

تم بيع أكثر من ٣٠ مليون نسخة من ملخصات شوم!

[www.ibtesama.com/vb](http://www.ibtesama.com/vb)

# الكهر ومغناطيسيات

عصير الكتب

[www.ibtesama.com/vb](http://www.ibtesama.com/vb)

منتدى مجلة الإبتسامة

ملخصات شوم  
إيزي

- يغطي جميع أساسيات المنهج
- يحتوي على الكثير من المسائل المحلولة حلاً كاملاً
- أفضل وسيلة دقيقة وموجزة لمساعدة الطالب على التفوق والنجاح



چوزيف إدمنستر

الدار الدولية للاستثمارات الثقافية ش.م.ع. ٢٠٠٣

نص

**عصير الكتب**  
**[www.ibtesama.com/vb](http://www.ibtesama.com/vb)**  
**منتدى مجلة الإبتسامة**

عصير الكتب  
[www.ibtesama.com/vb](http://www.ibtesama.com/vb)  
منتدى مجلة الإبتسامة

# الكهر ومغناطيسيات

المؤلف

چوزيف إدمنستر

محرر الموجز

ويليام سميث

ترجمة

دكتور مهندس / صبرى محمد إبراهيم

أستاذ مساعد بكلية الهندسة بحلوان

جامعة حلوان

---

الدار الدولية للاستثمارات الثقافية ش.م.م

مصر

## حقوق النشر

**Electromagnetics**

by

**Joseph Edminister**

**English Edition:** Copyright © 2003 by The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

**Arabic Edition:** Copyright © 2004 by International House for Cultural Investments S.A.E. All rights reserved. No part of this publication may be reproduced or distributed in any form or by any means, or stored in a data base or retrieval system, without the prior written permission of the publisher.

**International House for Cultural Investments S.A.E.**

8, Ibrahim El-Orabi St., El-Nozha El-Gedida

Heliopolis West, Cairo, Egypt

E-mail: ihci@link.net

الطبعة العربية الأولى حقوق الطبع والنشر © 2004، جميع الحقوق محفوظة للدار الدولية للاستثمارات الثقافية ش.م.م. لا يجوز نشر أى جزء من هذا الكتاب أو اختزان مادته بطريقة الاسترجاع أو نقله على أى وجه أو بأى طريقة سواء كانت إلكترونية أو ميكانيكية أو بالتصوير أو خلاف ذلك إلا بموافقة الناشر على هذا كتابة ومقدماتاً

### الدار الدولية للاستثمارات الثقافية

8 إبراهيم العرابى - النزهة الجديدة - مصر الجديدة - القاهرة - ج.م.ع.

ص.ب: 5599 هليوبوليس غرب/ القاهرة - تليفون: 6221944/622105 فاكس: (00202) 6221944

بريد إلكترونى: ihci@link.net

رقم الإيداع: 2003/9485

I.S.B.N: 977-282-147-8

## كتب أخرى في سلسلة ملخصات شوم إيزى

- ملخص شوم إيزى : الفيزياء العامة
- ملخص شوم إيزى : الفيزياء التطبيقية
- ملخص شوم إيزى : الكيمياء العامة
- ملخص شوم إيزى : الكيمياء العضوية
- ملخص شوم إيزى : البيولوجيا
- ملخص شوم إيزى : البيولوجيا الجزيئية وبيولوجيا الخلية
- ملخص شوم إيزى : الوراثة
- ملخص شوم إيزى : الجبر العام
- ملخص شوم إيزى : الجبر الأساسى
- ملخص شوم إيزى : علم الهندسة
- ملخص شوم إيزى : الإحصاء
- ملخص شوم إيزى : الاحتمالات والإحصاء
- ملخص شوم إيزى : حساب التفاضل والتكامل
- ملخص شوم إيزى : مبادئ التفاضل والتكامل
- ملخص شوم إيزى : حساب المثلثات
- ملخص شوم إيزى : الرياضيات المنفصلة
- ملخص شوم إيزى : مرجع رياضى لأهم القوانين والجداول
- ملخص شوم إيزى : البرمجة بلغة ++C
- ملخص شوم إيزى : البرمجة بلغة JAVA
- ملخص شوم إيزى : أساسيات الكهرباء
- ملخص شوم إيزى : مبادئ الاقتصاد
- ملخص شوم إيزى : الإحصاء التجارى
- ملخص شوم إيزى : مبادئ المحاسبة
- ملخص شوم إيزى : مقدمة فى علم النفس

چوزيف أ. إدمنستر مدير مكتب العلاقات التعاونية بكلية الهندسة بجامعة كورنيل وأستاذ غير متفرغ بجامعة أكرون حيث عمل بها أستاذاً للهندسة الكهربائية، ونائباً لكل من رئيس القسم والعميد. حصل على درجتي البكالوريوس والماجستير في علوم الهندسة الكهربائية من جامعة أكرون، عمل كنائب ومسجل اختراعات بولاية أوهايو. قام بتدريس تحليل الدوائر الكهربائية ونظرية الكهرومغناطيسية خلال عمله الأكاديمي.

ويليام ت. سميث أستاذ مشارك بقسم الهندسة الكهربائية بجامعة كنتاكي وهناك قام بالتدريس منذ 1990. ونال جائزة الأساتذة المتميزين مرتين. حصل على درجة البكالوريوس من جامعة كنتاكي وحصل على درجة الماجستير في الهندسة الكهربائية من معهد الصنائع والفنون بفرجينيا ودرجة الدكتوراه في الهندسة الكهربائية من جامعة ولاية فرجينيا. اشترك في تأليف عدد من المقالات العلمية في المؤتمرات والمجلات. قام بتحرير ملخص شوم إيزي في أساسيات الكهرباء. عمل كزائر أكاديمي بمعمل أبحاث تابع لشركة IBM.

صبرى محمد إبراهيم أستاذ مساعد بكلية الهندسة بحلوان - جامعة حلوان، حصل على البكالوريوس من المعهد العالي الصناعي بالقاهرة في الهندسة الكهربائية، ودرجتي الماجستير والدكتوراه في الهندسة الكهربائية من جامعة جورج واشنطن بالولايات المتحدة الأمريكية. قام بتدريس نظرية المجالات والهوائيات وانتشار الموجات وهندسة الموجات الدقيقة بكل من كلية الهندسة بحلوان وكلية الهندسة بالعين جامعة الإمارات العربية المتحدة. كما اشترك في تأليف عدد من المقالات العلمية بالمجلات والمؤتمرات.

# المحتويات

7	..... تحليل المتجهات	: الفصل الأول
23	..... المجال الكهربى الساكن	: الفصل الثانى
61	..... المجال المغناطيسى الساكن (الثابت)	: الفصل الثالث
81	..... المجالات المتغيرة مع الزمن ومعادلات ماكسويل.	: الفصل الرابع
99	..... الموجات الكهرومغناطيسية	: الفصل الخامس
117	..... خطوط النقل	: الفصل السادس
145	..... الهوائيات	: الفصل السابع
161	..... قائمة المصطلحات العلمية (إنجليزية/عربى)	

**عصير الكتب**  
**[www.ibtesama.com/vb](http://www.ibtesama.com/vb)**  
**منتدى مجلة الإبتسامة**



# الفصل الأول

## تحليل المتجهات

### Vector Analysis

فى هذا الفصل:

- ✓ اصطلاحات المتجهات
- ✓ جبر المتجهات
- ✓ نظم الإحداثيات
- ✓ العناصر التفاضلية للحجم والسطح والخط
- ✓ مسائل محلولة



توصف المتجهات فى مقررات الفيزياء والرياضيات بنظام المحاور الكرتيزية بصفة أساسية وبالرغم من وجود واستخدام المحاور الأسطوانية أيضاً فى مراجع الرياضيات إلا أن نظام المحاور الكروية نادراً ما يستخدم. فى مجال الكهرومغناطيسيات ينبغى استخدام نظام المحاور الثلاثة. حيث أن الرموز المستخدمة للمتجهات ونظم المحاور تختلف من مرجع إلى آخر، لذا فإن الفهم الصحيح للترميز المستخدم هنا فى هذا المرجع يكون ضرورياً لوضع المسائل والحصول على حلول لها.

## Vector Notation

## اصطلاحات المتجهات

للتفرقة بين المتجهات (التي لها مقدار واتجاه) والمقياسيات (التي لها مقدار فقط) فإن المتجهات تكتب بالخط الأسود الثقيل. متجه الوحدة له مقدار (أى طول) يساوى الوحدة وليس له وحدات لأنه يمثل الاتجاه فقط. متجه الوحدة سوف يرمز له بحرف صغير بالخط الأسود الثقيل مثل  $\mathbf{a}$ . متجهات الوحدة فى اتجاه المحور  $x$ ,  $y$ ,  $z$  فى نظام المحاور الكرتيزية هى  $\mathbf{a}_x$ ,  $\mathbf{a}_y$ ,  $\mathbf{a}_z$ .

المتجه  $\mathbf{A}$  يمكن كتابته بدلالة مركباته كما يلى

$$\mathbf{A} = A_x \mathbf{a}_x + A_y \mathbf{a}_y + A_z \mathbf{a}_z$$

بدلالة المركبات فإن القيمة المطلقة للمتجه  $\mathbf{A}$  تعرف كالتالى

$$|\mathbf{A}| = A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$$

ومتجه الوحدة فى اتجاه  $\mathbf{A}$  يعطى كالتالى

$$\mathbf{a}_A = \frac{\mathbf{A}}{|\mathbf{A}|} = \frac{\mathbf{A}}{A}$$

## Vector Algebra

## جبر المتجهات

1. يمكن جمع وطرح المتجهات.

$$\begin{aligned} \mathbf{A} \pm \mathbf{B} &= (A_x \mathbf{a}_x + A_y \mathbf{a}_y + A_z \mathbf{a}_z) \pm (B_x \mathbf{a}_x + B_y \mathbf{a}_y + B_z \mathbf{a}_z) \\ &= (A_x \pm B_x) \mathbf{a}_x + (A_y \pm B_y) \mathbf{a}_y + (A_z \pm B_z) \mathbf{a}_z \end{aligned}$$

2. قوانين الترافق والتوزيع والتبادل يمكن تطبيقها

$$\mathbf{A} + (\mathbf{B} + \mathbf{C}) = (\mathbf{A} + \mathbf{B}) + \mathbf{C}$$

$$k(\mathbf{A} + \mathbf{B}) = k\mathbf{A} + k\mathbf{B}, \quad (k_1 + k_2)\mathbf{A} = k_1\mathbf{A} + k_2\mathbf{A}$$

$$\mathbf{A} + \mathbf{B} = \mathbf{B} + \mathbf{A}$$

3. الضرب المقياسى لمتجهين يعرف كما يلي

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = A B \cos \theta \quad (\text{تقرأ "A ضرب مقياسى B"})$$

حيث  $\theta$  هى الزاوية الصغرى بين  $\mathbf{A}$  و  $\mathbf{B}$ . بدلالة المركبات فإن الضرب المقياسى يساوى

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z$$

هذا يعطى

$$|\mathbf{A}| = \sqrt{\mathbf{A} \cdot \mathbf{A}}$$

**ملاحظة!**

المتجهات المتعامدة تعطى ضرب مقياسى يساوى الصفر نتيجة لأن الزاوية المتضمنة تساوى  $90^\circ$ . كاستخدام لهذه الخاصية الهامة للمتجهات والتي تأتي من الضرب المقياسى لمتجه الوحدة:

$$\mathbf{a}_x \cdot \mathbf{a}_y = \mathbf{a}_y \cdot \mathbf{a}_x = \mathbf{a}_x \cdot \mathbf{a}_z = \mathbf{a}_z \cdot \mathbf{a}_x = 0$$

أيضاً نلاحظ أن

$$\mathbf{a}_x \cdot \mathbf{a}_x = \mathbf{a}_y \cdot \mathbf{a}_y = \mathbf{a}_z \cdot \mathbf{a}_z = 1$$

مثال 1.1 الضرب المقياسى يخضع لقانون التوزيع وقانون ضرب الكميات المقياسية

$$\mathbf{A} \cdot (\mathbf{B} + \mathbf{C}) = \mathbf{A} \cdot \mathbf{B} + \mathbf{A} \cdot \mathbf{C} \quad \mathbf{A} \cdot k\mathbf{B} = k(\mathbf{A} \cdot \mathbf{B})$$

باستخدام خواص الضرب المقياسى أثبت الخاصية الثالثة من المذكور أعلاه.

**Example 1.1** The dot product obeys the distributive and scalar multiplication laws

$$\mathbf{A} \cdot (\mathbf{B} + \mathbf{C}) = \mathbf{A} \cdot \mathbf{B} + \mathbf{A} \cdot \mathbf{C} \quad \mathbf{A} \cdot k\mathbf{B} = k(\mathbf{A} \cdot \mathbf{B})$$

Using the properties of the dot product, prove property 3 from above.

الحل:

$$\begin{aligned} \mathbf{A} \cdot \mathbf{B} &= (A_x \mathbf{a}_x + A_y \mathbf{a}_y + A_z \mathbf{a}_z) \cdot (B_x \mathbf{a}_x + B_y \mathbf{a}_y + B_z \mathbf{a}_z) \\ &= A_x B_x (\mathbf{a}_x \cdot \mathbf{a}_x) + A_y B_y (\mathbf{a}_y \cdot \mathbf{a}_y) + A_z B_z (\mathbf{a}_z \cdot \mathbf{a}_z) \\ &\quad + A_x B_y (\mathbf{a}_x \cdot \mathbf{a}_y) + \dots + A_z B_y (\mathbf{a}_z \cdot \mathbf{a}_y) \end{aligned}$$

في كل الأحوال،  $\mathbf{a}_i \cdot \mathbf{a}_i = 1$  حيث  $(i = x \text{ أو } y \text{ أو } z)$  وأيضاً  $\mathbf{a}_i \cdot \mathbf{a}_j = 0$  حيث  $i \neq j$  على ذلك تم إثبات الخاصية الثالثة

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z$$

4. الضرب الاتجاهي لمتجهين يعرف كما يلي

$$\mathbf{A} \times \mathbf{B} = (A B \sin \theta) \mathbf{a}_n \quad (\text{تقرأ "A ضرب اتجاهي B"})$$

حيث  $\theta$  هي الزاوية الصغرى بين  $\mathbf{A}$  و  $\mathbf{B}$  و متجه الوحدة  $\mathbf{a}_n$  يكون عمودياً على المستوى المار بـ  $\mathbf{A}$  و  $\mathbf{B}$  عندما يتم رسمها من نقطة مشتركة. هناك عمودان على هذا السطح. متجه الوحدة الذي نختاره هو اتجاه حركة مسمار بريمة عندما يتحرك  $\mathbf{A}$  في اتجاه  $\mathbf{B}$  (شكل 1.1) هذا أيضاً يعرف بـ "قاعدة اليد اليمنى" Right-Hand Rule (حرك  $\mathbf{A}$  في اتجاه  $\mathbf{B}$  في اتجاه أصابع اليد اليمنى وبشير اتجاه الإبهام إلى الاتجاه الصحيح لمتجه الوحدة). لهذا نجد أن الضرب الاتجاهي لا يطبق عليه قانون التبادل

$$\mathbf{A} \times \mathbf{B} = -\mathbf{B} \times \mathbf{A}$$



**تذكر!**

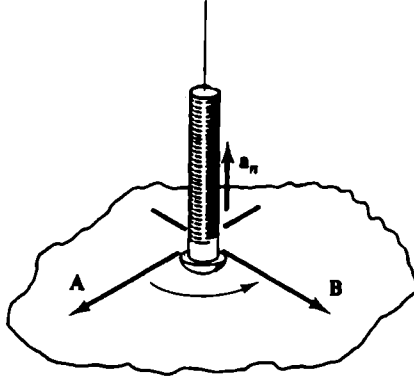
المتجهات المتوازية تعطي ضرباً اتجاهياً يساوي صفراً لأن الزاوية المتضمنة تساوي  $0^\circ$ .

وبكتابة الضرب الاتجاهي بدلالة المركبات فإن

$$\begin{aligned} \mathbf{A} \times \mathbf{B} &= (A_x \mathbf{a}_x + A_y \mathbf{a}_y + A_z \mathbf{a}_z) \times (B_x \mathbf{a}_x + B_y \mathbf{a}_y + B_z \mathbf{a}_z) \\ &= (A_y B_z - A_z B_y) \mathbf{a}_x + (A_z B_x - A_x B_z) \mathbf{a}_y + (A_x B_y - A_y B_x) \mathbf{a}_z \end{aligned}$$

وهناك طريقة استخدام صورة المحدد لحساب الضرب الاتجاهي

$$\mathbf{A} \times \mathbf{B} = \begin{vmatrix} \mathbf{a}_x & \mathbf{a}_y & \mathbf{a}_z \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$



شكل 1-1 اختيار اتجاه  $\mathbf{a}_n$

مثال 1.2 إذا كان  $\mathbf{B} = \mathbf{a}_x - \mathbf{a}_y$  و  $\mathbf{A} = 2\mathbf{a}_x + 4\mathbf{a}_y - 3\mathbf{a}_z$  أوجد  $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}$  و  $\mathbf{A} \times \mathbf{B}$ .

**Example 1.2** Given  $\mathbf{A} = 2\mathbf{a}_x + 4\mathbf{a}_y - 3\mathbf{a}_z$  and  $\mathbf{B} = \mathbf{a}_x - \mathbf{a}_y$ , find  $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}$  and  $\mathbf{A} \times \mathbf{B}$ .

الحل:

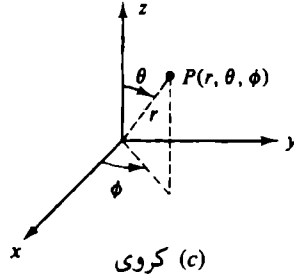
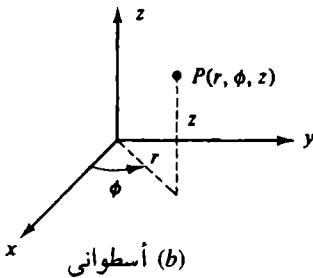
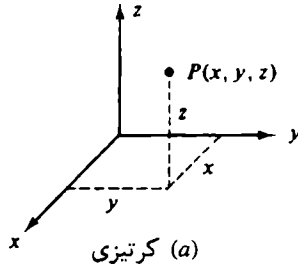
$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = (2)(1) + (4)(-1) + (-3)(0) = -2$$

$$\mathbf{A} \times \mathbf{B} = \begin{vmatrix} \mathbf{a}_x & \mathbf{a}_y & \mathbf{a}_z \\ 2 & 4 & -3 \\ 1 & -1 & 0 \end{vmatrix} = -3\mathbf{a}_x - 3\mathbf{a}_y - 6\mathbf{a}_z$$

## Coordinate Systems

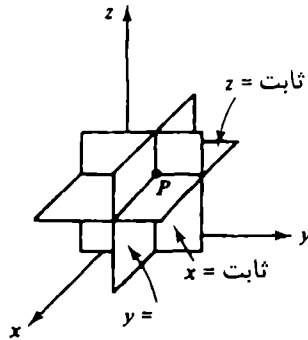
## نظم الإحداثيات

يمكن التعبير وحل المسائل التي بها تماثل أسطواني أو تماثل كروي عن طريق استخدام النظام الكرتيزي المألوف. ولكن في هذه الحالة يصعب الاستفادة من التماثل ويكون الحل معقداً بدون داع. على سبيل المثال في مسائل الخطوط نستخدم الإحداثيات الأسطوانية وفي مسائل الهوائيات يكون الحل باستخدام الإحداثيات الكروية.

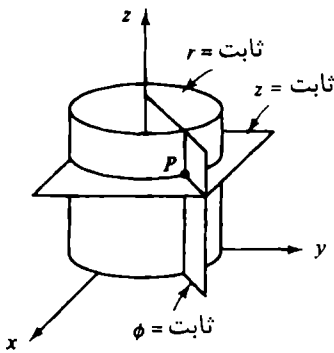


شكل 1-2 تعريف المتغيرات في نظم الإحداثيات الثلاثة

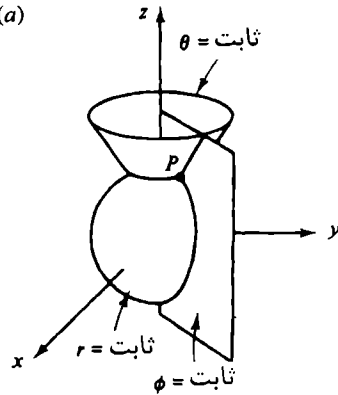
النقطة  $P$  يمكن وصفها عن طريق نظم الإحداثيات الثلاثة. ففي الكرتيزية  $(x, y, z)$  وفي الأسطوانية الدائرية  $(r, \phi, z)$  وفي الكروية  $(r, \theta, \phi)$  كما هو موضح بالشكل 1.2. نفس الرمز  $r$  يستخدم فى نظامى الإحداثيات الأسطوانية والكروية ولكن فى كل نظام يمثل شيئاً مختلفاً. فى الإحداثيات الأسطوانية  $r$  تمثل المسافة العمودية بين النقطة  $P$  ومحور  $z$ . فى الإحداثيات الكروية  $r$  هى



(a) كرتيزى



(b) أسطوانى



(c) كروى

شكل 1-3 أسطح القيم الثابتة لنظم الإحداثيات الثلاثة

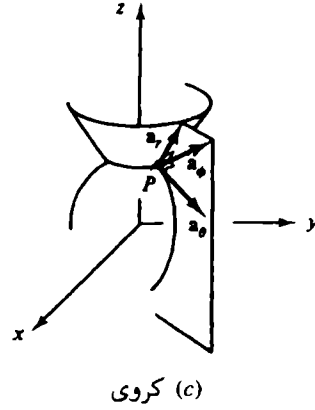
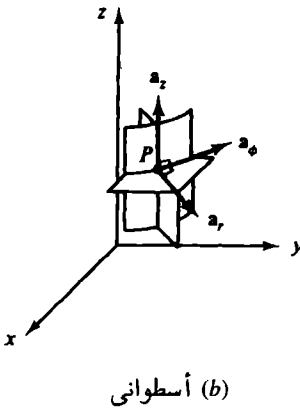
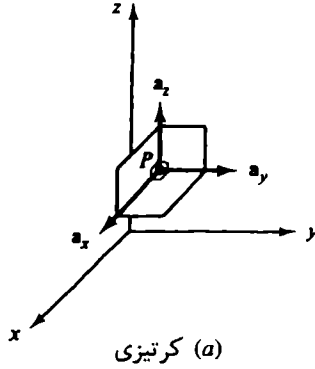
المسافة من نقطة الأصل حتى النقطة  $P$ . ومن سياق الكلام للمسألة يجب أن يكون واضحاً المقصود من  $r$ . الزاوية  $\phi$  هي نفس الزاوية في نظامى الإحداثيات الأسطوانية والكروية. حدود  $\phi$  هي  $0 \leq \phi \leq 2\pi$  مقاسه على المستوى  $x-y$  ابتداء من محور  $x$  وتزيد فى اتجاه  $y$ . فى الإحداثيات الكروية الزاوية  $\theta$  تقاس بين محور  $z$  والخط الواصل من نقطة الأصل حتى النقطة  $P$ . حدود  $\theta$  هي  $0 \leq \theta \leq \pi$ . المتغير  $z$  هو نفسه فى نظامى الإحداثيات الكرتيزية والأسطوانية.

النقطة فى الفراغ يمكن أيضاً وصفها عن طريق تقاطع ثلاثة أسطح متعامدة كما هو موضح بشكل 1-3. فى الإحداثيات الكرتيزية هذه الأسطح هى المستويات اللانهائية  $x = \text{ثابت}$ ،  $y = \text{ثابت}$ ،  $z = \text{ثابت}$ . فى الإحداثيات الأسطوانية  $z = \text{ثابت}$  هو نفس المستوى كما فى الكرتيزية،  $\phi = \text{ثابت}$  هو نصف مستوى حافته تقع على محور  $z$ ،  $r = \text{ثابت}$  هو سطح أسطوانة دائرية قائمة.

الثلاثة أسطح هذه فى الإحداثيات الأسطوانية متعامدة ومتقاطعة فى نقطة وهذه النقطة تحدد مكان  $P$ . فى الإحداثيات الكروية  $\phi = \text{ثابت}$  هو نفس النصف مستوى كما فى الأسطوانية،  $r = \text{ثابت}$  هى كرة مركزها نقطة الأصل،  $\theta = \text{ثابت}$  هو مخروط دائرى محوره على محور  $z$  ورأسه عند نقطة الأصل هذه الأسطح متعامدة وتقاطعها يحدد النقطة  $P$ .

**عصير الكتب**  
[www.ibtesama.com/vb](http://www.ibtesama.com/vb)  
**منتدى مجلة الإبتسامه**





شكل 1-4 اتجاه متجهات الوحدة لنظم الإحداثيات الثلاثة

شكل 1-4 يبين متجهات الوحدة الثلاثة عند النقطة  $P$ . فى حالة نظام الإحداثيات الكرتيزية هذه المتجهات لها اتجاه ثابت لا يعتمد على مكان النقطة  $P$ . هذا غير صحيح لنظام الإحداثيات الأخرى (معدا  $a_z$ ). كل متجه وحدة يكون عمودياً على سطح الإحداثى التابع له ويكون فى اتجاه زيادة الإحداثى.

## ملاحظة! ★

كل نظم الإحداثيات تتبع قاعدة اليد اليمنى:

$$a_x \times a_y = a_z$$

$$a_y \times a_z = a_x$$

$$a_z \times a_x = a_y$$

المركبات التي تُكوّن المتجه في النظم الثلاثة هي

$$A = A_x a_x + A_y a_y + A_z a_z \quad (\text{كارتيزي})$$

$$A = A_r a_r + A_\theta a_\theta + A_z a_z \quad (\text{أسطوانى})$$

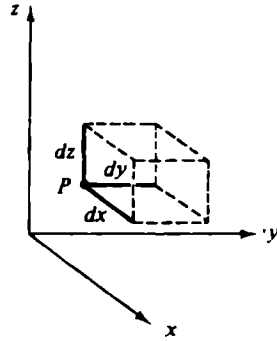
$$A = A_r a_r + A_\theta a_\theta + A_\phi a_\phi \quad (\text{كروى})$$

يجب ملاحظة أن المركبات  $A_x$ ،  $A_y$ ،  $A_z$ ، ... إلخ، ليست ثابتة بصفة عامة ولكن غالباً تكون دوال في الإحداثيات في ذلك النظام.

## العناصر التفاضلية للحجم والسطح والخط

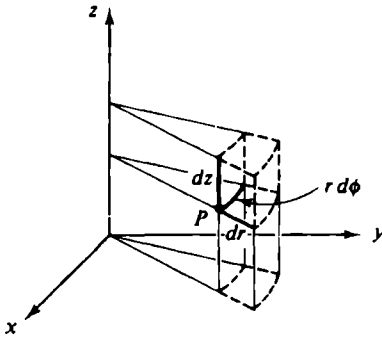
### Differential Volume, Surface, and Line Elements

يوجد عدد قليل من المسائل في الكهرومغناطيسات التي يمكن حلها بدون الرجوع إلى نوع ما من التكامل - على منحنى أو سطح أو عبر الحجم. عند زيادة الإحداثيات للنقطة  $P$  إلى  $(x + dx, y + dy, z + dz)$  أو  $(r + dr, \phi + d\phi, z + dz)$  أو  $(r + dr, \theta + d\theta, \phi + d\phi)$  فإنه يتكون حجم تفاضلى  $dv$ . تقرب الدرجة الأولى للحجم التفاضلى يصبح صندوقاً فى نظم الإحداثيات. الحجم التفاضلى  $dv$  فى كل نظام مبين بشكل 1-5. الزوايا  $\theta$ ،  $\phi$  ليس لها وحدة أطوال لأنها تمثل زوايا.



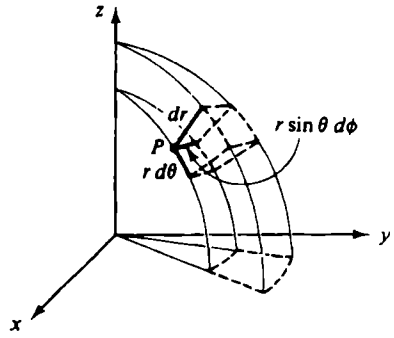
$$dv = dx dy dz$$

(a) كرتيزي



$$dv = r dr d\phi dz$$

(b) أسطواني



$$dv = r^2 \sin \theta dr d\theta d\phi$$

(c) كروي

شكل 1-5 الحجم التفاضلي لنظم الإحداثيات الثلاثة

## ★ ملاحظة!

في الإحداثيات الأسطوانية الطول التفاضلي على امتداد القوس الدائري في اتجاه  $\phi$  يعطى  $r d\phi$ . [انظر شكل (b) 1-5]. في الإحداثيات الكروية الأطوال التفاضلية على امتداد الأقواس الدائرية في اتجاه  $\theta$  وتعطى بـ  $r d\theta$  و  $r \sin \theta d\phi$  على الترتيب [انظر شكل (c) 1-5].

من شكل 1-5 يمكن أيضاً قراءة مساحة العناصر السطحية التى تُجد الحجم التفاضلي. على سبيل المثال في الإحداثيات الكروية يكون عنصر السطح التفاضلي العمودى  $a_r$  هو

$$dS = (r d\theta) (r \sin \theta d\phi) = r^2 \sin \theta d\theta d\phi$$

والعنصر التفاضلي الخطي  $dl$  هو القطر خلال  $p$  ولذلك.

$$dl^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2 \quad (\text{كارتيزي})$$

$$dl^2 = dr^2 + r^2 d\phi^2 + dz^2 \quad (\text{أسطوانى})$$

$$dl^2 = dr^2 + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\phi^2 \quad (\text{كروى})$$

## أشياء هامة للتذكر

- ✓ المتجه هو كمية له مقدار واتجاه.
- ✓ اتجاه المتجه يعطى بمتجه الوحدة وليس له وحدات.
- ✓ المتجهات المتعامدة تعطى ضرب مقياسى يساوى الصفر لأن الزاوية المتضمنة تساوى  $90^\circ$ .

- ✓ المتجهات المتوازية تعطى ضرب اتجاهي يساوي الصفر لأن الزاوية المتضمنة تساوي  $0^\circ$ .
- ✓ المتغيرات لنظم الإحداثيات الثلاثة هي: كرتيزي  $(x, y, z)$ ، أسطواني  $(r, \phi, z)$ ، كروي  $(r, \theta, \phi)$ .

## Solved Problems

## مسائل محلولة

### مسألة محلولة 1.1

أوجد المتجه  $C$  الممتد بين  $M(x_1, y_1, z_1)$  إلى  $N(x_2, y_2, z_2)$  ما هو المقدار وما هو اتجاه متجه الوحدة؟

#### Solved Problem 1.1

Find the Vector  $C$  directed  $M(x_1, y_1, z_1)$  to  $N(x_2, y_2, z_2)$ . What is its magnitude and directional unit vector?

الحل: تستخدم إحداثيات  $M$  و  $N$  لكتابة متجه الموضع  $A$  و  $B$  بالشكل  
1-6.

$$\mathbf{A} = x_1\mathbf{a}_x + y_1\mathbf{a}_y + z_1\mathbf{a}_z$$

$$\mathbf{B} = x_2\mathbf{a}_x + y_2\mathbf{a}_y + z_2\mathbf{a}_z$$

وعلى ذلك

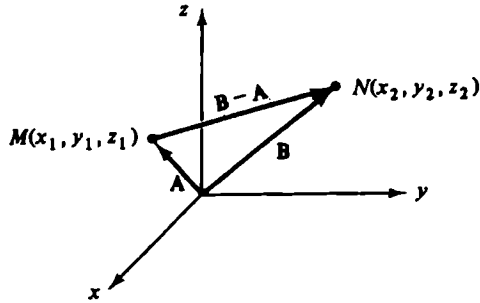
$$\mathbf{C} = \mathbf{B} - \mathbf{A} = (x_2 - x_1)\mathbf{a}_x + (y_2 - y_1)\mathbf{a}_y + (z_2 - z_1)\mathbf{a}_z$$

مقدار  $C$  يكون

$$C = |\mathbf{C}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

متجه الوحدة يكون

$$\mathbf{a}_C = \frac{\mathbf{C}}{C} = \frac{(x_2 - x_1)\mathbf{a}_x + (y_2 - y_1)\mathbf{a}_y + (z_2 - z_1)\mathbf{a}_z}{\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}}$$



شكل 1-6 متجهات الموضع لـ  $M$  و  $N$ .

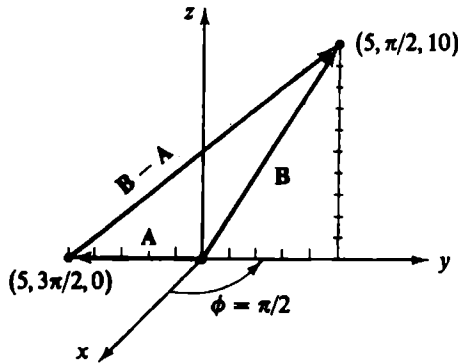
### مسألة محلولة 1.2

أوجد المسافة بين  $(5, \pi/2, 10)$  و  $(5, 3\pi/2, 0)$  بالإحداثيات الأسطوانية.

#### Solved Problem 1.2

Find the distance between  $(5, 3\pi/2, 0)$  and  $(5, \pi/2, 10)$  in cylindrical coordinates.

الحل: نوجد أولاً متجهات الموضع الكرتيزية  $A$  و  $B$  (انظر شكل 1-7).



شكل 1-7 إيجاد المسافة بين النقط

من الشكل

$$\mathbf{A} = -5\mathbf{a}_x, \quad \mathbf{B} = 5\mathbf{a}_x + 10\mathbf{a}_z$$

ولذلك  $\mathbf{B} - \mathbf{A} = 10\mathbf{a}_x + 10\mathbf{a}_z$  وتكون المسافة المكافئة بين النقطتين

$$|\mathbf{B} - \mathbf{A}| = 10\sqrt{2}$$

### مسألة محلولة 1.3

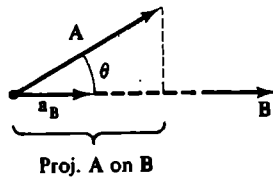
إذا كان  $\mathbf{A} = (y - 1)\mathbf{a}_x + 2x\mathbf{a}_y$  أوجد المتجه عند  $(2, 2, 1)$  ومسقطه على المتجه  $\mathbf{B} = 5\mathbf{a}_x - \mathbf{a}_y + 2\mathbf{a}_z$ .

#### Solved Problem 1.3

Given  $\mathbf{A} = (y - 1)\mathbf{a}_x + 2x\mathbf{a}_y$ , find the vector at  $(2, 2, 1)$  and its projection on vector  $\mathbf{B} = 5\mathbf{a}_x - \mathbf{a}_y + 2\mathbf{a}_z$ .

الحل:  $\mathbf{A} = (2 - 1)\mathbf{a}_x + 2(2)\mathbf{a}_y = \mathbf{a}_x + 4\mathbf{a}_y$ . كما هو مبين بالشكل 1-8. يمكن إيجاد مسقط متجه على متجه ثان عن طريق معرفة متجه الوحدة في اتجاه المتجه الثاني وأخذ الضرب المقياسي.

$$\text{Proj. A on B} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{a}_B = \frac{\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}}{|\mathbf{B}|}$$



شكل 1-8 مسقط A على B

وعلى ذلك يكون مسقط A على B

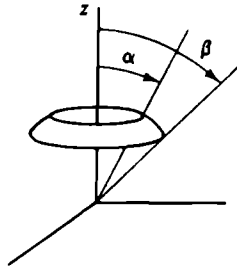
$$\text{Proj. A onto B} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{a}_B = \frac{\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}}{|\mathbf{B}|} = \frac{(1)(5) + (4)(-1) + (0)(2)}{\sqrt{(5)^2 + (-1)^2 + (2)^2}} = \frac{1}{\sqrt{30}}$$

### مسألة محلولة 1.4

استخدم الإحداثيات الكروية لإيجاد مساحة الشريحة  $\alpha \leq \theta \leq \beta$  على قشرة كروية لها نصف قطر  $r = r_0$  (شكل 1-9) ما النتيجة عند  $\alpha = 0$  و  $\beta = \pi$ .

#### Solved Problem 1.4

Use the spherical coordinate system to find the area of the strip  $\alpha \leq \theta \leq \beta$  on the spherical shell of radius  $r = r_0$  (Figure 1-9). What results when  $\alpha = 0$  and  $\beta = \pi$ ?



شكل 1-9 مساحة شريحة كروية

الحل: العنصر التفاضلي للمساحة هو [أنظر الشكل (c) 1-5]

$$dS = r_0^2 \sin \theta \, d\theta \, d\phi$$

ولذلك

$$A = \int_0^{2\pi} \int_{\alpha}^{\beta} r_0^2 \sin \theta \, d\theta \, d\phi = 2\pi r_0^2 (\cos \alpha - \cos \beta)$$

عندما  $\alpha = 0$  و  $\beta = \pi$  تكون  $A = 4\pi r_0^2$ . وهي مساحة الكرة الكلية.



# الفصل الثانى

## المجال الكهربى الساكن

### Static Electric Fields

فى هذا الفصل:

- ✓ قوى كولومر وشدة المجال الكهربى
- ✓ الفيض الكهربى وقانون جاوس
- ✓ الشغل والطاقة والجهد
- ✓ التيار والمواصلات
- ✓ السعة
- ✓ مسائل محلولة

قوى كولومر وشدة المجال الكهربى

### Coulomb Forces and Electric Field Intensity

قانون كولومر تم استنتاجه من شغل الأجسام الصغيرة المشحونة والتواء ميزان رقيق. ويصف القوة المبذولة بين شحنتين كهربائيتين. ويمكن التعبير عن هذا القانون باستخدام المتجهات كما يلى

$$\mathbf{F} = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\epsilon d^2} \mathbf{a}$$

حيث القوة تكون بالنيوتن (N) والمسافة  $d$  بالمتر (m) والشحنة بالكولوم (C). إنفاذية الوسط وحداتها  $C^2/(Nm^2)$  أو بصيغة مكافئة فاراد لكل متر (F/m). للحيز الخالي أو الفراغ تكون الإنفاذية

$$\epsilon = \epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12} = \frac{10^{-9}}{36\pi} \text{ F/m}$$

للأوساط الأخرى، غير الحيز الخالي فإن  $\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r$ ، حيث  $\epsilon_r$  هى الإنفاذية النسبية أو ثابت العزل. يمكن افتراض أن الحيز فى جميع المسائل والأمثلة خالٍ إلا إذا كانت هناك إشارة بغير ذلك.

## ✓ يجب أن تعرف

للقط المشحونة التى لها نفس الإشارة تكون قوة كولوم تنافر. وإذا كانت لهم إشارات مختلفة تكون قوة تجاذب.

ومن هذه المعلومات يمكن إعادة كتابة قانون كولوم كما يلى:

$$\mathbf{F}_1 = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\epsilon_0 R_{21}^2} \mathbf{a}_{21} = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\epsilon_0 R_{21}^3} \mathbf{R}_{21} \quad (1)$$

حيث  $\mathbf{F}_1$  القوة على  $Q_1$  نتيجة شحنة ثانية  $Q_2$ ،  $\mathbf{a}_{21}$  هو متجه الوحدة من  $Q_2$  إلى  $Q_1$ ، و  $\mathbf{R}_{21} = R_{21} \mathbf{a}_{21}$  هو متجه الموضع من  $Q_2$  إلى  $Q_1$ .

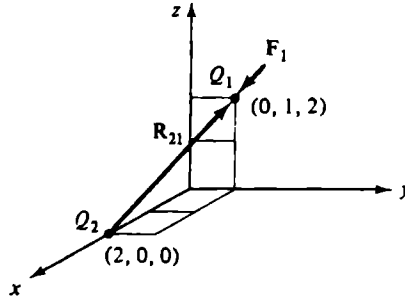
مثال 2.1 أوجد القوة على  $Q_1 = 20\mu\text{C}$  نتيجة لشحنة  $Q_2 = -300\mu\text{C}$ ، موقع  $Q_1$  عند  $(0, 1, 2)$  m وموقع  $Q_2$  عند  $(2, 0, 0)$  m.

**Example 2.1** Find the force on charge  $Q_1$ ,  $20 \mu\text{C}$ , due to charge  $Q_2$ ,  $-300 \mu\text{C}$ , where  $Q_1$  is at  $(0, 1, 2)$  m and  $Q_2$  is at  $(2, 0, 0)$  m.

الحل: بالإشارة إلى شكل 2-1، متجه الموضع يكون

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{21} &= (x_1 - x_2)\mathbf{a}_x + (y_1 - y_2)\mathbf{a}_y + (z_1 - z_2)\mathbf{a}_z \\ &= (0 - 2)\mathbf{a}_x + (1 - 0)\mathbf{a}_y + (2 - 0)\mathbf{a}_z = -2\mathbf{a}_x + \mathbf{a}_y + 2\mathbf{a}_z \end{aligned}$$

$$R_{21} = \sqrt{(-2)^2 + 1^2 + 2^2} = 3$$



شكل 2-1 حساب القوة على  $Q_1$

باستخدام (1)، تكون القوة

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_1 &= \frac{(20 \times 10^{-6})(-300 \times 10^{-6})}{4\pi(10^{-9}/36\pi)(3)^3} (-2\mathbf{a}_x + \mathbf{a}_y + 2\mathbf{a}_z) \\ &= 4\mathbf{a}_x - 2\mathbf{a}_y - 4\mathbf{a}_z \text{ N} \end{aligned}$$

مقدار القوة هو 6 N واتجاهها بحيث تكون  $Q_1$  منجذبة إلى  $Q_2$ .

هذه القوة ذات علاقة خطية مزدوجة للشحنات وعلى ذلك يمكن تطبيق نظرية التراكب وتكون القوة المؤثرة على  $Q_1$  نتيجة لعدد  $n - 1$  من الشحنات.  $Q_2, \dots, Q_n$  هي الجمع الاتجاهي

$$\mathbf{F}_1 = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\epsilon_0 R_{21}^2} \mathbf{a}_{21} + \frac{Q_1 Q_3}{4\pi\epsilon_0 R_{31}^2} \mathbf{a}_{31} + \dots = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{k=2}^n \frac{Q_k}{R_{k1}^2} \mathbf{a}_{k1}$$

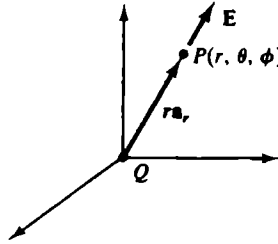
أما إذا كانت الشحنة موزعة توزيعاً مستمراً خلال حيز ما يستبدل الجمع الاتجاهي السابق بتكامل اتجاهي. شدة المجال الكهربائي نتيجة لمصدر مشحون ( $Q_2$  أعلاه)

يعرف بأنه القوة لوحدة الشحنة المؤثرة على شحنة اختبار ( $Q_1$  أعلاه).

$$E = F_1/Q_1$$

وحدات  $E$  هي النيوتن لكل كولوم ( $N/C$ ) أو المكافئ وهو الفولت لكل متر ( $V/m$ ). لشحنة  $Q$  على نقطة الأصل لنظام إحداثيات كروي (شكل 2-2)، شدة المجال الكهربى عند النقطة  $P$  يكون

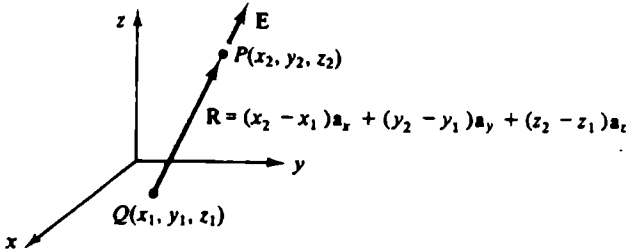
$$E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \mathbf{a}_r \quad (2)$$



شكل 2-2 شحنة  $Q$  على نقطة الأصل

إذا كانت  $Q$  في نظام إحداثيات كرتيزية (شكل 2-3)

$$E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R^2} \mathbf{a}_R \quad (3)$$



شكل 2-3 شحنة  $Q$  على نقطة اختيارية

مثال 2.2 أوجد  $E$  عند  $m(0, 3, 4)$  بنظام كرتيزي نتيجة لنقطة مشحونة  $Q = 0.5 \mu C$  على نقطة الأصل.

**Example 2.2** Find  $E$  at  $(0,3,4)$  m in Cartesian coordinates due to a point charge  $Q = 0.5 \mu C$  at the origin.

الحل: في هذه الحالة

$$\mathbf{R} = (0-0)\mathbf{a}_x + (3-0)\mathbf{a}_y + (4-0)\mathbf{a}_z = 3\mathbf{a}_y + 4\mathbf{a}_z$$

$$R = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$$

$$\mathbf{a}_R = \frac{3\mathbf{a}_y + 4\mathbf{a}_z}{5} = 0.6\mathbf{a}_y + 0.8\mathbf{a}_z$$

باستخدام (3) تكون شدة المجال الكهربائي

$$\mathbf{E} = \frac{0.5 \times 10^{-6}}{4\pi(10^{-9}/36\pi)5^2} (0.6\mathbf{a}_y + 0.8\mathbf{a}_z)$$

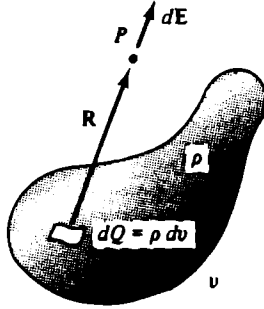
وعلى ذلك فإن  $|\mathbf{E}| = 180 \text{ V/m}$  في اتجاه  $0.6\mathbf{a}_y + 0.8\mathbf{a}_z$ .

عندما تكون الشحنة موزعة باستمرار خلال حجم معين أو على سطح أو خط فإن كل عنصر شحنة يضيف مجال عند النقطة الخارجية. للكثافة الحجمية للشحنة  $P \text{ (C/m}^3\text{)}$  يكون عنصر الشحنة  $dQ = \rho dv$  ويكون المجال التفاضلي عند النقطة  $P$  (شكل 2-4)

$$d\mathbf{E} = \frac{\rho dv}{4\pi\epsilon_0 R^2} \mathbf{a}_R$$

المجال الكلي عند نقطة الرصد  $P$  يمكن الحصول عليه عن طريق التكامل الحجمي  $v$

$$\mathbf{E} = \int_v \frac{\rho \mathbf{a}_R}{4\pi\epsilon_0 R^2} dv \quad (4)$$



شكل 2-4 E نتيجة لشحنة موزعة على حجم

للكثافة السطحية للشحنة  $\rho_s$  ( $C/m^2$ ) يكون عنصر الشحنة  $dQ = \rho_s$  والمجال التفاضلي عند النقطة  $P$  (شكل 2-5)

$$dE = \frac{\rho_s ds}{4\pi\epsilon_0 R^2} \mathbf{a}_R$$

المجال الكلي عند نقطة الرصد  $P$  يمكن الحصول عليه عن طريق التكامل السطحي  $S$

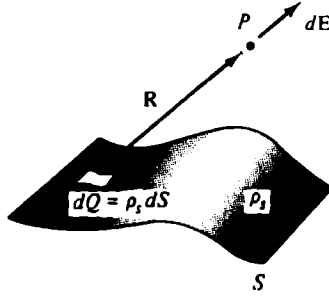
$$\mathbf{E} = \int_S \frac{\rho_s \mathbf{a}_R}{4\pi\epsilon_0 R^2} dS \quad (5)$$

للكثافة الخطية للشحنة  $\rho_l$  ( $C/m$ ) يكون عنصر الشحنة  $dQ = \rho_l dl$  والمجال التفاضلي عند النقطة  $P$  (شكل 2-6)

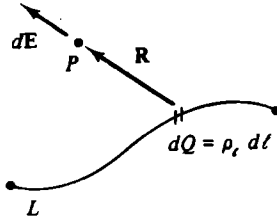
$$dE = \frac{\rho_l dl}{4\pi\epsilon_0 R^2} \mathbf{a}_R$$

المجال الكلي عند نقطة الرصد  $P$  يمكن الحصول عليه عن طريق التكامل الخطي  $L$

$$\mathbf{E} = \int_L \frac{\rho_l \mathbf{a}_R}{4\pi\epsilon_0 R^2} dl \quad (6)$$



شكل 2-5 E نتيجة لشحنة موزعة على السطح

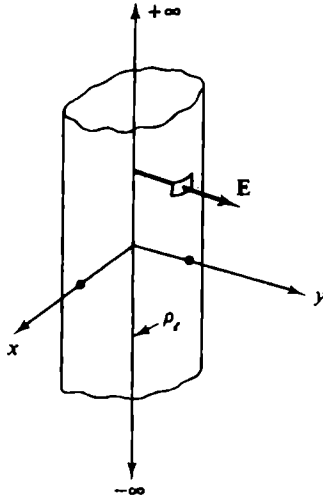


شكل 2-6 E نتيجة لشحنة موزعة على خط

توجد ثلاث حالات قياسية خاصة بشكل الشحنة هي: الشحنة النقطية، الشحنة الخطية اللانهائية، والشحنة السطحية المستوية اللانهائية من المعادلة (2) يمكن إيجاد E لشحنة موجودة عند نقطة الأصل. إذا كانت كثافة الشحنة  $\rho_l$  على خط لا نهائى منتظمة التوزيع (ثابتة) على محور z فإن المجال الكهربى يمكن استنتاجه باستخدام (6) ويكون (شكل 2-7)

$$\mathbf{E} = \frac{\rho_l}{2\pi\epsilon_0 r} \mathbf{a}_r \quad (7)$$

(إحداثيات أسطوانية)

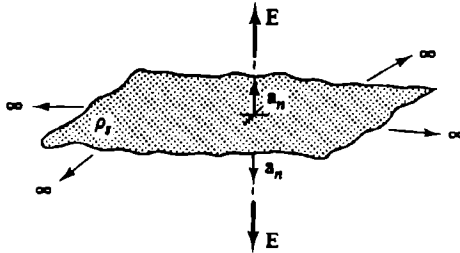


شكل 2-7 خط لا نهائي مشحون  $\rho_r$

إذا كانت كثافة الشحنة منتظمة بقيمة  $\rho_s$  على مستوى لا نهائي فإن المجال يعطى عن طريق (شكل 2-8)

$$\mathbf{E} = \frac{\rho_s}{2\epsilon_0} \mathbf{a}_n \quad (8)$$

حيث  $\mathbf{a}_n$  عمودى على السطح. هذا المجال ثابت المقدار وله تماثل مرآه حول المستوى المشحون.

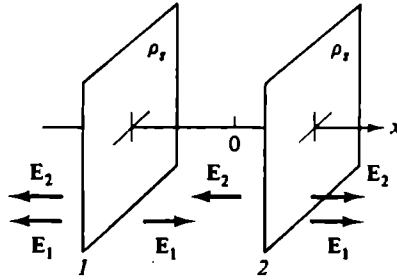


شكل 2-8 سطح مستوى لا نهائي مشحون  $\rho_s$



مثال 2.3 يوجد لوحان ممتدان إلى ما لانهاية ومشحونان بشحنة منتظمة  $\rho_s$  على كل لوح ويقعان على  $x = \pm 1$  (شكل 2-9) أوجد  $E$  في كل المناطق

**Example 2.3** Two infinite uniform sheets of charge, each with density  $\rho_s$ , are located at  $x = \pm 1$  (Figure 2-9). Determine  $E$  in all regions.



شكل 2-9 توزيع شحنة على لوحين مستويين

الحل: شكل 2-9 يبين جزء من اللوحين المشحونين كلا اللوحين ينتج عنه مجال  $E$  في اتجاه  $x$  ولا يعتمد على المسافة. باستخدام المعادلة (8) ونظرية التراكم

$$\mathbf{E} = \begin{cases} -(\rho_s / \epsilon_0) \mathbf{a}_x & x < -1 \\ 0 & -1 < x < 1 \\ (\rho_s / \epsilon_0) \mathbf{a}_x & x > 1 \end{cases}$$

## الفيض الكهربى وقانون جاوس

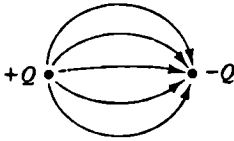
### Electric Flux and Gauss' Law

الفيض الكهربى  $\Psi$  هو مجال مقياسى وكثافته  $D$  مجال متجه. (بالتعريف) فإن الفيض الكهربى  $\Psi$  ينبعث من الشحنة الموجبة وينتهى على الشحنة السالبة. وفى غياب الشحنة السالبة فإن الفيض  $\Psi$  ينتهى إلى ما لانهاية. وأيضاً بالتعريف فإن واحد كولوم من الشحنة يعطى واحد كولوم من الفيض الكهربى. إذن

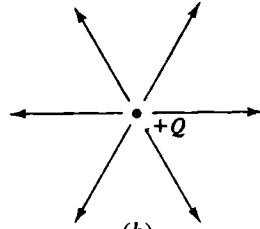
$$\Psi = Q(C)$$

شكل (a) 2-10 يبين أن خطوط التدفق تترك  $+Q$  وتنتهي على  $-Q$ . هذا على فرض أن الشحنتين لهما نفس المقدار. شكل (b) 2-10 يبين حالة شحنة موجبة بدون شحنة سالبة في الفراغ. وفي هذه الحالة فإن خطوط الفيض تكون على مسافات متساوية على الزاوية المجسمة التي تحيط بالشحنة وتنتهي إلى لا نهاية. خطوط التدفق حول النقطة  $P$  تأخذ اتجاه متجه الوحدة  $\mathbf{a}$  (شكل 2-11) وإذا عبرت كمية من الفيض  $d\Psi$  المساحة التفاضلية  $dS$  (التي تكون عمودية على  $\mathbf{a}$ ) فإن كثافة الفيض الكهربى عند النقطة  $P$  تكون

$$\mathbf{D} = \frac{d\Psi}{dS} \mathbf{a} \quad (\text{C/m}^2)$$

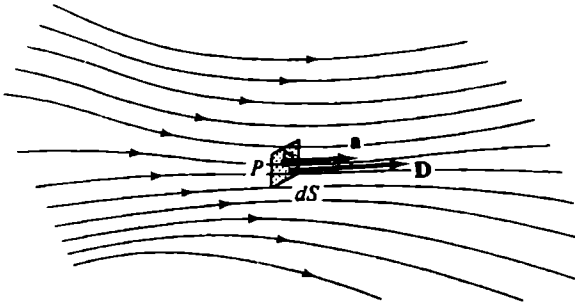


(a)



(b)

شكل 2-10 الفيض الكهربى لنقطة مشحونة



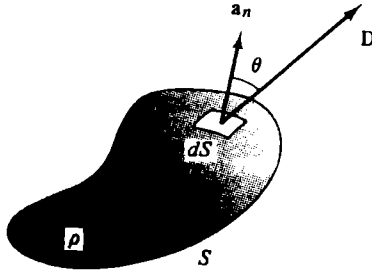
شكل 2-11 تعريف كثافة التدفق الكهربى  $\mathbf{D}$

شكل 2-12 يبين توزيع حجمى لشحنة كثافتها  $\rho$  ( $C/m^3$ ) ويحيط بها سطح  $S$ . حيث أن كل كولوم من الشحنة  $Q$  له كولوم من الفيض وبالتالي فإن التدفق الفعلى الذى يعبر السطح المغلق  $S$  هو مقياس للشحنة الفعلية الداخلية. إذا كان  $D$  على عنصر السطح  $dS$  يصنع زاوية  $\theta$  مع متجه الوحدة العمودى، على السطح  $a_n$ ، فإن الفيض التفاضلى الذى يعبر  $dS$  يكون

$$d\Psi = D dS \cos \theta = \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} a_n = \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S}$$

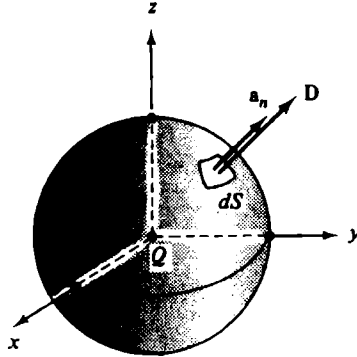
حيث  $dS$  تمثل متجه عنصر المساحة. ينص قانون جاوس على أن الفيض الكلى الخارج من سطح مغلق يساوى صافى الشحنة داخل هذا السطح. ويعطى قانون جاوس فى الصورة التكاملية كما يلي:

$$\Psi = \oint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = Q_{\text{enclosed}} \quad (9)$$



شكل 2-12 شحنة كثافتها  $\rho$  يحيط بها سطح مغلق  $S$

تأمل الشحنة النقطية  $Q$  عند نقطة الأصل (شكل 2-13).



شكل 13-2 شحنة نقطية داخل سطح كروي مغلق

إذا أحيط بهذه الشحنة سطح كروي له نصف قطر  $r$ ، إذن نتيجة للتماثل فإن  $D$  نتيجة لـ  $Q$  تكون ثابتة المقدار على السطح وتكون متعامدة على السطح في كل مكان. باستخدام قانون جاوس (9) تنتج المعادلة الآتية

$$Q = \oint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = D \oint_S dS = D(4\pi r^2)$$

ومنها  $D = Q/4\pi r^2$  وعلى ذلك

$$D = \frac{Q}{4\pi r^2} \mathbf{a}_r \quad (\text{إحداثيات كروية})$$

بمقارنة هذه بالمعادلة (2) ينتج  $D = \epsilon_0 E$ . وبشكل عام لأي مجال كهربائي في حيز مَوْحَد (متشابه) الخواص (خصائصه لا تتغير بتغير اتجاه المجال)

$$D = \epsilon E$$

التشعب للمجال الكهربائي الساكن يستخدم عندما يوجد بالحيز مصادر (شحنة موجبة خالصة) أو مستقبلات (شحنة سالبة خالصة). يعرف التشعب لكثافة الفيض الكهربائي عند النقطة  $P$  كما يلي

$$\operatorname{div} \mathbf{D} = \nabla \cdot \mathbf{D} = \lim_{\Delta v \rightarrow 0} \frac{\oint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S}}{\Delta v} = \lim_{\Delta v \rightarrow 0} \frac{Q_{\text{enclosed}}}{\Delta v} = \rho$$

حيث  $S$  سطح يحيط بـ  $\Delta v$

هذه هي الصورة النقطية لقانون جاوس

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho \text{ (C/m}^3\text{)} \quad (10)$$

الصورة النقطية لقانون جاوس تعطينا وصفاً خاصاً لتوزيع شحنة المنبع.

يعرف التشعيب لمتجه عام  $\mathbf{A}$  لنظم الإحداثيات الثلاثة كما يلي:

$$\text{كارتيزي} \quad \nabla \cdot \mathbf{A} = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z} \quad (11)$$

$$\text{أسطوانى} \quad \nabla \cdot \mathbf{A} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rA_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial A_z}{\partial z} \quad (12)$$

$$\text{كروى} \quad \nabla \cdot \mathbf{A} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 A_r) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (A_\theta \sin \theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi} \quad (13)$$

مثال 2.4. إذا كان  $\mathbf{D} = (-2 \times 10^{-4}/r)\mathbf{a}_r$  (C/m<sup>2</sup>) فى الحيز  $0 < r < 1$  m، وفى الحيز  $r > 1$  m فإن  $\mathbf{D} = (-4 \times 10^{-4}/r^2)\mathbf{a}_r$  (C/m<sup>2</sup>) باستخدام الإحداثيات الكروية أوجد كثافة الشحنة فى الحيزين.

**Example 2.4** In the region  $0 < r < 1$  m,  $\mathbf{D} = (-2 \times 10^{-4}/r)\mathbf{a}_r$  (C/m<sup>2</sup>) and for  $r > 1$  m,  $\mathbf{D} = (-4 \times 10^{-4}/r^2)\mathbf{a}_r$  (C/m<sup>2</sup>), in spherical coordinates. Find the charge density in both regions.

الحل: باستخدام (10)، (13) للحيز  $0 < r < 1$  m

$$\rho = \nabla \cdot \mathbf{D} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 D_r) = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (-2 \times 10^{-4} r) = \frac{-2 \times 10^{-4}}{r^2} \text{ (C/m}^3\text{)}$$

للحيز  $r > 1 \text{ m}$

$$\rho = \nabla \cdot \mathbf{D} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (-4 \times 10^{-4}) = 0$$

**ملاحظة** ★

قانون جاوس في صورة التكامل أو في الصورة التفاضلية مرتبطة بنظرية الشعب Divergence Theorem التي تعطى بالمعادلة

$$\Psi = \oint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = \int_V (\nabla \cdot \mathbf{D}) dv = Q_{\text{enclosed}}$$

حيث  $S$  هو السطح الذي يحيط بالحجم  $v$ .

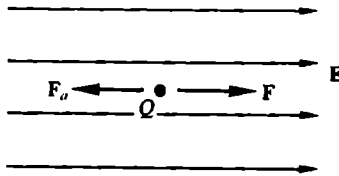
## الشغل والطاقة والجهد Work, Energy, and Potential

تعرض شحنة مقدارها  $Q$  لقوة  $F$  في مجال كهربى  $E$ . القوة تعطى بالمعادلة

$$F = QE \text{ (N)}$$

ولكى نحافظ على توازن الشحنة فإنه يتعين التأثير بقوة خارجية  $F_a = -QE$  فى اتجاه معاكس (شكل 2-14)

$$F = QE \quad F_a = -QE$$



شكل 2-14 القوى المؤثرة على  $Q$



يعرف الشغل بأنه قوة تؤثر خلال مسافة. وحدات الشغل هي الجول (J).

بذلك فإن (قيمة تفاضلية) للشغل المبذول مقدارها  $dW$  تبذل بواسطة قوة خارجية  $F_e$  فينتج عنها إزاحة تفاضلية للشحنة  $dl$ . هذا يعنى تحريك الشحنة مسافة  $dl = |dl|$  كميًا

$$dW = F_e \cdot dl = -QE \cdot dl$$

يلاحظ أنه عندما تكون  $Q$  موجبة و  $dl$  فى اتجاه  $E$  فإن  $dW = -QE dl < 0$  وذلك إشارة إلى أن الشغل قد بذل بواسطة المجال الكهربى. من الناحية الأخرى، إذا كان  $dW$  موجباً فإن ذلك يشير إلى أن الشغل المبذول ضد المجال الكهربى. صور مركبات متجه عنصر الإزاحة كالآتى:

$$\begin{aligned} \text{(كارتيزية)} \quad dl &= dx \mathbf{a}_x + dy \mathbf{a}_y + dz \mathbf{a}_z \\ \text{(أسطوانية)} \quad dl &= dr \mathbf{a}_r + r d\phi \mathbf{a}_\phi + dz \mathbf{a}_z \\ \text{(كروية)} \quad dl &= dr \mathbf{a}_r + r d\theta \mathbf{a}_\theta + r \sin \theta d\phi \mathbf{a}_\phi \end{aligned}$$

مثال 2.5 مجال كهبرى ساكن معطى كالآتى

$$\mathbf{E} = (x/2 + 2y)\mathbf{a}_x + 2x\mathbf{a}_y, \text{ (V/m)}$$

أوجد الشغل المبذول فى تحريك شحنة نقطية  $Q = -20 \mu\text{C}$  من نقطة (a) من نقطة الأصل إلى  $(4, 0, 0) \text{ m}$  و (b) من النقطة  $(4, 0, 0) \text{ m}$  إلى النقطة  $(4, 2, 0) \text{ m}$ .

**Example 2.5** An electrostatic field is given by

$$\mathbf{E} = (x/2 + 2y)\mathbf{a}_x + 2x\mathbf{a}_y, \text{ (V/m)}$$

Find the work done in moving a point charge  $Q = -20 \mu\text{C}$  (a) from the origin to  $(4,0,0) \text{ m}$ , and (b) from  $(4,0,0) \text{ m}$  to  $(4,2,0) \text{ m}$ .

الحل: (a) المسار الأول عبر محور  $x$  لذلك  $dl = dx \mathbf{a}_x$

$$dW = -QE \cdot dl = (20 \times 10^{-6}) \left( \frac{x}{2} + 2y \right) dx$$

$$W = (20 \times 10^{-6}) \int_0^4 \left( \frac{x}{2} + 2y \right) dx \Big|_{y=0} = 80 \mu\text{J}$$

(b) المسار الثاني فى اتجاه  $a_y$  ولذلك  $d\mathbf{l} = dy\mathbf{a}_y$ .

$$W = (20 \times 10^{-6}) \int_0^2 2x dy \Big|_{x=4} = 320 \mu\text{J}$$

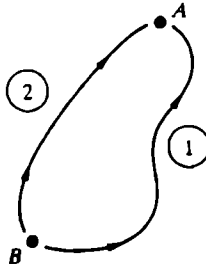
الشغل المبذول فى تحريك شحنة نقطية من مكان  $A$  إلى مكان آخر  $B$  فى مجال كهربي ساكن لا يعتمد على المسار المتبع. وعلى ذلك وبناء على شكل 2-15

$$\int_{\text{①}} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -\int_{\text{②}} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} \quad \text{or} \quad \oint_{\text{①-②}} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = 0$$

حيث التكامل الأخير على مسار مغلق ومكون من المسار ① وقد اعتبر موجباً والمسار ② اعتبر سالباً.

## ✓ يجب أن تعرف

للمجال الكهربي الساكن يكون التكامل المغلق دائماً مساوياً للصفر بغض النظر عن المسار وعلى ذلك يطلق على المجال الكهربي الساكن مجال محافظ.



شكل 2-15 مساران محتملان للتكامل



مثال 2.6 للمجال E في مثال 2.5 أوجد الشغل المبذول لتحريك نفس الشحنة من (4, 2, 0) رجوعاً إلى (0, 0, 0) عبر مسار خط مستقيم.

**Example 2.6** For the **E** field of Example 2.5, find the work done in moving the same charge from (4,2,0) back to (0,0,0) along a straight-line path.

الحل: تكامل الشغل ينقسم إلى تكاملين في  $x$  و  $y$ .

$$W = (20 \times 10^{-6}) \int_{(4,2,0)}^{(0,0,0)} \left[ \left( \frac{x}{2} + 2y \right) \mathbf{a}_x + 2x \mathbf{a}_y \right] \bullet (dx \mathbf{a}_x + dy \mathbf{a}_y)$$

$$W = (20 \times 10^{-6}) \int_4^0 \left( \frac{x}{2} + 2y \right) dx + (20 \times 10^{-6}) \int_2^0 2x dy$$

ولكن على المسار  $y = x/2$  وبالتعويض في التكامل يعطى

$$W = (20 \times 10^{-6}) \int_4^0 \frac{3}{2} x dx + (20 \times 10^{-6}) \int_2^0 4y dy = -400 \mu\text{J}$$

من المثال 2.5 نلاحظ أن شغل مقداره  $400 \mu\text{J} = 320 + 80$  تم بذله ضد المجال، وعلى مسار قائم الزاوية خارجي وذلك بالتمام نفس الشغل الذي تم إرجاعه بواسطة المجال على مسار خط مستقيم داخلي وبذلك يكون الشغل الكلي صفر (مجال محافظ).

جهد النقطة A بالنسبة للنقطة B (يكتب  $V_{AB}$ ) يُعرف على أنه الشغل المبذول لتحريك وحدة الشحنة الموجبة من B إلى A. لشحنة موجبة  $Q_u$  فإن

$$V_{AB} = \frac{W}{Q_u} = - \int_B^A \mathbf{E} \bullet d\mathbf{l} \quad (\text{J/C or V}) \quad (14)$$

حيث أن المجال E محافظ  $V_{AB} = V_{AC} - V_{BC}$  وعلى هذا فإن  $V_{AB}$  يمكن اعتبارها فرق الجهد بين A، B. عندما تكون موجبة معنى ذلك أنه يجب

بذل شغل لتحريك وحدة الشحنة من  $B$  حتى  $A$  ويقال أن جهد  $A$  أعلى من  $B$ .  
حيث أن المجال الناشئ عن شحنة نقطية موجودة عند نقطة الأصل في اتجاه  
نصف قطر المعادلة (2) فإن

$$V_{AB} = -\int_B^A \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -\frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \int_{r_B}^{r_A} \frac{dr}{r^2} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B} \right)$$

إذا كانت الشحنة  $Q$  موجبة فإن جهد  $A$  أعلى من  $B$  عندما  $r_A < r_B$ . إذا  
اعتبرنا النقطة  $B$  نقطة الإسناد وتحركت إلى ما لا نهاية.

$$V_{A\infty} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{r_A} - \frac{1}{\infty} \right)$$

أو

$$V = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r}$$



## تذكر!

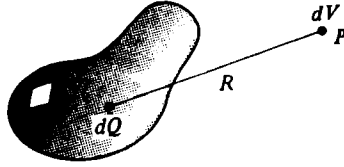
$V$  هي الجهد المطلق نتيجة لـ  $Q$  عندما يكون الإسناد في  
ما لا نهاية.

إذا وزعت شحنة خلال حجم محدود وكانت كثافة الشحنة  $\rho$  ( $C/m^3$ ) فيكون  
الجهد التفاضلي عند النقطة  $P$  (شكل 16-2) هو

$$dV = \frac{dQ}{4\pi\epsilon_0 R} = \frac{\rho dv}{4\pi\epsilon_0 R}$$

يمكن الحصول على الجهد الكلي عند النقطة  $P$  عن طريق التكامل

$$V = \int_{\text{volume}} \frac{\rho dv}{4\pi\epsilon_0 R}$$

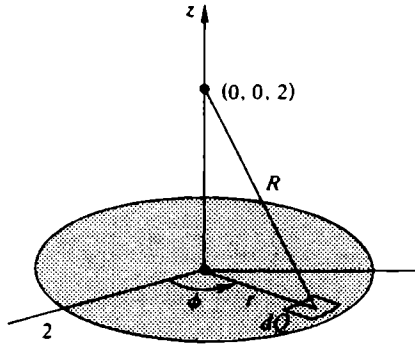


شكل 2-16 الجهد نتيجة لشحنة حجمية

مثال 2.7 شحنة كلية مقدارها  $40/3$  نانوكولوم موزعة توزيعاً منتظماً على شكل قرص دائري نصف قطره  $2\text{ m}$ . أوجد الجهد نتيجة لهذه الشحنة عند المحور وعلى مسافة  $2\text{ m}$  من القرص.

**Example 2.7** A total charge of  $40/3$  nano coulomb is uniformly distributed in the form of a circular disk of radius  $2\text{ m}$ . Find the potential due to this charge at a point on the axis,  $2\text{ m}$  from the disk.

الحل: من شكل 2-17 يمكن إيجاد الجهد باستخدام نظام الإحداثيات الأسطوانية.



شكل 2-17 قرص دائري سطحي من الشحنة

لتوزيع منتظم للشحنة

$$\rho_s = \frac{Q}{Area} = \frac{40/3 \times 10^{-9}}{4\pi} = \frac{10^{-8}}{3\pi} \text{ (C/m}^2\text{)}$$

المسافة  $R$  تعطى كالاتي

$$R = \sqrt{4 + r^2} \quad (\text{m})$$

تكامل الجهد على السطح يكون

$$V = \int_s \frac{\rho_s ds}{4\pi\epsilon_0 R} = \frac{30}{\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \frac{r dr d\phi}{\sqrt{4 + r^2}} = 49.7 \text{ V}$$

المجال الكهربى والجهد مرتبطان معاً بواسطة التكامل (14). والعلاقة التفاضلية يمكن استنتاجها ومنها يمكن إيجاد  $E$  من جهد معلوم  $V$ .  
المجال الكهربى والجهد أيضاً مرتبطان عن طريق

$$E = -\nabla V$$

حيث  $\nabla V$  هو تدرج Gradient الجهد  $V$  لنظم الإحداثيات يعرف التدرج كما يلي

$$\nabla V = \frac{\partial V}{\partial x} \mathbf{a}_x + \frac{\partial V}{\partial y} \mathbf{a}_y + \frac{\partial V}{\partial z} \mathbf{a}_z \quad (\text{كارتيزية})$$

$$\nabla V = \frac{\partial V}{\partial r} \mathbf{a}_r + \frac{\partial V}{r \partial \phi} \mathbf{a}_\phi + \frac{\partial V}{\partial z} \mathbf{a}_z \quad (\text{أسطوانية})$$

$$\nabla V = \frac{\partial V}{\partial r} \mathbf{a}_r + \frac{\partial V}{r \partial \theta} \mathbf{a}_\theta + \frac{\partial V}{r \sin \theta \partial \phi} \mathbf{a}_\phi \quad (\text{كروية})$$

مثال 2.8 فى حالة الإحداثيات الكروية فقد تم إيضاح أنه لشحنة  $Q$  فإن الجهد  $V = Q/4\pi\epsilon_0 r$ . باستخدام التدرج الكروى

**Example 2.8** In spherical coordinates, it was shown that for a charge  $Q$  the potential is  $V = Q/4\pi\epsilon_0 r$ . Using the spherical gradient,

$$E = -\nabla V = -\frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r} \right) \mathbf{a}_r = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \mathbf{a}_r$$

وهو نفس التعبير بالمعادلة (2).

## Current and Conductors

## التيار والموصلات

التيار الكهربى هو معدل انتقال الشحنة الكهربائية عبر نقطة معينة أو عبر سطح معين. فى الدوائر يستخدم الرمز  $I$  عمومًا فى حالة التيار الثابت ويستخدم الرمز  $i$  فى حالة التيار المتغير مع الزمن.

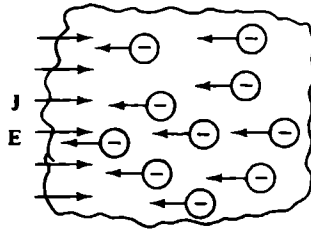
ملاحظة! ★

وحدة التيار هى أمبير  $1 \text{ A} = 1 \text{ C/s}$ .

لكثافة التيار التوصيلى  $J$  أهمية خاصة. الموصل هو مادة له عدد كبير متاح من إلكترونات التوصيل الحرة. يتم التيار التوصيلى عندما يؤثر المجال الكهربى بقوة على الإلكترونات الحرة ويتسبب عن هذا تدفق منتظم للشحنة خلال المادة الموصلة. التوصيلية  $\sigma$  لها علاقة بسهولة الحركة لإلكترونات التوصيل داخل المادة. وحدات التوصيلية  $\sigma$  هى السيمنز (S). العلاقة بين المجال الكهربى والتيار التوصيلى يعطى بالمعادلة (شكل 2-18)

$$J = \sigma E \text{ (A/m}^2\text{)}$$

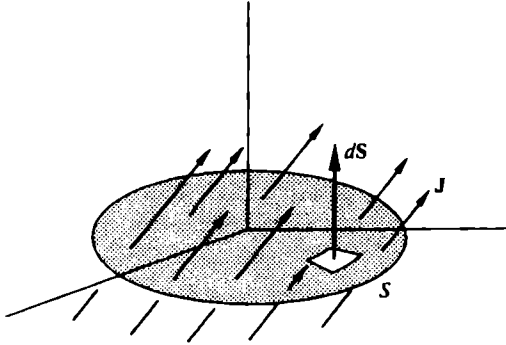
هذه المعادلة يشار إليها بأنها قانون أوم Ohm's Law فى صورة نقطية.



شكل 2-18 تدفق التيار فى موصل

حيث كثافة التيار  $J$  تخترق السطح  $S$  (مثل مساحة مقطع سلك التوصيل)،  
 يمكن الحصول على التيار  $I$  عن طريق تكامل الضرب المقياسي لـ  $J$  مع  
 متجه المساحة التفاضلي  $dS$  (شكل 2-19)

$$dI = \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S} \quad I = \int_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S}$$



شكل 2-19 تدفق  $J$  خلال السطح  $S$

مثال 2.9 أوجد التيار في السلك الدائري المبين بشكل 2-20 إذا كانت كثافة  
 التيار  $\mathbf{J} = 15(1 - e^{-1000r})\mathbf{a}_z$  ( $A/m^2$ ) ونصف قطر السلك 2 mm.

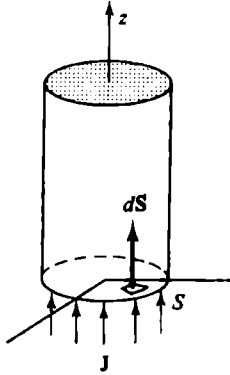
**Example 2.9** Find the current in the circular wire shown in Figure 2-20  
 if the current density is  $\mathbf{J} = 15(1 - e^{-1000r})\mathbf{a}_z$  ( $A/m^2$ ). The radius of the  
 wire is 2 mm.

الحل:  $S$  تمثل مساحة السلك ونظام الإحداثيات الأسطوانية سوف يستخدم.  
 التيار التفاضلي يكون

$$dI = \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S} = 15(1 - e^{-1000r})\mathbf{a}_z \cdot r dr d\phi \mathbf{a}_z$$

و

$$I = \int_0^{2\pi} \int_0^{0.002} 15(1 - e^{-1000r})r dr d\phi = 1.33 \times 10^{-4} \text{ A} = 0.133 \text{ mA}$$



شكل 2-20 التيار المار خلال سلك

إذا كان الموصل له مساحة مقطع منتظمة  $A$  وطوله  $l$  كما في شكل 2-21 فإن فرق الجهد  $V$  بين النهايتين

$$E = \frac{V}{l}, \quad J = \frac{\sigma V}{l}$$

فرض أن التيار منتظم على مساحة المقطع  $A$  فإن التيار الكلي

$$I = JA = \frac{\sigma AV}{l}$$

حيث أن قانون أوم ينص على أن  $V = IR$  فتعرف المقاومة لسلك كالتالي

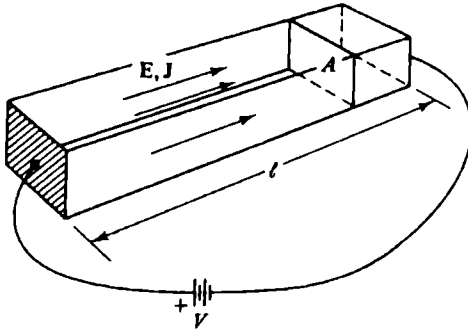
$$R = \frac{l}{\sigma A} \quad (\text{ohms}, \Omega)$$

يرتبط الأوم بالسيمنز بواسطة  $1 \text{ S}^{-1} = 1 \Omega$ .

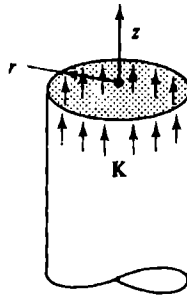
في بعض الأحيان وخاصة عند الترددات العالية يكون التيار متاخم (ملازم) لسطح الموصل. من أجل كثافة التيار السطحي يكون من المفيد تعريف متجه الكثافة  $K$  والذي يعطى معدل انتقال الشحنة لوحدة الأطول  $(A/m)$ . شكل 2-22 يبين التيار الكلي المار على سطح أسطوانة نصف قطرها  $r$

في اتجاه  $z$  في هذه الحالة،  $I$  يكون منتظم التوزيع على محيط السطح ويعطى كثافة تيار سطحية بواسطة

$$\mathbf{K} = \frac{I}{2\pi r} \mathbf{a}_z$$



شكل 2-21 حساب مقاومة موصل



شكل 2-22 كثافة التيار السطحي K على أسطوانة



## السعة

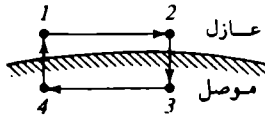
## Capacitance

السعة هي قابلية جسم لتخزين الشحنة الكهربائية. المكثفات هي عناصر لتخزين الطاقة في الدوائر. لحساب السعة لا بد أولاً من تعريف شروط الحد الفاصل بين مادة موصلة ومادة عازلة.

الوسط غير الموصل ينظر إليه عادة على أنه مادة عازلة.

في حالة المجال الساكن كل الشحنة الفعالة تكون على السطح الخارجي للموصل ويكون كل من  $E$  و  $D$  مساوياً للصفر داخل المادة الموصلة باستخدام خاصية أن المجال الثابت محافظ ينتج (شكل 2-23)

$$\int_1^2 \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} + \int_2^3 \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} + \int_3^4 \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} + \int_4^1 \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = 0$$



شكل 2-23 مسار التكامل عند الحد الفاصل بين موصل وعازل

إذا كان التكامل على المساران من 2 إلى 3 ومن 4 إلى 1 مساويان للصفر وذلك للحصول على الشروط عند الحد الفاصل، وعلى ذلك يكون التكامل الثاني والرابع معاً مساويان للصفر. إن المسار من 3 إلى 4 داخل الموصل حيث  $E$  مساوياً للصفر وذلك يؤدي إلى

$$\int_1^2 \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = \int_1^2 E_t dl = 0$$

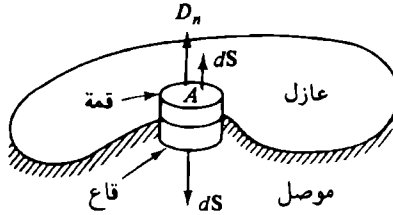
حيث  $E_t$  هي القيمة المماسية لـ  $E$  على السطح العازل.

## ملاحظة! ★

القيمة المماسية لـ  $E$  و  $D$  تساوى صفراً عند الحد الفاصل بين موصل وعازل

$$E_t = D_t = 0$$

لإيجاد الشروط المركبة العمودية، افرض أن هناك أسطوانة مغلقة دائرية قائمة صغيرة وضعت متعامدة على الحد الفاصل كما هو مبين بالشكل 2-24.



شكل 2-24 إيجاد مركبة المجال العمودية عند الحد الفاصل بين موصل وعازل

بتطبيق قانون جاوس على هذا السطح

$$\oint \mathbf{D} \cdot d\mathbf{s} = Q_{enc} = \int_{\text{قمة}} \mathbf{D} \cdot d\mathbf{s} + \int_{\text{قاع}} \mathbf{D} \cdot d\mathbf{s} + \int_{\text{جانب}} \mathbf{D} \cdot d\mathbf{s} = \int_A \rho_s dS$$

التكامل على سطح الجانب يساوى الصفر إذا كان ارتفاع الأسطوانة يقترب من الصفر. التكامل على سطح القاع يساوى الصفر حيث أن  $D$  داخل الموصل. هذا يترك (يؤدي)

$$\int_{\text{قمة}} \mathbf{D} \cdot d\mathbf{s} = \int_A D_n dS = \int_A \rho_s dS$$

حيث  $D_n$  المركبة العمودية لـ  $D$  في العازل عند الحد الفاصل. هذا يتحقق فقط إذا كان

$$D_n = \rho_s \quad \text{and} \quad E_n = \frac{\rho_s}{\epsilon}$$

حيث  $\epsilon$  هي الإنفاذية للعازل لذلك مركبة  $D$  العمودية تنتهي بشحنة سطحية  $\rho_s$  عند الحد الفاصل بين الموصل والعازل.

المواد العازلة تصيح مستقطبة بتأثير المجال الكهربى وينشأ عن هذا كثافة تدفق  $D$  يكون أعلى من مثيله فى حالة الحيز الخالى. تأثير الاستقطاب بسبب نظام الربط لأزواج من الشحنة السالبة والموجبة خلال العازل يعرف بعزم ثنائى القطبية. هذا يزيد من كثافة الفيض نتيجة للاستقطاب وهذا يحدث فى المواد الخطية والموحدة الخواص عن طريق تعريف السماحية  $\epsilon$  للمادة وربط  $D$  و  $E$  بواسطة

$$D = \epsilon E$$

الإنفاذية  $\epsilon$  تتناسب مع الإنفاذية للحيز الخالى عن طريق

$$\epsilon = \epsilon_r \epsilon_0$$

حيث  $\epsilon_r$  الإنفاذية النسبية أو ثابت العزل للمادة. لمعظم المواد العازلة  $\epsilon_r > 1$ .  
المواد الغير موصلة تستخدم كمواد عازلة فى المكثفات أى جسمين موصلين يفصل بينهما مادة عازلة أو حيز خالٍ يكون هناك سعة بينهما. فرق الجهد المؤثر يسبب وجود شحنة  $+Q$  على إحدى الموصلات و  $-Q$  على الموصل الآخر.

النسبة بين مقدار القيمة المطلقة للشحنة إلى القيمة المطلقة لفرق الجهد تعرف بأنها السعة للنظام وتعطى

$$C = \frac{Q}{V} \quad (F)$$

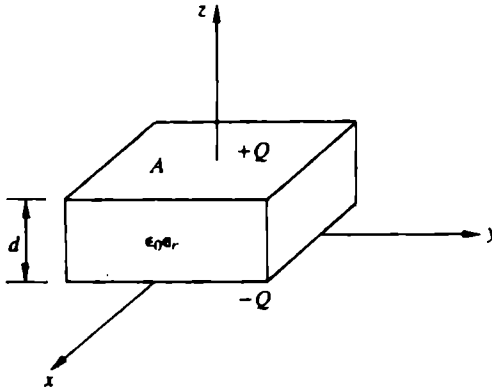
وحدة السعة هى فاراد (F).

$$1 F = 1 C/V$$

السعة تعتمد على الشكل الهندسى للنظام وعلى خواص العازل أو العوازل المستخدمة.

مثال 2.10 أوجد سعة اللوحين المتوازيين بشكل 2-25 أهمل التهذب (أى، افرض أن المجال منتظم التوزيع بين اللوحين وأن الشحنة على اللوحين منتظمة التوزيع).

**Example 2.10** Find the capacitance of the parallel plates in Figure 2-25, neglecting fringing (i.e., assume the field is uniformly distributed between the plates and the charge is uniformly distributed on the plates).



شكل 2-25 مكثف ذو لوحين متوازيين

الحل: بفرض أن الشحنة على اللوح العلوى  $+Q$  والشحنة على اللوح السفلى  $-Q$ . ويفرض أن توزيع الشحنة منتظم على اللوح العلوى

$$\rho_s = \frac{Q}{A}$$

وتكون كثافة الشحنة على اللوح السفلى  $-\rho_s$ . يكون  $D$  منتظمًا ومتجهًا من  $+\rho_s$  إلى  $-\rho_s$ .

$$D = \frac{Q}{A}(-\mathbf{a}_z) \quad \text{and} \quad E = \frac{Q}{\epsilon_0 \epsilon_r A}(-\mathbf{a}_z)$$

جهد اللوح العلوي بالنسبة للوح السفلي يمكن إيجاده عن طريق التكامل  
[باستخدام (14)].

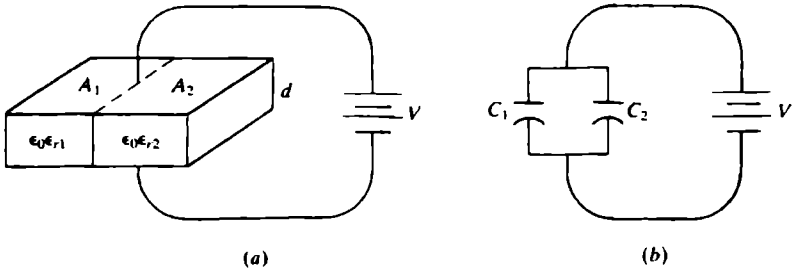
$$V = -\int_0^d \left[ \frac{Q}{\epsilon_0 \epsilon_r A}(-\mathbf{a}_z) \right] \cdot (dz \mathbf{a}_z) = \frac{Qd}{\epsilon_0 \epsilon_r A}$$

على ذلك  $C = Q/V = \epsilon_0 \epsilon_r A/d$ . وبلا حظ أن النتيجة تعتمد فقط على الشكل الهندسي وإنفاذية المادة وليس على الشحنة أو الجهد.

عندما يوجد عازلان بالمكثف ويكون الحد البيني الفاصل بينهما موازيًا لـ  $D$  و  $E$  كما هو مبين بشكل (a) 2-26 يمكن إيجاد السعة المكافئة عن طريق معاملة النظام كمكثفين على التوازي [شكل (b) 2-26].

$$C_1 = \frac{\epsilon_0 \epsilon_{r1} A_1}{d} \quad C_2 = \frac{\epsilon_0 \epsilon_{r2} A_2}{d}$$

$$C_{eq} = C_1 + C_2 = \frac{\epsilon_0}{d} (\epsilon_{r1} A_1 + \epsilon_{r2} A_2) \quad (15)$$

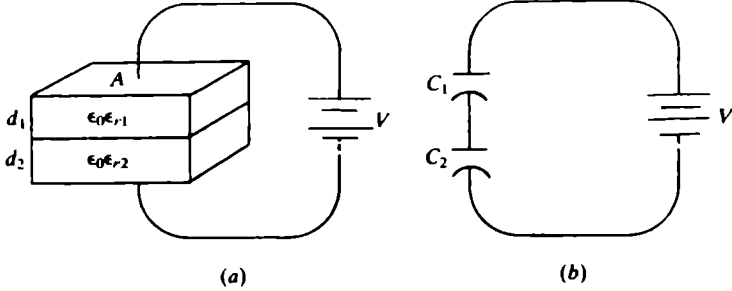


شكل 2-26 تركيب مكثف التوازي

عندما يكون الحد البيني للعازلين عمودياً على  $D$  و  $E$  كما هو بشكل (a) 2-27 فإن السعة المكافئة توجد عن طريق اعتبار أن المكثفين على التوالي [شكل (b) 2-27].

$$C_1 = \frac{\epsilon_0 \epsilon_{r1} A}{d_1} \quad C_2 = \frac{\epsilon_0 \epsilon_{r2} A}{d_2}$$

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{\epsilon_{r2} d_1 + \epsilon_{r1} d_2}{\epsilon_0 \epsilon_{r1} \epsilon_{r2} A} \quad (16)$$



شكل 2-27 تركيب مكثف التوالي

يمكن أن تمتد النتيجة لأي عدد من العوازل بحيث تكون جميع الأسطح البينية عمودية على  $D$  و  $E$ . معكوس السعة المكافئة هو معكوس السعات منفردة.

مثال 2.11 مكثف متوازي اللوحين بمساحة  $0.30 \text{ m}^2$  وفاصل  $5.5 \text{ mm}$  يحتوى على ثلاثة عوازل والأسطح البينية متعامدة على  $E$  و  $D$  كما يلي:  
 $d_3 = 2.5 \text{ mm}$  ،  $\epsilon_{r3} = 6.0$  ،  $d_2 = 2.0 \text{ mm}$  ،  $\epsilon_{r2} = 4.0$  ،  $d_1 = 1.0 \text{ mm}$  ،  $\epsilon_{r1} = 3.0$  .  
أوجد السعة.

**Example 2.11** A parallel plate capacitor with area  $0.30 \text{ m}^2$  and separation  $5.5 \text{ mm}$  contains three dielectrics with interfaces normal to  $E$  and  $D$ , as follows:  $\epsilon_{r1} = 3.0$ ,  $d_1 = 1.0 \text{ mm}$ ;  $\epsilon_{r2} = 4.0$ ,  $d_2 = 2.0 \text{ mm}$ ;  $\epsilon_{r3} = 6.0$ ,  $d_3 = 2.5 \text{ mm}$ . Find the capacitance.

الحل: يعامل كل عازل على أنه مكثف واحد في مجموعة مكونة من ثلاثة مكثفات على التوالي.

$$C_1 = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r A}{d_1} = \frac{\epsilon_0 (3.0)(0.30)}{10^{-3}} = 7.96 \text{ nF}$$

بالمثل  $C_2 = 5.31 \text{ nF}$  ،  $C_3 = 6.37 \text{ nF}$  . باستخدام (16)

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{7.96 \times 10^{-9}} + \frac{1}{5.31 \times 10^{-9}} + \frac{1}{6.37 \times 10^{-9}} \text{ or } C_{eq} = 2.12 \text{ nF}$$

## أشياء هامة للتذكر

- ✓ الشحنات المتشابهة تتنافر والشحنات المتضادة تتجاذب.
- ✓ E لشحنة نقطية في نقطة الأصل يكون في اتجاه نصف القطر.
- ✓ لحيز موحد الخواص  $D = \epsilon E$ .
- ✓ العلاقة بين E و V هي  $E = -\nabla V$  وأيضاً بالمعادلة (14).
- ✓ كثافة تيار التوصيل  $J = \sigma E$ .
- ✓ السعة للمكثف متوازي اللوحين كما يلي  $C = Q/V = \epsilon_0 \epsilon_r A/d$ .

## Solved Problems

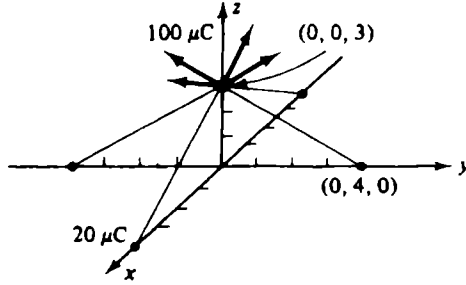
## مسائل محلولة

### مسألة محلولة 2.1

بالإشارة إلى شكل 2-28. أوجد القوة على الشحنة  $100 \mu\text{C}$  عند  $(0, 0, 3) \text{ m}$  إذا وجدت أربع شحنات متساوية بقيمة  $20 \mu\text{C}$  على المحور  $x$  و  $y$  عند  $\pm 4 \text{ m}$ .

### Solved Problem 2.1

Refer to Figure 2-28. Find the force on a  $100 \mu\text{C}$  charge at  $(0,0,3) \text{ m}$  if four like charges of  $20 \mu\text{C}$  are located on the  $x$  and  $y$  axes at  $\pm 4 \text{ m}$ .



شكل 2-28 جمع القوى التي تؤثر على شحنة مقدارها  $100 \mu\text{C}$

الحل: اعتبر القوة نتيجة لشحنة عند  $y = 4 \text{ m}$

$$\frac{(10^{-4})(20 \times 10^{-6})}{4\pi(10^{-9}/36\pi)(5)^2} \left( \frac{-4\mathbf{a}_y + 3\mathbf{a}_z}{5} \right)$$

مركبة  $y$  سوف تتلاشى عن طريق الشحنة عند  $y = -4 \text{ m}$ . أيضاً مركبة  $x$  لبقية الشحنات سوف تتلاشى. وعلى ذلك

$$\mathbf{F} = 4 \left( \frac{18}{25} \right) \left( \frac{3}{5} \mathbf{a}_z \right) = 1.73 \mathbf{a}_z \text{ N}$$

مسألة محلولة 2.2

أوجد  $\mathbf{E}$  عند  $(0, 0, 5) \text{ m}$  نتيجة لـ  $Q_1 = 0.35 \mu\text{C}$  عند  $(0, 4, 0) \text{ m}$  و  $Q_2 = 0.55 \mu\text{C}$  عند  $(3, 0, 0) \text{ m}$  (انظر شكل 2-29).

### Solved Problem 2.2

Find  $\mathbf{E}$  at  $(0, 0, 5) \text{ m}$  due to  $Q_1 = 0.35 \mu\text{C}$  at  $(0, 4, 0) \text{ m}$  and  $Q_2 = -0.55 \mu\text{C}$  at  $(3, 0, 0) \text{ m}$  (see Figure 2-29).

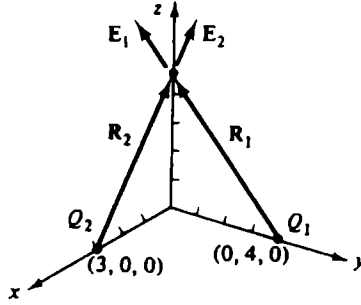
الحل: متجهات المسافة هي



$$\mathbf{R}_1 = -4\mathbf{a}_y + 5\mathbf{a}_z, |\mathbf{R}_1| = \sqrt{41} \text{ m}$$

$$\mathbf{R}_2 = -3\mathbf{a}_x + 5\mathbf{a}_z, |\mathbf{R}_2| = \sqrt{34} \text{ m}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_1 &= \frac{0.35 \times 10^{-6}}{4\pi(10^{-9} / 36\pi)(41)} \left( \frac{-4\mathbf{a}_y + 5\mathbf{a}_z}{\sqrt{41}} \right) \\ &= -48.0\mathbf{a}_y + 60.0\mathbf{a}_z \text{ V/m} \end{aligned}$$



شكل 2-29 حساب E عند (0, 0, 5) m.

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_2 &= \frac{-0.55 \times 10^{-6}}{4\pi(10^{-9} / 36\pi)(34)} \left( \frac{-3\mathbf{a}_x + 5\mathbf{a}_z}{\sqrt{34}} \right) \\ &= 74.9\mathbf{a}_x - 124.9\mathbf{a}_z \text{ V/m} \end{aligned}$$

المجال الكلي عند (0, 0, 5) m يكون

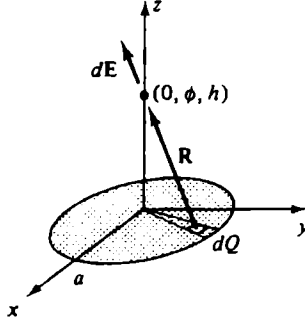
$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 = 74.9\mathbf{a}_x - 48\mathbf{a}_y - 64.9\mathbf{a}_z \text{ V/m}$$

### مسألة محلولة 2.3

أوجد شدة المجال الكهربى E عند (0, ϕ, h) لقرص مشحون بانتظام. ρ = ثابت و r ≤ a و z = 0 (انظر شكل 2-30).

### Solved Problem 2.3

Find the electric field intensity  $\mathbf{E}$  at  $(0, \phi, h)$  due to the uniformly charged disk  $\rho_s = \text{const.}$ ,  $r \leq a$ ,  $z = 0$  (see Figure 2-30).



شكل 2-30 E عند  $(0, \phi, h)$  نتيجة لقرص منتظم الشحنة

العنصر التفاضلي لـ  $E$  نتيجة للعنصر التفاضلي لـ  $\rho_s$  هو

$$d\mathbf{E} = \frac{\rho_s r dr d\phi}{4\pi\epsilon_0 (r^2 + h^2)^{3/2}} \left( \frac{-ra_r + ha_z}{\sqrt{r^2 + h^2}} \right)$$

المركبة في اتجاه نصف القطر تتلاشى نظراً للتماثل. لذلك

$$\begin{aligned} \mathbf{E} &= \frac{\rho_s h}{4\pi\epsilon_0} \int_0^{2\pi} \int_0^a \frac{r dr d\phi}{(r^2 + h^2)^{3/2}} \mathbf{a}_z \\ &= \frac{\rho_s h}{2\epsilon_0} \left( \frac{-1}{\sqrt{a^2 + h^2}} + \frac{1}{h} \right) \mathbf{a}_z \text{ V/m} \end{aligned}$$

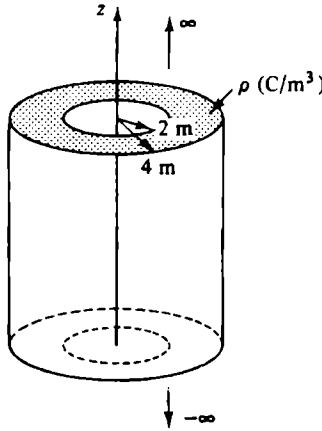
يلاحظ أنه عندما  $a \rightarrow \infty$  فإن  $\mathbf{E} \rightarrow (\rho_s / 2\epsilon_0) \mathbf{a}_z$  V/m وهو المجال نتيجة لسطح لا نهائي منتظم الشحنة.

## مسألة محلولة 2.4

الحجم بالإحداثيات الأسطوانية بين  $r = 2 \text{ m}$  و  $r = 4 \text{ m}$  يحتوى على شحنة كثافتها  $\rho \text{ (C/m}^3\text{)}$  (شكل 2-31). استخدم قانون جاوس لإيجاد  $D$  فى كل المناطق.

### Solved Problem 2.4

The volume in cylindrical coordinates between  $r = 2 \text{ m}$  and  $r = 4 \text{ m}$  contains a uniform density  $\rho \text{ (C/m}^3\text{)}$  (Figure 2-31). Use Gauss' law to find  $D$  in all regions.



شكل 2-31 شحنة كثافتها  $\rho \text{ (C/m}^3\text{)}$  بحجم اسطوانى

الحل: حيث أن  $\rho$  ليست دالة فى  $\phi$  أو  $z$  فإن  $\Psi$  تكون بالكامل فى اتجاه نصف القطر. الحقيقة الثانية أن  $D$  ثابت فى المقدار إذا كانت  $r$  ثابتة. على ذلك يكون الاختيار المناسب لسطح جاوس هو سطح أسطوانة دائرية قائمة مغلقة. التكامل السطحي (9) على سطحي النهايتين يساوى الصفر حيث أن الفيض يخرج من السطح الجانبى الدائرى. لطول مقداره  $L$

$$\oint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = D(2\pi rL) = Q_{enc}$$

من شكل 2-31 ولقيم  $0 < r < 2 \text{ m}$

$$Q_{enc} = 0 = D(2\pi rL) \\ \Rightarrow \mathbf{D} = 0$$

لقيم  $2 \leq r \leq 4 \text{ m}$

$$Q_{enc} = \pi\rho L(r^2 - 4) = D(2\pi rL) \\ \Rightarrow \mathbf{D} = \frac{\rho}{2r}(r^2 - 4) \mathbf{a}_r \text{ C/m}^2$$

لقيم  $r \geq 4 \text{ m}$

$$Q_{enc} = \pi\rho L(16 - 4) = D(2\pi rL) \\ \Rightarrow \mathbf{D} = \frac{6\rho}{r} \mathbf{a}_r \text{ C/m}^2$$

مسألة محلولة 2.5

أوجد السعة لمكثف أسطواني طوله  $L$ ، حيث نصف قطر الموصل الداخلى  $a$  والموصل الخارجى  $b$  (شكل 2-32).

### Solved Problem 2.5

Find the capacitance of a coaxial capacitor of length  $L$ , where the inner conductor has radius  $a$  and the outer has radius  $b$  (Figure 2-32).

الحل: بإهمال التهدب، قانون جاوس يتطلب أن  $D \propto 1/r$  بين الموصلين. عند  $r = a$  تكون  $D = \rho_s$  (نتيجة لشروط الحدود بين الموصل والعازل)  $\rho_s$  هى الكثافة السطحية على الموصل الداخلى (يفرض أنها شحنة موجبة). على ذلك

$$\mathbf{D} = \rho_s \frac{a}{r} \mathbf{a}_r \text{ C/m}^2, \quad \mathbf{E} = \frac{\rho_s a}{\epsilon_0 \epsilon_r r} \mathbf{a}_r \text{ V/m}$$

و فرق الجهد بين الموصلين

$$V_{ab} = -\int_b^a \frac{\rho_s a}{\epsilon_0 \epsilon_r r} dr = \frac{\rho_s a}{\epsilon_0 \epsilon_r} \ln \frac{b}{a} \text{ V}$$

الشحنة الكلية على الموصل الداخلى  $Q = \rho_s(2\pi a l)$  ولذلك

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{2\pi\epsilon_0\epsilon_r L}{\ln(b/a)} \text{ F}$$

**عصير الكتب**  
**[www.ibtesama.com/vb](http://www.ibtesama.com/vb)**  
**منتدى مجلة الإبتسامة**

# الفصل الثالث

## المجال المغناطيسي الساكن (الثابت)

### Static Magnetic Fields

في هذا الفصل:

- ✓ قانون بيو – سافار
- ✓ قانون أمبير
- ✓ كثافة المجال المغناطيسي وقانون جاوس
- ✓ المحاثثة (أو معامل الحث)
- ✓ مسائل محلولة

يتولد المجال المغناطيسي الساكن إما من تيار ثابت أو من مغناطيس دائم. هذا الفصل سوف يتناول المجالات من تيار ثابت.

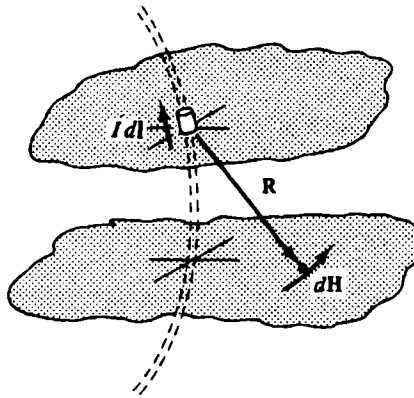
#### Biot-Savart Law

#### قانون بيو – سافار

يتولد مجال مغناطيسي شدته  $dH$  من عنصر تفاضلي للتيار  $I dl$ . يتغير المجال عكسياً مع مربع المسافة، ولا يعتمد على الوسط المحيط، وله اتجاه يتحدد عن طريق الضرب الاتجاهي لـ  $I dl$  و  $a_R$ . هذه العلاقة تعرف بقانون بيو-سافار (شكل 3-1):

$$dH = \frac{I dl \times a_R}{4\pi R^2} \quad (\text{A/m}) \quad (1)$$

حيث  $\mathbf{a}_R$  متجه الوحدة في اتجاه  $R$ . اتجاه  $R$  من عنصر التيار حتى النقطة المراد تعيين  $d\mathbf{H}$  عندها.



شكل 3-1 عنصر تيار يعطى  $d\mathbf{H}$

ليس لعناصر التيار وجود منفصل. كل العناصر تكون فتيلا تيار تسهم في  $\mathbf{H}$  ويجب أن تؤخذ في الاعتبار. وينتج عن الجمع الصيغة التكاملية لقانون بيوسافار.

$$\mathbf{H} = \oint \frac{I d\mathbf{l} \times \mathbf{a}_R}{4\pi R^2} \quad (\text{A/m})$$

التكامل يجب أن يكون على مسار مغلق وذلك حتى تؤخذ كل العناصر في الاعتبار (المسار قد يكون مغلقاً عند اللانهاية).

مثال 3.1 فتيلة خطية لا نهائية يمر بها تيار  $I$  على محور  $z$  بنظام الإحداثيات الأسطوانية كما هو موضح بشكل 3-2. أوجد  $\mathbf{H}$ .

**Example 3.1** An infinitely long, straight current filament  $I$  along the  $z$ -axis in cylindrical coordinates is shown in Figure 3-2. Find  $\mathbf{H}$ .

الحل: سنختار نقطة على المستوى  $z = 0$  دون أن نحدد عن الصيغة العامة.

$$\mathbf{R} = r\mathbf{a}_r - z\mathbf{a}_z, \quad R = \sqrt{r^2 + z^2}, \quad \mathbf{a}_R = \frac{r\mathbf{a}_r - z\mathbf{a}_z}{\sqrt{r^2 + z^2}}$$



باستخدام الصورة التفاضلية (1)

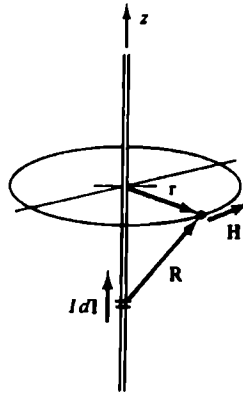
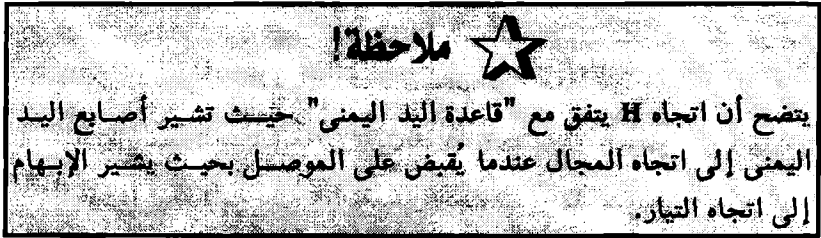
$$d\mathbf{H} = \frac{I dz \mathbf{a}_z \times (r\mathbf{a}_\rho - z\mathbf{a}_z)}{4\pi(r^2 + z^2)^{3/2}}$$

$$= \frac{I dz r\mathbf{a}_\phi}{4\pi(r^2 + z^2)^{3/2}}$$

متغير التكامل هو  $z$ ، حيث أن  $\mathbf{a}_\phi$  لا يتغير مع  $z$  فإنه يمكن إخراجها من التكامل قبل إجراء التكامل.

$$\mathbf{H} = \left[ \int_{-\infty}^{\infty} \frac{I r dz}{4\pi(r^2 + z^2)^{3/2}} \right] \mathbf{a}_\phi = \frac{I}{2\pi r} \mathbf{a}_\phi$$

هذه النتيجة الهامة تبين أن  $\mathbf{H}$  متناسب عكسياً مع المسافة في اتجاه نصف القطر.



شكل 3-2 فتيلة تيار  $I$  لا نهائية على محور  $z$

## Ampere's Law

## قانون أمبير

التكامل الخطى لمركبة شدة المجال المماسية حول مسار مغلق يساوى التيار داخل هذا المسار:

$$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = I_{enc} \quad (2)$$

هذه هي صورة قانون أمبير التكاملية.

للهولة الأولى يمكن أن يظن المرء أن هذا القانون يستخدم لتعيين  $I$  عن طريق التكامل. ولكن بدلاً من ذلك فإن التيار يكون فى العادة معلوماً والقانون يوضح طريقة إيجاد  $H$ . يماثل هذا استخدام قانون جاوس لإيجاد  $D$  عند معرفة توزيع الشحنة.

عند استخدام قانون أمبير لتعيين  $H$  فإنه لا بد أن تكون هناك درجة معقولة من التماثل فى المسألة. شرطان يجب توافرها:

1. عند كل نقطة للمسار المغلق تكون  $H$  إما مماسية أو عمودية على المسار.
2. تأخذ  $H$  قيمة ثابتة على نقط المسار حيث تكون  $H$  مماسية.

يمكن استخدام قانون بيوسافار للمساعدة على انتقاء مسار يحقق الشرطين السابقين. فى معظم الحالات يكون المسار المناسب واضحاً.

مثال 3.2 استخدم قانون أمبير لإيجاد  $H$  الناتجة عن فتيلة تيار  $I$  مستقيمة ولا نهائية الطول.

**Example 3.2** Use Ampere's law to obtain  $H$  due to an infinitely long, straight current filament  $I$ .

الحل: قانون بيوسافار يبين أن لكل نقطة على الدائرة فى شكل 3-2 تكون  $H$  مماسية ولها نفس القيمة. على ذلك

$$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = H(2\pi r) = I$$

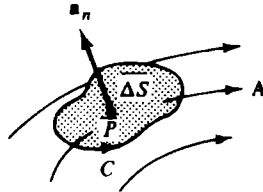
بالحل نحصل على

$$\mathbf{H} = \frac{I}{2\pi r} \mathbf{a}_\phi$$

يمكن استنتاج الصورة التفاضلية لقانون أمبير والذي يوجد العلاقة بين المجال المغناطيسي الساكن  $\mathbf{H}$  والتيار الكهربى الثابت. قبل تعريف الصورة التفاضلية لا بد أولاً من تقديم الالتفاف.

الالتفاف بصفة عامة لأى مجال متجه  $\mathbf{A}$  يكون مجالاً متجهاً آخر. تقع النقطة  $P$  بشكل 3-3 داخل مساحة مستوية  $\Delta S$  محاطة بمنحنى مغلق  $C$ . فى التكامل الذى يُعرف الالتفاف،  $C$  مستعرضة بحيث تكون المساحة المغلقة جهة اليسار. متجه الوحدة العمودى  $\mathbf{a}_n$  يحدد عن طريق قاعدة اليد اليمنى (أصابع اليد اليمنى تلتف فى اتجاه التكامل على المسار والإبهام يشير إلى اتجاه العمودى) كما هو مبين بالشكل. إذن مركبة التفاف  $\mathbf{A}$  فى اتجاه  $\mathbf{a}_n$  تعرف كما يلي

$$(\text{curl } \mathbf{A}) \cdot \mathbf{a}_n = \nabla \times \mathbf{A} \cdot \mathbf{a}_n \equiv \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\oint \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l}}{\Delta S}$$

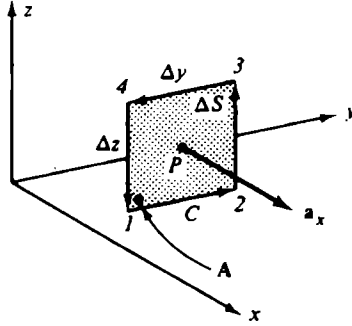


شكل 3-3 تعريف الالتفاف لـ  $\mathbf{A}$

فى نظم الإحداثيات يُعرف الالتفاف  $\mathbf{A}$  عن طريق مركباته فى اتجاه متجه الوحدة للإحداثيات. على سبيل المثال مركبة  $x$  فى الإحداثيات الكرتيزية تعرف عن طريق أخذ المسار المربع  $C$  فى المستوى  $x = \text{ثابت}$  خلال النقطة  $P$ .

كما هو مبين بشكل 3-4.

$$\nabla \times \mathbf{A} \cdot \mathbf{a}_x \equiv \lim_{\Delta y \Delta z \rightarrow 0} \frac{\oint \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l}}{\Delta y \Delta z}$$



شكل 3-4 تعريف مركبة  $x$  لانتفاخ  $A$

إذا كان  $\mathbf{A} = A_x \mathbf{a}_x + A_y \mathbf{a}_y + A_z \mathbf{a}_z$  عند ركن من أركان  $\Delta S$  بجوار الأصل (النقطة  $I$ ) لذلك

$$\begin{aligned} \oint &= \int_1^2 + \int_2^3 + \int_3^4 + \int_4^1 \\ &= A_y \Delta y + \left( A_z + \frac{\partial A_z}{\partial y} \Delta y \right) \Delta z + \left( A_y + \frac{\partial A_y}{\partial z} \Delta z \right) (-\Delta y) + A_z (-\Delta z) \\ &= \left( \frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} \right) \Delta y \Delta z \end{aligned}$$

وأيضاً

$$\nabla \times \mathbf{A} \cdot \mathbf{a}_x = \frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z}$$

يمكن الحصول على المركبات  $y$  و  $z$  بنفس الطريقة. ويجمع المركبات يكون النفاخ  $A$  للنظام الكرتيزي

$$\nabla \times \mathbf{A} = \left( \frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} \right) \mathbf{a}_x + \left( \frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) \mathbf{a}_y + \left( \frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} \right) \mathbf{a}_z \quad (3)$$

التعبير عن التفاف A بالإحداثيات الأسطوانية والكروية يمكن استنتاجه بنفس الطريقة السابقة مع بعض الصعوبة. باستخدام الإحداثيات الأسطوانية.

$$\nabla \times \mathbf{A} = \left( \frac{1}{r} \frac{\partial A_z}{\partial \phi} - \frac{\partial A_\phi}{\partial z} \right) \mathbf{a}_r + \left( \frac{\partial A_r}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial r} \right) \mathbf{a}_\phi + \frac{1}{r} \left[ \frac{\partial(rA_\phi)}{\partial r} - \frac{\partial A_r}{\partial \phi} \right] \mathbf{a}_z \quad (4)$$

باستخدام الإحداثيات الكروية

$$\nabla \times \mathbf{A} = \frac{1}{r \sin \theta} \left[ \frac{\partial(A_\phi \sin \theta)}{\partial \theta} - \frac{\partial A_\theta}{\partial \phi} \right] \mathbf{a}_r + \frac{1}{r} \left[ \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial A_r}{\partial \phi} - \frac{\partial(rA_\phi)}{\partial r} \right] \mathbf{a}_\theta + \frac{1}{r} \left[ \frac{\partial(rA_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial A_r}{\partial \theta} \right] \mathbf{a}_\phi \quad (5)$$

خواص مفيدة لالتفاف A:

1. تشعب الالتفاف لأي متجه يساوى صفرًا.

$$\nabla \cdot (\nabla \times \mathbf{A}) = 0$$

2. التفاف التدرج لأي دالة مقياسية يساوى الصفر.

$$\nabla \times (\nabla f) = 0$$

على سبيل المثال للمجال الكهربى الساكن  $\mathbf{E} = -\nabla V$  على ذلك

$$\nabla \times \mathbf{E} = 0$$

هذا اختبار آخر لمتجه المجال المحافظ: إذا كان الالتفاف يساوى الصفر فإن المجال محافظ.

بالنظر إلى قانون أمبير فإنه يمكن كتابة المعادلة التى تعرف  $(\text{curl } \mathbf{H})_x$  كما يلي

$$\nabla \times \mathbf{H} \cdot \mathbf{a}_x \equiv \lim_{\Delta y \Delta z \rightarrow 0} \frac{\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l}}{\Delta y \Delta z} = \lim_{\Delta y \Delta z \rightarrow 0} \frac{I_x}{\Delta y \Delta z} \equiv J_x$$

حيث  $J_x = dl/dS$  هي الكثافة لوحدة المساحة في اتجاه  $x$ . وعلى ذلك فإن مركبة  $(\text{curl } \mathbf{H})_x$  وكثافة التيار  $J_x$  متساويان عند أى نقطة. بالمثل العلاقة بالنسبة لمركبة  $x$  ومركبة  $y$ . وعلى ذلك فإن العلاقة الكلية تكتب كما يلي

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} \quad (6)$$

هذه صورة تفاضلية لقانون أمبير للمجال المغناطيسى الساكن وعليه فإن المجال المغناطيسى غير محافظ.

مثال 3.3 موصل طويل مستقيم له مقطع نصف قطره  $a$  وله شدة مجال مغناطيسى  $\mathbf{H} = (Ir/2\pi a^2)\mathbf{a}_\phi$  داخل الموصل ( $r < a$ ) وله  $\mathbf{H} = (I/2\pi r)\mathbf{a}_\phi$  لـ ( $r > a$ ). أوجد كثافة التيار  $\mathbf{J}$  للحيزين.

**Example 3.3** A long, straight conductor cross section with radius  $a$  has a magnetic field strength  $\mathbf{H} = (Ir/2\pi a^2)\mathbf{a}_\phi$  within the conductor ( $r < a$ ) and  $\mathbf{H} = (I/2\pi r)\mathbf{a}_\phi$  for  $r > a$ . Find the current density  $\mathbf{J}$  in both regions.

الحل: داخل الموصل وباستخدام (4) و (6)

$$\mathbf{J} = \nabla \times \mathbf{H} = -\frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{Ir}{2\pi a^2} \right) \mathbf{a}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{Ir^2}{2\pi a^2} \right) \mathbf{a}_z = \frac{I}{\pi a^2} \mathbf{a}_z$$

هذا يناظر تيار بقيمة  $I$  فى اتجاه  $+z$  وموزع بانتظام على مساحة المقطع  $\pi a^2$ .

خارج الموصل

$$\mathbf{J} = \nabla \times \mathbf{H} = -\frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{I}{2\pi r} \right) \mathbf{a}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{I}{2\pi} \right) \mathbf{a}_z = 0$$

هذا يعنى أن التيار يمر بالموصل وهذا أمر طبيعى.

## كثافة المجال المغناطيسي وقانون جاوس

### Magnetic Flux Density and Gauss' Law

شدة المجال المغناطيسي  $H$  مثل  $D$  تعتمد فقط على (حركة) الشحنات ولا تعتمد على الوسط. مجال القوة المصاحب لـ  $H$  هو كثافة الفيض المغناطيسي  $B$  الذي يعطى كما يلي

$$B = \mu H \quad (7)$$

حيث  $\mu = \mu_0 \mu_r$  هي إنفاذية الوسط. وحدة  $B$  هي تسلا (tesla)

$$1 \text{ T} = 1 \frac{\text{N}}{\text{A} \cdot \text{m}}$$

إنفاذية الحيز الخالي  $\mu_0$  لها قيمة عددية  $4\pi \times 10^{-7}$  ولها وحدات هنرى لكل متر  $H/m$ . المواد الغير مغناطيسية لها إنفاذية نسبية  $\mu_r$  قريبة من الواحد أما المواد المغناطيسية (مثل الحديد والمواد المغناطيسية) يكون لها  $\mu_r$  أكبر كثيراً من الواحد.

التدفق المغناطيسي  $\Phi$  على سطح يعرف كما يلي

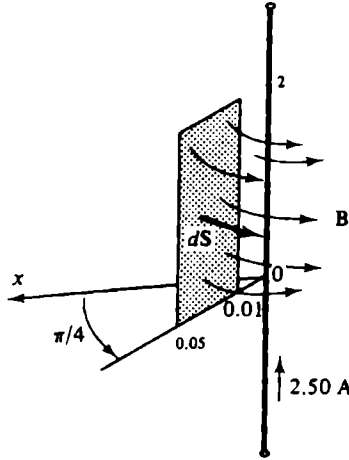
$$\Phi = \int_S B \cdot dS \quad (8)$$

إشارة  $\Phi$  يمكن أن تكون موجبة أو سالبة ذلك يعتمد على اختيار العمودى على السطح  $dS$ . وحدة الفيض المغناطيسي هي الوبير (weber)  $Wb$ . ترتبط الوحدات المغناطيسية كما يلي

$$1 \text{ T} = 1 \text{ Wb/m}^2, \quad 1 \text{ H} = 1 \text{ Wb/A}$$

مثال 3.4 أوجد الفيض العابر لجزء من المستوى  $\phi = \pi/4$  والمحدد بـ  $0.01 < r < 0.05 \text{ m}$  و  $0 < z < 2 \text{ m}$  (انظر شكل 3-5) التيار قيمته  $2.5 \text{ A}$  ويمر في فتيلة على محور  $z$  فى اتجاه  $a_z$ .

**Example 3.4** Find the flux crossing the portion of the plane  $\phi = \pi/4$  defined by  $0.01 < r < 0.05$  m and  $0 < z < 2$  m (see Figure 3-5). A current filament of 2.50 A along the  $z$ -axis is in the  $\mathbf{a}_z$ -direction.



**شكل 3-5 الفيض المغناطيسي خلال مستطيل نتيجة لوجود تيار**

الحل: باستخدام شكل 3-5 والنتيجة بمثال 3.2 والمعادلة (7) يمكن الحصول على كثافة الفيض المغناطيسي

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \mathbf{a}_\phi$$

من الشكل

$$d\mathbf{S} = dr dz \mathbf{a}_\phi$$

الفيض المغناطيسي خلال المستطيل [باستخدام (8)] هو كما يلي

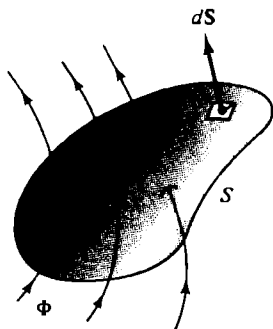
$$\begin{aligned} \Phi &= \int_0^2 \int_{0.01}^{0.05} \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \mathbf{a}_\phi \cdot dr dz \mathbf{a}_\phi \\ &= \frac{2\mu_0 I}{2\pi} \ln \frac{0.05}{0.01} = 1.61 \times 10^{-6} \text{ Wb} = 1.61 \mu\text{Wb} \end{aligned}$$



يجب ملاحظة أن خطوط الفيض المغناطيسي  $\Phi$  هي منحنيات مغلقة ليس لها نقطة بداية أو نهاية. يقال عن هذا أن المجال مُلتَف. هذا يخالف الفيض الكهربى  $\Psi$ . حيث يبدأ على الشحنة الموجبة وينتهى على الشحنة السالبة. فى شكل 3-6 كل الفيض المغناطيسى الذى يدخل السطح المغلق لا بد أن يخرج منه، لذا فإن المجال  $B$  ليس له منابع أو مستقبلات ويعبر عن ذلك رياضياً بما يلى

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (9)$$

ملاحظة: المعادلة (9) يشار إليها بقانون جاوس للمجال المغناطيسى.



شكل 3-6 سطح مغلق فى مجال  $B$

## Inductance

## المحاثة (أو معامل الحث)

معامل الحث  $L$  لموصل يمكن أن يُعرّف بأنه نسبة الفيض المغناطيسى العابر إلى التيار المسبب للفيض. فى الحالة الساكنة (أو فى حالة التردد المنخفض) إذا كان التيار  $I$  والملف يحتوى على  $N$  لفة كما بشكل 3-7 فإن

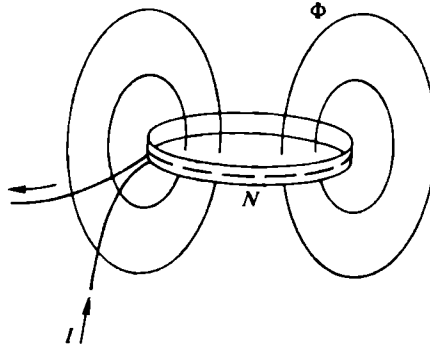
$$L = \frac{N\Phi}{I} \quad (10)$$

حيث  $\Phi$  الفيض العابر للفة واحدة. وحدة  $L$  هي الهنرى (henry) حيث  
 $1\text{H} = 1 \text{ Wb/A}$ .

معامل الحث يعطى كما يلي

$$L = \frac{\lambda}{I} \quad (11)$$

حيث  $\lambda$  هي الارتباط الفيضى  $N\Phi$  لملف عدد لفاته  $N$  أما فى تشكيلات  
 الموصلات الأخرى فهى تكتب ببساطة  $\Phi$ .

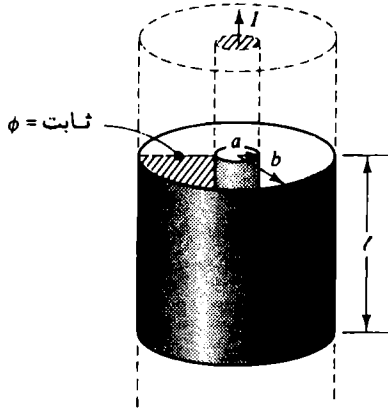


شكل 3-7 الفيض المرتبط فى حالة ملف يمر به تيار

يجب الملاحظة أيضاً أن  $L$  تكون حاصل ضرب السماحية للوسط  $\mu$  ومعامل  
 هندسى يكون الطول وحدة منه.

مثال 3.5 أوجد معامل الحث لوحدة الطول لموصل محورى مثل ذلك الموضح  
 بشكل 3-8.

**Example 3.5** Find the inductance per unit length of a coaxial conductor  
 such as that shown in Figure 3-8.



شكل 3-8 موصل محوري

الحل: المجال المغناطيسي بين الموصلين يعطى كما يلي

$$\mathbf{H} = \frac{I}{2\pi r} \mathbf{a}_\phi$$

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \mathbf{a}_\phi$$

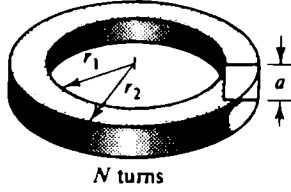
يرتبط التياران بالموصلان عن طريق الفيض العابر للسطح  $\phi = \text{ثابت}$ . لطول  $l = 1 \text{ m}$ .

$$\lambda = \int_0^l \int_a^b \frac{\mu_0 I}{2\pi r} dr dz = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \ln \frac{b}{a}$$

باستخدام (11) يكون معامل الحث لوحدة الطول للموصل المحوري

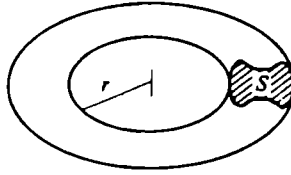
$$L \text{ per meter} = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{b}{a} \text{ (H / m)}$$

تبيين الأشكال من 3-9 حتى 3-13 معامل الحث الدقيق أو التقريبي لبعض الأشكال غير المحورية المألوفة.



$$L = \frac{\mu_0 N^2 a}{2\pi} \ln \frac{r_2}{r_1} \quad (H)$$

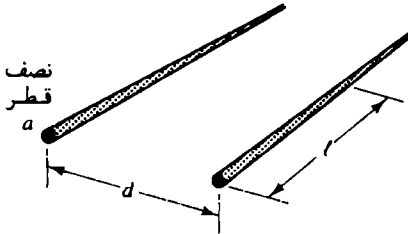
شكل 3-9 ملف حلقي له مساحة مقطع مربعة



$$L \approx \frac{\mu_0 N^2 S}{2\pi r} \quad (H)$$

(مع فرض كثافة الفيض  
متوسطة على نصف قطر  
متوسط  $r$ )

شكل 3-10 ملف حلقي له مساحة مقطع S

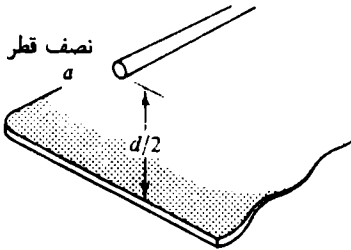


$$\frac{L}{l} = \frac{\mu_0}{\pi} \cosh^{-1} \frac{d}{2a} \quad (H/m)$$

For  $d \gg a$ ,

$$\frac{L}{l} \approx \frac{\mu_0}{\pi} \ln \frac{d}{a} \quad (H/m)$$

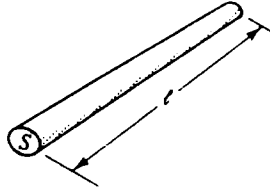
شكل 3-11 موصلان متوازيان نصف القطر a



$$\frac{L}{l} = \frac{\mu_0}{2\pi} \cosh^{-1} \frac{d}{2a} \quad (H/m)$$

$$\approx \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{d}{a} \quad (H/m)$$

شكل 3-12 موصل أسطواني مواز لمستوى أرضي



$$L = \frac{\mu_0 N^2 S}{\ell} \quad (H)$$

شكل 3-13 ملف طويل له مساحة مقطع صغيرة  $S$

## أشياء هامة للتذكر

- ✓ المجالان المغناطيسيان  $H$  و  $B$  يدوران حول الموصل الذي يمر به تيار  $I$  تبعاً لقاعدة اليد اليمنى.
- ✓ في الوسط الموحد الخواص  $B = \mu H$ .
- ✓ خطوط الفيض المغناطيسي ملتفة وهذا يعني أنها منحنيات مغلقة بدون بداية ونهاية.
- ✓ الفيض المغناطيسي الكلي الداخل لسطح مغلق يساوي الفيض المغناطيسي الكلي الخارج من السطح.
- ✓ معامل الحث لموصل هو الفيض المغناطيسي العاير لوحدة التيار.

## Solved Problems

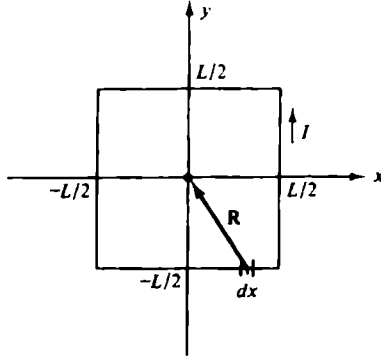
## مسائل محلولة

### مسألة محلولة 3.1

أوجد  $H$  في منتصف حلقة مربعة طول ضلعها  $L$ .

### Solved Problem 3.1

Find  $H$  in the center of a square loop of side  $L$ .



شكل 3-14 حلقة مربعة لها تيار  $I$ .

الحل: باختيار نظام الإحداثيات الكرتيزي تكون الحلقة متماثلة بالنسبة لنقطة الأصل كما هو موضح بشكل 3-14. نتيجة التماثل فإن كل نصف ضلع ينشأ عنه نفس المقدار  $H$  عند المنتصف. لنصف الضلع  $0 \leq x \leq L/2$  و  $y = -L/2$  وعند تطبيق قانون بيوسافار فإن المجال عند المنتصف

$$dH = \frac{(I dx \mathbf{a}_x) \times [-x \mathbf{a}_x + (L/2) \mathbf{a}_y]}{4\pi [x^2 + (L/2)^2]^{3/2}}$$

$$= \frac{I dx (L/2) \mathbf{a}_z}{4\pi [x^2 + (L/2)^2]^{3/2}} \text{ A/m}$$

ولذلك فإن المجال الكلي عند المنتصف

$$H = 8 \int_0^{L/2} \frac{I dx (L/2) \mathbf{a}_z}{4\pi [x^2 + (L/2)^2]^{3/2}}$$

$$= \frac{2\sqrt{2}I}{\pi L} \mathbf{a}_z = \frac{2\sqrt{2}I}{\pi L} \mathbf{a}_n \text{ A/m}$$

حيث  $\mathbf{a}_n$  متجه الوحدة العمودي على السطح المار بالحلقة كما يعطى عن طريق قاعدة اليد اليمنى.

### مسألة محلولة 3.2

موصل أسطواني رقيق له نصف قطر  $a$ ، ممتد إلى ما لا نهاية يحمل تيار  $I$ . أوجد  $\mathbf{H}$  عند كل النقاط باستخدام قانون أمبير.

#### Solved Problem 3.2

A thin cylindrical conductor of radius  $a$ , infinite in length, carries a current  $I$ . Find  $\mathbf{H}$  at all points using Ampere's law.

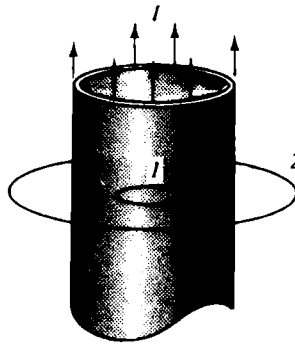
الحل: قانون بيوسافار يبين أن  $\mathbf{H}$  لها مركبة واحدة في اتجاه  $\phi$ . أيضًا  $H_\phi$  تعتمد على  $r$  فقط. المسارات المناسبة لقانون أمبير هي دوائر متماثلة. للمسار  $I$  المبين بشكل 3-15.

$$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = 2\pi r H_\phi = I_{enc} = 0$$

وللمسار 2

$$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = 2\pi r H_\phi = I$$

وعليه  $\mathbf{H} = 0$  عند النقط داخل الموصل الأسطواني الرقيق. أما عند النقط خارج الموصل فإن  $\mathbf{H} = (I/2\pi r) \mathbf{a}_\phi$  A/m هذا هو نفس المجال الناشئ عن تيار فتيلة  $I$  على امتداد المحور.



شكل 3-15 تيار يمر في أسطوانة رقيقة

### مسألة محلولة 3.3

مجال في اتجاه نصف القطر

$$\mathbf{H} = \frac{2.39 \times 10^6}{r} \cos \phi \mathbf{a}_r, \text{ A/m}$$

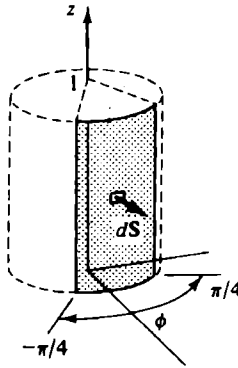
موجود في الحيز الحر. أوجد الفيض المغناطيسي  $\Phi$  الذي يعبر السطح المعرف بـ  $-\pi/4 \leq \phi \leq \pi/4$ ،  $0 \leq z \leq 1$  m انظر شكل 3-16.

#### Solved Problem 3.3

A radial field

$$\mathbf{H} = \frac{2.39 \times 10^6}{r} \cos \phi \mathbf{a}_r, \text{ A/m}$$

exists in free space. Find the magnetic flux  $\Phi$  crossing the surface defined by  $-\pi/4 \leq \phi \leq \pi/4$ ,  $0 \leq z \leq 1$  m. See Figure 3-16.



شكل 3-16 الفيض المغناطيسي العابر لسطح أسطوانى

الحل: كثافة الفيض في الحيز الحر هي

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H} = \frac{3.00}{r} \cos \phi \mathbf{a}_r, \text{ T}$$



والفيض العابر للسطح هو

$$\Phi = \int_0^1 \int_{-\pi/4}^{\pi/4} \left( \frac{3.00}{r} \cos \phi \mathbf{a}_r \right) \cdot (r d\phi dz \mathbf{a}_r) = 4.24 \text{ Wb}$$

### مسألة محلولة 3.4

أوجد معامل الحث لوحدة الطول للموصلات الأسطوانية المتوازية المبينة بشكل 3-11 حيث  $d = 25$  قدم و  $a = 0.803$  بوصة

#### Solved Problem 3.4

Find the inductance per unit length of the parallel cylindrical conductors shown in Figure 3-11, where  $d = 25$  feet and  $a = 0.803$  inch.

الحل: باستخدام المعادلة بشكل 3-11.

$$\frac{L}{\ell} = \frac{\mu_0}{\pi} \cosh^{-1} \frac{d}{2a} = (4 \times 10^{-7}) \cosh^{-1} \frac{25(12)}{2(0.803)} = 2.37 \mu\text{H/m}$$

المعادلة التقريبية تعطي

$$\frac{L}{\ell} \approx \frac{\mu_0}{\pi} \ln \frac{d}{a} = 2.37 \mu\text{H/m}$$

عندما تكون  $d/a \geq 10$  يمكن استخدام المعادلة التقريبية مع خطأ أقل من 0.5%.

### مسألة محلولة 3.5

بفرض أنه يوجد ملف حلقي كالمبين بشكل 3-9 له 700 لفة ونصف قطر داخلي 1 cm والخارجي 2 cm والارتفاع  $a = 1.5$  cm. أوجد  $L$  باستخدام (a) المعادلة الخاصة بملف حلقي له مساحة مربعة. (b) المعادلة التقديرية العامة للملف الحلقي والتي تشترط أن يكون  $H$  منتظم عند نصف القطر المتوسط (شكل 3-10).

### Solved Problem 3.5

Assume that the air-core toroid shown in Figure 3-9 has 700 turn, an inner radius of 1 cm, an outer radius of 2 cm, and height  $a = 1.5$  cm. Find  $L$  using (a) the formula for square cross-section toroids; (b) the approximate formula for a general toroid, which assumes a uniform  $\mathbf{H}$  at mean radius (Figure 3-10).

الحل: (a) لمساحة مقطع مربعة ومن شكل 3-9.

$$L = \frac{\mu_0 N^2 a}{2\pi} \ln \frac{r_2}{r_1} = \frac{(4\pi \times 10^{-7})(700)^2(0.015)}{2\pi} \ln 2 = 1.02 \text{ mH}$$

(b) باستخدام المعادلة التقريبية من شكل 3-10

$$L = \frac{\mu_0 N^2 S}{2\pi r} = \frac{(4\pi \times 10^{-7})(700)^2(0.01)(0.015)}{2\pi(0.015)} = 0.98 \text{ mH}$$

والنتيجتان تقتربان من بعضهما إذا كان  $r$  أكبر كثيراً بالمقارنة بمساحة المقطع.

# الفصل الرابع

## المجالات المتغيرة مع الزمن ومعادلات ماكسويل

### Time-Varying Fields and Maxwell's Equations

فى هذا الفصل:

- ✓ قانون فاراداي والقوة الدافعة الكهربية المستحثة
- ✓ قانون أمبير وتيار الإزاحة
- ✓ شروط الحدود
- ✓ معادلات ماكسويل
- ✓ مسائل محلولة

فى الفصلين الثانى والثالث تم التعامل مع مجال لا يتغير مع الزمن. لمجال متغير مع الزمن المعادلات الخاصة بـ  $E$  و  $H$  يجب أن تُعدل. مجموعة المعادلات التى تربط  $E$  و  $H$  المتغيران مع الزمن يقال لها معادلات ماكسويل Maxwell's Equations.

### قانون فاراداي والقوة الدافعة الكهربية المستحثة

#### Faraday's Law and Induced EMF

التيار الكهري هو مصدر واحد من مصادر المجال المغناطيسى. لاحظ فاراداي أن المجال المغناطيسى المتغير مع الزمن ينتج تيار مُحَث فى لفة

مغلقة من السلك. هذا التيار المُحث مستنتج عن طريق قوة دافعة كهربية (ق.د.ك) (emf) وهي فولتية تنشأ حول الملف.

العلاقة بين emf والمجال المغناطيسى المتغير مع الزمن تعطى عن طريق الصورة التكاملية لقانون فاراداي

$$emf = \oint_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -\frac{d}{dt} \int_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \quad (1)$$

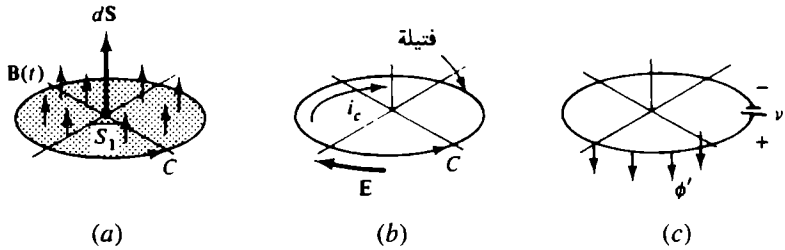


اتجاه المسار  $C$  والاتجاه على السطح  $dS$  يرتبطان عن طريق قاعدة اليد اليمنى. إذا كانت الأصابع لليد اليمنى تشير إلى اتجاه التكامل حول  $C$  فإن الإبهام فى اتجاه متجه العمودى [شكل 4-1(a)]. الآن إذا كانت  $B$  تتزايد مع الزمن فإن التفاضل بالنسبة للزمن يكون موجباً وعليه فإن الطرف الأيمن من المعادلة (1) يكون

سالباً. ليكون التكامل جهة اليسار سالباً لا بد أن يكون اتجاه  $E$  عكس المسار [شكل 4-1(b)]. إذا وضعت فتيلة تيار بدلاً من المسار تحمل تيار  $i$ ، أيضاً فى اتجاه  $E$  كما فى شكل 4-1(c) هذا التيار الحلقى ينتج فيض مغناطيسى مُحث  $\phi'$  وهو فى اتجاه عكس زيادة  $B$ . هذا يمكن تلخيصه عن طريق قانون لينز Lenz's Law:

### ★ ملاحظة!

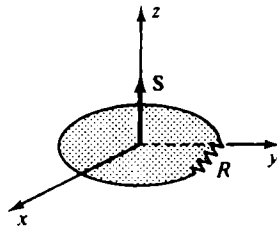
الجهد المتولد عن طريق تغير الفيض له قطبية بحيث أن التيار المستنتج فى مسار مغلق يعطى فيض مغناطيسى ثانوى يُعاكس التغير فى الزمن للفيض المغناطيسى للمنبع.



شكل 4-1 توضيح قانون لنز

مثال 4.1 الحلقة الدائرية الموصلة المبينة بشكل 4-2 توجد على المستوى  $z=0$ . الحلقة لها نصف قطر  $0.10 \text{ m}$  ومقاومة  $R=5 \Omega$ . إذا كان  $\mathbf{B} = 0.20 \sin 10^3 t \mathbf{a}_z \text{ (T)}$  أوجد التيار.

**Example 4.1** The circular loop conductor in Figure 4-2 lies in the  $z = 0$  plane. The loop has a radius of  $0.10 \text{ m}$  and a resistance  $R$  of  $5 \Omega$ . Given  $\mathbf{B} = 0.20 \sin 10^3 t \mathbf{a}_z \text{ (T)}$ , determine the current.



شكل 4-2 حلقة موصلة لها مقاومة

الحل: الفيض الكلي لا يعتمد على  $x$  أو  $y$  لذا فإن الفيض الكلي العابر للحلقة

$$\Phi = \mathbf{B} \cdot \mathbf{S} = 2 \times 10^{-3} \pi \sin 10^3 t \text{ (Wb)}$$

الجهد (ق.د.ك) حول الحلقة هو

$$v = -\frac{d\Phi}{dt} = -2\pi \cos 10^3 t \text{ (V)}$$

والتيار هو

$$i = \frac{v}{R} = -0.4\pi \cos 10^3 t \quad (\text{A})$$

## قانون أمبير وتيار الإزاحة

### Ampere's Law and Displacement Current

في حالة المجال الساكن وجد أن التفاف  $\mathbf{H}$  عند نقطة ما يساوي كثافة تيار التوصيل  $\mathbf{J}_c$ . وقد أضيف الرمز السفلى  $c$  للتأكد من أن الشحنات المتحركة تُكوّن التيار. إذا طبق الشعب على الالتفاف لأى متجه فإن المتطابقة الاتجاهية الآتية تتحقق

$$\nabla \cdot \nabla \times \mathbf{H} = 0 \quad (2)$$

ولكن لـ  $\mathbf{J}_c$  لا يساوى صفراً في حالة المجال المتغير مع الزمن هذه المعادلة توصف عن طريق معادلة الاستمرارية

$$\nabla \cdot \mathbf{J}_c = -\frac{\partial \rho}{\partial t} \quad (3)$$

معادلة الاستمرارية هي تعبير عن بقاء الشحنة. بمعنى أن معدل حركة الشحنة الخارجة من حيز يساوى المعدل الزمني لنقص الشحنة داخل الحيز. لذلك فإن ماكسويل افترض أن

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}_c + \mathbf{J}_D \quad (4)$$

حيث  $\mathbf{J}_D$  هو كثافة تيار الإزاحة. بأخذ الشعب للمعادلة (4) وباستخدام (2) و(3) يعطى

$$\nabla \cdot \mathbf{J}_c = -\nabla \cdot \mathbf{J}_D = -\frac{\partial \rho}{\partial t}$$

باستخدام قانون جاوس [(10) من الفصل الثاني]

$$-\nabla \cdot \mathbf{J}_D = -\frac{\partial \nabla \cdot \mathbf{D}}{\partial t} \Rightarrow \mathbf{J}_D = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (5)$$

باستخدام (5) في (4) نحصل على الصورة النقطية لقانون أمبير

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}_c + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (6)$$

الصورة التكاملية لقانون أمبير والتي تتحقق في حالة التغير مع الزمن يمكن الحصول عليها باستخدام نظرية ستوك والتي تنص على أن

$$\oint_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{l} = \int_S \nabla \times \mathbf{F} \cdot d\mathbf{S}$$

حيث  $S$  سطح مفتوح محدود بالمسار  $C$ . بتكامل (6) على سطح مفتوح ثابت يعطى

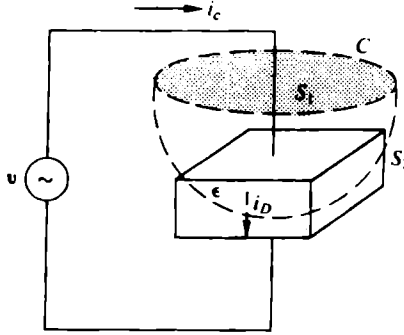
$$\begin{aligned} \int_S \nabla \times \mathbf{H} \cdot d\mathbf{S} &= \oint_C \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} \\ \Rightarrow \oint_C \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} &= \int_S \mathbf{J}_c \cdot d\mathbf{S} + \frac{d}{dt} \int_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} \end{aligned} \quad (7)$$

الحد الأول للطرف الأيمن للمعادلة (7) هو تيار التوصيل  $i_c$ . والحد الثانى بالمعادلة (7) هو تيار الإزاحة  $i_D$  خلال سطح ثابت  $S$ ، ونحصل عليه عن طريق تكامل المركبة العمودية لـ  $\mathbf{J}_D$  على السطح (ذلك مماثل لاستنتاج  $i_c$  من  $\mathbf{J}_c$ )

$$i_D = \int_S \mathbf{J}_D \cdot d\mathbf{S} = \int_S \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S} = \frac{d}{dt} \int_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} \quad (8)$$

مثال 4.2 يبين أن  $i_c = i_D$  فى الدائرة بشكل 4-3.

**Example 4.2** Show that  $i_c = i_D$  in the circuit of Figure 4-3.



شكل 4-3 دائرة مكثف يتغير فيها المجال مع الزمن

الحل: حيث أن السطحين  $S_1$  و  $S_2$  لهما نفس حدود المسار  $C$ .

$$\oint_C \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \int_{S_1} \mathbf{J}_c \cdot d\mathbf{S} + \frac{d}{dt} \int_{S_1} \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = \int_{S_2} \mathbf{J}_c \cdot d\mathbf{S} + \frac{d}{dt} \int_{S_2} \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S}$$

بفرض أن الفيض للمكثف محصور داخل المادة العازلة بين اللوحين فإن  $D = 0$  على السطح  $S_1$ . وحيث أنه لا توجد شحنات حرة داخل العازل فإن  $J_c = 0$  على السطح  $S_2$ . على ذلك

$$\int_{S_1} \mathbf{J}_c \cdot d\mathbf{S} = \frac{d}{dt} \int_{S_2} \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = \int_{S_2} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S} \quad \text{or} \quad i_c = i_D$$

يجب ملاحظة أن  $\partial D / \partial t$  ليس صفرًا فقط على الجزء من السطح  $S_2$  الذي يوجد داخل العازل.

مثال 4.3: كرر مثال 4.2 ولكن باستخدام تحليل الدوائر.

**Example 4.3** Repeat Example 4.2, this time using circuit analysis.

الحل: السعة للمكثف هي

$$C = \frac{\epsilon A}{d}$$



حيث  $A$  هي مساحة اللوح و  $d$  هي الفاصل. وعلى ذلك يكون تيار التوصيل

$$i_c = C \frac{\partial v}{\partial t} = \frac{\epsilon A}{d} \frac{\partial v}{\partial t}$$

من الناحية الأخرى فإن المجال الكهربى مع إهمال التهدب  $E = v/d$  وعلى ذلك

$$D = \epsilon E = \frac{\epsilon}{d} v, \quad \frac{\partial D}{\partial t} = \frac{\epsilon}{d} \frac{\partial v}{\partial t}$$

وتيار الإزاحة هو [باستخدام (8) وأن  $D$  عمودى على اللوح]

$$i_D = \int_A \frac{\partial D}{\partial t} \cdot dS = \int_A \frac{\epsilon}{d} \frac{\partial v}{\partial t} dS = \frac{\epsilon A}{d} \frac{\partial v}{\partial t} = i_c$$

## Boundary Conditions شروط الحدود

إذا تم إحلال الموصل بشكل 2-23 و 2-24 بعازل آخر مختلف، فإن نفس المناقشة التى تمت على الحدود بين موصل وعازل بالفصل الثانى تعطى المعادلتين الآتيتين لشروط الحدود.

1. المركبة المماسية  $E$  مستمرة عبر سطح التقابل للعازل. بالرموز

$$E_{t1} = E_{t2} \quad \text{and} \quad \frac{D_{t1}}{\epsilon_{r1}} = \frac{D_{t2}}{\epsilon_{r2}} \quad (9)$$

2. المركبة العمودية لـ  $D$  غير مستمرة بقيمة  $\rho_s$  عبر سطح التقابل للعازل. إذا اختير متجه العمودى على السطح بحيث يتجه إلى العازل 2، فإن هذا الشرط يمكن كتابته كالتالى

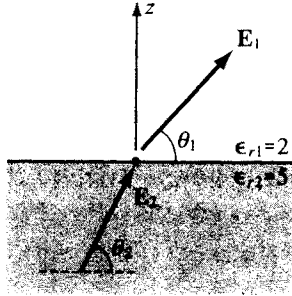
$$D_{n2} - D_{n1} = \rho_s \quad \text{and} \quad \epsilon_{r2} E_{n2} - \epsilon_{r1} E_{n1} = \frac{\rho_s}{\epsilon_0} \quad (10)$$

عموماً فإن سطح التقابل ليس له شحنات حرة لذلك

$$D_{n2} = D_{n1} \quad \text{and} \quad \epsilon_{r2}E_{n2} = \epsilon_{r1}E_{n1} \quad (11)$$

مثال 4.4 إذا كان  $\mathbf{E}_1 = 2\mathbf{a}_x - 3\mathbf{a}_y + 5\mathbf{a}_z$  V/m عند سطح تقابل خالٍ من الشحنات الحرة كما بشكل 4-4 أوجد  $\mathbf{D}_2$  والزواويتين  $\theta_1$  و  $\theta_2$ .

**Example 4.4** Given that  $\mathbf{E}_1 = 2\mathbf{a}_x - 3\mathbf{a}_y + 5\mathbf{a}_z$  V/m at the charge-free interface of Figure 4-4, find  $\mathbf{D}_2$  and the angles  $\theta_1$  and  $\theta_2$ .



شكل 4-4 تقابل عازل مع عازل

**الحل:** سطح التقابل هو السطح  $z = \text{ثابت}$ ، المركبتان  $x$  و  $y$  مماسيتان للسطح والمركبة  $z$  عمودية. حيث أن مركبات  $\mathbf{E}$  المماسية ومركبات  $\mathbf{D}$  العمودية استمرارية

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_1 &= 2\mathbf{a}_x - 3\mathbf{a}_y + 5\mathbf{a}_z \\ \mathbf{E}_2 &= 2\mathbf{a}_x - 3\mathbf{a}_y + E_{2z}\mathbf{a}_z \\ \mathbf{D}_1 &= \epsilon_0\epsilon_{r1}\mathbf{E}_1 = 4\epsilon_0\mathbf{a}_x - 6\epsilon_0\mathbf{a}_y + 10\epsilon_0\mathbf{a}_z \\ \mathbf{D}_2 &= \epsilon_0\epsilon_{r2}\mathbf{E}_2 = D_{2x}\mathbf{a}_x + D_{2y}\mathbf{a}_y + 10\epsilon_0\mathbf{a}_z \end{aligned}$$

يمكن الحصول على المركبات المجهولة عن طريق العلاقة  $\mathbf{D}_2 = \epsilon_0\epsilon_{r2}\mathbf{E}_2$

$$D_{2x}\mathbf{a}_x + D_{2y}\mathbf{a}_y + 10\epsilon_0\mathbf{a}_z = 2\epsilon_0\epsilon_{r2}\mathbf{a}_x - 3\epsilon_0\epsilon_{r2}\mathbf{a}_y + \epsilon_0\epsilon_{r2}E_{2z}\mathbf{a}_z$$

ومنها

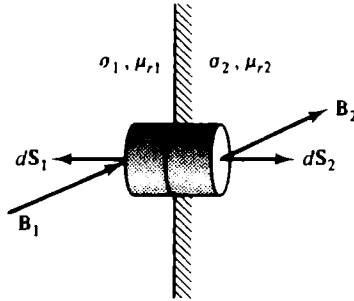
$$D_{2x} = 2\epsilon_0\epsilon_{r2} = 10\epsilon_0, \quad D_{2y} = -3\epsilon_0\epsilon_{r2} = -15\epsilon_0, \quad E_{2z} = \frac{10}{\epsilon_{r2}} = 2$$

الزوايا مع سطح التقابل يمكن الحصول عليها بسهولة عن طريق

$$\mathbf{E}_1 \cdot \mathbf{a}_z = |\mathbf{E}_1| \cos(90^\circ - \theta_1) \Rightarrow 5 = \sqrt{38} \sin \theta_1 \Rightarrow \theta_1 = 54.2^\circ$$

$$\mathbf{E}_2 \cdot \mathbf{a}_z = |\mathbf{E}_2| \cos(90^\circ - \theta_2) \Rightarrow 2 = \sqrt{17} \sin \theta_2 \Rightarrow \theta_2 = 29.0^\circ$$

أما بالنسبة للمجال المغناطيسي انظر إلى شكل 4-5 الذى يبين الحدود بين المادة 1 والمادة 2.



شكل 4-5 سطح مغلق على الحدود بين مادتين

سلوك مركبة  $\mathbf{B}$  العمودية يمكن إيجادها عن طريق استخدام أسطوانة صغيرة قائمة موجودة عبر سطح التقابل كما هو مبين. حيث أن خطوط الفيض المغناطيسى مستمرة

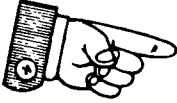
$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = \int_{\text{end 1}} \mathbf{B}_1 \cdot d\mathbf{S}_1 + \int_{\text{curved side}} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} + \int_{\text{end 2}} \mathbf{B}_2 \cdot d\mathbf{S}_2 = 0$$

الآن إذا سمح للنهائيتين أن يقتربا من بعض مع الحفاظ على سطح التقابل بينهما فإن مساحة السطح الجانبي تقترب من الصفر هذا يعطى

$$\int_{end 1} B_1 \cdot dS_1 + \int_{end 2} B_2 \cdot dS_2 = 0$$

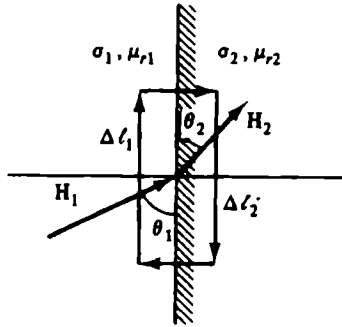
$$-B_{n1} \int_{end 1} dS_1 + B_{n2} \int_{end 2} dS_2 = 0$$

$$\Rightarrow B_{n1} = B_{n2} \quad (12)$$



في كلمات: المركبة العمودية لـ  $B$  تكون مستمرة عبر سطح التقابل .

التغير في  $H$  المماسية عبر سطح التقابل يعطى عن طريق تطبيق قانون أمبير على مسار المستطيل المغلق المبين بشكل 4-6.



شكل 4-6 مسار مغلق عند الحدود بين مادتين

بفرض أنه لا يوجد تيار على سطح التقابل وأن المستطيل يتقلص حتى الحدود

$$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} \rightarrow H_{11} \Delta l_1 - H_{12} \Delta l_2 = H_{11} \Delta l - H_{12} \Delta l$$

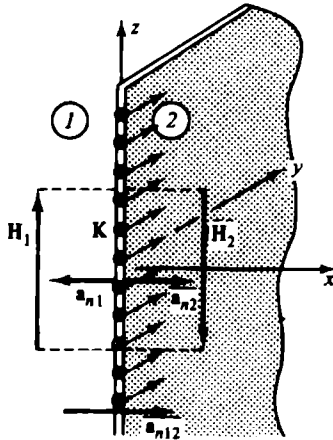
$$\text{حيث } \Delta l_1 = \Delta l_2 = \Delta l$$

بالنسبة لتيار الإزاحة،  $S$  هي المساحة المحدودة بالمسار المستطيل. عندما يتقلص المستطيل فإن المساحة تقترب من الصفر لتعطي

$$\frac{d}{dt} \int_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} \rightarrow 0$$

بالنسبة لتيار التوصيل، توجد تكوينات تدعم وجود لوح عند الحدود يمر به تيار  $K(A/m)$  (شكل 4-7). بهذا الخصوص فإنه مهما صغرت مساحة المستطيل فدائماً يعطى تياراً سطحياً. تيار التوصيل يعطى كما يلي:

$$\int_S \mathbf{K} \cdot d\mathbf{S} \rightarrow K\Delta\ell$$



شكل 4-7 لوح يمر به تيار عند الحدود

بمساواة طرفي قانون أمبير واستخدام ما سبق يعطى

$$H_{11}\Delta\ell - H_{12}\Delta\ell = K\Delta\ell \text{ or } H_{11} - H_{12} = K$$

حيث أن  $K$  متجه فإن هناك تعبيراً أفضل باستخدام التعبير الاتجاهي يعطى الاتجاه

$$(\mathbf{H}_1 - \mathbf{H}_2) \times \mathbf{a}_{n12} = \mathbf{K} \quad (13)$$

حيث  $\mathbf{a}_{n12}$  هو متجه الوحدة العمودي من الحيز 1 إلى الحيز 2. في حالة تقابل عازلين غير موصلين (هذا لا يُدعم تيار على السطح)،  $K = 0$  وتكون مركبة  $H$  المماسية مستمرة عبر الحدود.

$$H_{r1} = H_{r2} \quad (14)$$

مثال 4.5 الحيز 1 يحدد بـ  $x < 0$  وله سماحية نسبية  $\mu_{r1} = 3$ . الحيز 2 يحدد بـ  $x > 0$  وله سماحية نسبة  $\mu_{r2} = 5$ . وكلا الحيزين غير موصلين. إذا كان

$$\mathbf{H}_1 = 4.0\mathbf{a}_x + 3.0\mathbf{a}_y - 6.0\mathbf{a}_z \text{ (A / m)}$$

أوجد  $\mathbf{H}_2$  و  $\mathbf{B}_2$ .

**Example 4.5** Region 1 is defined for  $x < 0$  and has relative permeability of  $\mu_{r1} = 3$ . Region 2 is defined for  $x > 0$  and has relative permeability of  $\mu_{r2} = 5$ . Neither region is conducting. Given

$$\mathbf{H}_1 = 4.0\mathbf{a}_x + 3.0\mathbf{a}_y - 6.0\mathbf{a}_z \text{ (A / m)}$$

find  $\mathbf{H}_2$  and  $\mathbf{B}_2$ .

**الحل:** حيث أن الحدود عند  $x = 0$  ومركبة  $x$  عمودية أما مركبة  $y$  ومركبة  $z$  فهما مماستان. باستخدام  $\mathbf{B} = \mu\mathbf{H}$

$$\mathbf{B}_1 = 12.0\mu_0\mathbf{a}_x + 9.0\mu_0\mathbf{a}_y - 18.0\mu_0\mathbf{a}_z \text{ (T)}$$

للمواد غير الموصلة فإن المركبات المماسية لـ  $\mathbf{H}$  والعمودية لـ  $\mathbf{B}$  تكون مستمرة

$$\mathbf{H}_2 = H_{2x}\mathbf{a}_x + 3.0\mathbf{a}_y - 6.0\mathbf{a}_z \text{ (A / m)}$$

$$\mathbf{B}_2 = 12.0\mu_0\mathbf{a}_x + B_{2y}\mathbf{a}_y - B_{2z}\mathbf{a}_z \text{ (T)}$$

والقيم المجهولة هي

$$H_{2x} = \frac{B_{2x}}{\mu_{r2}\mu_0} = 2.4, \quad B_{2y} = \mu_{r2}\mu_0 H_{2y} = 15.0$$

$$B_{2z} = \mu_{r2}\mu_0 H_{2z} = -30\mu_0$$

## Maxwell's Equations

## معادلات ماكسويل

بتجميع معادلات قانون فاراداي وقانون أمبير (مع وجود تيار الإزاحة) وقانون جاوس للمجال الكهربى والمغناطيسى هذه المعادلات تعرف بمعادلات ماكسويل. فى جدول 4-1 بيان بالمعادلات العامة حيث من الممكن أن يكون هناك شحنات وتيار توصيل بالوسط. فى الفراغ الحر والمواد غير الموصلة (التوصيلية  $\sigma = 0$ )، حيث لا يوجد شحنات ( $\rho = 0$ ) ولا يوجد تيار توصيل ( $J_c = 0$ )، فإن معادلات ماكسويل تأخذ الصور الموجودة بجدول 4-2.

الصورة النقطية	الصورة التكاملية
$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}_c + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$	$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \int_s \left( \mathbf{J}_c + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \right) \cdot d\mathbf{S}$ (قانون أمبير)
$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$	$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = \int_s \left( -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \right) \cdot d\mathbf{S}$ (قانون فاراداي، s ثابتة)
$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho$	$\oint_s \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = \int_v \rho \, dv$ (قانون جاوس)
$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$	$\oint_s \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = 0$ (عدم وجود أقطاب أحادية)

جدول 4-1 معادلات ماكسويل الصورة العامة

الصورة النقطية	الصورة التكاملية
$\nabla \times \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$	$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \int_s \left( \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \right) \cdot d\mathbf{S}$
$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$	$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = \int_s \left( -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \right) \cdot d\mathbf{S}$
$\nabla \cdot \mathbf{D} = 0$	$\oint_s \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = 0$
$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$	$\oint_s \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = 0$

جدول 4-2 معادلات ماكسويل فى فراغ حر

## أشياء هامة للتذكر

- ✓ المجال B المتغير مع الزمن ينتج تياراً في حلقة موصلة.
- ✓ في قانون أمبير أضاف ماكسويل تيار الإزاحة لتحقيق بقاء الشحنة.
- ✓ E المماسية دائماً مستمرة عبر الحدود بين مادتين.
- ✓ B العمودية دائماً مستمرة عبر الحدود بين مادتين.

### Solved Problems

### مسائل محلولة

مسألة محلولة 4.1 في مادة لها  $\sigma = 5.0 \text{ S/m}$  و  $\epsilon_r = 1$  كانت شدة المجال الكهربى  $E = 250 \sin 10^{10} t \text{ V/m}$ . أوجد كثافة تيار التوصيل وتيار الإزاحة والتردد الذى عنده يتساويان فى المقدار.

**Solved Problem 4.1** In a material for which  $\sigma = 5.0 \text{ S/m}$  and  $\epsilon_r = 1$ , the electric field intensity is  $E = 250 \sin 10^{10} t \text{ V/m}$ . Find the conduction current and displacement current densities and the frequency at which they will have equal magnitudes.

الحل: كثافة تيار التوصيل هى

$$J_c = \sigma E = 1250 \sin 10^{10} t \text{ A/m}^2$$

بفرض أن اتجاه المجال لا يتغير مع الزمن

$$J_D = \frac{\partial D}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} (\epsilon_0 250 \sin 10^{10} t) = 22.1 \cos 10^{10} t \text{ A/m}^2$$

لكى يكون  $J_c = J_D$ ، نحن نريد  $\sigma = \omega \epsilon$  أو

$$\omega = \frac{5.0}{8.854 \times 10^{-12}} = 5.65 \times 10^{11} \text{ rad/s} = 89.9 \text{ GHz}$$

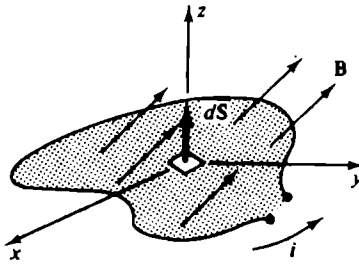


مسألة محلولة 4.2 مساحة مقدارها  $0.65 \text{ m}^2$  موجود بالمستوى  $z = 0$  ويحدها فتيلة موصلة. أوجد الجهد المستنتج إذا كان

**Solved Problem 4.2** An area of  $0.65 \text{ m}^2$  in the  $z = 0$  plane is enclosed by a filamentary conductor. Find the induced voltage given that

$$\mathbf{B} = 0.05 \cos 10^3 t \left( \frac{\mathbf{a}_y + \mathbf{a}_z}{\sqrt{2}} \right) \text{ T}$$

الحل: انظر شكل 4-8.



شكل 4-8 عبور  $\mathbf{B}$  خلال مساحة يحدها لفة موصلة

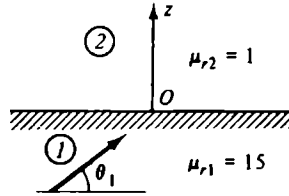
الجهد المستنتج يعطى عن طريق قانون فاراداي كالتالي:

$$\begin{aligned} v &= -\frac{d}{dt} \int_S \left( 0.05 \cos 10^3 t \left( \frac{\mathbf{a}_y + \mathbf{a}_z}{\sqrt{2}} \right) \right) \cdot (dS \mathbf{a}_z) \\ &= -\frac{d}{dt} \left( \frac{(0.05 \cos 10^3 t)(0.65)}{\sqrt{2}} \right) = 23.0 \sin 10^3 t \text{ V} \end{aligned}$$

المجال يتناقص في النصف دورة الأولى حيث أنها دالة جيب التمام. اتجاه  $i$  في الدائرة المغلقة يجب أن يكون بحيث يعاكس هذا التناقص، ولذلك فإن التيار الاصطلاحي لا بد أن يكون في اتجاه كما هو مبين بشكل 4-8.

مسألة محلولة 4.3 فى الحيز 1 بشكل 4-9،  $\mathbf{B}_1 = 1.2\mathbf{a}_x + 0.8\mathbf{a}_y + 0.4\mathbf{a}_z$ ، أوجد  $\mathbf{H}_2$  (أى  $\mathbf{H}$  عند  $z=0^+$ ) وأوجد الزوايا بين متجه المجال والمماس لسطح التقابل.

**Solved Problem 4.3** In region 1 of Figure 4-9,  $\mathbf{B}_1 = 1.2\mathbf{a}_x + 0.8\mathbf{a}_y + 0.4\mathbf{a}_z$  T. Find  $\mathbf{H}_2$  (i.e.,  $\mathbf{H}$  at  $z=0^+$ ) and the angles between the field vectors and tangent to the interface.



شكل 4-9 مسألة على شروط الحدود للمجال المغناطيسى

**الحل:** اكتب  $\mathbf{H}_1$  تحت معادلة  $\mathbf{B}_1$ . ثم اكتب المركبات لـ  $\mathbf{H}_2$  و  $\mathbf{B}_2$  والتى تستنتج مباشرة من القاعدتين:  $\mathbf{B}$  العمودية مستمرة و  $\mathbf{H}$  المماسية مستمرة عبر سطح التقابل الخالى من التيار.

$$\begin{aligned} \mathbf{B}_1 &= 1.2\mathbf{a}_x + 0.8\mathbf{a}_y + 0.4\mathbf{a}_z & \text{T} \\ \mathbf{H}_1 &= \frac{1}{\mu_0}(8.0\mathbf{a}_x + 5.33\mathbf{a}_y + 2.67\mathbf{a}_z)10^{-2} & \text{A/m} \\ \mathbf{H}_2 &= \frac{1}{\mu_0}(8.0\mathbf{a}_x + 5.33\mathbf{a}_y + 10^2\mu_0 H_{2z})10^{-2} & \text{A/m} \\ \mathbf{B}_2 &= B_{2x}\mathbf{a}_x + B_{2y}\mathbf{a}_y + 0.4\mathbf{a}_z & \text{T} \end{aligned}$$

الآن القيم الباقية تأتى مباشرة

$$B_{2x} = \mu_0 \mu_{r2} H_{2x} = 8.0 \times 10^{-2} \text{ T}$$

$$B_{2y} = \mu_0 \mu_{r2} H_{2y} = 5.33 \times 10^{-2} \text{ T}$$

$$H_{2z} = \frac{B_{2z}}{\mu_0 \mu_{r2}} = \frac{0.4}{\mu_0} \text{ A/m}$$

الزاوية  $\theta_1$  هي نفس  $\alpha_1 - 90^\circ$  حيث  $\alpha_1$  هي الزاوية بين  $\mathbf{B}_1$  والعمودى  $\mathbf{a}_z$ .

$$\cos \alpha_1 = \frac{\mathbf{B}_1 \cdot \mathbf{a}_z}{|\mathbf{B}_1|} = 0.27$$

لذلك  $\alpha_1 = 74.5^\circ$  و  $\theta_1 = 15.5^\circ$  بالمثل  $\theta_2 = 76.5^\circ$ .

**مسألة محلولة 4.4** تيار سطحي  $\mathbf{K} = 6.59_z \text{ A/m}$  على المستوى  $x=0$  الذى يفصل الوسط 1،  $x < 0$  عن الوسط 2،  $x > 0$ . إذا كانت  $\mathbf{H}_1 = 10\mathbf{a}_y \text{ A/m}$  أوجد  $\mathbf{H}_2$  عند  $x=0^+$ .

**Solved Problem 4.4** A current sheet  $\mathbf{K} = 6.5\mathbf{a}_z \text{ A/m}$  at  $x=0$  separates region 1,  $x < 0$ , where  $\mathbf{H}_1 = 10\mathbf{a}_y \text{ A/m}$  and region 2,  $x > 0$ . Find  $\mathbf{H}_2$  at  $x=0^+$ .

**الحل:** لم يذكر شيء عن سماحية الوسطين وعلى أى حال حيث أن كل  $\mathbf{H}_1$  مماسية، فتغيير السماحية ليس لها أى تأثير ( $B_{n2}=0$ ,  $B_{n1}=0$ ,  $H_{n2}=0$ ) ولذلك  $H_{n2}=0$  الآن،

$$\begin{aligned} (\mathbf{H}_1 - \mathbf{H}_2) \times \mathbf{a}_{n12} &= \mathbf{K} \\ (10\mathbf{a}_y - H_{2y}\mathbf{a}_y) \times \mathbf{a}_x &= 6.5\mathbf{a}_z \\ (10 - H_{2y})(-\mathbf{a}_z) &= 6.5\mathbf{a}_z \\ H_{2y} &= 16.5 \text{ A/m} \end{aligned}$$

إذن  $\mathbf{H}_2 = 16.5\mathbf{a}_y \text{ A/m}$

**مسألة محلولة 4.5** إذا كان  $\mathbf{H} = H_m e^{j(\alpha x + \beta z)} \mathbf{a}_x$  فى وسط خالٍ. أوجد  $\mathbf{E}$ .

**Solved Problem 4.5** Given  $\mathbf{H} = H_m e^{j(\alpha x + \beta z)} \mathbf{a}_x$  in free space, find  $\mathbf{E}$ .

**الحل:** باستخدام قانون أمبير (فى عدم وجود  $\mathbf{J}$ ).

$$\nabla \times \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$$

$$\frac{\partial}{\partial z} (H_m e^{j(\omega t + \beta z)}) \mathbf{a}_y = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$$

$$j\beta H_m e^{j(\omega t + \beta z)} \mathbf{a}_y = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$$

$$\mathbf{D} = \frac{\beta H_m}{\omega} e^{j(\omega t + \beta z)} \mathbf{a}_y \quad \text{C / m}^2$$

و

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{D}}{\epsilon_0} = \frac{\beta H_m}{\omega \epsilon_0} e^{j(\omega t + \beta z)} \mathbf{a}_y \quad \text{V / m}$$

عصير الكتب  
[www.ibtesama.com/vb](http://www.ibtesama.com/vb)  
منتدى مجلة الإبتسامه

# الفصل الخامس

## الموجات الكهرومغناطيسية

### Electromagnetic Waves

في هذا الفصل:

- ✓ معادلات الموجة والحلول بالإحداثيات الكرتيزية
- ✓ الانتشار في أوساط مختلفة
- ✓ شروط الحدود للسقوط العمودي
- ✓ السقوط المائل وقوانين سنيل
- ✓ مسائل محلولة

هذا الفصل يتناول حلول لمعادلات ماكسويل لانتشار الموجات الكهرومغناطيسية مثل موجة الراديو. حيث أن معظم الأوساط ذات الأهمية تكون خالية من الشحنة فسوف يفترض أن كثافة الشحنة  $\rho = 0$  بالإضافة إلى ذلك سوف يفترض أن المواد خطية وموحدة الخواص، حيث أن  $\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}$ ،  $\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$ ،  $\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E}$ .

### معادلات الموجة والحلول بالإحداثيات الكرتيزية

#### Wave Equations and Solutions in Rectangular Coordinates

مع الفروض السابقة ويفرض أن كل من  $\mathbf{E}$  و  $\mathbf{H}$  تعتمد على الزمن  $e^{j\omega t}$ ، معادلات ماكسويل (جدول 4-1) تصبح

$$\nabla \times \mathbf{H} = (\sigma + j\omega\epsilon)\mathbf{E} \quad (1)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -j\omega\mu\mathbf{H} \quad (2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 0 \quad (3)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (4)$$

بأخذ الالتفاف لـ (1) و (2)

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{H}) = (\sigma + j\omega\epsilon)(\nabla \times \mathbf{E})$$

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) = -j\omega\mu(\nabla \times \mathbf{H})$$

باستخدام المتطابقة الاتجاهية

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{F}) = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{F}) - \nabla^2 \mathbf{F}$$

حيث الابلasian (Laplacian) للمتجه  $\mathbf{F}$  بالإحداثيات الكرتيزية هو

$$\nabla^2 \mathbf{F} = (\nabla^2 F_x)\mathbf{a}_x + (\nabla^2 F_y)\mathbf{a}_y + (\nabla^2 F_z)\mathbf{a}_z$$

أيضاً باستخدام الإحداثيات الكرتيزية

$$\nabla^2 F_i = \frac{\partial^2 F_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 F_i}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 F_i}{\partial z^2}$$

بالتعويض بالمتطابقة الاتجاهية في "الالتفاف المزدوج" واستخدام (3) و (4)

نحصل على المعادلات المتجهة للموجة

$$\nabla^2 \mathbf{H} = j\omega\mu(\sigma + j\omega\epsilon)\mathbf{H} = \gamma^2 \mathbf{H}$$

$$\nabla^2 \mathbf{E} = j\omega\mu(\sigma + j\omega\epsilon)\mathbf{E} = \gamma^2 \mathbf{E}$$

ثابت الانتشار  $\gamma$  هو الجذر التربيعي لـ  $\gamma^2$ . الجزء الحقيقي والتخيلي لـ  $\gamma$

كما يلي

$$\gamma = \alpha + j\beta$$

وأن

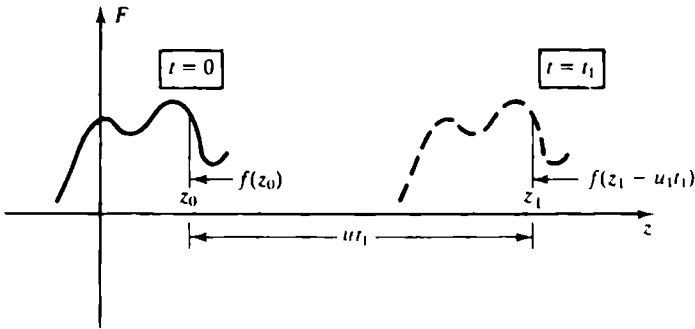
$$\alpha = \omega \sqrt{\frac{\mu\epsilon}{2} \left( \sqrt{1 + \left(\frac{\sigma}{\omega\epsilon}\right)^2} - 1 \right)} \quad (5)$$

$$\beta = \omega \sqrt{\frac{\mu\epsilon}{2} \left( \sqrt{1 + \left(\frac{\sigma}{\omega\epsilon}\right)^2} + 1 \right)} \quad (6)$$

المعادلة المألوفة المقياسية للموجة في بعد واحد هي

$$\frac{\partial^2 F}{\partial z^2} = \frac{1}{u^2} \frac{\partial^2 F}{\partial t^2}$$

لها حلول على صورة  $F = g(z + ut)$  و  $F = f(z - ut)$  حيث  $f$  و  $g$  دوال اختيارية تمثل موجات تنتشر بسرعة  $u$  في اتجاه  $+z$  و  $-z$  على الترتيب. في شكل 5-1 الحل الأول مُمَيَّن عند  $t = 0$  و  $t = t_1$  وظاهر أن الموجة تقدمت في اتجاه  $+z$  مسافة مقدارها  $ut_1$  في الفترة الزمنية  $t_1$ .



شكل 5-1 انتشار موجة في اتجاه  $+z$

كاختيار خاص

$$f = C e^{-j\omega z/u} \text{ and } g = D e^{+j\omega z/u}$$

أمكن الحصول على موجات توافقية لها تردد زاوى  $\omega$

$$F = C e^{j(\omega t - \beta z)} \text{ and } F = D e^{j(\omega t + \beta z)}$$

حيث  $\beta = \omega/u$ . بالطبع فإن الجزء الحقيقى والتخيلى أيضاً حل لمعادلة الموجة. وأحد هذه الحلول

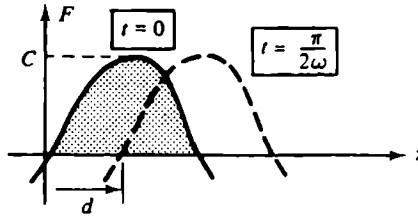
$$F = C \sin(\omega t - \beta z)$$

مبين بشكل 5-2 عند  $t = 0$  و  $t = \pi/2\omega$ . فى خلال هذه الفترة الزمنية تقدمت الموجة فى اتجاه  $+z$  مسافة  $d = u(\pi/2\omega) = \pi/2\beta$ .

عند زمن محدد تكرر الموجة نفسها، عندما تتغير  $z$  بمقدار  $2\pi/\beta$  نحصل على المسافة

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta} \quad (7)$$

ويطلق على هذه المسافة طول الموجة Wave Length



شكل 5-2 انتشار موجة توافقية

يرتبط طول الموجة بالتردد عن طريق

$$\lambda = \frac{u}{f}$$

معادلات الموجة المتجهة لها حلول مشابهة لهذه التى تمت مناقشتها توأ.



بالإحداثيات الكرتيزية، معادلة الموجة لـ  $\mathbf{H}$  يمكن كتابتها على الصورة

$$\frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial z^2} = \gamma^2 \mathbf{H}$$

الحلول لموجات مستوية التي تعتمد على إحداثى فراغى واحد له أهمية خاصة. وتصبح المعادلة

$$\frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial z^2} = \gamma^2 \mathbf{H}$$

وعند فرض الاعتماد على الزمن  $e^{j\omega t}$  تكون متجه يماثل معادلة موجة مقياسية ذات بعد واحد. وتكون الحلول كما بالسابق بدلالة ثابت الانتشار  $\gamma$ .

$$\mathbf{H}(z, t) = H_0 e^{\pm \gamma z} e^{j\omega t} \mathbf{a}_H$$

والحلول المقابلة للمجال الكهربى هي

$$\mathbf{E}(z, t) = E_0 e^{\pm \gamma z} e^{j\omega t} \mathbf{a}_E$$

منتجها الوحدة  $\mathbf{a}_E$  و  $\mathbf{a}_H$  محددان ومتعامدان وليس لأى منهما مركبة فى اتجاه الانتشار. وهذه تكون الحالة إذا أديرت المحاور لوضع أحد المجالات، وليكن  $E$  فى اتجاه  $x$ . عند ذلك وباستخدام معادلة ماكسويل (2) هذا ينتج أن  $H$  تكون فى اتجاه محور  $y \pm$  وذلك لانتشار الموجة فى اتجاه  $\pm z$ .

## الانتشار فى أوساط مختلفة

### Propagation in Various Media

الحلول لموجة مستوية التي تم الحصول عليها أعلاه تعتمد على الخصائص  $\epsilon$ ،  $\mu$  و  $\sigma$  للوسط لأن ثابت الانتشار  $\gamma$  يعتمد على هذه الخصائص. لوسط به نسبة توصيل ولكن ليس كثيراً (مثل: التربة الرطبة وماء البحر) يكون الحل لمعادلة الموجة لـ  $E$

$$\mathbf{E} = E_0 e^{-\gamma z} \mathbf{a}_x$$

حيث تم إخفاء الاعتماد على الزمن  $e^{j\omega t}$ . إذن من المعادلة (2)

$$\mathbf{H} = \sqrt{\frac{\sigma + j\omega\epsilon}{j\omega\mu}} E_0 e^{-\gamma z} \mathbf{a}_y$$

النسبة  $E/H$  هي خاصية الوسط للموجات المستوية.

بالنسبة  $E$  و  $H$  أعلاه تعرف الممانعة الذاتية Intrinsic Impedance للوسط عن طريق

$$\eta = \frac{E_x}{H_y} = \sqrt{\frac{j\omega\mu}{\sigma + j\omega\epsilon}} = |\eta| e^{j\theta} \quad (\Omega) \quad (8)$$

حيث  $\tan 2\theta = \sigma/\omega\epsilon$ . إذا كانت الموجة تنتشر في اتجاه  $-z$  فإن  $E_x/H_y = -\eta$ . بإظهار معامل الزمن  $e^{j\omega t}$  وكتابته  $\gamma = \alpha + j\beta$  تنتج المعادلات الآتية للمجال في وسط موصل جزئياً

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(z,t) &= E_0 e^{-\alpha z} e^{j(\omega t - \beta z)} \mathbf{a}_x \\ \mathbf{H}(z,t) &= \frac{E_0}{|\eta|} e^{-\alpha z} e^{j(\omega t - \beta z - \theta)} \mathbf{a}_y \end{aligned}$$

المعامل  $e^{-\alpha z}$  يُضعف القيمة لكل من  $\mathbf{E}$  و  $\mathbf{H}$  كلما انتشر في اتجاه  $+z$ .

لعازل مثالي،  $\sigma = 0$  لذلك

$$\alpha = 0, \quad \beta = \omega\sqrt{\mu\epsilon}, \quad \eta = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}, \quad \theta = 0^\circ \quad (9)$$

بما أن  $\alpha = 0$ ، فإنه لا يوجد توهين للموجات  $\mathbf{E}$  و  $\mathbf{H}$ . في هذه الحالة تكون الموجات

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(z,t) &= E_0 e^{j(\omega t - \beta z)} \mathbf{a}_x \\ \mathbf{H}(z,t) &= \frac{E_0}{\eta} e^{j(\omega t - \beta z)} \mathbf{a}_y \end{aligned}$$

سرعة الانتشار هي  $u = \frac{\omega}{\beta} = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}}$  في الفراغ الحر تكون السماحية والإنفاذية

على الترتيب  $\epsilon_0 = 10^{-9}/36\pi \text{ F/m}$  و  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}$  هذا يعطى  $u = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$  و  $\eta = 120 \pi \Omega$ .

تُصنّف المواد عادة كموصلات جيدة إذا كان  $\omega\epsilon \gg \sigma$  في مدى الترددات العملية. وعلى ذلك فإن ثابت الانتشار والممانعة الذاتية في هذه الحالة

$$\gamma = \alpha + j\beta, \quad \alpha = \beta = \sqrt{\frac{\omega\mu\sigma}{2}} = \sqrt{\pi f\mu\sigma}, \quad \eta = \sqrt{\frac{\omega\mu}{\sigma}} \angle 45^\circ$$

من الواضح أن كل موصلات الموجات تتوهن.

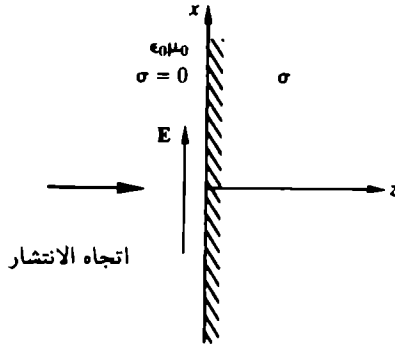
**ملاحظة!**

العمق الذي عنده يكون المجال قد توهن إلى 37% من قيمته الأصلية يعطى بالعمق السطحي  $\delta$  Skin Depth.

$$\delta = \frac{1}{\alpha} = \frac{1}{\sqrt{\pi f\mu\sigma}} \text{ m}$$

مثال 5.1 افرض أن مجالاً  $E(z,t) = 1.0e^{-\alpha z}e^{j(\omega t - \beta z)} \mathbf{a}_x \text{ V/m}$  بتردد  $f = 100 \text{ MHz}$  عند سطح موصل من النحاس  $\sigma = 5.8 \times 10^7 \text{ S/m}$ . وموضوع في  $z > 0$  كما هو مبين بشكل 5.3. اختبر التوهين عند انتشار الموجة بداخل الموصل.

**Example 5.1** Assume a field  $E(z,t) = 1.0e^{-\alpha z}e^{j(\omega t - \beta z)} \mathbf{a}_x \text{ V/m}$  with frequency  $f = 100 \text{ MHz}$  at the surface of a copper conductor,  $\sigma = 5.8 \times 10^7 \text{ S/m}$ , located at  $z > 0$ , as shown in Figure 5-3. Examine the attenuation as the wave propagates into the conductor.



شكل 5-3 موجة مستوية تنتشر داخل النحاس

الحل: عند عمق  $z$  قيمة المجال تكون

$$|E| = 1.0e^{-\alpha z} = 1.0e^{-z/\delta}$$

حيث

$$\delta = \frac{1}{\sqrt{\pi f \mu \sigma}} = 6.61 \mu\text{m}$$

على ذلك فإن قيمة المجال بعد فقط  $6.61 \mu\text{m}$  ينقص إلى %  $37 = e^{-1}$  من القيمة الابتدائية. عند  $\delta z = 5$  أو  $z = 33 \mu\text{m}$  تصل القيمة إلى %  $0.67$  من القيمة الابتدائية عملياً هذه القيمة تساوى صفراً.

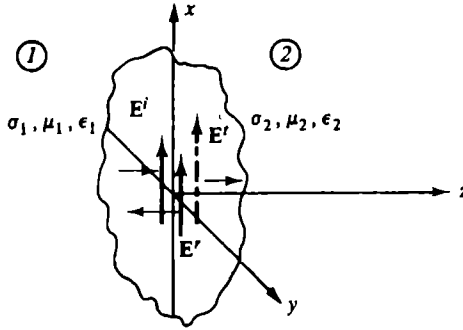
## شروط الحدود للسقوط العمودي

### Interface Conditions for Normal Incidence



عندما تصل موجة منتشرة إلى فاصل بين منطقتين مختلفتين فإنها تنعكس جزئياً وتنفذ جزئياً، وتتحدد قيم هذين الجزئين عن طريق ثوابت المنطقتين. شكل 5-4 يوضح موجة منتشرة تصل إلى سطح التقابل  $z = 0$  من المنطقة  $1 (z < 0)$ . الموجات

الساقطة  $E^i$  والموجات المنعكسة  $E^r$  سيتم حسابها عند  $z = 0^-$ . الموجة النافذة في المنطقة 2 ( $z > 0$ ) سيتم حسابها عند  $z = 0^+$ . يفترض أن يكون السقوط عمودي (أي أن الموجة تنتشر في اتجاه عمودي على سطح التقابل)



شكل 4-5 سقوط عمودي لموجة على حدود مستوية

المعادلات  $E$  و  $H$  يمكن كتابتها كما يلي

$$E^i(z,t) = E_0^i e^{-\gamma_1 z} e^{j\omega t} \mathbf{a}_x$$

$$E^r(z,t) = E_0^r e^{\gamma_1 z} e^{j\omega t} \mathbf{a}_x$$

$$E^t(z,t) = E_0^t e^{-\gamma_2 z} e^{j\omega t} \mathbf{a}_x$$

$$H^i(z,t) = H_0^i e^{-\gamma_1 z} e^{j\omega t} \mathbf{a}_y$$

$$H^r(z,t) = H_0^r e^{\gamma_1 z} e^{j\omega t} \mathbf{a}_y$$

$$H^t(z,t) = H_0^t e^{-\gamma_2 z} e^{j\omega t} \mathbf{a}_y$$

يمكن أخذ أحد الثوابت الستة في الغالب  $E_0^i$  ليكون مقداراً حقيقياً. تحت شروط الحدود التي سوف يتم استنتاجها سوف يكون ثابت أو أكثر مقداراً مركباً.

مع السقوط العمودي فإن  $E$  و  $H$  يكونان مماسان تماماً بالنسبة لسطح التقابل، وبناء على شروط الحدود (الفصل الرابع) فإنهما يكونان مستمران. عند  $z = 0$  هذا يعطى

$$E_0^i + E_0^r = E_0^t, \quad H_0^i - H_0^r = H_0^t$$

إضافة إلى ذلك فإن النسبة للممانعة الذاتية للموجات تساوى  $\pm E_r/H$ , وهي

$$\frac{E_0^i}{H_0^i} = \eta_1, \quad \frac{E_0^r}{H_0^r} = -\eta_1, \quad \frac{E_0^t}{H_0^t} = \eta_2$$

باستخدام المعادلات الخمس أعلاه يمكن استنتاج النسب الآتية

$$\Gamma_E = \frac{E_0^r}{E_0^i} = \frac{\eta_2 - \eta_1}{\eta_2 + \eta_1}, \quad \Gamma_H = \frac{H_0^r}{H_0^i} = \frac{\eta_1 - \eta_2}{\eta_2 + \eta_1} \quad (10)$$

$$T_E = \frac{E_0^t}{E_0^i} = \frac{2\eta_2}{\eta_2 + \eta_1}, \quad T_H = \frac{H_0^t}{H_0^i} = \frac{2\eta_1}{\eta_2 + \eta_1} \quad (11)$$

حيث  $\Gamma_s$  و  $T_s$  هما معامل الانعكاس ومعامل النفاذ على الترتيب. المعاوقة الذاتية مُعرّفة بالمعادلة (8) و (9).

مثال 5.2 موجة منتشرة E و H فى وسط حر (منطقة 1) تسقط عمودية على سطح تقابل مع عازل مثالى (منطقة 2,  $\sigma_2 = 0$ ) ولها  $\epsilon_{r2} = 3.0$ . قارن بين قيم الموجات الساقطة والمنعكسة لـ E و H عند سطح التقابل.

**Example 5.2** Traveling **E** and **H** waves in free space (region 1) are normally incident upon a planar interface with a perfect dielectric (region 2,  $\sigma_2 = 0$ ) for which  $\epsilon_{r2} = 3.0$ . Compare the magnitudes of the incident, reflected and transmitted **E** and **H** waves at the interface.

الحل: القيم تعطى عن طريق معامل الانعكاس ومعامل النفاذ من (10) و (11).

$$\eta_1 = \eta_0 = 120\pi \Omega, \quad \eta_2 = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} = \frac{120\pi}{\sqrt{\epsilon_{r2}}} = 217.7 \Omega$$

$$\frac{E_0^r}{E_0^i} = \frac{\eta_2 - \eta_1}{\eta_2 + \eta_1} = -0.268, \quad \frac{H_0^r}{H_0^i} = \frac{\eta_1 - \eta_2}{\eta_2 + \eta_1} = 0.268$$

$$\frac{E_0^t}{E_0^i} = \frac{2\eta_2}{\eta_2 + \eta_1} = 0.732, \quad \frac{H_0^t}{H_0^i} = \frac{2\eta_1}{\eta_2 + \eta_1} = 1.268$$

عندما تنتشر الموجة في عازل ( $\sigma_1 = 0$ ) وتسقط على موصل مثالي ( $\sigma_2 = \infty$ ,  $\eta_2 = 0$ )، باتحاد الموجة المنعكسة مع الموجة الساقطة تنتج موجة واقفة Standing Waves مثل هذه الموجة تم وصفها عن طريق حبل مشدود ومثبت، الاهتزازات لكل النقاط في نصف طول الموجة تنتشر في طور زمني واحد. محصلة جمع الموجات الساقطة والمنعكسة يمكن أن تكتب

$$\mathbf{E}(z,t) = [E_0^i e^{j(\omega t - \beta z)} + E_0^r e^{j(\omega t + \beta z)}] \mathbf{a}_x = e^{j\omega t} (E_0^i e^{-j\beta z} + E_0^r e^{j\beta z}) \mathbf{a}_x$$

حيث أن  $\eta_2 = 0$  لذلك  $E_0^r/E_0^i = -1$  و

$$\mathbf{E}(z,t) = e^{j\omega t} (E_0^i e^{-j\beta z} - E_0^i e^{j\beta z}) \mathbf{a}_x = -2jE_0^i \sin \beta z e^{j\omega t} \mathbf{a}_x$$

أو بأخذ الجزء الحقيقي

$$\mathbf{E}(z,t) = 2E_0^i \sin \beta z \sin \omega t \mathbf{a}_x$$

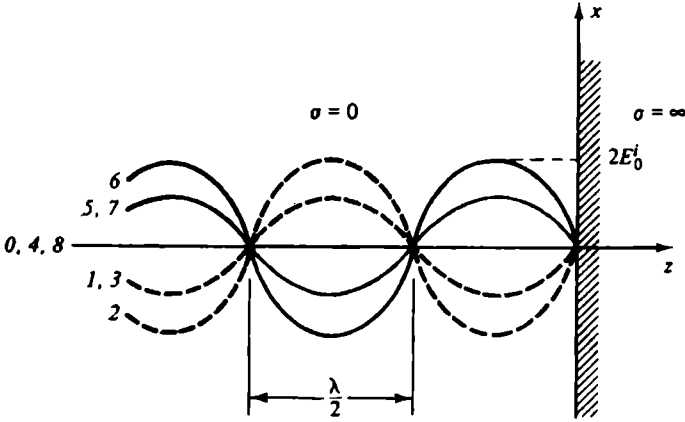
شكل 5-5 يبين الموجة الواقفة لفترات زمنية  $T/8$  حيث  $T = 2\pi/\omega$  زمن الدورة الواحدة. عندما  $t = 0$  يكون  $E = 0$  في كل مكان؛ عند  $t = 1(T/8)$  فإن نقط النهاية للمتجه  $E$  تقع على المنحنى 1، عند  $t = 2(T/8)$  فإن نقطة النهاية للمتجه  $E$  تقع على المنحنى الجيبي 2 وهكذا. حيث أن المنحنى 2 والمنحنى 6 يشكلان الغلاف الخارجى للاهتزازات، قيمة هذا الغلاف هي ضعف قيمة الموجة الساقطة. يلاحظ أن قطاعات نصف الموجة المتجاورة تكون زاوية  $180^\circ$  مع بعضها.

## السقوط المائل وقوانين سنيل

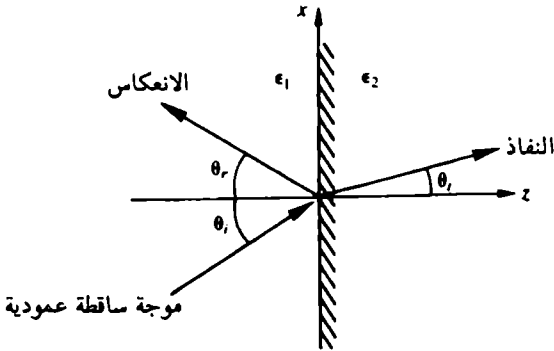
### Oblique Incidence and Snell's Laws

عندما تقترب موجة ساقطة من سطح التقابل بين وسطين مختلفين فإنه ينتج عن هذا موجة نافذة في الوسط الثانى وموجة منعكسة فى الوسط الأول.

مستوى السقوط Plane of Incidence هو المستوى الذى يمر باتجاه انتشار الموجة والعمودى على سطح التقابل. مستوى السقوط بشكل 5-6 هو المستوى  $xz$ . اتجاه انتشار الموجة المنعكسة والنافذة تقع أيضاً على مستوى السقوط.



شكل 5-5 الموجات الواقفة لسقوط موجة عمودى



شكل 5-6 السقوط المائل للموجة

زاوية السقوط  $\theta_i$  زاوية الانعكاس  $\theta_r$  وزاوية النفاذ  $\theta_t$  كلها مبينة بشكل 5-6 وتخضع لقانون سنيل للانعكاس



$$\theta_i = \theta_r \quad (12)$$

وقانون سنيل للانكسار

$$\frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_r} = \sqrt{\frac{\mu_2 \epsilon_2}{\mu_1 \epsilon_1}} \quad (13)$$

مثال 5.3 موجة تسقط بزاوية  $30^\circ$  من هواء إلى مادة التفلون  $\epsilon_r = 2.1$ . أوجد زاوية النفاذ وكرر المطلوب عند استبدال الوسطين ببعضهما. السماحية لكل وسط هي  $\mu_0$ .

**Example 5.3** A wave is incident at an angle of  $30^\circ$  from air to teflon,  $\epsilon_r = 2.1$ . Calculate the angle of transmission and repeat with an interchange of the regions. The permeability of both regions is  $\mu_0$ .

الحل: باستخدام قانون سنيل للانكسار (13)

$$\frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_r} = \frac{\sin 30^\circ}{\sin \theta_r} = \sqrt{\frac{\epsilon_{r2}}{\epsilon_{r1}}} = \sqrt{2.1} \quad \text{or} \quad \theta_r = 20.18^\circ$$

من التفلون إلى الهواء

$$\frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_r} = \frac{\sin 30^\circ}{\sin \theta_r} = \sqrt{\frac{\epsilon_{r2}}{\epsilon_{r1}}} = \frac{1}{\sqrt{2.1}} \quad \text{or} \quad \theta_r = 46.43^\circ$$

بفرض أن الوسطين لهما نفس السماحية وعندما يكون الانتشار من الوسط الأكتف ضوئياً ( $\epsilon_1 > \epsilon_2$ ) ينتج أن  $\theta_i > \theta_r$ . عندما تزداد  $\theta_i$  فإننا نصل إلى زاوية سقوط عندها تكون  $\theta_i = 90^\circ$ . عند هذه الزاوية الحرجة للسقوط فإنه بدلاً من نفاذ الموجة إلى الحيز الثاني سنجد موجة تنتشر على السطح الزاوية الحرجة Critical Angle تعطى كما يلي

$$\theta_c = \sin^{-1} \sqrt{\frac{\epsilon_{r2}}{\epsilon_{r1}}} \quad (14)$$

مثال 5.4 ما هي الزاوية الحرجة لموجة تنتشر من تفلون إلى الفراغ الحر؟

**Example 5.4** What is the critical angle for a wave propagating from teflon into free space?

الحل: باستخدام (14)

$$\theta_c = \sin^{-1} \frac{1}{\sqrt{2.1}} = 43.64^\circ$$

في حالة السقوط المائل إذا كانت E في اتجاه مواز لمستوى السقوط فإنه يمكن إيجاد زاوية تنعدم عندها الموجة المنعكسة. زاوية بروستر Brewster Angle التي عندها ينعدم الانعكاس هي

$$\theta_B = \tan^{-1} \sqrt{\frac{\epsilon_{r2}}{\epsilon_{r1}}} \quad (15)$$

مثال 5.5 ما هي زاوية بروستر لموجة تنتشر من الهواء إلى الزجاج الذي له  $\epsilon_r = 5.0$ ؟

**Example 5.5** What is the Brewster angle for a wave traveling from air into glass for which  $\epsilon_r = 5.0$ ?

الحل: باستخدام (15)

$$\theta_B = \tan^{-1} \sqrt{5.0} = 65.91^\circ$$

## أشياء هامة للتذكر

- ✓ الموجات المستوية لها كل من E و H متعامدان على اتجاه الانتشار.
- ✓ في المواد الموصلة ( $\sigma \neq 0$ )، العمق السطحي  $\delta$  هو المسافة التي عندها تقل قيمة الموجة المستوية إلى % 37 من القيمة الأصلية.
- ✓ للوسطين بصفة عامة الموجة الساقطة ينشأ عنها موجة منعكسة وموجة نافذة.
- ✓ لمسائل السقوط المائل، قوانين سنيل تحكم زوايا الانعكاس والانكسار.

## Solved Problems

## مسائل محلولة

مسألة محلولة 5.1 في الفراغ الحر  $\mathbf{E} = 10^3 \sin(\alpha x - \beta z) \mathbf{a}_y$ , V/m أوجد  $\mathbf{H}(z, t)$ .

**Solved Problem 5.1** In free space,  $\mathbf{E} = 10^3 \sin(\omega t - \beta z) \mathbf{a}_y$ , V/m. Obtain  $\mathbf{H}(z, t)$ .

**الحل:** بفحص الزاوية  $\omega t - \beta z$  يتبين أن اتجاه الانتشار هو  $+z$ . حيث أن  $\mathbf{E} \times \mathbf{H}$  لا بد أن يكون في اتجاه  $+z$ , فإن  $\mathbf{H}$  لا بد أن يكون في اتجاه  $-\mathbf{a}_x$  وعليه

$$\frac{E_y}{-H_x} = \eta_0 = 120\pi \Omega \quad \text{or} \quad H_x = -\frac{10^3}{120\pi} \sin(\omega t - \beta z) \text{ A/m}$$

وأيضاً

$$\mathbf{H} = -\frac{10^3}{120\pi} \sin(\omega t - \beta z) \mathbf{a}_x \text{ A/m}$$

مسألة محلولة 5.2 احسب الممانعة الذاتية  $\eta$  وثابت الانتشار  $\gamma$  وسرعة الموجة  $u$  لوسط موصل له  $\sigma = 5.8 \times 10^7$  S/m،  $\mu_r = 1$ ، والتردد  $f = 100$  MHz.

**Solved Problem 5.2** Calculate the intrinsic impedance  $\eta$ , the propagation constant  $\gamma$  and the wave velocity  $u$  for a conducting medium in which  $\sigma = 5.8 \times 10^7$  S/m,  $\mu_r = 1$  and the frequency is  $f = 100$  MHz.

**الحل:** لموصل جيد

$$\eta = \sqrt{\frac{\omega\mu}{\sigma}} \angle 45^\circ = 3.69 \times 10^{-3} \angle 45^\circ \Omega$$

$$\gamma = \sqrt{\omega\mu\sigma} \angle 45^\circ = 2.14 \times 10^5 \angle 45^\circ \text{ m}^{-1}$$

$$\alpha = \beta = 1.51 \times 10^5, \quad \delta = \frac{1}{\alpha} = 6.61 \mu\text{m}, \quad u = \omega\delta = 4.15 \times 10^3 \text{ m/s}$$

مسألة محلولة 5.3 موجة مستوية منتشرة في اتجاه  $+z$  في فراغ حر ( $z < 0$ ) تسقط عمودية على موصل ( $z > 0$ ) الذي له  $\sigma = 6.17 \times 10^7$  S/m،  $\mu_r = 1$

وإذا كان التردد  $f = 1.5 \text{ MHz}$  قيمة  $E$  فى الفراغ  $1.0 \text{ V/m}$  عند سطح التقابل و  $E$  فى الفراغ تعطى بـ

$$E(0,t) = 1.0 \sin 2\pi ft \mathbf{a}_y \quad \text{V/m}$$

أوجد  $H(z,t)$  لـ  $z > 0$ .

**Example 5.3** A wave is incident at an angle of  $30^\circ$  from air to teflon,  $\epsilon_r = 2.1$ . Calculate the angle of transmission and repeat with an interchange of the regions. The permeability of both regions is  $\mu_0$ .

$$E(0,t) = 1.0 \sin 2\pi ft \mathbf{a}_y \quad \text{V/m}$$

find  $H(z,t)$  for  $z > 0$ .

الحل: لـ  $z > 0$  وبالصيغة المركبة،

$$E(z,t) = 1.0 e^{-\alpha z} e^{j(2\pi ft - \beta z)} \mathbf{a}_y \quad \text{V/m}$$

حيث تم اختيار الجزء التخيلى لـ  $E$ . داخل الموصل

$$\alpha = \beta = \sqrt{\pi f \mu \sigma} = \sqrt{\pi (1.5 \times 10^6)(4\pi \times 10^{-7})(61.7 \times 10^6)} = 1.91 \times 10^4$$

$$\eta = \sqrt{\frac{\omega \mu}{\sigma}} \angle 45^\circ = 4.38 \times 10^{-4} e^{j\pi/4} \Omega$$

ثم، بما أن  $E_y/(-H_x) = \eta$

$$H(z,t) = -2.28 \times 10^3 e^{-\alpha z} e^{j(2\pi ft - \beta z - \pi/4)} \mathbf{a}_x \quad \text{A/m}$$

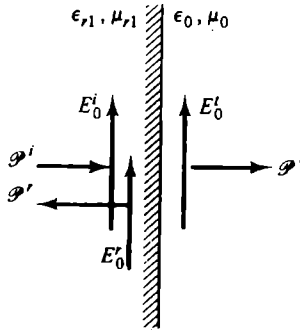
أو بأخذ الجزء التخيلى

$$H(z,t) = -2.28 \times 10^3 e^{-\alpha z} \sin(2\pi ft - \beta z - \pi/4) \mathbf{a}_x \quad \text{A/m}$$

مسألة محلولة 5.4 احسب قيمة الانعكاس والنفاذ لـ  $E$  و  $H$  عند سطح التقابل الميّن بشكل 5-7 إذا كان  $E_0^i = 1.5 \times 10^{-3}$  فى الوسط 1 الذى له

عمودي.  $\epsilon_{r1} = 8.5$ ،  $\mu_1 = 1$ ،  $\sigma_1 = 0$  أما الوسط 2 فهو فراغ حر. افرض أن السقوط.

**Solved Problem 5.4** Determine the amplitudes of the reflected and transmitted  $\mathbf{E}$  and  $\mathbf{H}$  at the interface shown in Figure 5-7 if  $E_0^i = 1.5 \times 10^{-3}$  in region 1 in which  $\epsilon_{r1} = 8.5$ ،  $\mu_1 = 1$  and  $\sigma_1 = 0$ . Region 2 is free space. Assume normal incidence.



شكل 5-7 سقوط عمودي لموجة مستوية

الحل: بحساب معامل الانعكاس ومعامل النفاذ

$$\eta_1 = \sqrt{\frac{\mu_0 \mu_{r1}}{\epsilon_0 \epsilon_{r1}}} = 129 \Omega \quad \eta_2 = 120\pi \Omega = 377 \Omega$$

$$E_0^r = \frac{\eta_2 - \eta_1}{\eta_2 + \eta_1} E_0^i = 7.35 \times 10^{-4} \text{ V/m}$$

$$E_0^t = \frac{2\eta_2}{\eta_2 + \eta_1} E_0^i = 2.24 \times 10^{-3} \text{ V/m}$$

$$H_0^i = \frac{E_0^i}{\eta_1} = 1.16 \times 10^{-5} \text{ A/m}$$

$$H_0^r = \frac{\eta_1 - \eta_2}{\eta_1 + \eta_2} H_0^i = -5.69 \times 10^{-6} \text{ A/m}$$

$$H_0^t = \frac{2\eta_1}{\eta_1 + \eta_2} H_0^i = 5.91 \times 10^{-6} \text{ A/m}$$

**عصير الكتب**  
**[www.ibtesama.com/vb](http://www.ibtesama.com/vb)**  
**منتدى مجلة الإبتسامة**

# الفصل السادس

## خطوط النقل

### Transmission Lines

فى هذا الفصل:

- ✓ العناصر الموزعة ونماذج خطوط النقل
- ✓ التغذية بجهد جيبي مستقر
- ✓ تحليل خريطة سميث
- ✓ الموجات العابرة على الخطوط عديمة الفقد
- ✓ مسائل محلولة

الانتشار غير المتوجه للموجات الكهرومغناطيسية تم بحثه فى الفصل 5. فى هذا الفصل سوف يتم دراسة انتقال الطاقة عندما توجه عن طريق موصلين فى وسط عازل. التحليل الدقيق لخطوط النقل المكونة من موصلين يتطلب استخدام نظرية المجالات. ومع ذلك يمكن توقع أداء النظام عن طريق تمثيل خطوط النقل بعناصر موزعة واستخدام الجهود والتيارات المناظرة للمجالين الكهربى والمغناطيسى. فى مسائل هذا الفصل سيتم فرض أن العناصر ثابتة على طول الخط.

## العناصر الموزعة ونماذج خطوط النقل

### Distributed Parameters and Transmission Line Models

العناصر المتزايدة الموزعة لوحدة الطول للخط هي المحاثة Inductance، السعة Capacitance، المقاومة Resistance للموصل، والمواصلة Conductance للوسط العازل. بصفة عامة فإن هذه العناصر تعتمد على الشكل الهندسى وخصائص المواد وفى بعض الحالات تعتمد على التردد. فى بيان الملخص التالى الاعتماد على الشكل الهندسى ويمكن تمثيل هذا الاعتماد على الشكل بمعامل الشكل "GF" Geometrical Factor.

السعة:  $C = \pi \epsilon_d (GF) \text{ F/m}$  [الإنفاذية للعازل =  $\epsilon_d$ ]

المواصلة:  $G = \frac{C}{\epsilon_d} \sigma_d \text{ S/m}$  [التوصيلية للعازل =  $\sigma_d$ ]

معامل الحث (الخارجى):

$$L_e = \frac{\mu_d}{\pi} (GF_L) \text{ H/m} \quad [\mu_d \text{ السماحية للعازل}]$$

مقاومة التيار المستمر DC (تستعمل حتى حوالى 10 KHz):

$$R_{dc} = \frac{1}{\sigma_c \pi} (GF_{RDC}) \text{ } \Omega/\text{m} \quad [\sigma_c = \text{التوصيلية للموصل}]$$

مقاومة التيار المتغير AC (تستعمل لأكثر من حوالى 10 KHz):

$$R_{ac} = \frac{1}{2\pi\sigma_c\delta} (GF_{RAC}) \text{ } \Omega/\text{m} \quad \left[ \delta = \frac{2}{\sqrt{\pi f \mu_c \sigma_c}} \equiv \text{skin depth} \right]$$

معامل الحث (الداخلى):

$$L_i = \begin{cases} R_{ac} / 2\pi f & \text{H/m for } f > 10 \text{ kHz} \\ \mu_0 / 4\pi & \text{H/m for } f < 10 \text{ kHz} \end{cases}$$



معامل الحث الكلي:  $L_i = L_e + L_i \approx L_e$  لمعظم التطبيقات العملية.

معامل الشكل لخطوط النقل الثلاثة المعروفة هو كما يلي:

كابل محوري (نصف القطر الداخلى  $a$ ، والخارجى  $b$ ، سُمك الموصل الخارجى  $t$ ):

$$GF_C = \frac{2}{\ln(b/a)}, \quad GF_L = \frac{1}{GF_C}$$

$$GF_{RDC} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{t(b+t)}, \quad GF_{RAC} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \text{ for } t \gg \delta$$

خط نقل ذو سلكتين متوازيين (نصف القطر  $a$ ، المسافة بينهما  $d$ ):

$$GF_C = \frac{1}{GF_L}, \quad GF_L = \cosh^{-1} \frac{d}{2a} \approx \ln \frac{d}{a} \text{ for } d \gg a$$

$$GF_{RDC} = \frac{2}{a^2}, \quad GF_{RAC} = \frac{2}{a}$$

لوحين متوازيين (عرض اللوح  $w$  وسُمكه  $t$  والمسافة بين اللوحين  $d$ )

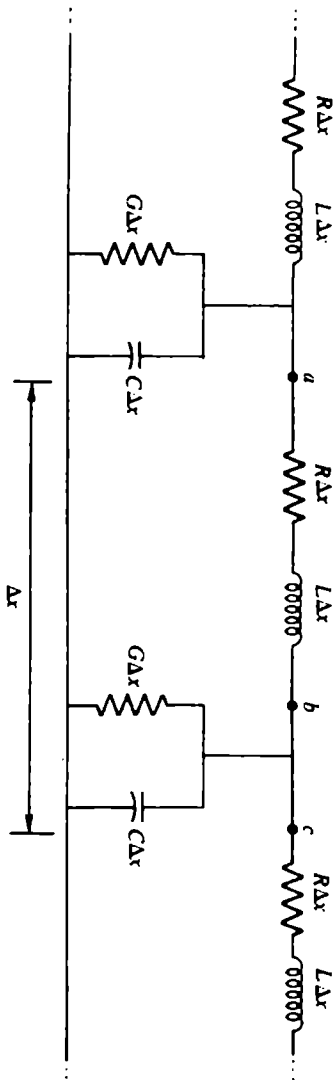
$$GF_C = \frac{w}{\pi d}, \quad GF_L = \frac{1}{GF_C}$$

$$GF_{RDC} = \frac{2\pi}{wt}, \quad GF_{RAC} = \frac{4\pi}{w} \text{ for } t \gg \delta$$

النموذج للخط مبين بشكل 6-1، حيث  $R, L, G, C$  كما هو معطى أعلاه، يسمح النموذج لتحليل الخط باستخدام الجهود والتيارات. الجهد عبر الخط لشريحة طولها  $\Delta x$  عند النقطتين  $a, b$  يتغير عن طريق

$$\Delta v(x, t) = (R\Delta x)i(x, t) + (L\Delta x) \frac{\partial i(x, t)}{\partial t}$$

عندما  $\Delta x \rightarrow 0$  تصبح المعادلة



شكل 6-1 نموذج دائرة لخط نقل

$$\frac{\partial v(x,t)}{\partial x} = Ri(x,t) + L \frac{\partial i(x,t)}{\partial t} \quad (1)$$

بالمثل التيار عند النقطة  $c$  يتغير عن  $b$  عن طريق

$$\Delta i(x,t) = (G\Delta x)v(x,t) + (C\Delta x) \frac{\partial v(x,t)}{\partial t}$$

والذى يعطى بعد أخذ  $\Delta x \rightarrow 0$

$$\frac{\partial i(x,t)}{\partial x} = Gv(x,t) + C \frac{\partial v(x,t)}{\partial t} \quad (2)$$

المعادلة (1) و (2) هي معادلات خط النقل. من المعادلة (1) و (2) يمكن استنتاج مجموعة من معادلات الدرجة الثانية

$$\frac{\partial^2 f(x,t)}{\partial x^2} = RGf(x,t) + (RC + LG) \frac{\partial f(x,t)}{\partial t} + LC \frac{\partial^2 f(x,t)}{\partial t^2} \quad (3)$$

حيث  $f(x,t) = i(x,t)$  أو  $v(x,t)$ . الآن المعادلة (3) من الدوال الزائدية مثل المعادلة الموجية. لخط نقل عديم الفقد ( $R = G = 0$ )، المعادلة (3) هي معادلة موجية مقياسية أحادية البعد مثل التي سبق دراستها في فصل 5. على ذلك يكون معرّفًا مسبقًا أن خطوط النقل تساند موجات الجهد والتيار والتي يمكن أن ترتد أو تنتشر عند نقاط عدم الاستمرارية على الخط (مواقع يحدث عندها تغير فجائى فى العناصر).

## التغذية بجهد جيبي مستقر

### Sinusoidal Steady State Excitation

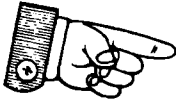
عند تغذية خط نقل كالمبين بشكل 1-6 لمدة طويلة بمنبع جيبي (له تردد زاوى  $\omega$ ) يصبح الجهد والتيار أيضًا لهما تغير جيبي بنفس التردد:

$$v(x,t) = \text{Re}[\hat{V}(x)e^{j\omega t}], \quad i(x,t) = \text{Re}[\hat{I}(x)e^{j\omega t}]$$

هنا الأطوار  $\hat{V}(x)$  و  $\hat{I}(x)$  تكون بصفة عامة قيماً مركبة وكثيراً ما تكتب على الصورة القطبية (مع إخفاء الاعتماد على  $x$ ) مثل

$$\hat{V} = |\hat{V}| \angle \phi_v, \quad \hat{I} = |\hat{I}| \angle \phi_i$$

حيث  $\phi$  الزاوية بين الطور المركب والمحور الحقيقي. يمكن تبسيط تحليل خط النقل تحت التغذية المستقرة عندما تستبدل الجهود والتيارات بقيم الطور المناظر.



شكل 6-2 يبين نموذج لخط منتظم طوله  $l$  وينتهي (قيم مركبة) بحمل معاوقته  $Z_R$  عند جهة الاستقبال ويغذى من جهة الإرسال بمنبع له معاوقة داخلية  $Z_g$  وطور الجهد  $\hat{V}_g = V_{gm} \angle \theta$ . معاوقة التوالى ومسامحة التوازي لوحدة الطول للخط تعطى كما يلي

$$Z = R + j\omega L, \quad Y = G + j\omega C$$

### ملاحظة! ★

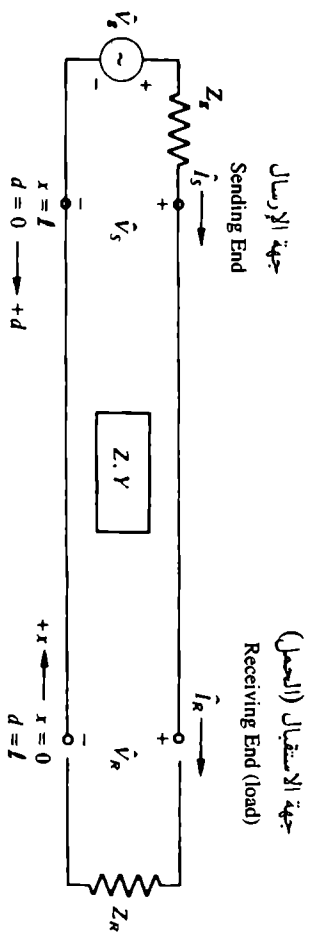
المسافة من جهة الاستقبال تقاس بالمتغير  $x$ ؛ ومن جهة الإرسال بـ  $d$ . هذا الاختيار سيطبق خلال هذا الفصل.

باستخدام التحليل الطوري تصبح المعادلات (1)، (2)، (3) معادلات تفاضلية لـ  $\hat{V}$  و  $\hat{I}$ .

$$\frac{d\hat{V}(x)}{dx} = Z\hat{I}(x) \quad (4)$$

$$\frac{d\hat{I}(x)}{dx} = Y\hat{V}(x) \quad (5)$$

$$\frac{d^2\hat{F}(x)}{dx^2} = \gamma^2\hat{F}(x) \quad (6)$$



شكل 6-2 تقنية جيبية لخط النقل

حيث  $\gamma = \sqrt{ZY} = \alpha + j\beta$  ويختار الجذر التربيعي لتكون  $\alpha$  و  $\beta$  غير سالبة. المعادلة (6) مطابقة في الشكل لمعادلة الموجة المستوية (فصل 5). ولها حل على صورة موجة منتشرة ( $x$  المسافة المقاسة من الحمل)

$$\hat{V}(x) = \hat{V}^+ e^{\gamma x} + \hat{V}^- e^{-\gamma x} \equiv \hat{V}_{inc}(x) + \hat{V}_{refl}(x)$$

$$\hat{I}(x) = \hat{I}^+ e^{\gamma x} + \hat{I}^- e^{-\gamma x} \equiv \hat{I}_{inc}(x) + \hat{I}_{refl}(x)$$

المعاملات  $\hat{V}^+$ ،  $\hat{V}^-$  تكون أطواراً مركبة لا تعتمد على  $x$  وهناك علاقة بين هذه المعاملات عن طريق المعاوقة الذاتية  $Z_0$  ومعامل الانعكاس عند الحدود  $\Gamma_R$  ويُعرفان كما يلي

$$Z_0 \equiv \frac{\hat{V}^+}{\hat{I}^+} = -\frac{\hat{V}^-}{\hat{I}^-} = \sqrt{\frac{Z}{Y}}$$

$$\Gamma_R \equiv \frac{\hat{V}^-}{\hat{V}^+} = -\frac{\hat{I}^-}{\hat{I}^+} = \frac{\hat{V}_{refl}(0)}{\hat{V}_{inc}(0)}$$

من السهل التعبير عن  $\Gamma_R$  بدلالة المعاوقة المميزة ومعاوقة الحمل

$$\Gamma_R = \frac{Z_R - Z_0}{Z_R + Z_0}$$

ثم، عند تعريف معامل الانعكاس عند نقطة معينة بالآتي

$$\Gamma(x) = \frac{\hat{V}_{refl}(x)}{\hat{V}_{inc}(x)}$$

فإنه

$$\Gamma(x) = \Gamma_R e^{-2\gamma x} = \frac{Z_R - Z_0}{Z_R + Z_0} e^{-2\gamma x}$$

بالمثل إذا كان  $Z(x) = \hat{V}(x)/\hat{I}(x)$  هي المعاوقة عند نقطة ناظراً في اتجاه جهة الاستقبال  $x=0$ ، لذلك

$$Z(x) = Z_0 \frac{1 + \Gamma(x)}{1 - \Gamma(x)}$$

الشروط من جهة الإرسال (مرة ثانية، تستخدم  $x$  كتعبير عن المسافة وتقاس من جهة الاستقبال) هي

$$Z_S \equiv Z(\ell) = Z_0 \frac{1 + \Gamma(\ell)}{1 - \Gamma(\ell)}$$

$$\hat{V}_S = \hat{V}_g \frac{Z_S}{Z_S + Z_g}$$

$$\hat{I}_S = \frac{\hat{V}_S}{Z_S}$$

القدرة المتوسطة التي يستقبلها الحمل والقدرة المتوسطة المرسلّة من جهة الإرسال تكون حساباتها كالتالي:

$$P_R = \frac{1}{2} \text{Re}(\hat{V}_R \hat{I}_R^*) = \frac{1}{2} |\hat{I}_R|^2 \text{Re}(Z_R)$$

$$= P_{inc}(x=0) - P_{ref}(x=0)$$

$$P_S = \frac{1}{2} \text{Re}(\hat{V}_S \hat{I}_S^*) = \frac{1}{2} |\hat{I}_S|^2 \text{Re}(Z_S)$$

عند الترددات التي عندها  $R \ll \omega L$  و  $G \ll \omega C$  (أي تردد أكبر من 1 MHz).

$$Z_0 = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}} \approx \sqrt{\frac{L}{C}} = R_0$$

$$\gamma = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)} \approx \left( \frac{R}{2R_0} + \frac{GR_0}{2} \right) + j\omega\sqrt{LC} = \alpha + j\beta$$

$$u \approx \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad \text{and} \quad \lambda = \frac{2\pi}{\beta} \approx \frac{1}{f\sqrt{LC}}$$

لخط مثالي عديم الفقد ( $R = G = 0$ ) يكون مقياس معامل الانعكاس ثابت القيمة

$$\Gamma(x) = \Gamma_R e^{-j2\beta x} = \left| \frac{Z_R - R_0}{Z_R + R_0} \right| \angle(\phi_R - 2\beta x)$$

حيث  $\phi_R$  هي زاوية  $\Gamma_R$ . يُعطى الجهد بما يلي

$$\hat{V}(x) = \hat{V}^+ [1 + \Gamma_R \angle(-2\beta x)]$$

والتي تتضمن

$$|\hat{V}|_{\max} = |\hat{V}^+| (1 + |\Gamma_R|), \quad |\hat{V}|_{\min} = |\hat{V}^+| (1 - |\Gamma_R|)$$

المسافة بين قيمة عظمى للجهد تتبعها قيمة صغرى هي  $\beta x = 90^\circ$  أى ربع طول الموجة

**✓ يجب أن تعرف**

للموجة الكلية تُعرف نسبة الموجة الواقة للجهد، VSWR بالاننى

$$VSWR = \frac{|\hat{V}|_{\max}}{|\hat{V}|_{\min}} = \frac{1 + |\Gamma_R|}{1 - |\Gamma_R|}$$

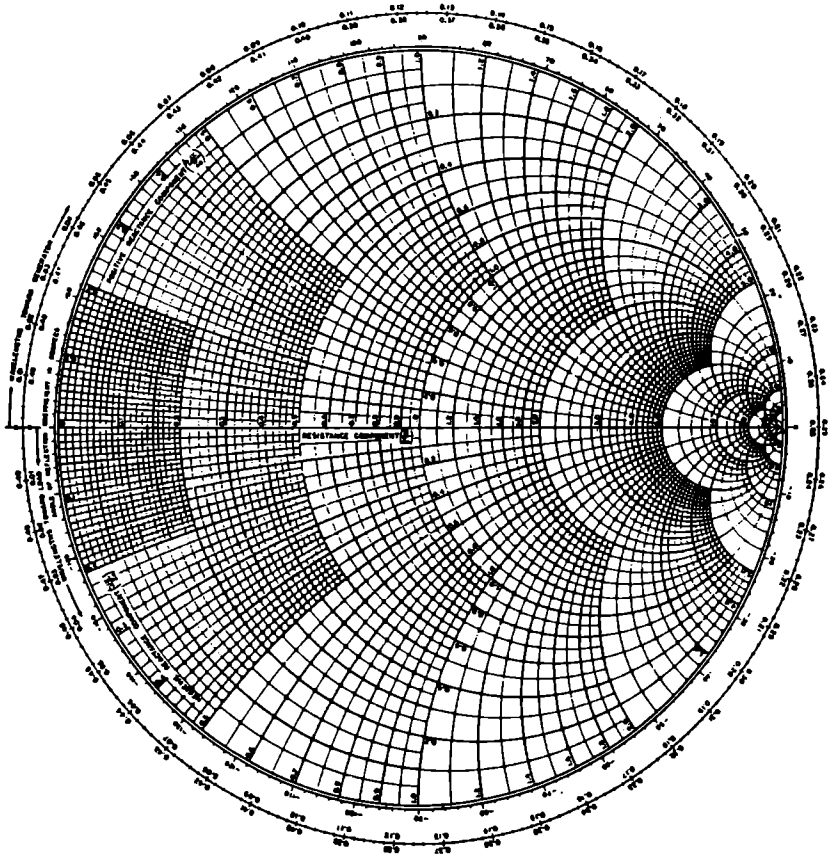
## Smith Chart Analysis

## تحليل خريطة سميث

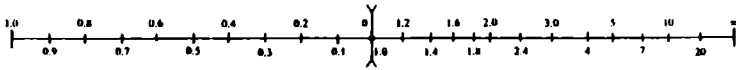
خريطة سميث (شكل 6-3) هي خريطة تخطيطية تساعد فى حل مسائل خطوط التردد العالى. الخريطة فى جوهرها تخطيط على الصورة القطبية لمعامل الانعكاس بدلالة المعاوقة النسبية  $z(x)$ :

$$z(x) \equiv \frac{Z(x)}{R_0} = r(x) + jx(x) = \frac{1 + \Gamma(x)}{1 - \Gamma(x)}$$





Radial scales



قيمة معامل الانعكاس

التقسيم الخطي لـ  $\Gamma$

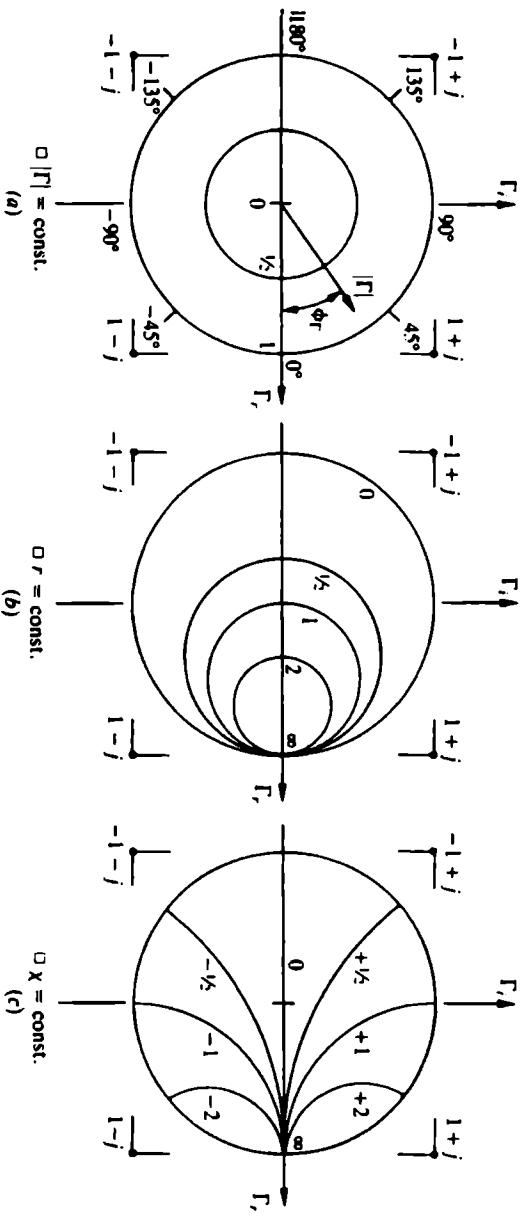
من 0 حتى 1.0

نسبة الموجة الواقة للجهد المقياسي

لقياس VSWR على مقياس

$R > 1$

شكل 3-6 خريطة سميث



شکل 6-4 دوائر القیم الثابتة لخریطة سمیث

$$\Gamma(x) = \Gamma_R \angle(-2\beta x) = \left| \frac{r_0 + j\chi_0 - 1}{r_0 + j\chi_0 + 1} \right| \angle(\phi_R - 2\beta x) \equiv \Gamma_r + j\Gamma_i \quad (\text{for } \alpha = 0)$$

حيث  $r_0 = r(0)$  و  $\chi_0 = \chi(0)$ . فى مستوى معامل الانعكاس المركب  $\Gamma$ ، المنحنيات لقيم  $\Gamma$  الثابتة هى دوائر [شكل (a) 6-4]. منحنيات قيم  $r$  الثابتة أيضاً دوائر [شكل (b) 6-4]. منحنيات القيم  $\chi$  الثابتة هى أقواس دائرية [شكل (c) 6-4]. جدول 6-1 يبين بعض النقاط الهامة على خريطة سميث.

### جدول 6-1 القيم الهامة على خريطة سميث

$\chi$	$r$	$\Gamma$	حالة الخط
$\infty$ (قيمة اختيارية)	$\infty$ (قيمة اختيارية)	$1/0^\circ$	دائرة - مفتوحة
0	0	$1/180^\circ$	دائرة - قصر
$\pm 1$	0	$1/\pm 90^\circ$	خط منتهى بمفاعلة بحتة
0	1	0	خط متوافق

يمكن الحصول على الخريطة الكاملة لسميث الميمنة بشكل 6-3 عن طريق انطباق شكل (b) 6-4 وشكل (c) 6-4. الدوائر الخاصة بشبوت  $\Gamma$  غير ظاهرة وبدلاً من ذلك فإن قيم  $\Gamma$  التى تناظر  $(r, \chi)$  تقرأ من على التدرج الممتد ناحية اليد اليسرى. قيمة VSWR تقرأ من على التدرج الممتد جهة اليد اليمنى. التدرجان على المحيط الخارجى خاصان بالمسافة منسوبة إلى طول الموجة.

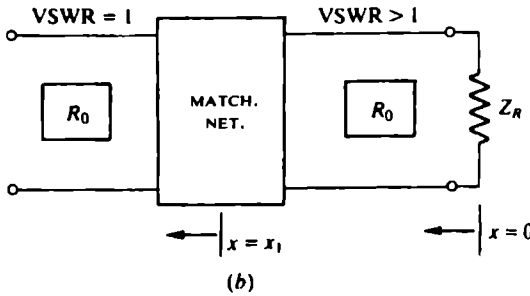
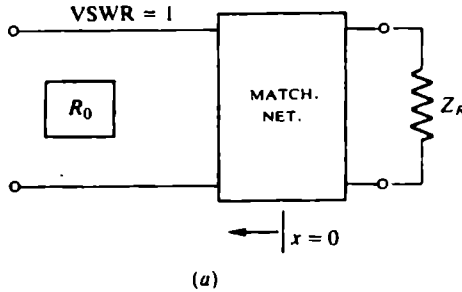
### ملاحظة! ★

التدرج الخارجى يبدأ من  $(r, \chi) = (0, 0)$  ويتحرك فى اتجاه المنبع مع اتجاه عقارب الساعة (هذا يعنى قياس  $\chi/\lambda$ )، والتدرج الداخلى فى اتجاه الحمل عكس عقارب الساعة (هذا يعنى قياس  $d/\lambda$ ).

الدورة الكاملة حول خريطة تمثل نصف طول الموجة. التدرج الثالث على المحيط الخارجى يعطى زاوية معامل الانعكاس  $\phi_r = \phi_R - 2\beta x$ .  
 يمكن استخدام الخريطة أيضاً للمسامحة النسبية

$$y(x) \equiv Y(x) R_0 = g(x) + jb(x)$$

حيث دوائر  $r$  تستخدم لـ  $g$ ، وأقواس  $x$  تستخدم لـ  $b$ ، زاوية  $\Gamma$  لقيمة معطاة لـ  $y$  تكون  $180^\circ + \theta_r$ ، ونقطة  $y = 0 + j0$  هى حالة دائرة مفتوحة. عند الترددات العالية يكون من الضروري تشغيل الخط عند أقل VSWR ( القيمة المثلى هى  $VSWR = 1$ ). يمكن استعمال طرق كثيرة لموائمة الحمل  $Z_R$  للخط، أو لموائمة خطوط متصلة على التعاقب وكل خط له معاوقة مميزة مختلفة. دوائر الموائمة يمكن أن توضع عند الحمل ( $x=0$ ) أو عند بعض الأماكن على الخط  $x=x_1$ ، كما بالشكل 5-6.



شكل 5-6 نظم دوائر الموائمة Matching Network

تكون الشروط النسبية في المجموعتين كما يلي (شكل 6-5)

$$z(0) = z_R = r_0 + jx_0; y(0) = g_0 + jb_0; VSWR > 1 \quad (a) \text{ قبل الموازنة:}$$

$$z(0) = 1 + j0; y(0) = 1 + j0; VSWR = 1 \quad \text{بعد الموازنة:}$$

$$z(0) = r_0 + jx_0; y(0) = g_0 + jb_0; VSWR(0) > 1 \quad (b) \text{ عند الحمل:}$$

$$z(x_1) = r_1 + jx_1; y(x_1) = g_1 + jb_1; VSWR = VSWR(0) \quad \text{قبل الموازنة:}$$

$$z(x_1) = 1 + j0; y(x_1) = 1 + j0; VSWR = 1 \quad \text{بعد الموازنة:}$$

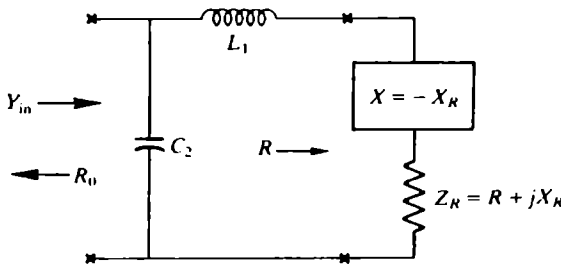
يمكن أن تصنع دوائر الموازنة لترددات (الراديو) المنخفضة من عناصر مُفاعلة مجمعة قليلة الفقد، شكل 6-6 يبين دائرة مجمعة مكونة من دوائر  $L-C$ . إذا كانت  $Z_R$  لها مركبة مُفاعلة ففي هذه الحالة توصل ممانعة بالتوالي لها نفس المفاعلة ولكن بإشارة مخالفة بحيث تكون  $Z'_R = R + j0$ . ثم موازنة الخط

$$Y_{in} = j\omega C_2 + \frac{1}{R + j\omega L_1} = \frac{1}{R_0}$$

أو

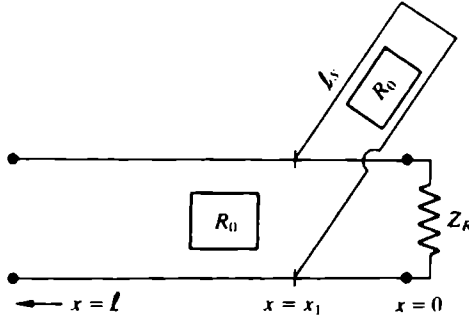
$$L_1 = \frac{1}{\omega} \sqrt{R(R_0 - R)} \quad \text{and} \quad C_2 = \frac{L_1}{R R_0}$$

إذا كان  $R > R_0$  فإن المكثف يجب أن يوصل على الناحية الأخرى من الملف.



شكل 6-6 الموازنة باستخدام عناصر مُفاعلة

لتقليل الفقد عند الترددات العالية يستخدم جزء من خط بطول معين ويكون مفتوحاً أو مقصوراً عند نهايته وذلك لموائمة الخط الرئيسي. للوصول إلى ذلك يمكن استخدام موائمة فردية. الشكل الهندسي المبين بشكل 6-7 يستخدم موائمة فردية مقصورة.



شكل 6-7 موائمة فردية

للحصول على الموائمة

$$(1) \text{ أوجد } x_1 \text{ بحيث } y(x_1) = 1 + jb_1.$$

$$(2) \text{ أوجد } l_s \text{ بحيث } y(l_s) = 0 - jb_1.$$

بعد الموائمة،  $y(x_1) = 1 + j0$  و  $\text{VSWR} = 1$  من  $x_1$  حتى  $l$ .

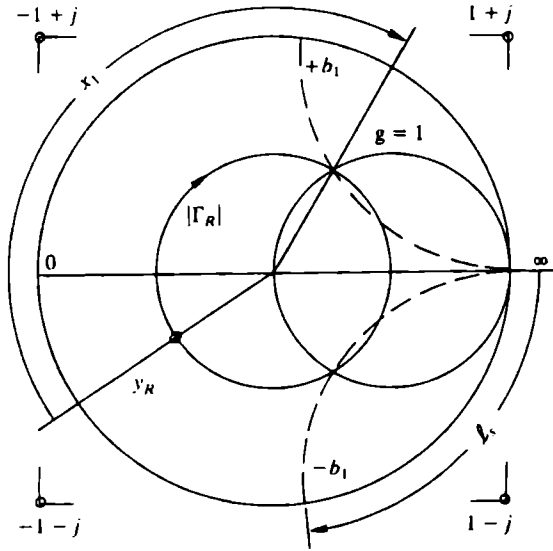
مثال 6.1 الخطوتان أعلاه للموائمة الفردية يمكن الحصول عليهما باستخدام خريطة سميث.

**Example 6-1** The above two steps for single-stub matching may be accomplished using a Smith chart.

الحل: انظر شكل 6-8.

i. ضع  $y_R$  على الخريطة ثم ارسم دائرة  $|\Gamma_R|$  [أو  $\text{VSWR}(0)$ ].

- ii. حدد نقطة تقاطع دائرة  $|\Gamma_R|$  مع دائرة  $g = 1$ .
- iii. من  $y_R$  تحرك في اتجاه المنبع إلى أول تقاطع، اقرأ  $y_1 = 1 + jb_1$  وسجل المسافة  $x_1$  بدلالة طول الموجة.
- iv. حدد النقطة  $y_1 = 0 - jb_1$  على دائرة  $|\Gamma|$  من وضع القصر  $y = \infty$ ، تحرك في اتجاه المنبع حتى النقطة  $y = -jb_1$ . سجل المسافة  $b_1$  بدلالة طول الموجة. إذا كان أول تقاطع لا يمكن الوصول إليه ففي هذه الحالة يمكن استخدام التقاطع الثاني مع عمل التعديل على طول الموائمة للمفاعلة للوضع الجديد.

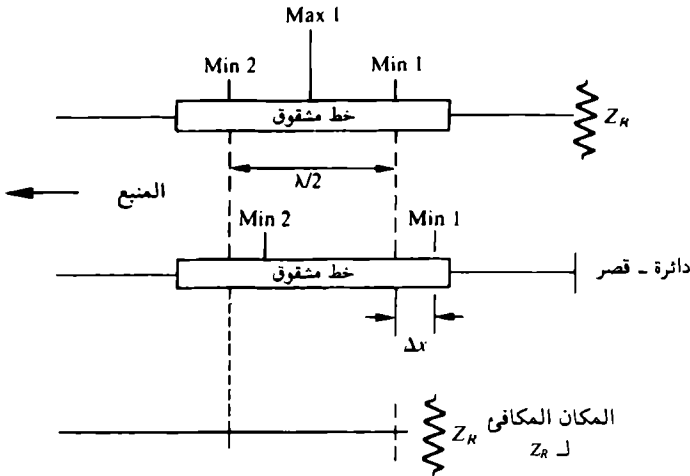


شكل 6-8 استخدام خريطة سميث مع موائمة فردية

يستخدم الخط المشقوق Slotted Line لكابيل محوري عند الترددات العالية لقياس VSWR ولتحديد مواقع أقل قيمة للجهد. مع الاستعانة بخريطة سميث يمكن بسهولة إيجاد المعاوقة المجهولة للحمل وذلك عن طريق معرفة

VSWR والمسافة بين أقل جهد فى حالة وجود الحمل وأقل جهد فى حالة وجود دائرة مقصورة جهة الاستقبال (جهد الإسناد).

فى شكل 6-9 يوضع الخط المشقوق فى مكان مناسب ويوصل  $Z_R$  فى مكانها ثم يُحرك مَجَس Probe على الخط لمعرفة قيمة ومواقع أقل وأكبر جهد. يوصل مكبر وجهاز بيان لتحويل خرج المجس إلى قراءة لـ VSWR. بعد عمل دائرة قصر بدلاً من  $Z_R$  يمكن معرفة أقل جهد إسناد فى هذه الحالة تكون VSWR عالية جداً. كما هو متوقع فإن المسافة بين أكبر وأقل قيمة للجهد تكون  $\lambda/4$ .



شكل 6-9 استخدام الخط المشقوق Slotted Line لقياس  $Z_R$ .

لمعرفة  $Z_R$  باستخدام خريطة سميث، ارسم دائرة VSWR الذى سبق قياسه شكل 6-10 ثم حدد نقطة أقل جهد (من 0 إلى 1 على خط  $x=0$ ). ثم حول القيمة  $\Delta x$  المقاسة إلى قيمتها بدلالة طول الموجة (انظر شكل 6-9) حدد النقطة على دائرة VSWR والتي تبعد  $\Delta x$  من خط  $V_{min}$  (أقل جهد).  $Z_R$  الصحيحة تكون ممانعة سعوية، يلاحظ أنه إذا تحركنا من  $Z_R$  فى اتجاه

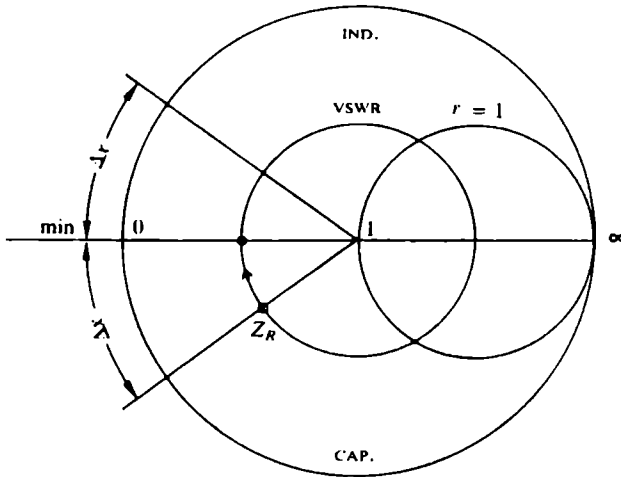


المنبع مسافة مقدارها  $\Delta x$  نحصل على نقطة أقل جهد. (إذا كانت  $z_R$  ممانعة تأثيرية تكون  $\Delta x$  أكبر من ربع طول الموجة وأن نقطة أكبر جهد  $V_{max}$  سوف تأتي قبل نقطة أقل جهد  $V_{min}$ ).

## الموجات العابرة على الخطوط عديمة الفقد

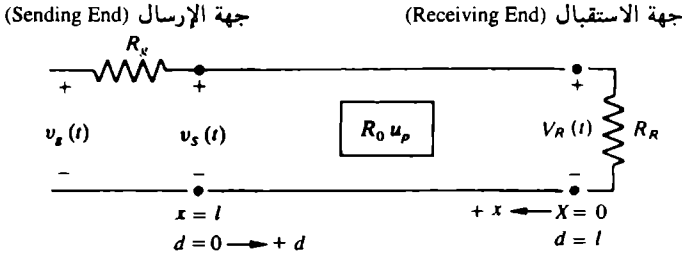
### Transients in Lossless Lines

في حالات فتح وغلق الخط وعمليات إرسال نبضات، يحدث تغير مفاجئ للجهد يُسلط على جزء من الخط. تحليل هذه الحالة العابرة يتطلب عمومًا الاستعانة بالمعادلات التفاضلية الجزئية PDEs أو بالتحويل اللابلاسي Laplace Transforms لهذه المعادلات. مع هذا ففي الحالة الخاصة لخط عديم الفقد ( $R = G = 0$ )  $R_0 = \sqrt{L/C}$  والسرعة  $u_p = 1/\sqrt{LC}$ ، تكون هناك طريقة بسيطة بالرسم أساسها تراكم الموجات المنعكسة المتكررة.



شكل 10-6 إيجاد معاوقة مجهولة

شكل 6-11 يبين نموذج لنظام عديم الفقد يوصل عليه جهد التغذية  $v_g(t)$  عند  $t = 0$  حيث  $R_g$  هي مقاومة المنبع.



شكل 6-11 خط نقل عديم الفقد

الآن في حالة حدوث أى تغير مفاجئ عند أى من نهايتى الخط فإن ذلك يؤثر على النهاية الأخرى بعد مرور زمن تعويق قدره  $t_D = l/u_p$ . إذا كان الحمل غير موائم للخط ( $R_R \neq R_0$ ) فإن انعكاساً سوف يحدث عند جهة الاستقبال. بالمثل إذا انتشرت موجة فى اتجاه  $+x$  سوف يحدث انعكاس أيضاً عند جهة الإرسال إذا كان المنبع غير موائم للخط ( $R_g \neq R_0$ ).

مثال 6.2 فى حالة ما إذا كان  $v_g(t)$  مقداره 10 V عند  $t = 0$  (أى جهد تيار مستمر) وكان الخط متوائم من الجهتين ( $R_R = R_R = R_0$ ) أوجد الجهد العابر على الخط.

**Example 6-2** For the case where  $v_g(t)$  is a 10-V step at  $t = 0$  (i.e., a dc voltage) and where the line is matched at both ends ( $R_R = R_g = R_0$ ), evaluate the transient voltage on the line.

الحل: شروط الجهد العابر مبينة بشكل 6-12، الذى يبين تخطيط زمن - مسافة. حيث أن جهد المنبع ثابت ولا يوجد انعكاس عند جهة الاستقبال فإن النظام يصل إلى الحالة المستقرة  $V(d,t) = 5$  V بعد زمن تعويق واحد قدره  $t_D$ .

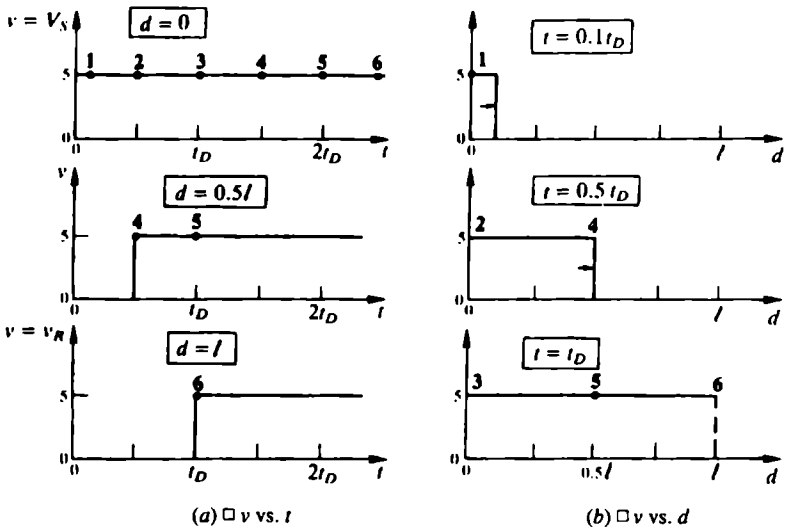
مثال 6.3 افرض أن كل المعطيات للخط بمثال 6.2 كما هي مع اختلاف أن الحمل أصبح الآن دائرة مفتوحة ( $R_R = \infty$ ). أوجد الجهد العابر على الخط.

**Example 6-3** Assume that everything is as in Example 6-2 with the exception of the load, which is now an open circuit ( $R_R = \infty$ ). Evaluate the transient voltage on the line.

الحل: شكل 6-13 يعطى تخطيط العلاقة بين الزمن والمسافة. معامل الانعكاس للحمل  $\Gamma_R = 1$ . بسبب وجود انعكاس واحد من جهة الحمل نحصل على حالة مستقرة من الجهد مقداره 10 V بعد زمن قدره  $2t_D$ .

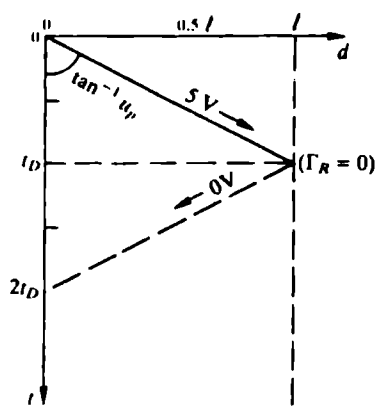
## أشياء هامة للتذكر

- ✓ تتبع خطوط النقل توجيه انتشار الطاقة.
- ✓ في تحليل خطوط النقل تكون الجهود والتيارات دوال في كل من الزمن والمسافة.
- ✓ الموجات الواقفة تنشأ عندما يكون معامل الانعكاس لا يساوى الصفر.
- ✓ خريطة سميث يمكن استخدامها للمساعدة في حل مسائل خطوط النقل عند التردد العالي.
- ✓ في الحالات العابرة، إذا حدث تغير مفاجئ عند المنبع لخط نقل لن يحدث أي تغير في جهة الحمل إلا بعد مرور زمن تعويق واحد على الأقل.



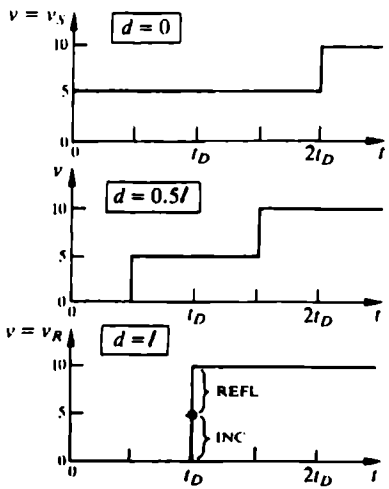
(a) □  $v$  vs.  $t$

(b) □  $v$  vs.  $d$

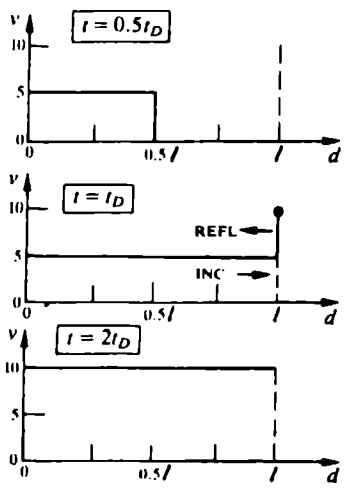


(c) □  $t$ - $d$  plot

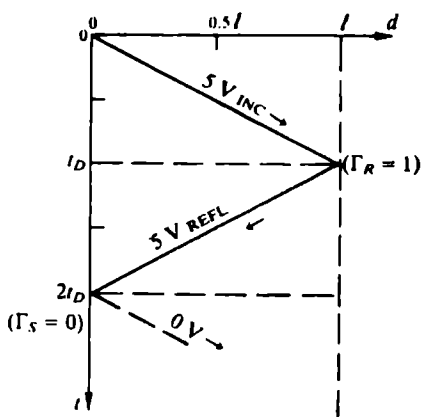
شكل 6-12 التحليل العابر لخط موائد



(a)  $v$  vs.  $t$



(b)  $v$  vs.  $d$



(c)  $t$ - $d$  plot

شكل 6-13 التحليل العابر عندما ( $R_R = \infty$ )

## Solved Problems

## مسائل محلولة

مسألة محلولة 6.1 خط نقل يتكون من سلكين متوازيين والسلك مصنوع من النحاس #6 AWG (القطر = 0.162 inch،  $\sigma_c = 5.8 \times 10^7$  S/m) المسافة بين السلكين 12 inch والهواء هو العازل بينهما. أهمل معامل الحث الداخلي، احسب لكل متر قيم  $L$ ،  $C$ ،  $G$  ومقاومة التيار المستمر والمقاومة للتيار المتغير عند 1 MHz.

**Solved Problem 6.1** A parallel-wire transmission line is constructed of #6 AWG copper wire (dia. = 0.162 in.,  $\sigma_c = 5.8 \times 10^7$  S/m) with a 12-inch separation in air. Neglecting internal inductance, find the per-meter values of  $L$ ,  $C$ ,  $G$ , the dc resistance and the ac resistance at 1 MHz.

الحل: معاملات الشكل الأربعة لسلكين متوازيين لخط نقل تتضمن نصف قطر الموصل  $a = 2.06 \times 10^{-3}$  m والمسافة بين السلكين  $d = 0.305$  m. حيث  $d \gg a$

$$GF_L = \ln\left(\frac{d}{a}\right) = 5.0 \quad GF_C = \frac{1}{GF_L} = 0.20$$

$$GF_{RDC} = \frac{2}{a^2} = 4.72 \times 10^5 \text{ m}^{-2} \quad GF_{RAC} = \frac{2}{a} = 971 \text{ m}^{-1}$$

للهواء العازل  $\mu_d = \mu_o$  و  $\epsilon_d = \epsilon_o$  و  $\sigma_d = 0$ . للنحاس  $\mu_c = \mu_o$ . على ذلك تكون عناصر خط النقل

$$L = \frac{\mu_d}{\pi} (GF_L) = 2.0 \text{ } \mu\text{H/m} \quad R_{dc} = \frac{1}{\sigma_c \pi} (GF_{RDC}) = 2.59 \times 10^{-3} \text{ } \Omega/\text{m}$$

$$C = \pi \epsilon_d (GF_C) = 5.56 \text{ pF/m} \quad \delta = \frac{1}{\sqrt{\pi f \mu_c \sigma_c}} = 66 \text{ } \mu\text{m}$$

$$G = 0 \text{ S/m} \quad R_{ac} = \frac{1}{2\pi \sigma_c \delta} (GF_{RAC}) = 4.04 \times 10^{-2} \text{ } \Omega/\text{m}$$

مسألة محلولة 6.2 لخط النقل المكون من سلكين الموضح بمسألة 6.1 أوجد المعاوقة الذاتية وثابت الانتشار (توهين Attenuation وزاوية طور Phase Shift) وسرعة الانتشار وطول الموجة إذا كان  $f = 5 \text{ KHz}$ .

**Solved Problem 6.2** For the parallel-wire line of problem 6.1, find the characteristic impedance, propagation constant (attenuation and phase shift), velocity of propagation and wavelength for  $f = 5 \text{ kHz}$ .

**الحل:** عند  $5 \text{ KHz}$  يمكن استخدام مقاومة التيار المستمر.

$$Z = R + j\omega L = 2.59 \times 10^{-3} + j(2\pi)(5000)(2 \times 10^{-6}) \\ = 6.29 \times 10^{-2} \angle 87.6^\circ \Omega/\text{m}$$

$$Y = G + j\omega C = j(2\pi)(5000)(5.56 \times 10^{-12}) = 1.747 \times 10^{-7} \angle 90^\circ \text{ S/m}$$

$$Z_0 = \sqrt{\frac{Z}{Y}} = 600 \angle -1.2^\circ \Omega$$

$$\gamma = \sqrt{ZY} = 1.048 \times 10^{-4} \angle 88.8^\circ = (2.19 \times 10^{-6}) + j(1.048 \times 10^{-4}) \text{ m}^{-1}$$

على ذلك

$$\alpha = 2.19 \times 10^{-6} \text{ Np/m}, \beta = 1.048 \times 10^{-4} \text{ rad/m}, \\ u_p = \omega/\beta = 2.998 \times 10^8 \text{ m/s} \\ \text{and } \lambda = 2\pi/\beta = 59.96 \text{ km}.$$

مسألة محلولة 6.3 خط نقل  $70 \Omega$  يستخدم عند تردد له  $\lambda = 80 \text{ cm}$  مع وجود حمل عند  $x = 0$  قيمته  $(140 + j91) \Omega$ . استخدم خريطة سميث لإيجاد  $\Gamma_R$  و VSWR والمسافة بين الحمل وأول موقع لأقصى جهد والمسافة بين الحمل وأول موقع لأقل جهد والمعاوقة عند  $V_{max}$  والمعاوقة عند  $V_{min}$  ومعاوقة الدخل لجزء من الخط طوله  $54 \text{ cm}$ ، ومساحة الدخل للخط عندما يتصل الحمل.

**Solved Problem 6.3** A 70- $\Omega$  transmission line is used at a frequency where  $\lambda = 80$  cm with a load at  $x = 0$  of  $(140 + j91) \Omega$ . Use the Smith Chart to find  $\Gamma_R$ ,  $V_{SWR}$ , distance to the first voltage maximum from the load, distance to the first voltage minimum from the load, the impedance at  $V_{max}$ , the impedance at  $V_{min}$ , the input impedance for a section of the line that is 54 cm long, and the input admittance of that line with the load attached.

**الحل:** وقع على خريطة سميث المعاوقة النسبية للحمل

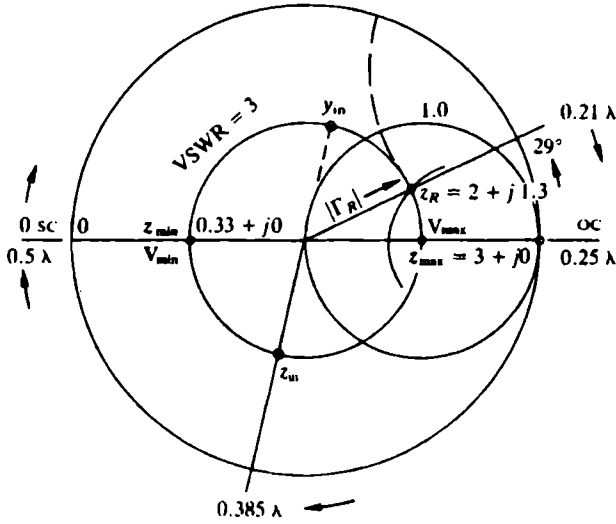
$$z_R = Z_R / R_0 = 2 + j1.3$$

كما هو مبين بشكل 6-14. ارسم الخط النصف قطري من منتصف الخريطة إلى دائرة  $\lambda$  الخارجية مروراً بنقطة الحمل  $z_R$ . اقرأ زاوية  $\Gamma_R$  على مقياس الزاوية  $\phi_R = 90^\circ$ . قس المسافة من المركز حتى النقطة  $z$  وأوجد مقادير  $\Gamma_R$  و  $V_{SWR}$  من على التدرج أسفل الخريطة.

$$|\Gamma_R| = 0.50 \Rightarrow \Gamma_R = 0.5 \angle 29^\circ \text{ and } V_{SWR} = 3.0$$

ارسم دائرة تمر بنقطة المعاوقة النسبية. لاحظ أن هذه الدائرة تقطع الخط الأفقى عند  $z = 3 + j0$ . هذه النقطة للتقاطع تستخدم لحساب  $V_{SWR}$  بدلاً من استخدام التدرج أسفل الخريطة لأن الدائرة تمثل قيمة ثابتة لـ  $V_{SWR}$ . حدد نقطة تقاطع دائرة ثبوت  $V_{SWR}$  مع خط نصف القطر الممتد من المركز حتى نقطة الدائرة المفتوحة جهة اليمين على خريطة  $Z$ . نقطة التقاطع يكون عندها أقصى جهد (أقل قيمة للتيار) والمعاوقة تكون لها أقصى قيمة. المعاوقة النسبية عند هذه النقطة هي  $3 + j0$  وعلى ذلك تكون قيمة  $z_{max} = 21 + j0 \Omega$ . لإيجاد المسافة بين الحمل وأول  $V_{max}$  استخدم المقياس الدائرى الخارجى (بدلالة طول الموجة فى اتجاه المنبع). يكون موقع الإسناد عند  $0.21 \lambda$  وخط القيمة العظمى عند  $0.25 \lambda$  على ذلك تكون المسافة  $0.04 \lambda$  فى اتجاه المنبع أو  $3.2$  cm من الحمل.





شكل 6-14 خريطة سميث للمسألة 6.3

من نقطة  $V_{max}$  تحرك  $0.25\lambda$  في اتجاه المنبع وحدد نقطة  $V_{min}$  المعاوقة النسبية  $0.33 + j0$  و  $Z_{min} = 23.1 + j0 \Omega$ . المسافة من الحمل حتى أول قيمة صفري هي

$$0.25\lambda + 0.04\lambda = 0.29\lambda = 23.2 \text{ cm}$$

لإيجاد معاوقة الدخل لطول  $54 \text{ cm}$ ، حرك  $0.675\lambda = \frac{54}{80}$  من الحمل في اتجاه المنبع واقراء المعاوقة النسبية. يلاحظ أن دورة كاملة حول الدائرة هي  $0.5\lambda$  لذلك حدد النقطة التي تبعد  $0.175\lambda$  من الحمل على التدرج الخارجى هذه النقطة تكون عند  $0.385\lambda = 0.175\lambda + 0.21\lambda$ . من خلال هذه النقطة ارسم خط نصف قطرى وحدد نقطة التقاطع مع الدائرة VSWR المعاوقة النسبية تكون  $z_{in} = 0.56 - j0.71$  وتكون المعاوقة

$$Z_{in} = 39.2 - j49.7 \Omega$$

مسامحة الدخل النسبية توجد على الجانب الآخر من القطر على الخريطة  
والتي تناظر مقلوب عدد مركب حيث  $z_{in} = 0.56 - j 0.71$  و  $y_{in} = 0.68 + j0.87$   
وتكون المسامحة للدخل

$$Y_{in} = \frac{y_{in}}{R_0} = (9.71 + j12.4) \text{ mS}$$

**عصير الكتب**  
**[www.ibtesama.com/vb](http://www.ibtesama.com/vb)**  
**منتدى مجلة الإبتسامة**

# الفصل السابع

## الهوائيات

### Antennas

فى هذا الفصل:

- ✓ الجهد المغناطيسى المتجه والمجالات المشعة
- ✓ هوائى هيرتيزيان ثنائى القطبية
- ✓ خصائص الهوائى
- ✓ ثنائى القطبية وأحادى القطبية بطول محدد
- ✓ مسائل محلولة

معادلات ماكسويل التى تمت دراستها فى الفصل 5. تنبأت بالموجات المستوية المنتشرة فى وسط غير محدد خالٍ من المصادر. فى هذا الفصل سوف ندرس الموجات المنتشرة والناجمة عن منبع تيار. منابع التيار هى نماذج للهوائيات. بصفة عامة فإن الموجات لها واجهات موجية كروية وقيمتها تعتمد على اتجاه الانتشار. خلال هذا الفصل سيتم فرض أن الوسط خالٍ من المصادر.

### الجهد المغناطيسى المتجه والمجالات المشعة

### Magnetic Vector Potential and Radiated Fields

فى الفصل 2، تم الحصول على شدة المجال الكهربى  $E$  أولاً عن طريق

توزيع شحنة معلومة. ثم استخدام الجهد الكهربى المقياسى  $V$  ووجد أن  $E$  تكون دالة فى  $V$ :

$$E = -\nabla V$$

بالمثل فإن الجهد المغناطيسى المتجه  $A$  يُعرف بحيث أن

$$B = \nabla \times A$$

وهو يخدم كقيمة ابتدائية لحساب  $B$  ومنها  $H$  وأيضاً  $E$ . بإعادة كتابة المعادلة بدلالة  $H$

$$H = \frac{1}{\mu} \nabla \times A = \frac{u}{\eta} \nabla \times A \quad (1)$$

حيث  $u = 3 \times 10^8$  m/s و  $\eta = 120\pi\Omega$ . باستخدام قانون فاراداي (فصل 4) يمكن إيجاد المجال الكهربى

$$E = \frac{1}{j\omega\epsilon} \nabla \times H = \frac{1}{j\omega\mu\epsilon} \nabla \times \nabla \times A = \frac{u}{j\beta} \nabla \times \nabla \times A \quad (2)$$

ومتجه الطور  $A$  يعطى بالآتى

$$A = \int_{vol} \frac{\mu(J_s e^{-j\beta R})}{4\pi R} dv \quad (3)$$

فى المعادلة (3)  $R$  هى المسافة بين نقطة الملاحظة Observation Point وعنصر تيار المنبع  $J_s dv$ . ومعنى المعامل  $e^{-j\beta R}$  يصبح واضحاً عند تحويل  $A$  إلى المجال الزمنى:

$$A = \int_{vol} \frac{\mu J_s \cos(\omega t - R/u)}{4\pi R} dv$$

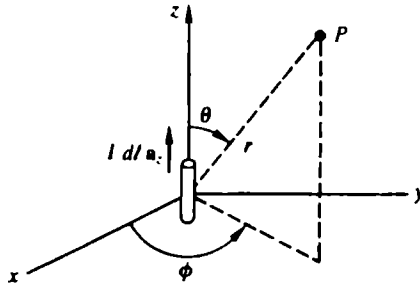
على ذلك فإن  $A$  عند نقطة الملاحظة تعكس بشكل مناسب الحالة عند المنبع فى أوقات سابقة - حيث يكون التأخير لأى عنصر منبع معين بشكل دقيق هو الزمن  $R/u$  المطلوب لشرط الانتشار إلى نقطة الملاحظة.

## هوائى هيرتيزيان ثنائى القطبية

### Hertzian Dipole Antenna

الجهد المغناطيسى المتجه المتولد من هوائى هيرتيزيان ثنائى القطبية (عنصر تيار متناهى الصغر (شكل 7-1) باستخدام (3) هو

$$\mathbf{A}(P) = \frac{\mu e^{-j\beta r}}{4\pi r} (I d\ell) \mathbf{a}_z$$



شكل 7-1 هوائى هيرتيزيان ثنائى القطبية

باستخدام الإحداثيات الكروية  $\mathbf{a}_z = \cos\theta \mathbf{a}_r - \sin\theta \mathbf{a}_\theta$  وباستخدام المعادلات (1) و (2) فإن المجال المغناطيسى والكهربى هو

$$H_\phi = \frac{I d\ell}{4\pi} \beta^2 \sin\theta e^{-j\beta r} \left[ j \frac{1}{\beta r} + \frac{1}{\beta^2 r^2} \right] \quad (4)$$

$$E_r = \eta \frac{2I d\ell}{4\pi} \beta^2 \cos\theta e^{-j\beta r} \left[ \frac{1}{\beta^2 r^2} - j \frac{1}{\beta^3 r^3} \right] \quad (5)$$

$$E_\theta = \eta \frac{I d\ell}{4\pi} \beta^2 \sin\theta e^{-j\beta r} \left[ j \frac{1}{\beta r} + \frac{1}{\beta^2 r^2} - j \frac{1}{\beta^3 r^3} \right] \quad (6)$$

وجميع المركبات الأخرى تساوى صفراً

## ★ ملاحظة!

سوف يقتصر الاهتمام على المجال البعيد ( $r \gg 1$ ) وفيه تهمل القيم  $1/r^2$  و  $1/r^3$  بالنسبة لـ  $1/r$ . (هذا يعني أنه لـ  $r \gg 1$  فإن  $1/r \ll 1/r^2$  و  $1/r \ll 1/r^3$ ).

باستخدام (4) و (5) و (6) المجال البعيد Far Fields هو

$$H_{\phi} = j \frac{I d\ell \beta}{4\pi r} \sin \theta e^{-j\beta r} \quad (7)$$

$$E_{\theta} = \eta j \frac{I d\ell \beta}{4\pi r} \sin \theta e^{-j\beta r} = \eta H_{\phi} \quad (8)$$

من الواضح أن (7) و (8) تمثلان موجة كروية منتشرة وعند أى نقطة يكون اتجاه الانتشار  $+a_r$  والمقدار يتناقص مع  $1/r$ .

القدرة المشعة بواسطة الهوائى يمكن الحصول عليها من المتوسط الزمنى لمتجه بيونتج Poynting Vector. متجه بيونتج هو كثافة القدرة للمجال المشع وله وحدات  $W/m^2$ . المتوسط الزمنى لمتجه بيونتج يعرف كما يلي

$$\mathcal{P}_{avg} = \frac{1}{2} \text{Re}(\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*) \quad (9)$$

حيث  $\mathbf{H}^*$  المترافق المركب لـ  $\mathbf{H}$ . هذا يتبع حساب القدرة فى تحليل الدوائر حيث أن القدرة المتوسطة  $\mathcal{P}_{avg} = \frac{1}{2} \text{Re}(VI^*)$ . لإيجاد القدرة المتوسطة المشعة من الهوائى نكامل  $\mathcal{P}_{avg}$  على سطح كرة تحيط بالهوائى:

$$\begin{aligned} P_{rad} &= \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \mathcal{P}_{avg} \cdot d\mathbf{S}_{sphere} = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \mathcal{P}_{avg} \cdot (r^2 \sin \theta d\theta d\phi \mathbf{a}_r) \\ &= \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \left[ \frac{1}{2} \text{Re}(E_{\theta} H_{\phi}^*) \right] r^2 \sin \theta d\theta d\phi \\ &= \frac{\eta (\beta I d\ell)^2}{12\pi} = \frac{\eta \pi I^2}{3} \left( \frac{d\ell}{\lambda} \right)^2 \quad (W) \end{aligned} \quad (10)$$

## خصائص الهوائى

## Antenna Parameters

مقاومة الإشعاع Radiation Resistance  $R_{rad}$  تعرف على أنها قيمة افتراضية لمقاومة تستهلك قدرة مساوية للقدرة المشعة للهوائى عندما تغذى بنفس التيار أى  $R_{rad} = 2P_{rad}/I_0^2$ ، حيث  $I_0$  هى القيمة العظمى للتيار عند نقطة التغذية. بالنسبة للهوائى الهيرتيزيان ثنائى القطبية، وباستخدام (10)

$$R_{rad} = \frac{2\pi\eta}{3} \left( \frac{d\ell}{\lambda} \right)^2 \approx 790 \left( \frac{d\ell}{\lambda} \right)^2 \quad (\Omega)$$

نموذج الإشعاع Radiation Pattern  $F(\theta, \phi)$  لأى هوائى يعطى التغير النسبى للمجال البعيد E أو H (عند مسافة بعيدة) مع الاتجاه. بفرض أن تكون  $r$  ثابتة. بالنسبة للهوائى الهيرتيزيان ثنائى القطبية  $F(\theta, \phi)$  تختصر إلى  $F(\theta) = \sin\theta$  حيث  $|E|$ ،  $|H|$  لا تعتمد على  $\phi$ .

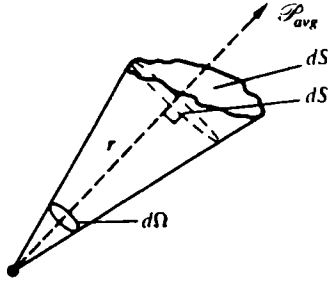
شدة الإشعاع Radiation Intensity  $U(\theta, \phi)$  هى مقياس آخر لأداء الهوائى وهى تعرف على أنها المتوسط الزمنى للقدرة المشعة لكل وحدة زاوية مُجسمة. أى هى دالة القدرة بالنسبة للزاوية (انظر شكل 2-7). هنا يجب ملاحظة أن الرمز للزاوية المجسمة هو أيضاً  $\Omega$ . ولا يجب الخلط بينها وبين وحدة المقاومة، أوم. باستخدام المعادلة (10) يمكن التعبير عن القدرة المتوسطة

$$\begin{aligned} P_{rad} &= \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \mathcal{P}_{avg} \cdot d\mathbf{S}_{sphere} = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi (\mathcal{P}_{avg} \cdot r^2 \mathbf{a}_r) \sin\theta \, d\theta \, d\phi \\ &= \int_0^{2\pi} \int_0^\pi U(\theta, \phi) \sin\theta \, d\theta \, d\phi = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi U(\theta, \phi) \, d\Omega \end{aligned}$$

على ذلك تكون شدة الإشعاع ووحدة الزاوية المجسمة

$$\Rightarrow U(\theta, \phi) \equiv (\mathcal{P}_{avg} \cdot r^2 \mathbf{a}_r) \quad (\text{W / sr})$$

$$\Rightarrow d\Omega \equiv \sin\theta \, d\theta \, d\phi \quad (\text{sr})$$



شكل 7-2 تعريف شدة الإشعاع  $U(\theta, \phi)$

حيث  $sr$  هي الزاوية النصف قطرية المجسمة. حيث أن  $U$  لا تعتمد على  $r$  (بقاعدة بقاء الطاقة) فإن المجال على مسافة بعيدة يمكن أن يستخدم في التقييم. لهوائى الهيرتيزيان ثنائى القطبية وباستخدام (7) حتى (10)

$$U(\theta) = \frac{\eta}{8} \left( \frac{I d\ell}{\lambda} \right)^2 \sin^2 \theta \quad (\text{W/sr}) \quad (11)$$

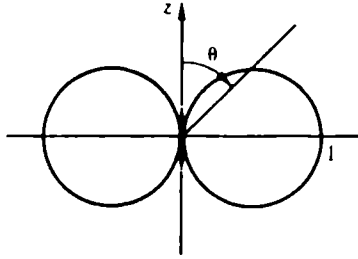
التخطيط القطبى لنموذج الإشعاع  $F(\theta)$  وشدة الإشعاع  $U(\theta)$  لهوائى الهيرتيزيان ثنائى القطبية مبين بشكل 7-3.

فى شكل 7-3 نقطتى نصف القدرة Half-Power عند  $\theta_{HP1} = 45^\circ$  و  $\theta_{HP2}$  و  $135^\circ$  واتساع حزمة نصف القدرة تكون  $90^\circ = \theta_{HP2} - \theta_{HP1}$ .

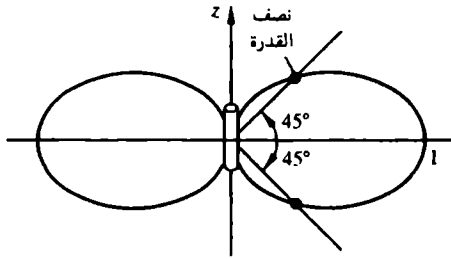
## ✓ يجب أن تعرف

بصفة عامة، كلما قل اتساع الحزمة (حول اتجاه القيمة القطبى  $U_{max}$ ) كلما كانت اتجاهية الهوائى أكبر، هذا يعنى أن القدرة المشعة تتركز فى حيز زاوى صغير.





(a)  $\square F(\theta)$



(b)  $U(\theta)$

شكل 7-3 نموذج الإشعاع  $F$  وشدة الإشعاع  $U$

الكسب الاتجاهي  $D(\theta, \phi)$  لهوائي ما يُعرف على أنه نسبة كثافة الإشعاع  $U(\theta, \phi)$  إلى كثافة الإشعاع  $U_0$  من مُشع افتراضى له إشعاع متساوٍ في كل الاتجاهات، بحيث أن القدرة الكلية المشعة  $P_{rad}$  هي نفسها في الحالتين للمشع المتساوي الاتجاهات،

$$U_0 = \frac{P_{rad}}{4\pi}$$

لذلك فإن الكسب الاتجاهي للهوائي

$$D(\theta, \phi) = \frac{U(\theta, \phi)}{U_0} = \frac{4\pi U(\theta, \phi)}{P_{rad}} \quad (12)$$

الاتجاهية  $D$  للهوائي هي أقصى قيمة للكسب الاتجاهي

$$D = \frac{4\pi U_{max}}{P_{rad}} \quad (13)$$

للهوائي الهيرتيزيان ثنائي القطبية وباستخدام (10) و (11) في (12) و (13) يكون الكسب الاتجاهي

$$D(\theta, \phi) = \frac{(4\pi) \frac{\eta}{8} \left( \frac{I d \ell}{\lambda} \right)^2 \sin^2 \theta}{\left( \frac{\eta \pi}{3} \right) \left( \frac{I d \ell}{\lambda} \right)^2} = 1.5 \sin^2 \theta$$

وتكون الاتجاهية  $D = 1.5$ .

كفاءة الإشعاع للهوائي  $e_{rad} \equiv P_{rad}/P_{in}$ ، حيث  $P_{in}$  هي المتوسط الزمني للقدرة التي يستقبلها الهوائي من المنبع. كسب القدرة  $G(\theta, \phi)$  يعرف بأنه هو الكسب الاتجاهي مضروباً في كفاءة الإشعاع:

$$G(\theta, \phi) \equiv e_{rad} D(\theta, \phi) = \frac{4\pi U(\theta, \phi)}{P_{in}} = \frac{4\pi U(\theta, \phi)}{P_{rad} + P_L}$$

حيث  $P_L$  هو الفقد للقدرة الأومي للهوائي. المشع عديم الفقد عديم الاتجاهية له كسب قدرة  $G_0 = 1$ . من الممكن التعبير عن كسب القدرة للهوائي بالديسيبل حيث Decibels

$$G_{dB} = 10 \log_{10} G(\theta, \phi)$$

## ثنائي القطبية وأحادي القطبية بطول محدد

### Finite-Length Dipole and Monopole

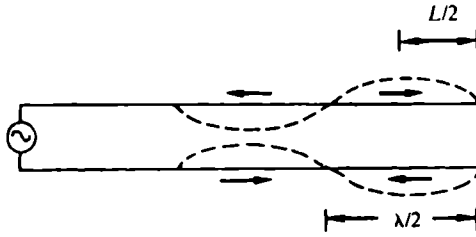
المعادلة (10) للقدرة المشعة من هوائي ثنائي القطبية هيرتيزيان تشمل الحد  $(d\ell/\lambda)^2$  والذي يبين أن الطول يمكن مقارنته بطول الموجة. لخط نقل ذي

سلكين ودائرته مفتوحة كما بالشكل (a) 7-4 التياران بالموصلين لهما زاويتان متضادتان ولذلك يتلاشى تقريباً المجال البعيد. نحصل على هوائى ذى كفاءة عالية عندما يفتح الخط كما بالشكل (b) 7-4 وبذلك ينتج التياران

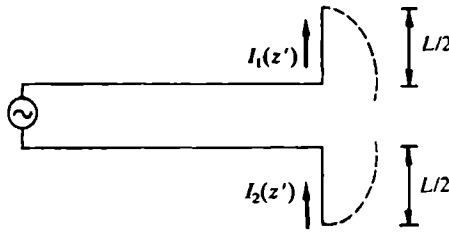
$$I_1(z') = I_m \sin \beta \left( \frac{L}{2} - z' \right), \quad 0 < z' < L/2$$

و

$$I_2(z') = I_m \sin \beta \left( \frac{L}{2} + z' \right), \quad -L/2 < z' < 0$$



(a)



(b)

شكل 7-4 (a) خط نقل دائرته مفتوحة. (b) هوائى ثنائى القطبية.

وهذان التياران لهما نفس الزاوية بالضبط عند نقطتين كصورة مرآة على محور  $z$ . والتياران يتلاشيان عند نقط النهاية  $z' = \pm L/2$ . على أساس أن طول الهوائى  $L$ . التيار عند نقطة التغذية  $z' = 0$  يرتبط بأقصى تيار عن طريق

$$I_0 = I_m \sin \frac{\beta L}{2}$$

المجال على مسافة بعيدة يمكن حسابه عن طريق (1) و (2) و (3) تحت شرط  $r \gg \lambda$  و  $r \gg L$ .

$$H_\phi = \frac{jI_m e^{-j\beta r}}{2\pi r} F(\theta), \quad E_\theta = \eta H_\phi$$

وتكون دالة نموذج الإشعاع

$$F(\theta) = \frac{\cos\left(\beta \frac{L}{2} \cos \theta\right) - \cos\left(\beta \frac{L}{2}\right)}{\sin \theta}$$

لطول  $L$  حتى  $1.2\lambda$  يكون نموذج الإشعاع شبيه بالرقم 8. ويصبح حاد أكثر كلما اقتربت  $L$  من  $1.2\lambda$ . من الناحية الأخرى عندما تكون  $L \ll \lambda$  يكون النموذج كما في حالة الهوائى الهيرتيزيان ثنائى القطبية الميئين بشكل (a) 7-3. عندما تصبح  $L$  أكبر من  $1.2\lambda$  يصبح النموذج (كما بشكل 5-7) له فصوص متعددة Multi-Lobed.

يمكن بيان أن مقاومة الإشعاع لهوائى ثنائى القطبية له طول يعطى بالمعادلة  $(2n-1)\lambda/2$  حيث  $n = 1, 2, 3, \dots$  تكون قيمتها

$$R_{rad} = 30 \text{ Cin}[(4n-2)\pi](\Omega)$$

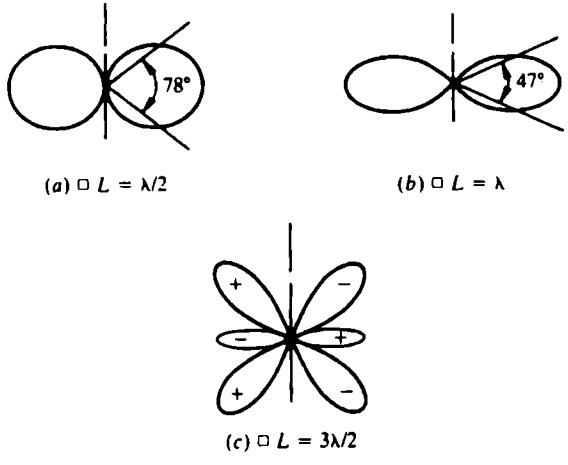
حيث

$$\text{Cin}(x) = \int_0^x \frac{1 - \cos y}{y} dy$$

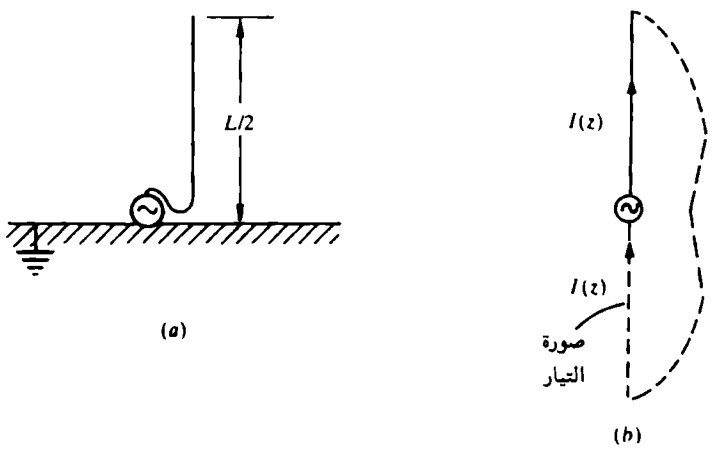
هى دالة لها جداول.

الهوائى الهام والمستخدم بكثرة هو ثنائى القطبية بطول نصف الموجة ( $n = 1$ ) فى هذه الحالة  $R_{rad} = 30 (2.438) = 73 \Omega$  و  $D = 1.64$ .

لموصل طوله  $L/2$  عمودي على مستوى أرضى موصل [شكل (a) 7-6] يكون هوائى أحادى القطبية. نظرية الصورة Image Theory يمكن أن تستخدم لتكوين المسألة المكافئة وهى ثنائى قطبية فى الفراغ الحر [أنظر شكل (b) 7-6].



شكل 7-5 نموذج الإشعاع لهوائى ثنائى القطبية



شكل 7-6 (a) هوائى أحادى القطبية (b) هوائى ثنائى القطبية مكافئ.

عند تغذية القاعدة فإن المجال  $E$  و  $H$  الناشئ لهوائى أحادى القطبية يتساوى مع ثنائى القطبية وذلك فى مناطق أعلى المستوى الأرضى.

حيث أن أحادى القطبية يشع قدره فقط فى الوسط أعلى المستوى الأرضى فإن القدرة الكلية المشعة هى نصف القدرة المشعة من ثنائى القطبية المناظر. من العلاقة  $R_{rad} = 2P_{rad}/I_0^2$  يستنتج من هذا أن مقاومة الإشعاع لإحادى القطبية هى نصف قيمتها فى حالة ثنائى القطبية. ومن ذلك إذا كان  $L/2 = \lambda/4$  (أحادى القطبية طوله ربع طول الموجة)، فإن  $R_{rad} = 36.5 \Omega$ .

## أشياء هامة للتذكر

- ✓ الهوائيات تشع موجات كروية منتشرة.
- ✓ الاتجاهية للهوائى هى نسبة أقصى شدة إشعاع  $U$  إلى شدة الإشعاع لهوائى موحد الاتجاهات له نفس قدرة الإشعاع الكلية.
- ✓ مركبة التيار الغالب لهوائى خطى ثنائى القطبية موجة واقفة جيبية.
- ✓ المجال المشع لأحادى القطبية يساوى المجال لثنائى القطبية المناظر لوسط أعلى المستوى الأرضى.

## Solved Problems

## مسائل محلولة

مسألة محلولة 7.1 هوائى ثنائى القطبية يغذى من منتصفه بتيار فى اتجاه  $z$  وله طول كهربي  $L/\lambda \ll 1/30$ . (a) أثبت أن توزيع التيار يمكن افتراضه مثلث الشكل. (b) أوجد مركبات الجهد المغناطيسى المتجهة  $A$ .

**Solved Problem 7.1** A center-fed dipole with a  $z$ -directed current has electrical length  $L/\lambda \ll 1/30$ . (a) Show that the current distribution may be assumed to be triangular in form. (b) Find the components of the vector magnetic potential  $A$ .

الحل: حيث

$$(a) \quad \beta \left( \frac{L}{2} - |z'| \right) < \beta \frac{L}{2} = \pi \frac{L}{\lambda} \ll \frac{1}{10}$$

على ذلك

$$\begin{aligned} I(z') &= I_m \sin \beta \left( \frac{L}{2} - |z'| \right) \\ &\approx I_m \beta \left( \frac{L}{2} - |z'| \right) = \frac{2I'_m}{L} \left( \frac{L}{2} - |z'| \right) \end{aligned}$$

حيث  $I'_m = I_m \frac{\beta L}{2}$  وهذا التوزيع مثلث الشكل

$$\begin{aligned} (b) \quad \mathbf{A} &= \frac{\mu}{4\pi} \int_{-L/2}^{L/2} I(z') \mathbf{a}_z \left( \frac{e^{-j\beta r}}{4\pi r} \right) dz' \\ &= \frac{2\mu I'_m e^{-j\beta r}}{4\pi L r} \int_{-L/2}^{L/2} \left( \frac{L}{2} - |z'| \right) \mathbf{a}_z dz' = \frac{\mu I'_m}{4\pi r} \left( \frac{L}{2} \right) e^{-j\beta r} \mathbf{a}_z \end{aligned}$$

ومنها

$$\mathbf{A}_r = A_z \cos \theta = \frac{\mu I'_m}{4\pi r} \left( \frac{L}{2} \right) e^{-j\beta r} \cos \theta$$

$$\mathbf{A}_\theta = -A_z \sin \theta = -\frac{\mu I'_m}{4\pi r} \left( \frac{L}{2} \right) e^{-j\beta r} \sin \theta$$

$$\mathbf{A}_\phi = 0$$

مسألة محلولة 7.2 هوائي ثنائي القطبية هيرتزيان له طول  $L = 2\text{m}$  ويعمل عند تردد 1 MHz. أوجد الكفاءة الإشعاعية إذا كان الموصل من النحاس له  $\sigma_c = 5.7 \times 10^7 \text{ S/m}$  و  $\mu_r = 1$  ونصف القطر  $a = 1 \text{ mm}$ .

**Solved Problem 7.2** A Hertzian dipole of length  $L = 2 \text{ m}$  operates at 1 MHz. Find the radiation efficiency if the copper conductor has  $\sigma_c = 5.7 \times 10^7 \text{ S/m}$ ,  $\mu_r = 1$  and radius  $a = 1 \text{ mm}$ .

الحل: الكفاءة الإشعاعية هي

$$e_{rad} = \frac{P_{rad}}{P_{in}} = \frac{P_{rad}}{P_{rad} + P_{loss}} = \frac{R_{rad}}{R_{rad} + R_{loss}}$$

حيث  $R_{rad}$  هي مقاومة الإشعاع و  $R_{loss}$  هي المقاومة الأومية. نصف القطر  $a$  أكبر بكثير من العمق السطحي

$$\delta = \frac{1}{\sqrt{\pi f \mu \sigma_c}} = \frac{1}{15} \text{ mm}$$

على ذلك يمكن افتراض أن التيار موجود بقشرة أسطوانية سمكها  $\delta$ ، يعطى مقاومة فقد (مشابهة لحالة سلكين متوازيين بالفصل السادس)

$$R_{loss} = \frac{1}{\sigma_c} \frac{L}{(2\pi a)\delta} = 0.084 \Omega$$

ومقاومة الإشعاع

$$R_{rad} = (790) \left( \frac{L}{\lambda} \right)^2 = (790) \left( \frac{Lf}{u} \right)^2 = 0.035 \Omega$$

وعلى ذلك تكون كفاءة الإشعاع

$$e_{rad} = \frac{0.035}{0.119} = 29.4\%$$

مسألة محلولة 7.3 (a) أوجد التيار اللازم لإشعاع قدره 100 W عند 100 MHz من هوائى هيرتيزيان ثنائى القطبية 0.01 m. (b) أوجد قيمة E و H عند (100 m, 90°, 0°).

**Solved Problem 7.3** (a) Find the current required to radiate a power of 100 W at 100 MHz from a 0.01-m Hertzian dipole. (b) Find the magnitudes of E and H at (100m, 90°, 0°).

الحل: (a) طول الموجة.



$$\lambda = \frac{3 \times 10^8}{10^8} = 3 \text{ m}$$

مقاومة الإشعاع

$$R_{rad} = (790) \left( \frac{d\ell}{\lambda} \right)^2 = 8.78 \times 10^{-3} \Omega = \frac{2P_{rad}}{I^2}$$

الحل بالنسبة للتيار

$$I = \sqrt{\frac{200}{8.78 \times 10^{-3}}} = 151 \text{ A}$$

(هذا التيار كبير جداً ويوضح أن الهوائي مع طول أقل كثيراً من طول الموجة لا يعمل بكفاءة)

$$(b) |\mathbf{E}| = \frac{\eta \beta I d\ell}{4\pi r} \sin 90^\circ = 0.95 \text{ V/m}$$

$$|\mathbf{H}| = \frac{\beta I d\ell}{4\pi r} \sin 90^\circ = 2.52 \times 10^{-3} \text{ A/m}$$



## قائمة المصطلحات العلمية (إنجليزي/عربي)

<p>(A)</p> <p>Absolute potential      الجهد المطلق</p> <p>Ampere      أمبير</p> <p>Ampere's law      قانون أمبير</p> <p>Antennas      هوائيات</p> <p>(B)</p> <p>Biot-Savart law      قانون بايو-سوفار</p> <p>Boundary conditions      شروط الحدود</p> <p>Boundary reflection coefficient      معامل الانعكاس عند الحدود</p> <p>Brewster angle      زاوية بروستر</p> <p>(C)</p> <p>Capacitance      السعة</p> <p>Characteristic impedance      المعاوقة المميزة</p> <p>Conduction current density      كثافة تيار التوصيل</p> <p>Conductors      موصلات</p> <p>Conservative field      مجال محافظ</p> <p>Continuity equation      معادلة الاستمرارية</p> <p>Coordinate systems      أنظمة الإحداثيات</p> <p>Coulomb forces      قوى كولوم</p> <p>Coulomb's law      قانون كولوم</p> <p>Curl of a vector      التناقل متجه</p> <p>Current and conductors      التيار والموصلات</p>	<p>Current density      كثافة التيار</p> <p>Cylindrical coordinates      الإحداثيات الأسطوانية</p> <p>(D)</p> <p>Dielectric      عازل</p> <p>Dielectric constant      ثابت العازل</p> <p>Differential volume      حجم تفاضلي</p> <p>Differential surface      سطح تفاضلي</p> <p>Differential elements      عناصر خطية تفاضلية</p> <p>Dipole and monopole      ثنائي القطبية وأحادي القطبية</p> <p>Directive gain      الكسب الاتجاهي</p> <p>Displacement current      تيار إزاحة</p> <p>Distributed parameters      العناصر الموزعة</p> <p>Divergence theorem      نظرية الانفراج</p> <p>(E)</p> <p>Electric current      تيار كهربى</p> <p>Electric field intensity      شدة المجال الكهربى</p> <p>Electric flux      التدفق الكهربى</p> <p>Electromagnetic waves      الموجات الكهرومغناطيسية</p> <p>Energy      طاقة</p> <p>Equations:      معادلات:</p> <p>continuity      الاستمرارية</p>
--	--

Maxwell's scalar wave vector wave wave	ماكسويل مقياسية للموجة متجه للموجه الموجة	Isotropic radiator (L)	مشع موحد الاتجاهات (L)
	(F)	Lenz's law Line elements	لنز عنصر خطي
Faraday's law	قانون فاراداي	(M)	
Finite-length dipole and monopole	قانون فاراداي	Magnetic field intensity	شدة المجال المغناطيسي
Flux linkage	طول محدود لثنائي القطبية وأحادي القطبية وصليّة التدفق	Magnetic flux density	كثافة التدفق المغناطيسي
Frequency	تردد	Magnetic vector potential	الجهود المغناطيسي المتجه
	(G)	Maxwell's equations	معادلات ماكسويل
Gauss' law	قانون جاوس	(N)	
Geometrical factor	معامل الشكل الهندسي	Nonmagnetic materials	مواد غير حديدية
	(H)	Normal component	المركبة العمودية
Half-power beam points	نقاط نصف القدرة للشعاع	(O)	
Henries per meter	هنرى لكل متر	Oblique incidence	سقوط مائل
Hertzian dipole antenna	هوائى ثنائى القطبية هرتيزى	Ohm's law	قانون أوم
	(I)	(P)	
Image theory	نظرية الصورة	Permeability	سماحية
Induced EMF	القوة الدافعة الكهربية (ق.د.ك) المستحثة	Permittivity	إنفاذية
Inductance	محاثة أو معامل الحث	Plane of incidence	مستوى السقوط
Interface conditions for normal incidence	شروط سطح التقابل للسقوط العمودى	Plane waves	موجات مستوية
Intrinsic impedance of medium	المعاوقة الذاتية للوسط	Potential	جهود
Isotropic medium	وسط موحد الخواص	Propagation constant	ثابت الانتشار
		Propagation in various media	الانتشار فى وساط متعددة
		(R)	
		Radiated fields	مجالات مُشعة

Radiation	الإشعاع	Tesla	تسلا
efficiency	كفاءة الإشعاع	Theorems:	نظريات
intensity	شدة الإشعاع	divergence	التشعب
pattern	نموذج الإشعاع	Stoke's	استوكس
resistance	مقاومة الإشعاع	Time varying fields	مجالات متغيرة مع الزمن
Reflection coefficients	معاملات الانعكاس	Transients in lossless lines	الموجات العابرة على خطوط نقل عديمة الفقد
Right-hand rule	قاعدة اليد اليمنى	Transmission coefficients	معاملات الإرسال
(S)		Transmission line models	نماذج خط النقل
Scalar wave equation	معادلة موجة مقياسية	Transmission lines	خطوط النقل
Sinusoidal steady state excitation	تغذية جيبية مستقرة	(V)	
Skin depth	عمق سطحي	Vector algebra	جبر المتجهات
Slotted line	خط مشقوق	Vector analysis	تحليل المتجهات
Smith chart	خريطة سميث	Vector notation	اصطلاحات المتجهات
Snell's laws	قوانين سنيل	Vector wave equations	المعادلات المتجهة للموجة
Sources and sinks	منايع ومستقبلات	Voltage standing wave ratio	نسبة الجهد لموجة واقفة
Static electric fields	مجالات كهربية ساكنة	(W)	
Static magnetic fields	مجالات مغناطيسية ساكنة	Wave equations	معادلات الموجة
Steradian	زاوية نصف قطرية مجسمة	Wave-length	طول الموجة
Stoke's theorem	نظرية استوكس	Work	شغل
Surface	سطح		
(T)			
Tangential component	مركبة مماسية		

**عصير الكتب**  
**[www.ibtesama.com/vb](http://www.ibtesama.com/vb)**  
**منتدى مجلة الإبتسامة**

## When you don't have the time ... but you still need the grade!

If your life is too busy to spend hours ploughing through weighty textbooks, and you need every study minute to count, *Schaum's Easy Outline* is perfect for you! This super-condensed, high-torque study guide gives you what you need to know in a fraction of the time.

### SUPER-IMPACT

Built for quick, effective study, this *Easy Outline* packs exciting new learning tools that make mastering electromagnetics fast, fun—and almost automatic.

### SPEEDY

Quick-study experts slashed the time you need to spend with your books by reducing electromagnetics to the essentials the professor expects you to know. This *Easy Outline* is perfect for test preparation, pre-exam review, and handling those last-minute cram situations.

### HI-QUALITY

*Easy Outlines* give you 100% of the authority of Schaum's full-sized guides, known around the world for the highest academic standards.

### BACKPACK-ABLE STUDY POWER

Compact and portable, this *Easy Outline* lets you study electromagnetics anywhere.

### SCHAUM'S GETS THE GRADE!

Let's talk bottom line. *Schaum's Easy Outlines* give you what you want—better grades, with less work, and more free time!

Get the essence of electromagnetics easy way. *Schaum's Easy Outline of Electromagnetics* helps you master electromagnetics with plenty of illustrations, memory joggers, and the newest, rapid-absorption teaching techniques. Backed by Schaum's reputation for academic authority, this is the study guide students turn to and trust. Students know that Schaum's is going to be there for them when they need it!

- Quick study tips
- Student-friendly style
- At-a-glance tables
- Perfect for test prep



The McGraw-Hill Companies

Visit us at: [www.books.mcgraw-hill.com](http://www.books.mcgraw-hill.com)

Arabic version by:



International House for Cultural Investments S.A.E.

ISBN 977-282-147-8



6 222006 665074

مصرياته



[www.ibtesama.com](http://www.ibtesama.com)