal n'est toutefois pas le système de Rogowski. Nous croyons pouvoir définir une infinité de systèmes directionnels à partir de ce point de départ.

1) Tout d'abord, nous pouvons distinguer $\overset{\rightrightarrows}{p}$ de $\vec{p}$. Nous obtenons une infinité d'expressions distinctes ou, au contraire, seulement une séquence finie. Par exemple, nous pourrions distinguer $\overset{\rightrightarrows}{p}$ de , $\vec{p}$ mais identifier $\overset{\rightrightarrows}{\vec{p}}$ et $\overset{\rightrightarrows}{p}$. Si nous écrivons $\overset{\rightrightarrows}{\vec{p}}$ comme $\vec{p}^{\,3}$, nous avons autant de systèmes différents que nous avons de valeurs pour n dans $p^{n+1} \rightleftarrows \vec{p}^{\,n}$ tandis que pour tous les i, $p^n \not\rightleftarrows p^{n-i}$ $(i \leqslant n-1)$. Il serait naturel d'adopter l'hypothèse que $p^m \to p^n$ (pour $m > n$) tandis que $(p^m \to p^n)$ pour $m \leqslant n$.

2) On peut aussi introduire des systèmes cycliques, dans lesquels à partir d'une valeur r, $p^{+r} \to p^{-s}$ (si $\to$ correspond à $+$, et $\leftarrow$ à $-$). Ces systèmes cycliques appartiennent à la classe des systèmes qui ne réduisent pas les itérations directionnelles aux cas simples

3) Finalement toutefois, les variantes les plus importantes concernent les rapports entre les $\to$ et $\leftarrow$ et la contradiction $p \wedge -p$.

Nous pouvons distinguer les vérités stables : $p \wedge -(\vec{p}) \wedge -(\overleftarrow{p})$, ou autrement dit $p \wedge -(\overrightarrow{-p}) \wedge -(\overleftarrow{-p})$, des vérités instables: $p \wedge \overrightarrow{-p}$ (1) ou $p \wedge \overleftarrow{-p}$ (2).

Pour mettre en exergue les contradictions nous pouvons écrire ces cas instables comme suit :

$p \wedge (\overrightarrow{p \wedge -p})$ ou $p \wedge (\overleftarrow{p \wedge -p})$. Les cas stables seront alors $p \wedge -[p \wedge -\vec{p}] \wedge -[p \wedge -\overleftarrow{p}]$.

Nous pouvons distinguer une infinité de degrés de stabilité (correspondant aux dérivées de l'analyse usuelle, pratiquée en mécanique).

En effet, p peut être stable, mais cette stabilité peut commencer ou cesser. Ce qui veut dire que nous avons soit :

$p \wedge \overrightarrow{-(p \wedge -\overset{\rightrightarrows}{p}) \wedge -(p \wedge -\overleftarrow{p})}$, soit $p \wedge \overleftarrow{-(p \wedge -\vec{p}) \wedge -(p \wedge -\overleftarrow{p})}$.

Cette stabilité débutante ou finissante peut elle-même être stable ou instable. Dans le premier cas par exemple nous avons :

$p \wedge \overrightarrow{-(p \wedge -\vec{p}) \wedge -(p \wedge -\overleftarrow{p})}$ (= énoncé SD) $\wedge -(SD \wedge \overrightarrow{SD}) \wedge -(SD \wedge \overleftarrow{SD})$.

La propriété dialectique du système peut s'exprimer d'une infinité de façons non équivalentes :

1) Toute proposition est instable au premier degré

2) Toute proposition est instable au n-ième degré

3) Toute proposition implique une proposition instable au r-ième degré.

4) Toute proposition contradictoire est instable.

Rogowski introduit l'idée importante selon laquelle il faut définir des constantes logiques particulières par des conditions concernant la stabilité ou l'instabilité des termes sur lesquels porte la constante logique. Mais il se limite à une opération spéciale : la conjonction. En outre, il ne distingue pas tous les niveaux de stabilité et d'instabilité et n'impose pas les axiomes spécifiquement dialectiques que nous venons de mentionner.

Nous proposons d'introduire dans le calcul combiné CKPLT les opérateurs directionnels de Rogowski et de développer une multiplicité de calculs directionnels divergents, Le choix entre ces multiples possibilités ne pourra se faire qu'en étudiant les régions particulières du réel auxquelles la dialectique devra s'appliquer.

Le calcul de Rogowski, qui se propose pour but explicite de formaliser une partie de la dialectique hégélienne (et non de la dialectique marxiste) est admirable par sa souplesse et sa profondeur. Si nous voulons l'utiliser pour atteindre les lois marxistes toutefois a) comme nous l'avons déjà dit (et nous croyons même que ces remarques sont nécessaires pour arriver au niveau de Hegel lui-même) il faut au moins developper les notions directionnelles à l'intérieur d'un calcul inconsistant, b) direction et contradiction doivent être plus explicitement liées (sans perdre la non saturation) et c) last but not least : la niveau de l'action doit être atteint (entièrement absent ici). Même si ces trois résultats étaient obtenus, nous devrions toujours nous rappeler que seules des séquences infinies de théories pourraient être des modèles de développements dialectiques et jamais des théories closes.

Nous devons dans cette perspective renoncer à la discussion de Rogowski qui revient à caractériser le calcul directionnel par une matrice unique à 4 valeurs. Pour pouvoir distinguer tous les degrés de stabilité, nous aurons besoin de matrices ayant une infinité de valeurs (analogue à celui du calcul intuitioniste).

3) Après ces considérations concernant Rogowski, nous pouvons être brefs concernant les travaux de Bogdan V. Sesic. La logique du changement de Sesic n'est qu'une continuation de celle de Rogowski, qui ne mentionne pas ses véritables origines. Il introduit, mais sans en donner une définition précise, la notion de contradiction réelle. Selon nous, il aurait été préférable, si on veut atteindre cette notion à l'intérieur de systèmes du type Rogowski, d'étudier des expressions analogues aux suivantes.

(Ax 1) $(p \to \overleftarrow{q}) \wedge (q \to \overleftarrow{p}) \wedge (q \to \overrightarrow{p}) \wedge (p \to \vec{q})$

(Ax 2) $(P(a) \to \overleftarrow{Q(b)}) \wedge (Q(b) \to \overleftarrow{P(a)}) \wedge (Q(b) \to \bar{P}(\overrightarrow{a})) \wedge (P(a) \to \overrightarrow{Q(b)})$.

XXIV. Le passage d'un calcul inconsistent à un autre calcul inconsistent.

Nous devons maintenant passer au niveau métalinguistique. En effet, nous n'avons pas encore de dialectique si nous n'avons pas de systèmes en devenir. Or, les axiomatiques étudiées jusqu'à maintenant ont pour objet un monde contradictoire en devenir, mais ne sont pas en développement elles-mêmes.

Considérons une théorie T. Supposons que cette théorie soit inconsistente. Nous supposons que T soit insérée dans une logique

CKP qui empêche les contradictions de trivialiser le système dans lequel elles figurent. Le problème est de savoir comment la présence de la contradiction va modifier T. Dans "Hypothetical Reasoning", Nicholas Rescher examine comment on peut passer d'une théorie contradictoire à une théorie non contradictoire. Il faudra dans ce cas considérer $T - \{k\}$: la théorie sans ses contradictions.

De $T - \{k\}$, k ne peut plus être déductible. En général toutefois, il y aura beaucoup de sous-ensembles de T, qui soient différents, ne comportant pas k. Supposons qu'on puisse énumérer ces sous-ensembles de T comme T1, T2 ... Tn.

Si T comporte plusieurs contradictions, nous pouvons considérer un T–(k) défini comme suit : les théories Tj qui ne comportent plus toutes les contradictions de T, mais qui en comportent encore quelques unes, et d'autre part les théories Ti qui ne comportent plus les contradictions des T. Nicholas Rescher ne considère que le cas des $T-\{k\}$ totalement non contradictoires. Nous croyons que précisément l'extension de ses idées au cas des $T-\{k\}$ encore contradictoires jusqu'à un certain degré est utile pour définir les séquences dialectiques de théories. Nous supposons que les Ti et les Tj comme T, soient des systèmes déductifs (c'est-à-dire : comportent leurs conséquences comme éléments : $Cn\ (Ti) \subset Ti$). Le problème de Rescher est de définir un ordre de préférence sur les Ti de façon à ce que T se transforme en tel Ti occupant un maximum sur cet ordre de préférence. Notre problème est une généralisation du sien, tenant aussi compte des Tj.

XXV. Les Déterminants du Passage.

Nous formulons l'hypothèse selon laquelle notre ordre de préférence dépendra des variables stratégiques suivantes :

1. De la forme de chaque k : k peut avoir la forme $p \wedge - p$, ou $(p \wedge q) \wedge - (p \wedge q)$ ou $(p \wedge q) \wedge (- p \wedge q)$. Nous nous référons, à nos classifications précédemment décrites
2. Des autres contradictions présentes en T
3. Des autres contradictions présentes en Tj.

4. Des parties constitutives des k, encore présentés dans les Tj.
5. De l'ensemble des démonstrations possibles de k présentés dans T, ainsi que des démonstrations possibles en Tj.
6. De l'ensemble des démonstrations possibles de T dans lesquelles soit p, soit — p, soit k, figure, comparé à l'ensemble des démonstrations possibles de Tj dans lesquelles figure soit p, soit — p.
7. De la probabilité des énoncés de Tj, comparée à la probabilité des énoncés des autres Tj.
8. Un facteur pragmatique et, dans ce sens, essentiellement différent des 7 facteurs mentionnés jusqu'à maintenant, est le suivant : les systèmes qui dans le temps ont précédé et produit le système T dans lequel k figure.
9. Jusqu'à maintenant, nous n'avons considéré que des sous-ensembles de T. Nous croyons qu'il faut généraliser ce point de vue : il faut considérer aussi les extensions de T, les Te dans lesquelles k ne figure pas Ce dernier point est très important puisqu'en général toute élimination d'une proposition forte doit être compensée par l'adjonction de propositions d'une force égale ou supérieure.

Nous avons ainsi présenté une liste des *facteurs* qui déterminent comment une contradiction est éliminée d'un système théorique. Mais nous n'avons pas indiqué *comment* ces facteurs déterminent l'ordre de préférence.

Avant de procéder à cette tâche, nous avons besoin d'une généralisation de la notion de sous-ensemble maximal. Quand nous passons d'un T inconsistent à un Ti consistant, nous pouvons l'appeler maximal si pour tout p, tel que — ($p \in$ Ti), Ti $\cup \{p\}$ est inconsistent. Si nous passons d'un T inconsistent à un Tj inconsistent, nous pouvons considérer les contradictions de Tj, différentes de celles de k, les relations entre ces contradictions, les relations entre contradictions et les non-contradictions. Nous pouvons appeler un Tj maximal si, pour tout p, — ($p \in$ Tj), Ti $\cup$ (p) a comme conséquence a) un k' contradictoire, différent de toute contradiction de T, b) une implication entre contradictions de T, non présente en T, c) une implication menant d'un énoncé de T vers une contradiction de T, non encore présente en T. Un Tj est faiblement maximal, si pour tout p, — ($p \in$ Ti), Ti $\cup \{p\}$ implique une contradiction plus forte que les contradictions de T. Une contradictionk_1 est plus forte qu'une contradiction k_2 si a) ou bien $k_1 \rightarrow k_2$ (et non inversement), b) ou bien $k_i \rightarrow Cn_1$ et $k_2 \rightarrow Cn_2$ et $Cn_1 > Cn_2$. (où > est à interpréter). Ces généralisations de la notion de sous-ensemble maximal de T, ne contenant pas k, peuvent également être utiles dans la description de la façon suivant laquelle nous éliminons k.

XXVI. Le Passage dialectique.

Nous appelons un développement de T dialectique si
1. Il élimine la (ou les) contradiction(s) k, la plus forte de T.
2. En passant d'un T inconsistent vers un Tj inconsistent
3. D'une façon telle que la relation entre T et Tj est analogue à la relation entre T—1 et T (notion pragmatique liée au temps).
4. Tj n'étant pas un sous-ensemble de T mais un sous-ensemble d'une extension de T, Te
5. Tj contenant des propositions et des démonstrations dont les distances par rapport aux propositions et démonstrations de T sont en moyenne minimales en comparaison, avec celles des Tj' également possibles à partir de T, en écartant k pareillement.

Il faut remarquer que nous prenons ces distances par rapport aux démonstrations possibles dans toutes les axiomatisations possibles de T et non pas par rapport à une axiomatisation contingente particulière.
6. Plus particulièrement, Tj doit contenir l'intersection la plus grande possible (sans contenir k), avec les séquences de démonstrations menant vers des parties de k, et avec les séquences de démonstrations partant de parties de k.
7. Tj doit être faiblement maximal.
8. Comme conditions négatives nous stipulons a) que Tj ne peut pas être simplement la somme des conséquences qui découlent de chaque Tj ne contenant pas k, b) ni la disjonction des conséquences de tous les Tj possibles ne contenant pas k.

Note : Historiquement, le lecteur qui voudra bien consulter Hegel (Logik) ou Marx, pourra vérifier que les conditions que nous proposons au passage d'une théorie contradictoire T vers une autre théorie contradictoire Tj dérivent de l'idée de dépassement dialectique avec conservation, ayant pour but a) de préserver au maximum l'acquis de T et b) de tendre asymptotiquement vers une théorie finale cohérente jamais atteinte.

La véritable solution du problème essentiel résolu hâtivement dans ce passage serait la déduction des exigences que nous formulons ici, à partir de définitions de développement dialectiques présentes dans certains des langages—objet appartenant aux séquences étudiées ici, et réfléchissant les descriptions verbales des classiques.

Comme nous le disons dans notre introduction (et comme nous allons le répéter dans les thèses qui suivent) : le développement des logiques paraconsistentes des dernières dix années a d'une part, montré la fausseté des raisons qui ont fait rejeter la dialectique par la logique classique mais risque de mener à une nouvelle falsification, qui consisterait à se tenir trop vite pour satisfait et à appeler dialectique quelque chose qui n'a qu'une lointaine ressemblance avec celle-ci. Notre but est de montrer que les moyens logiques actuellement à notre disposition nous permettent de commencer un travail, qu'on a cru impossible pendant un siècle, mais qui n'en est qu'à ses premiers essais. Nous croyons en la validité de nos méthodes et en la nécessité de notre programme et c'est pour cette raison que nous mettons en avant une séquence d'esquisses dont chacune reste inachevée mais qui toutes ensembles doivent être réalisées pour que le but qu'on se propose d'atteindre ne soit pas à nouveau raté.

XXVII. Problèmes Irrésolus

Nous ne prétendons pas que les remarques qui précèdent donnent une théorie satisfaisante du développement dialectique d'une théorie. Nous ne pouvons encore y parvenir au moment présent. Même le problème bien moins complexe du passage d'une théorie incohérente vers une théorie cohérente n'a pas encore trouvé de solution satisfaisante.

Nous espérons que des travaux futurs donneront des informations plus complètes et plus claires.

Ce qui précède suffit toutefois pour nous faire comprendre que *la logique dialectique est la théorie du développement dialectique de logiques temporelles inconsistantes non triviales.* Le pas suivant qui reste à franchir est la fusion plus intime des règles métalogiques du développement avec les axiomes des logiques temporelles inconsistantes et non triviales elles-mêmes.

Nous pourrions ainsi, par exemple, considérer des logiques de l'assertion appliquées aux théories contradictoires et nous pourrions demander, que des relations d'isomorphie ou d'isomorphie partielles existent entre les développements à l'intérieur d'une théorie et les développements menant d'une théorie à une autre (exprimées par des séquences successives d'assertions).

Et même si tout ce travail était fait, nous n'aurions encore considéré que le calcul propositionnel et les opérations qu'on peut y définir. Or, il faut également considérer le calcul des fonctions et le calcul des relations. Notre tentative de formaliser une partie du "Capital de Karl Marx nous a en effet montré le point d'aboutissement auquel nous devrions arriver : a) *nous devrions combiner un calcul de l'action avec une logique inconsistente non triviale temporalisée* (cette tâche ne serait pas trop difficile : elle pourrait suivre les méthodes utilisées pour combiner un calcul temporel avec une logique de l'inconsistence) et b) *nous devrions par la suite combiner ce calcul de l'action intégré avec une logique de l'inconsistence avec un calcul des fonctions.*

XXVIII. Conclusion

C'est ainsi qu'à partir d'un point de départ tout à fait abstrait (la théorie des logiques pour théories contradictoires) nous pourrons un jour rejoindre la dialectique concrète du "Capital".

Arrivés ici, nous achevons provisoirement ce travail. Le lecteur aura compris qu'il suit un chemin indiqué plusieurs fois par Marx lui-même a) d'un côté nous montons du concret vers l'abstrait (analyse du "Capital") et b) d'autre part nous descendons de l'abstrait vers le concret. Nous n'avons pas pu fermer le cercle mais nous avons pu montrer comment il pourra se fermer dans l'avenir, tout en faisant quelques procès, nous l'espérons, et dans l'analyse du "Capital", et dans la logique formelle du temps et de la contradiction.

Pour exprimer clairement ce que nous considérons comme essentiel en vue du développement futur d'une logique dialectique, et pour essayer d'exercer quelque influence sur le développement de cette partie de la logique, dont les succès récents risquent de l'empêcher de sous-estimer les difficultés qui restent à vaincre et de l'empêcher de se diriger vers une conception de "logique dialectique", qui n'atteint pas la réalité d'une théorie du développement conflictuel, nous allons résumer nos intentions en douze thèses qui montreront, nous l'espérons dans quel sens nous croyons que la recherche devra s'orienter dans ce domaine.

XXIX. Thèses concernant le Développement Futur de la Logique Dialectique

1. Thèse I. La logique dialectique doit être au moins la formulation précise de ce que les grands dialecticiens Hegel, et Marx ont réellement fait. C'est pourquoi nous nous sommes concentré sur cet aspect de la question, tout en indiquant que des développements beaucoup plus simples doivent suivre

2. Thèse II. Il faut toutefois indiquer clairement la signification sociale de la lutte idéologique contemporaine autour d'une logique dialectique. Cette signification sociale se révèle à la fois par l'attitude de ceux qui combattent la possibilité d'une logique dialectique et par l'attitude de ceux qui la défendent. Les adversaires viennent de droite et de gauche, comme les défenseurs d'ailleurs. Cette signification sociale ne peut être analysée complètement ici, mais nous en indiquons quelques dimensions : a) la dialectique a été utilisée de façon complètement arbitraire par

un opportunisme politique. Il faut ou bien démontrer qu'elle n'existe pas et dépriver ses utilisateurs de cette arme pernicieuse (le "double talk") ou bien démontrer qu'elle existe d'une façon précise et ainsi dépasser le niveau de l'opportunisme pour obliger ses tenants à déduire de l'idée de dialectique une action précise et contraignante, b) la dialectique s'est de façon complètement non dialectique, immobilisée depuis Hegel et Marx. Il faut la mobiliser à nouveau en la contraignant à fusionner avec ce qui, à première vue, est son opposé parfait : la logique formelle. Par l'union de ses deux contraires à la fois l'aliénation de la logique (qui a abandonné l'analyse réelle de la preuve réelle) et l'aliénation de la dialectique (qui a abandonné l'analyse réelle du processus réel) peut être dépassée, c) si la dialectique a une vérité objective, il est possible de retrouver la forme historique qu'elle a prise depuis Hegel et Marx à partir de points de vue complètement différents qui à la fin rejoignent ceux de Hegel et Marx, mais ne leur doivent rien. Le développement d'une logique dialectique est un instrument d'une pareille entreprise, d) la dialectique, ne se précisant pas, s'est posée comme unique. Or il existe une multiplicité de formes dialectiques (nous pensons par exemple à une dialectique en éventail opposée à la dialectique linéaire, à une dialectique contingente ou même probabiliste opposée à une dialectique modale nécessaire).

3. Thèse III. Les sciences, à chaque moment de leur développement sont des systèmes incomplets et inconsistents. La forme de leur développement est partiellement déterminée par les formes de leur inconsistence et de leur incomplétude, car ces mêmes sciences, toujours de fait incomplètes et inconsistentes tendent vers la complétude et la consistence de droit asymptotiquement, et sont par l'interaction de ces deux forces, constamment en devenir. Si une science de la science est possible, il faut qu'aux différents moments du développement de ces sciences une image de leurs stades successifs, et du vecteur de leur développement, soit formée et projetée sur le state actualisé à ces moments là. C'est ce que nous appelons la dialectique formelle subjective qui entre comme facteur subordonné dans la causalité du développement elle-même. Une formalisation de la théorie post-Kuhnienne du développement des systèmes scientifiques est une des sources d'une logique dialectique. Or, la logique aussi est une science en développement,

qui connait une histoire et qui consiste en un déploiement historique des différents modèles de la preuve et du raisonnement correct en général. Cette logique, si elle prend conscience d'elle-même doit s'unifier avec la méthodologie des sciences, à la fois formelle et historique, que nous venons d'esquisser. D'autre part, la réalité à chaque moment de son développement est elle même radicalement temporalisée. Nous ne pouvons pas, sans définitions précises et générales de ce que sont des *conflits*, des *oppositions entre processus réels* affirmer que tous les développements réels se font par une dynamique (bien plus complexe que la simple négation de la négation) de ces oppositions et de ces conflits. Toutefois, ou bien nous sommes idéalistes et alors le dynamisme de la pensée dont seule la logique dialectique (comme nous venons de le voir) essaie de montrer la structure, est simultanément une ontologie, ou bien nous sommes réalistes et alors, *si la connaissance est possible*, le réel doit se dévoiler partiellement par la succession des systèmes scientifiques inconsistants et incomplets, tendant vers la cohérence et la consistence. Seule une théorie réaliste de la dynamique des oppositions et des confits peut alors montrer cette isomorphie entre les lois de développement de la science (dialectique subjective) et les lois de développement de la réalité (dialectique objective). Notre point de vue est réaliste et nous croyons donc (nous l'expliciterons dans une des thèses suivantes) qu'une théorie dialectique des systèmes doit fournir une sémantique adéquate à la théorie dialectique du développement des *théories* scientifiques (Voir Thèse XII).

4. Thèse IV. La logique dialectique n'est féconde que dans la mesure où elle se sait être un reflet toujours incomplet et partiel d'un développement plus global, d'une image toujours seulement partielle et partiale d'une réalité fondamentalement inachevée et se transformant sous les yeux du contemplateur-acteur.

5. Thèse V. Nous pouvons exprimer un système formel sous un angle syntaxique, l'axiomatisant et donnant des preuves de non-saturation; nous pouvons l'examiner sous un angle sémantique et nous pouvons l'examiner sous un angle pragmatique. Il faut introduire l'idée dialectique à la fois en syntaxe, en sémantique et en pragmatique. Nous commençons par le point de vue syntaxique, qui est le mieux connu et qui, historiquement a été adopté avant les autres, même si systématiquement, il doit venir en dernier lieu.

6. Thèse VI. Il existe des calculs propositionnels dans lesquels on peut affirmer une contradiction, sans que ces calculs propositionnels deviennent pour cela triviaux, c'est à dire sans que ces calculs propositionnels admettent la démonstration de chacune de leur formules bien formées comme thèses. Cette famille est infinie. Elle est explorée, par l'école de Da Costa au Brésil, par l'ecole de Jaskowski en Pologne et par celle de Routley en Australie. Ces calculs propositionnels contradictoires non saturés (non triviaux) permettent la démonstration d'un nombre plus ou moins grand de thèses du calcul propositionnel classique ou d'un calcul propositionnel non classique et non dialectique préexistant. L'école de logique dialectique *Brésilienne* a comme but de développer les C1—Cw qui a) ne se trivialisent pas par contradiction et b) qui contiennent une partie aussi large que possible du calcul propositionnel classique. L'école de logique dialectique Australienne et Néo-Zélandaise a comme but de développer des *logiques dialectiques relevantes* qui contiennent des fragments aussi riches que possibles des systèmes de l'implication relevante d'Anderson-Belnap sans se trivialiser par l'addition d'une contradiction. Nous sommes d'avis que ces calculs propositionnels contradictoires non saturés que nous appelons *CPK constituent les conditions nécessaires indispensables d'une logique dialectique mais ne peuvent être appelées elles-mêmes dialectiques.* On peut y ajouter une seule ou une infinité de contradictions comme thèses. Mais on ne peut pas voir pourquoi et de quelle façon on devrait à partir de ces axiomatiques affirmer une contradiction et, comment on parvient à la dépasser. Or nous devons, en logique dialectique toujours définir, à partir des bases du système, quelles contradictions sont admissibles, et quelles contradictions ne le sont *pas*, et nous devons *dynamiser la nécessité et la possibilité du* dépassement de chaque contradiction. Ces logiques inconsistantes non triviales sont statiques et non dynamiques d'une part, et ne contiennent la contradiction que de façon externe, et non interne d'autre part. Enfin, personnellement, pour des raisons exposées ailleurs, nous ne pouvons considérer *ni l'implication classique, ni*

l'implication Andersonienne comme point de départ d'une théorie adéquate de la déduction. On pourra juger de nos raisons en lisant "In Memoriam Samuel Issmann, d'une logique formelle syntaxique à une logique formelle pragmatique" (par L. Apostel, Logique et Analyse, 1977). Il faut donc développer des CP'K nouveaux qui obtiennent les résultats de Da Costa et Neruda-Jaskowski et de Routley-Meyer à partir de calculs propositionnels plus adéquats à notre notion de "conséquence naturelle". Nous appelons ces systèmes encore statiques et externes, du point de vue dialectique parce que, si la négation est autrement interprétée, les autres connectifs logiques ne sont pas touchés par l'intuition dialectique et parce que les systèmes ne se combinent pas avec le temps. Avant de procéder à une combinaison des CP'K avec le temps, il est cependant possible de réfléchir à la forme et la structure de CP'KI, dans lesquels a) les constantes leogiquc" comme l'implication, la conjonction et la disjonction ne sont pas seulement plus naturels et adéquats que dans les CP'K (qui déjà cependant englobent une notion de "conséquence" plus adéquate), mais encore se définissent elles mêmes dialectiquement, b) dans lesquels des contradictions *spécifiques* se démontrent à partir des bases du système sans être ajoutées ad hoc et c) dans lesquels les formes de transformation du système à la suite de la démonstration des contradictions sont explicitées. Cette dernière condition dépasse déjà le niveau des CP'KI statiques mais les deux premières conditions, bienque non encore réalisées dans un formalisme connu, ne dépassent pas ces limites.

Pour récapituler a) nous possédons les CPKC de Da Costa-Andrade sur base d'une implication classique, b) nous possédons des CPKR de Routley-Meyer sur base d'une implication relevante, c) nous pouvons concevoir des CP'KN sur la base d'implications plus naturelles (nous pensons à celles d'Issmann ou de Batens, ou à certaines travaux personnels non publiés), d) nous pouvons concevoir, mais moins clairement, des CPKNI, dans lesquels les contradictions ne sont pas ajoutées seulement ad hoc et dans lesquels le caractère dialectique se manifeste aussi bien dans les propriétés de l'implication, de la disjonction et de la conjonction que dans celles de la négation.

7. Thèse VII. Une fois une logique inconsistante non saturée à notre disposition, nous devons la combiner avec une logique temporelle. Dans Urquhart et Rescher "Temporal Logics" et dans A. Prior "Past, Present and Future" nous trouvons un large réservoir de logiques temporelles propositionnelles. Si nous appelons une logique temporelle propositionnelle CPT, nous affirmons qu'il est aisé d'introduire dans un calcul de Da Costa-Arruda ou de ROutley-Meyer, les opérateurs temporels Rt (est réalisé au moment t) de Łoś, ou P et F (passé et futur) de Prior.) Notre thèse VIIa est la suivante: tout calcul C1-Cw ou DL Routley) peut être enrichi de Rt et de P et F avec des axiomes faiblement modifiés de façon à produire un DIT ou un CPKI : une logique dialectique temporalisée (continuation de Routley-Meyer) ou une logique paraconsistante temporalisée (continuation de Da Costa-Arruda). VIIb. En second lieu, si DLT et CPKT sont des extensions non saturées et immédiates de l'union de PL ou CPK avec DT ou CPT, il est également possible de temporaliser CPKN en CP'KTN. Si VII a s'infère aisément à partir des textes publiés, VIIb ne pourra être évalué que dès le moment où CP'KN sera mieux défini qu'il ne l'est pour l'instant. Par rapport aux logiques inconsistantes temporalisées, nous devons faire le même remarque que par rapport aux logiques inconsistantes non temporalisées : la temporalisation commence par être externe, mais doit aboutir a être interne. Elle est interne, dans la mesure ou a) entre contradiction et temps une relation est introduite (exigeant par exemple que toute transformation se fait par l'intermédiaire d'une contradiction, ou que quelques transformations ont cette propriété, ou que toute contradiction entraine une transformation) et b) dans la mesure où les constantes logiques elles-mêmes se définissent — ce qui n'est jamais le cas jusqu'à maintenant, dans les calculs temporels — à l'aide du temps. La négation temporalisée pourrait par exemple se lire comme suit : au moment t1, p est considéré et au moment t1+n, p est nié. Nous distinguons ainsi une CP'KNTW (une logique propositionnelle naturelle contradictoire faiblement temporalisée) d'une logique propositionnelle naturelle contradictoire fortement temporalisée (CP'KNTS). Les langages de la première famille bienque ne connaissant pas encore un plein développement sont manifestement faciles à construire; les langages de la seconde famille ne sont même pas encore esquissés. Henryk Von Wright donne un exemple de CPKTW.

8. Thèse VIII. Une fois qu'on a considéré la temporalisation des logiques paraconsistantes, l'idée générale de combiner les CPK avec des opérateurs modaux est devenue une possibilité et même une nécessité évidente. Les opérateurs suivants peuvent être introduits : a) on peut ajouter à un CPK (quelle que soit sa nature : le lecteur sait maintenant que même ce point de départ est multiple) des *modalités aléthiques :* le possible et le nécessaire. Kotas et Da Costa ont déjà travaillé dans ce sens, b) on peut ajouter à un CPK des *modalités déontiques* : obligatoire et permis, c) on peut ajouter à un CPK l'opérateur praxeologique de Chisholm, visant à exprimer la relation fin- moyen), dont nous avons fait grand usage dans le traitement du "Capital", d) on peut ajouter à un CPK des opérateurs épistémiques, doxastiques et assertionnels. Notre thèse VIIIa est la suivante : si un CPK est non saturé, un CPKD (déontique), un CPKE (doxastique et épistémique), un CPKM (praxiologique), un CPKS (assertionnel) et un CPKA (avec modalités aléthiques) n'est pas non plus saturé si les axiomes usuels de ces calculs sont combinés avec les systèmes de Da Costa et de Routley. Le lecteur, après lecture de cette thèse VIIIa pourra deviner ce que sera notre thèse VIIIb. L'adjonction externe de contradictions à ces logiques ne peut avoir une signification dialectique véritable. L'adjonction interne prendra les formes suivantes (dans quelques uns des différents cas envisagés : 1) *praxiologique :* un agent qui vise un but implique nécessairement à la fois un contre agent visant la négation de ce but et en lui-même provoque nécessairement une tendance à l'élimination du but qu'il poursuit. En outre : une but n'est visé que dans la mesure ou une contradiction existe dans les situations dans lesquelles ce but n'est pas atteint. Cette union interne de calcul M avec le calcul CPK n'est nulle part présente. Nous l'appelons CPKMI 2) *épistémique :* ici encore différentes situations peuvent se produire : ou bien nous pouvons introduire des axiomes *faibles* (si s croit que p alors x croit à la possibilité de non p, ou — variante — il existe un y qui croit en non p) ou des axiomes plus *forts* : si x croit que p, il existe toujours un q tel que x croit q et que ce même x croit non q, ou si, on veut mettre en rapport l'ontologique et l'épistémique, ce n'est qu'à la suite d'une contradiction reelle qu'un x prend conscience de quoique ce soit. Ici le temps devrait s'introduire presque nécessairement (un CPKEI tend vers un CPKTEI), 3) tandis qu'en

dialectique classique une contradiction produit toujours des possibilités et des nécessités et qu'il est absurde d'y parler de nécessité ou de possibilité sans qu'on fonde ces notions sur des contradictions, il faut reconnaître que les modalisations qui ont été ajoutées aux systèmes de Da Costa n'ont pas cette propriété CPKAI devrait avoir des thèses comme : Si p. — p, alors il est possible que — (p ∧ — p), et si p est faux et possible, il existe une proposition q, telle que q ∧ — q est vrai, et telle que (— p ∧ Poss p) implique (q ∧ — q)., c) *déontique :* on peut fonder un devoir sur une contradiction ou déduire d'un devoir une contradiction, et on peut le faire pour des devoirs de différents types. En particulier, *on peut considérer l'assertion comme une action et on peut à la fois introduire l'axiome qu'il existe des assertions contradictoires et qu'il est obligatoire d'eliminer ces assertions contradictoires*
Nous n'aillons pas donner d'autres exemples de systèmes de cette famille. La thèse VIIIb affirme la possibilité et la nécessité de la construction de ces systèmes. Nous voulons seulement ajouter deux remarques a) toute dialectique réaliste trouvera naturelle de considérer le système CPKTM : une logique propositionnelle contradictoire non saturée avec temporalisation et présence des opérateurs praxéologiques C'est en effet dans un système de cette espèce que nous avons voulu insérer la partie du "Capital" que nous avons envisagée, b) toute logique dialectique trouvera naturelle de combiner toutes les logiques modales envisagées avec une logique temporelle contradictoire, c) en fait nous avons besoin, pour toute formalisation sérieuse de la dialectique Marxiste ou Hégelienne, de l'union de toutes ces extensions. Le problème de la non saturation et de l'axiomatisation précise de cette union est encore entièrement ouvert.

9. Thèse IX. Jusqu'à maintenant, nous nous sommes entièrement cantonnés dans le domaine du développement dialectique des calculs propositionnels. Or, nous ne pouvons en rester là :
IXa : Da Costa et d'autres ont montré, suivis par Thomason, qu'on peut introduire un CFK. Un calcul fonctionnel dans lequel un objet a possède et ne possède pas une propriété P (ou possède à la fois la propriété P et la propriété opposée) est non saturé, si et dans la mesure ou on enrichit le CPK dont on part à l'aide d'axiomes convenables concernant les quantificateurs d'une part, et

les deux négations différentes d'autre part (négation d'une proposition et négation d'un prédicat). Les calculs fonctionnels d'ordre supérieur n'ont pas encore été considérés, mais doivent l'être. Il est tout de suite possible de distinguer plusieures significations pour l'énoncé "L'objet c possède à la fois la propriété P et la propriété Q, opposée à P", a) une partie de c possède P, et l'autre Q, b) les deux parties ne sont pas fermement séparables l'une de l'autre et la première condition est satisfaite, c) par rapport à différents objets oj, oj possède P et Q, d) à différents moments, il en est ainsi et e) quant à la condition b aussi bien que quant à c, les référents ne sont pas clairement séparables.

IXb : si un calcul fonctionnel contradictoire non saturé est possible, un calcul relationnel contradictoire non saturé est également possible.

IXc : Tous les enrichissements temporels et modaux que nous avons apportés aux calculs propositionnels, peuvent aussi se combiner avec les calculs fonctionnels.

Note importante : nous pourrions dire que notre formalisation du "Capital", si un nom ausi pompeux peut être donné à un résultat aussi minime, se situe exactement dans $CKF^{n}NIMI$: un calcul fonctionnel (comportant des relations) contradictoire, avec implication naturelle, temporalisation, et modalités praxiologiques, les temporalisations et les modalités étant introduites de façon interne et non pas de façon externe.

IXd : si nous avons ainsi caractérisé le calcul hypothétique et encore à construire dans lequel se place notre analyse du "Capital" reconnaissons toutefois en même temps que toute logique dialectique basée sur ces fondements est entachée d'un grave défaut formel qui l'empêche de se poser comme candidat à une analyse satisfaisante de la dialectique. Tout calcul fonctionnel est anti-nominaliste et platonisant en posant comme existantes des entités abstraites. Quine et Goodman l'ont prétendu pour les calculs fonctionnels du n-ième ordre (où n est égal à ou plus grand que). Nous prétendons que même le calcul fonctionnel du premier ordre, en traitant des prédicats comme existants (sinon ils ne pourraient pas caractériser des individus) et le calcul propositionnel classique (en dérivant de l'étude de relations entre propositions, entités non localisées dans l'espace-temps) sont platonisants. Seul le calcul du tout et des parties de Lesniewski échappe à ce reproche, du moins pour une large part, même si sa notion de totalité

concrète est trop faible. Or, rappelons nous le fait que la dialectique de Hegel est une dialectique du concept (le concept étant conçu comme une totalité organisée et individuelle) et que celle de Marx est une dialectique du travail humain de groupes humains (dans une de ses thèses sur Feuerbach, Marx se déclare formellement nominaliste en affirmant que l'humanité ou l'homme n'est que le groupe concret d'individus concrets engagés les uns envers les autres dans des relations concrètes de production et de coopération). Hegel a été suffisamment influencé par Spinoza, nominaliste par excellence, et Marx a été suffisamment influencé par Hegel pourqu'on puisse affirmer que *la dialectique aussi bien idéaliste que réaliste doit être formalisée dans un langage concrétiste et nominaliste.* Nous prétendons donc que toute formalisation de la dialectique doit être concrétiste et nominaliste. Et dans ce sens là, aucun de nos prédecesseurs pas plus que nous mêmes, n'a même commencé le travail. Tout ce qui précède est fondamentalement à refaire dans cette optique fondamentale. Le seul travail visant à construire une théorie de l'action méréologique est notre article : "Mereology, Time, Action and Meaning" (p. 189-233, Sprache und Erkenntniss, Insbruck, 1976).

Nous référons le lecteur à ce travail. Nous posons le problème suivant : *existe-t-il une meréologie contradictoire non saturée ?* Si oui, il faut étudier l'ensemble de cette famille de méréologies et il faut recommencer toutes les constructions précédentes à partir de cette base.

IXe. Une fois un calcul des fonctions défini, il est possible de définir a) une relation *d'identité* (=), b) un opérateur de *généralisation* ($\hat{x}$), c) un opérateur d'individualisation (i), d) un opérateur d'abstraction (λx) intensionnelle. Or, il est possible et naturel pour tout lecteur de Hegel d'imposer des conditions dialectiques à ces opérateurs normaux en logique fonctionnelle supérieure. Si la classe des objets satisfaisant à une condition existe, on peut exiger que la classe des objets qui satisfont à une condition positive mais opposée existe également, et que certaines relations aient lieu entre ces deux classes (qui, un temps étant donné, amèneront à des modifications aussi bien de l'appartenance que de la définition des deux classes). Les mêmes conditions peuvent s'imposer à l'opérateur d'abstraction.

10. Thèse X. Si nous rappelons que le but avoué de la formalisation d'une logique dialectique est de représenter, à un moment donné du développement du savoir, la séquence des systèmes incomplets et inconsistents qui ont donné lieu temporellement à la naissance de ce savoir, nous comprenons tout de suite qu'*aucun système formel unique* ne puisse se prévaloir du nom de "logique dialectique". Tout ou contraire : *une logique dialectique doit être la théorie d'une loi définissant une séquence infinie, de systèmes théoriques dérivant les uns des autres d'une façon qu'on peut appeler elle-même "dialectique", séquence dont les éléments doivent être eux-mêmes au moins des calculs fonctionnels d'ordre quelconques contradictoires et non saturés, avec temporalisation et modalisation interne.* (on peut également concevoir un développement dans le degré et la forme de modalisation, internalisation, temporalisation, contradictoricité de ces systèmes préalables). Nous répétons ici, d'une façon plus détaillée, le paragraphe XXVI du présent travail, étant donné son importance essentielle pour la construction d'une logique vraiment dialectique. La thèse Xa prétend qu'il existe des théories contradictoires non saturés qui contiennent 1. une infinité ordonnée de contradictions non équivalentes dont les membres postérieurs impliquent les membres antérieurs et non inversement et 2. des sous ensembles vrais également inconsistents, appelés T'i, eux-mêmes contenus dans des sous-ensembles vrais Ti d'extensions T1, T2, ... de T, qui satisfont à la condition suivante : si les énoncés k, k', k" ... sont des contradictions, et si Ti est un sous-langage vrai de T (T contenant donc effectivement des énoncés parmi ses conséquences que Ti ne contient pas), si nous ajoutons à ce Ti une proposition p de T qui n'est pas contenu en Ti, alors a) le Ti ainsi enrichi a parmi ces conséquences, une contradiction non contenue en T, b) une implication entre contradictions de T, non démontrable en T, c) une implication entre une contradiction et une non contradiction de T, non contenue en T. Nous appelons un Ti (en général ces Ti seront nombreux, s'il en existe au moins un) satisfaisant à cette condition, un Ti riche.

A côté de cette définition de Ti riche nous pouvons introduire le concept "k1 est une contradiction plus forte que k2" de deux façons différentes a) k1 implique de façon naturelle k2 et non inversement" en b) "l'ensemble des conséquences de l'union de T avec k1 a une puissance plus élevée que l'ensemble des conséquences de l'union de T avec k2" (cette seconde définition est une définition de "force relative à T").

Nous allons définir une séquence infinie de sous ensembles riches de T, appelés Tj qui satisfait aux conditions suivantes :

1. Chaque Tj—1 élimine toutes les contradictions de Tj telles que les Tj ne contiennent pas de contradictions plus fortes (remarquons la version négative de cette exigence).

2. Tout Tj+1 , puisqu'il est un Ti riche, reste inconsistent.

3. La relation entre Tj et Tj+1 est analogue, à la relation entre Tj et Tj—1. Cette exigence est entachée d'autant d'ambiguité que ne l'est la notion d'analogie elle-même

4. Tout Tj est sous ensemble vrai d'une extension de T, mais aucun n'est sous ensemble vrai de T.

5. Chaque Tj suivant est, en un sens à préciser, minimalement différent des Tj précédents, parmi ceux qui sont à la fois a) riches et b) éliminant toutes les contradictions les plus fortes des systèmes précédents. Cette différence minimale peut s'exprimer de beaucoup de façons. Nous proposons la façon suivante : nous introduisons pour commencer une distance entre propositions des Tj et entre séquences de propositions des Tj (ce qui définit du même coup une distance entre démonstrations des Tj). Nous considérons toutes les axiomatisations possibles de chaque Tj et non pas une axiomatisation particulière en les appelant Ai (Tj). Chaque Tj+1 est parmi les langages admis par les deux conditions a et b, tel que a) la distance moyenne pour tous les Ai(Tj) et Ai(Tj+1) entre les démonstrations des mêmes théorèmes est minimale et b) Il n'existe pas de Tj+1 qui aurait plus de théorèmes en communs avec Tj tout en réalisant les deux conditions.

6. Comme conditions négatives, nous stipulons qu'aucun Tj ne peut être simplement la somme des conséquences de tous les systèmes qui ne contiennent pas les contradictions les plus fortes à éliminer en Tj—1.

7. Chaque Tj peut être construit en analysant toutes les thèses de Tj—1 en leurs constituants élémentaires, en formant toutes les fonctions logiques de ces constituants élémentaires, et en formant toutes les conséquences (en répétant cette opération le nombre de fois qu'il convient).

8. La séquence des Tj a comme limite (on peut emprunter cette

notion à la théorie des systèmes de Tarski, ou la rédéfinir pour notre usage) un Tw consistant.

Le lecteur qui serait étonné par ces conditions apparemment fort abstraites n'aura pas de peine à les retrouver s'il veut bien penser à la notion d' "Aufhebung": chaque système élimine certaines contradictions des systèmes précédents, tout en approfondissant la compréhension de ce système précédent, et en enrichissant les systèmes suivants par rapport aux précédents, tout en restant aussi proche des précédents que possible. Les contradictions éliminées sont les plus fortes. Nous ne prétendons pas qu'il n'y a pas d'autres formulations possibles de l'"Aufhebung". Nous ne sommes pas surs que nous a) avons préservé suffisamment le lien entre Tj et Tj—1 ni b) que notre sélection de la distance est la meilleure, c) la notion de limite pose un grave problème.

La thèse Xa se résume comme suit : *une séquence de $CKF^{n}TMNI$ satisfaisant à ces conditions est appelée une séquence dialectique et elle peut être décrite dans l'union des syntaxes de ses éléments constitutifs. Cette union de syntaxes est non saturée (et jusqu'à nouvel ordre, elle n'est même pas contradictoire).*

La thèse Xb exige qu'on introduise dans cette syntaxe un ordre temporel, qu'on en fasse également un $CKF^{n}TMNI$ et qu'on lie par des axiomes adéquats la relation définissant l'ordre dialectique au temps dialectique de cette syntaxe. Nous n'avons rien à proposer pour l'instant quant à la structure de ce méta-système.

11. Thèse XI. Nous avons déjà mentionné que nous avions commencé notre développement tout d'abord de façon syntaxique, pour n'introduire la sémantique ou la pragmatique que par après.

XIa et b vont concerner la dialectisation de la sémantique.

XIa, affirme qu'une sémantique modale, utilisant une relation d'accessibilité à la Kripke, est susceptible de fournir un modèle pour un calcul CPK. C'est fort peu, mais c'est un début. Supposons en effet qu'un monde possible w ait acces à m1 ou p se trouve vrai et également à m2 ou ¬p se trouve vrai. Supposons qu'on introduise une implication dont la sémantique est la suivante : "q implique r" est vrai en w, si et seulement si w a accès à un monde w1 où q se trouve vrai et également à un monde w2 où r se trouve vrai. Appliquant une relation triadique de cette espèce à p et ¬p, nous constatons que p implique ¬p, pour tout p. Nous avons un modèle

très fort pour un CPK. Le modèle ne fournit pas un calcul saturé cependant dans la mesure ou il existe au moins un monde auquel le monde de base T n'a pas accès, où un r se trouve réalisé. Ce modèle sémantique n'en est qu'un parmi des milliers d'autres. Nous pouvons en effet aussi, comme le propose Nicholas Rescher considérer un monde w ou se trouvent vrais toutes les propositions vraies dans au moins un des mondes auquel il a acces. Dans ce cas, il est parfaitement possible qu'il existe des q tels que q est faux et non q est également faux, et des r tels que r est vrai en ¬r également vrai. Tout ceci n'est qu'une version plus intuitive des résultats de Da Costa, Arruda et Routley-Meyer cependant. Est-ce qu'il existe une raison, non ad hoc, pourque le monde de base, correspondant à notre monde réel, soit ou bien un monde avec implication triadique selon notre première formule ou bien un monde à fusion ? Est-ce que le monde de base est un minimum ou un maximum de la relation d'accessibilité ou de sa converse ? Ou est-ce un monde qui présente par rapport aux mondes possibles d'autres caractéristiques particulières quant à la relation d'accessibilité (un-multiple, ou transitivité) ? De ce caractère éventuellement privilégié par rapport à la relation d'accessibilité, nous pourrions déduire que le monde de base (réel) soit contradictoire. XIa est la conjecture suivante : le modèle d'une théorie adéquate au réel est au moins une séquence semi-ordonné de modèles Kripkéens, avec une valuation qui introduit des mondes inconsistents et une relation d'accessibilité qui entraîne que le monde de base soit inconsistant (cette conjecture est une version sémantique d'un CPKT, le temps correspondant à l'ordre).

XIb affirme toutefois que les notions de "monde possible", "modèle" et "valuation" sont encore des notions non dialectiques' XIb propose la thèse suivante : "Il existe une sémantique S dans laquelle les énoncés "x est vrai en w en S", "x est satisfait par telle séquence d'objets en S" pour certaines formules x d'un langage T soient tels que ces énoncés soient vrais mais leurs négations aussi. C'est à dire : il est possible de développer une sémantique non triviale qui, par rapport aux énoncés sémantiques eux-mêmes présente les propriétés de CKP. Cet énoncé XIb est entièrement nouveau. Personne n'en connait le statut.

XIc finalement propose de dialectiser la pragmatique. Nous voulons le faire d'une façon concrète. Paul Lorenzen a proposé des jeux *dialogiques* qui n'ont rien de *dialectique*, et dans lesquels un *opposant* attaque les thèses d'un *proposant*, jusqu'à ce que les règles du jeu permettent de conclure qu'un thèse est défendable contre toutes les stratégies d'attaque. XIc affirme qu'il existe des règles (les jeux de Lorenzen ont aussi été utilisés par Hamblin dans son ouvrage "Fallacies") de jeu pour les constantes logiques qui permettent la défense de p auss bien que de non p et qui excluent donc le rejet total de la contradiction. N'oublions pas que les idées originales de Jaskowski venaient de sa réflexion sur une logique de la discussion. La règle suivante donnerait, pour un p particulier, p et non p : si la moitié des participants à la discussion affirme p, et la moitié affirme non p, et si cet état de choses perdure pendant n moments (ou, règle alternante : si pour au moins un participant, ou même pour tout participant, vaut que chaque fois que p ait été affirmé pas plus tard que n moments après cet événement non p est affirmé — ce qui diffère de : p est attaqué) alors le groupe conclut à p et non p. Dans ces règles (ce qui n'est pas le cas dans l'approche originale de Lorenzen) aussi bien le nombre des participants que la durée des actions jouent un rôle essentiel. Une dialectique rationnelle découlerait ainsi de la présence de dialogues qui suivraient ces règles. L'introduction de la durée dans les jeux dialogiques de Paul Lorenzen permettrait aussi des règles comme les suivantes : a) p implique r, si et seulement si, il est possible en affirmant p, d'utiliser l'assertion de p comme instrument pour causer l'affirmation de r par tous ou par une partie suffisante des participants. Dans ce cas des règles simples sur l'efficacité des instruments, la durée de cette efficacité et l'insertion des actions dans des chaînes d'action permettraient de conclure a) que l'on ne veut provoquer l'acceptation de r qu'en vue d'une action assertive ou pratique qui finalement ou bien varrier, ou bien tout au moins ne va plus l'impliquer, b) ou bien après n utilisations, il ne sera plus possible d'utiliser le moyen qu'est l'assertion de p pour provoquer l'acceptation de r. Très généralement il faut introduire une multiplicité des participants dans les multiologiques, chaque participant utilisant soit des CPK, soit des CPKT, soit des CPKTM différents (nous pouvons multiplier la liste) et nous devons introduire des règles d'évolution pour l'auto-modification par ce groupe des règles de jeu, eux-mêmes déjà partiellement dialectisés, que ses participants suivent. Mais dans l'autre sens il faut aussi chercher les règles d'action non dialectiques et socialement acceptables pour participants dans une situation de conflit (comme l'est la discussion), qui mèneraient à une développement dialectique des thèses communément admises (la stratégie "si P affirme p, O affirme non p et s'il n'y a pas de stratégie gagnante de l'un ou de l'autre, les deux vont modifier leurs thèses de façon à affirmer q et r tels que a) une partie aussi forte que possible de p soit impliquée par q et une partie aussi forte que possible de non p soit impliquée par r, et cependant des parties aussi fortes que possibles de q et de r sont ou bien compatibles ou même s'impliquent les unes les autres sont", est une stratégie qui se défend et sociologiquement et rationellement et mène à un développement quasi dialectique des thèses).

XId. Finalement toutefois, nous ne devons pas seulement développer la pragmatique dans le sens d'une confrontation sociale mais aussi dans le sens d'une théorie de la pensée qui est utilisée pour guider la recherche. L'heuristique devrait aussi devenir un des fondements de la dialectique. L'heuristique s'exprime logiquement par la théorie de la question, par la théorie du problème. Si j'ai demandé si p est vrai, il est des recherches dans lesquelles il est rationnel de demander si ¬p est vrai simultanément (ou de faire exécuter une recherche vers ¬p simultanément ou immédiatement après). Il est des situations ou il est rationnel de partager les tâches de façon à ce que l'un cherche à démontrer p, et l'autre non p, les deux modifiant leur tir en modifiant les hypothèses de travail, en fonction du degré de succès après un intervalle de temps. Ce n'est cependant que dans le sens d'une dialectique marxiste (et pas dans le sens d'une dialectique Hégélienne) que cette dialectique heuristique pourrait se défendre. En effet, une dialectique marxiste peut voir l'affirmation au service de la recherche, l'état au service du devenir, la pensée au service de l'action. XId consiste donc en l'affirmation suivante : l'heuristique efficiente comporte des situations (ou même comporte seulement des situations) au cours desquelles les problèmes posés et les hypothèses choisies comme les instruments de travail se développent d'une façon dialectique. *La logique érotétique devrait se combiner avec des CPK enrichis.*

12. Thèse XII. Notre douzième et dernière thèse a finalement comme but d'introduire les relations entre a) logique dialectique et logique inductive, b) logique dialectique et théorie des automates.

XIIa. Logique inductive et logique dialectique

La situation c(p,e) = c(—p,e) n'est évidemment ni exceptionnelle, ni dialectique. Le degré de confirmation ou de plausibilité de p étant donné les faits observés peut égaler le degré de confirmation ou de plausibilité de sa négation, étant donné les faits observés. Mais régulièrement, c(p.—p,e) est identifié à zero, parce qu'identifié à 1—c(L,e), où L est une vérité logique. Nous voulons proposer de combiner un calcul du degrée de confirmation, avec les logiques dont nous venons de développer la nécessité, par exemple CPK ou CPKT, ou CPKMT, ou CPKTM. Nous ne devons pas oublier toutefois que l'essentiel d'une dialectique inductive serait la cinématique des fonctions de confirmation elle-même. C'est à dire : une théorie se développe concernant les changements rationnels de croyances, et cette théorie comporte nécessairement une théorie des changements rationnels des mesures de modèles ou des fonctions c de confirmation. Nous prétendons qu'on peut trouver dans cette cinématique de la fonction c des modèles partiels pour des développements dialectiques comme on peut trouver dans l'idée d'un développement dialectique un fondement rationnel pour une cinematique des probabilités d'hypothèses. Nous référons le lecteur à l'ouvrage "Foundations of Probability Theory, Statistical Inference and Statistical Theories of Science", Vol. I, édité par W. L. Harper et C. A. Hooker; Reidel, 1976. particulièrement p. 73-112. "Rational Belief Change, Popper Functions and Counterfactuals" et pp. 137-166 "Sherry May et William Harper, Toward An. optimization Procedure for Applying Minimum Change Principles in Probability Kinematics".

Le problème majeur serait de definir d'une part un c tel que c(p.—p) puisse devenir plus grand que o, et d'autre part un mécanisme de modification des fonctions c tel que c(p,e) plus grand que r soit régulièrement ou dans certaines circonstances fréquentes, suivi après un laps de temps p par c(p,e') plus petit que m, où r et m soient respectivement convenablement grands et petits. Nous croyons que les travaux de l'école de C. West Churchman doivent être combinés avec notre approche.

XIIb. Considérons l'univers réel comme composé par une famille finie ou infinie d'automates complexes en interaction et hiérarchiquement ordonnés. Un automate serait un quintuplet

défini par les ensembles des entrées, des sorties et des états internes et par les deux fonctions qui déterminent pour chaque couple d'un état interne et d'une entrée un état prochain, comme pour chaque couple d'un état interne et d'une entrée, une sortie. Notre problème est celui de définir ce que peut être une dialectique dans une théorie des automates. Cette dialectique pourrait concerner le développement de ces automates à partir de systèmes plus simples, ou la modification de ces automates au cours de leur fonctionnement, ou l'interaction de ces automates. Ce programme est maximaliste. Il doit être précédé par deux programmes minimalistes a) il est possible de définir un automate avec mémoire qui dans des situations données introduira dans sa mémoire une information à la fois comme vraie et comme fausse ou qui introduira à la fois p et —p comme unités à préserver dans sa mémoire (ce mode d'approche a déjà été suivi par Mayer). b) il est possible d'insérer la théorie des automates dans un des CPKTM pour voir ce qu'elle devient. Ces possibilités sont encore à exploiter, mais s'imposent tout de suite. Nous appelons ces deux usages de la théorie des automates "minimalistes" parce qu'ils ne nous donnent pas le moyen de développer une ontologie dialectique, comportant les automates dialectisés comme pierres de construction, et dans laquelle une théorie généralisée des oppositions entre forces, et des conflits entre automates pourrait se formuler. C'est uniquement une ontologie pareille qui pourrait être utilisée par un dálecticien réaliste comme cadre pour une sémantique et une pragmatique naturelle des logiques dialectiques. Notre dernière thèse affirme la nécessité et la possibilité de cette entreprise : une sémantique dialectique ne peut se contenter d'être un jeu gratuit sur les mondes possibles

Nos douze thèses ont l'intention de montrer deux choses a) les contributions importantes, sinon essentielles, qui ont été apportées à l'étude des relations entre logique et dialectique par les travaux récents, b) les dangers qui nous menacent si nous nous arrêtons trop tôt dans nos efforts constructifs, dangers qui pourraient précisément faire échouer à nouveau la grande entreprise dans laquelle nous sommes maintenant engagée d'une façon que nous croyons décisive.

Or nous a demandé "Et si même vous réussissez à construire une logique dialectique adéquate, à quoi celà servira-t-il ?" Nous ne refusons pas l'accusation qui se cache derrière pareille question, mais nous acceptons l'affrontement et nous répondons "Ou bien cette logique dialectique nous permettra, inspirant une politique scientifique rationnelle, de mieux guider le progrès scientifique, ou bien elle ne servira à rien — sinon à la vaine satisfaction d'un désir de connaître pour connaître". C'est précisément en tant que dialecticiens que nous donnons cette réponse

BIBLIOGRAPHIE

C. H. VON WRIGHT, *Time, Change and Contradiction*, Cambridge, 1969, pp. 32.

C. H. VON WRIGHT, The Logic of Action, A Sketch, pp. 121-146 de *The logic of Decision and Action*, Pittsburgh, 1966.

Bogdan V. SESIC, *Logic of Change*, Bologna, 1972, pp. 43.

Nicholas RESCHER & Alaisdair URQUHART, *Temporal Logic*, Springer 1971, pp. 273.

S. JASKOWSKI, Un calcul des propositions pour les systèmes déductifs contradictoires, *Studia Societatis Scientiarum Torunensis*, vol. 1, 1948, pp. 57-74 (connu par le compte rendu de A. Mostowski, Journal of Symbolic Logic, 1948, 1949, pp. 66, March, 1949.

Newton C. A. DA COSTA, Calcul propositionnel pour les systèmes formels inconsistants, pp. 3790-3792 du *Comptes Rendus de l'Acad. des Sciences de Paris*.

Roderick CHISHOLM, On the Logic of Intentional Action, pp. 38-80, *Agent, Action and Reason*, Oxford, B. Blackwell, 1971

Nicholas RESCHER, *TOpics in Philosophical Logic*, Reidel, Dordrecht, 1968, 347 pp.

Karl MARX, *Das Kapital, Kritik der politischen Oekonomie*. Erster Band, Hamburg, Otto Meisners Verlag, 1909, pp. 739.

Diderik BATENS, (non publié) a. Propositional logics for Contradictory Theories, b. Het oplossen van inkonsistentie in theorieën.

L. E. ROGOWSKI, La Signification de la Conception Hégélienne de la contradiction, du changement et du mouvement, *Studia Philosofczna*, H 6 (27) 1961 (polonais).

G. W. F. HEGEL, *Wissenschaft der Logik* (Ed. Georg Lasson, Meiner, Leipzig, 1934, 2 volumes.

F. G. ASENJO, A Calculus of Antinomies, *Notre Dame Journal of Formal Logic*, vol. VI, 1965.

F. G. ASENJO, Dialectic Logic, *Logique et Analyse*, 1965, pp. 320-325.

APPENDICE

LOGIQUE ET DIALECTIQUE CHEZ HEGEL

Sommaire

1. Introduction.
2. La logique, étude des relations externes de termes statiques, comparée à la dialectique, étude des relations internes de termes en évolution.
3. Les rapports de forme et matière chez Hegel, comme prototype des rapports entre logique formelle et pensée réelle.
4. Les lois fondamentales de la logique classique chez Hegel et dans la logique contemporaine.
5. La théorie de la preuve chez Hegel et sa contrepartie dans la logique contemporaine.
6. Le problème fondamental de la philosophie Hégélienne et la structure formelle des suites dialectiques.

1. Introduction

Nous nous proposons, en présentant ces quelques réflexions, de combattre un préjugé qui, pour tenace et compréhensible qu'il soit, n'en est pas moins, à nos yeux, dangereux et injustifié.

Le préjugé dont nous parlons est celui selon lequel l'objet et les méthodes de la logique symbolique actuelle sont entièrement distincts et séparés des objets et méthodes de la pensée dialectique, séparés d'une façon qui implique même une complète incompatibilité.

Tant dans les travaux des dialecticiens que dans ceux des logiciens, nous rencontrons cette incompréhension. C'est elle qui nous impose notre plan de travail : nous allons examiner dans l'oeuvre de Hegel les textes qui ont donné lieu à ce préjugé, et nous allons essayer d'indiquer que, parfois, ces textes ont été mal interprétés, et que, parfois, ils sont en désaccord avec les tendances fondamentales de la dialectique Hégélienne.

Ce travail négatif (qui implique d'ailleurs des suggestions parfois positives) étant achevé, nous essayerons brièvement de montrer que le problème fondamental de Hegel possède une contrepartie qu'un tenant de la logique symbolique pourrait légitimement étudier.

Ce n'est pas sans hésitation que nous offrons ces quelques réflexions, puisque l'avis de maîtres aussi écoutés que Bertrand Russell ou Karl Popper va complètement à l'encontre de ce que nous défendons ici, rejoignant en cela d'ailleurs l'avis de commentateurs aussi autorisés que Mure ou Hyppolite.

Qu'il nous soit donc permis, bien que l'anecdote ne peut avoir qu'une valeur autobiographique, de mentionner ce qui nous a poussé à entreprendre ce travail, malgré tous nos scrupules : nous lisions, dans les "Paradoxien des Unendlichen" de Bolzano (auteur qui n'est certes pas suspect d'une tendresse excessive pour la pensée hégélienne, qu'il analyse et réfute avec perspicacité dans le dernier chapitre de sa "Wissenschaftslehre"), un texte (op. cit., pp. 7-8, édition F. Prionsky) dans lequel il utilise des motifs hégéliens pour justifier sa réjection d'un infini purement potentiel et pour défendre un infini actuel (même s'il refuse quelques lignes plus tard tout infini qui ne serait pas une grandeur). Chez le même auteur, nous découvrons une démonstration de l'existence d'un infini actuel (l'ensemble de tous les jugements vrais) ayant une tonalité clairement hégélienne. Tout cela nous a poussé à regarder les développements concernant l'infini chez Hegel. Or, nous trouvons chez lui l'infini constamment associé au pour soi, à la projection d'un ensemble sur soi-même. Mais il est bien connu d'autre part que l'une des définitions les plus importantes de l'ensemble infini en théorie des ensembles est la suivante "est infini un ensemble qui peut être équivalent à un de ses sous-ensembles proprement dits".

Une fois arrivé jusque là, nous nous sentions obligé d'aller plus loin pour examiner dans quelle mesure l'analogie découverte pouvait avoir une signification.

C'est le résultat d'un examen, hélàs encore bien incomplet, dans ce sens, qu'on trouvera dans ce qui suit.

2. La logique, étude des relations externes de termes statiques, comparée à la dialectique, étude des relations internes de termes en évolution.

Hegel, p. 43 de sa "Logik", vol. I (1), nous dit ceci "das Gehaltlose der logischen Formen liegt vielmehr allein in der Art sie zu betrachten und zu behandeln. Indem sie als feste Bestimmungen auseinander fallen und nicht in organische Einheit zusammengehalten werden, sind Sie todte Formen". Hegel, lors d'une accusation en règle contre la méthode symbolique, dans les pages 57-59 du second volume de sa "Logik" nous dit en outre ceci : les relations entre concepts sont d'une nature toute différente des relations entre signes. Ces dernières sont des relations externes, opposant des termes fixes et immobiles. Les concepts au contraire sont des totalités vivantes insérées dans des contextes qui sont, eux aussi, des totalités vivantes "es ist daher vollig unpassend um solche innige Totalität zu fassen, Zahlen und Raumverhältnisse anwenden zu wollen in welche alle Bestimmungen auseinander fallen" (p. 59).

Dans ce même second volume de la "Logik", p. 146, Hegel nous dit que "die gerechtigste und wichtigste Seite der Ungunst, in welche die Syllogistik verfallen, ist aber das sie eine so weitlaufige Begriffslose Beschäftigung mit einem Gegenstand ist, dessen einziger Inhalt der Begriff selbst ist" (146). La syllogistique, dans sa forme moderne chez Ploucquet, chez Leibniz, chez Euler (auteurs que Hegel cite pour les combattre : il n'a que des mots de mépris pour la grande idée Leibnizienne de la caractéristique universelle) est une "occupation sans esprit" parce qu'elle devient calcul; sans s'occuper du contenu, et en utilisant souvent des méthodes combinatoires et énumératives, une algèbre aveugle prétend à tort, être selon Hegel, la logique "als ob in der vernunftigen Verbindung, welche wesentlich dialektisch ist, ein Inhalt noch dieselben Bestimmungen behielte, die er hat, wenn er für sich fixiert ist" (p. 147, op. cit., vol. II).

Jean Hyppolite, dans son "Logique et Existence" (pp. 55-66) nous rappelle les textes que nous venons de citer et se déclare d'accord avec Hegel, en appliquant même ces idées à la critique de la logique formelle actuelle, étrangère selon lui "à la logique authentique". Il nous affirme "la logique Hégélienne est le contraire de ce formalisme" (56). Et Mure nous dit, p. 160 de son "A study of Hegel's Logic" (Oxford 1950) "IN LL II, pp. 56-59, Hegel criticises symbolic logic in a passage which is as significant to day as when he wrote it".

A côté du reproche de substituer le statique pour le dynamique, la relation externe à la relation interne, nous trouvons un troisième reproche majeur dans les textes hégéliens : la logique formelle serait une logique entièrement indépendante de son contenu, méconnaissant ainsi que "form is form of content" (Mure, op. cit., 169).

Nous croyons avoir ainsi explicité les trois arguments fondamentaux que Hegel oppose à la logique formelle de son temps, arguments que ses continuateurs continuent à formuler contre la logique formelle de l'époque actuelle.

A ce propos se posent les problèmes suivants :

a) faut-il tirer de ces constatations les conséquences que Hegel en dérive ?

b) est-ce que ces reproches sont vraiment valables pour notre travail logique contemporain ?

c) ne pouvons-nous pas montrer, en reprenant les trois reproches de base qu'une logique formelle qui soit une logique du contenu, une logique des relations internes et une logique de concepts mobiles est possible ?

C'est de ces trois problèmes que nous voulons parler.

Avant de le faire, soulignons que nous ne voulons pas ici critiquer ou rejeter les bases dont part Hegel. Ce n'est pas notre but : notre but est de montrer que, même en acceptant les prémisses de ce dernier, nous pouvons légitimer la recherche logique, non pas seulement comme technique spéciale mais comme instrument de l'enquête philosophique.

1 Hegel, et surtout ses commentateurs (le texte d'Hyppolite est très explicite sur ce point) infèrent des constatations citées que le langage courant est un instrument plus adéquat pour la recherche philosophique que tout symbolisme qu'on pourrait introduire.

Or, nous croyons fortement que les affirmations qu'on vient de lire sur le caractère organique et totalitaire de la pensée, et sur la liaison de sa forme à son contenu, condamnent tout instrument de communication, tout langage, à l'inadéquation. C'est d'ailleurs ce que Hegel lui-même souligne, à la même page 59 citée auparavant (Logik, II) "auch jedes Andere was als Symbol dienen sollte, kann höchstens wie Symbole für die Natur Gottes, Ahnungen und Anklange des Begriffes erregen". Aucun ensemble dont les éléments auraient des relations purement externes (donc aucun langage) ne pourrait représenter complètement un ensemble dont les éléments ne se trouvent liés de façon organique.

Toutefois, cette inadéquation normale dans la perspective du dialecticien — devrait provoquer une succession dynamique de symbolismes différents, tous inadéquats à certains points de vue et s'approchant dans leur infinie succession de plus en plus, sans jamais l'atteindre, du concept complet.

S'il en est ainsi, il est en effet impossible d'affirmer "da der Mensch die Sprache hat, als das der Vernunft eigenthümliche Bezeichnungsmittel", que le devenir nécessairement infini des symbolismes tolère d'aucune façon l'existence d'une langue privilégiée qui serait pour toute éternité le véhicule propre du concept.

Mais on pourrait encore soutenir que ce qu'on vient de voir implique une infinité de langues naturelles successives et non pas l'introduction de langues artificielles. Cette échappatoire elle aussi est impossible. Le devenir des langues naturelles est un devenir non conscient et non contrôlé. En termes hégéliens : ce devenir est en soi. Or, comme partout, chez lui, l'en soi doit atteindre le niveau du pour soi.

Mais le devenir des langues, devenu un pour soi, est la création consciente et contrôlée de langues.

Il faut, partout en dialectique, rompre avec la nature pour la conserver; pourquoi Hegel, en collant brusquement et inexplicablement au langage naturel, refuse-t-il ici une aventure qu'il accepte partout ailleurs ?

Prétendre que la langue se développe aussi bien consciemment qu'inconsciemment, par l'interaction entre le substrat commun, la langue naturelle, elle-même en devenir, et une multiplicité indéfinie de formalismes spécialement crées, c'est appliquer la dialectique au problème du symbolisme.

Seule serait incompatible en profondeur avec la dialectique la croyance en un formalisme unique, universel et constant capable à tout jamais d'exprimer toute connaissance passée et future. La logique formelle contemporaine, en constatant que tout formalisme suffisamment complexe est nécessairement incomplet (résultat de Gödel) . a, elle aussi, abandonné le rêve de Leibniz. Elle aussi affirme que tout est formalisable, mais nie que tout soit formalisable simultanément. C'est là une position qui n'est pas *opposée à*, mais au contraire *impliquée par* l'esprit dialectique.

2. La description donnée par Hegel de la logique formelle est-elle applicable à la logique formelle actuelle ?

A plusieurs points de vue, nous pouvons dire que la logique moderne a pris naissance dans et par la théorie des ensembles. Examinons donc un instant cette théorie des ensembles et demandons-nous si vraiment il s'agit ici d'une combinatoire (car répétons-le : pour Hegel, logique formelle et combinatoire s'identifient très nettement). Nous ne le croyons pas. Nous croyons qu'au contraire l'esprit d'un Cantor et celui d'un Hegel ont de profondes affinités. Nous ne sommes pas les premiers à nous en apercevoir.

Oscar Becker (dans "Mathematische Existenz" Jahrbücher für Philosophie und Phenomenologische Forschung, VIII, p. 541 et suiv.) compare le processus de construction de l'infini chez Cantor au processus de réflexion de la conscience sur elle-même, prototype de la dialectique Hégélienne. Certes, Becker pense ici surtout à Schelling et moins à Hegel, mais l'affinité des deux idéalistes romantiques est suffisamment admise. Nous commençons dans la construction Cantorienne par l'ensemble vide. Nous construisons l'ensemble dont le seul élément est l'ensemble vide; nous continuons ainsi en prenant chaque fois l'ensemble dont les seuls éléments sont les ensembles précédemment formés. Enfin, nous formons l'union de tous les ensembles qu'on peut former par le processus indiqué. Ne reconnaît-on pas dans ce processus de construction le départ à partir d'un en soi, le devenir pour autrui de cet en soi, et enfin le devenir en soi de tout ce processus d'élévation à l'état de pour sui ?

La remarque précédente est évidemment encore assez particulière; en outre, elle concerne précisément une partie

violemment contestée de nos mathématiques (2).

Mais nous pouvons, à partir d'elle, généraliser :

l'activité essentielle du logicien n'est pas celle de calculer mais consiste à construire des formalismes en vue de démontrer pour eux des résultats métalogiques généraux. Cette activité de construction de formalismes en vue de la démonstration de résultats métalogiques a mené précisément à concentrer toute l'attention sur deux groupes de problèmes foncièrement reliés à la dialectique.

a) le problème des énoncés réflexifs (énoncés qui disent d'eux-mêmes qu'ils sont démontrables ou indémontrables), des formalismes qui se contiennent eux-mêmes (parce qu'ils sont représentables sur un fragment de l'arithmétique et parce qu'ils permettent de développer en eux-mêmes ce fragment de l'arithmétique), de formalismes qui contiennent des modèles intérieurs (dont les modèles contiennent des parties strictes qui sont encore modèles du formalisme en question).

b) le problème de la déduction naturelle : les systèmes de déduction naturelle veulent une solidarité aussi complète que possible entre la définition des constantes logiques et les démonstrations dans lesquelles ces constantes logiques figurent : démontrer une thèse équivaut ici à la construire à partir de thèses plus simples. La preuve devenant ainsi une genèse, il n'est plus possible d'affirmer que les opérations sont appliquées de l'extérieur aux concepts (3).

Il faut d'ailleurs affirmer que c'est l'esprit Cantorien qui a transformé et, disons-le, dialectisé, la syntaxe générale (un symbolisme pouvant être considéré sous un certain angle comme un ensemble infini et ordonné).

Rien du tout cela ne correspond aux descriptions purement combinatoires que Hegel nous offre de ce qu'il croit être l'essence de la logique formelle. Loin d'affirmer par conséquent avec Mure et Hyppolite que les critiques de Hegel restent valables, nous disons qu'elles ne l'ont jamais été et que peu d'objets présentent une unité aussi organique et vivante que des systèmes formels de complexité suffisante.

3. Il nous reste à revenir au point essentiel, pour répondre directement à Hegel.

Nous prétendons qu'une logique

a) des relations internes,
b) entre termes en évolution,
c) qui soit dépendante du contenu traité,
est formalisable.

En effet, qu'est-ce qu'une logique ? C'est un ensemble de règles syntaxiques de déduction ou de définition, visant à exprimer la relation de conséquence ou d'implication. Cette relation est une relation sémantique entre les modèles satisfaisant les prémisses et les modèles satisfaisant les conclusions.

Le plus fréquemment, ce qu'était un modèle a été essentiellement indiqué dans le langage de la théorie des ensembles. Rien n'empêche cependant des descriptions plus riches. Or, dans la référence aux modèles est implicitement présente la référence au contenu de la pensée. Les règles de la déduction pourront, en principe, différer en fonction de la nature des conditions qu'on formulera sur les modèles, qui déterminent les relations sémantiques de conséquence. En quelque sorte, depuis longtemps la logique formelle a cessé d'être formelle dans le sens Hégélien, puisqu'elle est devenue sémantique.

Voilà quant à ce qui concerne le point (c)!

Une relation R est interne s'il est nécessaire pour chacun ou pour au moins un de ses termes, que d'autres relations ou qualités de ces termes changent si cette relation R cesse d'exister. Une théorie générale des relations internes est donc formalisable dans un calcul des relations avec modalités. Si une théorie générale des relations internes est possible, elle peut s'appliquer aux relations particulières que sont les relations entre signes. Une syntaxe comportant des relations syntaxiques internes est donc également possible.

Nous en arrivons enfin à la question de savoir si on peut concevoir un formalisme dont les signes auraient des propriétés en devenir.

Certainement oui. Supposons un ensemble infini de règles de déduction (décrites schématiquement par leur forme commune), ordonné et conditionnel, c'est-à-dire : les règles ne sont applicables que si certaines règles de déduction ont été déjà appliquées dans le contexte donné et si ces applications ont donné certains résultats. Des paramètres numériques peuvent déterminer le nature des règles de déduction en cause. Il serait extrêmement étonnant qu'au

moment où l'on arrive à concevoir des mécanismes à calculer capables d'apprentissage, on prétende affirmer qu'il ne serait pas possible de formaliser un système dont les règles de déduction seraient susceptibles d'évolution.

Si les reproches hégéliens ne condamnent donc en aucune façon la logique formelle dans son essence, ils attirent cependant l'attention d'une façon, à notre sens extrêmement féconde, sur trois possibilités, encore largement inexploitées, de notre science.

3. Les rapports de forme et de matière chez Hegel.

Theodor Litt (dans un ouvrage qui nous paraît profondément valable et sur lequel nous reviendrons encore ultérieurement : Hegel, Versuch einer Kritischen Erneuerung, Quelle und Meyer, Heidelberg, 1953) nous dit ceci : "Was die formale Logik versaumt, das holt die Hegelsche Logik ein, indem Sie das Begriffspaar "Stoff-Form" hinsichtlich seiner logischen Relevanz untersucht" (p. 161).

Nous ne devons pas nécessairement accepter le reproche adressé par Litt à la logique formelle, pour reconnaître que dans la partie de la "Logik" consacrée à la dialectique de l'essence, l'étude des rapports entre forme et matière, entre forme et contenu, constitue un des chapitres les plus importants. Ce chapitre nous intéresse d'ailleurs au plus haut degré, puisque les relations entre la pensée spontanée et la logique formelle ne sont qu'un cas particulier de ce rapport forme-fond qui développe certaines propriétés de la dialectique de l'essence. Le thème central de cette dialectique de l'essence est celui de la mise en relation de l'être avec soi-même; c'est l'univers projeté sur lui-même dont on examine ici les péripéties. Trois constituants essentiels se manifestent dans cette auto-représentation, dans cette intro-réflexion : ce qui est représenté, ce en quoi il est représenté, et le correspondance qui effectue la représentation. Le substrat est ce qui est projeté; les déterminations dans lesquelles il se projette consistuent la forme "der Form gehört überhaupt alles bestimmtes an" (Logik, I, 557).

Ceux qui sont un tant soit peu familiers avec la dialectique sentiront que pour Hegel ces trois éléments seront destinés à s'unir. En effet, il nous dit ceci : "Die Form hat daher an ihrer eigenen Identität das Wesen, wie das Wesen an seiner negativen Natur die absolute Form". Il importe de bien comprendre cette formule, extrêmement importante pour nous, puisqu'elle établit une correspondance si intime entre les deux pôles que Hegel lui-même et certains de ses commentateurs essaient souvent de séparer à tort. Le substrat, en tant que séparé de ses déterminations, a une existence purement négative (comme ce qui n'est pas les déterminations); ayant cependant une existence purement négative, il a une existence purement formelle; et le fond fait partie de la forme. La forme, d'autre part, comme positive existe indépendamment et appartient au fond Mais les deux termes de la relation de projection n'ont qu'une existence abstraite, pris indépendamment de la projection en question; la forme au sens strict n'est qu'une partie de la forme et le fond au sens strict n'est qu'une partie du fond. Les deux se montrent inséparables d'ailleurs d'une autre façon encore. Si nous considérons que la matière est ce qui se projette considéré comme indéterminé, tandis que le contenu est ce qui se projette considéré comme déterminé, et si nous considérons que la forme au sens large est le projeté considéré comme pure manifestation, tandis que la forme au sens strict est le projeté considéré comme substance lui aussi, ces deux premières synthèses se présupposent et se nécessitent aussi complètement que les éléments, dont elles sont des composés, le faisaient au préalable. "Form und Materie setzen sich gegenseitig voraus" (Logik, I, p. 562).

Une pensée qui serait pur contenu et ne se détacherait en aucune façon de sa matière est donc aussi complètement impossible qu'une pensée qui serait pure forme. Mais — et c'est une erreur lourde de conséquence — la pensée hégélienne se développe comme une pensée qui serait pur contenu et s'oppose, par ses propres appréciations, à une logique formelle qui serait pure forme.

Nous aimerions illustrer les considérations assez abstraites qui précèdent par un exemple emprunté à la logique contemporaine et, en quelque sorte préfiguré par Hegel.

Après la période constructrice de la logique mathématique, qui culmine avec Russell, suit une période formalisatrice, qui

transforme les systèmes de l'époque précédente en systèmes parlant de signes et de combinaisons de signes. Mais, dans une transformation dialectique caractérisée, chez le formaliste extrême Haskell Curry, ces systèmes, qui chez un Carnap parlent de signes, se transforment en systèmes parlant de structures quelconques, d'objets dans le sens le plus général du mot. Après avoir voulu épuiser le contenu le plus riche, le développement de la logique s'est restreint à la forme la plus étroite pour déboucher une nouvelle fois sur la généralité la plus complète. Rien n'illustrerait plus clairement cette dialectique de la forme et du fond que Hegel reconnaît comme essentielle dans ce qui précède mais dont il ne veut brusquement plus tenir compte quand il critique, à certains endroits de sa "Logique", la diminution que subit le pur concept quand les cercles d'Euler le réduisent au sensoriel pur. C'est la transmutation inévitable et constante dont il nous parle dans sa dialectique de l'essence qui s'opère devant ses yeux et qu'il décide de ne pas légitimer, sans raison aucune.

Concluons que si nous examinons l'affinité profonde entre la forme et la matière dans le système hégélien, logique formelle et dialectique doivent être deux faces d'une même unité.

4. Les lois fondamentales de la logique classique chez Hegel et dans la logique contemporaine.

Après avoir étudié et réfuté les critiques qu'adresse Hegel à la logique formelle, après avoir puisé dans son oeuvre les éléments d'une théorie de la forme et du fond, nous pouvons arriver à des points plus concrets Il n'est pas exagéré de dire que la défaveur dont souffre le système hégélien dans les milieux logiques modernes est dû pour une large part à la conviction (par exemple partagée par Popper) que ce système accepte, et même recherche la contradiction. Il est d'ailleurs extrêmement facile de trouver des textes, qui, cités hors contexte, déclarent cela en toutes lettres.

Examinons donc l'attitude prise par le système hégélien envers le principe d'identité, de non contradiction et du tiers exclu.

Soulignons d'abord le caractère multivoque de ces principes. Une fois reconnu, il nous empêchera d'interpréter l'attitude hégélienne de façon simpliste.

Le principe d'identité peut s'exprimer par "a = a", ou par "p équivaut à p", ou comme (Ax) (P(x) équivaut à P(x)); le principe de non contradiction peut se formuler comme "$-$ (p $\wedge$ $-$ p)" ou comme "$-$ ((x = y) $\wedge$ $-$ (x = y))" ou comme "(AP) (Ax) $-$ (P(x) $\wedge$ $-$ P (x)).

Il en va de même pour le principe du tiers exclu. Et ces énoncés sont encore seulement des formulations de ces principes classiques à l'intérieur de formalismes particuliers. Or, il faut bien se dire que ces principes classiques n'étaient pas destinés à se prononcer sur des circonstances aussi spécifiques mais concernaient des situations infiniment plus générales.

Pour tenir compte de ce fait il faudrait ou bien exprimer les énoncés en question comme des énoncés métalogiques, ou bien comme des énoncés ontologiques

Une version métalogique plausible du principe de non contradiction serait alors : "Pour une classe de formalismes F, il n'existe pas d'énoncé qui soit à la fois vrai et faux" (ce principe appartiendrait alors à la sémantique commune de ces formalismes F, et présupposerait une formalisation des notions de vrai et de faux, qui pourrait s'inspirer de celle proposée par Tarski).

Une version ontologique plausible du principe de non contradiction serait "Pour une classe d'objets K, il est faux qu'il existe un élément de K, qui soit à la fois existant et fictif". Cette version pour être exacte présupposerait une formalisation de la notion d'existence, telle qu'elle a été récemment tentée par Leonard, Rescher, Salmon et autres.

Nous avons tenu à distinguer ainsi quelques-unes des signifcations que peuvent prendre les soi-disant principes de la logique formelle classique, qu'on les considère comme thèses formelles d'un langage objet ou qu'on les examine comme thèses métalogiques ou ontologiques, pour faire comprendre qu'il serait aisément possible de nier une de ces versions tout en affirmant les autres.

Nous nous rapprocherons beaucoup plus de l'idéologie hégélienne en faisant remarquer que les principes dont il s'agit dépendent pour une très large part des propriétés de la négation.

Or, supposons l'introduction dans un formalisme non pas d'une seule négation mais d'une infinité de négations, chaque négation ne pouvant s'affecter qu'aux seules expressions d'un degré donné de complexité. Il y aura des négations N1 qui qualifient des propositions simples; des négations N2 qui qualifient des propositions moléculaires et ainsi de suite. Dans ce cas, la négation répétée peut être réellement indéfiniment créatrice de nouveauté et, dans ce cas également, nous pouvons avoir autant de principes de non contradiction qu'il y a de niveaux de complexité dans le formalisme. Un principe du type classique $-$ (p $\wedge$ $-$ p) est, strictement parlant, faux puisque les deux négations, dans le formalisme esquissé, doivent appartenir à un type différent et ne le font pas ici. Dans la mesure où il est possible d'introduire un équivalent d'une théorie des types à l'intérieur du calcul des propositions, pareille construction est parfaitement admissible.

Si nous voyons ainsi que des langages objets, satisfaisant au principe métalogique de non contradiction mais ne comportant pas le principe de non contraduction comme thèse, existent, nous pouvons évidemment construire aussi des métalangages en logique multivalente, ou possédant des définitions spéciales du vrai et du faux qui infirment même les versions plus générales des principes classiques. Si cela n'a pas été fait jusqu'à maintenant, c'est parce que la formalisation de la sémantique est relativement récente.

Mais il est temps, après ces préambules peut-être longs mais inévitables, d'examiner plus en détail ce que nous dit en réalité la dialectique hégélienne concernant la contradiction. Pour ce faire, il sera avant tout nécessaire, vu la multitude des niveaux sur lesquels on peut formuler la notion de contradiction, de fixer l'endroit systématique dans la dialectique où nous nous trouvons.

Or l'analyse de la contradiction commence par l'analyse de l'identité, continue par celle de la différence, passe par celle de l'égalité et de la diversité pour s'achever dans celle de la contradiction et culminer dans celle du fondement réel. Nous nous trouvons donc dans la dialectique de l'essence, et il serait parfaitement faux de vouloir appliquer sans plus les résultats acquis ici à des jugements ou inférences dont seule la dernière partie dela "Logik" nous donne les propriétés.

A. La notion d'identité.

Nous commençons par considérer l'identité prise en elle-même, en nous refusant de la définir par la ressemblance qualitative, notion que nous n'avons pas encore constituée. Dans ce cas, nous dit Hegel, nous ne pouvons comprendre l'identité que comme ce qui est différent de la différence "Unterschieden vom Unterscheid". En effet, il accepte le principe sémantique selon lequel le sens de deux parties d'un énoncé quelconque doivent être non identiques. Ce principe sémantique parfaitement raisonnable le conduit à interpréter l'énoncé "a = a" par "a est différent de ce qui est différent de a" (dans ce dernier énoncé, en effet, le principe sémantique en question se trouve satisfait) "die Identität als die reine Bewegung der Reflexion ist die einfache Negativität" (p. 514, Log. I). Mais d'autre part, il est clair aussi que la notion de différence ne peut se définir que par rapport à l'identité. Identité et différence se présupposent donc réciproquement.

B. L'auto-application de l'identité et de la différence.

Si nous n'avons pas encore d'autres propriétés de nos objets nous savons déjà qu'ils sont identiques à eux-mêmes et différents les uns des autres Mais s'il en est ainsi, nous pouvons écrire, selon Hegel, les énoncés suivants (qui n'ont un sens que dans la mesure où les relations d'identité et de différence ne s'appliquent pas seulement aux objets initiaux mais aussi aux propriétés et relations de ces objets; ce qui doit être vrai dans la mesure où il s'agit d'identités et différences absolues).

1) De $(a = a)$ découle que $(a = a) = (a = a)$ et que $((a = a)) \neq ((a = a) = (a = a))$.

2) De $(a \neq b)$ découle que $((a \neq b) \neq (b \neq a))$ et que $(a \neq b) = (a \neq b)$.

C. Ayant appliqué les notions d'identité et de différence à une propriété (même si cette propriété se référait elle-même à l'identité ou la différence) nous avons, en principe, acquis la possibilité de l'appliquer à un nombre indéfini de propriétés C'est ici que s'introduit la différence entre les propriétés et les sujets dans lesquels elles inhèrent. Nous avons ici une coexistence purement externe de l'identité et de la différence.

1 Des objets sont posés comme porteurs de qualités; Toutefois en dehors de leurs qualités ces objets ne sont rien; leur définition est pure et simple différence de qualité.

2. Ces objets, constitués par une pure différence, sont eux-mêmes susceptibles d'avoir d'une part des propriétés identiques aux propriétés d'autres objets, comme d'autre part des propriétés différentes.

D'une double façon, un rapport purement externe s'établit donc entre identité et différence, qui ne sont plus considérées ici comme absolues en elles-mêmes mais comme différences et identités de quelque chose sous un certain rapport.

D. C'est alors qu'une difficulté se présente : comment est-ce que des objets réellement différents peuvent posséder des qualités parfaitement identiques et comment pouvons-nous déclarer différents dans le sens absolu du mot deux objets que nous comparons pourtant sous un même point de vue dès que nous les déclarons différents ?

Pour résoudre ce problème de l'identité ou différence des propriétés, nous passons à l'égalité ou l'inégalité de ces propriétés, (les pages 519 et suivantes montrent clairement que nous passons de l'absolu au relatif).

E. Avons-nous de cette façon réellement éliminé la difficulté que constituait l'inhérence de qualités réellement identiques dans des objets réellement distincts ? Hélas non : toute la dialectique recommence : l'égalité ne se définit que par l'inégalité, l'inégalité ne se définit que par l'égalité et les deux ne se définissent que par des relations dont l'identité et la différence posent les mêmes problèmes qu'auparavant.

F. C'est ici (pp. 521-522) que s'effectue le passage crucial de l'inégalité à l'opposition. Nous partons donc d'un état de choses dans lequel l'inégalité et l'égalité sont indifférentes l'une à l'autre comme elles l'étaient à leur substrat. Cependant, ce n'était que par des rapports que ces égalités et inégalités arrivaient à se constituer, rapports dont les termes restaient aussi inexpliqués qu'avant. ***Définissons donc aussi bien les objets que les propriétés par leurs*** *relations réciproques, relations réciproques qui les rapportent les uns aux autres tout en les tenant distincts les uns des autres. C'est alors que nous affirmons que tout ce qui est, est par opposition* "die Verschiedenheit deren gleichgültige seiten ebensosehr schlechthin nur Momente als einer Negativen Einheit sind, ist der Gegensatz".

Essayons maintenant d'exprimer en langage contemporain le développement, à notre sens d'une importance extrême, que nous venons de suivre.

Nous présupposons dans notre logique usuelle (par exemple dans le calcul des fonctions du premier ordre) l'existence d'individus multiples, indiqués par des constantes individuelles; ils doivent être distincts les uns des autres, et leur rapport avec eux-mêmes doit être différent des rapports qu'ils ont les uns avec les autres Avant donc de pouvoir attribuer des prédicats à quoi que ce soit nous présupposons dans le métalangage décrivant le langage que nous construisons les notions absolues d'identité et de différence dont Hegel nous parle. Dans un éventuel méta-métalangage toutefois, les relations d'identité et de différence sont des propriétés dans le sens large de ce terme. De cette introduction dans un méta-métalangage de propriétés en général, nous inférons que dans le langage objet lui-même la notion de propriété est à introduire (ce passage d'un langage objet à un métalangage et inversement est ce qui nous paraît le plus caractéristique de la façon de penser de Hegel).

Nous introduisons donc des propriétés dans le langage objet et, dès leur introduction, les identités et différences absolues peuvent maintenant se relativiser et devenir partages de propriétés. Mais cette définition qualitative n'a de sens que si les propriétés sont clairement différentes ou identiques d'une part, et si des individus distincts peuvent avoir des propriétés identiques.

Pour éviter les difficultés découlant de ces deux nécessités, on définit des relations d'égalité ou d'inégalité entre propriétés, ces égalités ou inégalités sont constituées par les rapports entre les propriétés et certains points de comparaison. Ce faisant, on n'évite pas le problème fondamental puisque le point de comparaison doit aussi clairement s'individualiser. Il reste d'ailleurs que le sujet des propriétés est défini par des pures relations absolues d'identité ou de différence.

Pour éviter les absolus qui restent conservés, aussi bien dans le

chef des substrats indéfinissables que dans celui des points de comparaison, on définit finalement les individus et les propriétés par leurs relations mutuelles d'incompatibilité. Une propriété sera ce qui ne peut coëxister avec tel être et un sujet sera ce qui ne peut posséder tel ensemble de propriétés.

En termes contemporains, nous croyons donc que l'universelle contradiction de Hegel est une conséquence d'une analyse assez approfondie de la notion d'identité et d'individu, et se réduit à une définition parfaitement formalisable des individus et des propriétés par leurs incompatibilités spécifiques.

De cette définition relationnelle universelle suit rigoureusement la vérité de la thèse "Jedes ist daher nur, insofern sein nicht seyn ist" (p. 517- Logik I) : toute propriété étant définie par ses incompatibilités ne peut clairement exister dans la mesure seulement ou ce avec quoi elle est incompatible existe également.

A cette même page 527 nous trouvons une autre phrase qui nous décrit ce qui est pour ainsi dire le moteur de la dialectique que nous avons essayé, bien incomplètement d'ailleurs, de décrire "Jedes bezieht sich auf sich selbst nur als sichbeziehend auf sein Anderes". En essayant de comprendre le rapport qu'entretient un individu avec soi-même (et dont l'identité, thème de nos réflexions, est l'expression), je reconnais qu'il implique un rapport avec un autre individu et qu'il est un composé de ce rapport avec cet autre individu et du rapport de cet autre individu avec le premier : l'immédiat devient médiat. Mais dans la mesure où ce rapport avec autre chose est quand-même un rapport avec soi-même, l'autre doit faire partie de l'identique et inversement, d'une façon qui empêche toutefois la conglomération indistincte : c'est la relation d'opposition qui est ici la relation fondamentale du système et ce à quoi tout le reste se réduit qui joue ce double rôle de liaison et de différenciation. Encore une fois nous apprenons, p. 527 "Jedes ist sich selbst und sein Anderes; dadurch hat jedes seine Bestimmtheit nicht an einem Anderen sondern an sich".

Si nous cherchons une formalisation de la dialectique, nous aurions tort, à la lumière de ce qui précède, de trop nous concentrer sur les propriétés de la négation. C'est essentiellement un relativisme universel et conséquent qui s'exprime dans la dialectique; l'instrument de cette formalisation devrait donc être le calcul des relations. La thèse de l'universelle contradiction n'est

que la thèse de l'universelle systématicité. Ecoutons, p. 535, la déclaration extrêmement révélatrice qui suit : "Der Unterschied überhaupt ist schon der Widerspruch an sich, denn er ist die Einheit von solchen die nur sind, insofern sie nicht eine sind, und die Trennung solcher, die nur sind als in derselben Beziehung getrennte". La contradiction en soi, est donc bien exactement le fait que les termes d'une relation ne sont que par et dans cette relation, la relation n'existant que par et dans ses termes séparés.
Cette contradiction deviendra un "pour soi" par les deux processus familiers à Hegel et que nous analyserons encore dans notre dernière partie.

a) les termes de la relation vont eux-mêmes devenir des structures oppositionnelles similaires et

b) les deux aspects (séparatiste et unificateur) de la relation vont eux-mêmes entrer en rapport les uns avec les autres et se définir par leur opposition.

Si, pour Hegel, tout est union de positif et de négatif, n'oublions pas, en voulant projeter notre négation à nous dans son négatif, que le négatif n'est pour lui que ce qui est relié en tant que terme de la relation.

Nous ne poursuivrons pas plus loin notre analyse de la réjection par Hegel des principes logiques classiques. Nous soulignons que cette réjection, dans la dialectique de l'essence où elle trouve place, concerne des relations entre objets et est le résultat d'une analyse de l'identité à tous les niveaux, aboutissant à une définition relationnelle, par les relations d'incompatibilité, aussi bien des individus du langage que de ses prédicats.

Dans tout formalisme fini, cette définition relationnelle doit disposer à un niveau donné de termes pour les relations à définir; mais l'exigence relativiste nous oblige de considérer chaque formalisme fini comme expression incomplète d'une pensée qui, même dans ses éléments atomiques, ne trouve qu'un réseau de rapports (4).

5. La théorie de la preuve chez Hegel, et son éventuelle contrepartie dans la logique moderne.

Nous en arrivons enfin à la partie de la "Logik" qui semble avoir la plus forte affinité avec la logique : la théorie du Concept Subjectif où nous trouvons, en analogie avec les traités classiques, la théorie du concept, du jugement et de la démonstration. Nous nous trouvons donc ici dans la dialectique du "concept" la troisième dialectique majeure de la "Logik".

Une nouvelle fois, avant d'affirmer qu'il y a une liaison entre les idées que nous nous formons en entendant ces mots, et les idées qu'y associe Hegel, nous devons reconnaître des différences fondamentales.

"Logik" II, pp. 39 et 38, Hégel nous parle du Concept en des termes difficilement méconnaissables. L'universel ne se limite pas dans sa détermination mais s'y conserve; il ne se cache pas en paraissant mais se manifeste, p. 39 Hegel parle même de la libre puissance, de la béautitude infinie et de l'amour sans entraves du Concept. Inutile de continuer : le concept est l'idée du système complet et autoexplicatif dont la production est auto-production et qui reprend son activité en lui-même.

Le concept en soi n'est pas le maximum d'abstraction mais le maximum de concrétion. Le concept est la totalité. Il y a donc une totale différence entre les classes et propriétés de la syllogistique classique, et les notions dont il est question ici. Et c'est avec un étonnement mal dissimulé que nous voyons, dans les notes suivant ce chapitre, notre auteur discuter l'adéquation des classifications traditionnelles du concept, en fonction de sa propre définition de ce mot, qui est complètement sans rapport avec les préoccupations des logiciens traditionnels. Cet étonnement est certes justifié et Hegel a fait tout ce qu'il pouvait pour faire rejeter sa théorie comme une mauvaise syllogistique tandis que son étude ne peut être ni de la bonne, ni de la mauvaise syllogistique, n'étant pas de la syllogistuque du tout. Et cependant, l'étonnement dont nous parlons devrait s'atténuer si nous nous rendons compte du fait que pour Hegel la pensée vise toujours le système total, à l'aide de perspectives d'"Abschattungen', qui sont elles-mêmes des totalités, reflets incomplets de la totalité visée. Herman Wein dans sa "Realdialektik" nous semble avoir profondément raison quand il nous affirme que Hegel veut au fond développer une logique de la notion de "totalité" pour insérer la théorie de la preuve dans cette logique de la totalité.

Hegel se serait mieux fait comprendre s'il avait vu que la syllogistique classique appartient plutôt à sa dialectique de l'être, (l'ontologie abstraite) sans vouloir l'introduire ici, où elle n'a que faire.

Pour Hegel, la preuve, la démonstration est un épisode dans le devenir de la conscience; le contrôle de la preuve est un autre épisode dans le devenir de la conscience; le devenir de la conscience est la saisie de plus en plus complète de la totalité dont nous venons de parler, et corrélativement, la constitution de plus en plus complète de cette conscience en une totalité analogue.

C'est dans cette perspective qu'il faut voir la théorie de la preuve que Hegel esquisse.

N'a-t-elle aucune contrepartie dans notre logique contemporaine ? La réponse à cette question est au moins triple :

a) La théorie des relations entre totalité et partie a été développée avec force par Lesniewski dans sa méréologie, pour être continuée par Goodman dans son calcul des indivius (après avoir été une nouvelle fois préfigurée dans certaines pages des "Logische Untersuchungen", vol. II de Husserl, fait que Wein aurait pu, nous semble-t-il, signaler).

b) Cette "méréologie" touefois est restée très proche du calcul des ensembles d'une part (rejetant l'ensemble zéroÑ et ne s'est pas combinée avec d'autres parties de la logique (par exemple, les relations entre calcul des relations et calcul des totalités n'ont pas été préfigurée dans certaines pages des "Logische Untersuchungen", vol. II de Husserl).

b) Cette "méréologie" toutefois est restée très proche du calcul des ensembles d'une part (rejetant seulement l'ensemble zéro) et ne s'est pas combinée avec d'autres parties de la logique (par exemple, les relations entre calcul des relations et calcul des totalités n'ont pas été explorées malgré que la notion de "totalité organique" est certes tributaire des deux).

démonstration constituerait l'équivalent formel de ce que Hegel

cherche à nous présenter. On voit à quelle distance on se trouve de la syllogistique classique.

Essayons de défendre le diagnostie que nous venons de proposer en soulignant quelques propriétés fondamentales de la théorie du jugement et de la démonstration (der Schluss) chez Hegel.

1. Sa théorie de la démonstration est construite à partir de trois notions fondamentales : la notion de totalité, la notion de particularité (partie de la totalité), la notion de l'individualité (ou de particularité qui est elle-même totalité, c'est-à-dire qui se trouve par rapport à ses parties dans la même position qu'occupe la totalité par rapport aux siennes).

Nous constatons que ces trois notions appartiennent clairement à une combinaison de la méréologie avec la théorie des relations.

2. Sa classification des jugements se fait dans le même esprit : le jugement (Logik II, p. 65) est la position par le concept de ses propres déterminations (c'est-à-dire la relation entre la totalité et ses parties rendant l'existence de ces parties nécessaires pour la totalité). Il s'agit donc bien, si on ose dire, d'une projection sur le calcul des propositions de notions méréologiques.

Les quatre grandes espèces de jugements que Hegel nous présente pp. 74-75, se comparent comme suit :
a) les totalités et parties sont prises indépendamment les unes des autres : le jugement immédiat, de l'être;
b) les totalités et parties sont considérées comme se représentant réciproquement : le jugement de réflexion;
c) les deux sont considérées comme s'exigeant avec nécessité, et
d) enfin, totalité et parties sont vues comme devant s'identifier : tout jugement devient un jugement mettant le tout en rapport avec lui-même.

Nous comprenons ainsi comment il se fait (chose qui a choqué tant de logiciens) que tout jugement exprime pour Hegel une identité : "S est P" signifie pour lui d'abord : "la totalité S est partiellement identique à une de ses parties P", et en dernière analyse "S est identique à S, considéré sous l'angle P".

3. P. 118 nous entendons : "der Schluss hat sich als die Wiederherstellung des Begriffes im Urteil und somit als die Wahrheit und Einheit beider ergeben". En traduisant dans notre langage : la démonstration est le processus par lequel nous montrons la relation entre la totalité et ses parties comme une

conséquence nécessaire de la totalité elle-même.

Il existe pour Hegel trois grandes espèces de démonstrations qui correspondent en gros avec la preuve déductive usuelle (le syllogisme immédiat), la preuve inductive (le syllogisme de la quantité) et la preuve déductive modale (le syllogisme de nécessité).

Nous tenons à montrer que sa théorie de la preuve déductive usuelle (du syllogisme immédiat) est la solution du problème suivant "si nous avons un tout et des parties qui lui sont isomorphes, de combien de façons est-ce qu'on peut déduire soit de la correspondance partie-tout, soit de la conception du tout, soit de la conception de la partie les deux autres éléments de la triade "totalité-partie-correspondance"? Il ne s'agit d'aucune façon de syllogistique et nous avons le sentiment que le revêtement extérieur que Hegel a donné à ces développements les a cachés pendant trop longtemps à presque tous.

Nous pourrions faire les mêmes remarques concernant les deux autres espèces de démonstration mais elles ne feraient qu'alourdir notre texte, étant donné qu'une analyse exhaustive est quand-même impossible ici.

Quand successivement chaque terme de la triade a médiatisé les relations entre les deux autres, si nous ajoutons ces trois espèces de médiation, nous obtenons, selon Hegel, une unité qui se réfléchit en elle-même (qui est donc isomorphe à ses propres parties). Voilà certes une affirmation à examiner par des méthodes purement logiques !

Jan Van der Meulen (dans "Hegel — Die gebrochene Mitte" Felix Meiner Hamburg, 1953) part d'un chapitre qu'il consacre à "Schluss und Mitte" et dans lequel il considère la grande découverte de Hegel comme la suivante : "in der neuen Logik sind die Formen nicht langer leere, aüszerliche, erst mit aüsseren Gehalt zu erfüllende Formen, sondern als in gegenseitigen Bezug auseinander sich entwickelnde Inhaltsmomente der logischen Form überhaupt zu zeigen".

Et dans la "Realdialektik" déjà citée, Herman Wein nous dit : "statt von der Vokabel Struktur spricht die Hegelsche dialektische Logik vom Ganzen in dem seine Momente aufgehoben sind". Substituons à la notion de forme celle de structure, et les deux citations se mettent en rapport et considèrent comme contribution

hégélienne fondamentale la déduction des différentes espèces de preuves de la notion même de preuve, des différentes espèces de formes de la notion même de forme, forme et preuve étant d'ailleurs toutes les deux la façon suivant laquelle le tout détermine ses relations avec ses parties

Tout est démonstration (ne l'oublions pas) pour Hegel : déclaration qui nous étonne moins dès que nous la comprenons.

Pour nous, à la lumière de ce que nous voyons dans la "Logik" le mérite de la théorie de la démonstration chez Hegel doit peut-être surtout se chercher dans l'interprétation réaliste qu'il nous donne de la preuve (comme épisode du développement de la conscience) et dans la correspondance, dont la richesse ne sera jamais assez soulignée, entre la dialectique du concept objectif (mécanisme, chimie, téléologie) et la dialectique du concept subjectif (logique proprement dite). Dès l'instant, en effet, où nous avons envisagé l'interprétation méréologique naturelle de la démonstration, la question peut se poser de la correspondance entre les lois de développement des totalités que sont les jugements et les lois de développement des objets dont ces derniers saisissent les propriétés. C'est ce qu'une logique du contenu doit certainement considérer comme problème fondamental et c'est ce dont un Hegel prépare ici l'étude — malheureusement en la falsifiant aussitôt par son attachement inutile au syllogisme.

6. Le problème fondamental de la philosophie Hégélienne et ses éventuels équivalents dans la méthodologie contemporaine.

Dans ce paragraphe nous allons faire essentiellement deux choses :

A. Définir une multiplicité de séquences dialectiques.

B. Formuler ce que nous croyons être le problème central de Hégel.

A. Quelques formes de suites dialectiques.

Comme les notions de "en" et "pour" (an-für) et de "soi" et "autrui" (sich-anderes) sont essentiellement relationnelles, nous avons toute raison d'essayer de définir des suites dialectiques à l'intérieur du calcul des relations. N'oublions pas que selon Logik II, p. 341, le second moment, le moment créateur de la dialectique, est un rapport.

Prenons quelques décisions terminologiques :

a) l'expression R (l(abc...)) aura le sens : la relation R, limitée dans son application aux termes abc etc.

b) nous n'appliquerons pas de règles de types à nos relations (une relation doit donc pouvoir s'appliquer à elle-même, aussi bien qu'à des objets).

c) les termes SDi indiqueront la ième suite dialectique (où i = 1, 2..)

SD 1. a — aRb — aRa — R(l(aa))Sc — R(l(aa)) SR (l(aa)) — S ((R(l(aa), R (l(aa))) T d — ...

On pose un objet. Cet objet entre en relation R avec un autre; ensuite il entre en relation R avec soi-même (en soi, pour autrui, pour soi); ensuite la relation de l'objet avec soi-même entre en relation S avec un troisième objet, pour entrer après en S avec elle-même; cet S entre R (l(aa) et R (l(aa) entre enfin en une relation T avec un quatrième objet d et ainsi de suite.

Notons que les relations qui s'introduisent et les objets qui s'introduisent sont quelconques et n'ont pas de rapport avec ceux qui les précèdent.

SD 2. La seconde suite est en tout apparentée à la première avec la seule différence que les 3 termes premiers sont :

a — aRb — ((aRa et aRb) : ici chaque triade est le passage de l'en soi, par l'intermédiaire de l'en autrui" à "l'en soi" et "en autrui".

SD 3. Une troisième séquence aurait comme but de diminuer l'arbitraire de la construction de la suite : a — aRa — aRR — RRa — RRR — (RRR) R (R) — (R) R (RRR) — (RRR) R (RRR) —.

Ici chaque triade transforme l'élément en relation, la relation en élément.

SD 4. Une quatrième séquence débuterait comme la troisième mais continuerait autrement après le cinquième temps — (RRR) R a — aR (RRR) — (R (l(aa)) R (RRR) — (RRR) RR (l(aa) — etc...

SD 5. Toutes les séquences qui précèdent pourraient s'appeler monogènes (elles débutent par un seul élément) nous pourrions aussi les faire débuter par deux éléments : a — b — aRb — bRa — aRb et bRa — pour continuer par après selon la forme d'une des quatre premières séquences. L'opérateur dialectique de A. Speiser est essentiellement SD 5.

A la limite nous pourrions débuter par des séquences d'éléments au lieu de débuter par des éléments.

SD 6. Les différentes séquences que nous sommes ainsi en train de définir trouvent d'ailleurs leur contrepartie dans le domaine syntactico-sémantique.

Par exemple, nous pouvons avoir la séquence suivante : a — "a" (le nom de a dans quelque langue) — R (a, "a") (la relation de désignation); l'autonymie (R(a,a) : a devenant son propre nom) — "R (a,a)" (le nom de l'autonymie etc.

Ces séquences syntaxico-sémantiques qu'on présente ici limitées à un seul signe peuvent encore s'appliquer à des formalismes entiers.

Par exemple :

SD 7. (un langage quelconque) — MF (syntaxe de F) — M (F, MF) (sémantique de F) — MM (F, MF) (syntaxe de cette sémantique) — M (MM (F, MF), M (F, MF) etc.

Dans les séquences précédentes, nous avons rencontré des individus, des relations, des noms et des ensembles de ces éléments, mais nous n'avons pas rencontré des propositions ou des classes. Il est clair que nous pourrions doubler chacune des suites qui précèdent en substituant des propositions ou des classes aux éléments que nous y rencontrons (SD 7) (5).

Nous pensons toutefois à des séquences dont la forme propositionnelle serait plus essentielle : aRa — aRa se médiatise : aRa devient équivalent à aSb et bSa (a se rapporte à soi-même par l'intermédiaire d'autre chose) — et comme troisième temps : a et b réunis se rapportent à a et b réunis par le rapport R. Ce rapport R se médiatise à son tour et ainsi de suite (SD 7)".

SD 8. Jusqu'à maintenant, nous n'avons pas fait intervenir dans les séquences que nous venons de définir la négation, parce qu'il nous est devenu clair dans les paragraphes qui précèdent que la négation chez Hegel se trouve, en fait, définie par la relation.

Il serait toutefois inadmissible que nous ne construisions aucune séquence basée sur la négation.

C'est ici que nous rencontrons la première tentative faite jusqu'à maintenant pour formaliser des parties de la dialectique. Cette tentative a été faite par le mathématicien belge Gorren (5).

Le but de ce dernier était toutefois de pouvoir arriver aussi vite que possible à un calcul. Dans l'espoir de conserver au maximum les moyens d'expression de l'algèbre Booléenne il a décomposé la négation classique en deux négations N1 et N2 N1 d'une proposition p ou d'un événement e, est une proposition p qui est toujours vraie ou un événement f qui se produit toujours si p n'est pas vrai ou e ne se produit pas. N2 d'une proposition p ou d'un événement e, est une proposition q ou un événement f tel que p et q ne sont jamais simultanément vrai ou e et f ne se produisent jamais simultanément.

Il appelle ces deux opérations contraires et complémentaires pour les appeler négations quand elles sont identiques.

Selon Gorren une suite dialectique pourrait avoir la forme suivante

e — NIe — NINIe — f — NIf — NINIf ..., ou bien

p — NIp — NINIp — q — NIq — ...

ou encore les mêmes séquences pour N2 ou encore des séquences pour N1 et N2 mélanges (nous ne disons pas que cet auteur considère chacune de ces possibilités d'une façon claire comme distincte).

Lisant Hegel, il nous paraît toutefois certain que les étapes d'une dialectique ne peuvent jamais se relier les unes aux autres comme contraires ou complémentaires. Nous croyons que le désir légitime du mathématicien Gorren de s'attacher au maximum aux formalismes existants a été ici source d'erreur.

Au lieu de prendre ses séquences commeprototypes de nos S8 nous nous proposons d'en construire une modification.

Prenons comme éléments des séquences non des événements ou des propositions mais des entités vectorielles (suites d'événements ou de propositions) pour pouvoir exprimer des tendances, des forces.

Dans cet univers de séquences s(s1s2 ... sn), t (t1t2 ... tn) etc. des séquences peuvent se produire simultanément ou successivement. Disons encore qu'une séquence se produit complètement ou incomplètement (c'est-à-dire : utilisons une logique multivalente).

Disons qu'une séquence est une négation —i d'une autre si une des conditions suivantes est réalisée :

1. Dans le cas bivalent :

a. s et t ne sont jamais complètement simultanés (ils peuvent l'être partiellement, initialement ou finalement).

b. s et t ne sont jamais même partiellement simultanés.

c. un des deux cas précédents se produit et en outre s produit t et t produit s immédiatement après.

d. un des deux cas premiers se produit et en outre s produit t et t produit s avec un délai fixé ou variable.

e. si s et t se produisent simultanément, il se produit une séquence u qui a les propriétés d'une unité (peut se combiner avec n'importe quelle autre).

2. Dans le cas multivalent.

Un certain degré de vérité ou de réalité de s est incompatible avec le même degré de vérité ou de réalité de t (et inversement) et la réalisation de s ou de t jusqu'à un degré d est suivi immédiatement ou avec délai de tel degré de réalisation ou de vérité de l'autre.

Nous pouvons maintenant prendre comme prototype de SD 8, une séquence de séquences dont les éléments successifs se nient selon une des modalités que nous venons de distinguer (c'est certainement le cas e qui constitue la meilleure approximation).

Signalons que les huit types de suites dialectiques qui précèdent peuvent se combiner les unes avec les autres : en fait la dialectique Hégélienne dans la "Logik" constitue une combinaison constante de tous les huit types. Une logique formelle de la dialectique aurait pour devoir d'étudier les propriétés des combinaisons de ces séquences dialectiques (notons par exemple que dans SD 1 les éléments surajoutés pourraient être définis comme des négations dans un des sens de SD 8, et dans SD 8 les négations pourraient se définir relationnellement par une des expressions dans les suites dialectiques précédentes).

Nous osons espérer que le dialecticien reconnaitra que le mode d'expression adopté peut l'aider dans l'analyse de la dialectique. Nous espérons aussi que les nombreux problèmes formels suggérés par le problème de la combinaison de ces suites paraîtront dignes d'intérêt au logicien.

B. Le problème central de Hegel.

En lisant Hegel, le logicien se heurte fréquemment à l'impression d'une absence de preuve du développement suivi. Est-ce que Hegel se pose un problème raisonnable que le logicien serait susceptible de traiter avec rigueur ?

Pour nous, le problème central de Hegel dans la "Logik" se résume dans le problème de la preuve ontologique. Son but est de définir un système qui serait complet et qui serait auto-explicatif. Un système complet est un système tel que tout objet possible est nécessairement dans ce système S. Mais ce système complet doit encore être auto-explicatif; il doit se justifier et s'expliquer lui-même.

L'énoncé suivant est extrêmement significatif (Logik II, p. 329) : "Die logische Idee hat somit sich als die unendliche Form zu Ihrem Inhalte". Dans l'ouvrage de Van Der Meulen déjà cité, l'auteur note bien la même chose quand il nous affirme "auf höchster Stufe muss die Form der reinen Synthese in sich selbst einkehren, sich als ihrem eigenen Inhalt begreifen" (174).

En effet, si le système complet s'explique lui-même, il doit être ce qu'il est à cause d'un de ces contenus S1. Pour empêcher qu'on puisse poser toutefois pour ce contenu S1 la question de son explication, il faut que toute autre partie possible du système complet ait le même pouvoir de détermination de la totalité de S. Donc : il faut que le système complet S se compose de parties qui se codéterminent complètement les unes les autres et dont chacune détermine complètement la totalité.

Le système complet et auto-explicatif dans l'objet n'est qu'un aspect du problème central de Hegel : le système complet et auto--explicatif dans le sujet en est le pendant.

Si une définition de la complétude et de l'explication est donnée, le problème de développer des théorèmes sur un système d'objets qui serait complet et auto-explicatif, et sur un langage quiserait complet et auto-explicatif, est un problème raisonnable et possible (comme problème asymptotique).

Le résultat essentiel que nous devons certainement attribuer à Hegel est que, ni dans le sujet ni dans l'objet, ce système peut être défini comme une totalité fermée mais qu'il doit se penser nécessairement comme une totalité ouverte. Hao Wang, dans un article publié dans le Journal of Symbolic Logic, vol. 19, December 1954, en arrive à une conclusion qui est essentiellement la même. Un second résultat essentiel que Hegel prétend avoir atteint est que, dans la détermination du système complet et auto-explicatif subjectif aussi bien que dans le système complet et auto-explicatif objectif, les approximations successives se font nécessairement selon des séquences dialectiques (la notion de séquence dialectique étant à préciser comme nous venons de le faire ici-même).

Hegel est convaincu que notre développement de pensée dans notre tentative de saisir les propriétés de S, dans l'objet et dans le sujet, reflète à la fois l'histoire des sciences d'une part, l'histoire de l'univers d'autre part. Nous ne sommes nullement obligé de partager ces convictions pour pouvoir donner une signification raisonnable et utile à ses travaux.

Il n'existe donc pas d'incompatibilité entre logique et dialectique. Telle est la conclusion à laquelle nous sommes arrivé. Mais la dialectique en est encore au début de son développement. Elle est desservie par la quasi-totalité de ce qui est écrit à son sujet.

Certains auteurs commencent à en saisir le noyau rationnel. Nous serions heureux si on voulait lire la contribution présente comme une continuation des travaux de Théodor Litt qui, en voyant dans la logique hégélienne une tentative de faire de la logique une théorie du développement de la science, sans méconnaître que Hegel voulait anticiper ce développement en s'en construisant une image d'ensemble, nous paraît avoir fait un pas décisif dans le compréhension plus adéquate d'un philosophe trop souvent combattu et trop souvant servilement suivi.

Note : Cet appendice a été présenté en 1960 au Colloque de Royaumont sur la dialectique. Il n'a pas été publié et nous paraît conserver une certaine actualité.

NOTES

(1) Nous citions l'édition Glockner des Oeuvres Complètes.

(2) Il est assez assez facile de trouver dans les raisonnements qui mènent aux paradoxes, des analogues de certaines formes dialectiques. Mais c'est ailleurs qu'en tératologie que nous cherchons nos affinités.

(3) Arnold Schmidt, dans "Mathematische Gesetze der Logik", p. 218, nos dit : "Man kann ... für das Feld der Aussagenlogik... in d [illegible] aufschichten der Deduktion eine gewisse Verwirklichung der Hegelschen-Forderung erblicken nach der die Deduktion in einer begrifflichen Entfaltung bestehen soll (218).

(4) Nous pouvons même formaliser certains énoncés hégéliens qui ont depuis toujours paru complètement incompatibles avec la logique formelle. Prenons quelques exemples célèbres.
a) l'identification de l'être et du néant au début de la "Logik". Si je définis l'être totalement indéterminé comme la classe des x tels qu'il existe un prédicat f, tel que f(x) est vrai $((\hat{x})\ (Ef)\ (f(x)))$, et si je définis la classe vide comme la classe qui n'a pas de membres, alors dans un univers qui comporte seulement la classe vide, la formule de l'être indéterminé se trouve satisfaite si la propriété complexe de ne pas avoir de membres est admise comme valeur possible pour f;
b dans la théorie des ensembles de Von Neumann, démontrer pour une classe qu'elle est et n'est pas membre d'elle-même, ne signifie pas rejeter la classe en question, ou réduire à néant la valeur du formalisme, mais revient à démontrer que la classe en question n'est pas un ensemble et ne peut donc être traitée comme élément possible d'une autre classe. De ce que nous démontrons P(x) et $-P$ (x) suit donc que Q(x), une proprété positive est vraie qui implique que x n'est pas insérable dans les catégories P ou $-$ P.
La dialectique hégélienne ne fait que répéter ce mouvement indéfiniment, donnant pour chaque prédicat atteint, des versions plus fortes et plus précises qui mènent aux

contradictoires en cause et donc à la découverte que Hegel pose unique, de la propriété positive qui exclut la catégorisation sur le niveau précédent.

(5) Nous sommes peut-être trop exclusifs dans cette déclaration. S'il est certain qu'il n'y a pas d'autre tentative aussi élaborée, R. Queneau a fait allusion aux affinités entre les séries dialectiques et les séries de Fourier; d'autres ont comparé l'algèbre des suites dialectiques et l'algèbre des quaternions