

Aide-mémoire

Électrotechnique

CHEZ LE MÊME ÉDITEUR



Bogdan Grabowski
Aide-mémoire d'électronique,
528 p.



Pierre Mayé
Aide-mémoire des composants électroniques,
184 p.



Hervé Fanet
Micro et nano-électronique,
416 p.

Pierre Mayé

Aide-mémoire

Électrotechnique

L'USINE NOUVELLE

DUNOD

Les Alimentations électroniques - 2^e édition, Dunod, 2006

Moteurs électriques pour la robotique - 2^e édition, Dunod, 2006

Aide-mémoire des composants électroniques - 3^e édition, Dunod, 2005

Moteurs électriques industriels, Dunod, 2005

Les Infrarouges en électronique, Dunod, 2003

Moteurs électroniques, Dunod, 2001

Optoélectronique industrielle, Dunod, 2001

L'Électronique par l'expérience, Dunod, 2000

Le pictogramme qui figure ci-contre mérite une explication. Son objet est d'alerter le lecteur sur la menace que représente pour l'avenir de l'écrit, particulièrement dans le domaine de l'édition technique et universitaire, le développement massif du photocopillage.

Le Code de la propriété intellectuelle du 1^{er} juillet 1992 interdit en effet expressément la photocopie à usage collectif sans autorisation des ayants droit. Or, cette pratique s'est généralisée dans les établissements



d'enseignement supérieur, provoquant une baisse brutale des achats de livres et de revues, au point que la possibilité même pour

les auteurs de créer des œuvres nouvelles et de les faire éditer correctement est aujourd'hui menacée.

Nous rappelons donc que toute reproduction, partielle ou totale, de la présente publication est interdite sans autorisation de l'auteur, de son éditeur ou du Centre français d'exploitation du

droit de copie (CFC, 20, rue des Grands-Augustins, 75006 Paris).

Illustrations : Alain et Ursula BOUTEVILLE

© Dunod, Paris, 2006

ISBN 2 10 049578 X

Le Code de la propriété intellectuelle n'autorisant, aux termes de l'article L. 122-5, 2° et 3° a), d'une part, que les « copies ou reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective » et, d'autre part, que les analyses et les courtes citations dans un but d'exemple et d'illustration, « toute représentation ou reproduction intégrale ou partielle faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause est illicite » (art. L. 122-4).

Cette représentation ou reproduction, par quelque procédé que ce soit, constituerait donc une contrefaçon sanctionnée par les articles L. 335-2 et suivants du Code de la propriété intellectuelle.

TABLE DES MATIÈRES

Introduction	1
1 • Grandeurs et unités	3
1.1 Grandeurs physiques	3
1.2 Unités	5
1.3 Constantes physiques	14
2 • Électromagnétisme	17
2.1 Lois générales	17
2.2 Circuits magnétiques et aimants	25
2.3 Équations de Maxwell	46
3 • Circuits en régime sinusoïdal permanent	49
3.1 Représentation des signaux sinusoïdaux	49
3.2 Dipôles linéaires passifs	53
3.3 Puissances	55
4 • Systèmes triphasés	59
4.1 Systèmes triphasés équilibrés	59
4.2 Systèmes triphasés déséquilibrés	83
5 • Bobines et transformateurs	89
5.1 Bobine à noyau de fer monophasée	89
5.2 Bobine à noyau de fer triphasée	98
5.3 Transformateur monophasé	103
5.4 Transformateur triphasé	125
5.5 Autotransformateur	136

6 • Tension magnétique d'entrefer d'une machine alternative	143
6.1 Enroulements triphasés	143
6.2 Création de la tension magnétique d'entrefer	152
6.3 Tension magnétique tournante	167
7 • Machines synchrones	181
7.1 Généralités	181
7.2 Principe	191
7.3 Modélisation en régime permanent	193
7.4 Bilan des puissances et rendement	198
7.5 Puissances et couple à partir du schéma monophasé équivalent	202
7.6 Mise en œuvre des machines synchrones	205
8 • Machines asynchrones	215
8.1 Généralités	215
8.2 Principe	220
8.3 Modélisation en régime permanent	221
8.4 Puissances et rendement	232
8.5 Couple électromagnétique	234
8.6 Cage d'écureuil	242
8.7 Mise en œuvre des moteurs asynchrones	245
9 • Machine à courant continu	275
9.1 Généralités	275
9.2 Principe	279
9.3 Modélisation	291
9.4 Étude énergétique	295
9.5 Caractéristiques suivant le mode d'excitation	296
Bibliographie	303
Index	307

INTRODUCTION

L'électrotechnique est de manière générale l'application de l'électricité dans le domaine industriel, et particulièrement, la production, le transport, la transformation et l'utilisation de l'énergie électrique. C'est plus spécifiquement aux machines électriques, domaine « classique » de l'électrotechnique, que se consacre cet ouvrage.

Les premiers chapitres rappellent quelques notions utilisées : les grandeurs et les unités, l'électromagnétisme et les circuits monophasés et triphasés. On aborde ensuite les bobines et les transformateurs dont le rôle est fondamental dans le transport de l'énergie électrique. Viennent ensuite les machines alternatives, avec un chapitre consacré aux tensions magnétiques tournantes créées par leurs enroulements, suivi de l'étude des machines synchrones, si utiles comme générateurs, mais également comme moteurs, et de l'étude des machines asynchrones, assez complète du fait de l'importance pratique de leurs applications en moteur. Le dernier chapitre est consacré aux machines à courant continu, en déclin, mais encore présentes dans les installations existantes.

1 • GRANDEURS ET UNITÉS

1.1 Grandeurs physiques

1.1.1 Définitions

Une grandeur physique est une propriété quantifiable de la matière, de l'espace ou d'un phénomène : elle est mesurable ou repérable. Pour un état donné du système, la grandeur est constituée d'un ou plusieurs nombres et d'une unité. Une grandeur est qualifiée de scalaire quand elle est décrite par un seul nombre, de vectorielle si elle est définie par plusieurs nombres que l'on peut numérotter avec un seul indice (les composantes d'un vecteur), et de tensorielle quand elle est décrite par un ensemble de nombres avec plusieurs indices.

1.1.2 Symboles

Les symboles littéraux des grandeurs sont formés à partir de caractères latins ou grecs (*tableau 1.1*). On évite toutefois certaines lettres grecques qui peuvent se confondre avec des lettres latines.

Tableau 1.1 – Alphabet grec.

Nom	Minuscules	Majuscules
alpha	α	A
bêta	β	B

gamma	γ	Γ
delta	δ	Δ
epsilon	ε	E
dzêta	ζ	Z
êta	η	H
thêta	θ	Θ
iota	ι	I
kappa	κ	K
lambda	λ	Λ
mu	μ	M
nu	ν	N
xi	ξ	Ξ
omicron	o	O
pi	π	Π
rhô	ρ	P
sigma	σ	Σ
tau	τ	T
upsilon	υ	Y
phi	φ	Φ
khi	χ	X
psi	ψ	Ψ
oméga	ω	Ω

1.1.3 Équations aux dimensions

La dimension caractérise la nature propre d'une grandeur physique. La dimension d'une grandeur G se note soit $\dim G$, soit par une majuscule entre crochets : $[G]$. Une équation aux dimensions exprime symboliquement les relations entre les différentes grandeurs. Elle peut servir à vérifier l'homogénéité des formules littérales, ce qui permet de détecter un certain nombre d'erreurs dans les calculs. Une formule est homogène si elle exprime l'égalité de deux grandeurs de même dimension. Les différents termes d'une somme sont de même dimension. La dimension d'un produit est le produit des dimensions. Il en est de même pour un quotient. Les variables des fonctions $\cos$, $\sin$, $\tan$, $\exp$, $\ln$, $\lg$, ch , sh , th sont sans dimension, tout comme leur image.

Toutes les dimensions s'expriment à partir de sept grandeurs fondamentales :

- la longueur L ;
- la masse M ;
- le temps T ;
- l'intensité I ;
- la température Θ ;
- la quantité de matière N ;
- l'intensité lumineuse J .

La dimension de toute grandeur physique s'écrit sous la forme suivante, où a, b, c, d, e, f et g sont des exposants rationnels :

$$[G] = L^a M^b T^c I^d \Theta^e N^f J^g$$

Nous nous limitons ici aux dimensions des grandeurs rencontrées en électrotechnique (*tableau 1.2*).

1.2 Unités

Les unités dont l'usage est obligatoire en France depuis le décret du 3 mai 1961 sont celles du système international (SI). Celui-ci comprend des unités de base et des unités dérivées. Les unités de base sont au nombre de sept (*tableau 1.3*).

Tableau 1.2 – Dimensions des grandeurs utilisées en électrotechnique.

Grandeur	Dimension
Intensité	I
Tension, force électromotrice	$L^2MT^{-3}I^{-1}$
Charge	TI
Charge volumique	$L^{-3}TI$
Densité de courant	$L^{-2}I$
Résistance, réactance, impédance	$L^2MT^{-3}I^{-2}$
Conductance, susceptance, admittance	$L^{-2}M^{-1}T^3I^2$
Inductance	$L^2MT^{-2}I^{-2}$
Capacité	$L^{-2}M^{-1}T^4I^2$
Résistivité	$L^3MT^{-3}I^{-2}$
Champ électrique	$LMT^{-3}I^{-1}$
Déplacement électrique	$L^{-2}TI$
Permittivité diélectrique	$L^{-3}M^{-1}T^4I^2$
Champ magnétique	$MT^{-2}I^{-1}$
Excitation magnétique	$L^{-1}I$
Perméabilité magnétique	$LMT^{-2}I^{-2}$
Flux magnétique	$L^2MT^{-2}I^{-1}$
Tension magnétique, force magnétomotrice	I
Réductance	$L^{-2}M^{-1}T^2I^2$
Fréquence	T^{-1}

Longueur, distance	L
Aire	L^2
Angle	1 (sans dimension)
Volume	L^3
Temps	T
Vitesse	LT^{-1}
Vitesse ou fréquence de rotation	T^{-1}
Masse	M
Force	LMT^{-2}
Moment d'un couple	L^2MT^{-2}
Moment d'inertie	L^2M
Énergie, travail	L^2MT^{-2}
Puissance	L^2MT^{-3}

Tableau 1.3 – Unités de base.

Grandeur	Unité	Symbole	Définition
Longueur	mètre	m	Longueur du trajet parcouru dans le vide par la lumière pendant $1/299\,792\,458$ de seconde.
Masse	kilogramme	kg	Masse du prototype en platine iridié qui a été sanctionné par la Conférence générale des poids et mesures, tenue à Paris en 1889 et qui est déposé au Bureau international des poids et mesures.

Temps	seconde	s	Durée de 9 192 631 770 périodes de la radiation correspondant à la transition entre les deux niveaux hyperfins de l'état fondamental de l'atome de césium 133.
Intensité de courant électrique	ampère	A	Intensité d'un courant électrique constant qui, maintenu dans deux conducteurs parallèles, rectilignes, de longueur infinie, de section circulaire négligeable et placés à une distance de 1 mètre l'un de l'autre dans le vide, produirait entre ces conducteurs une force de 2×10^{-7} newton par mètre de longueur.
Température	kelvin	K	Le kelvin, unité de température thermodynamique, est la fraction $1/273,16$ de la température thermodynamique du point triple de l'eau.
Quantité de matière	mole	mol	Quantité de matière d'un système contenant autant d'entités élémentaires qu'il y a d'atomes dans 0,012 kilogramme de carbone 12.
Intensité lumineuse	candela	cd	La candela est l'intensité lumineuse, dans une direction donnée, d'une source qui émet un rayonnement monochromatique de fréquence 540×10^{12} hertz et dont l'intensité énergétique dans cette direction est $1/683$ watt par stéradian.

Les unités dérivées sont des unités qui peuvent être exprimées à partir des unités de base au moyen des symboles mathématiques de multiplication et de division. Certaines unités dérivées s'expriment directement

à partir des unités de base (*tableau 1.4*), d'autres ont reçu un nom spécifique et un symbole particulier (*tableau 1.5*), ces dernières pouvant être utilisées avec des symboles mathématiques de multiplication et de division pour former une dernière catégorie d'unités dérivées (*tableau 1.6*).

Tableau 1.4 – Exemples d'unités SI dérivées exprimées à partir des unités de base.

Grandeur	Unité	Symbole
Aire	mètre carré	m ²
Volume	mètre cube	m ³
Vitesse	mètre par seconde	m s ⁻¹
Accélération	mètre par seconde carrée	m s ⁻²
Masse volumique	kilogramme par mètre cube	kg m ⁻³
Moment d'inertie	kilogramme mètre au carré	kg m ²

Tableau 1.5 – Exemples d'unités SI dérivées ayant des noms spécifiques et des symboles particuliers.

Grandeur	Unité	Symbole	Expression en d'autres unités
Angle	radian	rad	
Angle solide	stéradian	sr	
Fréquence	hertz	Hz	s ⁻¹
Force	newton	N	m kg s ⁻²
Pression	pascal	Pa	N m ⁻²

Énergie, travail	joule	J	N m
Puissance	watt	W	J s ⁻¹
Quantité de charge	coulomb	C	A s ⁻¹
Tension	volt	V	W A ⁻¹
Flux magnétique	weber	Wb	V s
Champ magnétique	tesla	T	Wb m ⁻²
Résistance	ohm	Ω	V A ⁻¹
Conductance	siemens	S	Ω ⁻¹
Capacité	farad	F	C V ⁻¹
Inductance	henry	H	Wb A ⁻¹
Flux lumineux	lumen	lm	cd sr
Éclairement	lux	lx	lm m ⁻²

Tableau 1.6 – Exemples d’unités SI dérivées exprimées à partir des unités de base et des unités dérivées ayant des noms spécifiques.

Grandeur	Unité	Symbole
Moment d’une force	newton mètre	N m
Vitesse angulaire	radian par seconde	rad s ⁻¹
Accélération angulaire	radian par seconde carrée	rad s ⁻²
Éclairement énergétique	watt par mètre carré	W m ⁻²
Résistance thermique	kelvin par watt	K W ⁻¹
Capacité thermique	joule par kelvin	J K ⁻¹

Conductivité thermique	watt par mètre-kelvin	$\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}$
Intensité énergétique	watt par stéradian	W sr^{-1}
Luminance énergétique	watt par mètre carré-stéradian	$\text{W m}^{-2} \text{sr}^{-1}$
Champ électrique	volt par mètre	V m^{-1}
Déplacement électrique	coulomb par mètre carré	C m^{-2}
Permittivité	farad par mètre	F m^{-1}
Perméabilité	henry par mètre	H m^{-1}

Les unités sont représentées par des symboles (et non des abréviations) qui n'ont donc pas à être suivis d'un point et ne prennent pas la marque du pluriel. La première lettre d'un symbole est en minuscule pour les unités qui dérivent d'un nom commun et en majuscule pour les unités qui dérivent d'un nom propre.

L'usage des préfixes simplifie l'écriture des nombres (*tableau 1.7*). Pour les préfixes introduits par le décret du 18 germinal an 3 (7 avril 1795), ceux qui correspondent à des puissances négatives ont des racines latines (milli, centi et déci) tandis que ceux qui correspondent à des puissances positives ont des racines grecques (déca, hecto et kilo). Les lettres qui symbolisent ces préfixes d'origine sont toutes des minuscules. Par contre, pour les préfixes introduits ultérieurement, les lettres symboles s'écrivent en minuscule quand ils représentent une puissance négative de 10 et en majuscules quand ils correspondent à une puissance positive de 10.

Tableau 1.7 – Multiples et sous-multiples des unités.

Facteur multiplicatif	Préfixe à placer devant le nom de l'unité	Symbole à placer devant celui de l'unité
10^{24}	yotta	Y
10^{21}	zetta	Z

10^{18}	exa	E
10^{15}	peta	P
10^{12}	téra	T
10^9	giga	G
10^6	méga	M
10^3	kilo	k
10^2	hecto	h
10	déca	da
10^{-1}	déci	d
10^{-2}	centi	c
10^{-3}	milli	m
10^{-6}	micro	μ
10^{-9}	nano	n
10^{-12}	pico	p
10^{-15}	femto	f
10^{-18}	atto	a
10^{-21}	zepto	z
10^{-24}	yocto	y

Remarque

Il y a une exception à l'emploi de ces préfixes : pour l'unité de masse, on utilise les multiples et les sous-multiples du gramme et non ceux du kilogramme qui est pourtant l'unité de base du système international. Par exemple, 10^{-6} kg correspond à 1 mg et non à 1 μ kg.

Certaines unités ne faisant pas partie du système international sont néanmoins autorisées. Nous pouvons en citer quelques-unes (*tableau 1.8*).

Tableau 1.8 – Unités Hors SI.

Grandeur	Dénomination	Symbole	Valeur en unités SI
Volume	litre	L ou l	$1 \text{ L} = 1 \text{ dm}^3$
Temps	minute heure jour	min h d	$1 \text{ min} = 60 \text{ s}$ $1 \text{ h} = 60 \text{ min}$ $1 \text{ d} = 24 \text{ h}$
Angle plan	degré minute seconde	° ' "	$1^\circ = \frac{\pi}{180} \text{ rad}$ $1' = \left(\frac{1}{60}\right)^\circ$ $1'' = \left(\frac{1}{60}\right)'$
Énergie	watt-heure	W h	$1 \text{ W h} = 3\,600 \text{ J}$

Remarquons ici une exception à la règle de la minuscule pour la première lettre d'un symbole d'une unité qui dérive d'un nom commun : le litre peut être désigné par L ou l. Le symbole l a été adopté par le Comité international des poids et mesures en 1879. La Conférence générale des poids et mesures de 1979 a autorisé l'emploi de la majuscule pour éviter

un risque de confusion entre la lettre l et le chiffre 1 qui se ressemblent beaucoup dans certaines polices de caractères. À l'avenir, un seul des deux symboles devrait être retenu, mais le Comité international a estimé encore prématuré, en 1990, de choisir un symbole unique du litre. Les discussions sont vives entre les partisans du maintien de la règle générale et ceux qui préconisent l'introduction d'une exception, et la question n'a toujours pas été tranchée.

1.3 Constantes physiques

Certaines constantes physiques ont une valeur exacte qui résulte des définitions adoptées pour les unités de mesure, tandis que d'autres n'ont qu'une valeur approchée qui résulte d'un calcul ou d'une mesure.

L'unité de longueur étant définie comme la distance parcourue par la lumière dans le vide en $1/299\,792\,458$ de seconde, la vitesse de la lumière dans le vide est une constante dimensionnelle dont la valeur exacte est :

$$c = 299\,792\,458 \text{ m s}^{-1}$$

L'unité d'intensité d'un courant électrique est définie de telle sorte que la perméabilité magnétique du vide vaut exactement :

$$\mu_0 = 4\pi 10^{-7} \text{ H m}^{-1}$$

La permittivité diélectrique du vide ϵ_0 , la perméabilité magnétique du vide μ_0 et la vitesse de la lumière dans le vide sont liées par la relation $\epsilon_0 \mu_0 c^2 = 1$, ce qui impose la valeur de la permittivité diélectrique du vide :

$$\epsilon_0 = 8,854\,187\,817... \times 10^{-12} \text{ F m}^{-1}$$

Une autre constante, expérimentale celle-là, fréquemment rencontrée est la charge élémentaire :

$$e = 1,602\,176\,53... \times 10^{-19} \text{ C}$$

La constante de Planck est :

$$h = 6,626\,0693 \times 10^{-34} \text{ J s}$$

La constante de Boltzmann est :

$$k = 1,380\,650\,5 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$$

Les valeurs indiquées sont celles qui ont été retenues par le Comité sur les données scientifiques et technologiques (CODATA) de 2002. Certaines diffèrent légèrement des valeurs utilisées avant cette date.

2 • ÉLECTROMAGNÉTISME

Tous les dispositifs rencontrés en électrotechnique sont constitués de conducteurs, d'isolants et de matériaux magnétiques, et leur fonctionnement est régi par les lois de l'électromagnétisme.

2.1 Lois générales

2.1.1 Champ magnétique

■ Définition

Le champ magnétique est caractérisé par ses effets. En chaque point de l'espace, on définit un vecteur champ magnétique, noté $\mathbf{B}$. Sa direction et son sens sont repérés en plaçant une petite aiguille aimantée au point considéré. Sa norme est exprimée à partir de l'action exercée sur une particule chargée en mouvement. La force $\mathbf{F}$ exercée par un champ magnétique $\mathbf{B}$ sur une particule de charge q se déplaçant à la vitesse $\mathbf{v}$ a les caractéristiques suivantes :

- sa direction est orthogonale au plan défini par $\mathbf{v}$ et $\mathbf{B}$;
- son sens est tel que la base $(q\mathbf{v}, \mathbf{B}, \mathbf{F})$ soit directe (*figure 2.1*);
- sa norme $\|\mathbf{F}\|$ est proportionnelle à $|q|$, $\|\mathbf{v}\|$ et $|\sin \alpha|$, α étant l'angle entre $\mathbf{v}$ et $\mathbf{B}$.

Par définition, le coefficient de proportionnalité est $\|\mathbf{B}\|$, norme du vecteur champ magnétique :

$$\|\mathbf{F}\| = |q| \cdot \|\mathbf{v}\| \cdot \|\mathbf{B}\| \cdot |\sin \alpha|$$

L'unité de $\|\mathbf{B}\|$ est le tesla (T). L'ensemble des propriétés précédentes montre que le résultat peut s'écrire sous forme d'un produit vectoriel :

$$\mathbf{F} = q\mathbf{v} \wedge \mathbf{B}$$

$\mathbf{F}$ est appelée force de Lorentz.

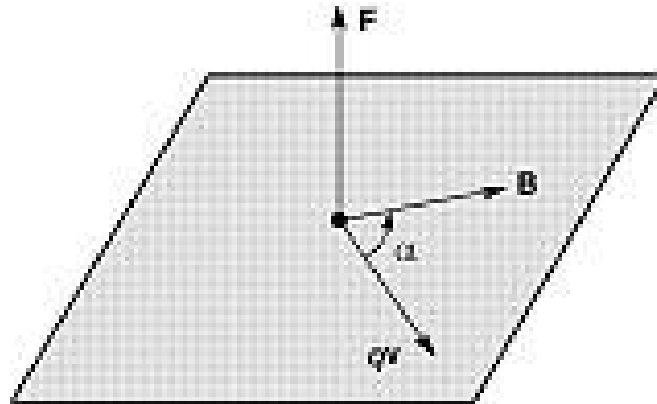


Figure 2.1 – Direction et sens de la force exercée par un champ magnétique sur une particule chargée.

■ Lignes de champ

On appelle ligne de champ magnétique une courbe tangente au vecteur $\mathbf{B}$ en chacun de ses points. Il y a une infinité de lignes de champ pour un dispositif donné, mais on se contente d'en tracer quelques-unes pour avoir une idée de la topographie du champ magnétique. Le tracé des lignes de champ est nécessaire pour une étude détaillée du fonctionnement interne des machines. Hormis dans des dispositifs très simples, leur détermination est difficile, mais il existe heureusement des logiciels permettant d'effectuer cette tâche.

■ Flux magnétique

Le flux magnétique φ à travers une surface (S) est défini par :

$$\varphi = \iint_{(S)} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S}$$

$d\mathbf{S}$ est le vecteur surface élémentaire. Sa norme est égale à la surface élémentaire dS . Sa direction et son sens sont ceux de la normale orientée au

point considéré. Si la surface est fermée, la normale est orientée par convention vers l'extérieur. Si la surface est limitée par un contour fermé (C), on fixe le sens du vecteur unitaire normal $\mathbf{n}$ en concordance avec l'orientation de (C) (figure 2.2). Pratiquement, on utilise la règle de Maxwell : un tire-bouchon, tournant comme le montre la flèche placée sur le contour, progresse dans le sens de la normale orientée.

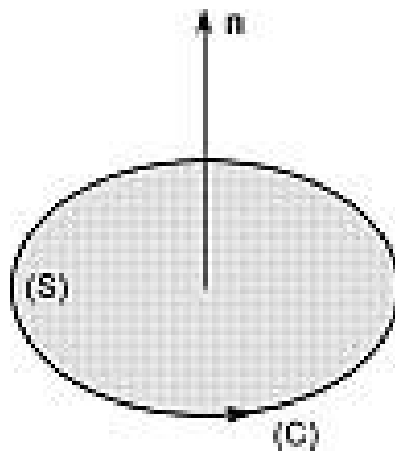


Figure 2.2 – Orientation de la normale.

L'unité de flux magnétique est le weber (Wb). Une propriété importante de $\mathbf{B}$ est d'être un champ à flux conservatif, c'est-à-dire que le flux magnétique à travers une surface fermée quelconque est nul. Un cas particulier important est celui où la surface considérée est un tube de champ,

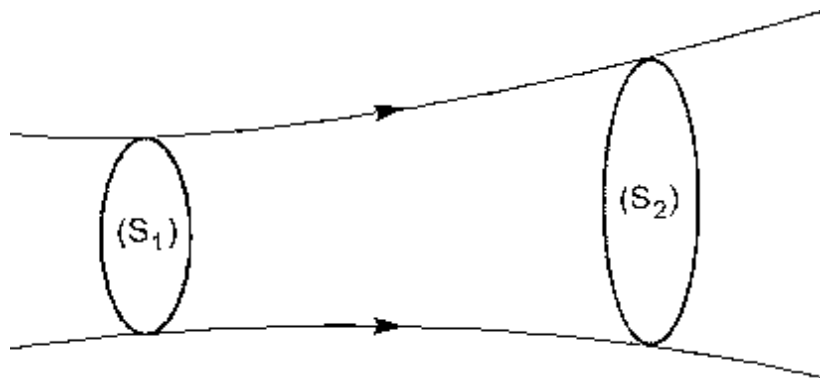


Figure 2.3 – Tube de champ magnétique.

c'est-à-dire un ensemble de lignes de champ s'appuyant sur un contour fermé (*figure 2.3*). Le flux sortant du tube de champ est nul puisque $\mathbf{B}$ est toujours tangent aux lignes de champ. Il en résulte que les flux magnétiques à travers deux sections (S_1) et (S_2) d'un même tube de champ sont égaux.

2.1.2 Forces magnétiques

■ Loi de Laplace

Un circuit parcouru par un courant est soumis à une force quand il est placé dans un champ magnétique : c'est la force de Laplace. Un élément $d\mathbf{l}$ d'un circuit filiforme parcouru par un courant d'intensité i et placé dans un champ magnétique $\mathbf{B}$ (*figure 2.4*) est soumis à une force :

$$d\mathbf{F} = i d\mathbf{l} \wedge \mathbf{B}$$

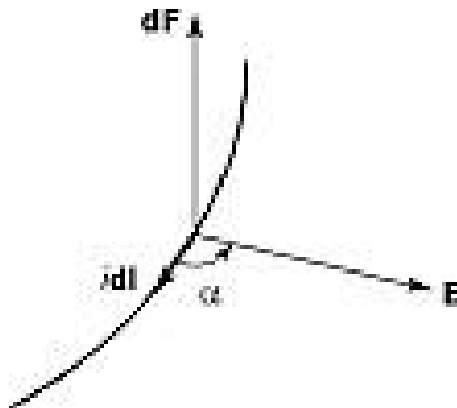


Figure 2.4 – Direction et sens de la force de Laplace.

■ Travail des forces magnétiques

Considérons le déplacement d'un circuit fermé (C) dans un champ magnétique $\mathbf{B}$. Si le conducteur est parcouru par un courant d'intensité i , un de ses éléments $d\mathbf{l}$ est soumis à une force de Laplace $d\mathbf{F}$. Le travail de cette force au cours d'un déplacement élémentaire $d\mathbf{r}$ est :

$$\delta^2 \mathcal{E} = d\mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = i(d\mathbf{l} \wedge \mathbf{B}) \cdot d\mathbf{r}$$

Le travail des forces de Laplace sur l'ensemble du circuit est obtenu en intégrant, après avoir modifié l'ordre des termes du produit mixte :

$$\delta \mathcal{E} = \int_{(C)} i \mathbf{B} \cdot (\mathbf{dr} \wedge \mathbf{dl})$$

Le vecteur $\mathbf{dr} \wedge \mathbf{dl}$ a pour norme l'aire balayée par l'élément $\mathbf{dl}$ au cours de son déplacement. Par définition, le flux coupé par le circuit (C) est :

$$\delta \varphi_c = \int_{(C)} \mathbf{B} \cdot (\mathbf{dr} \wedge \mathbf{dl})$$

Le travail des forces électromagnétiques s'écrit ainsi :

$$\delta \mathcal{E} = i \delta \varphi_c$$

Si le champ magnétique est permanent, on peut modifier l'expression précédente. On considère pour cela le tube engendré par le déplacement du circuit (*figure 2.5*). Soit φ le flux à travers une surface s'appuyant sur le contour (C) dans sa position initiale. Après le déplacement, ce flux est devenu $\varphi + d\varphi$ pour la position finale. $\delta \varphi_c$ est le flux à travers la surface latérale du tube, orientée vers l'intérieur (à cause du produit vectoriel). Le flux magnétique étant conservatif, on peut écrire :

$$-\varphi - \delta \varphi_c + \varphi + d\varphi = 0$$

On en déduit :

$$\delta \varphi_c = d\varphi$$

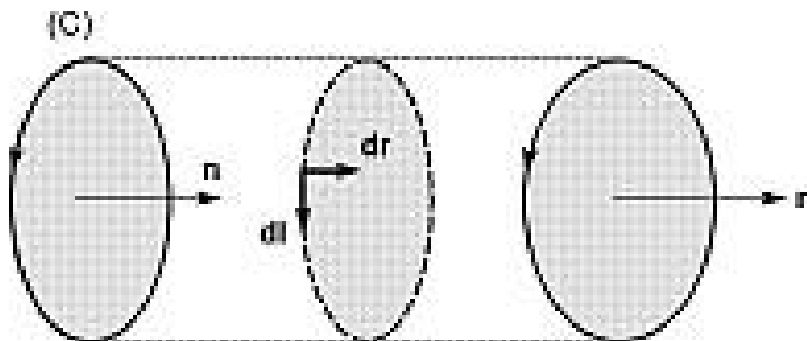


Figure 2.5 – Flux coupé par le déplacement d'un circuit.

et donc :

$$\delta \mathcal{E} = i d\varphi$$

Remarque

Le travail élémentaire et le flux coupé élémentaire sont notés avec le symbole δ alors que pour la force ou le flux, on utilise la lettre d . Cette distinction est due au fait que $\delta \mathcal{E}$ et $\delta \varphi_c$ ne sont pas les différentielles d'une fonction.

Si le courant est constant, on peut exprimer le travail pour un déplacement fini :

$$\mathcal{E} = i(\varphi_2 - \varphi_1)$$

Ce travail ne dépend pas du chemin suivi. On peut donc définir une énergie potentielle (ou énergie mutuelle du circuit et du champ magnétique) :

$$E_p = - i\varphi$$

Un équilibre stable correspond à une énergie potentielle minimale, et donc à un flux maximal puisque le courant est constant. On en déduit la règle suivante : un circuit abandonné à lui-même dans un champ magnétique se déplace sous l'effet des forces de Laplace jusqu'à ce que le flux qui le traverse soit maximal.

2.1.3 Induction électromagnétique

■ Phénomènes observés

Quand on approche ou qu'on éloigne un aimant d'une bobine, on constate qu'il apparaît un courant si le circuit est fermé, une tension entre les deux bornes si le circuit est ouvert. La même chose se produit si c'est la bobine qu'on déplace. Par ailleurs, quand on met une bobine dans un champ magnétique variable (obtenu par exemple en modifiant le courant dans un solénoïde inducteur), on observe également l'apparition du courant ou de la tension.

■ Loi de Faraday

Les expériences précédentes recouvrent deux aspects du phénomène d'induction électromagnétique. Celui-ci consiste en l'apparition d'une force électromotrice lors d'une variation de flux :

$$e = - \frac{d\varphi}{dt}$$

La variation de flux peut être due à une modification du champ magnétique pour un circuit fixe (cas de Neumann) ou à un déplacement relatif du circuit par rapport à un champ magnétique permanent (cas de Lorentz). Les deux causes peuvent se combiner (déplacement d'un circuit dans un champ magnétique variable). La formule s'applique également en cas de déformation du circuit. Il faut toutefois s'assurer que les variations des paramètres du circuit ne sont pas discontinues. Cela exclut le cas où il existe des commutations dans le dispositif.

Pour une bobine de N spires, la force électromotrice par spire est :

$$e_1 = - \frac{d\varphi}{dt}$$

Dans cette formule, φ est le flux à travers la spire considérée. En admettant que ce flux est identique pour toutes les spires (pas de fuites), et comme ces éléments sont en série, la force électromotrice induite dans la bobine est :

$$e = - N \frac{d\varphi}{dt}$$

Définissons alors le flux total dans la bobine :

$$\psi = N\varphi$$

ce qui conduit à :

$$e = - \frac{d\psi}{dt}$$

Dans les moteurs, ou plus généralement les récepteurs, la force électromotrice induite s'oppose à la force électromotrice du générateur. Pour éviter des signes – dans les équations, il est souvent intéressant de définir la notion de force contre-électromotrice :

$$e' = \frac{d\phi}{dt}$$

Une force électromotrice positive tend à faire circuler un courant positif (c'est-à-dire dans le sens de parcours de (C)) tandis qu'une force contre-électromotrice positive tend à faire circuler un courant négatif.

Dans un certain nombre de cas pratiques, on ne connaît pas précisément les variations du flux en fonction du temps et il n'est donc pas possible de calculer la force électromotrice à chaque instant. Par contre, on peut le plus souvent déterminer la variation de flux $\Delta\Phi$ obtenue pendant une durée finie Δt . On calcule alors une force électromotrice moyenne :

$$E_{\text{moy}} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

Dans le cas particulier du circuit qui se déplace dans un champ magnétique permanent, il est en général plus commode d'évaluer le flux Φ_c coupé pendant la durée Δt et d'exprimer la force électromotrice moyenne par :

$$E_{\text{moy}} = -\frac{\Phi_c}{\Delta t}$$

Pour les moteurs, on utilisera aussi la force contre-électromotrice moyenne :

$$E'_{\text{moy}} = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

Ainsi, dans le cas du déplacement d'un circuit dans un champ magnétique permanent :

$$E'_{\text{moy}} = \frac{\Phi_c}{\Delta t}$$

2.2 Circuits magnétiques et aimants

2.2.1 Milieux ferromagnétiques

■ Vecteur aimantation

Les propriétés magnétiques des milieux matériels proviennent de dipôles magnétiques élémentaires à l'échelle atomique. Du point de vue macroscopique, on peut se contenter de considérer que le milieu comporte une distribution de boucles élémentaires de surface S et parcourues par un courant d'intensité i dont on définit le moment magnétique par :

$$\mathcal{M} = iS$$

Sa norme s'exprime en $A \cdot m^2$. On caractérise la matière par la densité volumique de moments magnétiques, c'est par définition le vecteur aimantation :

$$\mathbf{J} = \frac{d\mathcal{M}}{dV}$$

L'unité d'aimantation est l'ampère par mètre ($A \cdot m^{-1}$).

■ Vecteur excitation magnétique

Pour simplifier l'étude des champs magnétiques dans les milieux matériels, on définit un vecteur auxiliaire, l'excitation magnétique, par :

$$\mathbf{H} = \frac{\mathbf{B}}{\mu_0} - \mathbf{J}$$

μ_0 est une constante appelée perméabilité magnétique du vide dont la valeur est :

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H} \cdot \text{m}^{-1}$$

L'intérêt du vecteur excitation magnétique est d'être lié directement aux causes du champ magnétique. Le théorème d'Ampère affirme en effet que la circulation de $\mathbf{H}$ sur un contour fermé (C) est égale à la somme des intensités des courants qui traversent ce contour :

$$\oint_{(C)} \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \sum_{k=1}^N i_k$$

Cette relation montre que l'unité d'excitation magnétique est l'ampère par mètre.

Remarque

Autrefois, c'est le vecteur $\mathbf{H}$ que l'on appelait champ magnétique tandis que $\mathbf{B}$ était nommé induction magnétique. Cela s'explique par le fait qu'on attribuait à $\mathbf{H}$ le rôle fondamental qui en faisait l'analogue du champ $\mathbf{E}$ en électrostatique. Le vecteur $\mathbf{B}$ n'avait alors qu'un rôle auxiliaire comme le vecteur $\mathbf{D}$ en électrostatique. Cependant, cette façon de voir est erronée, et la véritable analogie physique est bien celle des vecteurs $\mathbf{B}$ et $\mathbf{E}$. Malheureusement, on rencontre encore parfois les anciennes dénominations.

■ Caractéristiques magnétiques

La grande difficulté de l'étude des dispositifs électromagnétiques vient du fait que la relation entre $\mathbf{B}$ et $\mathbf{H}$ dans la matière n'est pas simple. Dans le cas des matériaux ferromagnétiques – les seuls qui ont un intérêt pratique en électrotechnique –, le champ magnétique n'est pas lié seulement à l'excitation magnétique, mais dépend également de l'utilisation antérieure du matériau. On peut cependant tracer une courbe qui relie le champ magnétique et l'excitation magnétique indépendamment du passé en démagnétisant complètement la matière. On parle alors de courbe de première aimantation. Pour le relevé, on utilise un tore de matériau fer-

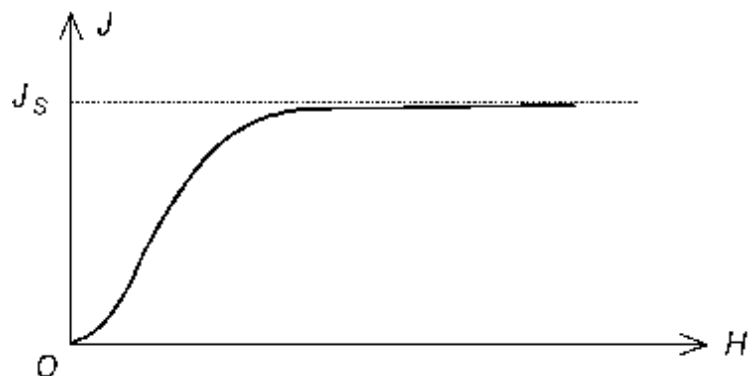


Figure 2.6 – Courbe de première aimantation (coordonnées H, J).

romagnétique sur lequel on a bobiné un enroulement. Les vecteurs $\mathbf{B}$ et $\mathbf{H}$ restent colinéaires, et il suffit de s'intéresser à leurs mesures algébriques B et H sur la ligne de champ moyenne. On peut mesurer (indirectement) B et H et en déduire par calcul l'aimantation J . On trace la courbe de J en fonction de H (figure 2.6). La croissance est d'abord lente, devient plus rapide puis se ralentit de nouveau quand la courbe se dirige vers une asymptote horizontale dont l'ordonnée J_S est l'aimantation à saturation. Il est également possible de tracer B en fonction de H . La courbe présente alors une asymptote oblique de pente μ_0 (figure 2.7).

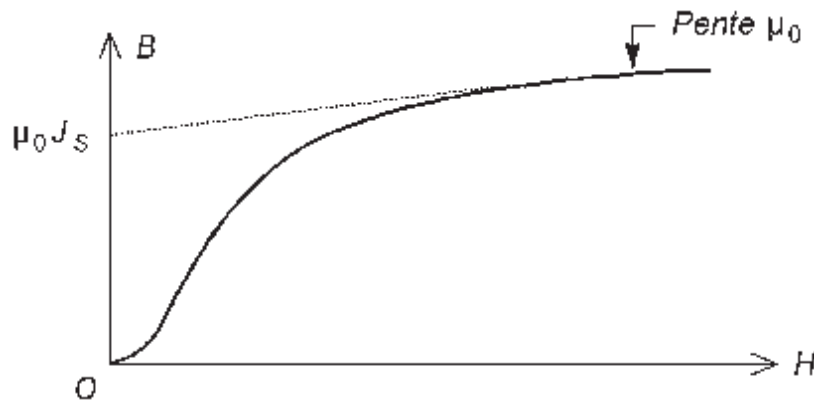


Figure 2.7 – Courbe de première aimantation (coordonnées H, B).

Lorsque le matériau est à saturation, on fait décroître le courant dans la bobine, donc la valeur de H . On constate que les points obtenus ne sont pas sur la courbe de première aimantation, mais au dessus. Quand H s'annule, J conserve une valeur J_r , appelée aimantation rémanente. On inverse ensuite le sens du courant dans le bobinage pour donner à H des valeurs négatives. J s'annule pour une valeur $-H_c$ de H . H_c est appelée excitation coercitive pour l'aimantation. On continue à diminuer H jusqu'à une valeur opposée à celle qui a permis d'atteindre la saturation au départ. Ensuite, lorsqu'on augmente de nouveau H , le point de fonctionnement décrit une nouvelle courbe passant en dessous de la première. Après quelques allers et retours entre les valeurs extrêmes de l'excitation, le point représentatif parcourt une courbe fermée invariable appelée cycle d'hystérésis (figure 2.8).

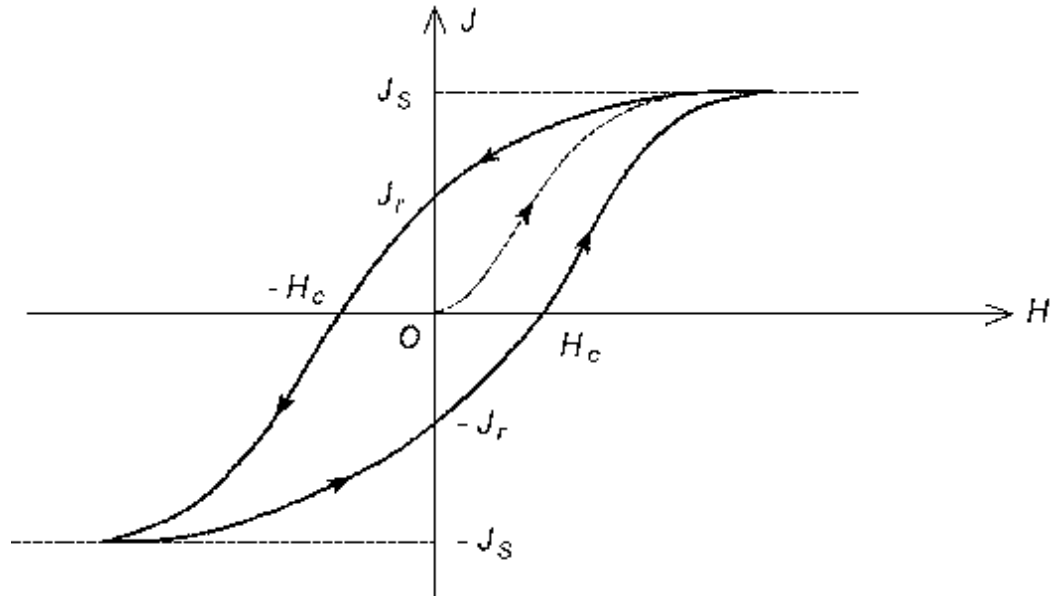


Figure 2.8 – Cycle d'hystérésis (coordonnées H, J).

On peut aussi utiliser une représentation avec les coordonnées H et B (figure 2.9). On définit ainsi un champ magnétique rémanent B_r et une excitation coercitive pour le champ, H'_c . La valeur de H qui annule B est inférieure à celle qui annule J : H_c et H'_c sont donc différents.

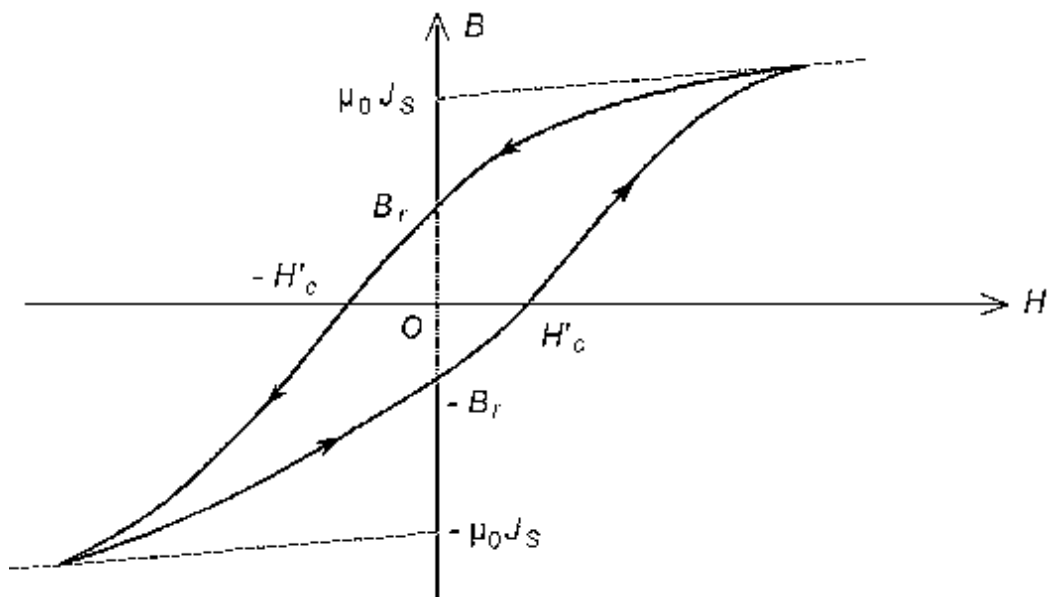


Figure 2.9 – Cycle d'hystérésis (coordonnées H, B).

On distingue les matériaux ferromagnétiques doux et durs. Les premiers ont une faible excitation coercitive, leur cycle est étroit : ils sont destinés à canaliser les flux. Au contraire, les seconds ont une forte excitation coercitive : ils servent à fabriquer les aimants.

■ Perméabilité magnétique

Pour les matériaux non ferromagnétiques, les vecteurs **B** et **H** sont proportionnels :

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$$

μ est la perméabilité du milieu dont l'unité est le henry par mètre (H m^{-1}). On emploie surtout la perméabilité relative en rapportant μ à μ_0 , perméabilité du vide :

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0}$$

Pour les matériaux ferromagnétiques, on généralise ces définitions en considérant la courbe de première aimantation. Toutefois, la perméabilité dépend dans ce cas du point de fonctionnement. On peut par exemple tracer la courbe de μ_r en fonction de H (*figure 2.10*). Tant que le matériau n'est pas saturé, la perméabilité relative est très grande devant 1. Par contre, elle diminue lorsqu'apparaît la saturation et tend vers 1 aux très fortes excitations.

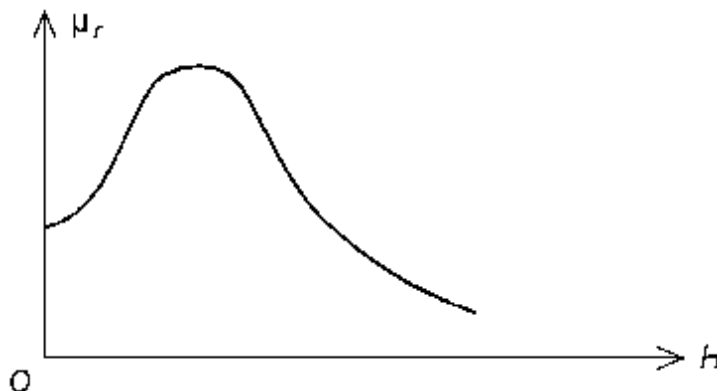


Figure 2.10 – Variations de la perméabilité relative d'un matériau ferromagnétique.

■ Réfraction des lignes de champ

Considérons la surface de séparation entre deux milieux différents, par exemple un matériau ferromagnétique doux et l'air (*figure 2.11*). La conservation du flux entraîne la continuité de la composante normale du champ magnétique :

$$B_{N1} = B_{N2}$$

Par ailleurs, le théorème d'Ampère implique, en l'absence de courants surfaciques, la continuité de la composante tangentielle de l'excitation magnétique :

$$H_{T1} = H_{T2}$$

En introduisant les perméabilités des deux milieux, nous pouvons écrire :

$$\frac{B_{T1}}{\mu_1} = \frac{B_{T2}}{\mu_2}$$

Si α_1 et α_2 sont les angles entre les lignes de champ dans chaque milieu et la normale au point de passage, nous avons :

$$\begin{aligned}\tan \alpha_1 &= \frac{B_{T1}}{B_{N1}} \\ \tan \alpha_2 &= \frac{B_{T2}}{B_{N2}}\end{aligned}$$

Nous en déduisons :

$$\frac{\tan \alpha_2}{\tan \alpha_1} = \frac{\mu_2}{\mu_1}$$

Si le milieu 2 est l'air, introduisons la perméabilité relative :

$$\tan \alpha_2 = \frac{1}{\mu_r} \tan \alpha_1$$

Comme μ_r est très élevé pour un matériau ferromagnétique, $\tan \alpha_2$ est très faible et donc α_2 est presque nul. Nous en déduisons une propriété

très importante : dans l'air, les lignes de champ sont presque orthogonales à la surface des matériaux ferromagnétiques doux.

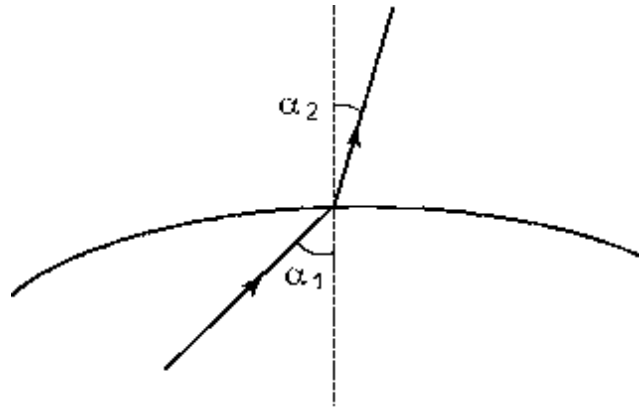


Figure 2.11 – Réfraction des lignes de champ.

■ Énergie magnétique

Une certaine énergie est emmagasinée dans une bobine parcourue par un courant. On peut considérer que cette énergie est localisée dans le volume où règne le champ magnétique avec une densité volumique w . L'énergie totale est calculée en intégrant dans le volume considéré :

$$W = \iiint_V w \, dv$$

La densité volumique élémentaire d'énergie magnétique est :

$$dw = \mathbf{H} \cdot d\mathbf{B}$$

On obtient w par intégration. Compte tenu de la complexité de la relation entre H et B dans les milieux ferromagnétiques, le calcul est difficile, mais on peut donner une interprétation graphique de w : c'est l'aire du domaine hachuré limité par la caractéristique magnétique (*figure 2.12*). Par ailleurs, dans l'étude des convertisseurs d'énergie, il est intéressant de définir une grandeur auxiliaire, la coénergie. Sa densité volumique élémentaire est :

$$dw' = \mathbf{B} \cdot d\mathbf{H}$$

w' est alors l'aire d'un second domaine hachuré sur la figure. La somme de l'énergie et de la coénergie a une expression simple car c'est l'aire d'un domaine rectangulaire :

$$w + w' = \mathbf{H} \cdot \mathbf{B}$$

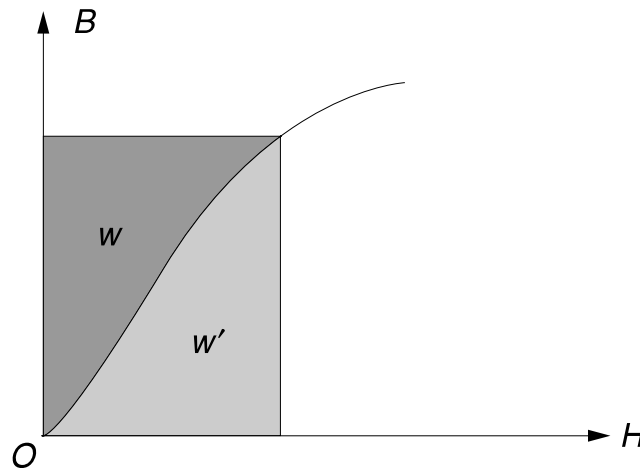


Figure 2.12 – Interprétation graphique des densités volumiques d'énergie et de coénergie.

2.2.2 Circuits magnétiques

■ Loi d'Hopkinson

Considérons un tore de matière ferromagnétique douce sur lequel est bobiné un enroulement de N spires parcouru par un courant d'intensité i (figure 2.13). La perméabilité μ du matériau étant très élevée par rapport à celle de l'air, nous pouvons admettre en première approximation que toutes les lignes de champ se referment dans la matière. Le tore est appelé circuit magnétique puisqu'il canalise les lignes de champ. Le théorème d'Ampère appliqué à la ligne de champ moyenne (C) donne :

$$\int_{(C)} \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = Ni$$

Comme le vecteur excitation magnétique est tangent à la ligne de champ, le produit scalaire des deux vecteurs se ramène à un simple produit de deux nombres :

$$\int_{(C)} H dl = Ni$$

Introduisons dans la formule le champ magnétique $B = \mu H$ puis le flux $\varphi = BS$ (S étant la section du tore) :

$$\int_{(C)} \frac{1}{\mu} \frac{\varphi}{S} dl = Ni$$

Le flux est constant puisque le tore forme un tube de champ. Par ailleurs, si la section est constante, faisons intervenir la longueur l de la ligne de champ moyenne :

$$\frac{1}{\mu} \frac{l}{S} \varphi = Ni$$

La réluctance du circuit magnétique est définie par :

$$\mathcal{R} = \frac{1}{\mu} \frac{l}{S}$$

L'unité de réluctance est l'inverse du henry (H^{-1}). On utilise aussi la perméance qui est :

$$\mathcal{P} = \frac{1}{\mathcal{R}}$$

On définit également la force magnétomotrice de la bobine par :

$$\mathcal{F} = Ni$$

La force magnétomotrice s'exprime en ampères (A). On disait autrefois ampères-tours, dénomination que l'on rencontre encore souvent dans le langage pratique. Avec ces nouvelles grandeurs, la formule devient :

$$\mathcal{F} = \mathcal{R}\varphi$$

Cette relation est connue sous le nom de loi d'Hopkinson.

Plus généralement, un circuit magnétique est un ensemble constitué de matériaux magnétiques doux, d'entrefer, de bobines et d'aimants. Ces deux derniers sont les sources de champ magnétique, les parties en matériau ferromagnétique doux servant à canaliser les lignes de champ pour

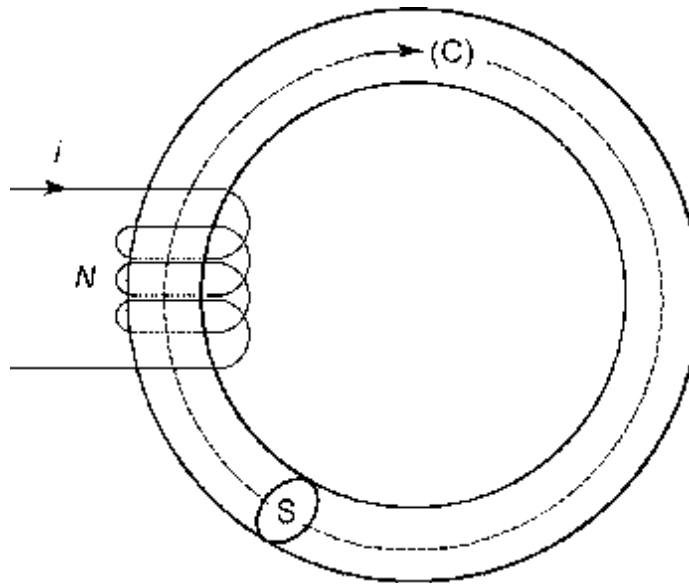


Figure 2.13 – Circuit magnétique.

les amener dans les entrefers où on va utiliser les effets du champ magnétique. La différence de potentiel magnétique ou tension magnétique $\mathcal{U}$ entre deux points A et B du circuit magnétique est par définition l'intégrale :

$$\mathcal{U} = \int_{AB} \mathbf{H} d\mathbf{l}$$

■ Analogie électrique

On constate une analogie formelle avec les grandeurs et les lois de l'électrocinétique. Les correspondances sont précisées dans le *tableau 2.1*.

Tableau 2.1 – Analogie entre circuits magnétiques et circuits électriques.

Circuits magnétiques	Circuits électriques
Flux φ	Intensité i
Tension magnétique $\mathcal{U}$	Tension u
Force magnétomotrice $\mathcal{F}$	Force électromotrice e
Réductance $\mathcal{R}$	Résistance R

$$\mathcal{F} = \mathcal{R}\varphi$$

$$\mathcal{R} = \frac{1}{\mu} \frac{l}{S}$$

Perméabilité μ

Perméance $\mathcal{P}$

$$e = Ri$$

$$R = \rho \frac{l}{S}$$

Conductivité $\gamma = \frac{1}{\rho}$

Conductance G

On peut représenter un circuit électrique analogue (*figure 2.14*). Si le circuit magnétique comporte plusieurs tronçons de perméabilités différentes ou de sections différentes, on peut considérer qu'il s'agit d'une mise en série : les réluctances s'ajoutent. Si plusieurs enroulements sont bobinés sur le circuit magnétique, les forces magnétomotrices s'ajoutent algébriquement (signe + si un courant positif crée un flux positif). Si le flux peut se partager dans deux branches de circuit magnétique, celles-ci sont en parallèle et leurs perméances s'ajoutent. Toutes ces propriétés s'utilisent très facilement en considérant les circuits électriques analogues. Il faut cependant bien noter que l'analogie n'est que purement formelle et n'a aucun fondement physique. Un certain nombre de différences apparaissent. Tout d'abord, la réluctance n'est pas constante puisque μ dépend de H . En fait, cette variation n'a de conséquence importante que si le matériau atteint la saturation. En second lieu, il n'existe pas d'isolant pour les circuits magnétiques. L'air, même si sa perméabilité est petite, laisse passer les lignes de flux particulièrement si l'épaisseur du tronçon cor-

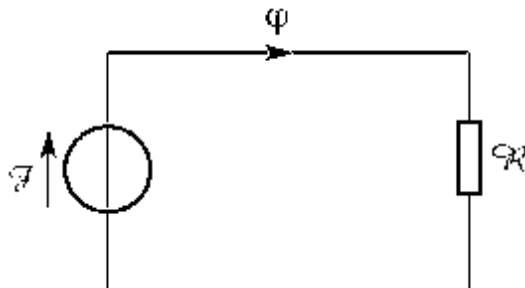


Figure 2.14 – Circuit électrique analogue.

respondant est très faible (entrefer). Même si le circuit magnétique se referme dans un matériau ferromagnétique, il y a toujours quelques lignes de champ dans l'air environnant : il leur correspond un flux de fuite qu'on peut représenter par une branche supplémentaire dans le schéma analogue du circuit magnétique bien qu'il n'existe pas de support matériel. Malgré ces quelques restrictions qu'il faut garder à l'esprit, la méthode d'analogie est très intéressante par sa facilité de mise en œuvre.

2.2.3 Aimants permanents

■ Point de fonctionnement d'un aimant

Un aimant permanent est en général associé à un circuit magnétique pour créer un champ dans un entrefer (*figure 2.15*). La perméabilité des pièces de matériau ferromagnétique doux étant très élevée, la réluctance de ces tronçons de circuit magnétique est négligeable devant celle de l'entrefer. Soient l_a la longueur de l'aimant, e la largeur de l'entrefer, H l'excitation magnétique dans l'aimant et H_e l'excitation magnétique dans l'entrefer (mesures algébriques). Le théorème d'Ampère donne :

$$Hl_a + H_e e = 0$$

Par ailleurs, si S_a est la section de l'aimant et S_e la section de l'entrefer, la conservation du flux s'écrit :

$$BS_a = B_e S_e$$

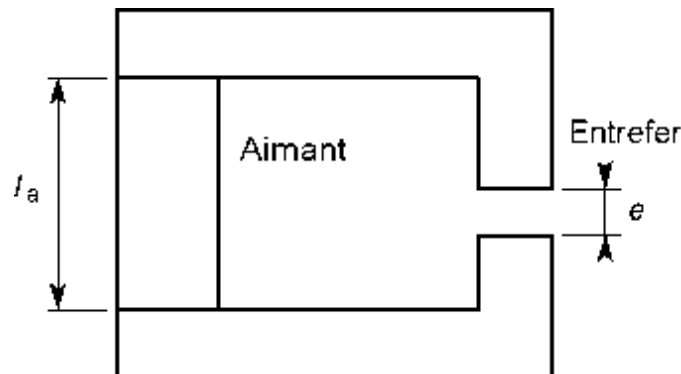


Figure 2.15 – Circuit magnétique associé à un aimant.

B est le champ magnétique dans l'aimant et B_e le champ magnétique dans l'entrefer. Enfin, la perméabilité de l'entrefer étant μ_0 , on a :

$$B_e = \mu_0 H_e$$

À partir des trois équations précédentes, on peut écrire une relation entre B et H :

$$B = -\mu_0 \frac{S_e}{S_a} \frac{l_a}{e} H$$

C'est l'équation d'une droite dans le plan H, B . On la nomme droite d'entrefer. Comme l'aimant impose une seconde relation entre B et H par sa caractéristique magnétique, on obtient le point de fonctionnement par intersection de la droite et de la courbe (*figure 2.16*). On constate que l'excitation magnétique H est toujours négative, c'est-à-dire qu'à l'intérieur de l'aimant, les vecteurs $\mathbf{B}$ et $\mathbf{H}$ sont de sens opposés. Par ailleurs, on voit que pour obtenir un champ magnétique important, il faut utiliser pour l'aimant des matériaux qui possèdent à la fois un champ rémanent important et une excitation coercitive élevée.

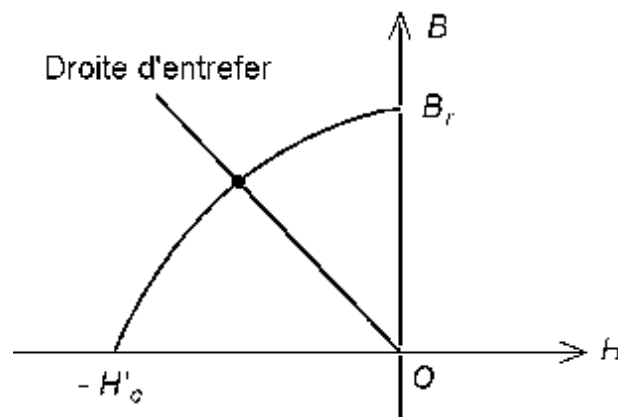


Figure 2.16 – Détermination du point de fonctionnement.

■ Droite de recul

En partant d'un point S du cycle, on réduit la largeur de l'entrefer. Le point de fonctionnement se déplace sur un arc de courbe ST si l'on va

jusqu'au court-circuit magnétique (absence d'entrefer). On élargit ensuite l'entrefer jusqu'à ses dimensions de départ. Le point de fonctionnement décrit une nouvelle portion de courbe TS' (figure 2.17). Après quelques allers et retours, le point représentatif parcourt une courbe fermée appelée cycle de recul. En pratique, ce cycle est assez étroit pour être assimilé à un segment de droite (figure 2.18). Le support Δ de ce segment est appelé droite de recul. La pente μ_c de cette droite est nommée perméabilité de recul. Si B_0 est l'ordonnée du point d'intersection de Δ et de l'axe des champs magnétiques, on peut écrire l'équation de la droite sous la forme :

$$B = B_0 + \mu_c H$$

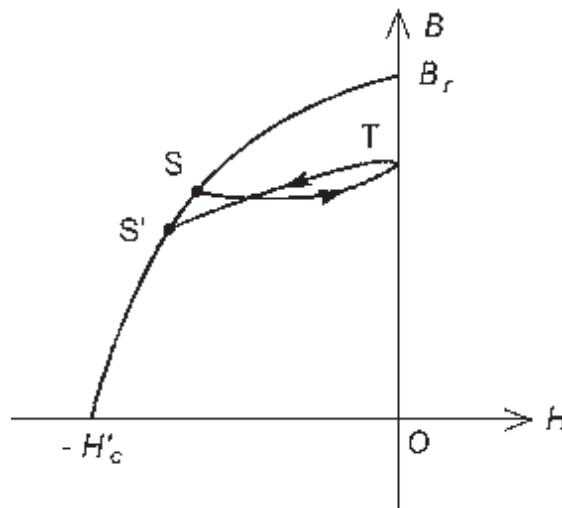


Figure 2.17 – Cycle de recul.

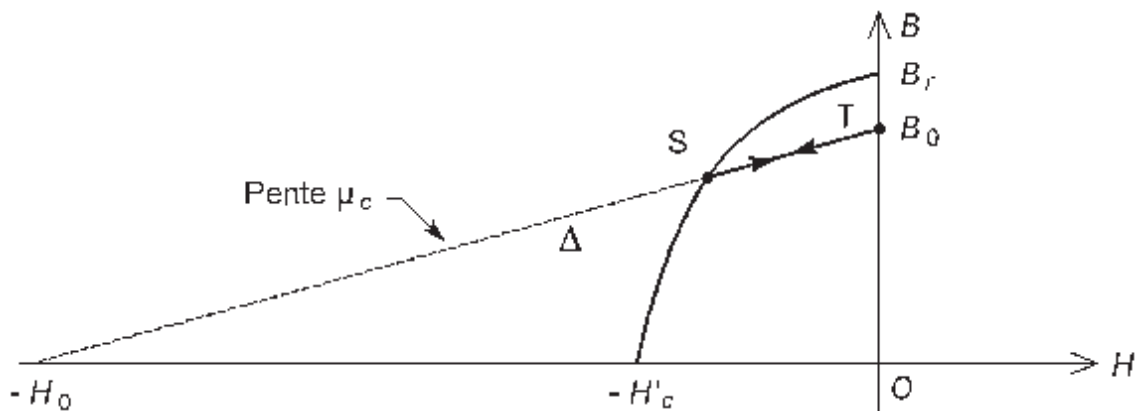


Figure 2.18 – Droite de recul.

On peut aussi introduire l'abscisse $-H_0$ du point d'intersection de Δ et de l'axe des excitations, ce qui donne :

$$H = \frac{B}{\mu_c} - H_0$$

Il existe deux possibilités pour magnétiser un aimant. La première solution consiste à aimanter le matériau après constitution de son circuit magnétique définitif. Le point de fonctionnement est alors en S. La deuxième possibilité est d'aimanter la matière avant la réalisation du dispositif complet. Dans ce cas, la magnétisation se fait avec un circuit externe différent du circuit d'utilisation. Le point de fonctionnement est initialement en S_0 lors de la magnétisation. Il passe en T_0 quand on ferme le circuit magnétique, puis arrive en P lorsqu'on place l'aimant dans le dispositif définitif (figure 2.19). Le champ magnétique a donc diminué. Il faut toutefois remarquer que ces problèmes se posent assez peu avec les aimants modernes qui ont une caractéristique presque linéaire sur une plage importante à gauche de B_r et pour lesquels les droites de recul sont pratiquement confondues avec cette zone linéaire.

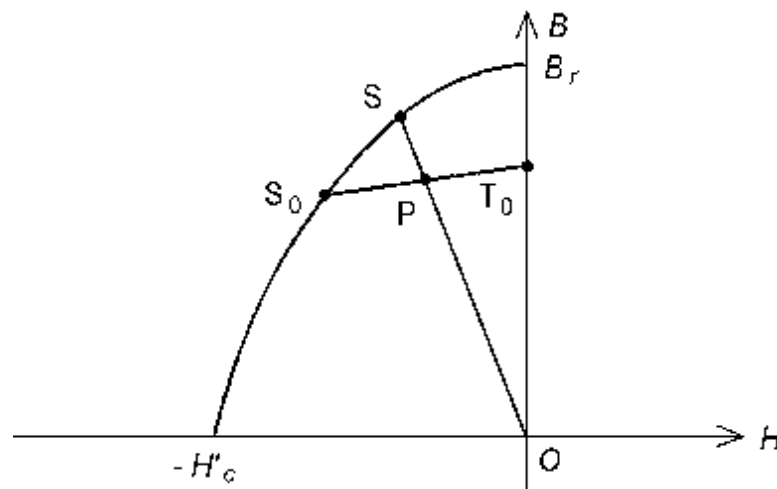


Figure 2.19 – Magnétisation de l'aimant.

■ Fonctionnement à entrefer variable

Dans beaucoup de machines, l'entrefer n'a pas une largeur constante lors de la rotation. Le stator ou le rotor ne présente pas une surface lisse et il

en résulte une variation périodique de la largeur d'entrefer. De ce fait, le champ magnétique varie entre deux limites (*figure 2.20*) – on a choisi le cas où l'aimant a été magnétisé avec un circuit externe différent.

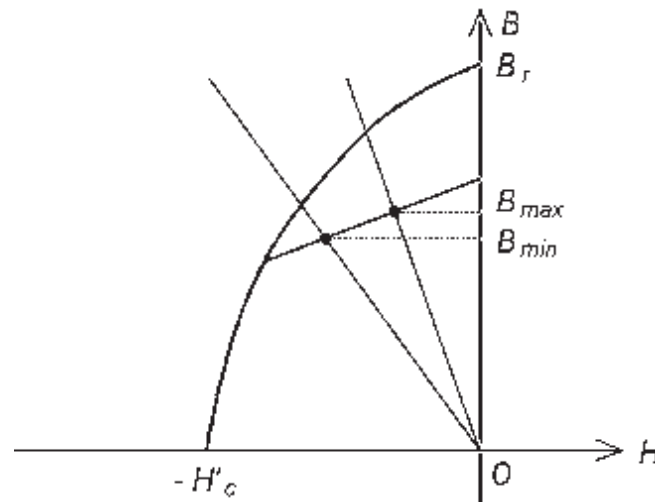


Figure 2.20 – Influence de la largeur d'entrefer.

■ Fonctionnement avec une force magnétomotrice antagoniste

Très souvent, l'aimant n'est pas la seule source de flux dans la machine car il existe des enroulements parcourus par des courants. Considérons par exemple le circuit magnétique élémentaire sur lequel on ajoute un bobinage de force magnétomotrice :

$$\mathcal{F} = Ni$$

Le théorème d'Ampère donne :

$$Hl_a + H_e e = \mathcal{F}$$

Par ailleurs, on a toujours :

$$BS_a = B_e S_e$$

et :

$$B_e = \mu_0 H_e$$

On obtient à partir de ces trois relations :

$$H = \frac{\mathcal{F}}{l_a} - \frac{S_a}{S_e} \frac{e}{l_a} \frac{B}{\mu_0}$$

On peut alors construire le point de fonctionnement (*figure 2.21*). Si $\mathcal{F}$ est nulle, le point est en P. Si $\mathcal{F}$ est positive, le point est en P' : la bobine

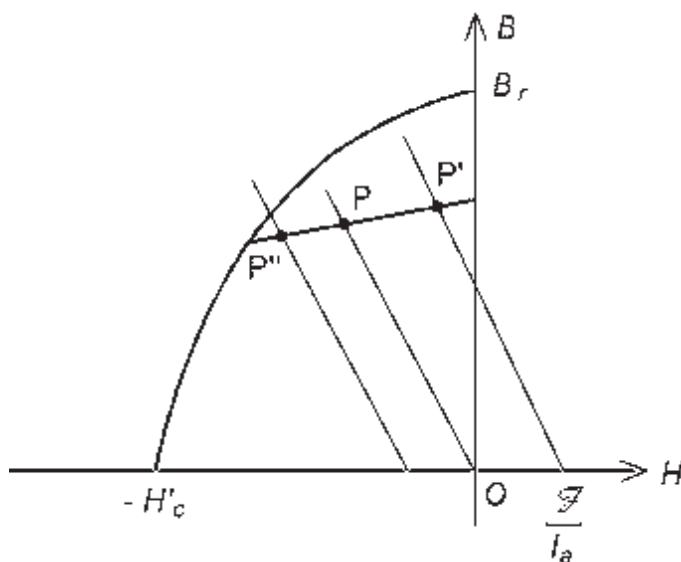


Figure 2.21 – Influence d'une force magnétomotrice externe.

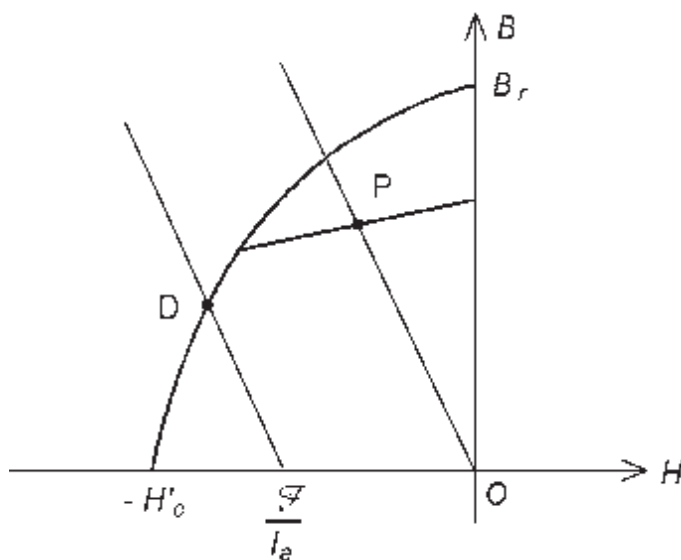


Figure 2.22 – Démagnétisation de l'aimant.

a une action magnétisante. Si $\mathcal{F}$ est négative, le point est en P'' : la bobine a une action démagnétisante. Quand on coupe le courant dans l'enroulement, le point revient en P. Il y a toutefois une limite de bon fonctionnement. En effet, si la force magnétomotrice est très négative, le point peut passer en D sur le cycle (*figure 2.22*). La droite de recul est alors plus basse et l'aimant est partiellement démagnétisé. Ce phénomène peut se produire lors de l'apparition d'une surintensité importante dans le fonctionnement d'une machine.

■ Modèle équivalent à un aimant

On revient au cas de l'aimant seul qui crée un champ magnétique dans un entrefer. Le théorème d'Ampère s'écrit :

$$Hl_a + H_e e = 0$$

Lorsque le point de fonctionnement est sur une droite de recul donnée, on a également :

$$H = \frac{B}{\mu_c} - H_0$$

Pour l'entrefer, on a :

$$B_e = \mu_0 H_e$$

La relation peut donc s'exprimer sous la forme :

$$\frac{B}{\mu_c} l_a + \frac{B_e}{\mu_0} e = H_0 l_a$$

Le flux à travers une section du circuit magnétique est :

$$\varphi = BS_a = B_e S_e$$

On en déduit :

$$\frac{1}{\mu_c} \frac{l_a}{S_a} \varphi + \frac{1}{\mu_0} \frac{e}{S_e} \varphi = H_0 l_a$$

On reconnaît dans cette équation la réluctance de l'entrefer :

$$\mathcal{R}_e = \frac{1}{\mu_0} \frac{e}{S_e}$$

On définit la réluctance interne de l'aimant par :

$$\mathcal{R}_i = \frac{1}{\mu_c} \frac{l_a}{S_a}$$

On définit également la force magnétomotrice de l'aimant :

$$\mathcal{F}_a = H_0 l_a$$

Avec ces grandeurs, on arrive à :

$$(\mathcal{R}_i + \mathcal{R}_e)\varphi = \mathcal{F}_a$$

On peut alors tracer un schéma électrique analogue (*figure 2.23*). Cette représentation permet de traiter de façon semblable les aimants et les bobines dans l'étude des convertisseurs.

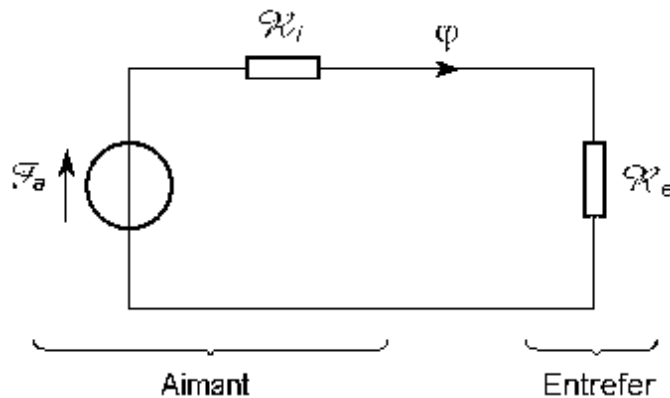


Figure 2.23 – Schéma électrique analogue.

■ Matériaux pour aimants

On peut distinguer trois grandes catégories de matériaux utilisés pour la réalisation des aimants : les Alnico, les ferrites et les terres rares. Leurs caractéristiques magnétiques sont assez différentes (*figure 2.24*). Les Alnico

sont des alliages de fer, d'aluminium, de nickel et de cobalt. Leur champ rémanent est élevé, mais leur excitation coercitive est faible. Ils sont obligatoirement magnétisés dans le sens de la longueur de l'aimant. Leur coût est moyen. On les trouve dans quelques machines électriques, mais leur faible excitation coercitive les rend sensibles aux champs antagonistes et aux éventuels démontages. De ce fait, leur part de marché est assez réduite aujourd'hui et continue à décroître alors qu'elle était largement majoritaire jusque dans les années 1970. Les ferrites sont des composés d'oxyde ferrique et d'oxyde de strontium ou de baryum. Leur champ rémanent n'est pas très élevé, mais leur excitation coercitive est importante. Les aimants en ferrites peuvent être magnétisés dans le sens de la largeur, ce qui autorise des configurations intéressantes. Ils sont plus sensibles à la température que leurs concurrents. Leur faible coût fait que les ferrites occupent aujourd'hui la majorité du marché des aimants. On les trouve dans toutes les machines de bas de gamme. Enfin, la dernière catégorie est formée par des composés de cobalt et de terres rares comme le samarium. Ces matériaux ont d'excellentes performances techniques. Leur champ rémanent et leur excitation coercitive sont élevés. Leur inconvénient reste le coût important. On trouve donc ces aimants dans les machines de haut de gamme. Leur part de marché, si elle n'est pas encore très importante, est en développement. Au fur et à mesure de la baisse des prix, ces aimants équiperont de plus en plus de moteurs électriques.

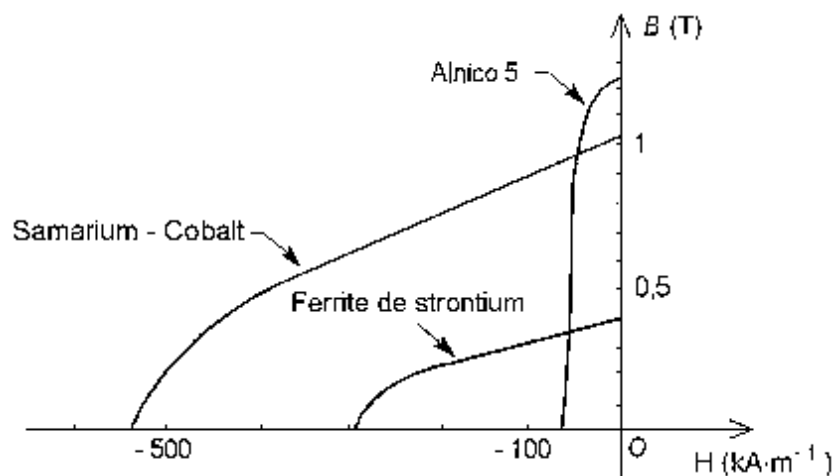


Figure 2.24 – Caractéristiques magnétiques de quelques matériaux.

2.2.4 Inductances

■ Inductance propre

Un enroulement de N spires est placé sur un circuit magnétique de réluctance $\mathcal{R}$ (*figure 2.25*) et est parcouru par un courant d'intensité i . Le flux total dans la bobine peut s'écrire :

$$\psi = Li$$

avec :

$$L = \frac{N^2}{\mathcal{R}}$$

Le coefficient L est l'inductance propre de l'enroulement.

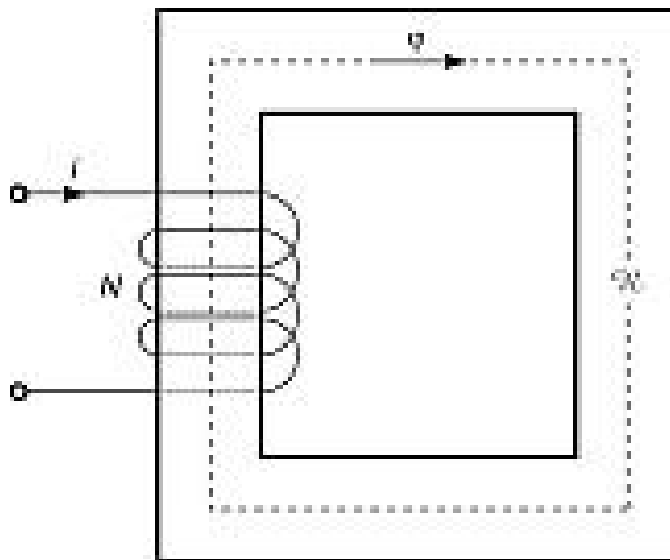


Figure 2.25 – Circuit magnétique avec un enroulement.

■ Inductance mutuelle

Deux enroulements comportant respectivement N_1 et N_2 spires sont bobinés sur le même circuit magnétique (*figure 2.26*) et sont parcourus par des courants d'intensités respectives i_1 et i_2 . Les flux totaux dans les deux enroulements, peuvent s'écrire :

$$\Psi_1 = L_1 i_1 + M i_2$$

$$\Psi_2 = L_2 i_2 + M i_1$$

avec :

$$L_1 = \frac{N_1^2}{\mathcal{R}_1}$$

$$L_2 = \frac{N_2^2}{\mathcal{R}_2}$$

$$M = \frac{N_1 N_2}{\mathcal{R}}$$

Le coefficient M est appelé inductance mutuelle entre les deux bobines.

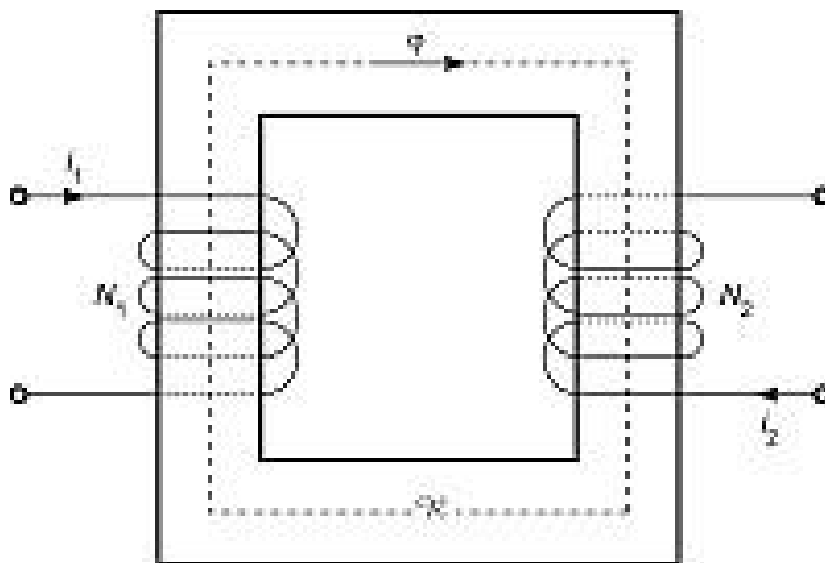


Figure 2.26 – Circuit magnétique avec deux enroulements.

2.3 Équations de Maxwell

Les équations de Maxwell sont une formulation plus générale et plus synthétique des propriétés que nous avons décrites précédemment. Leur usage est nécessaire pour étudier des phénomènes tels que l'effet de

peau. Elles sont également à la base des différents logiciels de simulation électromagnétique.

2.3.1 Forme générale

Les équations de Maxwell décrivent les propriétés locales d'un milieu sur le plan électrique et magnétique. Elles concernent les vecteurs champ électrique $\mathbf{E}$, champ magnétique $\mathbf{B}$, déplacement électrique $\mathbf{D}$ et excitation magnétique $\mathbf{H}$, la densité volumique de charge ρ_q et le vecteur densité de courant $\mathbf{J}$:

$$\text{rot } \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$$

$$\text{rot } \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

$$\text{div } \mathbf{B} = 0$$

$$\text{div } \mathbf{D} = \rho_q$$

2.3.2 Relations propres aux matériaux

La description du milieu nécessite la connaissance de relations spécifiques qui s'écrivent pour un matériau isotrope et linéaire :

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$$

$$\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E}$$

$$\mathbf{E} = \rho \mathbf{J}$$

μ est la perméabilité du matériau, ϵ sa permittivité et ρ sa résistivité. La dernière relation est appelée loi d'Ohm locale.

2.3.3 Charges dans un conducteur

En régime sinusoïdal permanent, on montre que $\text{div } \mathbf{E} = 0$. Il en résulte que la densité de charge ρ_q est nulle à l'intérieur d'un conducteur homo-

gène : l'électrisation est purement superficielle. Ce résultat n'est pas rigoureusement vrai pour un régime variable quelconque, mais on montre que les charges volumiques disparaissent au bout d'une durée extrêmement courte. Pratiquement, les charges volumiques sont donc nulles dans les conducteurs pour tous les régimes variables rencontrés en électrotechnique.

2.3.4 Équations de Maxwell pour un milieu conducteur dans le domaine quasi-statique

En électrotechnique, les équations de Maxwell pour un milieu conducteur peuvent être simplifiées car, les grandeurs variant assez lentement, la dérivée du vecteur déplacement électrique est négligeable par rapport au vecteur densité de courant. Cette approximation est nommée régime quasi-statique. Les équations de Maxwell utilisées pour un milieu conducteur en électrotechnique sont au nombre de trois et elles s'écrivent :

$$\text{rot } \mathbf{H} = \mathbf{J}$$

$$\text{rot } \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

$$\text{div } \mathbf{B} = 0$$

2.3.5 Répartition de l'excitation magnétique et de la densité de courant

Les équations de Maxwell permettent de montrer que le vecteur excitation magnétique $\mathbf{H}$ et le vecteur densité de courant $\mathbf{J}$ satisfont aux équations :

$$\Delta \mathbf{H} = \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}$$

$$\Delta \mathbf{J} = \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial \mathbf{J}}{\partial t}$$

3 • CIRCUITS EN RÉGIME SINUSOÏDAL PERMANENT

Le régime sinusoïdal permanent a une grande importance en électrotechnique. C'est sous cette forme que pratiquement toute l'énergie électrique est générée et transportée et qu'une bonne partie de cette énergie est utilisée. Par ailleurs, les signaux périodiques non sinusoïdaux peuvent être décomposés en séries de Fourier qui font apparaître des composantes sinusoïdales.

3.1 Représentation des signaux sinusoïdaux

3.1.1 Valeur instantanée

La valeur instantanée g d'une grandeur sinusoïdale s'écrit :

$$g = G_M \cos(\omega t + \psi)$$

La grandeur considérée peut être de diverse nature (courant, tension, flux...). G_M est l'amplitude de la grandeur, son unité est celle de g . ω est la pulsation, elle s'exprime en radians par seconde (rad s^{-1}). $\omega t + \psi$ est la phase, et ψ la phase à l'origine des temps, elle s'exprime en radians (rad). La fonction cosinus peut être remplacée par la fonction sinus, seule la phase à l'origine des temps diffère alors. La valeur efficace G de la grandeur sinusoïdale s'exprime à partir de l'amplitude G_M :

$$G = \frac{G_M}{\sqrt{2}}$$

Il est parfois commode de faire apparaître cette valeur efficace dans l'expression de la valeur instantanée :

$$g = G\sqrt{2} \cos(\omega t + \psi)$$

La pulsation ω est liée à la fréquence f et à la période T par les formules :

$$\omega = 2\pi f$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

La fréquence f s'exprime en hertz (Hz) et la période T en secondes (s).

3.1.2 Courbe

La fonction sinusoïdale du temps peut être représentée par sa courbe (*figure 3.1*).

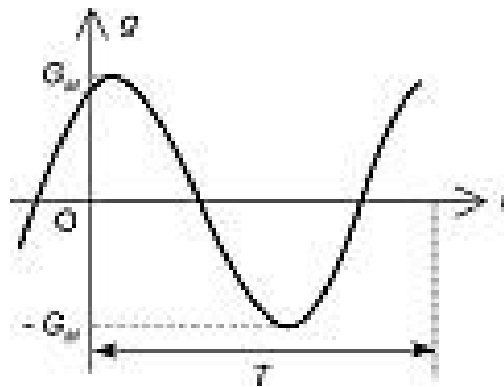


Figure 3.1 – Courbe représentative d'une grandeur sinusoïdale.

3.1.3 Représentation de Fresnel

Après avoir muni le plan d'un repère orthonormé Oxy , on associe à la fonction sinusoïdale $g = G\sqrt{2} \cos(\omega t + \psi)$ le vecteur de Fresnel $\mathbf{G}$ de norme G et faisant un angle ψ avec l'axe des abscisses (*figure 3.2*).

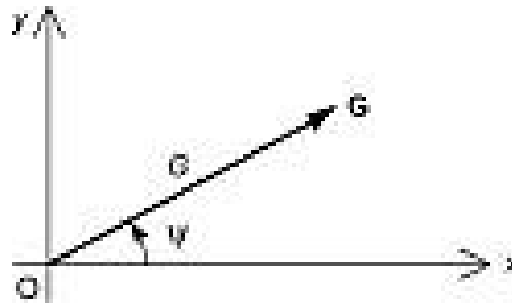


Figure 3.2 – Vecteur de Fresnel.

3.1.4 Représentation complexe

On associe à la fonction sinusoïdale $g = G\sqrt{2} \cos(\omega t + \psi)$ le nombre complexe $\underline{G}$ de module G et d'argument ψ :

$$\underline{G} = G e^{j\psi}$$

Cette écriture utilisant une exponentielle est nommée notation d'Euler. Elle ne peut être employée que si l'argument est exprimé en radian. Dans la pratique, il est souvent plus commode d'exprimer cet argument en degrés. On emploie alors la notation de Kennelly :

$$\underline{G} = G \angle \psi$$

3.1.5 Déphasage

La phase à l'origine est une notion liée aux choix du type de fonction sinusoïdale (cosinus ou sinus) et de l'origine des temps. Ces choix sont arbitraires pour la première fonction sinusoïdale rencontrée, mais ils doivent être conservés pour les autres fonctions sinusoïdales utilisées ensuite. Dans la pratique, il est commode de définir un angle ne nécessitant pas de préciser ces choix : c'est le déphasage.

■ Définition

Lorsque deux fonctions sinusoïdales sont de la forme :

$$a = A \cos \omega t$$

$$b = B \cos(\omega t - \varphi)$$

φ est le déphasage de b par rapport à a .

■ Conséquences

Si les deux fonctions possèdent une phase à l'origine :

$$a = A \cos(\omega t + \psi_a)$$

$$b = B \cos(\omega t + \psi_b)$$

le déphasage de b par rapport à a est égal à la différence entre la phase à l'origine de a et la phase à l'origine de b , appelée plus simplement différence de phase entre a et b :

$$\varphi = \psi_a - \psi_b$$

Sur le diagramme de Fresnel, cet angle est orienté de **B** vers **A** (*figure 3.3*).

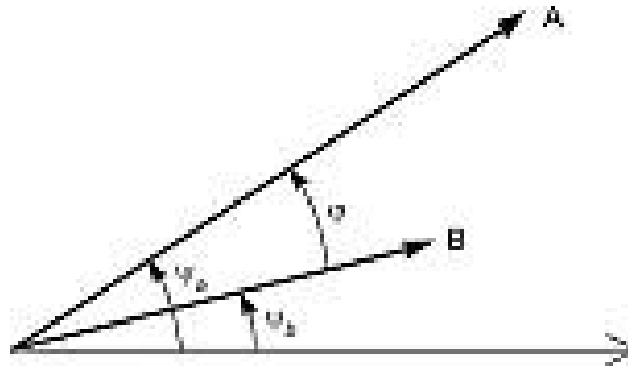


Figure 3.3 – Déphasage de b par rapport à a .

Avec les grandeurs complexes, le déphasage de b par rapport à a est la différence entre l'argument de $\underline{A}$ et l'argument de $\underline{B}$:

$$\varphi = \arg \underline{A} - \arg \underline{B}$$

Remarque

Il est important de respecter le signe d'un déphasage : il s'agit d'un angle correspondant à un retard temporel et non à une avance. C'est bien le sens du préfixe « dé ». Cette définition, logique, est normalisée par l'AFNOR. Il faut cependant noter que les erreurs sont fréquentes, y compris dans certains ouvrages techniques.

3.2 Dipôles linéaires passifs

3.2.1 Impédance et admittance

Pour un dipôle linéaire passif, la relation entre la grandeur complexe $\underline{U}$ associée à la tension et la grandeur complexe $\underline{I}$ associée au courant est linéaire. Si le courant et la tension sont orientés en convention récepteur, cette formule s'écrit :

$$\underline{U} = \underline{Z} \underline{I}$$

$\underline{Z}$ est l'impédance du dipôle. Elle s'exprime en ohms (Ω). Son inverse $\underline{Y}$ est appelé admittance du dipôle et s'exprime en siemens (S) :

$$\underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}}$$

La relation entre courant et tension peut ainsi se mettre sous la forme :

$$\underline{I} = \underline{Y} \underline{U}$$

L'impédance et l'admittance sont des nombres complexes qui peuvent être mis sous forme cartésienne ou sous forme trigonométrique :

$$\underline{Z} = R + jX = |\underline{Z}| e^{j\varphi}$$

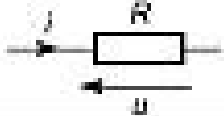
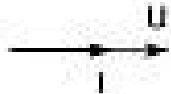
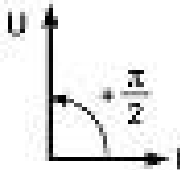
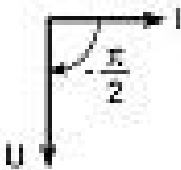
$$\underline{Y} = G + jB = |\underline{Y}| e^{-j\varphi}$$

R est la résistance, X la réactance, G la conductance, et B la susceptance du dipôle. Les deux premières grandeurs s'expriment en ohms et les deux dernières en siemens.

3.2.2 Dipôles linéaires passifs élémentaires

Il existe trois dipôles passifs élémentaires : la résistance, la bobine et le condensateur. Nous en rappelons les principales caractéristiques dans le *tableau 3.1*.

Tableau 3.1 – Dipôles linéaires passifs élémentaires.

	Résistance	Bobine	Condensateur
Symbole			
Relation entre tension et courant	$u = Ri$	$u = L \frac{di}{dt}$	$i = C \frac{du}{dt}$
Relation entre grandeurs complexes	$\underline{U} = R\underline{I}$	$\underline{U} = jL\omega\underline{I}$	$\underline{U} = \frac{I}{jC\omega}$
Impédance	$\underline{Z} = R$	$\underline{Z} = jL\omega$	$\underline{Z} = \frac{1}{jC\omega}$
Relation entre valeurs efficaces	$U = RI$	$U = L\omega I$	$U = \frac{1}{C\omega} I$
Déphasage du courant par rapport à la tension	$\varphi = 0$	$\varphi = +\frac{\pi}{2}$	$\varphi = -\frac{\pi}{2}$
Représentation de Fresnel			

3.2.3 Associations de dipôles linéaires passifs

■ Association en série

Lorsque N dipôles sont associés en série (*figure 3.4*), leurs impédances s'ajoutent :

$$\underline{Z} = \sum_{k=1}^N \underline{Z}_k$$

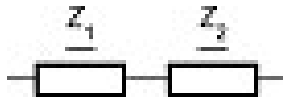


Figure 3.4 – Dipôles en série.

■ Association en parallèle

Lorsque N dipôles sont associés en parallèle (figure 3.5), leurs admittances s'ajoutent :

$$\underline{Y} = \sum_{k=1}^N \underline{Y}_k$$

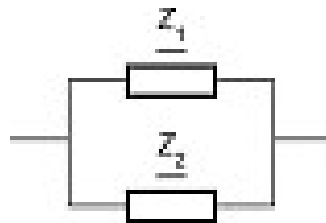


Figure 3.5 – Dipôles en parallèle.

3.3 Puissances

3.3.1 Puissance instantanée

La puissance instantanée p reçue par un dipôle est toujours le produit de la tension instantanée u et de l'intensité instantanée i , l'orientation étant choisie en convention récepteur :

$$p = ui$$

Dans le cas du régime sinusoïdal permanent, la tension et l'intensité du courant s'écrivent :

$$u = U\sqrt{2} \cos \omega t$$

$$i = I\sqrt{2} \cos(\omega t - \varphi)$$

La puissance instantanée est alors donnée par la formule :

$$p = UI \cos \varphi + UI \cos(2\omega t - \varphi)$$

Le premier terme, constant, est la puissance moyenne P et le second terme, fonction sinusoïdale de fréquence double de celle de la tension et du courant, est la puissance fluctuante.

3.3.2 Puissance active

Dans le cas du régime sinusoïdal permanent, la puissance moyenne P est aussi appelée puissance active. Elle s'exprime en fonction de la tension efficace U , de l'intensité efficace I et du déphasage φ du courant par rapport à la tension :

$$P = UI \cos \varphi$$

L'unité de puissance active est le watt (W).

3.3.3 Puissance réactive

La puissance réactive Q est définie par :

$$Q = UI \sin \varphi$$

L'unité de puissance réactive est le volt-ampère réactif (VAR).

3.3.4 Puissance apparente

La puissance apparente S est définie par :

$$S = UI$$

L'unité de puissance apparente est le volt-ampère (VA). La puissance apparente peut s'exprimer en fonction de la puissance active et de la puissance réactive :

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

3.3.5 Puissance complexe

La puissance complexe $\underline{S}$ est définie par :

$$\underline{S} = P + jQ$$

La puissance active est donc la partie réelle de la puissance complexe, la puissance réactive, sa partie imaginaire et la puissance apparente, son module :

$$P = \operatorname{Re} \underline{S}$$

$$Q = \operatorname{Im} \underline{S}$$

$$S = |\underline{S}|$$

La puissance complexe peut s'écrire comme le produit de la grandeur complexe de la tension et du conjugué de la grandeur complexe du courant :

$$\underline{S} = \underline{U} \underline{I}^*$$

En remplaçant les grandeurs complexes par leurs définitions, la puissance complexe peut s'exprimer en fonction de la tension efficace U , de l'intensité efficace I et du déphasage φ du courant par rapport à la tension :

$$\underline{S} = UIe^{j\varphi}$$

3.3.6 Facteur de puissance

De façon générale, le facteur de puissance λ est défini par :

$$\lambda = \frac{P}{S}$$

Dans le cas du régime sinusoïdal permanent, le facteur de puissance λ est le cosinus du déphasage φ du courant par rapport à la tension :

$$\lambda = \cos \varphi$$

3.3.7 Théorème de Boucherot

La puissance complexe totale consommée par un réseau est égale à la somme des puissances complexes des N éléments constituant ce réseau :

$$\underline{S} = \sum_{k=1}^N \underline{S}_k$$

Cette propriété s'applique également à la puissance active et à la puissance réactive :

$$P = \sum_{k=1}^N P_k$$

$$Q = \sum_{k=1}^N Q_k$$

4 • SYSTÈMES TRIPHASÉS

Les circuits triphasés ont une grande importance en électrotechnique. Le principe des moteurs et des générateurs triphasés est plus simple que celui des machines monophasées et leurs performances sont meilleures. Le transport de l'énergie est également plus économique.

4.1 Systèmes triphasés équilibrés

4.1.1 Définition et représentations

■ Définition

Un système triphasé équilibré est un ensemble de trois grandeurs sinusoïdales de même nature, de même fréquence, de même amplitude et déphasées entre elles de $\frac{2\pi}{3}$.

Suivant le sens du déphasage, le système est direct ou inverse. Un système direct s'écrit :

$$g_1 = G_M \cos \omega t$$

$$g_2 = G_M \cos \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right)$$

$$g_3 = G_M \cos \left(\omega t - \frac{4\pi}{3} \right)$$

ou encore :

$$g_1 = G_M \cos \omega t$$

$$g_2 = G_M \cos \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right)$$

$$g_3 = G_M \cos \left(\omega t + \frac{2\pi}{3} \right)$$

Un système inverse s'écrit :

$$g_1 = G_M \cos \omega t$$

$$g_2 = G_M \cos \left(\omega t + \frac{2\pi}{3} \right)$$

$$g_3 = G_M \cos \left(\omega t + \frac{4\pi}{3} \right)$$

ou encore :

$$g_1 = G_M \cos \omega t$$

$$g_2 = G_M \cos \left(\omega t + \frac{2\pi}{3} \right)$$

$$g_3 = G_M \cos \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right)$$

Remarquons que la somme des trois grandeurs sinusoïdales formant un système triphasé équilibré est toujours nulle :

$$g_1 + g_2 + g_3 = 0$$

■ Courbes

Les trois sinusoïdes peuvent être tracées dans un même repère. Seule la numérotation change entre le système direct (*figure 4.1*) et le système inverse (*figure 4.2*).

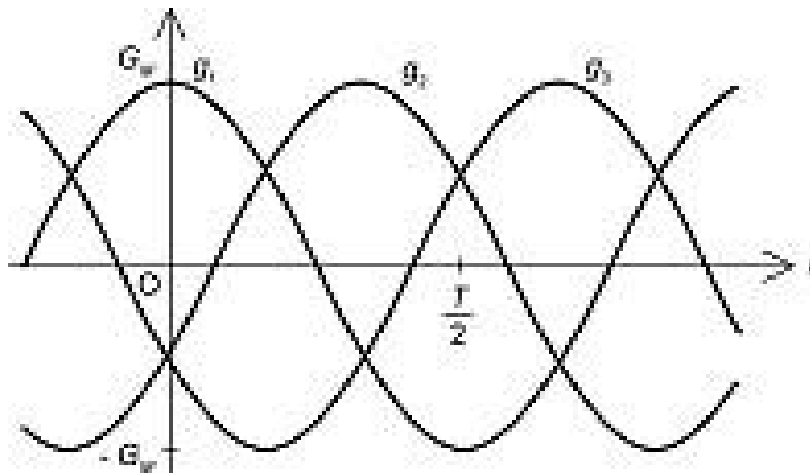


Figure 4.1 – Système triphasé équilibré direct.

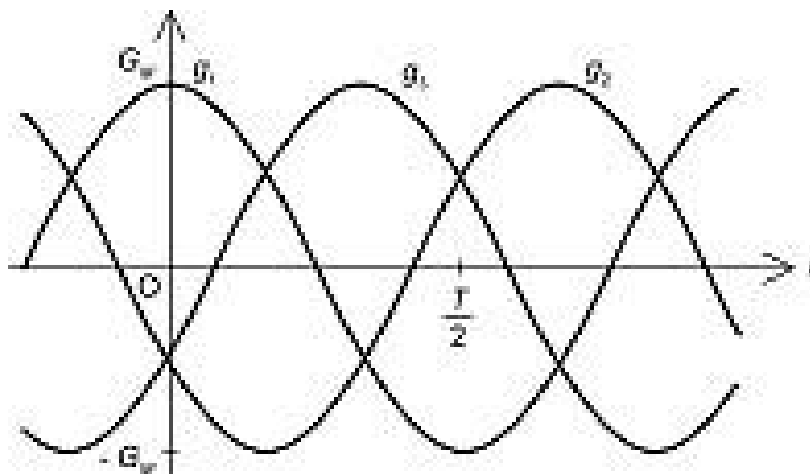


Figure 4.2 – Système triphasé équilibré inverse.

■ Représentation de Fresnel

Les trois grandeurs sinusoïdales ayant même fréquence, elles peuvent être représentées dans un même diagramme de Fresnel. Seule la numé-

rotation change entre le système direct (*figure 4.3*) et le système inverse (*figure 4.4*).

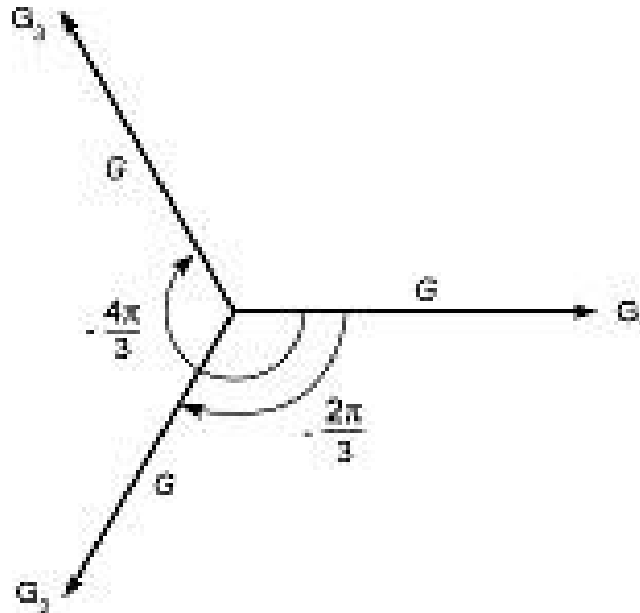


Figure 4.3 – Représentation vectorielle d'un système triphasé équilibré direct.

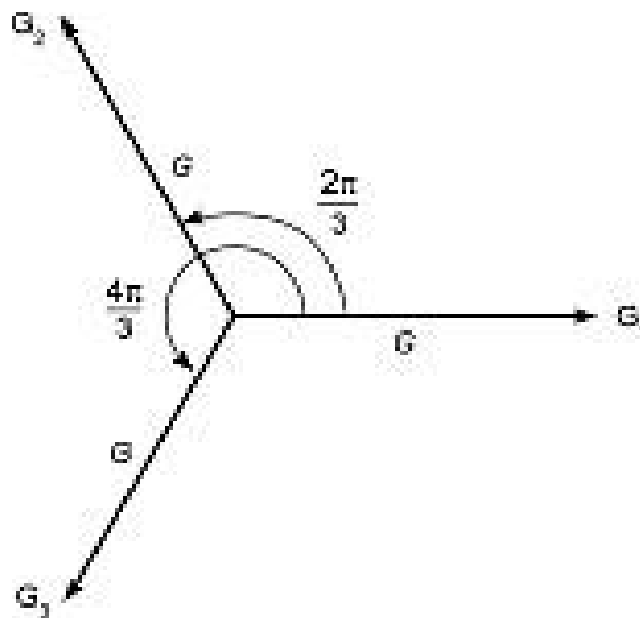


Figure 4.4 – Représentation complexe d'un système triphasé équilibré inverse.

■ Représentation complexe

Les trois grandeurs sinusoïdales peuvent être associées à des grandeurs complexes, ce qui donne, pour un système direct :

$$\underline{G}_1 = G$$

$$\underline{G}_2 = G e^{-j\frac{2\pi}{3}}$$

$$\underline{G}_3 = G e^{-j\frac{4\pi}{3}}$$

Il est commode d'introduire le nombre complexe :

$$a = e^{j\frac{2\pi}{3}}$$

C'est l'une des racines cubiques de l'unité :

$$a^3 = 1$$

Ce nombre satisfait aux propriétés suivantes :

$$a = e^{j\frac{2\pi}{3}} = e^{-j\frac{4\pi}{3}}$$

$$a^2 = e^{-j\frac{2\pi}{3}} = e^{j\frac{4\pi}{3}}$$

$$a = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$a^2 = -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$1 + a + a^2 = 0$$

$$a^* = a^2$$

$$\frac{1}{a} = a^2$$

Avec cette notation, les grandeurs complexes associées à un système triphasé direct s'écrivent :

$$\underline{G}_1 = G$$

$$\underline{G}_2 = a^2 G$$

$$\underline{G}_3 = a G$$

De la même façon, les grandeurs complexes associées à un système triphasé inverse s'écrivent :

$$\underline{G}_1 = G$$

$$\underline{G}_2 = a G$$

$$\underline{G}_3 = a^2 G$$

4.1.2 Générateurs, lignes et récepteurs triphasés

■ Lignes triphasées

□ Ligne à quatre fils

Une ligne triphasée à quatre fils comporte trois fils de ligne repérés 1, 2 et 3 et un fil neutre N (*figure 4.5*).

Les courants i_1 , i_2 et i_3 dans les fils de ligne sont appelés courants en ligne. Les tensions v_1 , v_2 et v_3 entre les fils de ligne et le fil neutre sont appelées tensions simples. Elles forment un système triphasé équilibré. Choisissons la numérotation de façon que le système soit direct :

$$v_1 = V\sqrt{2} \cos \omega t$$

$$v_2 = V\sqrt{2} \cos \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right)$$

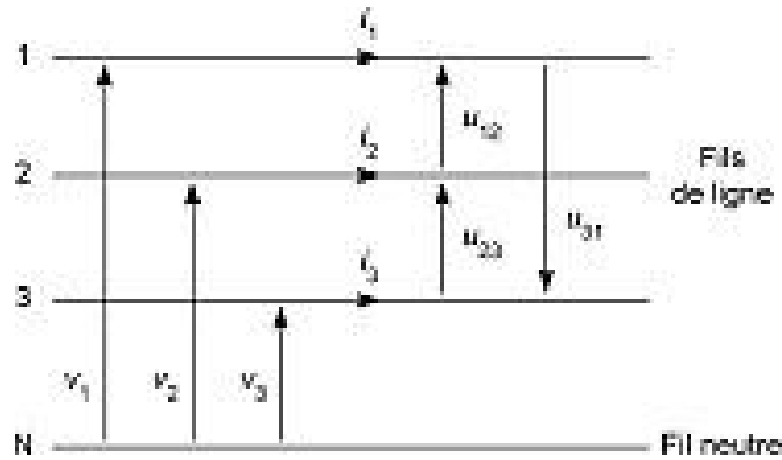


Figure 4.5 – Ligne à quatre fils.

$$v_3 = V\sqrt{2} \cos\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right)$$

Les tensions u_{12} , u_{23} et u_{31} entre les fils de ligne sont appelées tensions composées. Elles peuvent s'exprimer en fonction des tensions simples :

$$u_{12} = v_1 - v_2$$

$$u_{23} = v_2 - v_3$$

$$u_{31} = v_3 - v_1$$

Le diagramme de Fresnel (*figure 4.6*) montre que les tensions u_{12} , u_{23} et u_{31} forment aussi un système triphasé équilibré direct, qu'elles sont en avance de $\frac{\pi}{6}$ sur les tensions v_1 , v_2 et v_3 respectivement et que la valeur efficace U des tensions composées est liée à la valeur efficace V des tensions simples par la formule :

$$U = V\sqrt{3}$$

Les relations entre tensions composées et tensions simples peuvent s'écrire avec les grandeurs complexes :

$$\underline{U}_{12} = \underline{V}_1 \sqrt{3} e^{j\frac{\pi}{6}}$$

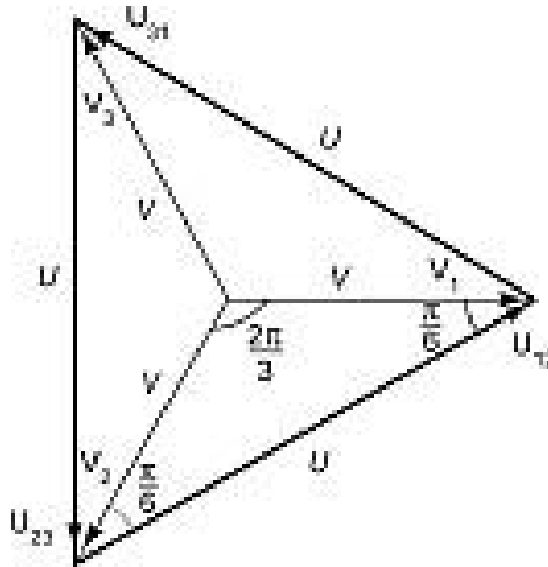


Figure 4.6 – Diagramme de Fresnel des tensions.

$$\underline{U}_{23} = \underline{V}_2 \sqrt{3} e^{j\frac{\pi}{6}}$$

$$\underline{U}_{31} = \underline{V}_3 \sqrt{3} e^{j\frac{\pi}{6}}$$

Les valeurs instantanées des tensions composées sont ainsi :

$$u_{12} = U\sqrt{2} \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right)$$

$$u_{23} = U\sqrt{2} \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$u_{31} = U\sqrt{2} \cos\left(\omega t + \frac{5\pi}{6}\right)$$

□ Ligne à trois fils

Lorsque le fonctionnement est équilibré, le fil neutre peut être supprimé puisqu'il n'est parcouru par aucun courant (*figure 4.7*).

On définit un neutre fictif : c'est un point qui n'a pas d'existence matérielle, mais qui est au même potentiel que le neutre de la ligne à quatre fils soumise aux mêmes tensions composées. Cet artifice permet de continuer à définir des tensions simples pour une ligne à trois fils.

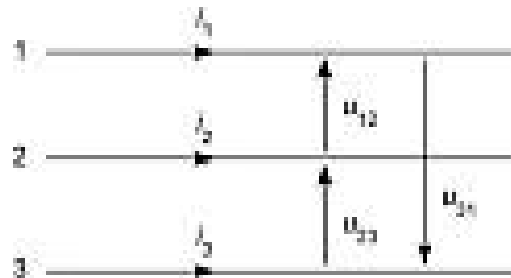


Figure 4.7 – Ligne à trois fils.

■ Couplage d'un générateur ou d'un récepteur sur une ligne

Un générateur ou un récepteur triphasé équilibré est constitué de trois dipôles que nous pouvons décrire par leur modèle de Thévenin (*figure 4.8*). Chaque dipôle est appelé phase du générateur ou du récepteur. Les forces électromotrices forment un système triphasé équilibré et les impédances sont identiques. Dans le cas du récepteur, on préfère souvent définir une force contre-électromotrice plutôt qu'une force électromotrice

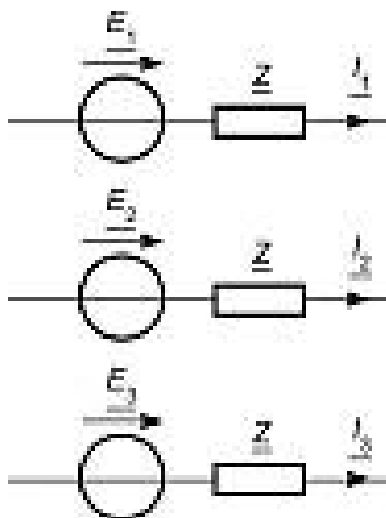


Figure 4.8 – Générateur triphasé équilibré.

(figure 4.9). Les trois phases peuvent être connectées sur une ligne triphasée de diverses façons.

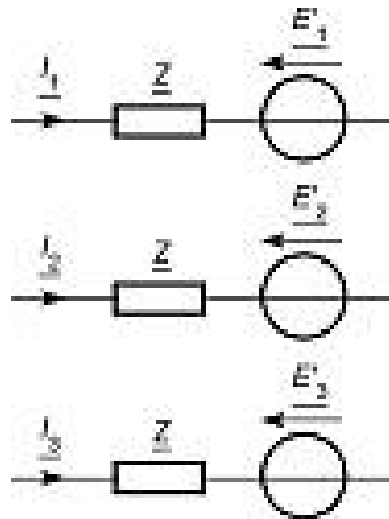


Figure 4.9 – Récepteur triphasé équilibré.

☐ Couplage étoile avec neutre

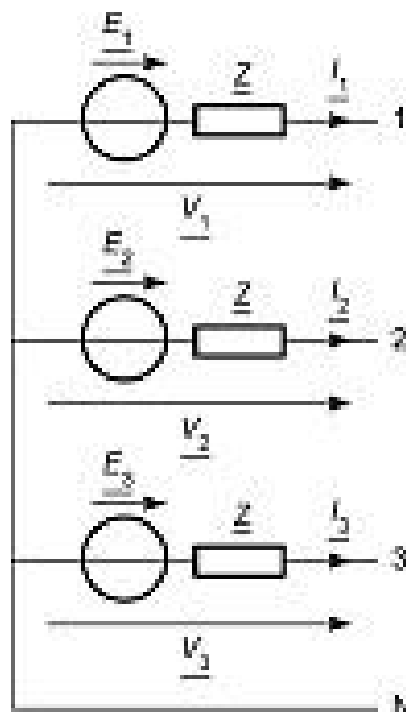


Figure 4.10 – Générateur triphasé couplé en étoile avec neutre.

Une première manière de connecter un générateur (*figure 4.10*) ou un récepteur (*figure 4.11*) triphasé sur une ligne à quatre fils consiste à brancher chaque phase du dispositif entre un fil de phase et le fil neutre : c'est le couplage étoile avec neutre. Chaque phase est soumise à l'une des tensions simples de la ligne et est parcourue par l'un des courants en ligne. Le schéma peut être dessiné de diverses façons (*figure 4.12*) : c'est la troi-

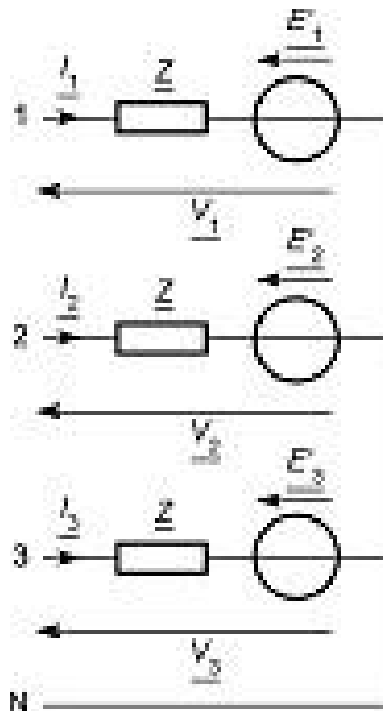


Figure 4.11 – Récepteur triphasé couplé en étoile avec neutre.

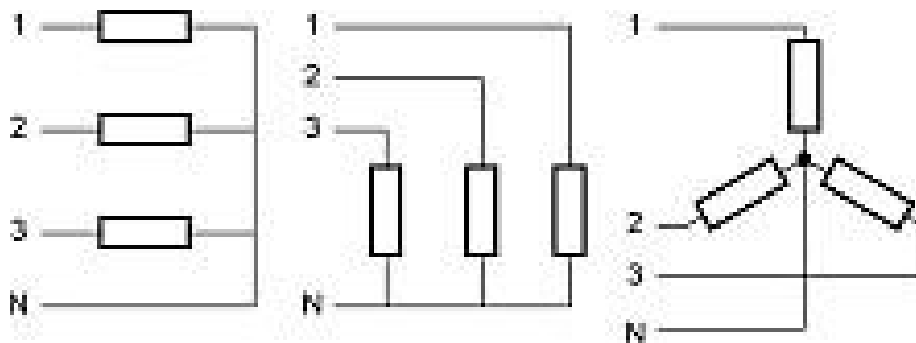


Figure 4.12 – Diverses façons de dessiner un dispositif triphasé couplé en étoile (cas d'un récepteur passif).

sième forme qui justifie le nom de couplage étoile. Si les tensions simples forment un système triphasé équilibré direct, il en est de même pour les courants en ligne.

□ Couplage étoile sans neutre

Une deuxième manière de connecter un générateur (*figure 4.13*) ou un récepteur (*figure 4.14*) triphasé sur une ligne à trois ou quatre fils consiste à brancher chaque phase du dispositif entre un fil de phase et un point

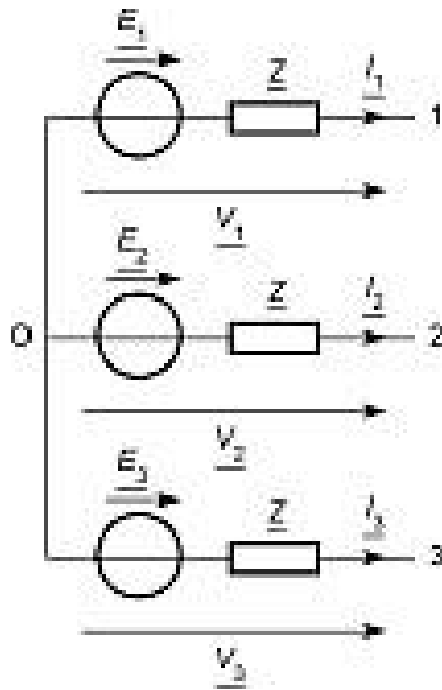


Figure 4.13 – Générateur triphasé couplé en étoile sans neutre.

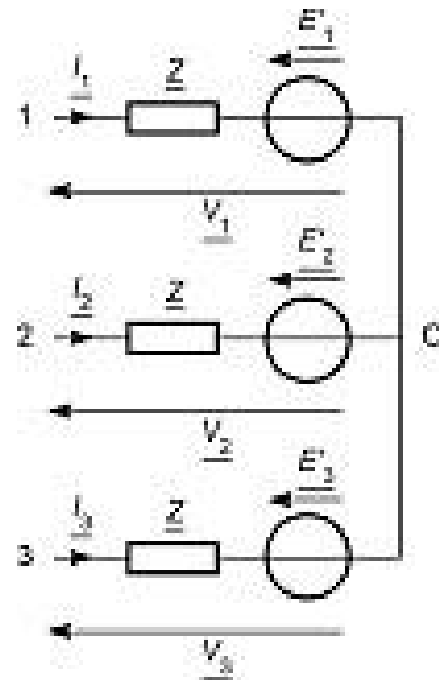


Figure 4.14 – Récepteur triphasé couplé en étoile sans neutre.

commun O : c'est le couplage étoile sans neutre. Si la ligne est à quatre fils, le potentiel de ce point O est le même que celui du neutre. Si la ligne est à trois fils, le potentiel de ce point O est le même que celui du neutre fictif. Chaque phase est donc soumise à l'une des tensions simples de la ligne et est parcourue par l'un des courants en ligne. Les couplages en étoile avec ou sans neutre sont équivalents en régime équilibré.

□ Couplage triangle

Une troisième manière de connecter un générateur (*figure 4.15*) ou un récepteur (*figure 4.16*) triphasé sur une ligne à trois ou quatre fils consiste à brancher chaque phase du dispositif entre deux fils de ligne. Le neutre, s'il existe, n'est pas utilisé. Le schéma peut être dessiné de diverses façons (*figure 4.17*) : c'est la troisième forme qui justifie le nom de couplage triangle.

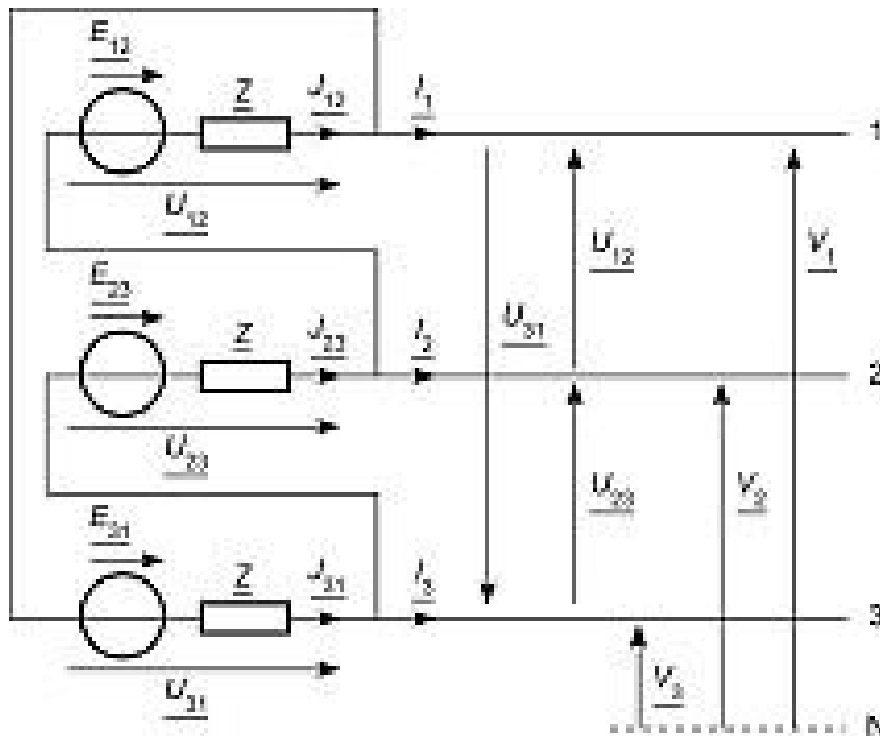


Figure 4.15 – Générateur triphasé couplé en triangle.

Les courants j_{12} , j_{23} et j_{31} sont appelés courants de phase ou courants polygonaux. Si les tensions composées forment un système triphasé équilibré direct, il en est de même pour les courants de phase. Ces derniers sont liés aux courants en ligne par les lois des nœuds aux bornes 1, 2 et 3 :

$$i_1 = j_{12} - j_{31}$$

$$i_2 = j_{23} - j_{12}$$

$$i_3 = j_{31} - j_{23}$$

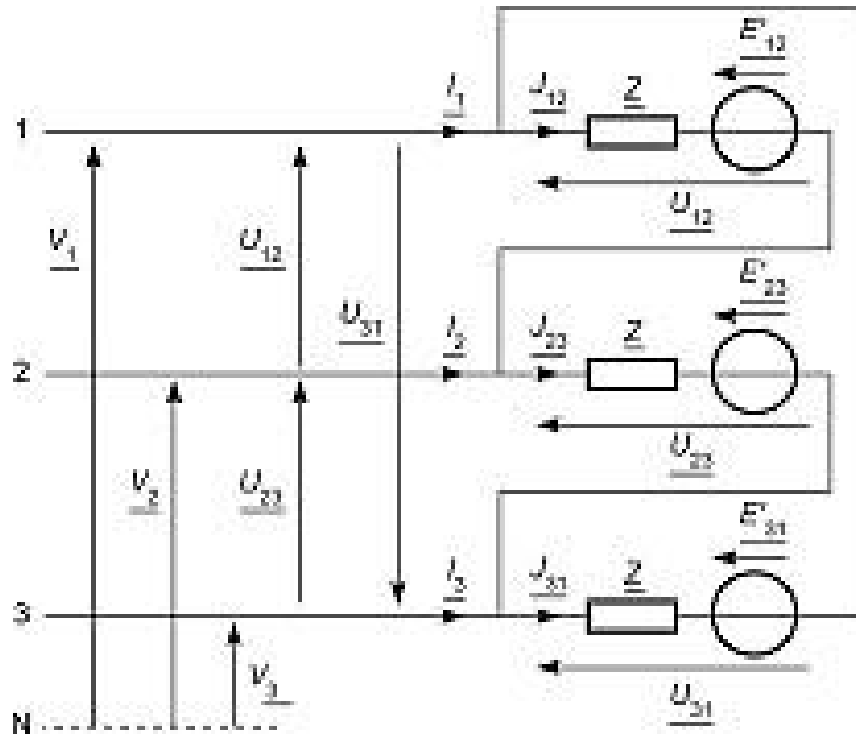


Figure 4.16 – Récepteur triphasé couplé en triangle.

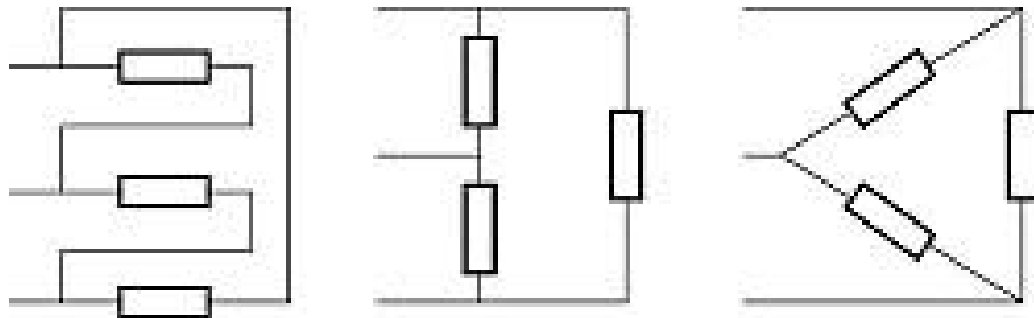


Figure 4.17 – Diverses façons de dessiner un dispositif triphasé couplé en triangle (cas d'un récepteur passif).

Le diagramme de Fresnel (*figure 4.18*) montre que les courants i_1 , i_2 et i_3 forment un système triphasé équilibré direct, que les courants j_{12} , j_{23} et j_{31} sont en avance de $\frac{\pi}{6}$ sur les courants i_1 , i_2 et i_3 respectivement et

que l'intensité efficace J des courants polygonaux est liée à l'intensité efficace I des courants en ligne par la formule :

$$I = J\sqrt{3}$$

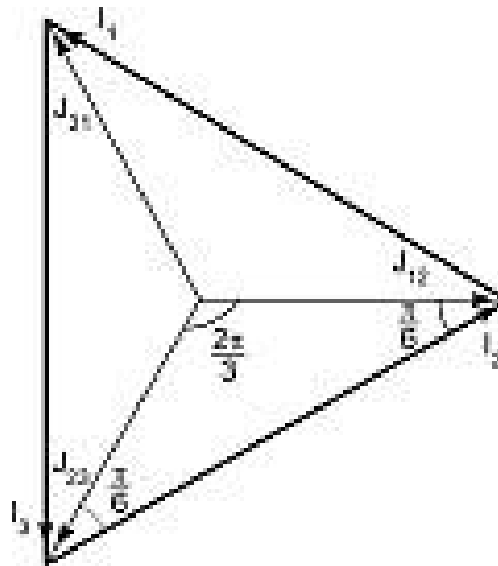


Figure 4.18 – Diagramme de Fresnel des courants.

Les relations entre courants polygonaux et courants en ligne peuvent s'écrire avec les grandeurs complexes :

$$\underline{J}_{12} = \frac{\underline{I}_1}{\sqrt{3}} e^{j\frac{\pi}{6}}$$

$$\underline{J}_{23} = \frac{\underline{I}_2}{\sqrt{3}} e^{j\frac{\pi}{6}}$$

$$\underline{J}_{31} = \frac{\underline{I}_3}{\sqrt{3}} e^{j\frac{\pi}{6}}$$

Notons que le déphasage du courant dans une phase par rapport à la tension à ses bornes est égal au déphasage du courant en ligne par rapport à la tension simple (figure 4.19). Cette remarque est importante pour les expressions des puissances.

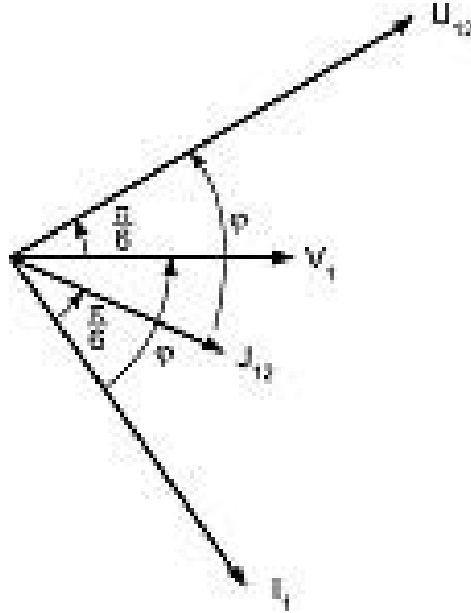


Figure 4.19 – Diagramme de Fresnel des courants et des tensions pour une phase.

□ Changements de couplage

Il est parfois intéressant de changer de couplage. Il est ainsi possible d'utiliser une même machine sur deux réseaux différents dont les tensions sont dans un rapport $\sqrt{3}$. Cette possibilité a été utilisée pour passer de l'ancien réseau 220 V au réseau 380 V. Le changement de couplage est aussi employé pour réduire l'intensité du courant appelé au démarrage de certains moteurs asynchrones (démarrage étoile-triangle).

4.1.3 Schéma monophasé équivalent

■ Dispositifs triphasés sans couplage entre phases

Un dispositif en triangle est équivalent à un dispositif en étoile (*figure 4.20*) à condition que :

$$\underline{E}_1 = \frac{E_{12}}{\sqrt{3}} e^{-j\frac{\pi}{6}}$$

$$\underline{E}_2 = \frac{E_{23}}{\sqrt{3}} e^{-j\frac{\pi}{6}}$$

$$\underline{E}_3 = \frac{E_{31}}{\sqrt{3}} e^{-j\frac{\pi}{6}}$$

$$\underline{Z}_Y = \frac{\underline{Z}_\Delta}{3}$$

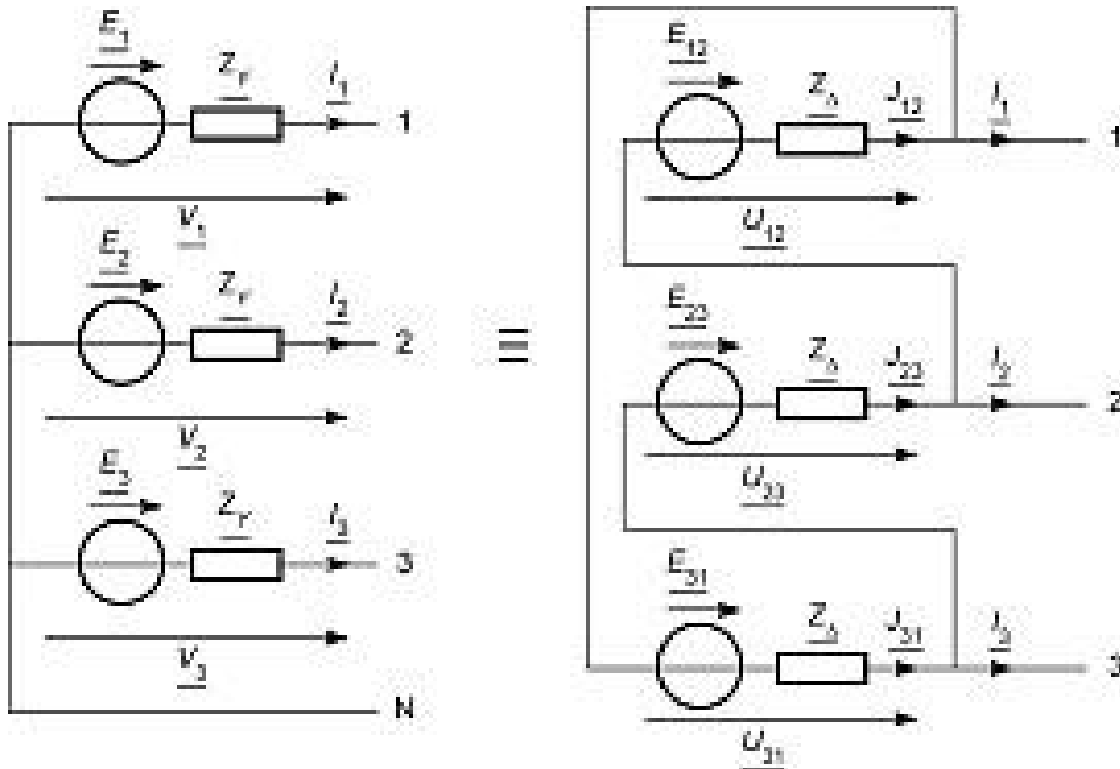


Figure 4.20 – Équivalence entre un dispositif en triangle et un dispositif en étoile.

Avec cette équivalence, il est possible de se ramener à un couplage étoile pour le générateur et le récepteur, quelle que soit la disposition réelle (*figure 4.21*).

Le fonctionnement étant équilibré, les points O et O' sont au potentiel du neutre, réel ou fictif, qu'il y ait ou non une connexion entre ces points et le neutre s'il existe. Les expressions des courants sont donc :

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{E}_1 - \underline{E}'_1}{\underline{Z} + \underline{Z}'}$$

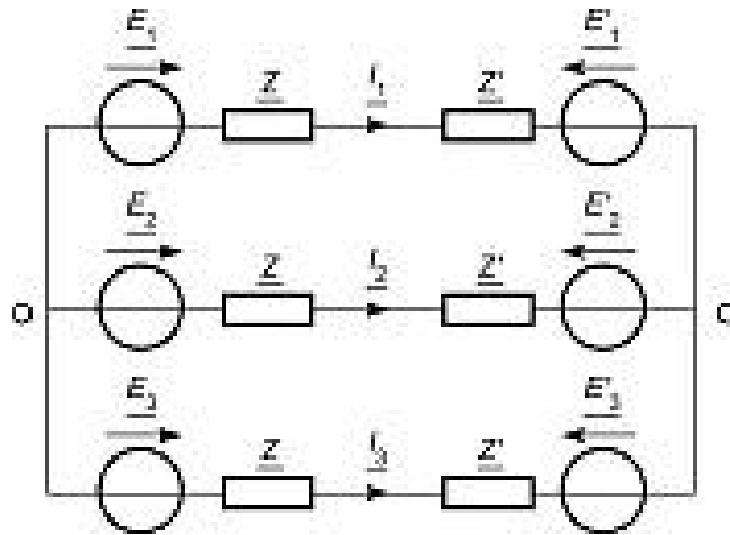


Figure 4.21 – Schéma équivalent à un générateur triphasé associé à un récepteur triphasé.

$$\underline{I}_2 = \frac{\underline{E}_2 - \underline{E}'_2}{\underline{Z} + \underline{Z}'}$$

$$\underline{I}_3 = \frac{\underline{E}_3 - \underline{E}'_3}{\underline{Z} + \underline{Z}'}$$

Les trois relations sont identiques, et il est donc inutile de préciser l'indice :

$$\underline{I} = \frac{\underline{E} - \underline{E}'}{\underline{Z} + \underline{Z}'}$$

Cette formule correspond au schéma monophasé équivalent (figure 4.22).

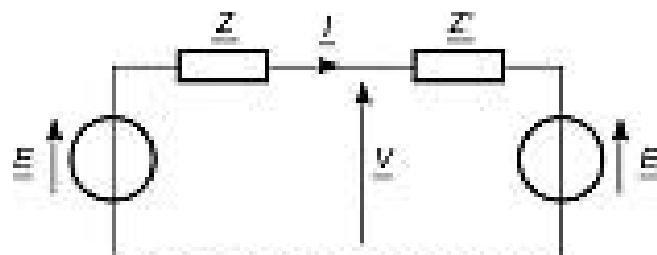


Figure 4.22 – Schéma monophasé équivalent.

Il faut bien noter que le fil en traits interrompus est fictif, et qu'il ne présente aucune impédance, même si l'impédance des fils de ligne est prise en compte (figure 4.23).

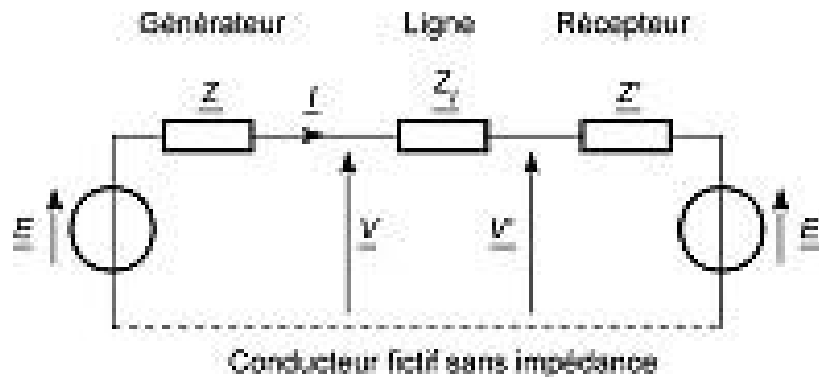


Figure 4.23 – Schéma monophasé équivalent prenant en compte l'impédance des fils de ligne.

■ Dispositifs triphasés avec couplage entre phases

Dans beaucoup de machines, un phénomène d'induction mutuelle se produit entre les phases. Compte tenu de la symétrie de construction, l'inductance mutuelle a la même valeur M quelles que soient les phases considérées. Le dispositif peut toujours être décrit par un schéma monophasé équivalent, mais en remplaçant l'impédance par l'impédance cyclique Z_c qui tient compte, de manière implicite, de l'effet des autres phases (figure 4.24).

Si chaque phase a une résistance r et une inductance propre L et que le couplage est en étoile, l'impédance cyclique est :

$$\underline{Z}_c = r + j(L - M)\omega$$

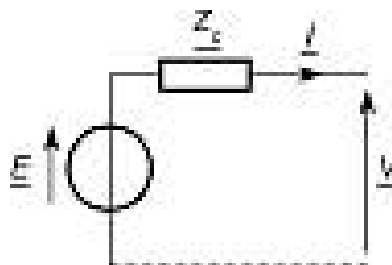


Figure 4.24 – Schéma monophasé équivalent en présence d'un couplage entre phases.

Si chaque phase a une résistance r et une inductance propre L et que le couplage est en triangle, l'impédance cyclique est :

$$\underline{Z}_c = \frac{1}{3} [r + j(L - M)\omega]$$

■ Conclusion

Que le dispositif soit en étoile ou en triangle, qu'il y ait ou non présence de couplages entre phases, l'étude d'un circuit triphasé en régime équilibré peut se faire à l'aide d'un schéma monophasé équivalent où apparaissent des tensions simples, des courants en ligne et des impédances cycliques.

4.1.4 Puissances

■ Puissances transportées par une ligne

La puissance instantanée transportée par une ligne triphasée est égale à la somme des puissances instantanées transportées par chaque phase :

$$p = v_1 i_1 + v_2 i_2 + v_3 i_3$$

En remplaçant les tensions et les intensités par leurs expressions temporelles, nous obtenons :

$$p = 3VI \cos \varphi$$

En régime sinusoïdal triphasé équilibré, la puissance instantanée est indépendante du temps. Il n'y a donc pas de puissance fluctuante. La puissance active P étant la moyenne de la puissance instantanée, et cette dernière étant constante, nous avons la même expression :

$$P = 3VI \cos \varphi$$

Cette formule peut également être obtenue en faisant la somme des puissances actives de chaque phase. La puissance réactive Q est obtenue également de cette façon :

$$Q = 3VI \sin \varphi$$

Les puissances complexes s'ajoutent également, ce qui donne :

$$\underline{S} = 3VIe^{j\varphi}$$

La puissance apparente S n'est pas égale à la somme des puissances apparentes par phase, mais elle peut toujours être calculée par la formule :

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

ce qui donne :

$$S = 3VI$$

Le facteur de puissance λ est toujours défini par :

$$\lambda = \frac{P}{S}$$

ce qui donne :

$$\lambda = \cos \varphi$$

■ Puissances fournies par un générateur ou reçues par un récepteur

□ Dispositif en étoile

Les tensions aux bornes des phases sont les tensions simples et les courants dans les phases sont les courants en ligne. Les formules des puissances sont donc :

$$P = 3VI \cos \varphi$$

$$Q = 3VI \sin \varphi$$

$$\underline{S} = 3VIe^{j\varphi}$$

$$S = 3VI$$

Dans ces formules, φ est le déphasage d'un courant en ligne par rapport à la tension simple correspondante.

□ Dispositif en triangle

Les tensions aux bornes des phases sont les tensions composées et les courants dans les phases sont les courants polygonaux. Les formules des puissances sont donc :

$$P = 3UJ \cos \varphi$$

$$Q = 3UJ \sin \varphi$$

$$\underline{S} = 3UJ e^{j\varphi}$$

$$S = 3UJ$$

Dans ces formules, φ est le déphasage d'un courant polygonal par rapport à la tension composée correspondante, mais nous avons indiqué qu'il avait la même valeur que le déphasage d'un courant en ligne par rapport à la tension simple correspondante.

□ Expressions valables quel que soit le couplage

En tenant compte des relations entre U et V d'une part et entre I et J d'autre part, les formules se ramènent, quel que soit le couplage, à :

$$P = \sqrt{3}UI \cos \varphi$$

$$Q = \sqrt{3}UI \sin \varphi$$

$$\underline{S} = \sqrt{3}UI e^{j\varphi}$$

$$S = \sqrt{3}UI$$

Il faut bien noter que l'angle φ est le déphasage d'un courant en ligne par rapport à la tension simple correspondante, même si les valeurs efficaces qui interviennent dans la formule sont celles du courant en ligne et de la tension composée. Remarquons également que si ces formules sont utilisées pour une charge passive, φ est l'argument de l'impédance d'une phase.

■ Pertes par effet Joule dans un enroulement triphasé

□ Formules selon le couplage

Dans un enroulement triphasé couplé en étoile, les courants qui parcourent les trois phases de résistance R sont directement les courants en ligne i_1 , i_2 et i_3 (figure 4.25). Ces trois courants ont une intensité efficace I , et les pertes par effet Joule p_J sont données par la formule :

$$p_J = 3RI^2$$

Dans un enroulement triphasé couplé en triangle, les courants qui parcourent les trois phases de résistance R sont les courants polygonaux j_{12} , j_{23} et j_{31} (figure 4.26). Ces trois courants ont une intensité efficace J , et les pertes par effet Joule p_J sont données par la formule :

$$p_J = 3RJ^2$$

L'intensité efficace J des courants polygonaux n'étant pas mesurable sans démonter la machine, il faut l'obtenir à partir de l'intensité efficace I des courants en ligne :

$$J = \frac{I}{\sqrt{3}}$$

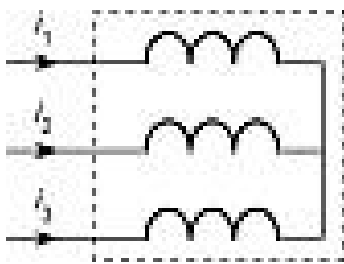


Figure 4.25 – Couplage étoile.

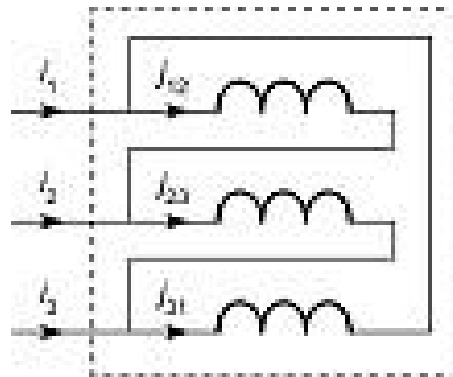


Figure 4.26 – Couplage triangle.

□ Formule indépendante du couplage

Il est commode de disposer d'une formule qui permette de calculer les pertes par effet Joule à partir de grandeurs mesurables sur les bornes de

la machine sans avoir à se préoccuper du couplage de l'enroulement. Pour cela, il faut mesurer en continu la résistance R_a entre deux bornes de la machine (chaque bobine se comporte en continu comme une résistance R).

Si l'enroulement est en étoile (*figure 4.27*), deux résistances R sont en série entre deux bornes, et la résistance apparente est :

$$R_a = 2R$$

Les pertes par effet Joule s'expriment par :

$$p_J = \frac{3}{2} R_a I^2$$

Si l'enroulement est en triangle (*figure 4.28*), deux résistances R en série sont en parallèle avec la troisième résistance R , et la résistance apparente est :

$$R_a = \frac{2}{3} R$$

En tenant compte de la relation entre les intensités efficaces des courants en ligne et des courants polygonaux, les pertes par effet Joule s'expriment encore par :

$$p_J = \frac{3}{2} R_a I^2$$

Cette dernière formule permet donc de calculer les pertes par effet Joule d'un enroulement triphasé à partir de la résistance R_a mesurée entre

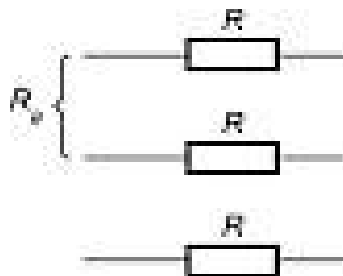


Figure 4.27 – Résistance entre bornes pour un couplage étoile.

deux bornes et de l'intensité efficace I des courants en ligne et ce, indépendamment du couplage.

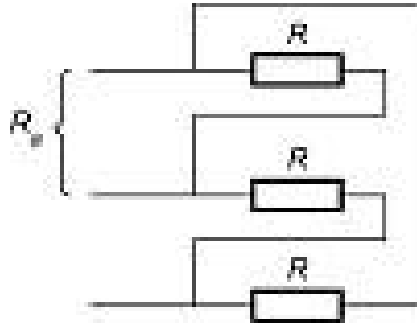


Figure 4.28 – Résistance entre bornes pour un couplage triangle.

4.2 Systèmes triphasés déséquilibrés

4.2.1 Définition et causes

■ Définition

Un système triphasé déséquilibré est un ensemble de trois grandeurs de même nature, de même fréquence, mais qui ont des amplitudes quelconques et qui sont déphasées d'un angle quelconque.

■ Sources de déséquilibre

Les générateurs et les récepteurs triphasés peuvent être déséquilibrés à cause d'une dissymétrie de construction ou d'un défaut de fonctionnement. Le branchement d'appareils monophasés est aussi une source de déséquilibre possible.

4.2.2 Étude directe

Quand un récepteur déséquilibré branché sur le réseau est formé de trois éléments monophasés distincts, le problème se ramène à trois études de circuits monophasés. Quand le couplage est en étoile avec neutre ou en triangle, les tensions aux bornes des phases sont imposées et le calcul des courants ne pose aucun problème. Par contre, quand le couplage est en étoile sans neutre, la différence de potentiel entre le point commun O et

le neutre N n'est pas nulle, *a priori*, et les tensions aux bornes des phases ne sont pas connues au départ. Plusieurs méthodes sont possibles. La plus simple consiste à calculer la différence de potentiel entre le point commun O et le neutre N (réel ou fictif) par le théorème de Millman. Une autre possibilité est de transformer l'étoile en triangle par le théorème de Kennely. Les tensions aux bornes des éléments monophasés constituant le récepteur couplé en étoile sans neutre ont des valeurs efficaces différentes et il faut en tenir compte dans leur dimensionnement. Ce couplage en étoile sans neutre n'est donc pas très intéressant pour une charge déséquilibrée.

4.2.3 Puissances

Les puissances active P et réactive Q en régime sinusoïdal triphasé déséquilibré sont les sommes des puissances par phase :

$$P = V_1 I_1 \cos \varphi_1 + V_2 I_2 \cos \varphi_2 + V_3 I_3 \cos \varphi_3$$

$$Q = V_1 I_1 \sin \varphi_1 + V_2 I_2 \sin \varphi_2 + V_3 I_3 \sin \varphi_3$$

En conséquence, la puissance complexe $\underline{S}$ est égale à la somme des puissances complexes par phase :

$$\underline{S} = \underline{V_1 I_1^*} + \underline{V_2 I_2^*} + \underline{V_3 I_3^*}$$

La puissance apparente S n'est pas égale à la somme des puissances apparentes par phase, mais elle peut toujours être calculée par la formule :

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

Le facteur de puissance λ est toujours défini par :

$$\lambda = \frac{P}{S}$$

Cependant, ce n'est plus le cosinus d'un déphasage.

4.2.4 Composantes symétriques

Les composantes symétriques permettent essentiellement d'étudier le fonctionnement d'un réseau triphasé de constitution symétrique en cas de défaut provoquant une dissymétrie.

■ Définition

Tout système triphasé déséquilibré $\underline{G}_1, \underline{G}_2, \underline{G}_3$ est la superposition de trois systèmes :

- un système homopolaire $\underline{G}_h, \underline{G}_h, \underline{G}_h$;
- un système équilibré direct $\underline{G}_d, a^2 \underline{G}_d, a \underline{G}_d$;
- un système équilibré inverse $\underline{G}_i, a \underline{G}_i, a^2 \underline{G}_i$:

$$\underline{G}_1 = \underline{G}_h + \underline{G}_d + \underline{G}_i$$

$$\underline{G}_2 = \underline{G}_h + a^2 \underline{G}_d + a \underline{G}_i$$

$$\underline{G}_3 = \underline{G}_h + a \underline{G}_d + a^2 \underline{G}_i$$

$\underline{G}_h, \underline{G}_d, \underline{G}_i$ sont appelées composantes symétriques de Fortescue du système triphasé $\underline{G}_1, \underline{G}_2, \underline{G}_3$. Remarquons que le système homopolaire n'est pas un système triphasé équilibré, il est formé de trois grandeurs identiques (*figure 4.29*). Le passage du système triphasé déséquilibré à ses composantes est appelé transformation de Fortescue.

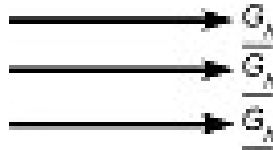


Figure 4.29 – Système homopolaire.

Le déterminant du système de trois équations n'étant pas nul, il y a toujours un ensemble unique de composantes $\underline{G}_h, \underline{G}_d, \underline{G}_i$ associé à un système :

$$\underline{G}_h = \frac{1}{3} (\underline{G}_1 + \underline{G}_2 + \underline{G}_3)$$

$$\underline{G}_d = \frac{1}{3} (\underline{G}_1 + a \underline{G}_2 + a^2 \underline{G}_3)$$

$$\underline{G}_i = \frac{1}{3} (\underline{G}_1 + a^2 \underline{G}_2 + a \underline{G}_3)$$

Les relations peuvent être écrites sous forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} \underline{G}_1 \\ \underline{G}_2 \\ \underline{G}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{V}_h \\ \underline{V}_d \\ \underline{V}_i \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \underline{G}_h \\ \underline{G}_d \\ \underline{G}_i \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{V}_1 \\ \underline{V}_2 \\ \underline{V}_3 \end{bmatrix}$$

La matrice de passage du système déséquilibré à ses composantes est appelée matrice de Fortescue.

■ Degré de déséquilibre

Le degré de déséquilibre δ d'un système triphasé est le rapport entre les valeurs efficaces de sa composante inverse et de sa composante directe :

$$\delta = \frac{G_i}{G_d}$$

■ Relations entre les composantes des tensions simples et des tensions composées

Les composantes symétriques $\underline{V}_h, \underline{V}_d, \underline{V}_i$ des tensions simples d'une ligne triphasée et les composantes symétriques $\underline{U}_h, \underline{U}_d, \underline{U}_i$ des tensions composées correspondantes sont telles que :

$$\underline{U}_h = 0$$

$$\underline{U}_d = (1 - a^2) \underline{V}_d = \sqrt{3} e^{j\frac{\pi}{6}} \underline{V}_d$$

$$\underline{U}_i = (1 - a) \underline{V}_i = \sqrt{3} e^{-j\frac{\pi}{6}} \underline{V}_i$$

■ Relations entre les composantes des courants polygonaux et des courants en ligne

Les composantes symétriques $\underline{J}_h, \underline{J}_d, \underline{J}_i$ des courants polygonaux d'un dispositif triphasé couplé en triangle et les composantes symétriques $\underline{I}_h, \underline{I}_d, \underline{I}_i$ des courants en ligne correspondants sont telles que :

$$\underline{I}_h = 0$$

$$\underline{I}_d = (1 - a) \underline{J}_d = \sqrt{3} e^{-j\frac{\pi}{6}} \underline{J}_d$$

$$\underline{I}_i = (1 - a^2) \underline{J}_i = \sqrt{3} e^{j\frac{\pi}{6}} \underline{J}_i$$

■ Indépendance des composantes

Les systèmes homopolaire, direct et inverse, sont indépendants pour toute partie de réseau de constitution symétrique. Cette partie peut être représentée par un schéma monophasé équivalent pour chacune des trois composantes symétriques. Par exemple, pour un générateur siège d'un système de forces électromotrices triphasées équilibrées directes $\underline{E}, a^2 \underline{E}, a \underline{E}$, les relations caractérisant les trois schémas monophasés (*figure 4.30*) sont :

$$\underline{V}_h = -\underline{Z}_h \underline{I}_h$$

$$\underline{V}_d = \underline{E} - \underline{Z}_d \underline{I}_d$$

$$\underline{V}_i = -\underline{Z}_i \underline{I}_i$$

$\underline{Z}_h, \underline{Z}_d$ et $\underline{Z}_i$ sont respectivement les impédances homopolaire, directe et inverse.

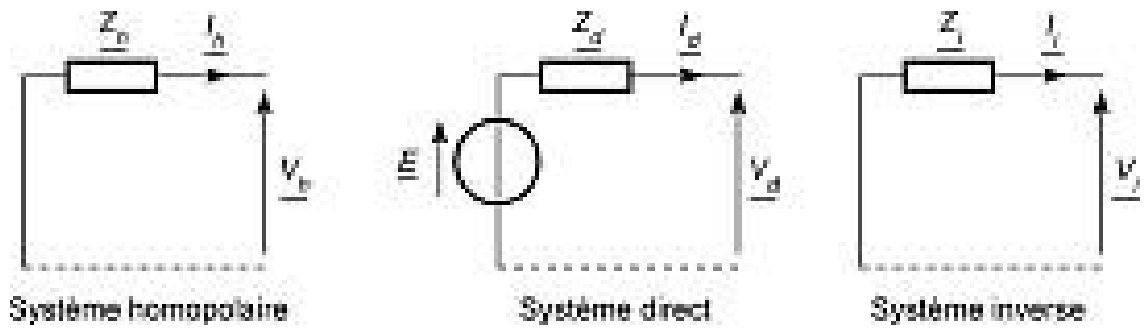


Figure 4.30 – Schémas monophasés équivalents pour les trois composantes.

■ Puissances

La puissance complexe est la somme des puissances complexes transmises par les trois composantes :

$$\underline{S} = 3\underline{V}_h\underline{I}_h^* + 3\underline{V}_d\underline{I}_d^* + 3\underline{V}_i\underline{I}_i^*$$

$$\underline{S} = \underline{S}_h + \underline{S}_d + \underline{S}_i$$

Il en est donc de même pour les puissances actives et réactives :

$$P = P_h + P_d + P_i$$

$$Q = Q_h + Q_d + Q_i$$

La puissance apparente est pour sa part :

$$S = \sqrt{(P_h + P_d + P_i)^2 + (Q_h + Q_d + Q_i)^2}$$

5 • BOBINES ET TRANSFORMATEURS

Le transformateur a un rôle fondamental en électrotechnique. C'est lui qui a assuré la suprématie du courant alternatif sur le courant continu.

5.1 Bobine à noyau de fer monophasée

5.1.1 Généralités

■ Constitution

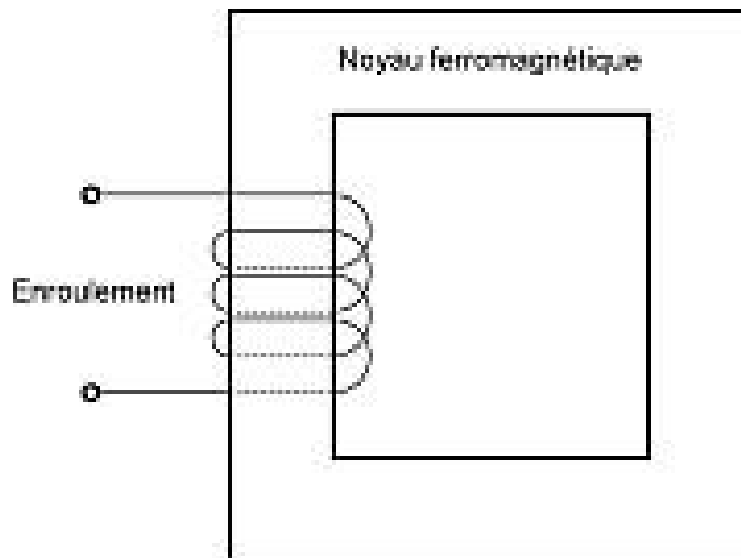


Figure 5.1 – Constitution d'une bobine à noyau de fer.

Une bobine à noyau de fer est constituée d'un certain nombre de spires enroulées sur un circuit magnétique en matériau ferromagnétique doux (*figure 5.1*). Par convention, quand il ne sera pas nécessaire de préciser la structure d'un circuit magnétique, nous le représenterons par un trait unique (*figure 5.2*).

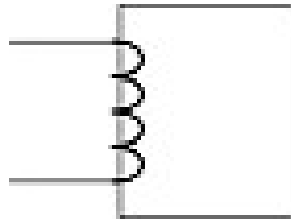


Figure 5.2 – Représentation conventionnelle d'une bobine à noyau de fer.

■ Symbole

Sur les schémas électriques, une bobine à noyau de fer peut être représentée par l'un des deux symboles indiqués (*figure 5.3*). Ces représentations font apparaître un trait épais qui rappelle la présence du noyau ferromagnétique.



Figure 5.3 – Symboles d'une bobine à noyau de fer.

5.1.2 Principe

■ Conventions de signe

Avant de mettre en équations la bobine à noyau de fer, il est nécessaire de bien préciser les conventions de signe adoptées pour les différentes grandeurs électriques et magnétiques (*figure 5.4*). La première orientation est arbitraire : un sens de parcours du circuit magnétique est choisi afin de pouvoir attribuer un signe aux flux. L'enroulement est ensuite orienté en concordance avec le circuit magnétique : un courant positif crée un flux positif. La tension est alors définie en convention récepteur, ce qui est le plus naturel puisque la bobine constitue un récepteur.

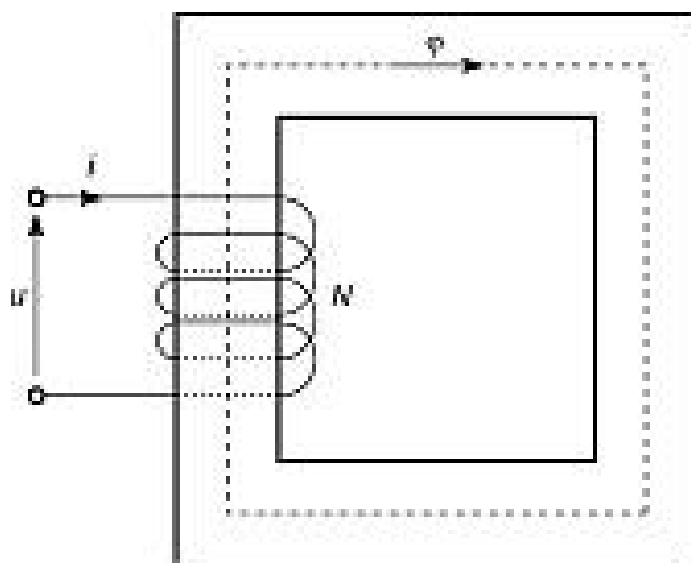


Figure 5.4 – Conventions de signe.

■ Flux

Toutes les lignes de champ créées par l'enroulement ne se referment pas dans le circuit magnétique, certaines d'entre elles se rebouclent dans l'air (*figure 5.5*).

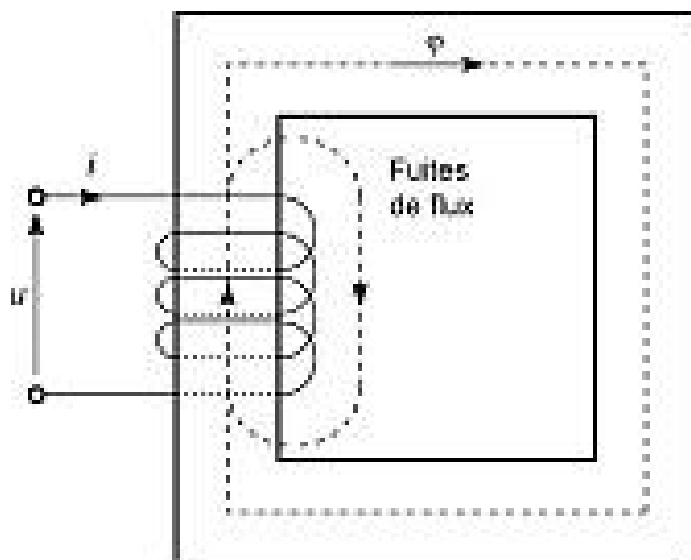


Figure 5.5 – Lignes de champ.

Le flux φ_k à travers la spire numéro k est égal à la somme du flux φ canalisé par le matériau ferromagnétique et du flux φ_{fk} qui se referme dans l'air, appelé flux de fuite de la spire numéro k :

$$\varphi_k = \varphi + \varphi_{fk}$$

Les deux termes ont un comportement très différent. Le circuit magnétique en matériau ferromagnétique doux est non linéaire, alors que le trajet des lignes de fuite est pratiquement linéaire car la réluctance de la partie du parcours dans l'air est très grande devant celle de la partie dans le matériau ferromagnétique.

■ Équation de la tension

La tension u aux bornes d'une bobine de N spires présentant une résistance R est liée à l'intensité i du courant qui la traverse et aux flux φ_k embrassés par les différentes spires :

$$u = Ri + \sum_{k=1}^N \frac{d\varphi_k}{dt}$$

En remplaçant le flux φ_k à travers la spire numéro k par son expression, nous obtenons :

$$u = Ri + l_f \frac{di}{dt} + N \frac{d\varphi}{dt}$$

Le coefficient l_f est l'inductance de fuites de la bobine.

■ Hypothèse de Kapp

En général, le dernier terme de la somme qui apparaît dans l'expression de la tension est largement prépondérant. Une simplification importante consiste à négliger les deux premiers termes : c'est l'hypothèse de Kapp. La formule se réduit alors à :

$$u \approx N \frac{d\varphi}{dt}$$

■ Flux forcé

Avec l'hypothèse de Kapp, le flux à travers la bobine est imposé dès lors que la tension à ses bornes est fixée : on dit que le flux est forcé.

5.1.3 Fonctionnement en régime sinusoïdal permanent

Dans de nombreuses applications, la bobine est branchée sur le réseau. La tension à ses bornes est alors sinusoïdale.

■ Formule de Boucherot

La bobine est alimentée par une tension sinusoïdale u que nous écrivons sous forme d'un cosinus par un choix approprié de l'origine des temps :

$$u = U\sqrt{2} \cos \omega t$$

Dans l'hypothèse de Kapp, le flux est également une fonction sinusoïdale du temps :

$$\varphi = \frac{U}{N\omega} \sqrt{2} \sin \omega t$$

L'expression de la valeur efficace U de la tension en fonction de l'amplitude $B_{\max}$ du champ magnétique, du nombre de spires N , de leur section S et de la fréquence f est appelée formule de Boucherot :

$$U = \pi\sqrt{2}B_{\max}NSf$$

■ Forme du courant

Du fait de la non-linéarité du circuit magnétique, le courant dans la bobine n'est pas sinusoïdal. Une construction graphique sur le cycle d'hystérésis du matériau permet de tracer la forme du courant en fonction du temps à partir de la forme du flux, sinusoïdal dans l'hypothèse de Kapp (*figure 5.6*). Le courant est une fonction périodique de même fréquence que la tension aux bornes de la bobine. Elle est décomposable en série de Fourier. Du fait de la symétrie de glissement que présente la courbe, il n'y a pas d'harmoniques de rang pair :

$$i = I_1\sqrt{2} \cos(\omega t - \psi_1) + I_3\sqrt{2} \cos(3\omega t - \psi_3) + I_5\sqrt{2} \cos(5\omega t - \psi_5) + \dots$$

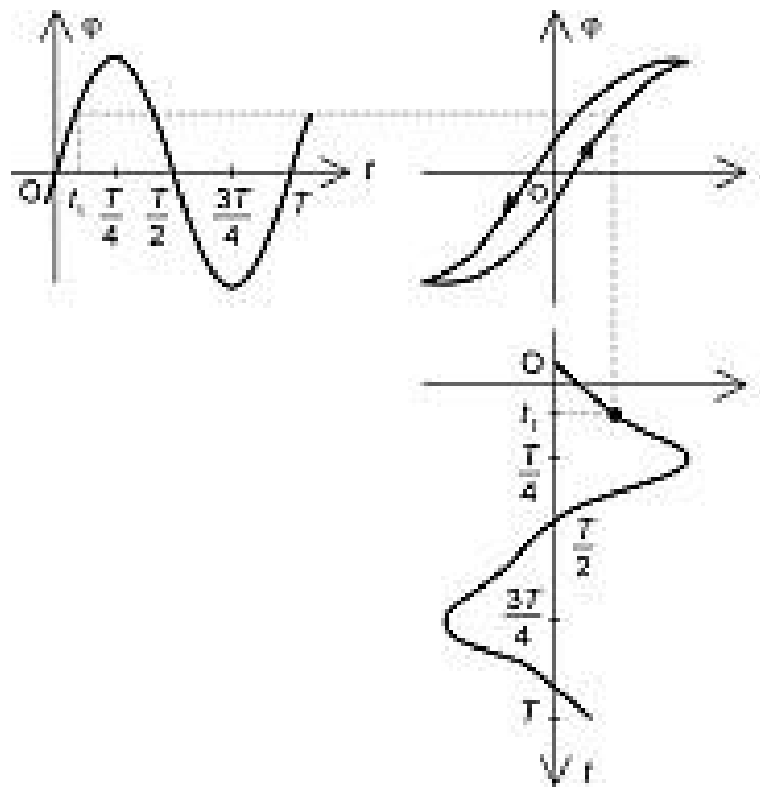


Figure 5.6 – Construction de la courbe des variations du courant.

L'intensité efficace de ce courant est :

$$I = \sqrt{I_1^2 + I_3^2 + I_5^2 + \dots}$$

■ Pertes ferromagnétiques

Les flux variables dans les matériaux ferromagnétiques y provoquent des pertes qui entraînent un échauffement. Les pertes ferromagnétiques ne peuvent être décrites rigoureusement que par une modélisation globale, mais il est d'usage de les séparer en plusieurs termes :

- les pertes par hystérésis;
- les pertes par courants de Foucault;
- les pertes anormales.

Cette décomposition est artificielle puisque les phénomènes ne sont pas indépendants. Une évaluation acceptable des pertes est néanmoins obtenue en faisant la somme des différentes contributions.

Les pertes volumiques par hystérésis pour les matériaux rencontrés habituellement sont proportionnelles à la fréquence f et approximativement proportionnelles au carré de l'amplitude B_M du champ magnétique :

$$\frac{dP_H}{d\nu} = k_H B_M^2 f$$

Le coefficient k_H dépend du matériau et de l'ordre de grandeur des champs magnétiques utilisés. Cette formule est relativement bien vérifiée pour les matériaux actuels avec un champ magnétique assez élevé ($B_M > 1 \text{ T}$).

Les pertes volumiques par courant de Foucault sont proportionnelles au carré de la fréquence f et de l'amplitude B_M du champ magnétique :

$$\frac{dP_F}{d\nu} = k_F B_M^2 f^2$$

Le coefficient k_F dépend de la forme et des dimensions et il est inversement proportionnel à la résistivité du matériau.

Dans les matériaux à gros grains, l'espacement important entre les parois des domaines provoque une modification de la répartition des courants de Foucault entraînant un accroissement des pertes correspondantes. Le terme supplémentaire forme les pertes anormales appelées également pertes en excès. Les pertes anormales volumiques sont proportionnelles à la puissance 1,5 de l'amplitude du champ et de la fréquence :

$$\frac{dP_A}{d\nu} = k_A B_M^{\frac{3}{2}} f^{\frac{3}{2}}$$

Pour évaluer globalement les pertes ferromagnétiques quand le champ magnétique est sinusoïdal, il faut faire la somme des trois contributions qui viennent d'être citées. Ainsi la puissance volumique totale est :

$$\frac{dP_f}{d\nu} = k_H f B_M^2 + k_F f^2 B_M^2 + k_A f^{\frac{3}{2}} B_M^{\frac{3}{2}}$$

Quand le champ magnétique n'est pas sinusoïdal, il faut utiliser une formule faisant apparaître le taux de variation $\frac{dB}{dt}$ du champ magnétique :

$$\frac{dP_f}{d\nu} = k_H f B_M^2 + \frac{1}{T} \int_0^T \frac{k_F}{2\pi^2} \left(\frac{dB}{dt} \right)^2 dt + \frac{1}{T} \int_0^T \frac{k_A}{(2\pi^2)^{\frac{3}{4}}} \left| \frac{dB}{dt} \right|^{\frac{3}{2}} dt$$

La difficulté principale consiste à évaluer ce taux de variation. Une analyse précise implique obligatoirement l'emploi d'un logiciel d'étude des champs.

■ Schéma équivalent

Pour pouvoir utiliser les représentations habituelles en régime sinusoïdal permanent (grandeurs complexes, diagramme de Fresnel), il est commode de définir un courant sinusoïdal fictif i' qui a les mêmes effets énergétiques que le courant réel. Pour que les pertes par effet Joule dans la résistance soient les mêmes, il faut que les deux courants aient la même intensité efficace I . La puissance appelée par la bobine avec le courant réel est :

$$P = UI_1 \cos \psi_1$$

Le courant sinusoïdal fictif i' est déphasé d'un angle ψ par rapport à la tension u :

$$i' = I\sqrt{2} \cos(\omega t - \psi)$$

La puissance appelée par la bobine avec le courant fictif est :

$$P = UI \cos \psi$$

L'égalité des puissances impose l'angle ψ , ce qui permet de construire le diagramme de Fresnel (*figure 5.7*). Comme il n'a pas d'ambiguïté possible, nous appelons $\underline{I}$ la grandeur complexe associée au courant fictif i' .

Il est d'usage de séparer le courant i' en deux composantes (*figure 5.8*), la première, i_f , en quadrature avec le flux et donc en phase avec la force

contre-électromotrice $e' = N \frac{d\varphi}{dt}$ est appelée composante active, et la

seconde, i_m , en phase avec le flux ϕ est appelée composante réactive ou magnétisante :

$$i' = i_f + i_m$$

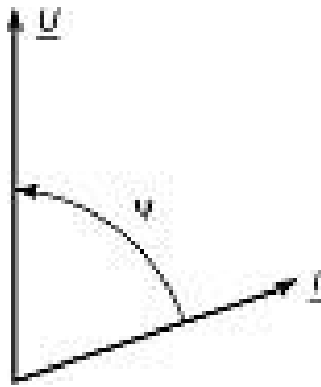


Figure 5.7 – Courant sinusoïdal fictif sur le diagramme de Fresnel.

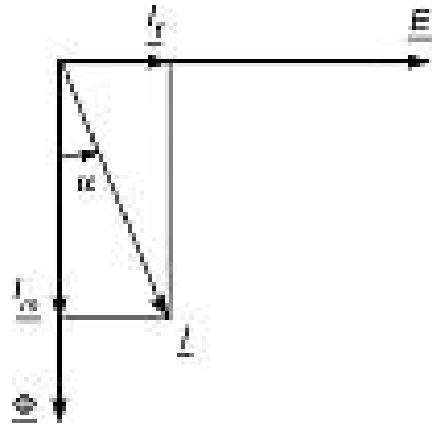


Figure 5.8 – Décomposition du courant en composante active et composante réactive.

L'angle α est nommé angle d'avance hystérétique. Un diagramme global permet de bien visualiser les relations entre ces différentes grandeurs (*figure 5.9*). Il en résulte un schéma équivalent de la bobine (*figure 5.10*).

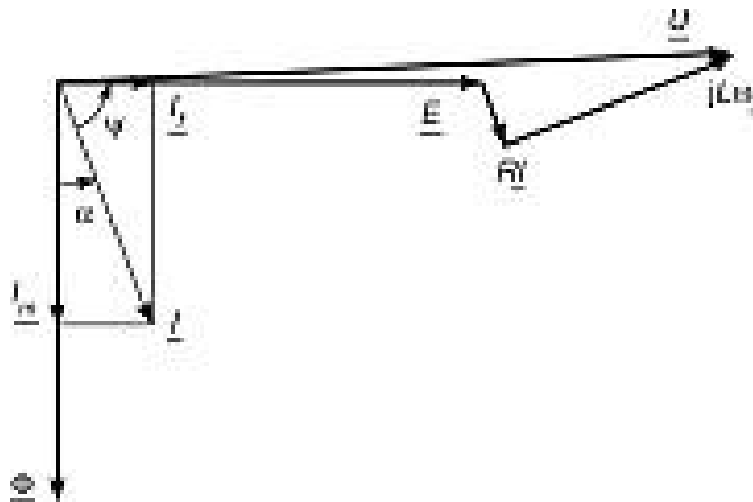


Figure 5.9 – Diagramme général d'une bobine.

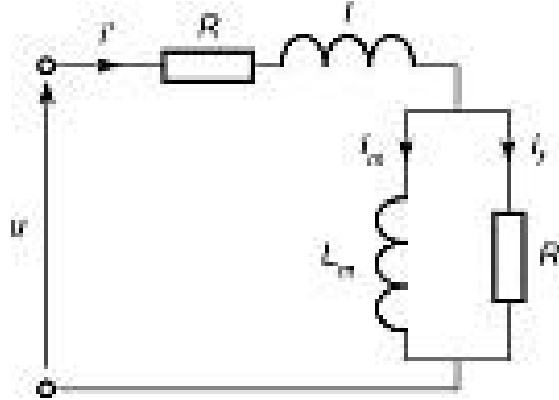


Figure 5.10 – Schéma équivalent d'une bobine.

5.2 Bobine à noyau de fer triphasée

5.2.1 Constitution du circuit magnétique

Une bobine triphasée peut être constituée de trois bobines monophasées indépendantes. Les enroulements peuvent être couplés en étoile ou en triangle. Les flux dans les trois circuits magnétiques monophasés sont totalement indépendants. Pour réduire la masse de matériau ferromagnétique nécessaire, il est possible de placer les trois enroulements monophasés sur un circuit magnétique triphasé symétrique. La présence de la colonne centrale permet aux flux de se refermer sans contrainte : le circuit magnétique triphasé est à flux indépendants (*figure 5.11*). Dans le cas d'un fonctionnement équilibré, la somme des flux engendrés par les trois bobines est nulle, et la colonne centrale n'est plus nécessaire. Le circuit magnétique triphasé est à flux liés (*figure 5.12*). En cas de déséquilibre, cette structure impose que la somme des flux engendrés par les trois bobines reste toujours nulle, en négligeant les flux de fuites. Ces circuits magnétiques triphasés symétriques ont le défaut d'être encombrants et difficiles à fabriquer. En tolérant une petite dissymétrie, il est possible de placer les trois colonnes portant les enroulements monophasés dans le même plan. Le circuit magnétique triphasé dissymétrique à flux indépendants peut comporter quatre colonnes (*figure 5.13*) ou cinq colonnes (*figure 5.14*), cette dernière disposition réduisant la dissymétrie.

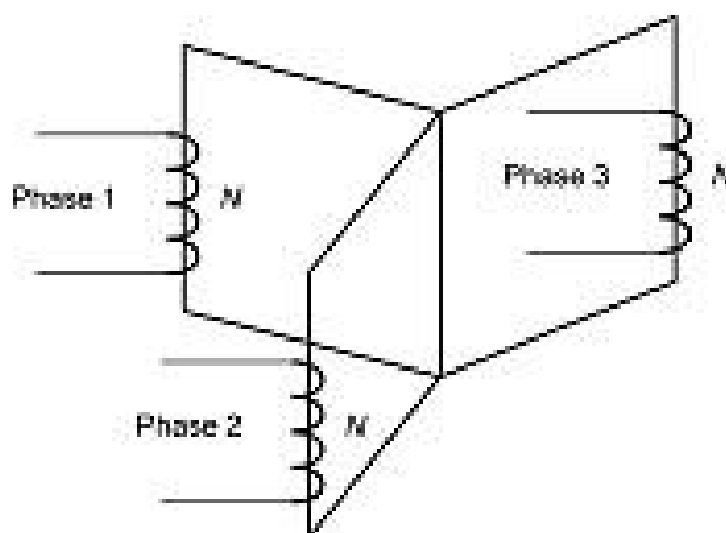


Figure 5.11 – Circuit magnétique symétrique à flux indépendants.

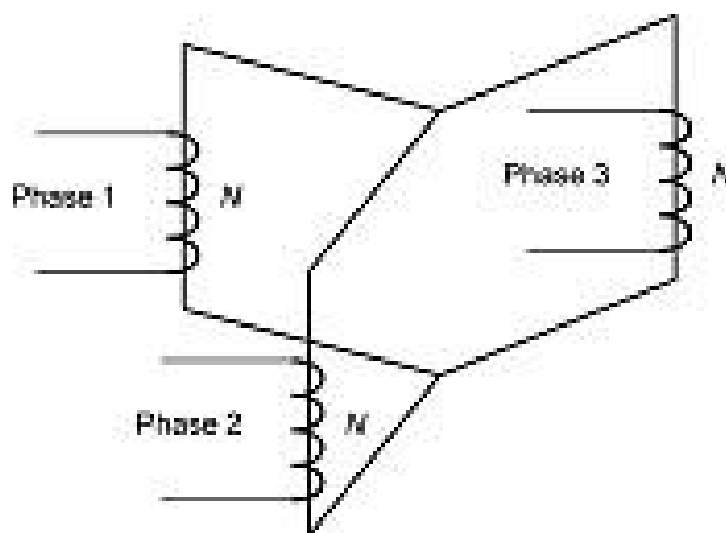


Figure 5.12 – Circuit magnétique symétrique à flux liés.



Figure 5.13 – Circuit magnétique dissymétrique à flux indépendants à quatre noyaux.

Une autre solution est le circuit magnétique cuirassé (*figure 5.15*). Cette structure porte ce nom car elle donne l'impression d'entourer les enroulements. Le circuit magnétique triphasé dissymétrique à flux liés possède trois colonnes (*figure 5.16*).

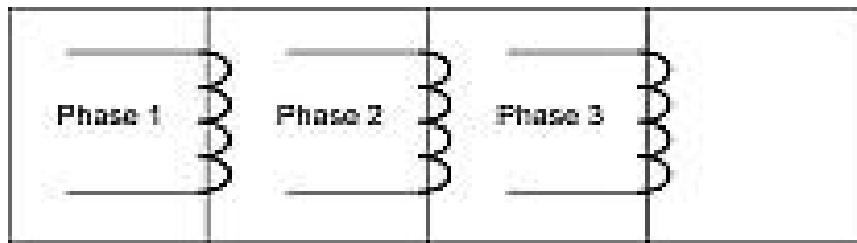


Figure 5.14 – Circuit magnétique dissymétrique à flux indépendants à cinq noyaux.

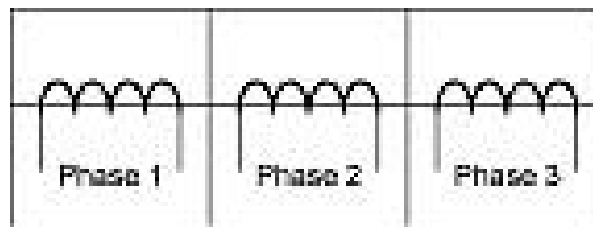


Figure 5.15 – Circuit magnétique cuirassé.

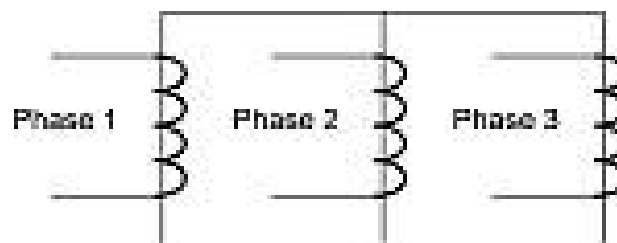


Figure 5.16 – Circuit magnétique dissymétrique à flux liés.

5.2.2 Conséquences de la dissymétrie du circuit magnétique

Considérons le circuit magnétique triphasé à trois noyaux dans le même plan (*figure 5.17*) et supposons qu'il soit linéaire. Soit $\mathcal{R}$ la réluctance de chacune des trois colonnes et $\mathcal{R}'$ la réluctance de chacune des demi-

culasses. Choisissons par exemple un enroulement couplé en étoile dont chaque phase comporte N spires. Les flux φ_1 , φ_2 et φ_3 dans les trois colonnes sont orientés en concordance avec les courants i_1 , i_2 et i_3 dans les trois phases. La formule d'Hopkinson appliquée à deux mailles du circuit magnétique conduit à deux relations :

$$(2\mathcal{R}' + \mathcal{R})\varphi_1 - \mathcal{R}\varphi_2 = Ni_1 - Ni_2$$

$$-(2\mathcal{R}' + \mathcal{R})\varphi_3 + \mathcal{R}\varphi_2 = Ni_2 - Ni_3$$

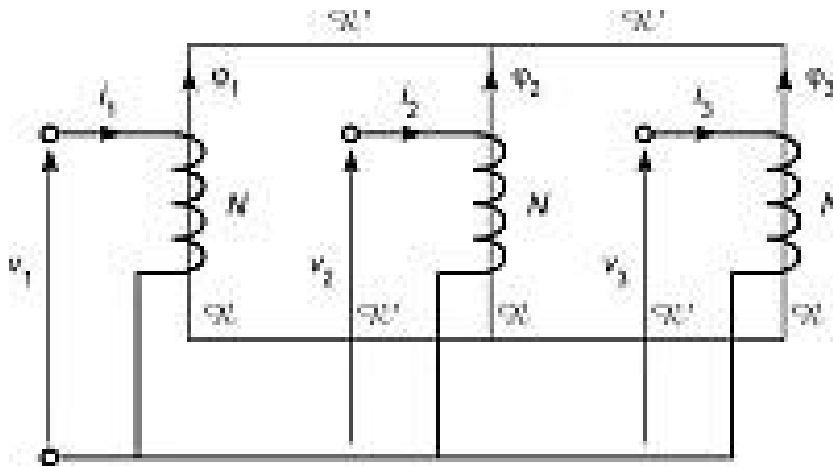


Figure 5.17 – Enroulement en étoile sur un circuit magnétique dissymétrique.

Le circuit magnétique étant à flux liés, la somme des flux est nulle :

$$\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 = 0$$

Si l'enroulement est alimenté par un système équilibré de tensions, la somme des tensions simples est nulle :

$$v_1 + v_2 + v_3 = 0$$

Compte tenu des relations entre tension, courant et flux pour chaque phase, la somme des courants est également nulle :

$$i_1 + i_2 + i_3 = 0$$

Ces diverses relations permettent de déterminer les intensités des courants dans les trois phases en fonction des flux :

$$Ni_1 = (2\mathcal{R}' + \mathcal{R})\varphi_1 + 2\mathcal{R}'\varphi_2$$

$$Ni_2 = \left(\frac{2}{3}\mathcal{R}' + \mathcal{R}\right)\varphi_2$$

$$Ni_3 = (2\mathcal{R}' + \mathcal{R})\varphi_3 + \frac{2}{3}\mathcal{R}'\varphi_2$$

En négligeant les chutes de tension dans les résistances, les flux sont en quadrature arrière par rapport aux tensions correspondantes et nous pouvons construire les vecteurs représentant les courants sur un diagramme de Fresnel (*figure 5.18*).

Nous constatons que les courants i_1 et i_3 dans les phases bobinées sur les noyaux extérieurs ont une même valeur efficace $I_1 = I_3$ alors que le courant i_2 dans la phase bobinée sur le noyau central a une valeur efficace I_2

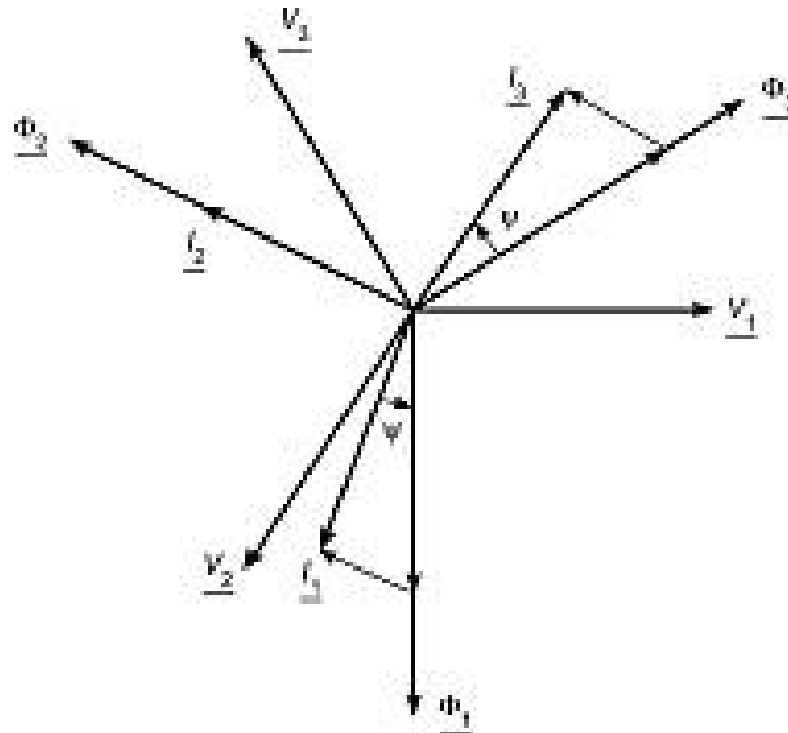


Figure 5.18 – Diagramme de Fresnel.

plus faible. Ce déséquilibre des courants est bien visible quand on fait l'essai d'un transformateur triphasé à vide qui se comporte alors comme une bobine triphasée. Nous constatons par ailleurs que i_1 est déphasé d'un angle $\frac{\pi}{2} + \psi$ par rapport à v_1 , que i_2 est en quadrature avec v_2 et que i_3 est déphasé d'un angle $\frac{\pi}{2} - \psi$ par rapport à v_3 . Les puissances actives appelées par chaque phase sont donc :

$$P_1 = -VI_1 \sin \psi$$

$$P_2 = 0$$

$$P_3 = VI_3 \sin \psi$$

La puissance fournie par le réseau à un enroulement lui est restituée par un autre enroulement. La somme est nulle puisque nous avons négligé les pertes dans cette étude simplifiée.

5.3 Transformateur monophasé

5.3.1 Généralités

■ Définition

Un transformateur monophasé est un appareil statique à induction électromagnétique destiné à transformer un système monophasé de courant alternatif en un ou plusieurs systèmes de courant alternatif monophasé de même fréquence, d'intensité et de tension efficaces généralement différents, en assurant un isolement galvanique.

■ Rapport de transformation

Le rapport de transformation d'un transformateur est le quotient de la valeur efficace de la tension au secondaire à vide par la valeur efficace de la tension au primaire :

$$m = \frac{U_{2v}}{U_1}$$

Si $m > 1$, le transformateur est élévateur, si $m < 1$, il est abaisseur et si $m = 1$, l'appareil est un transformateur d'isolement. Certains auteurs préfèrent utiliser le quotient inverse m' :

$$m' = \frac{U_1}{U_{2v}}$$

■ Constitution

Un transformateur monophasé est constitué d'un noyau ferromagnétique fermé réalisé avec un matériau de forte perméabilité sur lequel sont placés deux enroulements (*figure 5.19*). L'une de ces bobines, appelée *primaire*, est alimentée par une source de tension alternative et l'autre enroulement, nommé *secondaire*, est relié à une charge. Pour l'étude du principe, on place habituellement les deux enroulements sur deux colonnes distinctes du circuit magnétique. La disposition réelle est différente : les bobines sont concentriques pour minimiser les flux de fuite. Primaire et secondaire sont soit répartis sur les deux colonnes, soit placés sur une colonne centrale, le flux se refermant par deux colonnes latérales : c'est le circuit magnétique cuirassé (*figure 5.20*). Cela ne change en rien la mise en équation du transformateur.

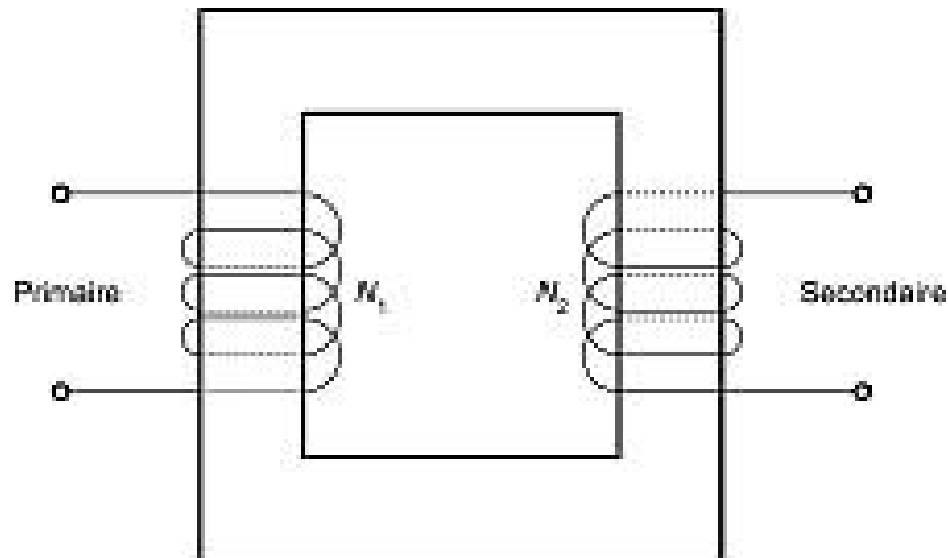


Figure 5.19 – Constitution d'un transformateur monophasé.

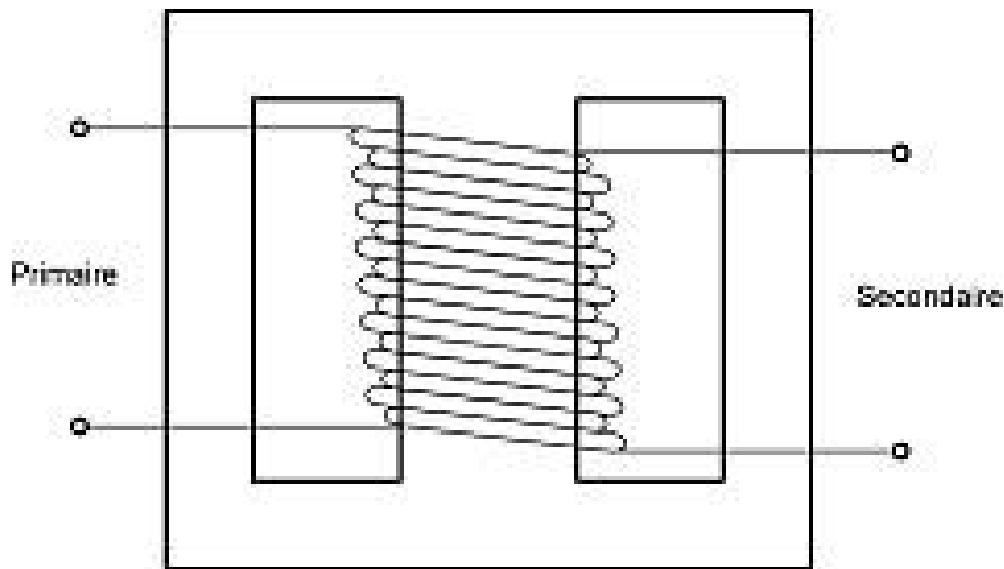


Figure 5.20 – Exemple de disposition réelle des enroulements.

■ Symbole

Sur les schémas, un transformateur peut être représenté par l'un des deux symboles indiqués (*figure 5.21*). Le premier fait apparaître les deux enroulements, séparés par un trait qui rappelle la présence du noyau ferromagnétique.

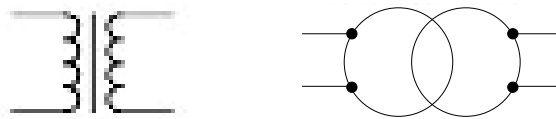


Figure 5.21 – Symboles d'un transformateur monophasé.

■ Pointage des enroulements

Les symboles sont insuffisants pour connaître totalement le transformateur car les deux extrémités des enroulements ne sont pas équivalentes. En effet, le sens de bobinage détermine le sens du champ magnétique créé et donc les polarités instantanées des tensions induites. Les deux possibilités sont le pas à gauche et le pas à droite (*figure 5.22*).

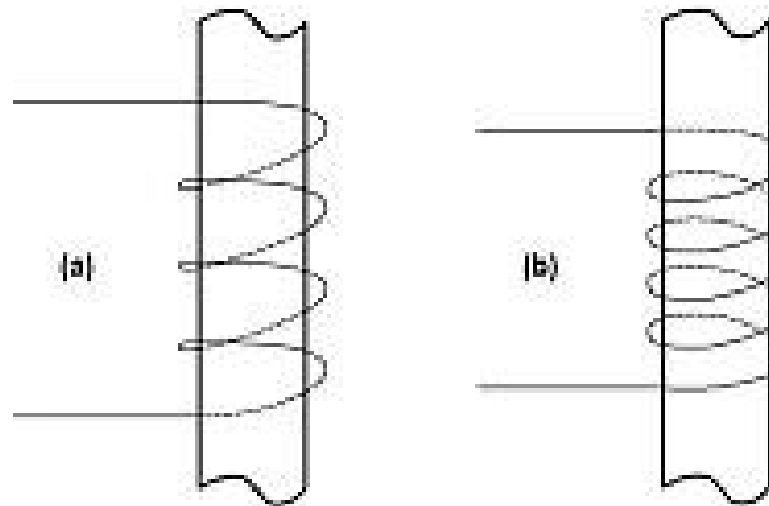


Figure 5.22 – Sens de bobinage : pas à gauche (a) et pas à droite (b).

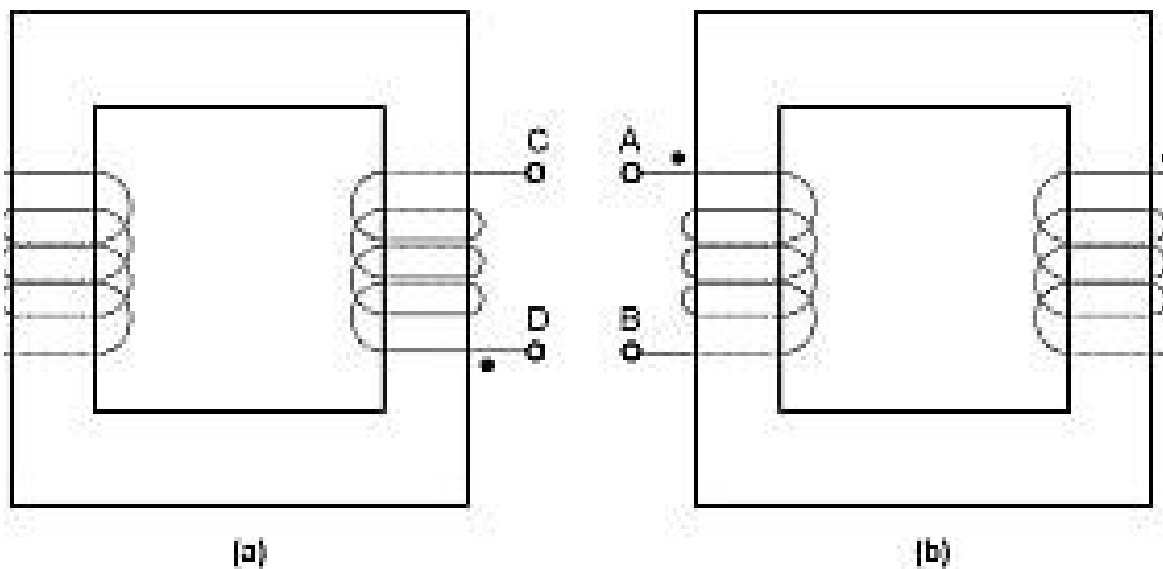


Figure 5.23 – Deux bobinages de même sens (a) ou de sens contraire (b).

L'important est de savoir si les deux enroulements sont de même sens ou de sens contraire. On a illustré les deux cas en représentant les deux bobines sur des colonnes opposées du circuit magnétique pour la clarté du schéma, bien que cela ne corresponde pas à la disposition réelle d'un transformateur (*figure 5.23*).

Pour conserver une information sur les sens de bobinage avec le symbole du transformateur, une extrémité de chaque enroulement est munie d'un point (*figure 5.24*).

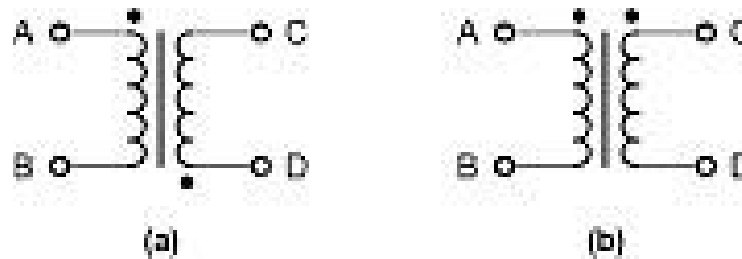


Figure 5.24 – Pointage des enroulements.

Ces bornes homologues correspondent à des points de même polarité instantanée. En effet, si, à un instant donné, la borne A du transformateur (a) est à une tension positive par rapport à l'autre extrémité B du primaire, le courant entre par A (le primaire est un récepteur) et crée un flux qui induit une force électromotrice dans le secondaire telle que la borne D soit positive par rapport à C. Si une charge est connectée sur le transformateur, le courant sort à cet instant de la borne D (le secondaire est un générateur). Par contre, sur le transformateur (b), c'est la borne C qui est positive par rapport à D à cet instant.

■ Utilisation

Le transformateur monophasé a deux rôles : d'une part, il assure l'isolement entre le secteur monophasé et un circuit d'utilisation, et d'autre part, il adapte les valeurs efficaces des tensions aux niveaux souhaités. Par exemple, il est nécessaire d'abaisser la tension dans certains appareils pour des raisons de sécurité.

5.3.2 Principe

Le primaire, alimenté par une source de tension alternative, est parcouru par un courant alternatif qui crée un flux magnétique variable dans le noyau. Le secondaire est alors le siège d'une force électromotrice induite.

Si le circuit est fermé sur un récepteur, il apparaît un courant qui donne une force magnétomotrice s'opposant à celle du primaire. Comme le flux est imposé par la tension de la source alternative, la force magnétomotrice résultante est inchangée et le primaire appelle un courant qui permet le maintien de l'état magnétique du noyau. On peut ainsi transférer une puissance du primaire vers le secondaire sans aucun contact électrique. Dans son principe, l'appareil est réversible, l'un des enroulements (n'importe lequel) pouvant être choisi comme primaire. En pratique, le rôle des deux bobines est cependant bien défini.

■ Conventions de signe

Avant de mettre en équations le transformateur, il est nécessaire de bien préciser les conventions de signe adoptées pour les différentes grandeurs électriques et magnétiques. Beaucoup de possibilités existent et il ne faut pas s'étonner de voir dans plusieurs ouvrages des formules qui diffèrent par leur signe : aucune n'est fautive, mais les auteurs ont simplement utilisé des conventions diverses. Pour notre part, nous choisirons les définitions qui suivent au plus près la réalité physique (*figure 5.25*).

Ces conventions ont de plus l'avantage de faire apparaître des signes + dans les principales relations pratiques. Les enroulements ont été choisis

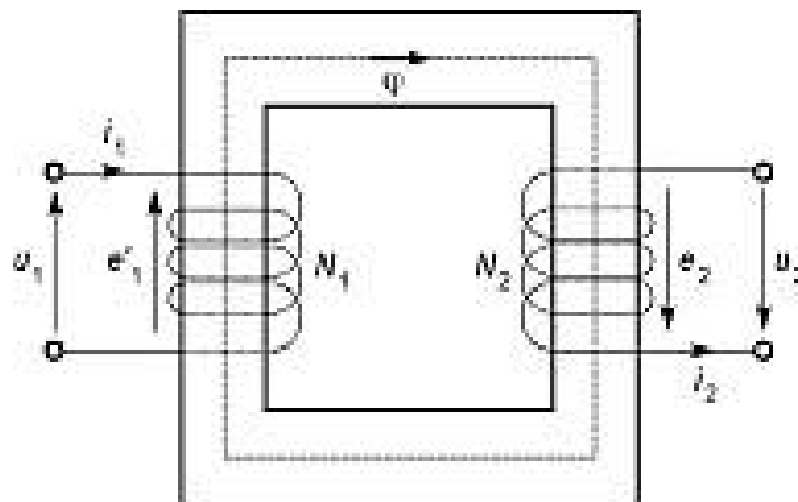


Figure 5.25 – Conventions de signe.

de même sens, ce qui est *a priori* le plus naturel. La première orientation est arbitraire : un sens de parcours du circuit magnétique est choisi afin de pouvoir attribuer un signe aux flux. La bobine primaire est ensuite orientée en concordance avec le circuit magnétique : un courant primaire positif crée un flux positif. Par contre, le secondaire est orienté de telle façon qu'un courant positif crée un flux négatif. Cela correspond à la réalité physique puisque le primaire magnétise le noyau tandis que le secondaire tend à le démagnétiser. Pour les tensions, on utilise la convention récepteur pour le primaire (qui constitue un récepteur vis-à-vis de la source) et la convention générateur pour le secondaire (qui constitue un générateur vis-à-vis de la charge). Pour le primaire, on définit une force contre-électromotrice d'induction – une force contre-électromotrice positive tend à faire circuler un courant négatif –, et pour le secondaire, on définit une force électromotrice – une force électromotrice positive tend à faire circuler un courant positif. Encore une fois, ce choix correspond au rôle réel des enroulements.

5.3.3 Transformateur idéal

Des hypothèses très simplificatrices permettent de rendre compte des propriétés essentielles du dispositif : c'est le modèle du transformateur idéal. On considère que le circuit magnétique a une réluctance nulle et n'est source d'aucune perte et que les enroulements ont une résistance nulle.

La loi de Faraday exprime la force contre-électromotrice e'_1 du primaire en fonction du flux φ et du nombre de spires N_1 de cet enroulement :

$$e'_1 = N_1 \frac{d\varphi}{dt}$$

Le secondaire est traversé par le même flux, canalisé sans aucune fuite puisque la réluctance du circuit magnétique est nulle. La force électromotrice du secondaire s'exprime donc en fonction du flux φ et du nombre de spires N_2 de cette bobine :

$$e_2 = N_2 \frac{d\varphi}{dt}$$

Comme les enroulements n'ont pas de résistance, la tension u_1 appliquée au primaire est égale à la force contre-électromotrice :

$$u_1 = e'_1 = N_1 \frac{d\phi}{dt}$$

Le flux est forcé : la tension de la source impose l'état magnétique du noyau.

La tension présente aux bornes du secondaire est égale à la force électromotrice induite :

$$u_2 = e_2 = N_2 \frac{d\phi}{dt}$$

Le quotient des deux tensions est constant :

$$\frac{u_2}{u_1} = \frac{N_2}{N_1} = m$$

Comme la réluctance du circuit magnétique est nulle, la relation d'Hopkinson impose une condition sur le courant i_1 du primaire et le courant i_2 du secondaire, qui s'écrit :

$$N_1 i_1 - N_2 i_2 = 0$$

soit :

$$\frac{i_2}{i_1} = \frac{N_1}{N_2} = \frac{1}{m}$$

Le rapport des intensités est l'inverse de celui des tensions.

Pour établir les relations entre tensions et entre courants lorsque le transformateur est représenté par son symbole, il suffit de suivre ces deux règles : les tensions des extrémités pointées ont même polarité instantanée, et les forces magnétomotrices sont munies d'un signe + dans la relation d'Hopkinson si la flèche d'orientation du courant entre par une extrémité pointée, d'un signe – dans le cas contraire (*figure 5.26*).

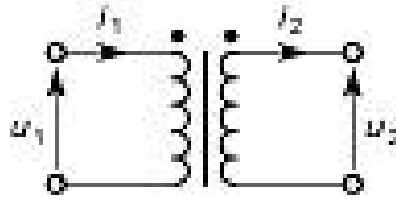


Figure 5.26 – Premier cas.

On remarque que l'on a inversé la position du secondaire par rapport à la disposition réelle. Cela n'a aucune importance puisque le circuit magnétique n'est plus représenté, mais que le sens relatif des bobinages est connu par le pointage. La représentation est ainsi conforme aux habitudes pour un quadripôle (flèches des tensions vers le haut). Par application directe des règles précédentes, on écrit :

$$\frac{u_2}{u_1} = m$$

$$\frac{i_2}{i_1} = \frac{1}{m}$$

Trois autres cas sont possibles. Pour le deuxième (*figure 5.27*), on a :

$$\frac{u_2}{u_1} = -m$$

$$\frac{i_2}{i_1} = -\frac{1}{m}$$

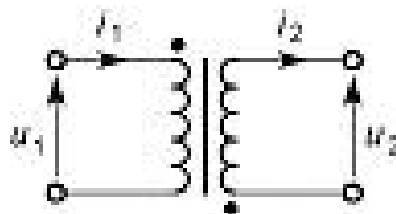


Figure 5.27 – Deuxième cas.

Pour le troisième cas (*figure 5.28*), on écrit :

$$\frac{u_2}{u_1} = m$$

$$\frac{i_2}{i_1} = -\frac{1}{m}$$

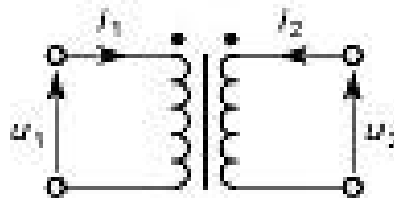


Figure 5.28 – Troisième cas.

Enfin, pour le quatrième cas (*figure 5.29*), on a :

$$\frac{u_2}{u_1} = -m$$

$$\frac{i_2}{i_1} = \frac{1}{m}$$

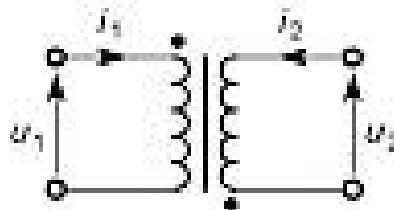


Figure 5.29 – Quatrième cas.

Quatre formes différentes peuvent ainsi être obtenues pour les deux relations de base d'un transformateur, selon les conventions de signe choisies. Dans la suite, nous nous placerons toujours dans le premier cas (signe + dans les deux relations).

Le transformateur idéal transmet l'énergie du primaire vers le secondaire sans aucune perte (rendement 100 %).

Une propriété intéressante du transformateur idéal concerne le transfert d'une résistance en série avec le primaire vers le secondaire, ou l'opération inverse (*figure 5.30*). On peut déplacer une résistance du primaire vers le secondaire, en multipliant sa valeur par le carré du rapport de transformation :

$$R' = m^2 R$$

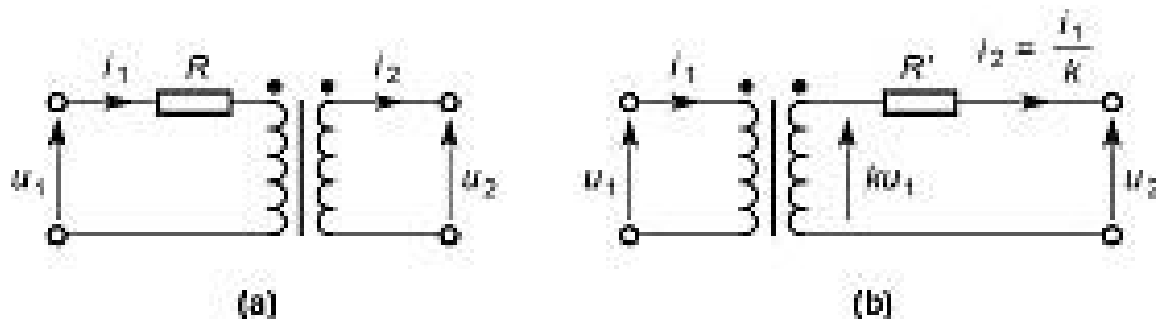
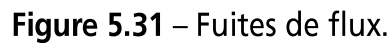


Figure 5.30 – Transfert d'une résistance du primaire vers le secondaire.

Inversement, il est possible de déplacer une résistance du secondaire vers le primaire en divisant sa valeur par le carré du rapport de transformation. Ces deux propriétés sont également valables pour les inductances. Ces résultats sont utilisés pour modifier des schémas afin d'en faciliter l'emploi.

5.3.4 Transformateur réel

Le comportement des transformateurs s'écarte en plusieurs points de celui qui est prévu avec le modèle idéal. Tout d'abord, les enroulements présentent une certaine résistance, soit r_1 pour le primaire et r_2 pour le secondaire, ce qui conduit à des pertes par effet Joule. Ensuite, il existe des fuites de flux. Les lignes de champ ne se referment pas toutes dans le matériau ferromagnétique, certaines ont leur trajet partiellement dans l'air (*figure 5.31*).



On a ainsi :

$$u_1 = N_1 \frac{d\phi}{dt} + r_1 i_1 + l_1 \frac{di_1}{dt}$$

$$u_2 = N_2 \frac{d\phi}{dt} - r_2 i_2 - l_2 \frac{di_2}{dt}$$

En toute rigueur, le flux ne dépend pas seulement de la tension de la source, mais aussi de l'intensité au primaire. Toutefois, dans la pratique, la chute de tension dans r_1 et l_1 reste faible par rapport à la tension appliquée. On peut continuer à considérer que le flux est imposé par la source qui alimente le primaire, bien que ce résultat ne soit qu'approché. Le rapport des tensions n'est pas constant, mais on peut se ramener à la relation valable pour un transformateur idéal en ne considérant que les grandeurs :

$$u'_1 = N_1 \frac{d\phi}{dt}$$

et :

$$u'_2 = N_2 \frac{d\phi}{dt}$$

On a ainsi :

$$\frac{u'_2}{u'_1} = \frac{N_2}{N_1} = m$$

Au point de vue des courants, une autre modification apparaît car la réluctance $\mathcal{R}$ du circuit magnétique est faible, mais n'est pas nulle. La relation d'Hopkinson s'écrit donc :

$$N_1 i_1 - N_2 i_2 = \mathcal{R} \phi$$

Le rapport des courants n'est pas constant, mais on peut écrire :

$$i_1 = i_{1t} + i_0$$

en posant :

$$i_{1t} = m i_2 \quad \text{et} \quad i_0 = \frac{\mathcal{R}\phi}{N_1}$$

i_{1t} est appelé courant de travail ou courant utile car c'est lui qui assure le transfert d'énergie du primaire vers le secondaire, et i_0 est le courant à vide.

Le transformateur réel peut être décrit par un schéma équivalent pour rendre compte de l'ensemble des imperfections (*figure 5.32*). Ce modèle fait intervenir un transformateur idéal fictif, associé à des résistances et des inductances.

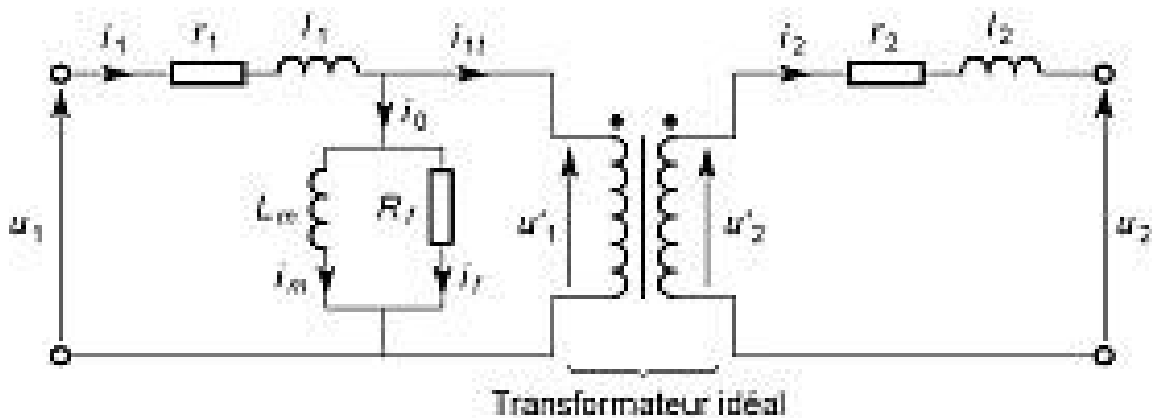


Figure 5.32 – Schéma équivalent du transformateur réel.

Les non-linéarités du matériau magnétique (saturation et hystérésis) compliquent les choses. Les effets magnétiques et énergétiques peuvent toutefois être correctement décrits en modélisant la branche considérée par une inductance L_m en parallèle avec une résistance R_f . Ce dernier élément permet de rendre compte des pertes ferromagnétiques.

Le schéma équivalent complet décrit bien le fonctionnement du transformateur, mais son usage est difficile, et surtout, ses paramètres sont de mesure délicate. On préfère donc utiliser un schéma simplifié plus commode d'emploi. Pour cela, on estime que la circulation du courant i_0 dans r_1 et l_1 n'apporte qu'une chute de tension négligeable. La branche L_m ,

R_f est reportée à l'entrée du schéma (figure 5.33), puis la résistance et l'inductance sont ramenées au secondaire (figure 5.34). Du fait de la multiplication par m^2 de la résistance et de l'inductance du primaire, on a :

$$R_S = r_2 + m^2 r_1$$

$$L_S = l_2 + m^2 l_1$$

Le schéma fait apparaître la tension u_{2v} aux bornes du secondaire à vide :

$$u_{2v} = m u_1$$

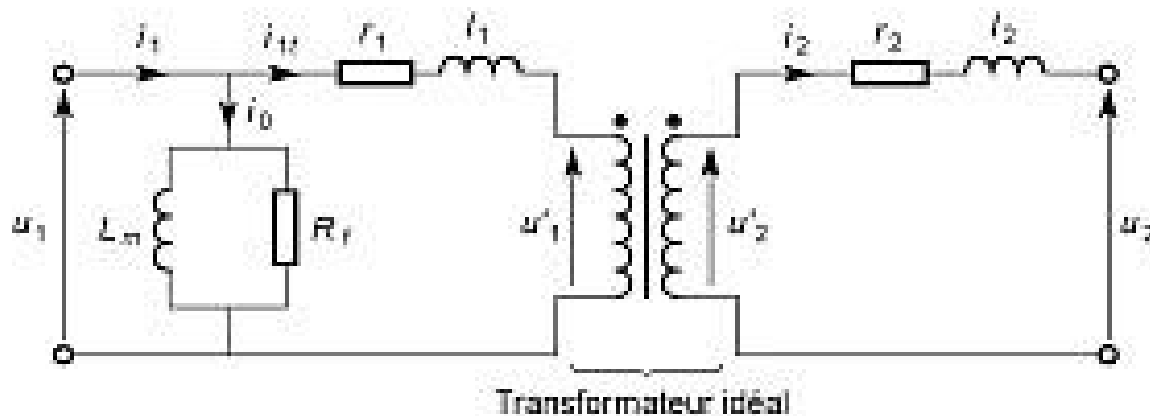


Figure 5.33 – Schéma équivalent approché.

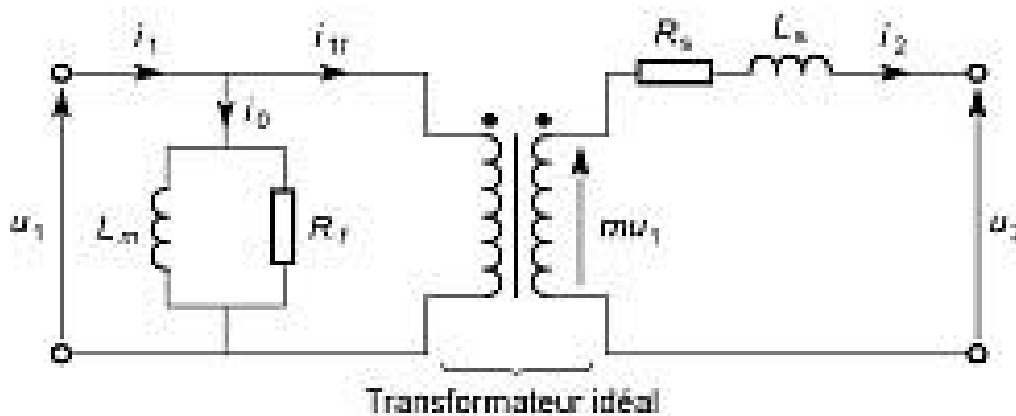


Figure 5.34 – Schéma équivalent avec résistance et inductance ramenées au secondaire.

Pour la charge, le transformateur peut être modélisé par un générateur de Thévenin (*figure 5.35*). En régime sinusoïdal permanent, on définit l'impédance ramenée au secondaire :

$$\underline{Z}_S = R_S + jL_S\omega$$

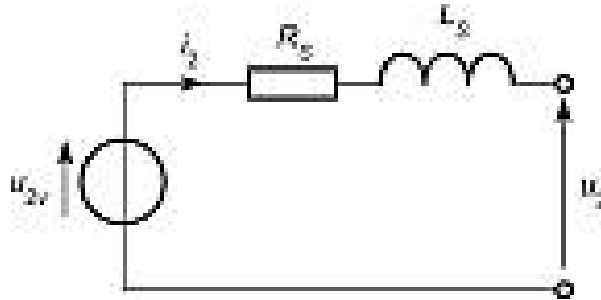


Figure 5.35 – Modèle de Thévenin du transformateur.

5.3.5 Diagramme de Kapp

En régime sinusoïdal permanent, le modèle de Thévenin du transformateur donne une relation entre grandeurs complexes :

$$\underline{U}_2 = m\underline{U}_1 - R_S\underline{I}_2 - jL_S\omega\underline{I}_2$$

La représentation de Fresnel correspondant à cette formule est appelée diagramme de Kapp (*figure 5.36*).

Par définition, la chute de tension en charge du transformateur est la différence entre la valeur efficace de la tension à vide et la valeur efficace de la tension en charge :

$$\Delta U_2 = U_{2v} - U_2$$

Une expression approchée de cette chute de tension est obtenue en considérant que dans le diagramme de Kapp, les vecteurs représentant u_2 et u_{2v} sont colinéaires, c'est-à-dire en négligeant l'angle ψ :

$$\Delta U_2 = R_S I_2 \cos \varphi_2 + L_S \omega I_2 \sin \varphi_2$$

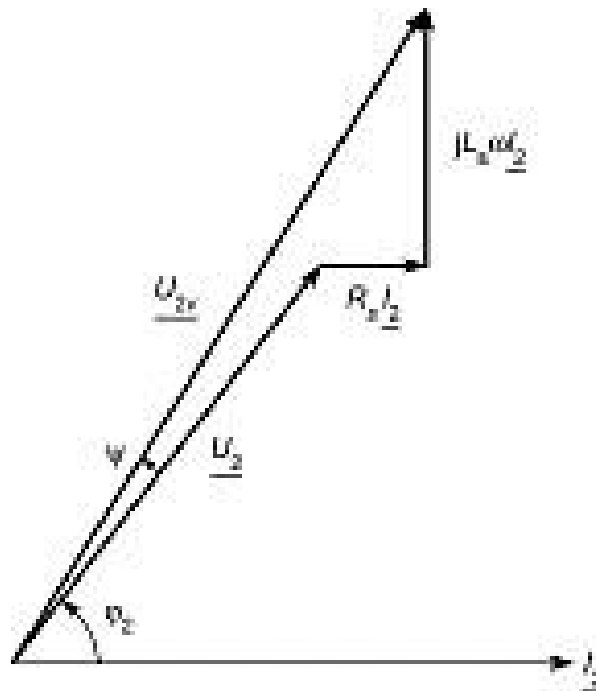


Figure 5.36 – Diagramme de Kapp.

Une expression plus précise est obtenue en considérant que l'angle ψ est faible, mais non nul, et en remplaçant $\cos \psi$ par un développement limité au deuxième ordre :

$$\Delta U_2 = R_S I_2 \cos \varphi_2 + L_S \omega I_2 \sin \varphi_2 + \frac{1}{2U_{2v}} (L_S \omega I_2 \cos \varphi_2 - R_S I_2 \sin \varphi_2)^2$$

5.3.6 Puissances

■ Pertes

Les pertes comprennent :

- les pertes par effet Joule dans le primaire $p_{J1} = r_1 I_1^2$;
- les pertes par effet Joule dans le secondaire $p_{J2} = r_2 I_2^2$;
- les pertes ferromagnétiques p_F .

Dans l'hypothèse de Kapp, l'ensemble des pertes par effet Joule peut se calculer par la formule :

$$p_J = R_S I_2^2$$

■ Rendement

Le rendement est le quotient de la puissance fournie par le secondaire à la puissance appelée par le primaire :

$$\eta = \frac{U_2 I_2 \cos \varphi_2}{U_1 I_1 \cos \varphi_1}$$

Il se calcule à partir de la puissance fournie par le secondaire et des pertes :

$$\eta = \frac{U_2 I_2 \cos \varphi_2}{U_2 I_2 \cos \varphi_2 + p_J + p_F}$$

Le rendement est maximal pour le courant I_2 qui donne des pertes par effet Joule égales aux pertes ferromagnétiques, soit, dans l'hypothèse de Kapp :

$$I_2 = \sqrt{\frac{p_F}{R_S}}$$

5.3.7 Mise sous tension d'un transformateur

Le fait d'appliquer brusquement la tension nominale au primaire d'un transformateur entraîne un régime transitoire qui provoque une surintensité conduisant parfois au déclenchement des dispositifs de protection.

En choisissant l'origine des temps au moment de la mise sous tension, la différence de potentiel appliquée au primaire peut s'écrire :

$$u_1 = U_1 \sqrt{2} \cos(\omega t + \alpha)$$

En négligeant les chutes de tension au primaire, le flux est forcé. Ce dernier s'obtient par intégration, en tenant compte qu'à la mise sous tension, le flux est le flux rémanent Φ_r , fonction de l'usage antérieur du circuit magnétique, et en introduisant l'amplitude Φ_M du flux en régime permanent :

$$\varphi = \Phi_M [\sin(\omega t + \alpha) - \sin \alpha] + \Phi_r$$

Le maximum est atteint lorsque le sinus vaut 1 :

$$\varphi_{\max} = \Phi_M (1 - \sin \alpha) + \Phi_r$$

Le cas le plus défavorable (valeur la plus élevée) se produit lorsque l'enclenchement a lieu au passage par zéro de la tension. On a alors :

$$\varphi_{\max} = 2\Phi_M + \Phi_r$$

Ce flux, proche du double de sa valeur normale, amène obligatoirement la saturation du matériau magnétique. De ce fait, la force magnétomotrice correspondante est beaucoup plus élevée que le double de sa valeur

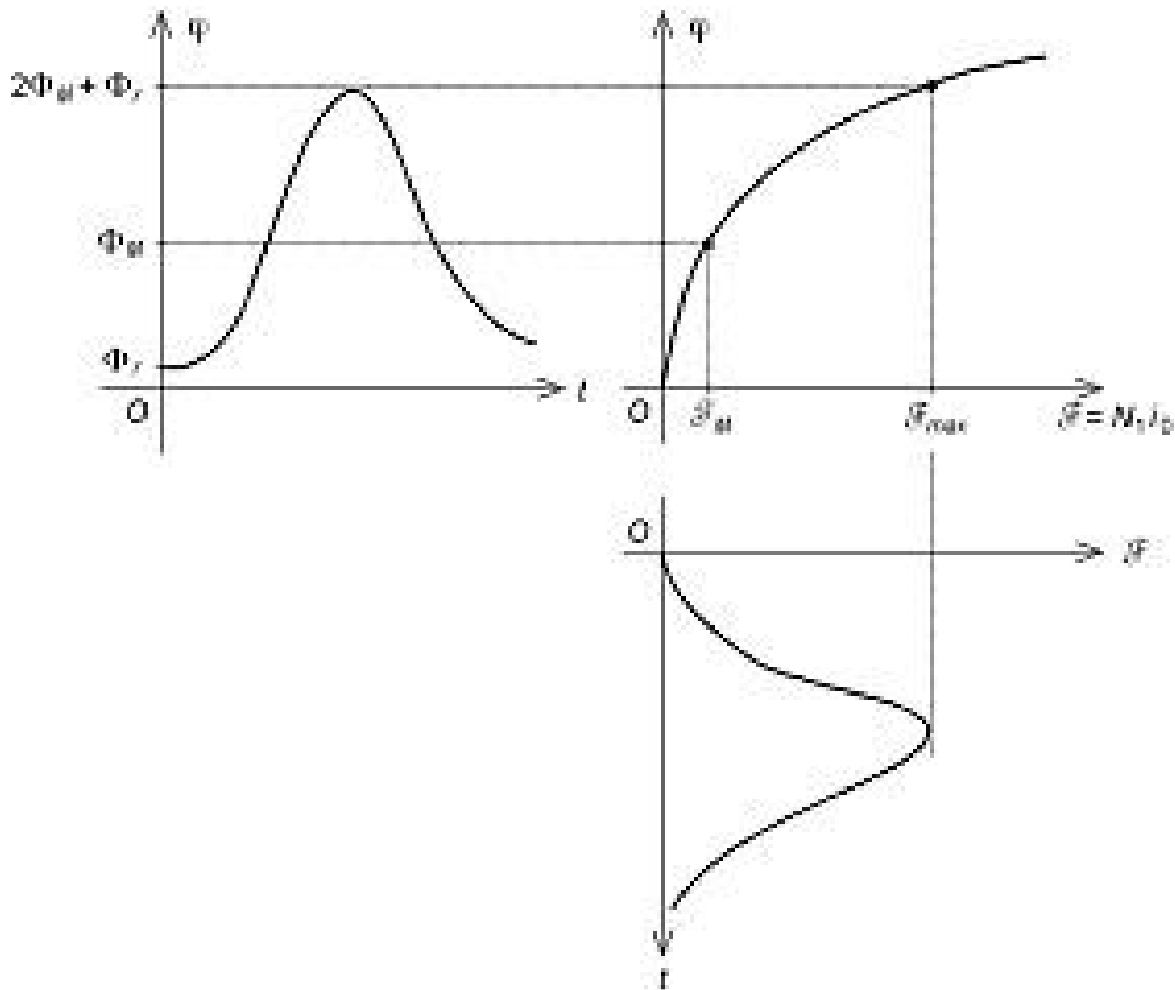


Figure 5.37 – Construction des variations de la force magnétomotrice en régime transitoire.

normale. On peut obtenir son maximum par une construction sur la caractéristique magnétique (*figure 5.37*).

Les variations s'amortissent progressivement du fait des pertes importantes qui se produisent lors de ce régime transitoire. On peut déterminer l'intensité appelée au primaire en écrivant :

$$i_1 = mi_2 + i_0$$

Du fait de la valeur importante prise par la force magnétomotrice résultante, une surintensité assez élevée peut apparaître. Sa valeur dépend fortement de l'instant de mise sous tension par rapport à la sinusoïde du secteur. C'est ce qui explique que l'on peut observer un déclenchement des protections dans certains cas alors que tout se passe bien la plupart du temps.

5.3.8 Association en parallèle

Il est parfois intéressant d'associer des transformateurs en parallèle pour augmenter la puissance d'une installation existante ou pour adapter le nombre d'appareils en service suivant la charge afin que chaque transformateur fonctionne au voisinage du rendement maximal.

■ Conditions de couplage

Les primaires peuvent être branchés en parallèle sans problème, mais avant de connecter les secondaires en parallèle, il faut bien vérifier les

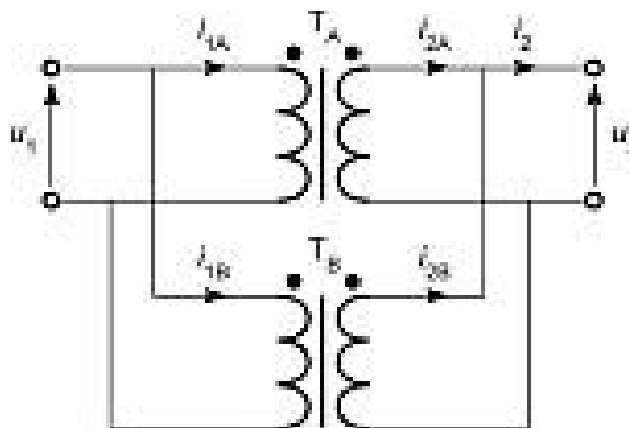


Figure 5.38 – Mise en parallèle de deux transformateurs.

sens d'enroulement repérés par le pointage et ne relier que les bornes homologues (*figure 5.38*). Il est nécessaire que les deux transformateurs aient le même rapport de transformation (ou tout au moins des rapports très voisins). Par contre, les résistances et les inductances ramenées au secondaire peuvent être différentes. Leurs valeurs respectives imposent un partage des courants entre les deux appareils.

■ Répartition des courants

Si les rapports de transformation des deux transformateurs sont identiques, les chutes de tension dans leurs impédances ramenées au secondaire ($\underline{Z}_A$ pour le transformateur T_A et $\underline{Z}_B$ pour le transformateur T_B) sont égales :

$$\underline{Z}_A \underline{I}_A = \underline{Z}_B \underline{I}_B$$

Il en résulte que les intensités efficaces dans les secondaires des deux transformateurs sont inversement proportionnelles aux modules de leurs impédances ramenées au secondaire :

$$\frac{I_{2A}}{I_{2B}} = \frac{|\underline{Z}_B|}{|\underline{Z}_A|}$$

5.3.9 Configuration des enroulements

■ Transformateur à plusieurs secondaires

Il est possible de bobiner plus de deux enroulements sur un circuit magnétique. On dispose ainsi d'un primaire et de plusieurs secondaires qui permettent de délivrer des tensions à plusieurs parties du circuit sans aucun contact électrique. Avec les hypothèses du transformateur idéal, les relations de base s'établissent facilement. Par exemple, dans le cas de deux secondaires, on obtient (*figure 5.39*) :

$$\frac{u_2}{u_1} = \frac{N_2}{N_1}$$

$$\frac{u_3}{u_1} = \frac{N_3}{N_1}$$

$$N_1 i_1 - N_2 i_2 - N_3 i_3 = 0$$

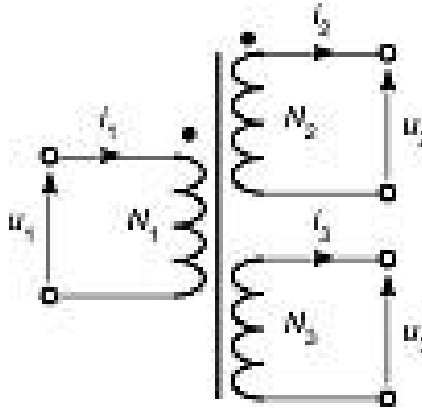


Figure 5.39 – Transformateur à deux secondaires.

■ Transformateur à secondaires à prises intermédiaires

Un enroulement simple n'est accessible que par ses deux extrémités, mais il est possible de disposer d'une fraction de la tension totale en ajoutant des contacts à des points quelconques du bobinage. Les tensions obtenues peuvent avoir des valeurs choisies par les nombres de spires, mais il faut noter que les circuits électriques branchés sur les prises intermédiaires ne sont pas indépendants car il existe obligatoirement des points communs. Cela n'offre pas la même souplesse d'emploi que des secondaires séparés, mais c'est une solution suffisante dans certains cas. On rencontre assez souvent le transformateur à secondaire à point milieu (*figure 5.40*).

Le secondaire est partagé en deux parties de même nombre de spires $N_2/2$. Compte tenu du point commun, on dispose de deux tensions de même valeur efficace, mais en opposition de phase :

$$u_2 = -u'_2 = \frac{N_2}{2N_1} u_1$$

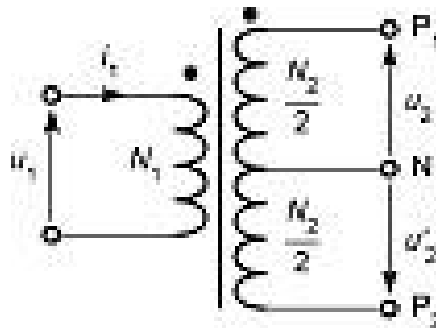


Figure 5.40 – Transformateur à secondaire à point milieu.

Il s'agit d'un système biphasé de tensions. Le point commun N est le neutre, et les extrémités P_1 et P_2 sont les phases du système.

5.4 Transformateur triphasé

5.4.1 Généralités

■ Définition

Un transformateur triphasé est un appareil statique à induction électromagnétique destiné à transformer un système triphasé de courant alternatif en un système de courant alternatif triphasé de même fréquence, d'intensité et de tension efficaces généralement différents, en assurant un isolement galvanique.

■ Symbole

Sur les schémas, un transformateur triphasé peut être représenté par l'un des deux symboles indiqués (figure 5.41).

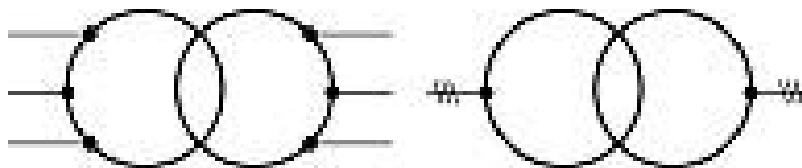


Figure 5.41 – Symboles d'un transformateur triphasé.

■ Rapport de transformation

Le rapport de transformation d'un transformateur triphasé est le quotient de la valeur efficace de la tension simple au secondaire à vide par la valeur efficace de la tension simple au primaire, ou, ce qui revient au même, le quotient de la valeur efficace de la tension composée au secondaire à vide par la valeur efficace de la tension composée au primaire :

$$m = \frac{V_{2v}}{V_1} = \frac{U_{2v}}{U_1}$$

■ Circuit magnétique

Un transformateur triphasé peut être réalisé à partir de trois transformateurs monophasés. Les flux sont alors totalement indépendants. C'est une disposition parfois rencontrée pour les unités de très forte puissance. Cependant, on emploie le plus souvent un circuit magnétique triphasé. Comme pour les bobines, celui-ci peut être symétrique ou dissymétrique, à flux libres ou à flux liés. La plupart des transformateurs triphasés utilisent la structure à trois colonnes dans le même plan (donc dissymétrique et à flux liés). Quelques appareils ont un circuit magnétique à quatre ou cinq colonnes (donc dissymétrique et à flux libres) pour améliorer le comportement en régime déséquilibré. On rencontre aussi des transformateurs triphasés cuirassés.

■ Enroulements

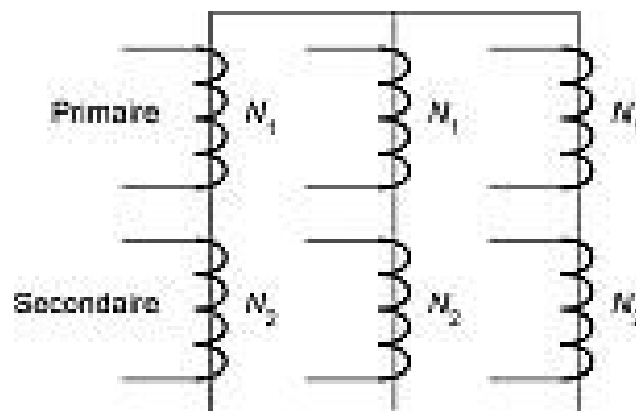


Figure 5.42 – Enroulements sur le circuit magnétique triphasé.

Chaque colonne du circuit magnétique porte deux bobines concentriques : une phase primaire de N_1 spires et une phase secondaire de N_2 spires. Par commodité, nous représenterons les bobines séparément (*figure 5.42*) Dans certains transformateurs, les trois bobines basse tension sont divisées en deux pour former six demi-bobines de $\frac{N_2}{2}$ spires, ce qui permet des possibilités supplémentaires de couplage (*figure 5.43*).

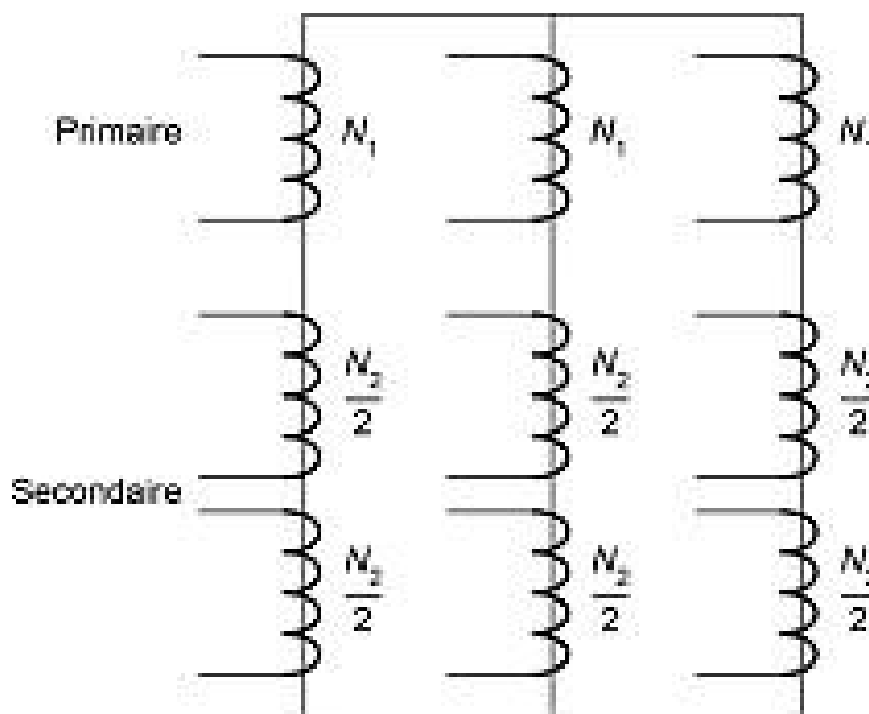


Figure 5.43 – Division en demi-bobines.

■ Couplages des enroulements

Comme n'importe quel générateur ou récepteur triphasé, les enroulements primaire et secondaire peuvent être couplés en étoile ou en triangle. Quand l'enroulement comporte des demi-bobines, une autre possibilité est le couplage en zigzag : chaque phase est constituée de la mise en série de deux demi-bobines placées sur des colonnes différentes et prises en sens contraires (*figure 5.44*).

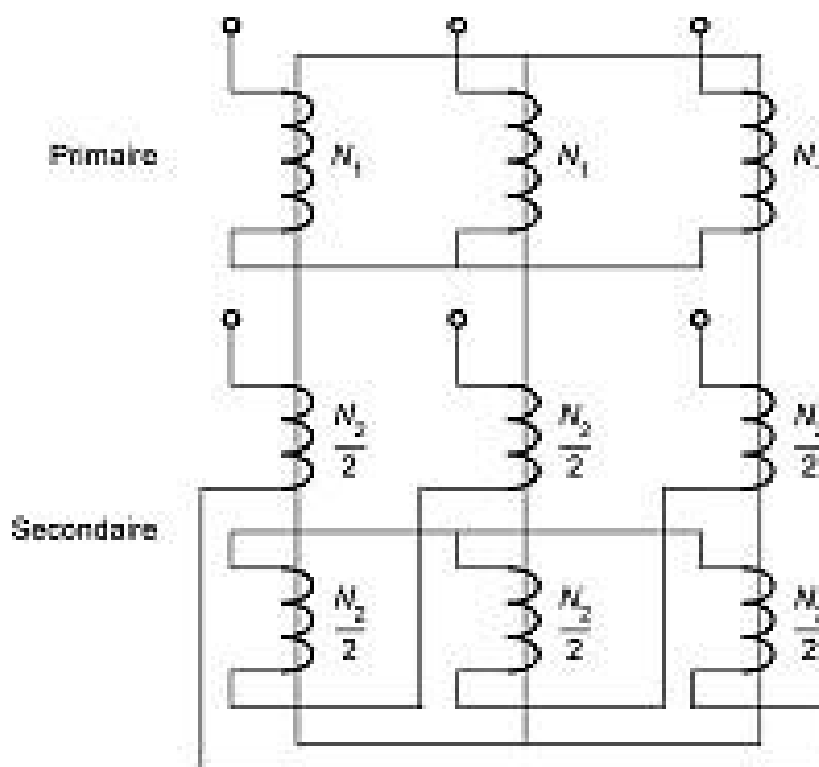


Figure 5.44 – Transformateur couplé en étoile au primaire et en zigzag au secondaire.

■ Représentation conventionnelle

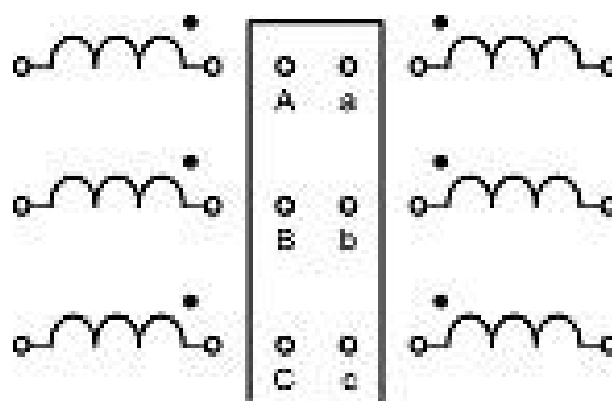


Figure 5.45 – Principe de la représentation conventionnelle d'un transformateur triphasé.

Pour représenter la configuration d'un transformateur triphasé, on rabat les enroulements sur le plan du couvercle (*figure 5.45*). Les extrémités supérieures des bobines sont donc placées à côté du couvercle, et les extrémités inférieures, à l'opposé. Les enroulements étant bobinés dans le même sens, les bornes homologues sont toutes au voisinage du couvercle. Les bornes de l'enroulement haute tension sont notées A, B, C, et les bornes de l'enroulement basse tension, a, b, c. Il suffit ensuite de représenter les liaisons entre les phases qui définissent le type de couplage. Si le neutre est sorti, on ajoute une borne (N pour la haute tension et n pour la basse tension).

■ Groupes de couplage

Le groupe de couplage désigne l'association des couplages choisis pour la haute tension et pour la basse tension. L'enroulement haute tension d'un transformateur triphasé peut être connecté en étoile (symbole Y) ou en triangle (symbole D). L'enroulement basse tension peut être connecté en étoile (symbole y), en triangle (symbole d) ou en zigzag (symbole z). On désigne un transformateur triphasé par deux lettres : la première, une majuscule, donne la connexion de l'enroulement haute tension, et la seconde, une minuscule, précise la connexion de l'enroulement basse tension. Par exemple, un transformateur Yz a son enroulement haute tension en étoile et son enroulement basse tension en zigzag.

■ Indice horaire

Les systèmes des tensions du primaire et du secondaire d'un transformateur triphasé sont en général déphasés. Conventionnellement, on considère toujours le déphasage θ de la basse tension par rapport à la haute tension (*figure 5.46*). Comme cet angle est toujours multiple de $\frac{\pi}{6}$ (c'est-à-dire 30°), on définit l'indice horaire par :

$$I = \frac{\theta}{\frac{\pi}{6}}$$

Dans cette formule, l'angle θ est exprimé en radians et on choisit sa détermination positive comprise entre 0 et $\frac{11\pi}{6}$. Le nom d'indice horaire vient du fait que si l'on considère le cadran d'une montre à aiguille et que l'on place le vecteur représentant la haute tension $\underline{v}_A$ sur le nombre 12, le vecteur représentant la basse tension $\underline{v}_a$ pointe l'heure qui correspond à I (figure 5.47).

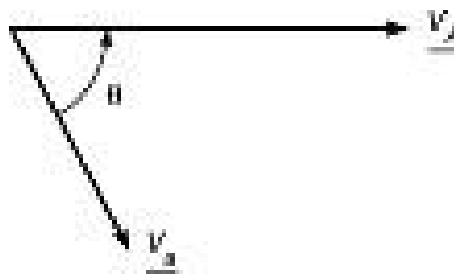


Figure 5.46 – Déphasage de la basse tension par rapport à la haute tension.

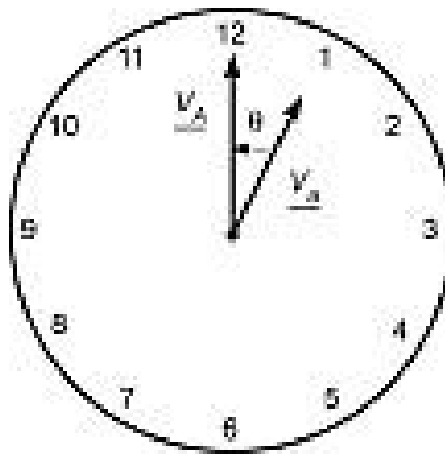


Figure 5.47 – Indice horaire.

■ Désignation normalisée

Un transformateur triphasé est désigné par un symbole associant son groupe de couplage et son indice horaire. Par exemple, un transformateur triangle-étoile ayant un indice horaire de 11 est désigné par Dy 11.

■ Couplages normalisés

Trois couplages sont particulièrement utilisés en pratique : ce sont les couplages normalisés Yy 0, Dy 11 et Yz 11.

■ Utilisation

Les transformateurs triphasés sont présents à différents endroits dans les réseaux électriques pour adapter les valeurs efficaces des tensions aux niveaux souhaitables. De façon simplifiée, l'énergie électrique est produite dans les centrales sous des tensions moyennes, le transport à longue distance exige des hautes tensions afin de limiter les pertes par effet Joule et de réduire le dimensionnement des conducteurs et l'utilisation demande des tensions basses (usages domestiques) ou moyennes (usages industriels). Des transformateurs élévateurs sont donc nécessaires au départ, et des transformateurs abaisseurs sont indispensables à l'arrivée. En réalité, le problème est un peu plus compliqué, le niveau de tension devant être adapté à différents stades pour obtenir le meilleur compromis économique pour le transport et la distribution.

5.4.2 Transformateur idéal

Les hypothèses sont les mêmes que pour le transformateur monophasé idéal. Nous allons étudier particulièrement les trois couplages normalisés.

■ Couplage étoile-étoile

Pour le couplage étoile-étoile (*figure 5.48*), les tensions aux bornes des bobines du primaire et du secondaire de la même colonne sont des tensions simples, ce qui permet de construire le diagramme vectoriel (*figure 5.49*). Le rapport de transformation est :

$$m = \frac{N_2}{N_1}$$

Le déphasage θ de la basse tension par rapport à la haute tension est nul, ce qui donne un indice horaire $I = 0$. Ce couplage est donc désigné par Yy 0.

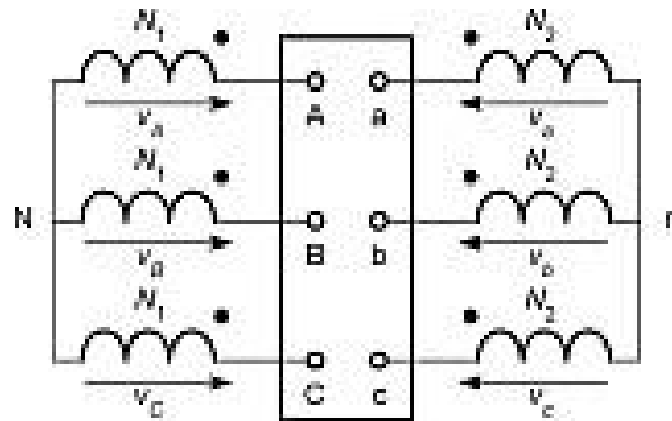


Figure 5.48 – Couplage Yy 0.

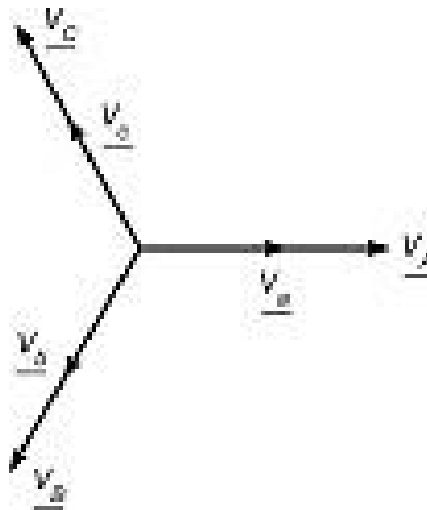


Figure 5.49 – Diagramme vectoriel.

■ Couplage triangle-étoile

Pour le couplage triangle-étoile (*figure 5.50*), la tension aux bornes d'une phase du primaire est une tension composée, alors que la tension aux bornes de la phase correspondante du secondaire est une tension simple, ce qui permet de construire le diagramme vectoriel (*figure 5.51*). Le rapport de transformation est :

$$m = \sqrt{3} \frac{N_2}{N_1}$$

Le déphasage θ de la basse tension par rapport à la haute tension est de $-\frac{\pi}{6}$, c'est-à-dire de $\frac{11\pi}{6}$ en choisissant la première détermination positive de l'angle, ce qui donne un indice horaire $I = 11$. Ce couplage est donc désigné par Dy 11.

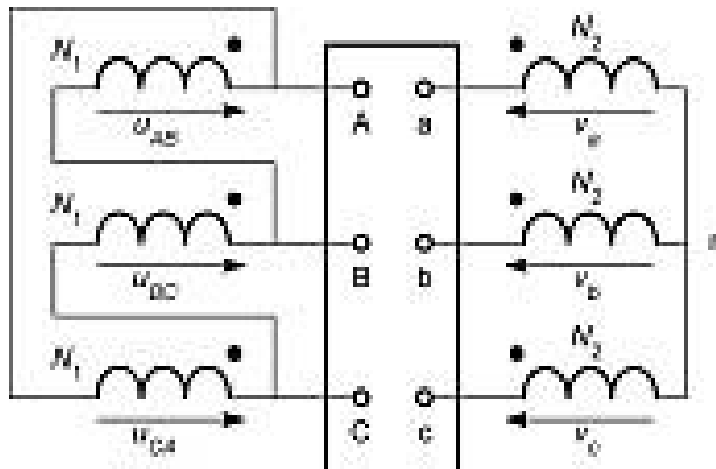


Figure 5.50 – Couplage Dy 11.

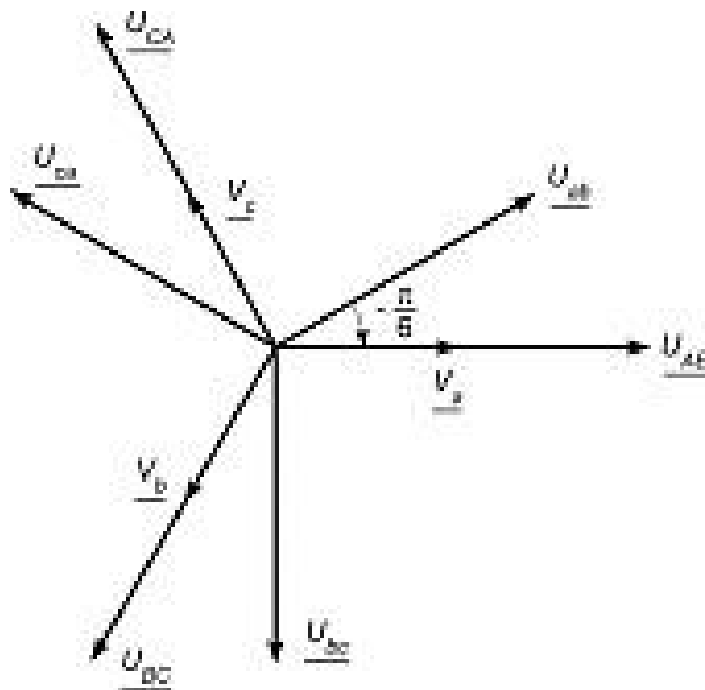


Figure 5.51 – Diagramme vectoriel.

■ Couplage étoile-zigzag

Pour le couplage étoile-zigzag (*figure 5.52*), la tension aux bornes d'une phase du primaire est une tension simple alors que la tension aux bornes d'une phase du secondaire est la somme de deux tensions aux bornes

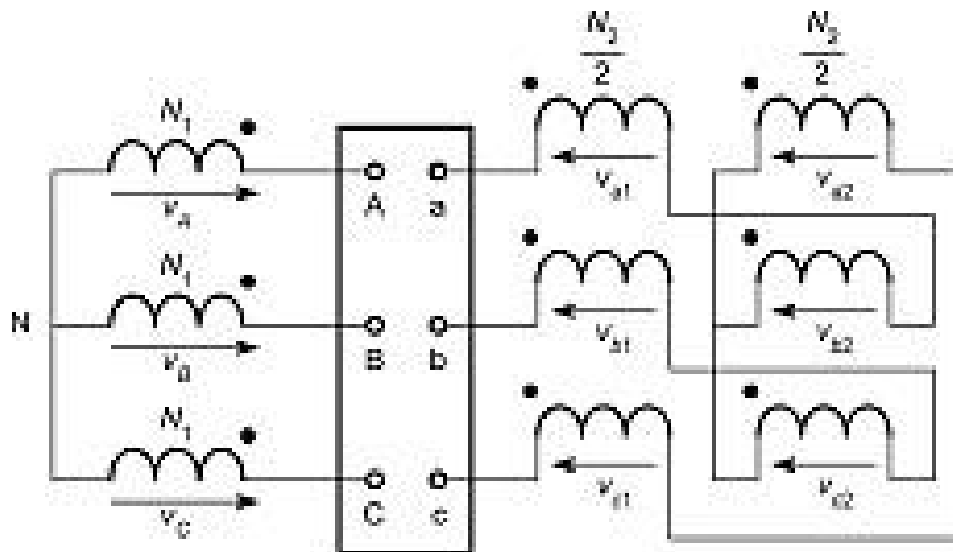


Figure 5.52 – Couplage Yz 11.

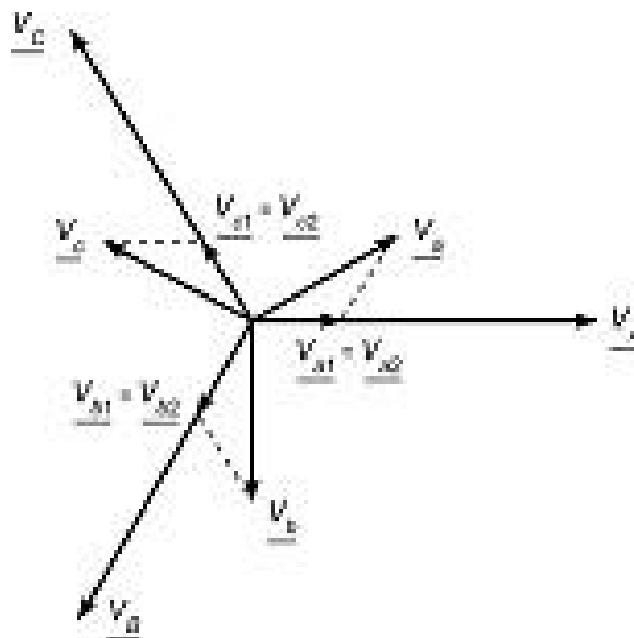


Figure 5.53 – Diagramme vectoriel.

de demi-bobines, ce qui permet de construire le diagramme vectoriel (figure 5.53). Le rapport de transformation est :

$$m = \sqrt{3} \frac{N_2}{N_1}$$

Le déphasage θ de la basse tension par rapport à la haute tension est de $-\frac{\pi}{6}$, c'est-à-dire de $\frac{11\pi}{6}$ en choisissant la première détermination positive de l'angle, ce qui donne un indice horaire $I = 11$. Ce couplage est donc désigné par Yz 11.

5.4.3 Transformateur réel

Le transformateur triphasé réel présente les mêmes défauts que le transformateur monophasé réel. Pour un fonctionnement équilibré, les relations sont similaires pour les trois phases, et il est possible de définir un

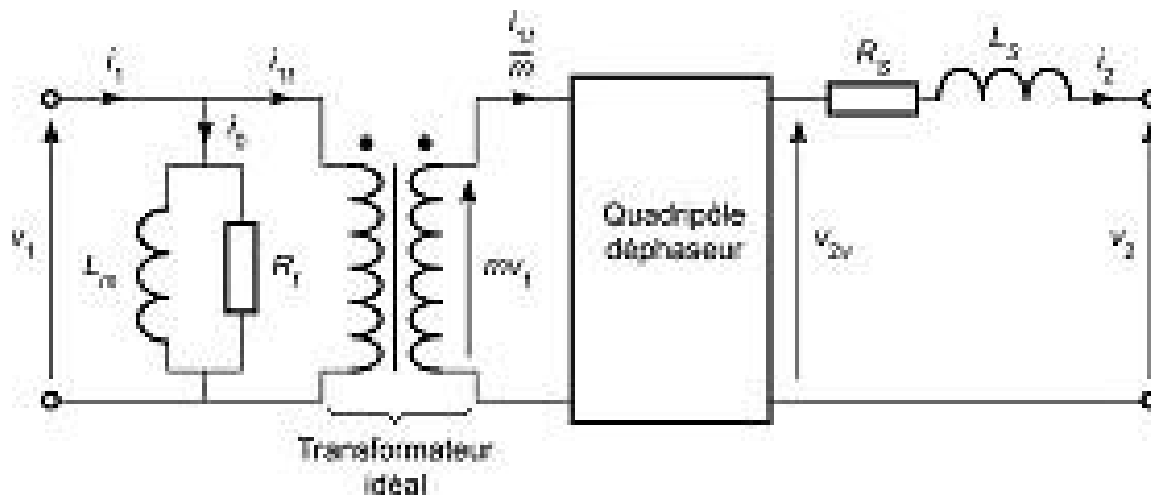


Figure 5.54 – Schéma monophasé équivalent.

schéma monophasé équivalent (figure 5.54). Celui-ci se présente de la même façon que le schéma équivalent d'un transformateur monophasé, mais un quadripôle déphaseur de la tension et du courant doit être ajouté

pour tenir compte du déphasage apporté suivant le groupe de couplage. Ce quadripôle déphase la tension et le courant de l'angle θ :

$$\underline{V}_{2v} = m \underline{V}_1 e^{-j\theta}$$
$$\underline{I}_2 = \frac{\underline{I}_{1t}}{m} e^{-j\theta}$$

5.4.4 Association en parallèle

Il est possible d'associer des transformateurs triphasés en parallèle. Comme en monophasé, les deux appareils doivent avoir le même rapport de transformation, mais en triphasé, une condition supplémentaire apparaît : il est nécessaire que les indices horaires soient identiques.

5.5 Autotransformateur

5.5.1 Généralités

■ Définition

Un autotransformateur est un appareil statique à induction électromagnétique destiné à transformer un système de courant alternatif en un système de courant alternatif de même fréquence, d'intensité et de tension efficaces différentes, sans assurer d'isolement galvanique.

■ Rapport de transformation

Le rapport de transformation d'un autotransformateur est défini comme pour un transformateur : c'est le quotient de la valeur efficace de la tension au secondaire à vide par la valeur efficace de la tension au primaire :

$$m = \frac{U_{2v}}{U_1}$$

■ Constitution

Un autotransformateur monophasé est constitué d'un noyau ferromagnétique fermé réalisé avec un matériau de forte perméabilité sur lequel

est placé un seul enroulement possédant une prise intermédiaire. L'enroulement basse tension est ainsi une partie de l'enroulement haute tension. L'appareil peut être abaisseur (*figure 5.55*) ou élévateur (*figure 5.56*). Il existe aussi des autotransformateurs à rapport variable. Le réglage peut être discontinu si l'on place plusieurs prises intermédiaires sur le secondaire, ou

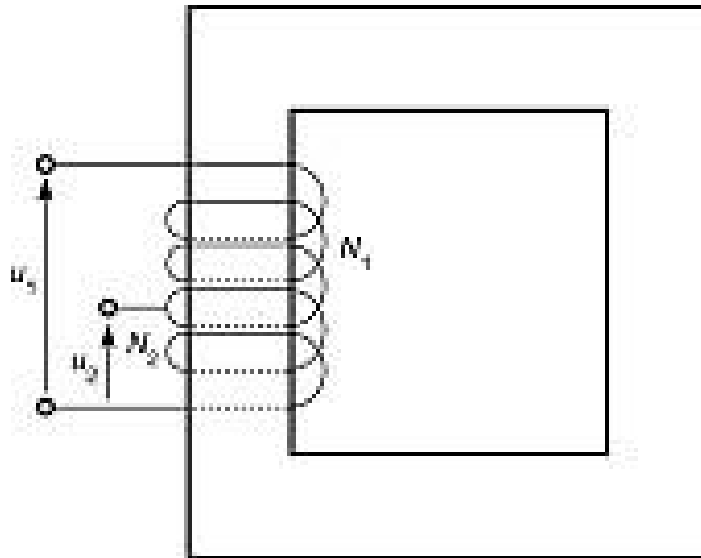


Figure 5.55 – Constitution d'un autotransformateur monophasé abaisseur.

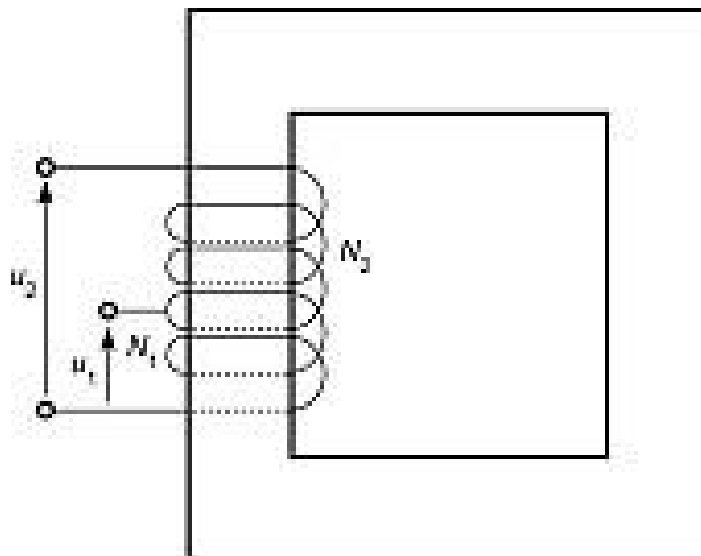


Figure 5.56 – Constitution d'un autotransformateur monophasé élévateur.

continu si l'on dispose un balai frottant sur une partie dénudée de l'enroulement. L'autotransformateur peut également être triphasé, le couplage étant presque toujours étoile-étoile.

■ Symbole

Sur les schémas, un autotransformateur monophasé peut être représenté par l'un des deux symboles indiqués (*figure 5.57*). Une flèche sur le symbole indique que le rapport de transformation est réglable (*figure 5.58*).

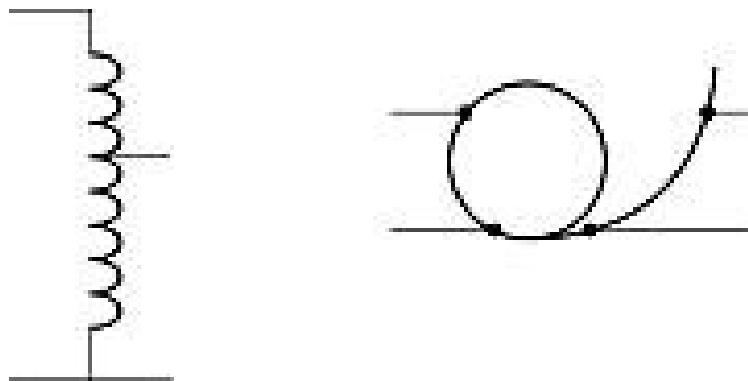


Figure 5.57 – Symboles d'un autotransformateur monophasé.

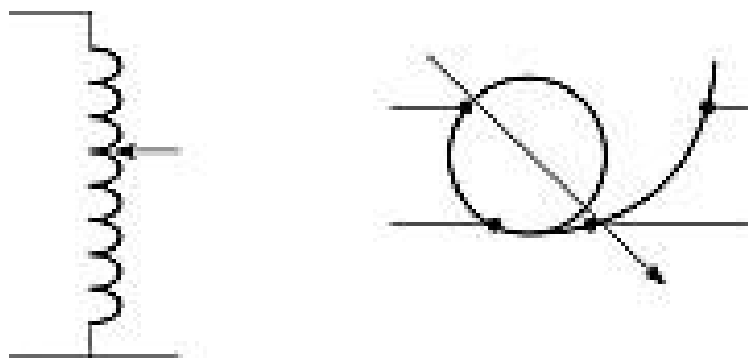


Figure 5.58 – Symboles
d'un autotransformateur monophasé réglable.

Les représentations se généralisent aux autotransformateurs triphasés à rapport fixe (*figure 5.59*) ou variable (*figure 5.60*).



Figure 5.59 – Symboles d'un autotransformateur triphasé.

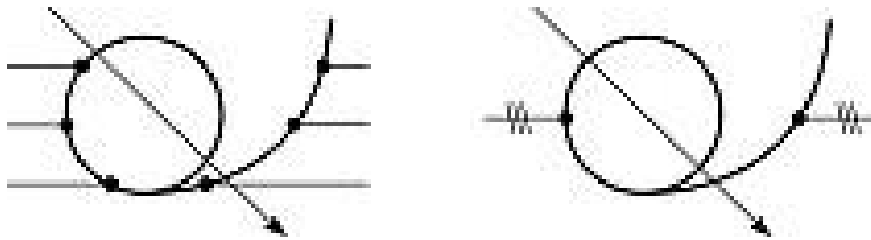


Figure 5.60 – Symboles d'un autotransformateur triphasé réglable.

5.5.2 Principe

Le principe de l'autotransformateur est tout à fait similaire à celui du transformateur. La seule différence est qu'une partie de l'enroulement est commune au primaire et au secondaire.

5.5.3 Autotransformateur idéal

Des hypothèses très simplificatrices permettent de rendre compte des propriétés essentielles du dispositif : c'est le modèle de l'autotransformateur idéal. On considère que le circuit magnétique a une réluctance nulle et n'est source d'aucune perte et que les enroulements ont une résistance nulle. Considérons un autotransformateur abaisseur avec les conventions de signe les plus naturelles (*figure 5.61*).

La loi de Faraday exprime la force contre-électromotrice e'_1 du primaire en fonction du flux φ et du nombre de spires N_1 de cet enroulement :

$$e'_1 = N_1 \frac{d\varphi}{dt}$$

Le secondaire est traversé par le même flux, canalisé sans aucune fuite puisque la réluctance du circuit magnétique est nulle. La force électro-

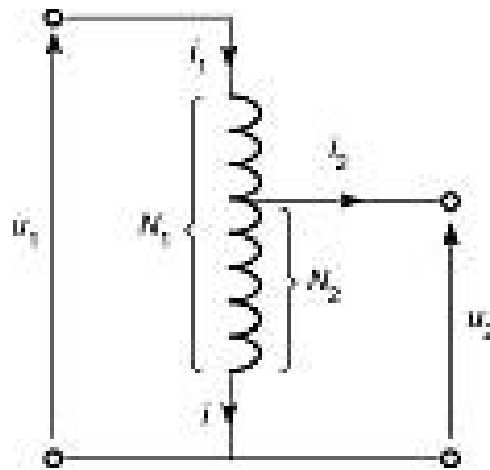


Figure 5.61 – Conventions de signe pour un autotransformateur abaisseur.

motrice du secondaire s'exprime donc en fonction du flux ϕ et du nombre de spires N_2 de cette bobine :

$$e_2 = N_2 \frac{d\phi}{dt}$$

Comme les enroulements n'ont pas de résistance, la tension u_1 appliquée au primaire est égale à la force contre-électromotrice :

$$u_1 = e'_1 = N_1 \frac{d\phi}{dt}$$

La tension présente aux bornes du secondaire est égale à la force électromotrice induite :

$$u_2 = e_2 = N_2 \frac{d\phi}{dt}$$

Le quotient des deux tensions est constant :

$$\frac{u_2}{u_1} = \frac{N_2}{N_1} = m$$

Le rapport de transformation m est égal au rapport des nombres de spires du secondaire et du primaire. Si $m > 1$, l'autotransformateur est élévateur et si $m < 1$, il est abaisseur.

L'autotransformateur peut être considéré comme l'association d'une bobine de $N_1 - N_2$ spires, parcourue par un courant d'intensité i_1 , et d'une bobine de N_2 spires parcourue par un courant d'intensité $i = i_1 - i_2$. Comme la réluctance du circuit magnétique est nulle, la relation d'Hopkinson impose la condition :

$$(N_1 - N_2)i_1 + N_2(i_1 - i_2) = 0$$

soit :

$$N_1 i_1 - N_2 i_2 = 0$$

ou encore :

$$\frac{i_2}{i_1} = \frac{N_1}{N_2} = \frac{1}{m}$$

Le rapport des intensités est l'inverse de celui des tensions. Les équations de l'autotransformateur idéal sont exactement les mêmes que celles du transformateur idéal.

5.5.4 Avantages et inconvénients

L'autotransformateur présente des avantages et des inconvénients par rapport au transformateur. À performances égales, l'autotransformateur présente un encombrement moindre et une masse inférieure (moins de cuivre et moins de fer), ainsi que des pertes plus petites (pertes par effet Joule et pertes ferromagnétiques). Le principal inconvénient de l'autotransformateur est l'absence d'isolation galvanique entre primaire et secondaire, ce qui l'élimine de certaines applications. Les couplages utilisables en triphasé sont limités.

6 • TENSION MAGNÉTIQUE D'ENTREFER D'UNE MACHINE ALTERNATIVE

Les machines tournantes à courants alternatifs triphasés fonctionnent toutes grâce à la présence d'une tension magnétique d'entrefer tournante.

6.1 Enroulements triphasés

6.1.1 Constitution des enroulements

■ Enroulement distribué ou concentré

Le stator d'une machine alternative est un cylindre creux muni d'encoches sur sa face interne (*figure 6.1*) où sont placés des conducteurs formant un enroulement distribué. Dans les machines asynchrones et les machines synchrones à entrefer constant, le rotor est un cylindre plein qui comporte des encoches sur sa face externe (*figure 6.2*) où sont placés des conducteurs formant un enroulement distribué. Les encoches sont creusées le long de génératrices du cylindre, ou sont faiblement inclinées par rapport aux génératrices. Dans les machines synchrones à pôles saillants, des bobines sont disposées sur des pôles ferromagnétiques (*figure 6.3*), ce qui forme un enroulement concentré.

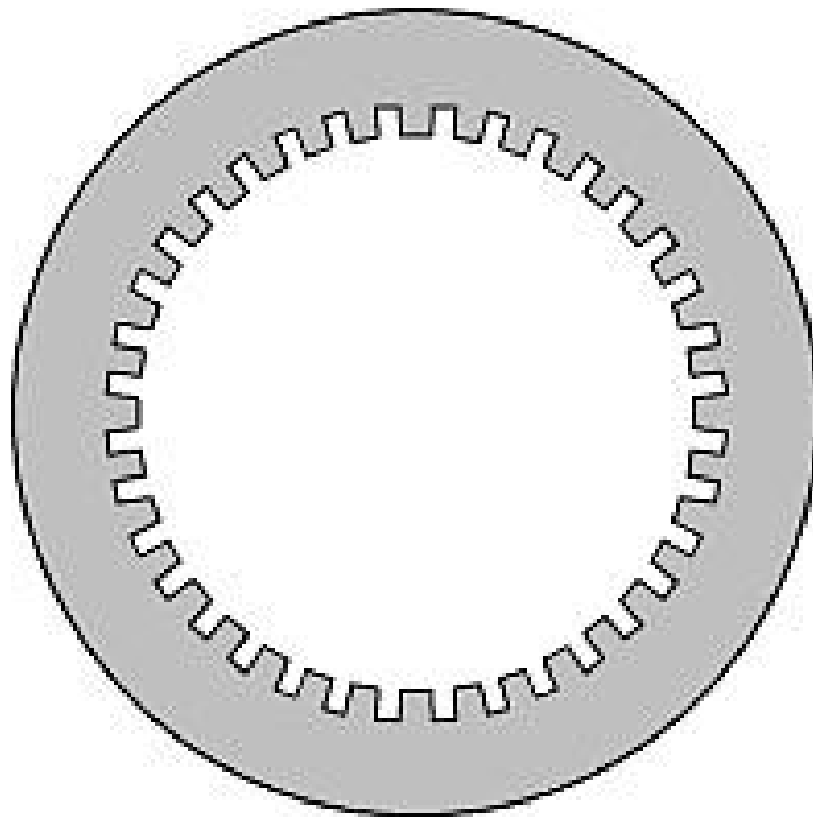


Figure 6.1 – Stator d'une machine alternative.

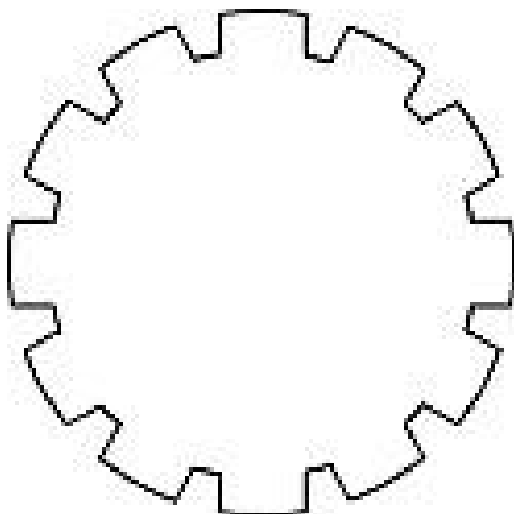


Figure 6.2 – Rotor d'une machine asynchrone ou d'une machine synchrone à entrefer constant.

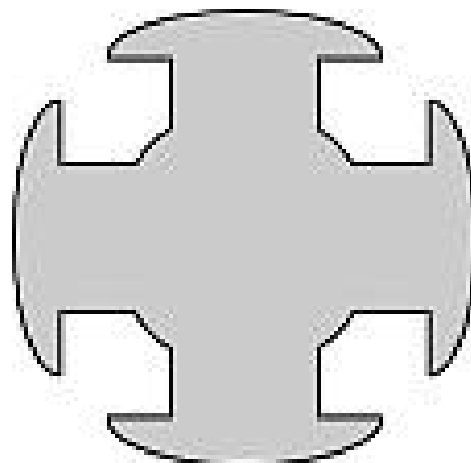


Figure 6.3 – Rotor d'une machine asynchrone ou d'une machine synchrone à pôles saillants.

6.1.2 Conducteurs et spires

Des conducteurs sont placés dans les encoches. Deux conducteurs sont associés pour former une spire. Plusieurs spires peuvent être placées dans les mêmes encoches et mises en série. L'ensemble de ces conducteurs (appelés brins actifs) placés dans la même encoche est nommé faisceau. Une autre solution est de réaliser le faisceau par une barre de section adaptée : il est alors constitué d'un seul conducteur. Par convention, on représente un faisceau par un conducteur unique, qu'il soit formé d'une seule barre ou de plusieurs conducteurs.

6.1.3 Enroulement à une ou deux couches

Si chaque encoche comporte un seul faisceau (*figure 6.4*), l'enroulement est à une couche. Si chaque encoche comporte deux faisceaux (*figure 6.5*), l'enroulement est à deux couches.

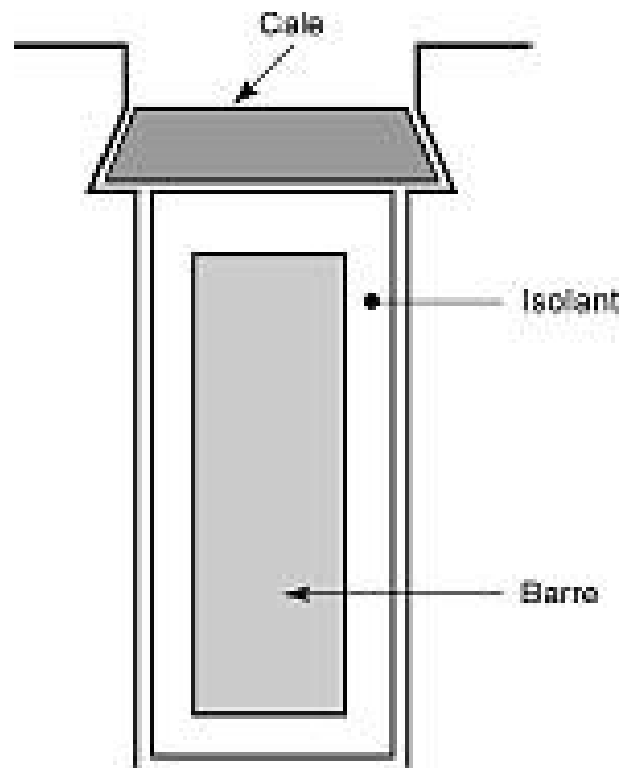


Figure 6.4 – Encoche d'un enroulement à une couche.

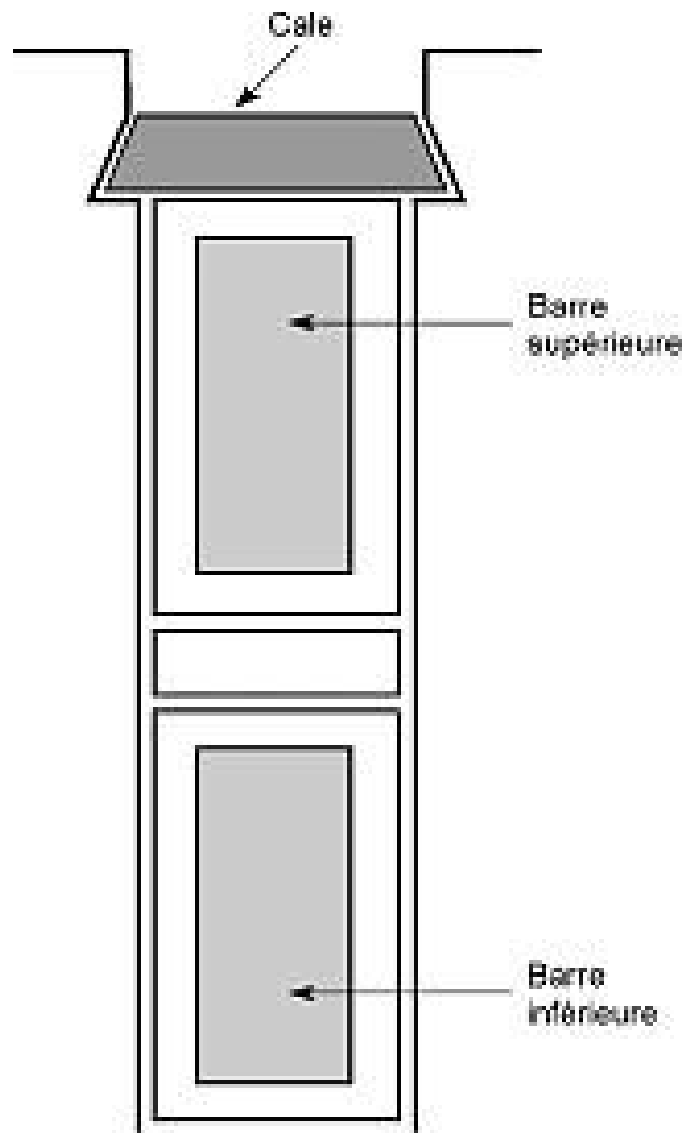


Figure 6.5 – Encoche d'un enroulement à deux couches.

6.1.4 Paramètres caractérisant un enroulement

■ Nombre d'encoches par pôle et par phase

Pour un enroulement triphasé ayant $2p$ pôles et N_e encoches, le nombre m d'encoches par pôle et par phase est :

$$m = \frac{N_e}{6p}$$

■ Pas polaire

Le pas polaire est l'intervalle entre deux pôles successifs de noms contraires. On peut le caractériser de trois façons équivalentes par :

- l'angle séparant les axes des deux pôles, $\alpha = \frac{\pi}{p}$ avec p le nombre de paires de pôles;
- la distance entre ces deux pôles, mesurée le long de l'entrefer, $\tau_p = \frac{\pi D}{2p}$ avec D le diamètre d'alésage;
- le nombre d'encoches correspondant $\frac{N_e}{2p}$ avec N_e le nombre total d'encoches.

■ Pas dentaire

Le pas dentaire est l'intervalle entre deux encoches successives. On peut le caractériser de trois façons équivalentes par :

- l'angle séparant les axes des deux encoches, $\varepsilon = \frac{2\pi}{N_e}$;
- l'angle électrique correspondant, $\varepsilon_e = p\varepsilon$;
- la distance entre ces deux encoches, mesurée le long de l'entrefer, $\tau_d = \frac{\pi D}{N_e} = \frac{\tau_p}{3m}$.

6.1.5 Répartition des conducteurs dans les encoches

Les conducteurs des trois phases sont répartis dans les encoches. Dans une couche, les conducteurs d'une phase occupent sous un pôle des encoches successives. Le premier faisceau de la phase 1, nommé faisceau aller (c'est un sens conventionnel), est noté 1, tandis que le second faisceau, nommé faisceau retour, est noté 1'. Des notations analogues sont utilisées pour les phases 2 et 3. La succession des phases est donnée sur une représentation développée de l'entrefer avec un sens de gauche à droite correspondant au sens de rotation du moteur lorsqu'il est alimenté par un système triphasé direct (*figure 6.6*).

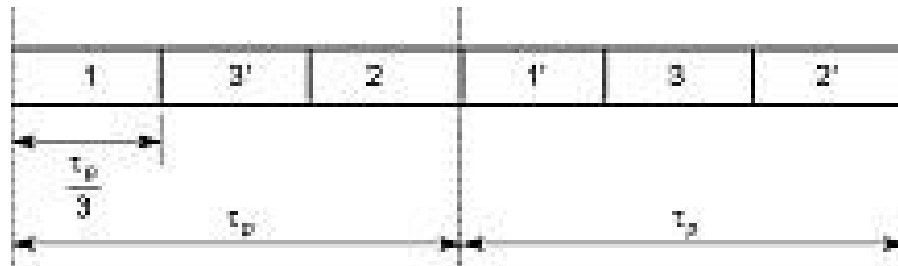


Figure 6.6 – Succession des phases sur un double pas polaire.

La distribution des faisceaux peut être précisée sur une vue en coupe de la machine (*figure 6.7*), mais on préfère souvent une représentation déve-

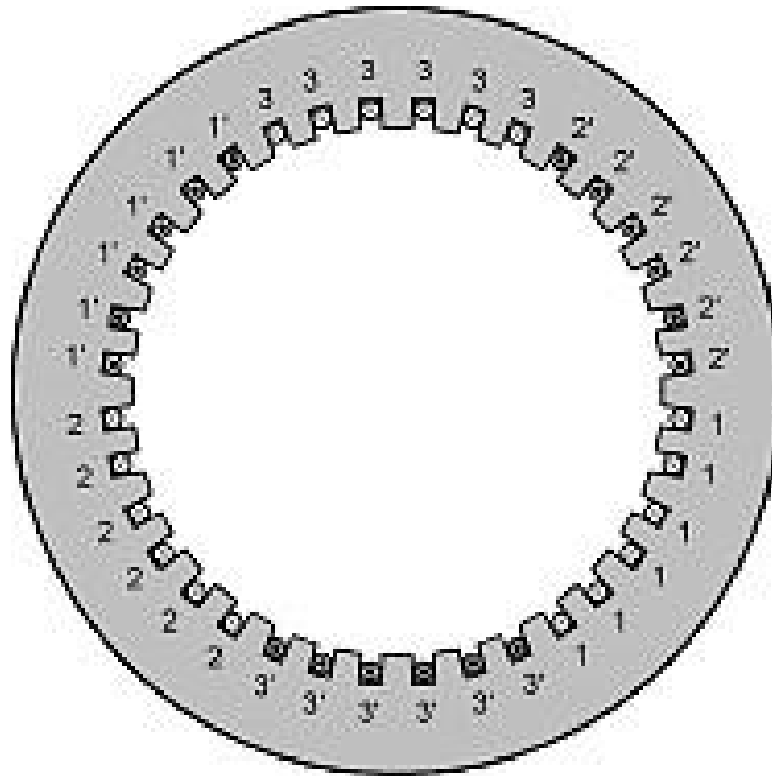


Figure 6.7 – Répartition des conducteurs d'un enroulement.

loppée le long de l'entrefer (*figure 6.8*). Pour bien distinguer les conducteurs appartenant aux différentes phases, on les représente par des couleurs différentes, ou, en noir et blanc, par des symboles distincts : par exemple

un cercle pour la phase 1, un carré pour la phase 2 et un triangle pour la phase 3. Nous avons choisi comme exemple un enroulement statorique bipolaire comportant six encoches par phase.



Figure 6.8 – Répartition des conducteurs sur une vue développée.

6.1.6 Connexions frontales

Les conducteurs actifs sont reliés entre eux sur les faces avant et arrière de la machine.

■ Bobines et sections

L'enroulement peut être constitué de bobines concentriques ou de sections. L'enroulement en bobines est formé de spires concentriques ayant des pas inégaux (*figure 6.9*). Sa réalisation exige d'utiliser des gabarits

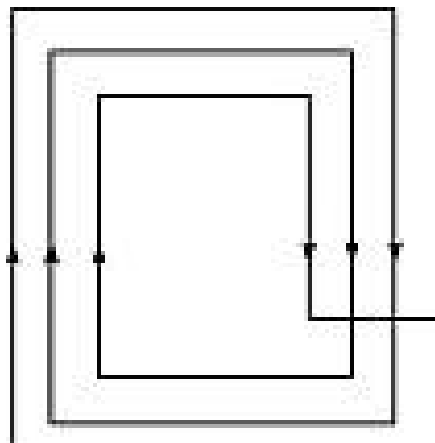


Figure 6.9 – Enroulement en bobines concentriques.

différents. L'enroulement en section est formé d'éléments ayant tous le même pas et décalés entre eux (*figure 6.10*). L'intérêt est qu'un seul gabarit est nécessaire.

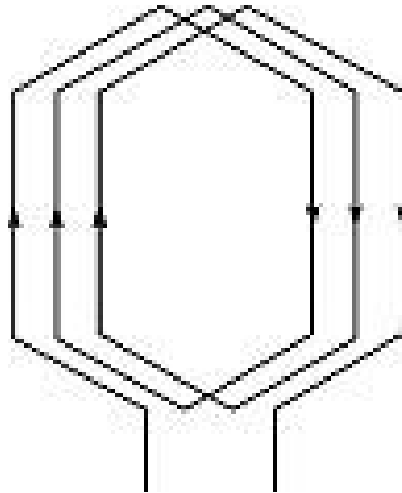


Figure 6.10 – Enroulement en sections.

■ Enroulement par pôle ou par pôles conséquents

L'enroulement est par pôle si chaque phase comporte une bobine ou un groupe de sections par pôle (*figure 6.11*). Il est par pôles conséquents si chaque phase comporte une bobine ou un groupe de sections par paires de pôles (*figure 6.12*).

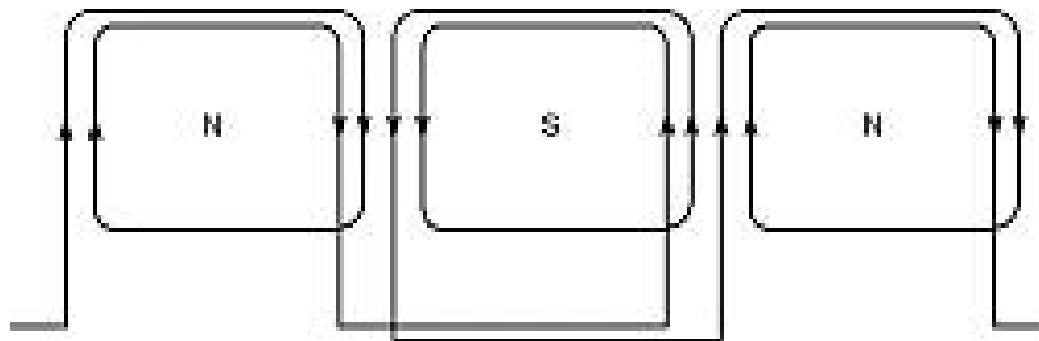


Figure 6.11 – Enroulement par pôle.

6.1.7 Schéma de bobinage

Les diverses caractéristiques de l'enroulement sont figurées sur le schéma de bobinage : les conducteurs actifs sont représentés sur une vue développée, et les connexions frontales sont indiquées au dessus et en dessous

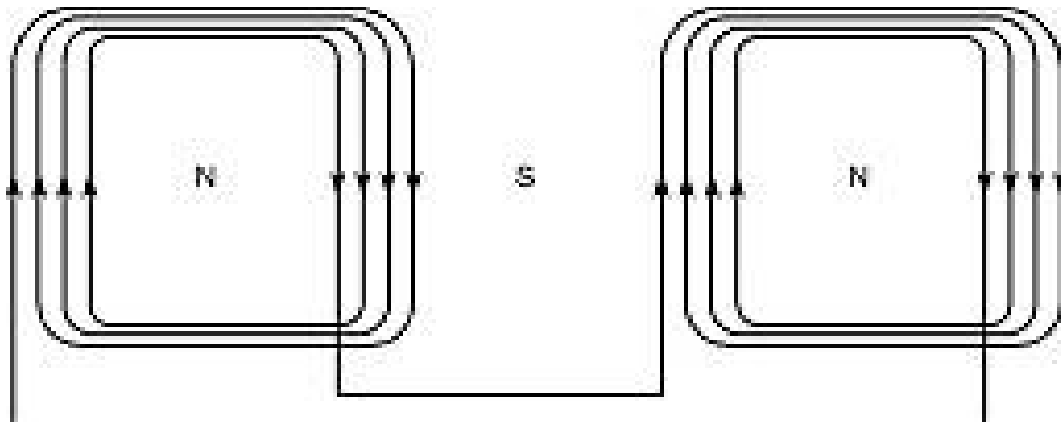


Figure 6.12 – Enroulement par pôles conséquents.

de celle-ci. Les trois phases sont distinguées par des couleurs différentes, ou, en noir et blanc, par des traits différents : nous avons employé le trait continu pour la phase 1, le trait mixte pour la phase 2 et le trait interrompu pour la phase 3. Comme exemple, nous avons choisi un enroulement triphasé à 4 pôles ($p = 2$), 24 encoches ($N_e = 24$), en bobines et

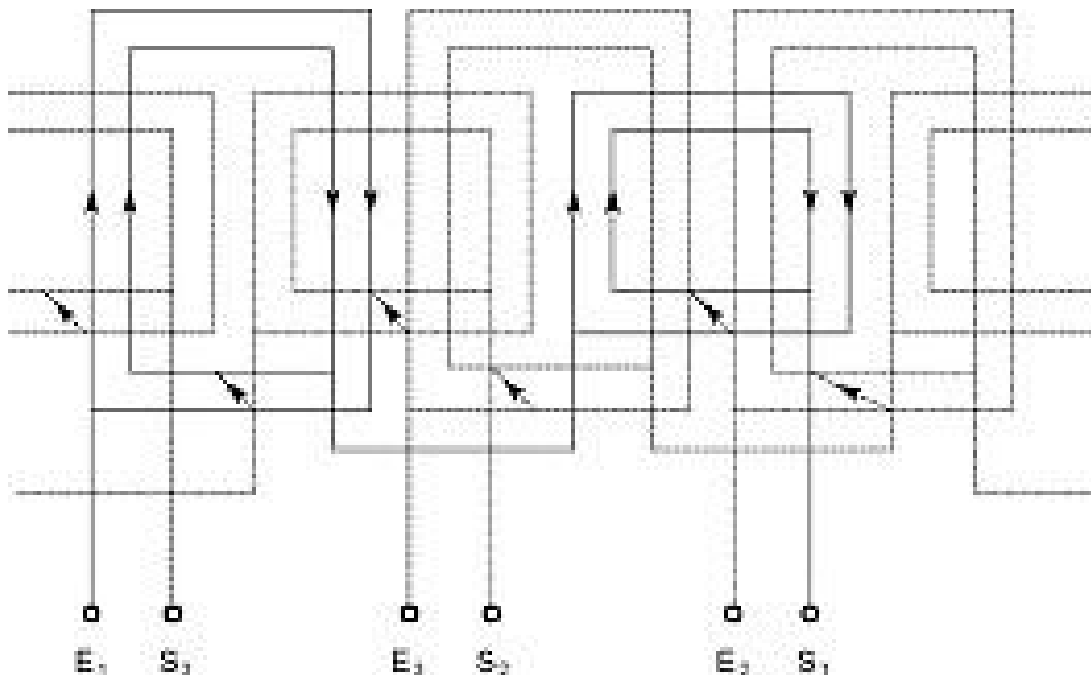


Figure 6.13 – Schéma de bobinage.

par pôles conséquents (*figure 6.13*). Le nombre d'encoches par pôle et par phase est alors $m = 2$.

6.2 Création de la tension magnétique d'entrefer

6.2.1 Définition

La tension magnétique d'entrefer $\mathcal{U}$ au point M repéré par l'angle θ (*figure 6.14*) est la différence de potentiel magnétique entre le stator et le rotor :

$$\mathcal{U} = \int_{RS} \mathbf{H} d\mathbf{l}$$

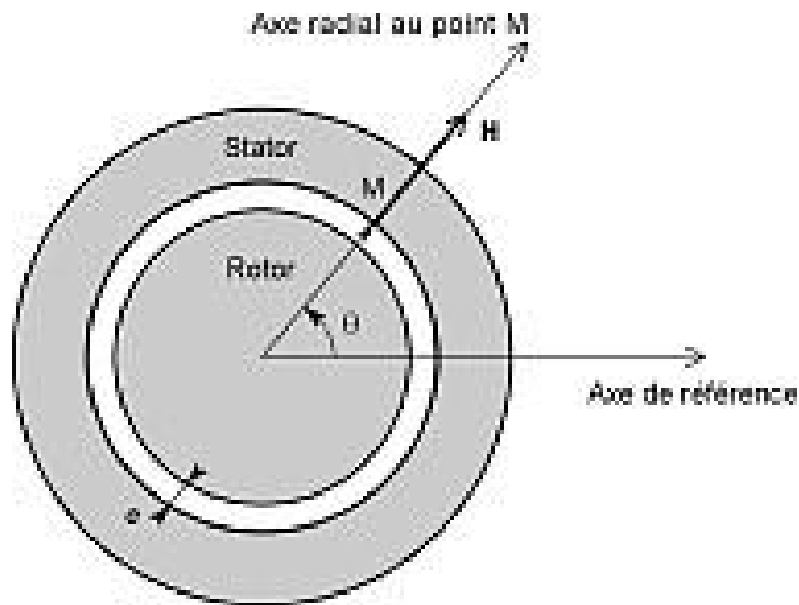


Figure 6.14 – Repérage d'un point M de l'entrefer.

Compte tenu que l'excitation magnétique $\mathbf{H}$ est pratiquement radiale dans l'entrefer de largeur e et que sa norme ne varie quasiment pas entre le rotor et le stator, cette relation s'écrit :

$$\mathcal{U} = He$$

H est une mesure algébrique sur un axe radial repéré par l'angle θ et orienté du rotor vers le stator. Ainsi, la tension magnétique d'entrefer est positive si le vecteur excitation magnétique $\mathbf{H}$ (ou le vecteur champ magnétique $\mathbf{B}$ qui a même direction et même sens) est dirigé du rotor vers le stator et négatif dans le cas contraire.

Remarque

Cette grandeur est parfois nommée « force magnétomotrice d'entrefer ». L'appellation est impropre car une force magnétomotrice correspond à l'action de courants enlacés par un contour fermé alors qu'il s'agit bien ici d'une chute de tension magnétique aux bornes de la réluctance de l'entrefer. La différence n'est pas énorme lorsque le circuit magnétique n'est pas saturé et que les chutes de tension magnétique dans les parties ferromagnétiques de la machine sont négligeables. Par contre, en cas de saturation, le comportement de la tension magnétique d'entrefer est tout à fait différent de celui de la force magnétomotrice du circuit car la réluctance des parties ferromagnétiques n'est plus négligeable.

Pour toutes les machines, la tension magnétique d'entrefer $\mathcal{U}$ est fixée par la distribution des conducteurs parcourus par des courants.

Pour une machine à entrefer constant (e invariable), l'excitation magnétique H et le champ magnétique B sont également fixés par la distribution des conducteurs parcourus par des courants. On peut ainsi considérer indifféremment les grandeurs $\mathcal{U}$, H ou B pour caractériser l'état magnétique de l'entrefer.

Par contre, pour une machine à pôles saillants, le problème de la détermination de l'excitation magnétique et donc du champ magnétique est plus compliqué : la courbe dépend de la position du rotor. Il est alors préférable de s'intéresser à $\mathcal{U}$.

6.2.2 Tension magnétique créée par un enroulement diamétral bipolaire

Considérons une armature portant une bobine placée dans deux encoches diamétralement opposées du stator et formée de N spires parcourues par un courant i (*figure 6.15*).

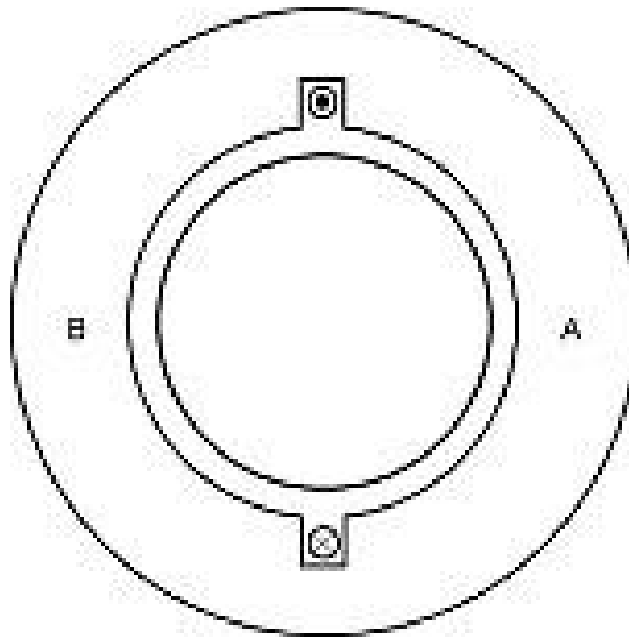


Figure 6.15 – Enroulement diamétral bipolaire.

La courbe de $\mathcal{U}$ en fonction de θ est en forme de créneau sur une étendue angulaire de largeur 2π (figure 6.16) : on dit que la tension magnétique d'entrefer est à répartition rectangulaire et qu'elle possède deux

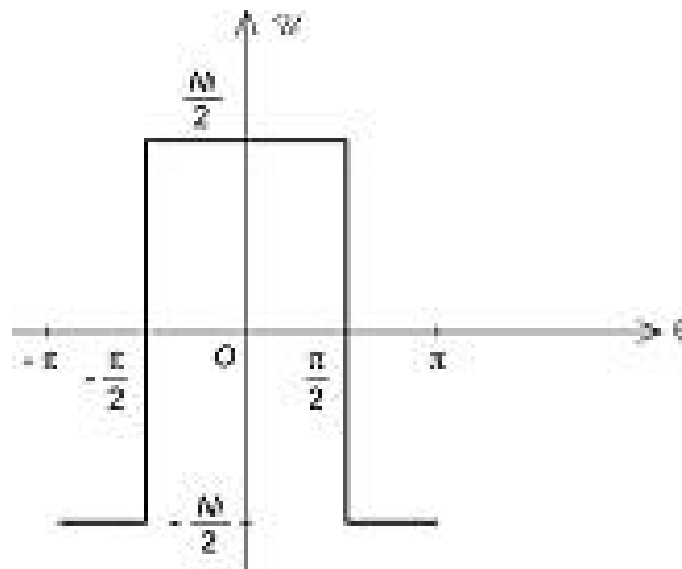


Figure 6.16 – Répartition spatiale de la tension magnétique d'entrefer.

pôles (ou qu'elle est bipolaire). Le nombre p de paires de pôles vaut 1 dans ce cas.

6.2.3 Tension magnétique créée par un enroulement diamétral multipolaire

Plaçons maintenant dans quatre encoches de l'armature deux bobines formées de N spires parcourues par un courant i , de façon que les courants dans des encoches successives soient de sens opposé (*figure 6.17*).

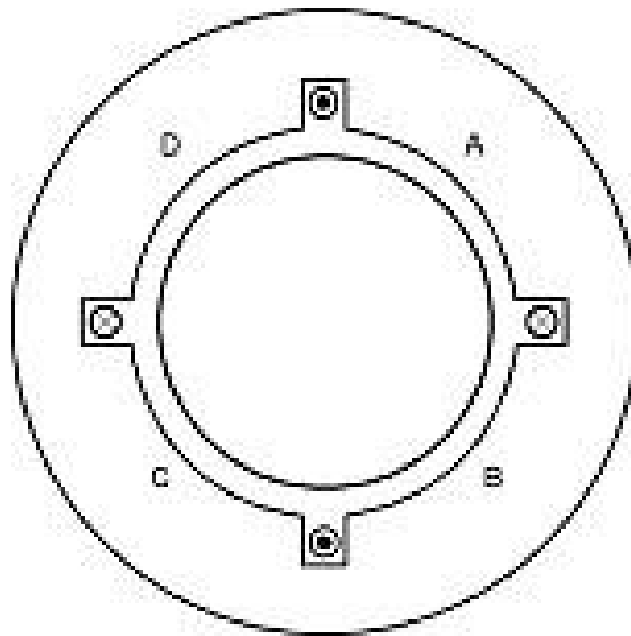


Figure 6.17 – Enroulement diamétral tétrapolaire.

La courbe de $\mathcal{U}$ en fonction de θ est encore en forme de créneau mais avec une période spatiale de π (*figure 6.18*) : on dit que la tension magnétique d'entrefer est à répartition rectangulaire et qu'elle possède quatre pôles (ou qu'elle est tétrapolaire). Le nombre p de paires de pôles vaut 2 dans ce cas.

En multipliant le nombre de bobines, il est possible d'obtenir des enroulements multipolaires ayant un nombre p de paires de pôles plus élevé.

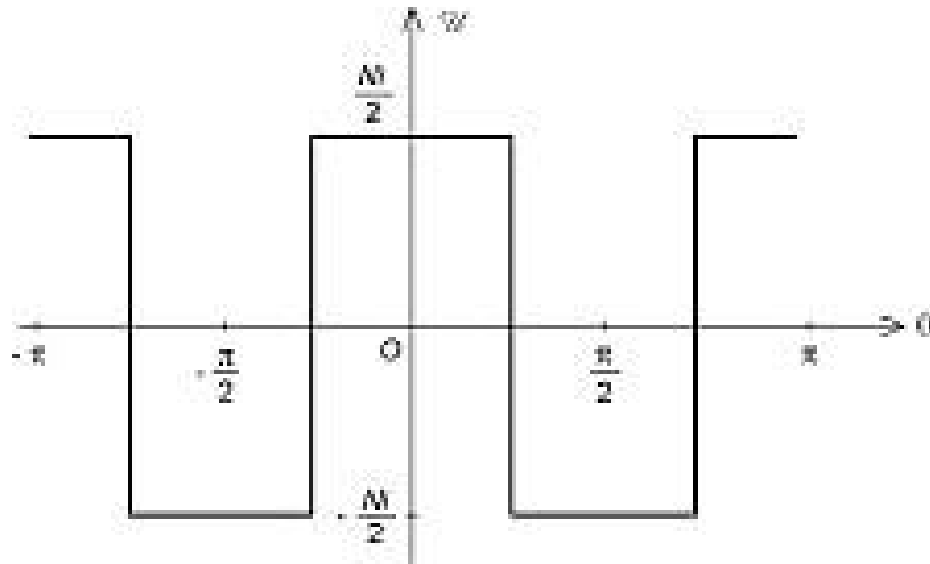


Figure 6.18 – Répartition spatiale de la tension magnétique d'entrefer.

La tension magnétique d'entrefer est une fonction périodique, de période $\frac{2\pi}{p}$, décomposable en série de Fourier :

$$u = \sum_{k=0}^{+\infty} A_{2k+1} \cos[(2k+1)p\theta]$$

avec

$$A_{2k+1} = \frac{2Ni}{\pi} \frac{(-1)^k}{2k+1}$$

La tension magnétique d'entrefer d'un enroulement multipolaire a même expression que celle d'un enroulement bipolaire à condition de remplacer θ par $p\theta$. Il est d'usage de se ramener systématiquement à un enroulement bipolaire en utilisant la notion d'angle électrique. Pour un enroulement à p paires de pôles, l'angle électrique θ_e correspondant à l'angle réel θ (appelé alors angle mécanique ou angle géométrique) est par définition :

$$\theta_e = p\theta$$

Il est possible de définir un enroulement bipolaire fictif associé à un enroulement multipolaire réel.

6.2.4 Tension magnétique créée par un enroulement réparti diamétral

Pour éviter des encoches de grande dimension et pour que la courbe de la force magnétomotrice en fonction de l'angle se rapproche d'une sinusoïde, on répartit les N conducteurs d'un faisceau entre m encoches voisines, contenant chacune b conducteurs :

$$N = mb$$

Chaque phase est ainsi constituée de m bobines de b spires par paire de pôles. L'ouverture de chaque bobine est égale au pas polaire α , mais elles sont décalées entre elles d'un angle ε (figure 6.19).

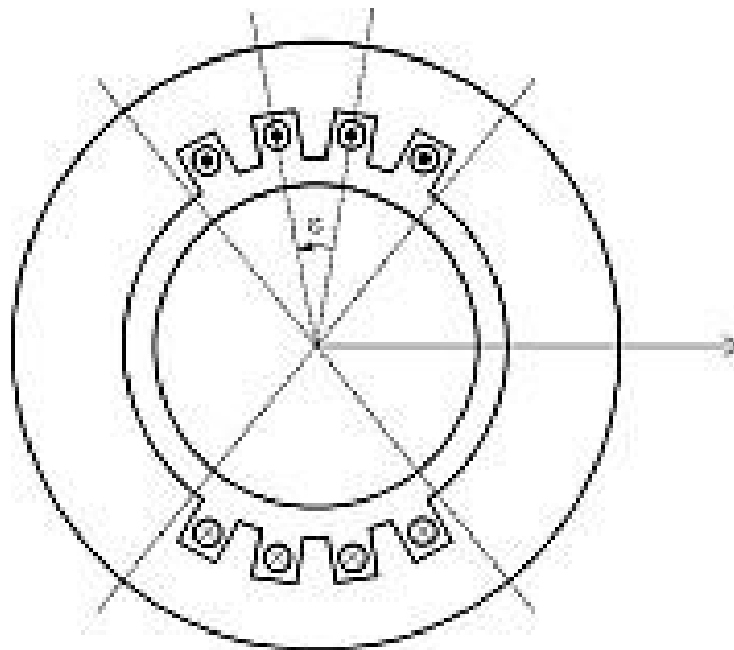


Figure 6.19 – Enroulement à m encoches par pôle et par phase.

La tension magnétique a une courbe en escaliers qui se rapproche de la sinusoïde si le nombre d'encoches par pôle et par phase est élevé (figure 6.20).

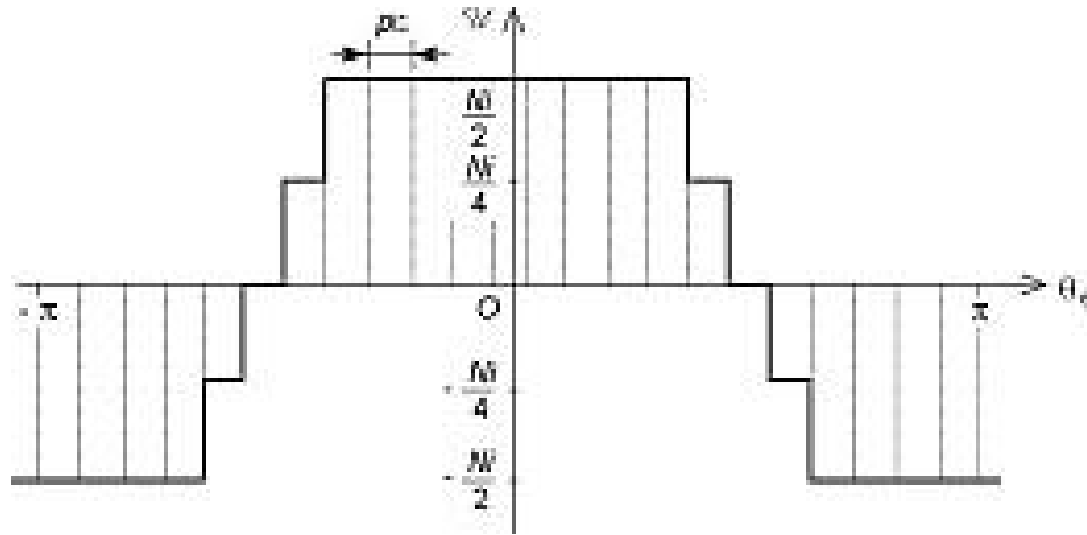


Figure 6.20 – Répartition spatiale de la tension magnétique d'entrefer.

La tension magnétique créée par un enroulement réparti a la même forme que la tension magnétique créée par un enroulement concentré, mais les coefficients placés devant les cosinus sont différents :

$$\mathcal{U} = \sum_{k=0}^{+\infty} A'_{2k+1} i \cos[p(2k+1)\theta]$$

avec :

$$A'_{2k+1} = \frac{2}{\pi} b \frac{(-1)^k}{2k+1} \frac{\sin \frac{mp(2k+1)\epsilon}{2}}{\sin \frac{p(2k+1)\epsilon}{2}}$$

On définit le facteur de distribution K_{d1} pour le fondamental comme le rapport du fondamental de la répartition de la tension magnétique créée par un enroulement réparti au fondamental de la répartition de la tension magnétique d'un enroulement concentré de même nombre de conducteurs :

$$K_{d1} = \frac{A'_1}{A_1}$$

Son expression est :

$$K_{d1} = \frac{\sin \frac{mp\varepsilon}{2}}{m \sin \frac{p\varepsilon}{2}}$$

De la même façon, le facteur de distribution K_{dh} pour l'harmonique de rang $h = 2k + 1$ est :

$$K_{dh} = \frac{A'_h}{A_h}$$

Son expression est donc :

$$K_{dh} = \frac{\sin \frac{hmp\varepsilon}{2}}{m \sin \frac{hp\varepsilon}{2}}$$

Pour un enroulement triphasé régulier comportant m encoches par pôle et par phase, l'angle entre deux encoches vaut :

$$\varepsilon = \frac{\pi}{3mp}$$

Les facteurs de distribution ne dépendent alors que de m :

$$K_{d1} = \frac{\sin \frac{\pi}{6}}{m \sin \frac{\pi}{6m}}$$

$$K_{dh} = \frac{\sin \frac{h\pi}{6}}{m \sin \frac{h\pi}{6m}}$$

6.2.5 Tension magnétique créée par une bobine à pas raccourci

Considérons une bobine dont le pas est $\delta\pi$ avec $\delta < 1$ (*figure 6.21*).

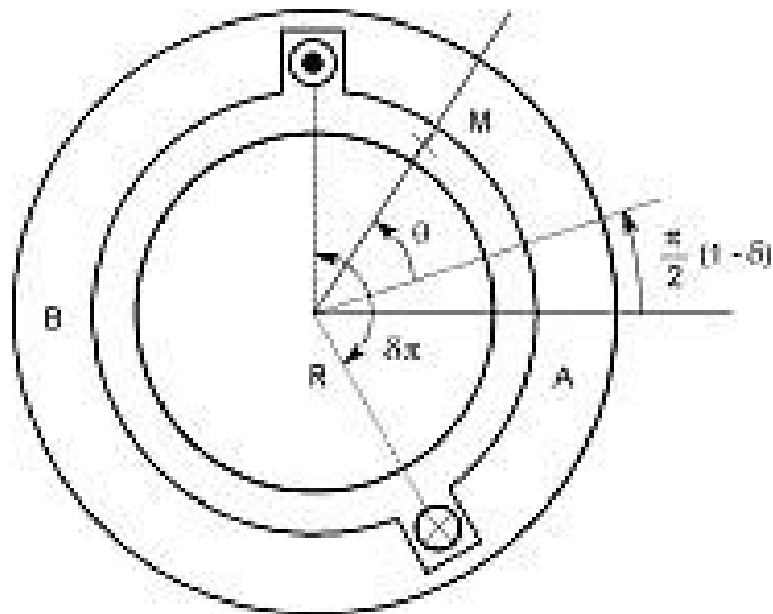


Figure 6.21 – Bobine à pas raccourci.

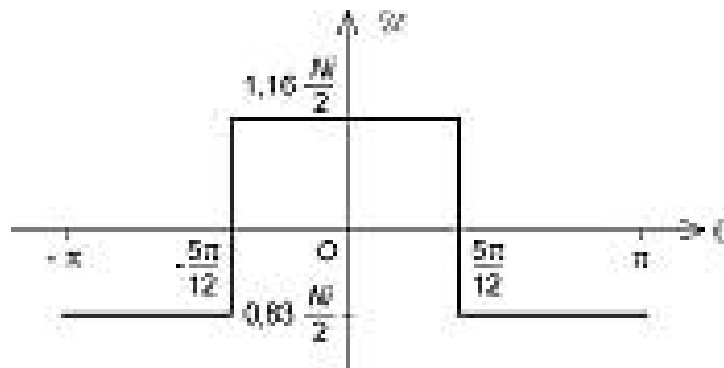


Figure 6.22 – Répartition spatiale de la tension magnétique d'entrefer (pour $\delta = \frac{5}{6}$).

La courbe de $\mathcal{U}$ en fonction de θ est un créneau dont les niveaux ne sont pas symétriques (*figure 6.22*) :

$$\mathcal{U}_A = \left(1 - \frac{\delta}{2}\right) Ni$$

$$\mathcal{U}_B = -\frac{\delta}{2} Ni$$

6.2.6 Tension magnétique créée par un enroulement réparti à pas raccourci

L'utilisation de sections à pas raccourci permet de réduire la longueur des têtes de bobines. Considérons un enroulement réparti avec $m = 4$. Réalisons le bobinage par sections et par pôles en utilisant des sections à pas raccourci avec $\delta = \frac{5}{6}$ (figure 6.23).

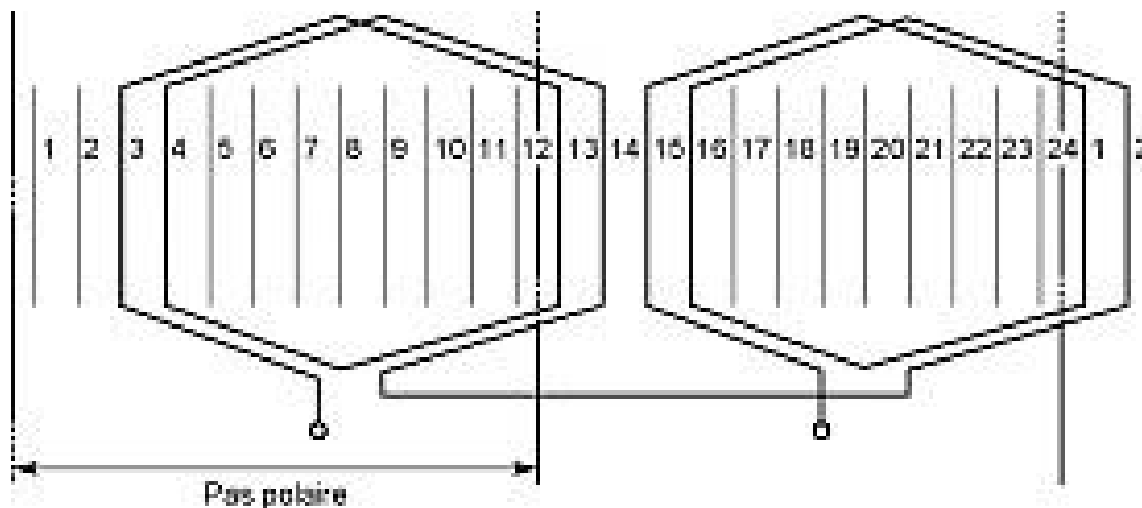


Figure 6.23 – Schéma de bobinage d'une phase.

Dans ce cas, la forme d'onde de la tension magnétique d'entrefer est la même pour un bobinage à pas raccourci que pour un bobinage à pas diamétral. Les décompositions en série de Fourier sont alors aussi identiques.

6.2.7 Tension magnétique créée par un enroulement réparti à phases chevauchantes

L'utilisation de sections à pas raccourci permet de faire un enroulement à phases chevauchantes (*figure 6.24*). Les encoches sont séparées en deux : une demi-encoche inférieure, au fond, et une demi-encoche supérieure, près de l'entrefer. Au lieu d'affecter un nombre entier m d'encoches à chaque phase, comme sur la répartition rappelée en haut de la figure, on lui attribue d'abord n demi-encoches, puis $m - n$ encoches et enfin de nouveau n demi-encoches. Les demi-encoches non occupées sont attribuées aux autres phases. Pour la figure, on a choisi $m = 3$ et $n = 1$. Pour le calcul de la tension magnétique d'entrefer, on prend en compte séparément la contribution des demi-encoches inférieures et celle des demi-encoches supérieures, puis on en fait la somme. Si ε est l'angle entre deux encoches, l'angle correspondant au décalage entre les deux courbes partielles est :

$$\eta = n\varepsilon$$

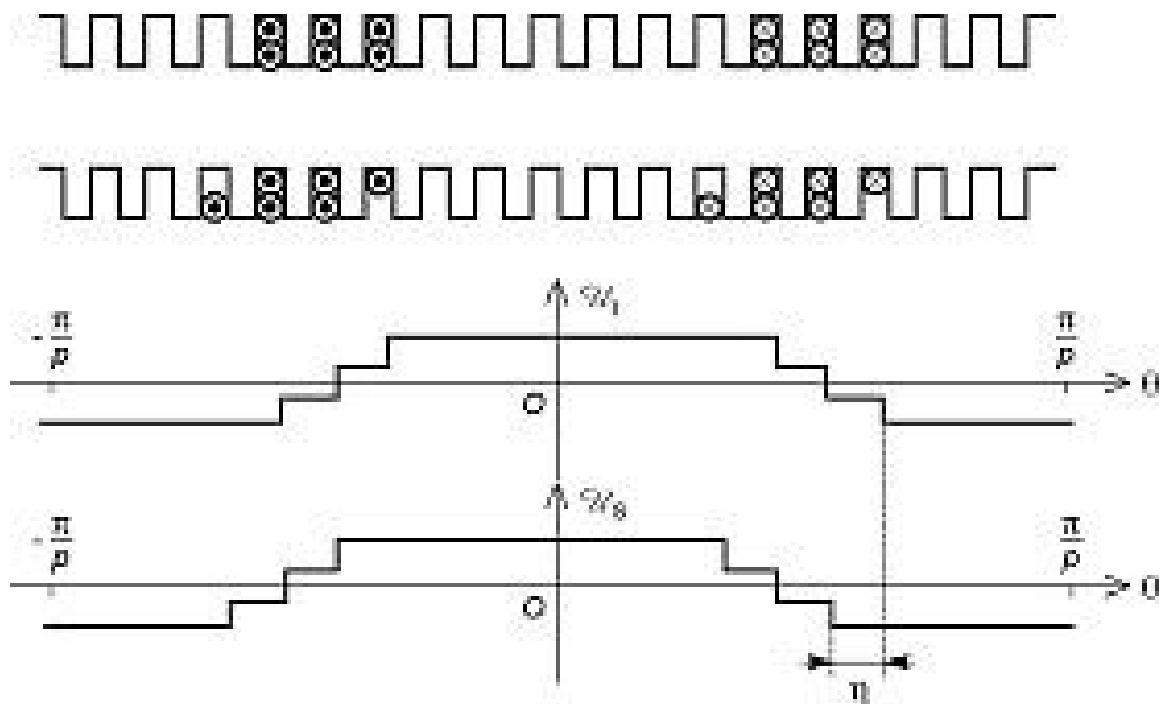


Figure 6.24 – Enroulement à phases chevauchantes.

Le fondamental est multiplié par un coefficient K_{r1} appelé facteur de raccourcissement pour le fondamental dont l'expression est :

$$K_{r1} = \cos \frac{p\eta}{2}$$

Le facteur de raccourcissement K_{rh} pour l'harmonique de rang $h = 2k + 1$ est :

$$K_{rh} = \cos \frac{hp\eta}{2}$$

En remplaçant $\eta = n\varepsilon$ puis $\varepsilon = \frac{\pi}{3mp}$, les formules deviennent :

$$K_{r1} = \cos \frac{n\pi}{6m}$$

$$K_{rh} = \cos \frac{h n \pi}{6m}$$

L'intérêt du chevauchement des phases est d'affaiblir les harmoniques. Un choix adéquat de n permet de diviser par 4 environ les harmoniques de rang 5 et 7.

6.2.8 Prise en compte de l'angle d'ouverture des encoches

Dans une machine à encoches larges, on ne peut plus considérer que les conducteurs sont localisés en un point (sur une vue en coupe), mais il faut tenir compte de l'angle χ occupé par une encoche (*figure 6.25*).

L'application du théorème d'Ampère montre que la variation de la tension magnétique engendrée par une bobine n'est plus rectangulaire, mais qu'elle devient trapézoïdale si l'on peut considérer que le courant est uniformément réparti sur toute la largeur de l'encoche (*figure 6.26*).

Le fondamental est multiplié par un coefficient K_{e1} appelé facteur d'ouverture d'encoche pour le fondamental dont l'expression est :

$$K_{e1} = \frac{\sin \frac{p\chi}{2}}{\frac{p\chi}{2}}$$

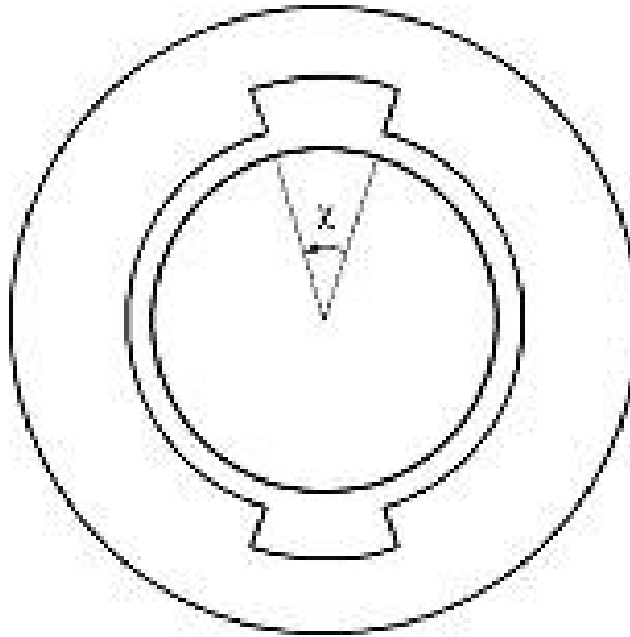


Figure 6.25 – Encoche de largeur non négligeable.

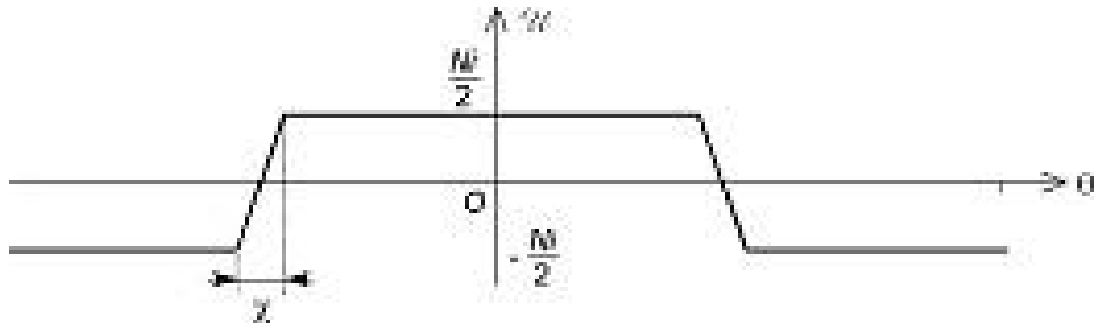


Figure 6.26 – Répartition de la tension magnétique créée par une bobine quand on tient compte de la largeur de l'encoche.

Le facteur d'ouverture d'encoche K_{eh} pour l'harmonique de rang h est :

$$K_{eh} = \frac{\sin \frac{hp\chi}{2}}{\frac{hp\chi}{2}}$$

6.2.9 Influence de l'inclinaison des encoches

Pour réduire les harmoniques de denture dans certaines machines synchrones à pôles saillants, on incline les encoches ou les arêtes des pièces polaires. Les cages d'écureuil des moteurs asynchrones ont également souvent leurs barres inclinées. L'inclinaison est chiffrée par un angle γ (figure 6.27).

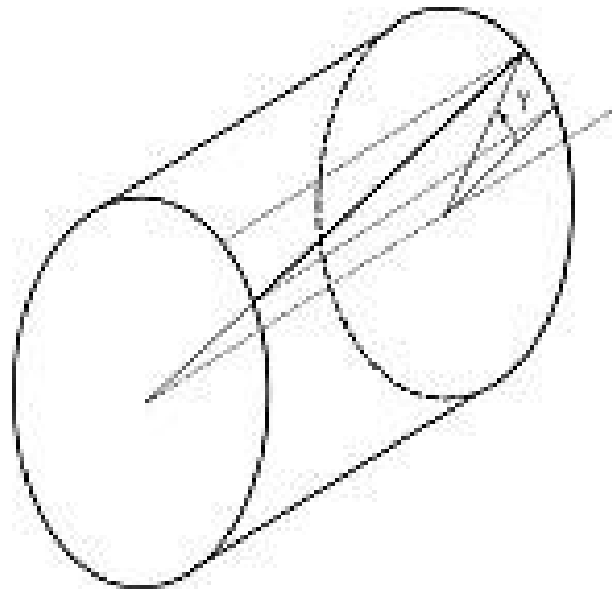


Figure 6.27 – Angle d'inclinaison.

Le fondamental est multiplié par un coefficient K_{i1} appelé facteur d'inclinaison pour le fondamental dont l'expression est :

$$K_{i1} = \frac{\sin \frac{p\gamma}{2}}{\frac{p\gamma}{2}}$$

Le facteur d'inclinaison pour l'harmonique de rang h s'exprime par :

$$K_{ih} = \frac{\sin \frac{hp\gamma}{2}}{\frac{hp\gamma}{2}}$$

Un harmonique de rang $h = 2k + 1$ peut être éliminé en annulant K_{ih} , donc en choisissant un angle γ tel que :

$$(2k + 1) \frac{p\gamma}{2} = n\pi \quad \text{avec} \quad n \in \mathbf{N}^*$$

La plus petite valeur de l'angle γ est obtenue pour $n = 1$:

$$\gamma = \frac{2\pi}{(2k + 1)p}$$

6.2.10 Facteur de bobinage

De manière générale, la diminution du fondamental de la tension magnétique par rapport au cas idéal de l'enroulement massé est due à la fois au facteur de distribution K_{d1} , au facteur de raccourcissement K_{r1} , au facteur d'ouverture d'encoche K_{e1} et au facteur d'inclinaison K_{i1} . On tient compte de l'ensemble de ces phénomènes en définissant le facteur de bobinage pour le fondamental K_{b1} :

$$K_{b1} = K_{d1} K_{r1} K_{e1} K_{i1}$$

De la même manière, on définit un facteur de bobinage K_{bh} pour l'harmonique de rang h (h impair) :

$$K_{bh} = K_{dh} K_{rh} K_{eh} K_{ih}$$

La tension magnétique d'entrefer s'écrit alors :

$$\mathcal{U} = \frac{2}{\pi} Ni \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{(-1)^k}{2k + 1} K_{2k+1} \cos[(2k + 1)p\theta]$$

6.3 Tension magnétique tournante

6.3.1 Tension magnétique tournante créée par une roue polaire

■ Tension magnétique tournante bipolaire

Considérons une machine dont le rotor comporte une paire de pôles, c'est-à-dire un pôle nord et un pôle sud. Ces pôles peuvent être créés soit par des aimants permanents, soit par des bobinages parcourus par un courant continu. Repérons un point de l'entrefer par un angle θ (figure 6.28).

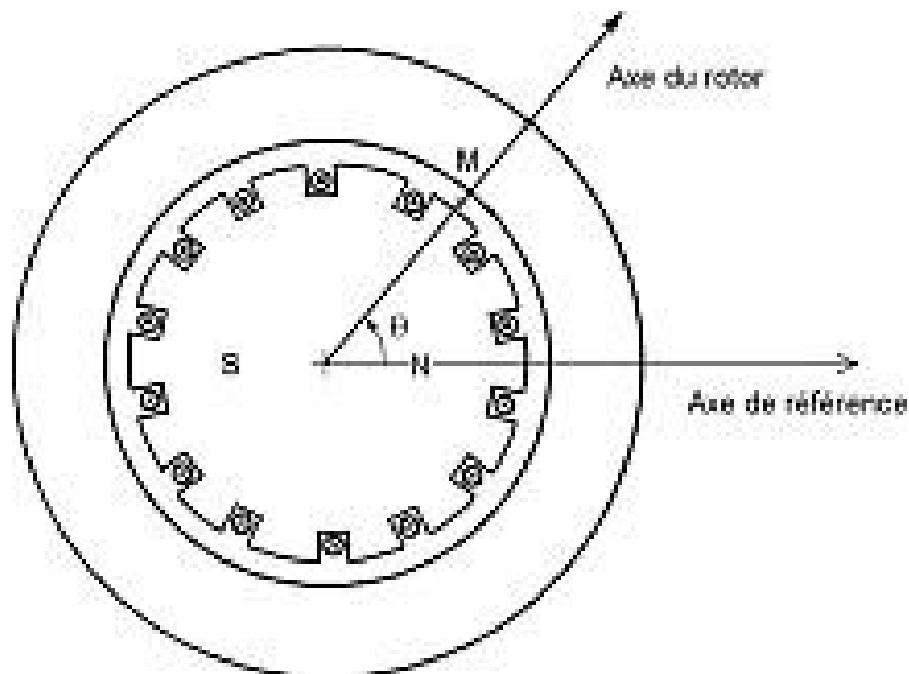


Figure 6.28 – Rotor bipolaire.

Lorsque la roue polaire est immobile, la tension magnétique d'entrefer est une fonction périodique de l'angle θ dont la période est 2π . Supposons que l'usinage des pôles soit tel que la variation de la tension magnétique le long de l'entrefer soit sinusoïdale (figure 6.29).

Si l'origine des angles est choisie sur l'axe du pôle nord, la fonction est de la forme :

$$\mathcal{U} = \mathcal{U}_M \cos \theta$$

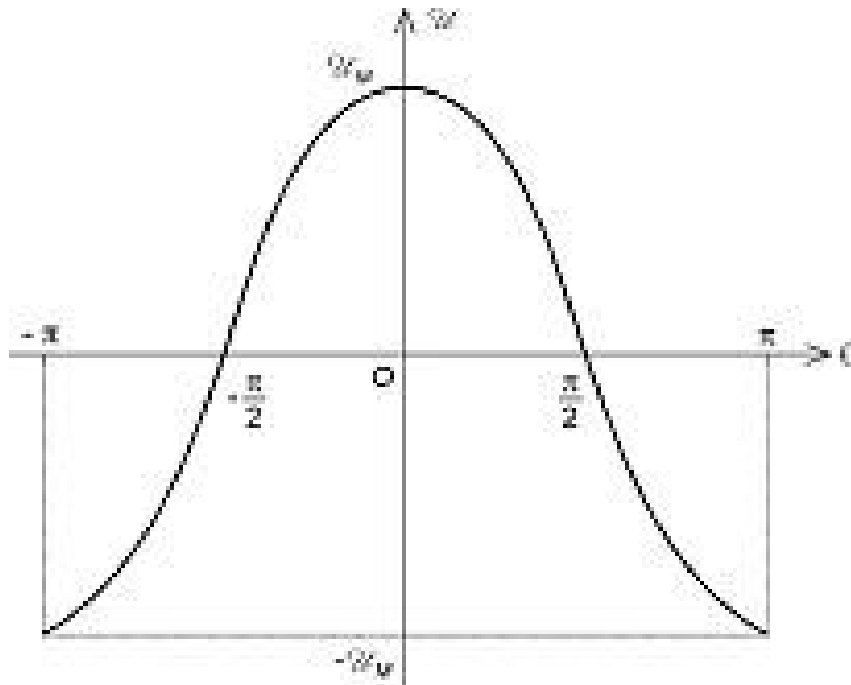


Figure 6.29 – Variation de la tension magnétique bipolaire le long de l'entrefer.

Déplaçons maintenant l'axe du pôle nord d'un angle α (*figure 6.30*). La tension magnétique au point repéré par l'angle θ devient :

$$\mathcal{U} = \mathcal{U}_M \cos(\theta - \alpha)$$

Si la roue polaire tourne à la vitesse constante ω_m , la répartition de la tension magnétique se déplace à la même vitesse, et l'angle α est une fonction affine du temps. En choisissant l'origine des temps au moment d'un passage du pôle nord sur l'axe de référence, nous avons :

$$\alpha = \omega_m t$$

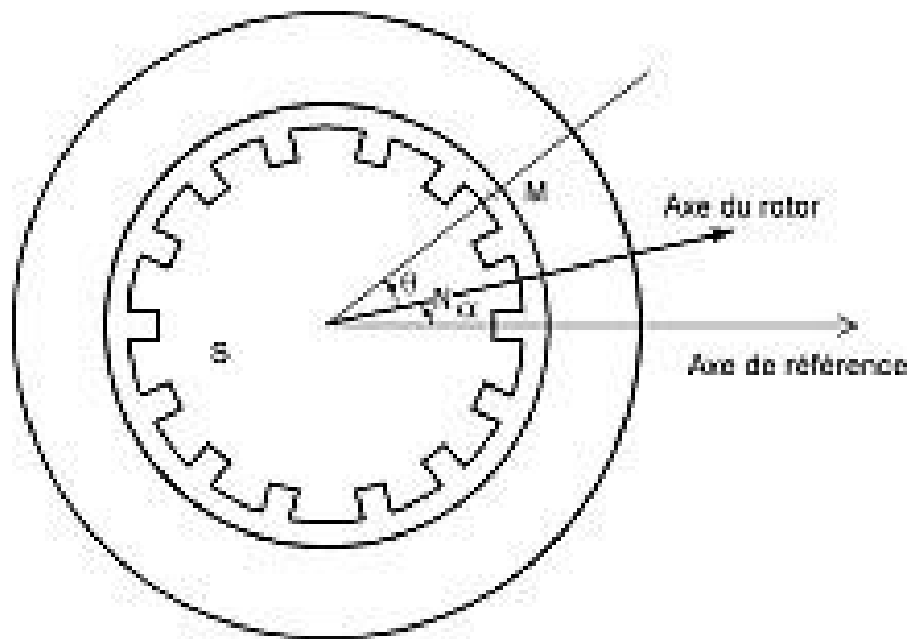


Figure 6.30 – Rotor dans une position différente.

L'expression de la tension magnétique à l'instant t , au point de l'entrefer repéré par l'angle θ est ainsi :

$$\mathcal{U} = \mathcal{U}_M \cos(\theta - \alpha_m t)$$

ou, puisque cosinus est une fonction paire :

$$\mathcal{U} = \mathcal{U}_M \cos(\omega_m t - \theta)$$

C'est l'expression d'une tension magnétique tournante bipolaire.

■ Tension magnétique tournante multipolaire

Considérons une machine dont le rotor comporte p paires de pôles (figure 6.31).

Quand le rotor est immobile, la tension magnétique d'entrefer est une fonction périodique de l'angle θ de période $\frac{2\pi}{p}$ (décalage angulaire entre deux pôles de même nom). Supposons encore que la variation est sinusoïdale (figure 6.32).

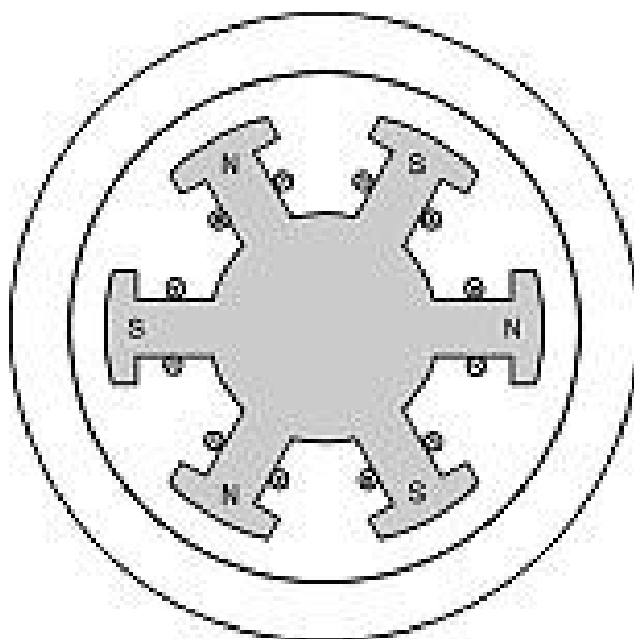


Figure 6.31 – Rotor multipolaire.

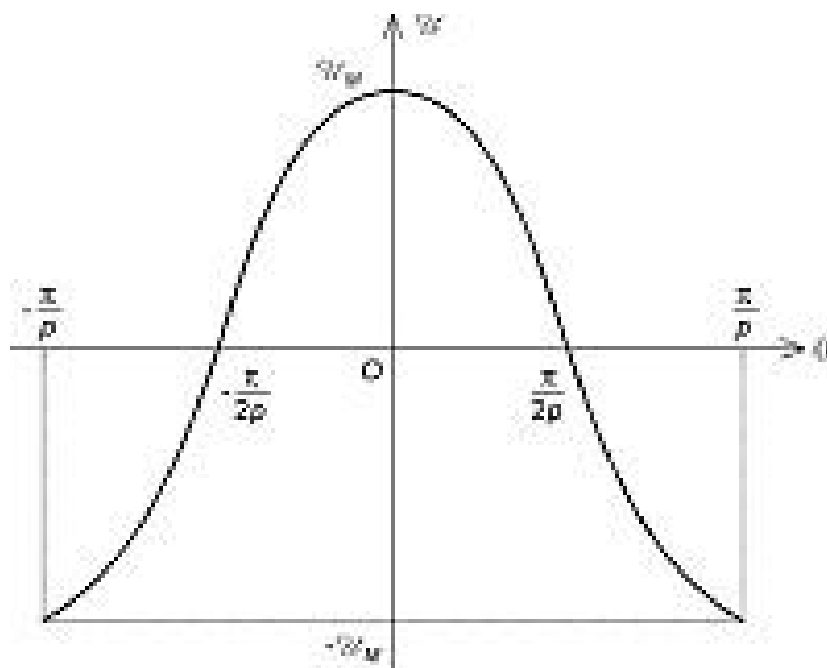


Figure 6.32 – Variation de la tension magnétique multipolaire le long de l'entrefer.

Si l'origine des angles est choisie sur l'axe d'un pôle nord, la fonction s'écrit :

$$\mathcal{U} = \mathcal{U}_M \cos p\theta$$

Si l'axe du pôle nord considéré fait un angle α avec l'axe de référence, la fonction devient :

$$\mathcal{U} = \mathcal{U}_M \cos p(\theta - \alpha)$$

Quand la roue polaire tourne à la vitesse constante ω_m , l'expression de la tension magnétique à l'instant t , au point de l'entrefer repéré par l'angle θ est :

$$\mathcal{U} = \mathcal{U}_M \cos p(\theta - \omega_m t)$$

soit :

$$\mathcal{U} = \mathcal{U}_M \cos(p\omega_m t - p\theta)$$

Cette expression est celle d'une tension magnétique tournante à p paires de pôles.

Pour nous ramener à une formulation similaire à celle d'une tension magnétique tournante bipolaire, faisons apparaître l'angle électrique θ_e et la vitesse électrique ω_e du rotor :

$$\theta_e = p\theta$$

$$\omega_e = p\omega_m$$

Nous obtenons ainsi :

$$\mathcal{U} = \mathcal{U}_M \cos(\omega_e t - \theta_e)$$

■ Représentation vectorielle

La tension magnétique tournante peut être représentée dans le plan électrique par un vecteur $\mathcal{U}$ d'amplitude $\mathcal{U}_M$ tournant à la vitesse ω_e : c'est le vecteur d'espace de la tension magnétique tournante (*figure 6.33*). Ce

vecteur est porté par l'axe de la roue polaire (axe de l'enroulement ou de l'aimant) et orienté dans le sens sud-nord.

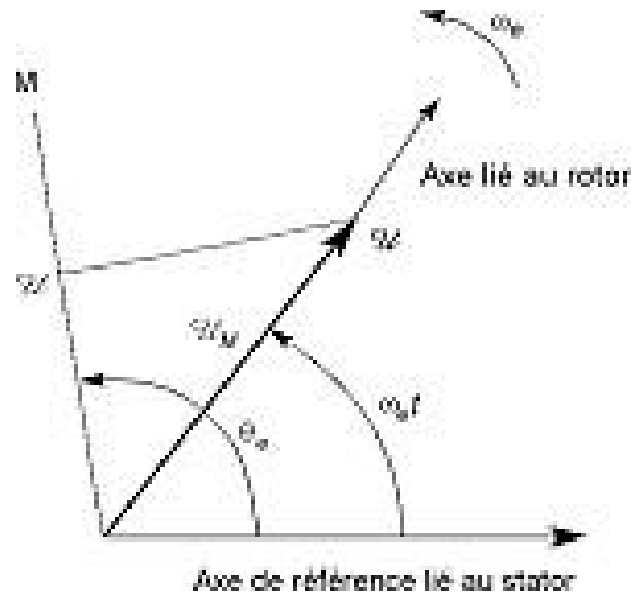


Figure 6.33 – Vecteur d'espace de la tension magnétique tournante.

La tension magnétique tournante en un point de l'entrefer repéré par l'angle θ est la mesure algébrique de la projection du vecteur $\mathcal{U}$ sur l'axe faisant l'angle θ_e par rapport à l'axe de référence dans le plan électrique. Le vecteur d'espace indique en permanence un endroit où l'entrefer est soumis à une tension magnétique maximale.

6.3.2 Tension magnétique tournante créée par un enroulement triphasé

Dans les machines alternatives, un champ tournant est créé par un enroulement triphasé.

■ Expression de la tension magnétique tournante

La représentation bipolaire comporte trois bobines dont les axes forment un angle de $\frac{2\pi}{3}$ (figure 6.34).

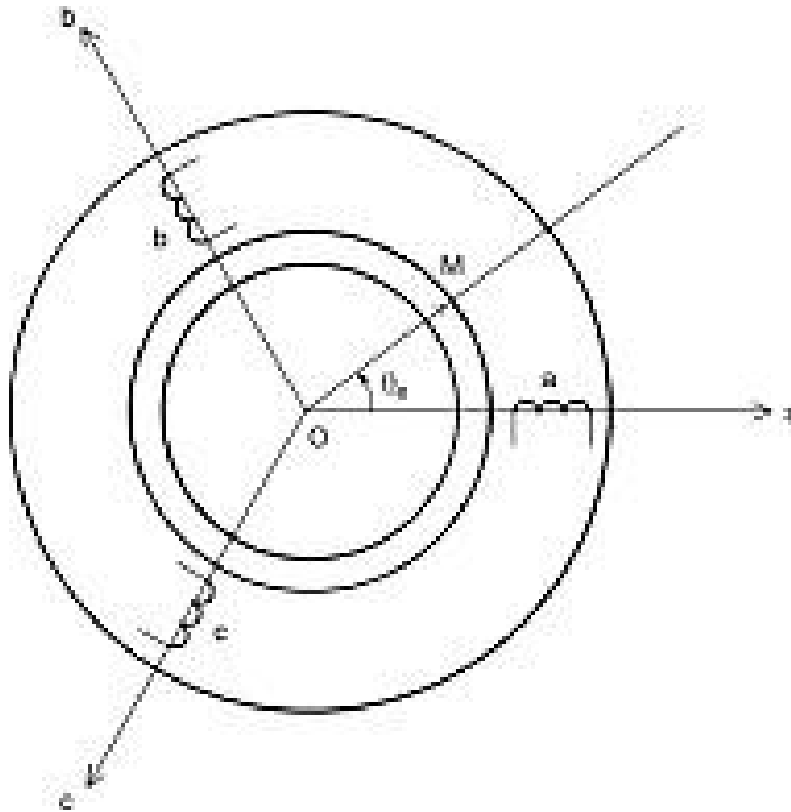


Figure 6.34 – Représentation bipolaire d'un enroulement triphasé.

Les trois phases sont parcourues par des courants formant un système triphasé équilibré direct :

$$i_a = I_M \cos \omega t$$

$$i_b = I_M \cos \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right)$$

$$i_c = I_M \cos \left(\omega t + \frac{2\pi}{3} \right)$$

La tension magnétique créée a pour expression :

$$\mathcal{U} = \frac{3}{2} k I_M \cos(\omega t - p\theta)$$

C'est une tension magnétique tournante à p paires de pôles, d'amplitude $\frac{3}{2}kI_M$ et de vitesse de rotation $\frac{\omega}{p}$.

■ Théorème de Ferraris

Un enroulement triphasé de constitution symétrique, à p paires de pôles, dont chacune des trois phases crée une tension magnétique à répartition sinusoïdale, parcouru par un système triphasé équilibré de trois courants sinusoïdaux, produit dans l'entrefer une tension magnétique tournante à p paires de pôles, d'amplitude $\frac{3}{2}kI_M$ et de vitesse de rotation $\frac{\omega}{p}$.

■ Représentation vectorielle

La tension magnétique tournante peut encore être représentée dans le plan électrique par un vecteur tournant $\mathcal{U}$. Son amplitude est $\mathcal{U}_M = \frac{3}{2}kI_M$, et sa vitesse de rotation est ω . Ce vecteur ne correspond plus à un axe d'enroulement comme pour la roue polaire, mais il indique toujours un endroit où l'entrefer est soumis à une tension magnétique maximale (figure 6.35).

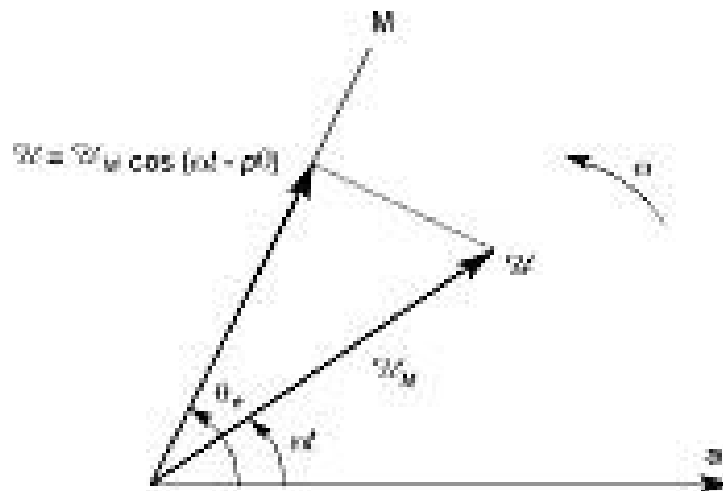


Figure 6.35 – Vecteur d'espace de la tension magnétique tournante.

La tension magnétique tournante en un point de l'entrefer repéré par l'angle θ est la mesure algébrique de la projection du vecteur $\mathcal{U}$ sur l'axe faisant l'angle θ_e par rapport à l'axe de référence dans le plan électrique.

■ Influence du déséquilibre des courants

□ Décomposition en composantes symétriques

Si le système triphasé des courants est déséquilibré, nous pouvons le décomposer en composantes symétriques de Fortescue, c'est-à-dire le considérer comme la somme d'un système équilibré direct, d'un système équilibré inverse et d'un système homopolaire :

$$i_1 = I_{dM} \cos(\omega t - \varphi_d) + I_{iM} \cos(\omega t - \varphi_i) + I_{hM} \cos(\omega t - \varphi_h)$$

$$i_2 = I_{dM} \cos\left(\omega t - \varphi_d - \frac{2\pi}{3}\right) + I_{iM} \cos\left(\omega t - \varphi_i + \frac{2\pi}{3}\right) + I_{hM} \cos(\omega t - \varphi_h)$$

$$i_3 = I_{dM} \cos\left(\omega t - \varphi_d + \frac{2\pi}{3}\right) + I_{iM} \cos\left(\omega t - \varphi_i - \frac{2\pi}{3}\right) + I_{hM} \cos(\omega t - \varphi_h)$$

Comme nous l'avons vu au paragraphe précédent, le système direct engendre une tension magnétique tournante dans le sens direct :

$$\mathcal{U}_d = \mathcal{U}_{dM} \cos(\omega t - \varphi_d - p\theta)$$

Le système inverse crée une tension magnétique tournante dans le sens inverse :

$$\mathcal{U}_i = \mathcal{U}_{iM} \cos(\omega t - \varphi_i + p\theta)$$

Enfin, le système homopolaire ne crée pas de tension magnétique puisque :

$$\mathcal{U}_h = 0$$

La tension magnétique résultante est la somme de la tension magnétique tournante dans le sens direct et de la tension magnétique tournante dans le sens inverse :

$$\mathcal{U} = \mathcal{U}_d + \mathcal{U}_i$$

□ Diagramme spatial

Les tensions magnétiques tournantes $\mathcal{U}_d$ et $\mathcal{U}_i$ peuvent être représentées par des vecteurs d'espace $\mathcal{U}_d$ et $\mathcal{U}_i$ qui tournent en sens inverse l'un de l'autre (*figure 6.36*). Leur somme donne le vecteur d'espace de la tension magnétique résultante :

$$\mathcal{U} = \mathcal{U}_d + \mathcal{U}_i$$

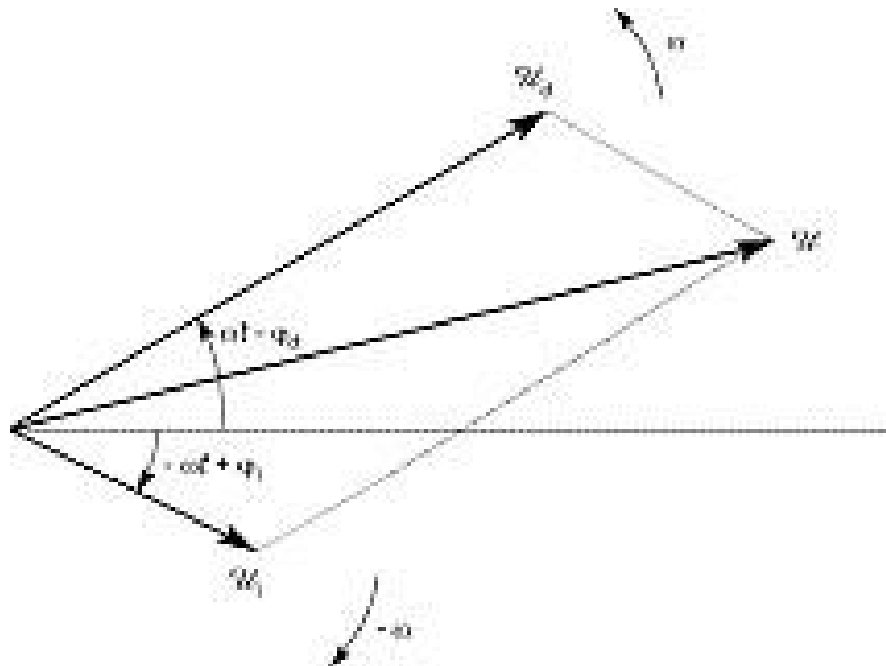


Figure 6.36 – Composition des vecteurs d'espace.

L'extrémité du vecteur résultant $\mathcal{U}$ décrit une ellipse de demi-grand axe $\mathcal{U}_{dM} + \mathcal{U}_{iM}$ et de demi-petit axe $\mathcal{U}_{dM} - \mathcal{U}_{iM}$ (*figure 6.37*). On dit que la tension magnétique tournante est elliptique.

■ Tension magnétique tournante à répartition non sinusoïdale créée par des courants sinusoïdaux

Considérons un enroulement triphasé parcouru par des courants sinusoïdaux formant un système triphasé équilibré. Compte tenu du nombre fini d'encoches, la répartition des conducteurs n'est jamais parfaitement sinusoïdale.

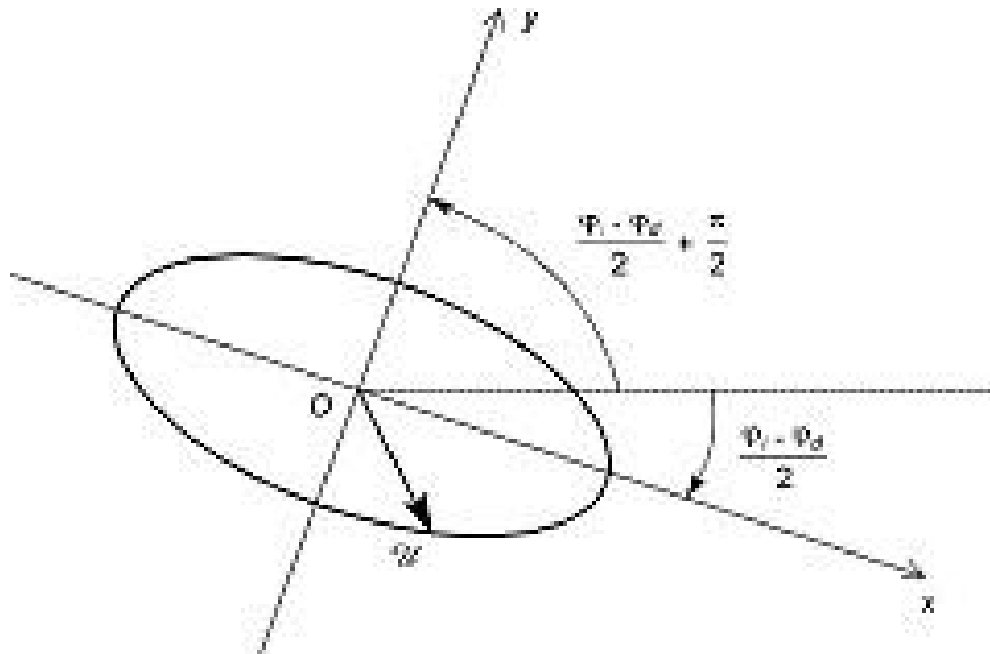


Figure 6.37 – Ellipse décrite par l'extrémité du vecteur d'espace.

En raison de la symétrie de chaque phase, le développement en série de Fourier de la tension magnétique créée à un instant donné ne comporte pas d'harmoniques de rang pair (symétrie de glissement) : il n'apparaît donc que des composantes de rang impair, $h = 2k + 1$.

$$\begin{aligned} \mathcal{U} = & \frac{3}{2} A_1 I_M \cos(\omega t - p\theta) + \frac{3}{2} A_5 I_M \cos(\omega t + 5p\theta) \\ & + \frac{3}{2} A_7 I_M \cos(\omega t - 7p\theta) + \dots \end{aligned}$$

Les composantes de rang impair telles que $h = 3j + 1$ ($j \in \mathbf{N}$), c'est-à-dire $h = 6l + 1$ ($l \in \mathbf{N}$), donnent naissance à des tensions magnétiques tournantes directes, de vitesse angulaire $-\frac{\omega}{hp}$.

Les composantes de rang impair telles que $h = 3j - 1$ ($j \in \mathbf{N}^*$), c'est-à-dire $h = 6l - 1$ ($l \in \mathbf{N}^*$), donnent naissance à des tensions magnétiques tournantes inverses, de vitesse angulaire $-\frac{\omega}{hp}$.

Les composantes de rang $h = 3j$ ($j \in \mathbf{N}^*$) n'engendrent pas de tension magnétique.

Le *tableau 6.1* précise les vitesses angulaires des premières tensions magnétiques tournantes obtenues.

Tableau 6.1 – Vitesse angulaire des tensions magnétiques tournantes.

h	1	5	7	11	13	17	19
Ω	$\frac{\omega}{p}$	$-\frac{\omega}{5p}$	$\frac{\omega}{7p}$	$-\frac{\omega}{11p}$	$\frac{\omega}{13p}$	$-\frac{\omega}{17p}$	$\frac{\omega}{19p}$

■ Tension magnétique tournante à répartition sinusoïdale créée par des courants non sinusoïdaux

Les courants dans l'enroulement sont souvent fournis par une alimentation électronique : ils ne sont alors pas parfaitement sinusoïdaux, mais ils restent périodiques et donc décomposables en série de Fourier :

$$i_1 = \sum_{n=1}^{+\infty} I_{nM} \cos(n\omega t + \psi_n)$$

$$i_2 = \sum_{n=1}^{+\infty} I_{nM} \cos\left(n\omega t + \psi_n - \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$i_3 = \sum_{n=1}^{+\infty} I_{nM} \cos\left(n\omega t + \psi_n + \frac{2\pi}{3}\right)$$

Considérons d'abord que la répartition des tensions magnétiques est sinusoïdale.

Les composantes de rang $n = 3j + 1$ ($j \in \mathbf{N}$) donnent naissance à des tensions magnétiques tournantes directes à la vitesse $\frac{n\omega}{p}$.

Les composantes de rang $n = 3j - 1$ ($j \in \mathbf{N}^*$) donnent naissance à des tensions magnétiques tournantes inverses à la vitesse $-\frac{n\omega}{p}$.

Les composantes de rang $n = 3j$ ($j \in \mathbf{N}^*$) n'engendrent pas de tension magnétique.

Le *tableau 6.2* précise les vitesses angulaires des premières tensions magnétiques tournantes obtenues.

Tableau 6.2 – Vitesses angulaires des tensions magnétiques tournantes.

n	1	2	4	5	7	8	10	11
Ω	$\frac{\omega}{p}$	$-\frac{2\omega}{p}$	$\frac{4\omega}{p}$	$-\frac{5\omega}{p}$	$\frac{7\omega}{p}$	$-\frac{8\omega}{p}$	$\frac{10\omega}{p}$	$-\frac{11\omega}{p}$

Les courants fournis par les convertisseurs électroniques présentant le plus souvent une symétrie de glissement, leur décomposition en série de Fourier ne comporte que des composantes de rang impair, ce qui élimine certains termes dans la tension magnétique tournante :

- les composantes de rang $n = 6l + 1$ ($l \in \mathbf{N}$) donnent naissance à des tensions magnétiques tournantes directes à la vitesse $\frac{n\omega}{p}$;
- les composantes de rang $n = 6l - 1$ ($l \in \mathbf{N}^*$) donnent naissance à des tensions magnétiques tournantes inverses à la vitesse $-\frac{n\omega}{p}$.

■ Tension magnétique tournante à répartition non sinusoïdale créée par des courants non sinusoïdaux

De manière générale, les courants ne sont pas parfaitement sinusoïdaux et la répartition des tensions magnétiques n'est pas exactement sinusoïdale.

Les termes tels que $n = 3j + h$ ($j \in \mathbf{N}$) donnent des tensions magnétiques tournantes directes, de vitesse angulaire $\frac{n\omega}{hp}$.

Les termes tels que $n = 3j - h$ ($j \in \mathbf{N}^*$) donnent des tensions magnétiques tournantes inverses, de vitesse angulaire $-\frac{n\omega}{hp}$.

Les termes pour lesquels les harmoniques de courant et d'espace ont même rang ($n = h$) donnent des tensions magnétiques tournantes à la même vitesse $\frac{\omega}{p}$ que la tension magnétique fondamentale.

Les termes pour lesquels $n = 3j + h$ ($j \in \mathbf{N}$) et $n = 3j' - h$ ($j' \in \mathbf{N}^*$) donnent des tensions magnétiques fixes.

Les autres combinaisons d'harmoniques ne créent pas de tension magnétique résultante.

7 • MACHINES SYNCHRONES

La machine synchrone est surtout utilisée en générateur (l'alternateur) où elle est presque sans concurrent, mais elle sert également en moteur dans un certain nombre de domaines. Depuis longtemps, les moteurs synchrones sont utilisés dans des applications de forte puissance à vitesse fixe, mais les progrès dans le domaine de l'alimentation et de la commande leur permettent aujourd'hui d'être présents en vitesse variable. L'arrivée d'aimants performants à un coût raisonnable a également permis de développer les moteurs synchrones de petite et moyenne puissance, qui, associés à l'électronique, ont des qualités analogues à celles des moteurs à courant continu, sans en avoir les inconvénients.

7.1 Généralités

7.1.1 Définition

Une machine synchrone est une machine à courant alternatif pour laquelle la vitesse de rotation de l'arbre est égale à la vitesse de rotation du champ tournant.

7.1.2 Symbole

La machine asynchrone peut être représentée par son symbole normalisé général qui précise si elle fonctionne en générateur (*figure 7.1*) ou en moteur (*figure 7.2*). Le symbole peut préciser si l'inducteur est bobiné (*figure 7.3*) ou s'il est muni d'aimants permanents (*figure 7.4*). Les repré-

sentations sont données pour des machines triphasées, ce qui est de loin le cas le plus fréquent, mais elles peuvent être adaptées pour des machines monophasées ou diphasées.

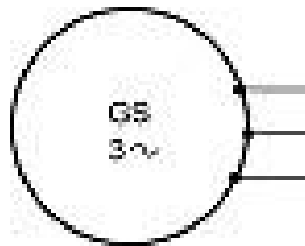


Figure 7.1 – Symbole général d'un générateur synchrone triphasé.

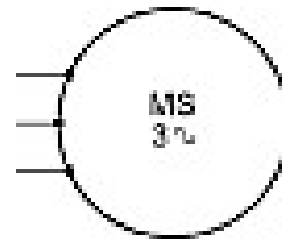


Figure 7.2 – Symbole général d'un moteur synchrone triphasé.

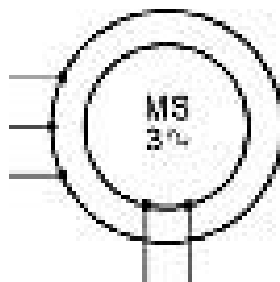


Figure 7.3 – Symbole d'un moteur synchrone triphasé à inducteur bobiné.

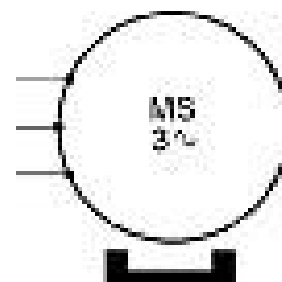


Figure 7.4 – Symbole d'un moteur synchrone triphasé à aimants.

7.1.3 Constitution

■ Stator

Le stator est formé d'un circuit magnétique feuilleté portant un enroulement triphasé réparti dans des encoches. Ce bobinage constitue l'induit de la machine car il est le siège de forces électromotrices induites par le champ tournant.

■ Rotor

Le rotor porte en général un bobinage placé dans des encoches ou sur des pôles saillants. Cet enroulement, destiné à être alimenté en continu, constitue l'inducteur de la machine car il sert à créer le champ magnétique

qui va balayer les conducteurs de l'induit. L'excitation peut également être produite par des aimants permanents montés en surfaces ou enterrés. Une variante particulière ne comporte aucune excitation au rotor et utilise les variations de réluctance.

□ Rotor bobiné

Les machines à rotor bobiné peuvent être à entrefer constant (*figure 7.5*) ou à pôles saillants (*figure 7.6*). Les encoches du stator n'ont pas été représentées sur ces schémas simplifiés.

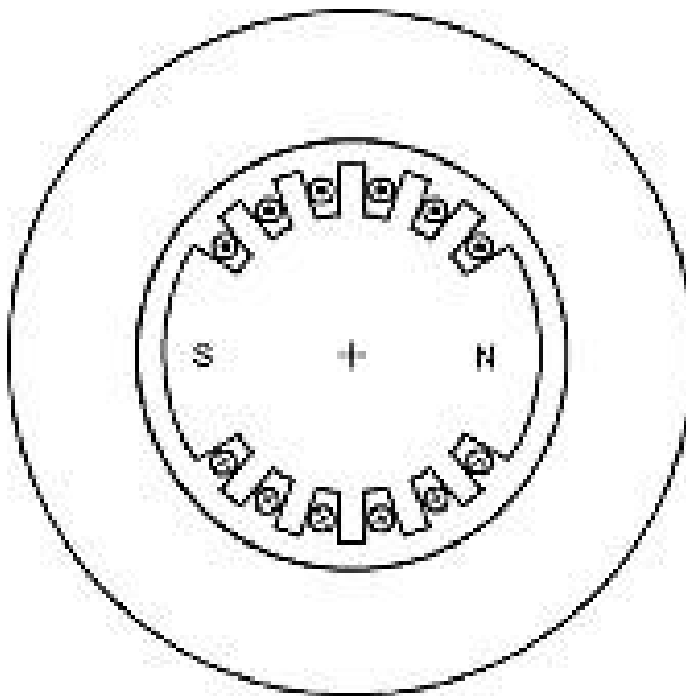


Figure 7.5 – Machine synchrone à inducteur bobiné et à entrefer constant.

Les rotors à pôles saillants sont bien adaptés aux machines à nombre de paires de pôles élevé et à vitesse de rotation basse ou moyenne (alternateurs des centrales hydrauliques par exemple) alors que les rotors lisses sont bien adaptés aux machines à faible nombre de paires de pôles (une ou deux) et à vitesse de rotation élevée (turboalternateurs des centrales classiques ou nucléaires par exemple). Dans le premier cas, la machine a

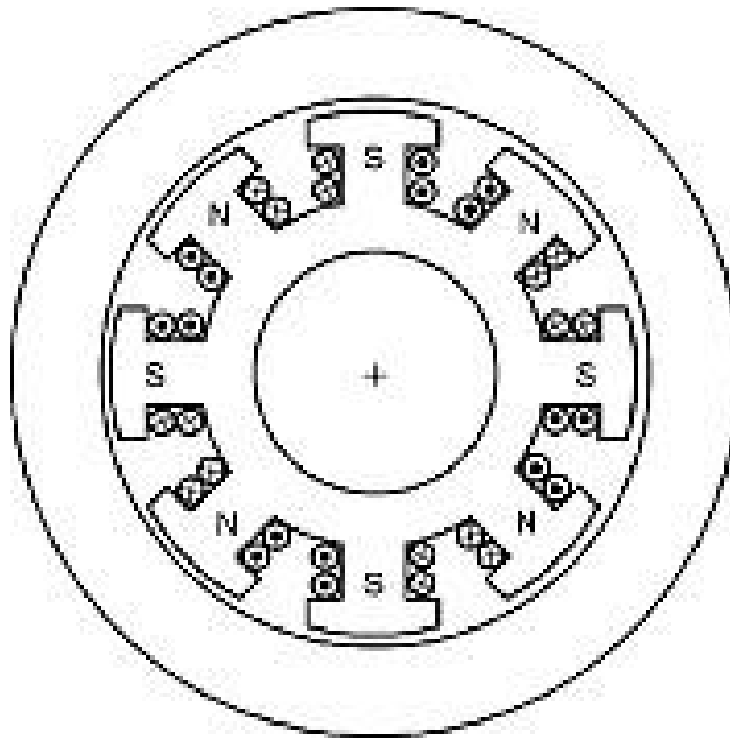


Figure 7.6 – Machine synchrone à inducteur bobiné et à pôles saillants.

un diamètre plus grand que sa longueur alors que dans le second cas, la machine a une longueur nettement plus grande que son diamètre.

Les lignes de champs sont fixes par rapport au rotor et ce dernier n'est donc pas le siège de courants de Foucault : il peut donc être massif, ce qui renforce sa solidité mécanique. Toutefois, la variation de réluctance due aux dents et aux encoches entraîne des variations de champ, et il est souvent nécessaire de feuilletter les épanouissements polaires des rotors à pôles saillants et plus rarement les rotors lisses.

Citons également une structure particulière utilisée dans les alternateurs d'automobiles : le rotor à griffes (structure de Lundell). L'inducteur est une bobine axiale placée entre deux couronnes présentant des griffes qui constituent les pôles du rotor.

☐ Rotor à aimants

Le rotor est feuilleté et comporte des aimants permanents, soit montés en surface (*figure 7.7*), soit enterrés (*figure 7.8*).

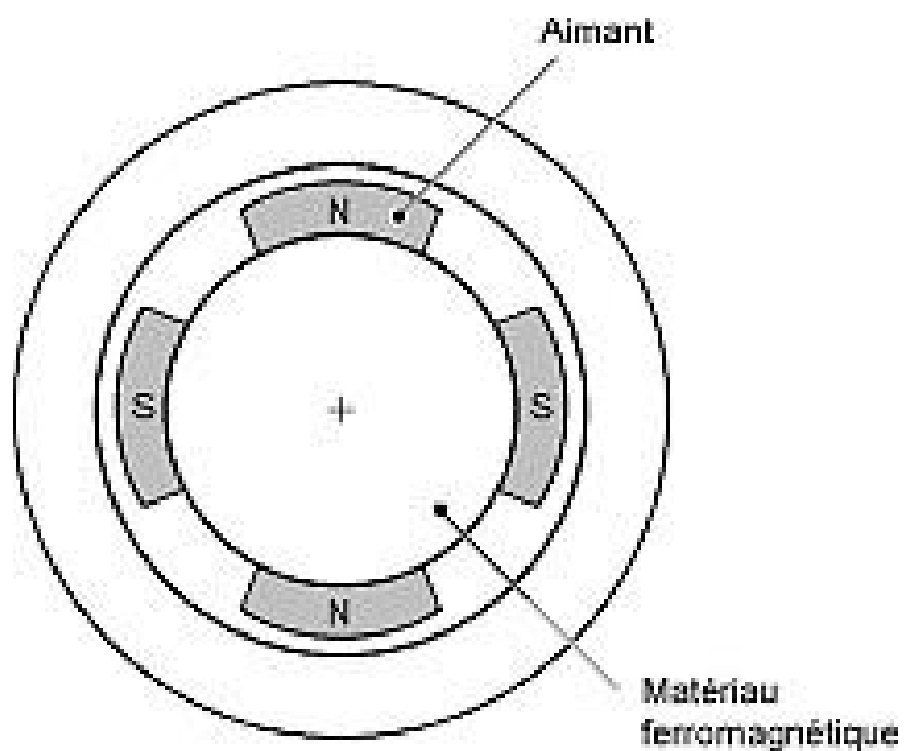


Figure 7.7 – Moteur synchrone à aimants montés en surface.

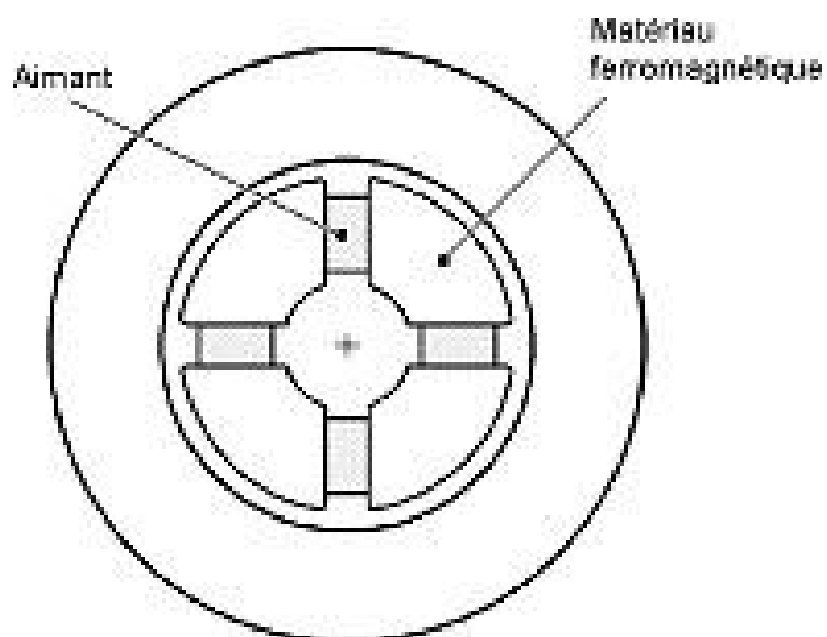


Figure 7.8 – Moteur synchrone à aimants enterrés.

☐ Rotor à réluctance variable

Pour ce type de machines, le rotor ne comporte ni aimants permanents, ni enroulements d'excitation (*figure 7.9*).

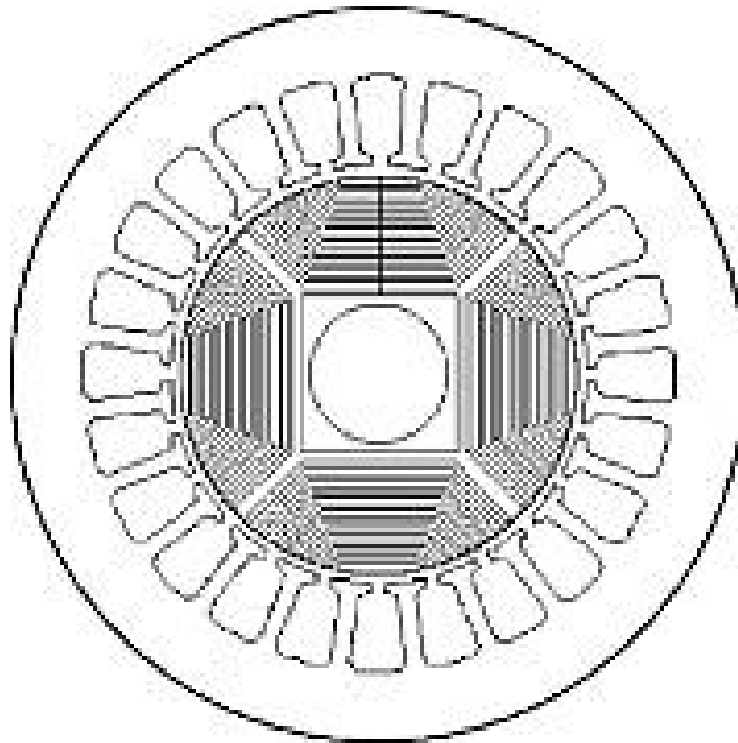


Figure 7.9 – Moteur synchrone à réluctance variable.

☐ Amortisseurs

Les machines à rotor bobiné sont souvent munies d'amortisseurs. Ce sont des barres de cuivre placées dans des encoches à la périphérie des pôles et reliées entre elles pour former une portion de cage ou une cage complète analogue à celle d'un moteur asynchrone (*figure 7.10*). Les amortisseurs s'opposent aux oscillations consécutives aux changements brusques de fonctionnement. Ils permettent également de démarrer la machine comme un moteur asynchrone. Dans les machines à rotor massif, l'effet d'amortissement est obtenu par la circulation des courants de Foucault dans le rotor massif.

Le rotor des moteurs à aimants ne comporte pas d'amortisseurs. Ceux-ci ne sont pas nécessaires pour la stabilité du fonctionnement ou le démar-

rage en moteur asynchrone car la machine est systématiquement associée à une alimentation électronique. De plus, leur présence serait néfaste au comportement dynamique du système.

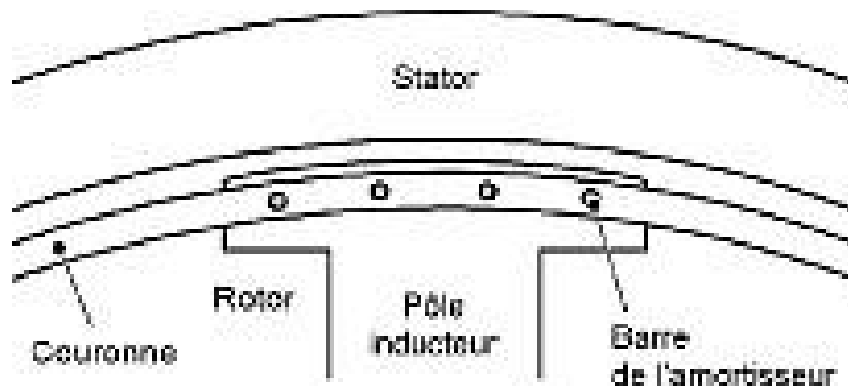


Figure 7.10 – Amortisseurs d'un rotor à pôles saillants.

■ Circuit d'excitation

Quand le rotor est bobiné, il faut alimenter l'enroulement inducteur qu'il porte.

□ Excitation par une source de tension continue extérieure

Une source de tension continue est réalisée classiquement par un redresseur branché sur le réseau pour un moteur ou sur sa sortie pour un alternateur. Un système de bagues et balais assure la liaison avec le rotor. Ce type de dispositif présente néanmoins des inconvénients, particulièrement à cause de la maintenance plus exigeante liée à la présence de contacts mobiles.

□ Excitation par un alternateur auxiliaire et un redresseur

Pour éviter l'utilisation d'un système de bagues et balais, l'excitation peut être fournie par un alternateur inversé, c'est-à-dire dont l'induit est tournant, solidaire de l'arbre de la machine principale, et dont l'inducteur est fixe. Un redresseur à diodes placé sur la partie tournante alimente directement l'inducteur de la machine principale. Ce circuit est

toutefois soumis à des contraintes mécaniques importantes, particulièrement lorsque la vitesse de rotation est élevée. Pour les machines branchées sur le réseau général, l'inducteur de l'alternateur auxiliaire est alimenté par un redresseur branché sur le réseau, mais ici, les diodes sont sur la partie fixe du système. Pour obtenir un ensemble autonome quand la machine principale est un alternateur qui n'est pas relié au réseau général, un troisième générateur synchrone fournit l'excitation de l'alternateur inversé. S'agissant d'une machine de petite puissance, un modèle à aimants convient pour cette tâche.

7.1.4 Avantages et inconvénients

☐ Générateur synchrone à rotor bobiné

Si l'on excepte les installations de très faible puissance, l'alternateur à rotor bobiné est la machine idéale pour la production d'énergie électrique. Son rendement est excellent. La nécessité d'alimenter l'inducteur et les conditions à remplir pour le couplage sur le réseau sont deux inconvénients auxquels il n'est pas trop difficile de remédier.

Dans le domaine automobile, l'alternateur à rotor à griffes est une solution robuste et de coût modéré. Son rendement est néanmoins très médiocre.

☐ Générateur synchrone à aimants

La présence d'aimants permanents au rotor dispense de la nécessité d'alimenter un enroulement tournant. Cependant, l'absence de réglage de l'excitation, les risques de démagnétisation et le coût élevé des aimants performants rendent cette solution peu compétitive en dehors de quelques cas particuliers.

☐ Moteur synchrone à rotor bobiné

Les moteurs synchrones à inducteur bobiné ont l'avantage d'avoir un facteur de puissance réglable par le courant d'excitation. Quand ils sont branchés directement sur le réseau, leurs principaux inconvénients sont l'impossibilité de démarrer sans artifice et le risque de décrochage si le

couple résistant est trop important. Il leur faut par ailleurs une deuxième source d'énergie pour alimenter l'inducteur en continu.

☐ Moteur synchrone à aimants

Les moteurs synchrones à aimants présentent des avantages indéniables :

- fort couple massique ;
- bon rendement (absence de pertes par effet Joule au rotor) ;
- bonnes performances dynamiques grâce à la faiblesse des inductances statoriques, due à la largeur importante de l'entrefer apparent (perméabilité des aimants voisine de celle de l'air) ;
- champ magnétique important dans l'entrefer ;
- pas de source de tension continue pour l'excitation.

Le principal inconvénient, en dehors du coût assez élevé, est l'ondulation du couple, qui peut être néfaste dans certains domaines.

7.1.5 Utilisation

Les machines synchrones sont rencontrées dans tous les domaines de puissance, de moins d'un watt à plus d'un gigawatt, mais avec des technologies différentes.

☐ Générateur synchrone à rotor bobiné

La plupart des générateurs d'énergie électrique sont des alternateurs. Les machines à rotor bobiné existent dans des domaines de puissances très différents : du petit alternateur d'une voiture à l'énorme turboalternateur d'une centrale nucléaire.

☐ Générateur synchrone à aimants

L'alternateur à aimants se rencontre pour les faibles puissances. Dans quelques cas, la machine est monophasée. L'exemple très classique est l'alternateur de bicyclette, mais celui-ci tend à se raréfier, l'éclairage – quand il existe encore – étant aujourd'hui souvent à piles. Il y a également dans cette catégorie les petits groupes électrogènes à usage domestique. Les alternateurs triphasés à aimants permanents se rencontrent pour les petites éoliennes ou dans les installations électriques des petits

bateaux. Ces machines servent également à fournir l'excitation de l'alternateur inversé alimentant l'inducteur du générateur synchrone du réseau de bord de certains avions.

☐ **Moteur synchrone à rotor bobiné**

Les moteurs synchrones à inducteur bobiné sont surtout utilisés dans le domaine des fortes puissances. Ils sont soit branchés directement sur le réseau, soit associés à une alimentation électronique. On rencontre à la fois des machines à entrefer constant et à pôles saillants. Dans cette catégorie d'applications, on rencontre la traction ferroviaire, la propulsion des navires, les laminoirs, les compresseurs, les concasseurs... Toutefois, la concurrence des moteurs asynchrones a réduit l'usage des moteurs synchrones dans certaines de ces applications de forte puissance.

☐ **Moteur synchrone à aimants**

Les moteurs synchrones à aimants sont présents pour les petites et moyennes puissances, jusqu'à quelques dizaines de kilowatts, plus rarement jusqu'à quelques centaines de kilowatts. Ils sont systématiquement associés à une alimentation électronique. Cette catégorie d'applications comprend les machines-outils, les robots, et plus généralement les entraînements à performances élevées. Grâce à leur rendement élevé, les moteurs synchrones à aimants occupent également une place importante dans les prototypes de véhicules électriques ou hybrides.

☐ **Machine réversible**

Dans son principe, la machine synchrone est totalement réversible, mais dans la plupart des applications, son utilisation en générateur ou en moteur est bien déterminée, la réversibilité pouvant éventuellement apparaître dans des fonctionnements particuliers. Il y a cependant une exception dans les centrales électriques à réserve pompée, où le fonctionnement est prévu à la fois en générateur et en moteur. La machine synchrone fonctionne en moteur pour pomper l'eau et remplir la réserve lors des périodes creuses de demande d'énergie sur le réseau et elle fonctionne en alternateur lors des pointes de consommation.

7.2 Principe

7.2.1 Fonctionnement en alternateur

Le rotor est entraîné par une turbine ou un moteur diesel à une fréquence de rotation n . L'enroulement inducteur qu'il porte, parcouru par un courant continu i_f appelé courant d'excitation, crée une tension magnétique tournante d'entrefer à la fréquence de rotation n . Le champ tournant qui en résulte induit dans l'enroulement du stator un système triphasé équilibré de forces électromotrices dont la fréquence est, pour une machine à p paires de pôles :

$$f_s = pn$$

Le rotor et le champ tournant ont même vitesse de rotation Ω_s , qualifiée de ce fait de vitesse synchrone. La valeur efficace des forces électromotrices à vide est proportionnelle au flux utile par pôle Φ , à la fréquence f_s (ou à la fréquence de rotation n) et au nombre de conducteurs actifs N d'une phase :

$$E_v = KNf\Phi$$

La constante K , fixée pour un alternateur donné, est appelée coefficient de Kapp. La relation entre le flux et le courant d'excitation n'est pas linéaire du fait de la saturation du circuit magnétique. La courbe qui représente la valeur efficace E_v des forces électromotrices à vide en fonction de l'intensité i_f du courant d'excitation est appelée caractéristique interne de la machine. Elle n'est linéaire que dans un domaine limité (*figure 7.11*).

Quand l'alternateur est chargé, le système triphasé de courants qui circule dans l'induit crée une tension magnétique tournante d'entrefer ayant la même vitesse que la tension magnétique créée par l'inducteur : c'est le phénomène de réaction d'induit. La tension magnétique tournante résultante induit dans l'enroulement statorique un système triphasé équilibré de forces électromotrices différent de celui qui est obtenu à vide. Pour les machines à pôles saillants, le problème se complique du fait que la réluctance du circuit magnétique dépend du décalage entre la tension

magnétique tournante d'entrefer créée par l'induit et celle créée par l'inducteur. Il faut alors décomposer la réaction magnétique d'induit en une composante longitudinale et une composante transversale.

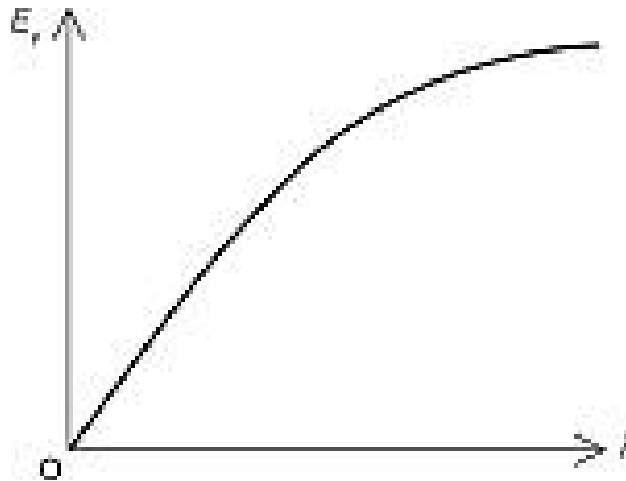


Figure 7.11 – Caractéristique interne.

7.2.2 Fonctionnement en moteur

L'enroulement statorique, parcouru par un système triphasé équilibré de courants de pulsation ω_s crée une tension magnétique tournante d'entrefer à la vitesse synchrone Ω_s , soit avec p paires de pôles :

$$\Omega_s = \frac{\omega_s}{p}$$

Le champ magnétique engendré par l'enroulement inducteur ou les aimants est fixe par rapport au rotor. L'interaction entre le champ tournant du stator et le champ fixe du rotor crée un couple dont le moment a une valeur moyenne nulle. Le moteur synchrone ne démarre pas spontanément. Par contre, si le rotor est entraîné à la vitesse synchrone, l'interaction entre les champs tournants du stator et du rotor crée un couple dont le moment a une valeur moyenne non nulle. La vitesse d'un moteur synchrone est imposée par la fréquence de son alimentation, elle est indépendante de la charge mécanique.

7.3 Modélisation en régime permanent

Il est possible d'étudier la machine synchrone en orientant la tension et le courant de l'induit en convention générateur ou en convention récepteur, que son fonctionnement soit en alternateur ou en moteur. Toutefois, il est en général plus commode de choisir la convention la mieux adaptée au fonctionnement envisagé : convention générateur pour l'alternateur et convention récepteur pour le moteur. Quand une même machine a un fonctionnement réversible, on conserve évidemment une convention de signe unique pour toute son étude. Les modèles les plus simples supposent que le circuit magnétique n'est pas saturé, ce qui n'est pas tout à fait exact dans la réalité.

7.3.1 Machines à entrefer constant

Un schéma monophasé équivalent peut représenter l'alternateur en convention générateur (*figure 7.12*) ou le moteur en convention récepteur (*figure 7.13*). Sur ces schémas apparaissent la tension simple $\underline{V}$, le courant en ligne $\underline{I}$, la force électromotrice à vide $\underline{E}_v$, la résistance statorique R_s et la réactance synchrone $X = L\omega_s$ (L étant l'inductance synchrone). La formule correspondante est, en convention générateur :

$$\underline{V} = \underline{E}_v - R_s \underline{I} - jX \underline{I}$$

et en convention récepteur :

$$\underline{V} = \underline{E}_v + R_s \underline{I} + jX \underline{I}$$

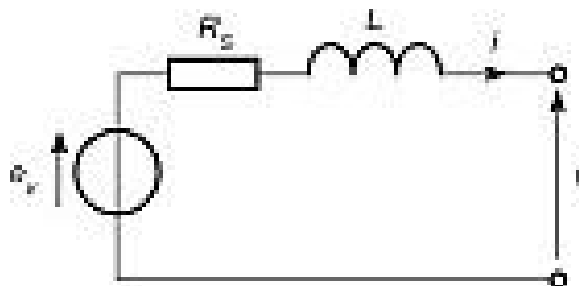


Figure 7.12 – Schéma monophasé équivalent en convention générateur.

Le diagramme de Behn-Eschenburg est le diagramme de Fresnel correspondant à cette relation : il peut être tracé en convention générateur pour un alternateur (*figure 7.14*) ou en convention récepteur pour un moteur (*figure 7.15*).

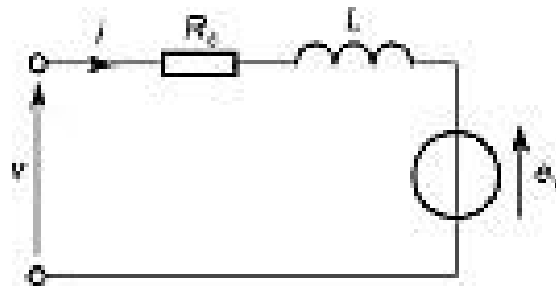


Figure 7.13 – Schéma monophasé équivalent en convention récepteur.

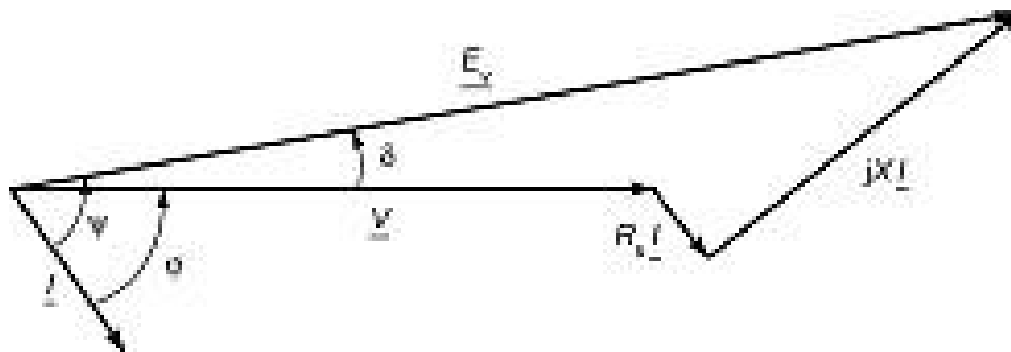


Figure 7.14 – Diagramme de Behn-Eschenburg en convention générateur.

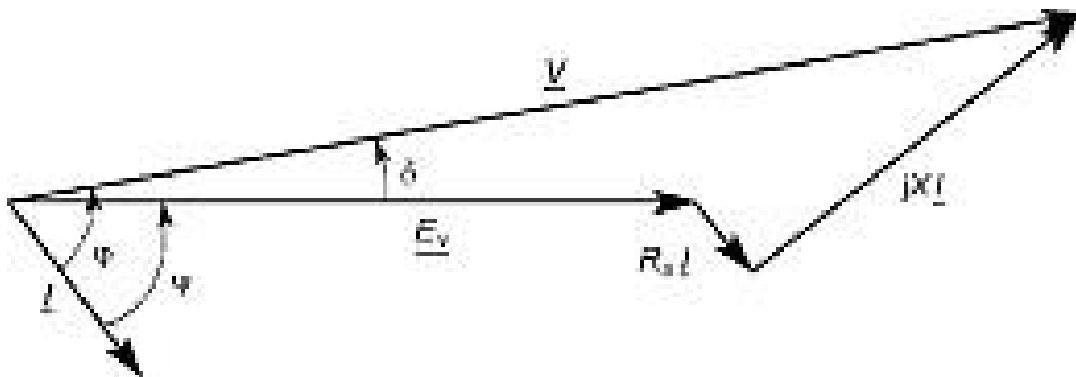


Figure 7.15 – Diagramme de Behn-Eschenburg en convention récepteur.

Remarquons que dans le tracé du diagramme, nous avons exagéré l'importance de la chute de tension dans la résistance R_s pour permettre une bonne lisibilité. En respectant les échelles avec les ordres de grandeur habituels, le vecteur correspondant à la chute de tension résistive est peu visible. Cela justifie la simplification souvent opérée qui consiste à négliger l'influence de la chute de tension dans la résistance R_s , que ce soit en convention générateur (figure 7.16) ou en convention récepteur (figure 7.17). Le schéma monophasé équivalent est alors allégé en conséquence, soit pour l'alternateur (figure 7.18), soit pour le moteur (figure 7.19).

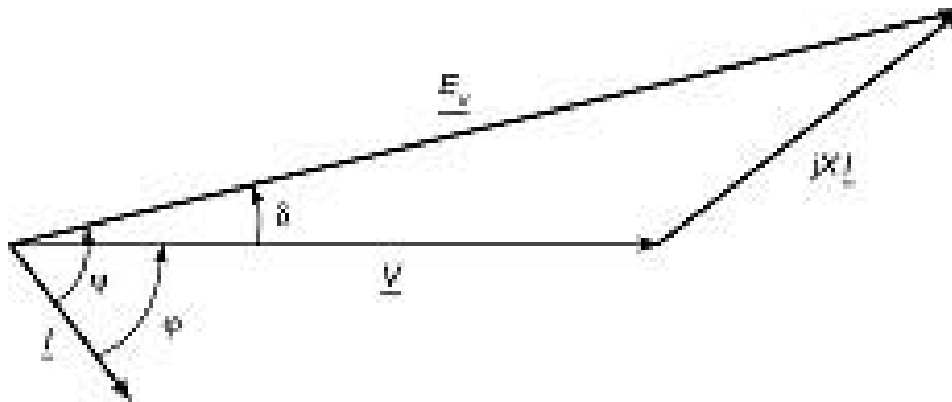


Figure 7.16 – Diagramme de Behn-Eschenburg simplifié en convention générateur.

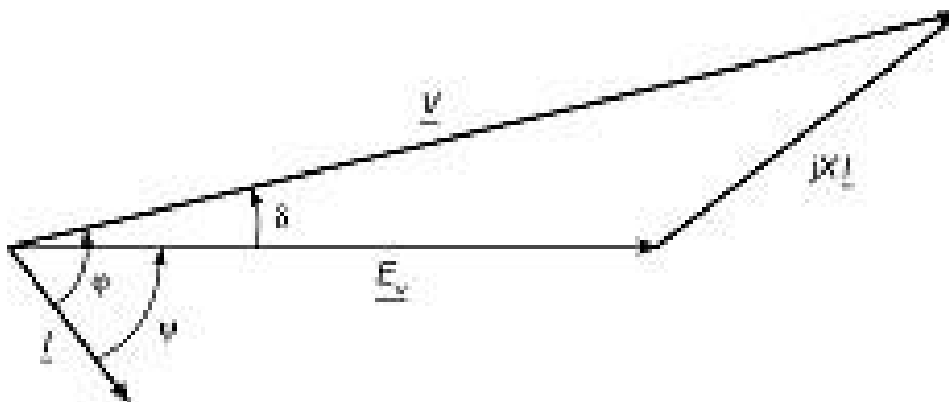


Figure 7.17 – Diagramme de Behn-Eschenburg simplifié en convention récepteur.

L'approximation faite est bonne pour les petites machines, où le rapport de la chute de tension résistive à la tension aux bornes vaut quelques pour cent, et elle est excellente pour les machines de moyenne ou forte puissance pour lesquelles ce même rapport tombe à quelques fractions de pour cent.

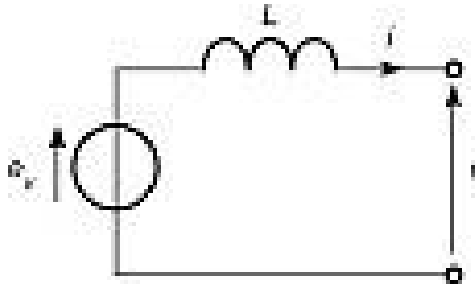


Figure 7.18 – Schéma monophasé équivalent simplifié en convention générateur.

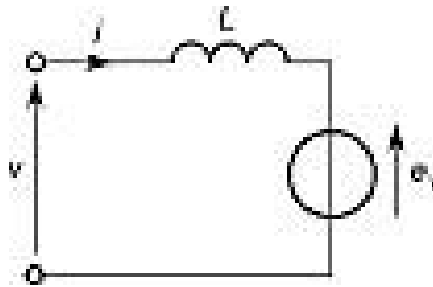


Figure 7.19 – Schéma monophasé équivalent simplifié en convention récepteur.

7.3.2 Machines à pôles saillants

Pour les machines à pôles saillants, il n'est pas possible de tracer un schéma monophasé équivalent. La relation qui caractérise l'induit fait apparaître la tension $\underline{V}$, le courant $\underline{I}$, sa composante directe $\underline{I}_d$, la force électromotrice à vide $\underline{E}_v$, la résistance statorique R_s , la réactance synchrone longitudinale X_d et la réactance synchrone transversale X_q . La formule devient, en convention générateur :

$$\underline{V} = \underline{E}_v - R_s \underline{I} - jX_q \underline{I} - j(X_d - X_q) \underline{I}_d$$

et en convention récepteur :

$$\underline{V} = \underline{E}_v + R_s \underline{I} + jX_q \underline{I} + j(X_d - X_q) \underline{I}_d$$

La représentation graphique de cette relation est le diagramme de Blondel qui peut être tracé en convention générateur pour un alternateur (figure 7.20) ou en convention récepteur pour un moteur (figure 7.21).

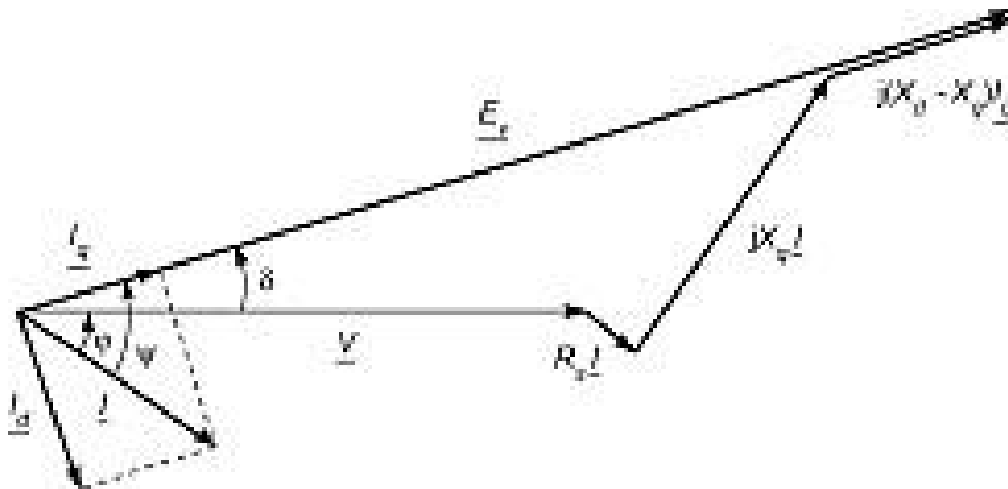


Figure 7.20 – Diagramme de Blondel en convention générateur.

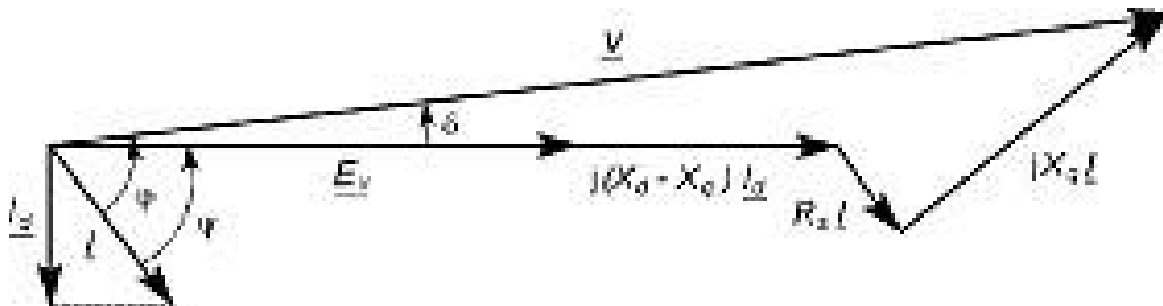


Figure 7.21 – Diagramme de Blondel en convention récepteur.

Comme précédemment, compte tenu des ordres de grandeur, il est souvent possible de négliger l'influence de la chute de tension dans la résistance R_s , ce qui donne un diagramme simplifié en convention générateur (figure 7.22) ou en convention récepteur (figure 7.23).

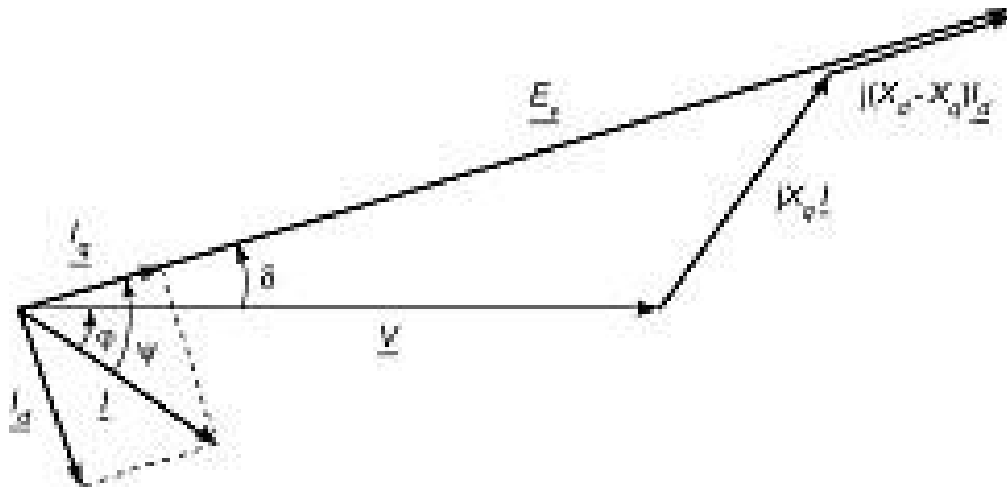


Figure 7.22 – Diagramme de Blondel simplifié en convention générateur.

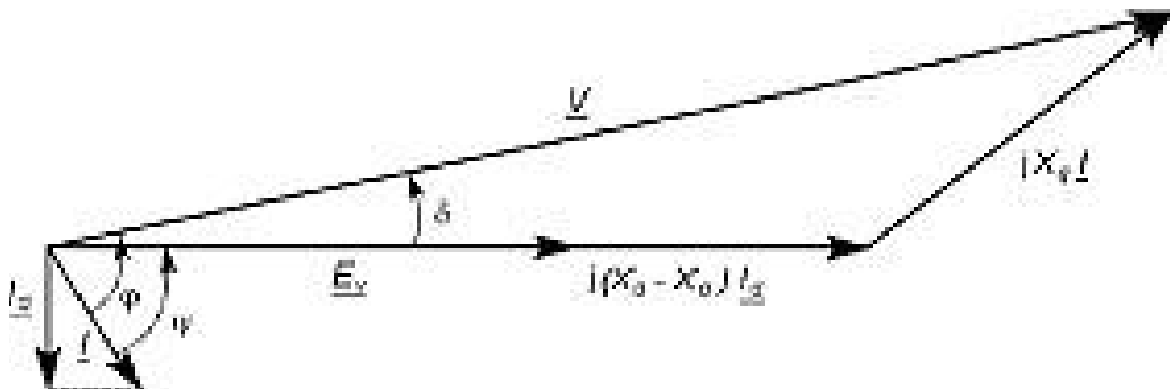


Figure 7.23 – Diagramme de Blondel simplifié en convention récepteur.

7.4 Bilan des puissances et rendement

7.4.1 Bilan des puissances actives

□ Fonctionnement en alternateur

L'alternateur reçoit une puissance mécanique P_m de la turbine ou du moteur qui l'entraîne. Si la machine est auto-excitée, c'est la seule puissance reçue, mais si elle est à excitation indépendante, le circuit inducteur reçoit une puissance de son alimentation continue :

$$P_e = v_f i_f$$

Le rotor est le siège de pertes ferromagnétiques p_{fr} et de pertes par effet Joule p_{jr} dans le circuit d'excitation :

$$p_{jr} = R_f i_f^2$$

Pour un alternateur à excitation indépendante, cette dernière puissance est égale à la puissance P_e reçue par le circuit inducteur. Des pertes mécaniques p_m sont provoquées par les frottements, la ventilation, les balais. Le stator est le siège de pertes ferromagnétiques p_{fs} et de pertes par effet Joule p_{js} :

$$p_{js} = 3R_s I^2$$

La puissance électrique est :

$$P = 3VI \cos \varphi$$

Quand l'excitation est fournie par un redresseur branché en sortie de l'alternateur, il faut retrancher la puissance correspondante qui est réinjectée au niveau du rotor. La puissance utile est la puissance électrique reçue par le réseau ou la charge.

Le diagramme des puissances diffère un peu suivant que l'alternateur est à excitation indépendante (figure 7.24), avec une excitatrice en bout d'arbre

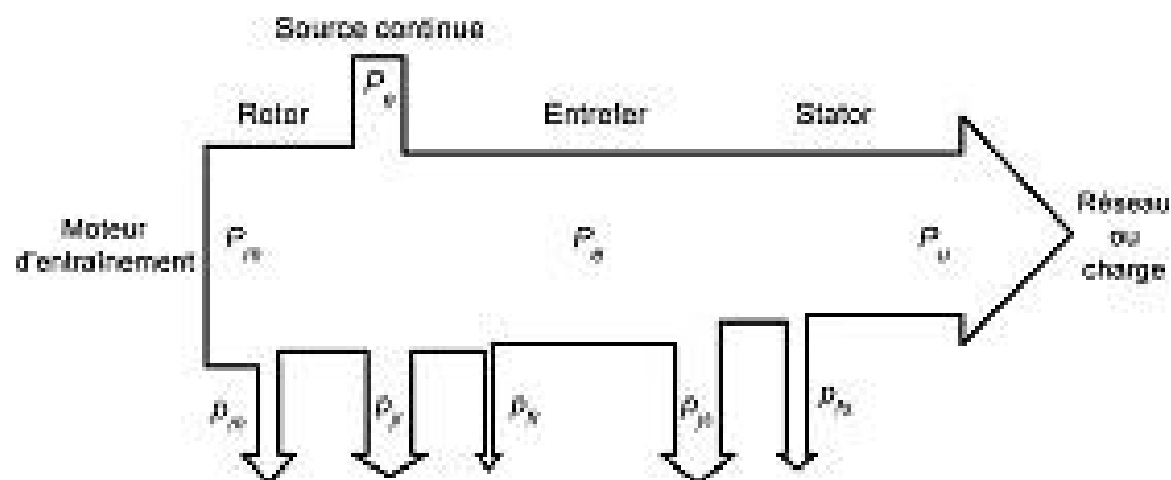


Figure 7.24 – Diagramme des puissances d'un alternateur à excitation indépendante.

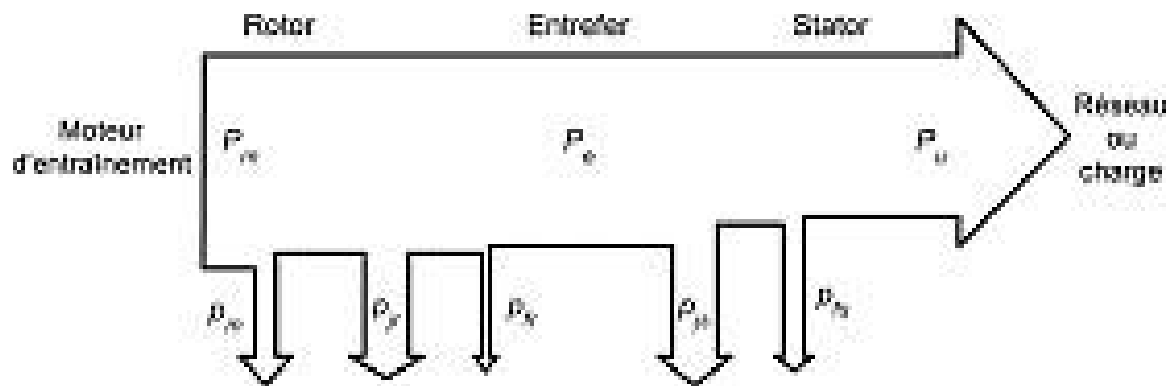


Figure 7.25 – Diagramme des puissances d'un alternateur avec excitatrice en bout d'arbre.

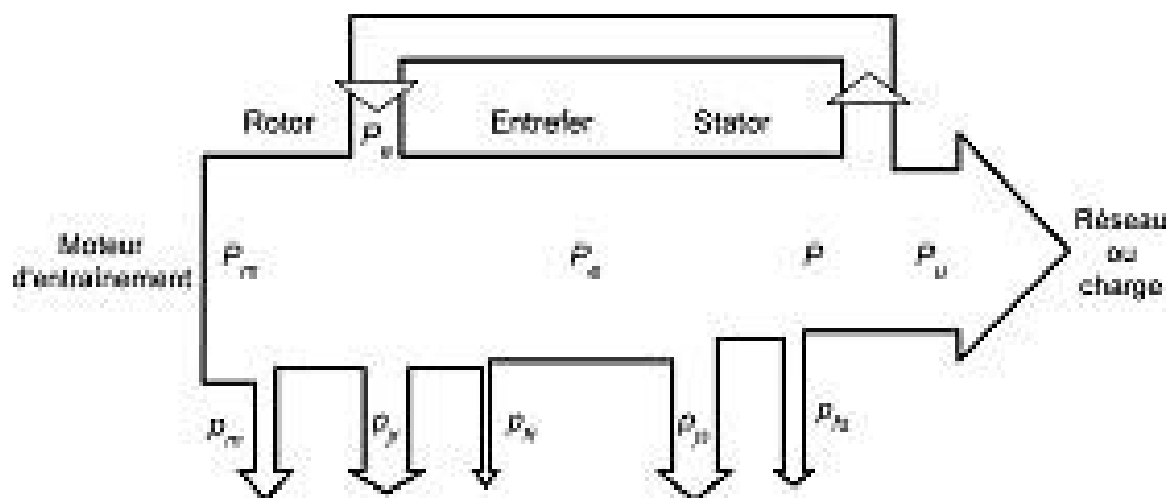


Figure 7.26 – Diagramme des puissances d'un alternateur auto-excité par redresseur.

(figure 7.25), ou avec un redresseur prélevant son énergie en sortie (figure 7.26).

☐ Fonctionnement en moteur

La puissance active appelée par le moteur au réseau est :

$$P = 3VI \cos \varphi$$

Le stator est le siège de pertes ferromagnétiques p_{fs} et de pertes par effet Joule p_{js} :

$$p_{js} = 3R_s I^2$$

Si le rotor est bobiné, la puissance reçue par le circuit inducteur de son alimentation continue est :

$$P_e = v_f i_f$$

Le rotor est le siège de pertes ferromagnétiques p_{fr} et de pertes par effet Joule p_{jr} dans le circuit d'excitation :

$$p_{jr} = R_f i_f^2$$

Cette dernière puissance est égale à la puissance P_e reçue par le circuit inducteur. Pour obtenir la puissance utile P_u , c'est-à-dire celle qui est utilisable par la charge entraînée, il reste à retrancher les pertes mécaniques p_m (frottements, ventilation, balais) :

$$P_u = P_m - p_m$$

Ce bilan permet de tracer le diagramme des puissances (figure 7.27).

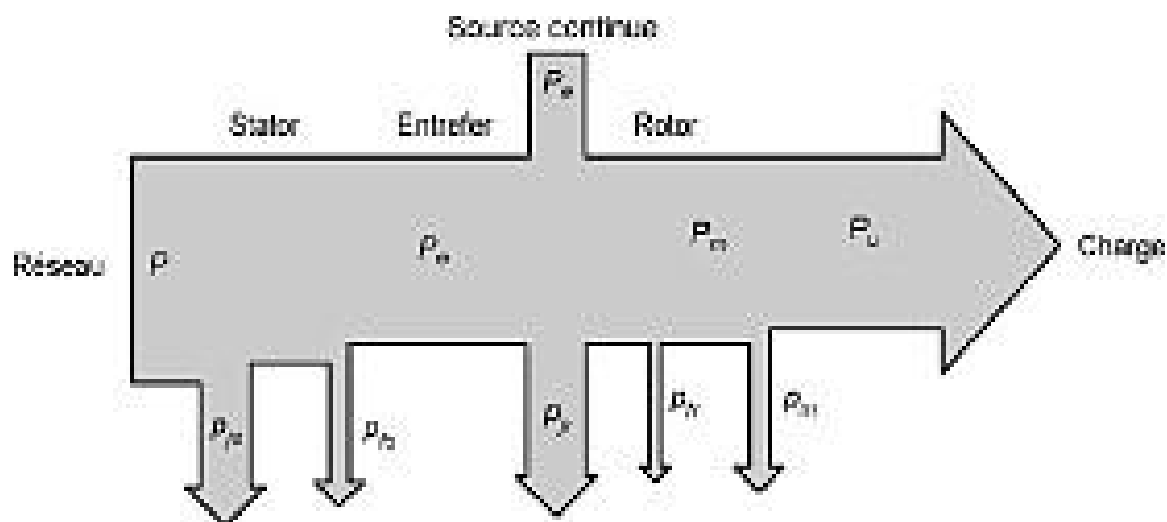


Figure 7.27 – Diagramme des puissances d'un moteur synchrone.

7.4.2 Rendement

☐ Fonctionnement en alternateur

Le rendement est défini comme le rapport de la puissance électrique utile à la puissance mécanique fournie à l'alternateur (à condition qu'il soit auto-excité) :

$$\eta = \frac{P}{P_m}$$

☐ Fonctionnement en moteur

Le rendement est défini comme le rapport de la puissance mécanique utile à la puissance électrique totale fournie au moteur :

$$\eta = \frac{P_u}{P + P_e}$$

7.5 Puissances et couple à partir du schéma monophasé équivalent

La machine est étudiée pour un fonctionnement réversible avec les conventions de signe récepteur. La résistance statorique est négligée.

7.5.1 Machine à entrefer constant

La puissance active appelée par la machine s'exprime en fonction de la valeur efficace V de la tension simple, de la valeur efficace E_v de la force électromotrice à vide, de la réactance synchrone X et de l'angle interne δ :

$$P = 3 \frac{VE_v}{X} \sin \delta$$

La puissance réactive appelée par la machine est :

$$Q = \frac{3V^2}{X} - \frac{3VE_v}{X} \cos \delta$$

Le moment γ du couple électromagnétique s'obtient en divisant la puissance active par la vitesse de rotation ω_m :

$$\gamma = 3 \frac{VE_v}{X\omega_m} \sin \delta$$

Pour une machine à rotor lisse reliée au réseau à amplitude et fréquence constantes, et dont l'inducteur est parcouru par un courant constant, le moment du couple électromagnétique varie comme le sinus de l'angle interne δ (figure 7.28). Avec les conventions de signe choisies, le moment du couple électromagnétique est positif pour un fonctionnement en moteur et négatif pour un fonctionnement en alternateur.

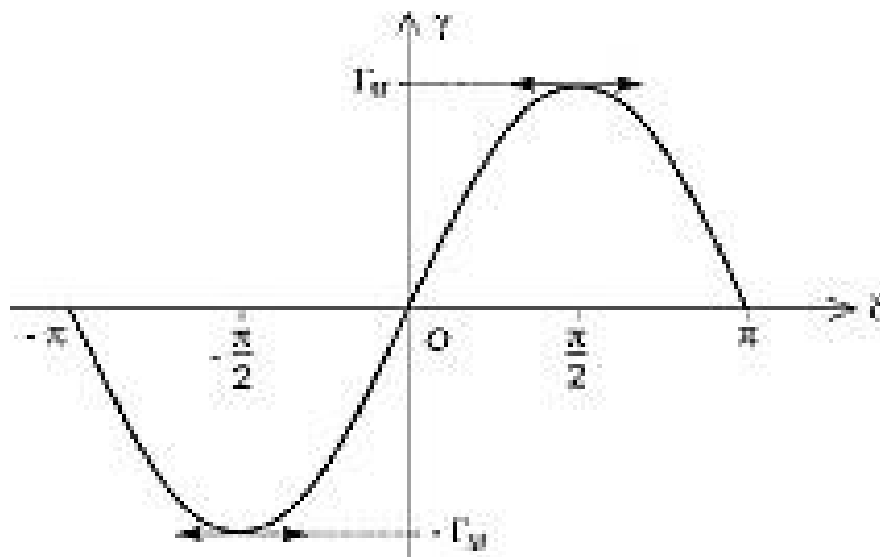


Figure 7.28 – Courbe du moment du couple électromagnétique en fonction de l'angle interne pour une machine à rotor lisse.

7.5.2 Machine à pôles saillants

La puissance active appelée par la machine s'exprime en fonction de la valeur efficace V de la tension simple, de la valeur efficace E_V de la force électromotrice à vide, de la réactance synchrone longitudinale X_d , de la réactance synchrone transversale X_q , de la vitesse de rotation ω_m et de l'angle interne δ :

$$P = 3 \frac{VE_v}{X_d} \sin \delta + \frac{3}{2} V^2 \left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d} \right) \sin 2\delta$$

La puissance réactive appelée par la machine est :

$$Q = \frac{-3VE_v}{X_d} \cos \delta + \frac{3V^2}{2} \left(\frac{1}{X_d} - \frac{1}{X_q} \right) \cos 2\delta + \frac{3V^2}{2} \left(\frac{1}{X_d} + \frac{1}{X_q} \right)$$

Le moment γ du couple électromagnétique s'obtient en divisant la puissance active par la vitesse de rotation ω_m :

$$\gamma = 3 \frac{VE_v}{X_d \omega_m} \sin \delta + \frac{3}{2} \frac{V^2}{\omega_m} \left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d} \right) \sin 2\delta$$

Ce couple électromagnétique est composé de deux termes :

– le couple principal dû à l'interaction des champs du stator et du rotor :

$$\gamma_p = 3 \frac{VE_v}{X_d \omega_m} \sin \delta$$

– le couple réluctant dû à la saillance du rotor :

$$\gamma_r = \frac{3}{2} \frac{V^2}{\omega_m} \left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d} \right) \sin 2\delta$$

Pour une machine à pôles saillants alimenté par le réseau à amplitude et fréquence constantes, et dont l'inducteur est parcouru par un courant constant, la courbe du moment du couple électromagnétique en fonction de l'angle interne δ est la somme de deux sinusoides (*figure 7.29*).

Le moment du couple électromagnétique est maximal pour un angle δ_0

un peu inférieur à $\frac{\pi}{2}$ donné par la formule :

$$\delta_0 = \text{Arc cos} \left[-\frac{1}{4} \frac{X_q}{X_d - X_q} \frac{E_v}{V} + \sqrt{\frac{1}{16} \left(\frac{X_q}{X_d - X_q} \frac{E_v}{V} \right)^2 + \frac{1}{2}} \right]$$

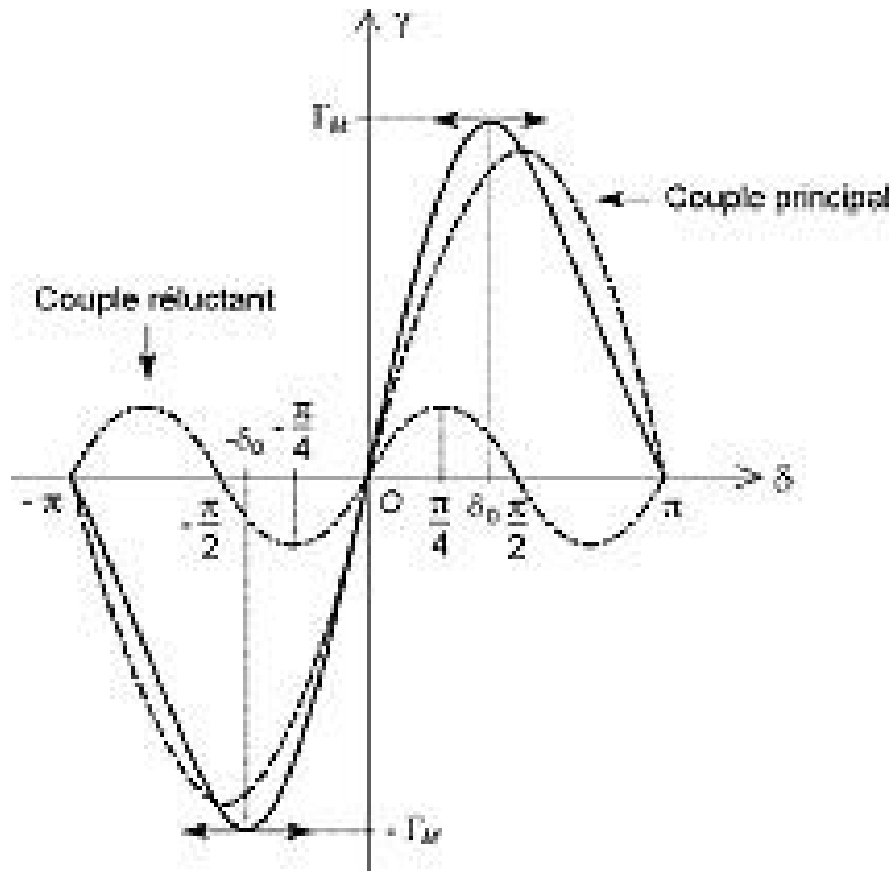


Figure 7.29 – Courbe du moment du couple électromagnétique en fonction de l'angle interne pour une machine à pôles saillants.

7.6 Mise en œuvre des machines synchrones

7.6.1 Alternateur isolé

Un alternateur peut alimenter un réseau local. Ce type de fonctionnement se rencontre pour un alternateur relié à un petit réseau isolé (non connecté au réseau général) ou au réseau de bord d'un avion ou d'un bateau, ou pour un alternateur d'un groupe de secours utilisé en cas de panne du réseau général.

Le réseau des caractéristiques extérieures donne les courbes de la valeur efficace V de la tension simple en fonction de l'intensité efficace I du

courant en ligne, pour diverses valeurs du déphasage φ quand la vitesse de rotation et l'intensité du courant d'excitation sont fixés (*figure 7.30*). Avec une charge résistive, la tension chute avec le courant. Avec une charge inductive, la chute est plus importante, alors qu'avec une charge capacitive, la tension commence par augmenter avec le courant, avant de diminuer ensuite.

Cette propriété des charges capacitives est exploitée dans les groupes électrogènes à usage domestique. Ceux-ci sont munis d'un alternateur monophasé à aimant pour lequel il est donc impossible de régler l'excitation pour réguler la valeur efficace de la tension de sortie. Un condensateur est placé entre les bornes de sortie de façon à limiter les variations de tension en fonction de la charge. Il ne faut donc pas s'étonner qu'avec ce type d'appareil, la valeur efficace de la tension augmente quand un courant est débité dans une charge.

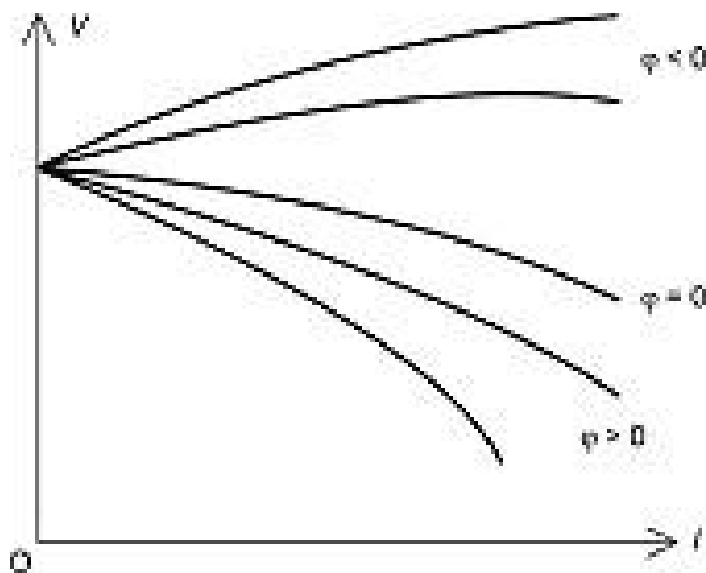


Figure 7.30 – Réseau des caractéristiques extérieures.

7.6.2 Alternateur sur le réseau

Un alternateur est souvent relié à un réseau général constitué par l'interconnexion de nombreuses centrales et de très nombreux utilisateurs. C'est alors le réseau qui impose la fréquence et la valeur efficace du système des tensions.

■ Couplage

La manœuvre de couplage de l'alternateur sur le réseau ne peut se faire que si quatre conditions sont remplies :

- l'ordre de succession des phases est identique pour la machine synchrone et le réseau ;
- la fréquence des forces électromotrices induites dans l'alternateur est égale à la fréquence des tensions du réseau, ce qui est obtenu par le réglage de la vitesse d'entraînement de la machine ;
- la valeur efficace des forces électromotrices induites dans l'alternateur est égale à la valeur efficace des tensions du réseau, ce qui est obtenu par le réglage du courant d'excitation de la machine ;
- la phase des forces électromotrices induites dans l'alternateur est égale à la phase des tensions du réseau, ce qui est obtenu en agissant sur l'entraînement de la machine afin d'ajuster la position instantanée du rotor.

Si ces conditions sont bien remplies, aucun courant n'est échangé entre l'alternateur et le réseau.

■ Diagramme bipolaire

Quand la tension est imposée, le vecteur de Fresnel correspondant impose deux points sur le diagramme de Behn-Eschenburg qui prend alors le nom de diagramme bipolaire. Il est possible de placer deux axes sur lesquels apparaissent la puissance active fournie P et la puissance réactive fournie Q . Prenons le diagramme bipolaire simplifié pour lequel la chute de tension résistive est négligée (*figure 7.31*). Les projections de l'extrémité du vecteur représentant jXI sur les deux axes ajoutés donnent $\frac{X}{3V}P$ et $\frac{X}{3V}Q$. Comme X et V sont donnés, les deux axes peuvent être gradués en valeurs de P et Q . Dans le cas choisi, la machine fournit une puissance réactive ($Q > 0$), et le courant dans la charge est en retard sur la tension ($\varphi > 0$) : on dit que l'alternateur est surexcité. Le cas contraire peut se produire, la machine reçoit une puissance réactive ($Q < 0$) et le courant dans la charge est en avance sur la tension ($\varphi < 0$) : on dit que l'alternateur est sous-excité (*figure 7.32*).

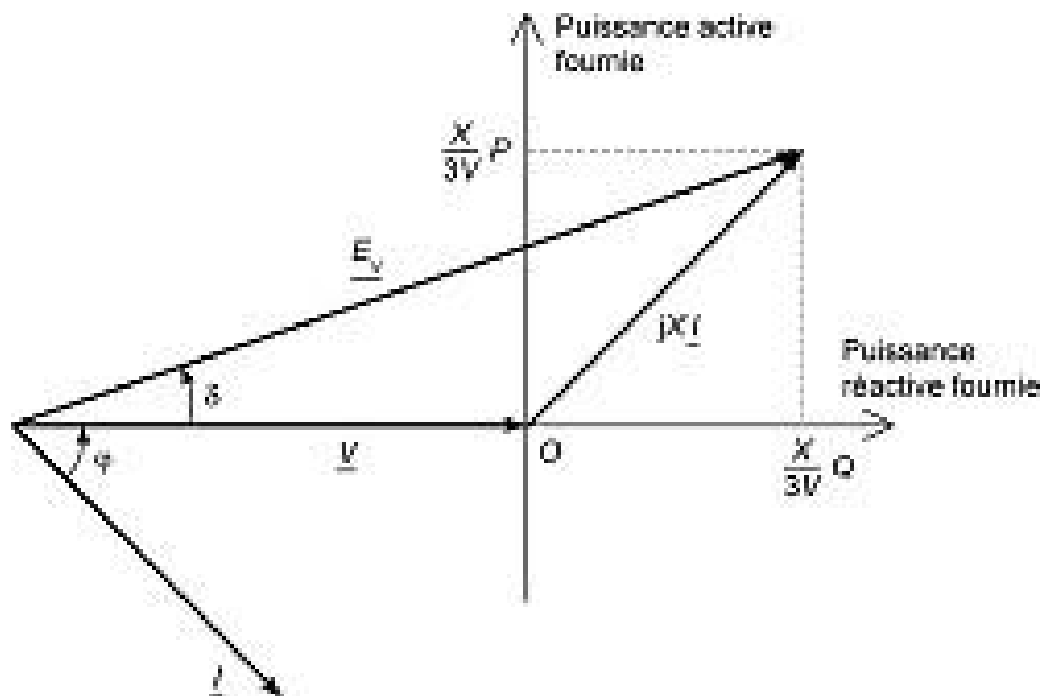


Figure 7.31 – Diagramme bipolaire simplifié d'un alternateur surexcité.

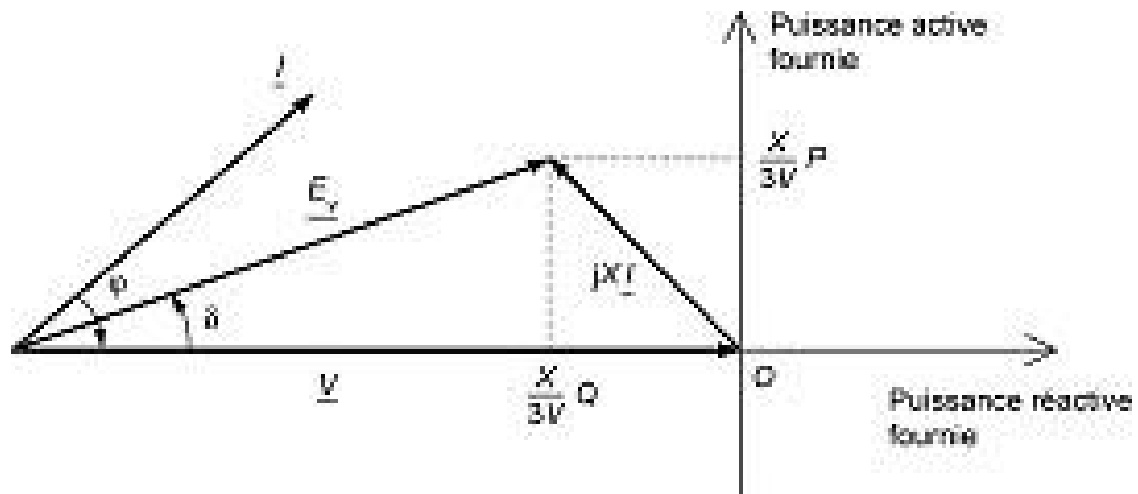


Figure 7.32 – Diagramme bipolaire simplifié d'un alternateur sous-excité.

■ Caractéristiques

Pour prévoir l'intensité i_f du courant d'excitation nécessaire à un fonctionnement donné, on trace le réseau des caractéristiques de réglage : ce sont les courbes qui représentent i_f en fonction de l'intensité efficace I du cou-

rant d'induit avec le déphasage φ (ou le facteur de puissance) en paramètre, la fréquence et la valeur efficace de la tension étant imposés (figure 7.33).

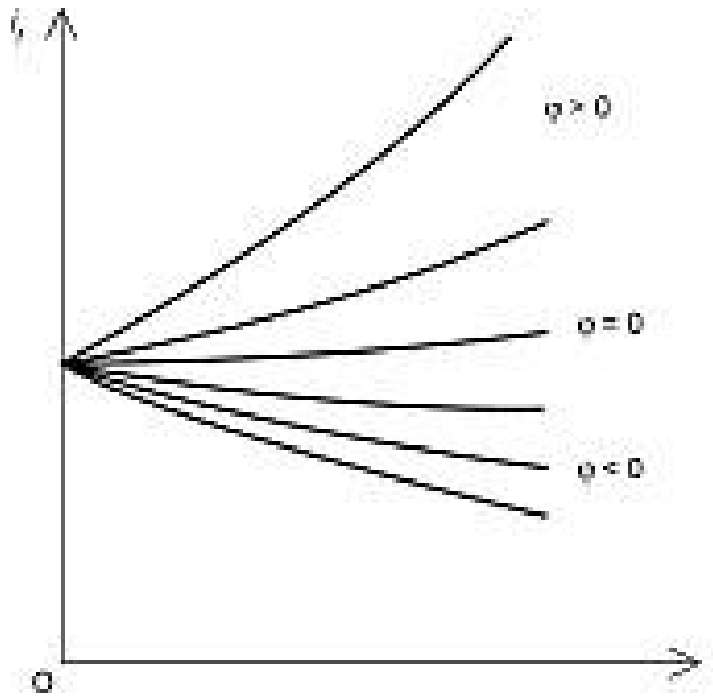


Figure 7.33 – Réseau des caractéristiques de réglage.

7.6.3 Moteur synchrone alimenté à fréquence fixe

■ Démarrage

L'expression du moment du couple électromagnétique d'un moteur synchrone montre que sa valeur moyenne est nulle sauf si les vitesses des champs tournants du stator et du rotor sont identiques, ce qui n'est pas le cas quand la machine à l'arrêt est branchée sur le réseau. Le démarrage spontané d'un moteur synchrone alimenté à fréquence fixe n'est pas possible sans artifice. Pour assurer néanmoins le démarrage du moteur synchrone, il faut soit l'entraîner par un moteur auxiliaire, soit le démarrer comme un moteur asynchrone.

□ Emploi d'un moteur auxiliaire

Un moteur asynchrone auxiliaire entraîne le moteur synchrone jusqu'à ce que la vitesse de rotation permette le synchronisme des champs tour-

nants du stator et du rotor. Pour que ce moteur auxiliaire soit de faible puissance, le démarrage se fait avec le moteur synchrone à vide. Si le moteur asynchrone auxiliaire a le même nombre de pôles que le moteur synchrone, il amène la vitesse à une valeur légèrement inférieure à la vitesse synchrone à condition que le glissement ne soit pas excessif. Le moteur synchrone est alors branché sur le réseau et il se synchronise. Le plus souvent, le glissement est trop important pour procéder de la sorte, car la puissance du moteur auxiliaire est très inférieure à celle du moteur synchrone et le glissement est important. Il faut alors choisir une machine asynchrone ayant une paire de pôles de moins que le moteur synchrone. Le moteur de lancement amène la vitesse à une valeur supérieure à la vitesse de synchronisme. Il est ensuite débranché. Le moteur synchrone ralentit et il faut le relier au réseau lorsque sa vitesse passe par le synchronisme.

□ Démarrage en moteur asynchrone

Le moteur synchrone est branché directement sur le réseau, l'inducteur n'étant pas alimenté. Il démarre comme un moteur asynchrone grâce aux courants induits dans les amortisseurs et l'inducteur.

■ Accrochage

Quand un moteur synchrone termine son démarrage en asynchrone, un régime transitoire d'accrochage permet d'atteindre le fonctionnement permanent. Considérons le cas d'un moteur à entrefer constant à p paires de pôles alimenté par des tensions de pulsation ω_s .

L'angle interne δ est régi par l'équation différentielle :

$$\frac{d^2\delta}{dt^2} + \frac{kp}{J} \frac{d\delta}{dt} + \frac{\Gamma_M p}{J} \sin \delta = \frac{\gamma_r p}{J}$$

Il s'agit d'une équation différentielle non linéaire et nous ne pouvons pas en donner une solution sous forme littérale. Une résolution numérique permet néanmoins de tracer la courbe de δ en fonction du temps (*figure 7.34*). La courbe présente une oscillation amortie autour de la valeur finale δ_0 .

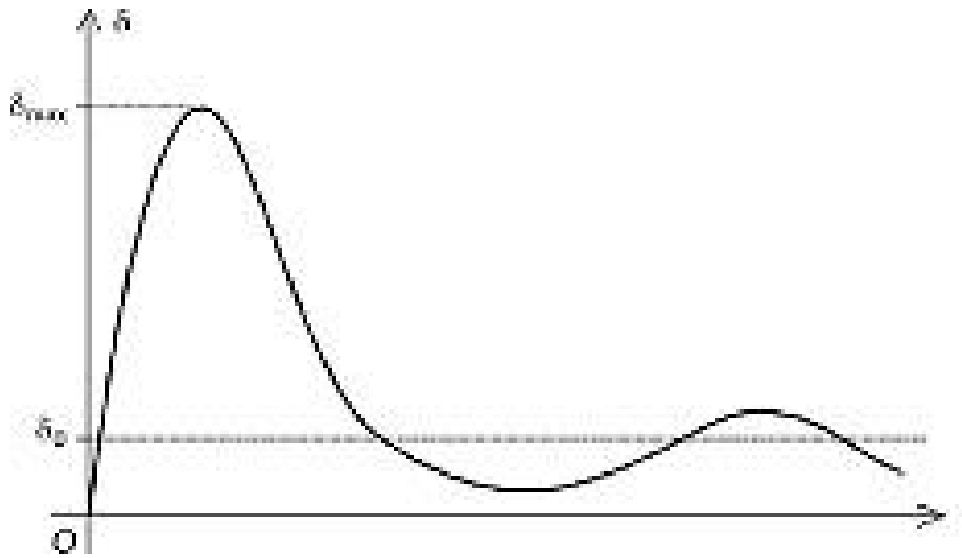


Figure 7.34 – Évolution de l'angle interne lors de l'accrochage.

■ Diagramme bipolaire

Le diagramme bipolaire peut être tracé comme pour un alternateur, mais avec la convention récepteur. Sur les deux axes apparaissent la puissance

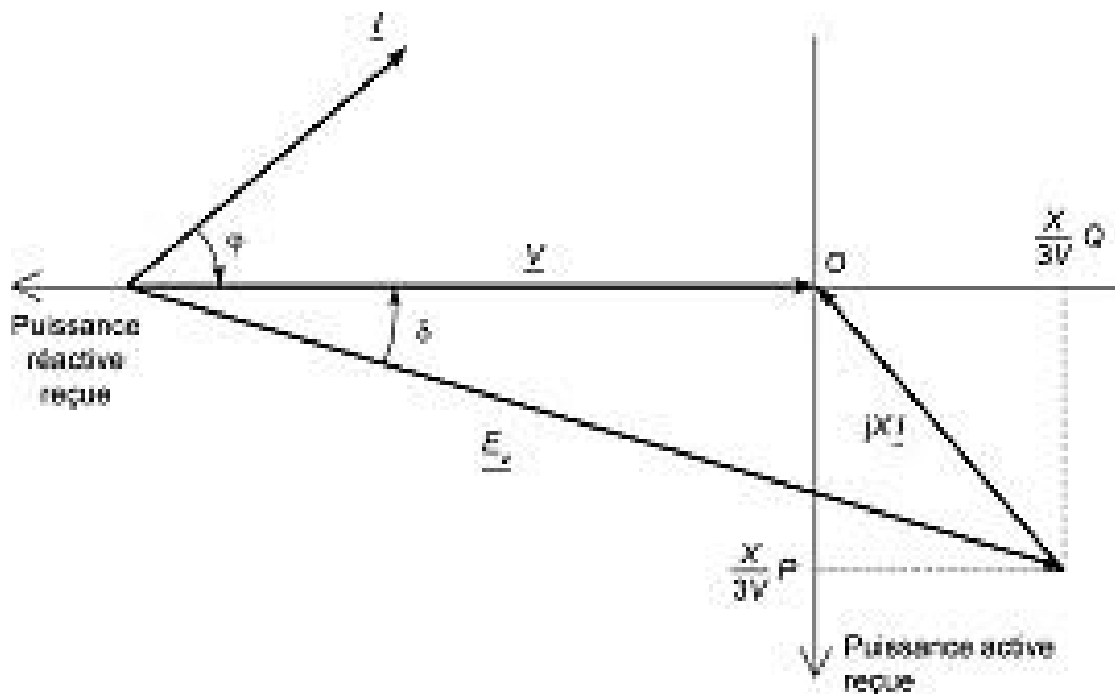


Figure 7.35 – Diagramme bipolaire simplifié d'un moteur surexcité.

active reçue P et la puissance réactive reçue Q . Le moteur peut être surexcité et fournir une puissance réactive (*figure 7.35*), ou sous-excité et recevoir une puissance réactive (*figure 7.36*).

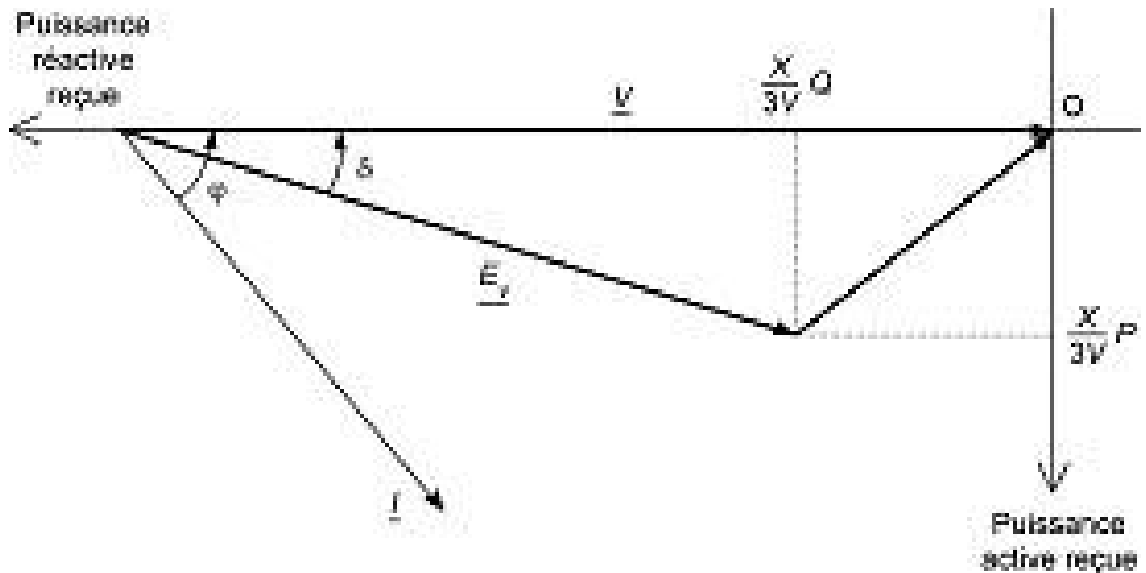


Figure 7.36 – Diagramme bipolaire simplifié d'un moteur sous-excité.

7.6.4 Moteur synchrone alimenté à fréquence variable

Le moteur synchrone ne produit un couple qu'à la vitesse de synchronisme, proportionnelle à la pulsation des grandeurs du stator. La seule façon de faire varier sa vitesse de rotation est donc de régler la fréquence de l'alimentation de l'enroulement statorique. Pour cela, on utilise selon les cas, un onduleur de courant, un onduleur de tension ou un cyclo-convertisseur.

Le moteur synchrone pose des problèmes de fonctionnement. Tout d'abord, il ne démarre pas spontanément sans artifice. Ensuite, il y a un risque de décrochage. En effet, le moment du couple n'a une valeur moyenne non nulle que si le rotor tourne parfaitement à la vitesse du champ tournant. Si ce synchronisme n'est pas respecté, le moment du couple a une valeur moyenne nulle et le moteur ralentit puis s'arrête. La machine se comporte alors presque comme un court-circuit puisqu'il n'y a plus de force électromotrice induite. Ce phénomène de décrochage

peut se produire soit si le couple résistant devient excessif et que l'angle interne δ dépasse la valeur $\frac{\pi}{2}$, soit lors d'un régime transitoire résultant d'une variation de fréquence destinée à modifier la vitesse ou d'un changement brutal de couple résistant. L'autopilotage permet de pallier ces défauts.

Un capteur détecte la position du rotor et commande le convertisseur électronique en fonction de cette position. La pulsation ω_s de l'alimentation statorique est ainsi asservie à la vitesse ω_m du rotor, et le dispositif maintient toujours la condition :

$$\omega_s = p\omega_m$$

Le décrochage est alors impossible. L'autopilotage donne à l'ensemble convertisseur et moteur synchrone un fonctionnement proche de celui d'une machine à courant continu. L'inversion du sens de rotation est obtenue par un changement de l'ordre des commutations.

8 • MACHINES ASYNCHRONES

Le moteur asynchrone constitue la grande majorité des moteurs industriels, mais la machine asynchrone sert également de générateur dans quelques applications particulières.

8.1 Généralités

8.1.1 Définition

Une machine asynchrone est une machine à courant alternatif pour laquelle la vitesse de rotation de l'arbre est différente de la vitesse de rotation du champ tournant. La machine qui nous intéresse dans ce chapitre est plus précisément une machine à induction. Il existe en effet théoriquement d'autres types de machines asynchrones. Une machine à induction est une machine asynchrone dont le circuit magnétique est associé à deux, ou plus de deux, circuits électriques se déplaçant l'un par rapport à l'autre et dans lequel l'énergie est transférée de la partie fixe à la partie mobile, ou inversement, par induction électromagnétique. Cependant, la seule machine asynchrone qui ait une importance pratique est la machine à induction.

8.1.2 Symbole

La machine asynchrone peut être représentée par son symbole normalisé général qui précise si elle fonctionne en moteur (*figure 8.1*) ou en générateur (*figure 8.2*). Le symbole peut apporter des précisions sur la nature

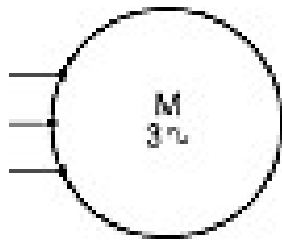


Figure 8.1 – Symbole général d'un moteur asynchrone triphasé.

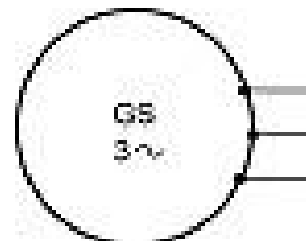


Figure 8.2 – Symbole général d'un générateur asynchrone triphasé.

de la machine, nous allons indiquer les diverses variantes pour le moteur, mais les symboles sont également valables pour les générateurs en remplaçant le M par un G. Le symbole peut indiquer s'il s'agit d'un moteur à cage (*figure 8.3*) ou d'un moteur à rotor bobiné (*figure 8.4*). Les six bornes de l'enroulement statorique peuvent être sorties (*figure 8.5*) ou le couplage de cet enroulement peut être en étoile (*figure 8.6*) ou en triangle (*figure 8.7*). Nous préciserons les différences de constitution dans la suite. Les symboles ont été dessinés pour le cas de machines triphasées, qui est de loin le plus fréquent, mais il peut s'adapter pour les machines monophasées ou diphasées, beaucoup plus rares.

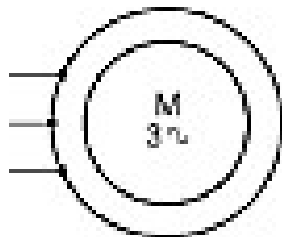


Figure 8.3 – Symbole d'un moteur asynchrone triphasé à cage.

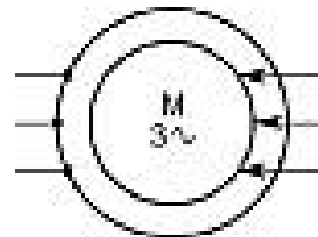


Figure 8.4 – Symbole d'un moteur asynchrone triphasé à rotor bobiné.

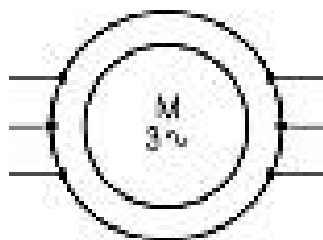


Figure 8.5 – Symbole d'un moteur asynchrone triphasé à six bornes sorties.

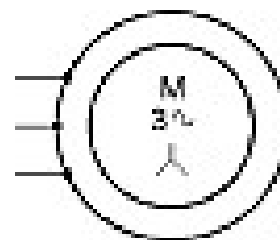


Figure 8.6 – Symbole d'un moteur asynchrone triphasé couplé en étoile.

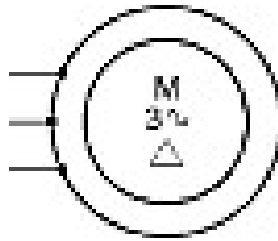


Figure 8.7 – Symbole d'un moteur asynchrone triphasé couplé en triangle.

8.1.3 Constitution

■ Stator

Le stator comporte une carcasse en fonte ou en tôle d'acier dans laquelle est inséré un circuit magnétique formé d'un empilage de tôles. Le stator d'une machine asynchrone triphasée porte un enroulement triphasé réparti dans des encoches du circuit magnétique. Il est généralement couplé en étoile.

■ Rotor

Deux grandes catégories de machines asynchrones apparaissent suivant la structure de leur rotor qui peut être bobiné ou à cage. Pour ces deux variantes, le circuit magnétique du rotor est un assemblage de tôles ferromagnétiques muni d'encoches.

☐ Rotor bobiné

Dans ce cas, les encoches présentes à la périphérie du rotor contiennent un enroulement similaire à celui du stator. Le bobinage rotorique est toujours couplé en étoile et il est accessible de l'extérieur grâce à un système de bagues et de balais, ce qui permet soit de le court-circuiter, soit de le relier à un circuit permettant d'agir sur les caractéristiques de la machine dans certains fonctionnements.

☐ Rotor à cage

Dans ce cas, les encoches contiennent des barres reliées aux deux extrémités par des anneaux de court-circuit. L'ensemble forme une cage d'écuriel (*figure 8.8*).

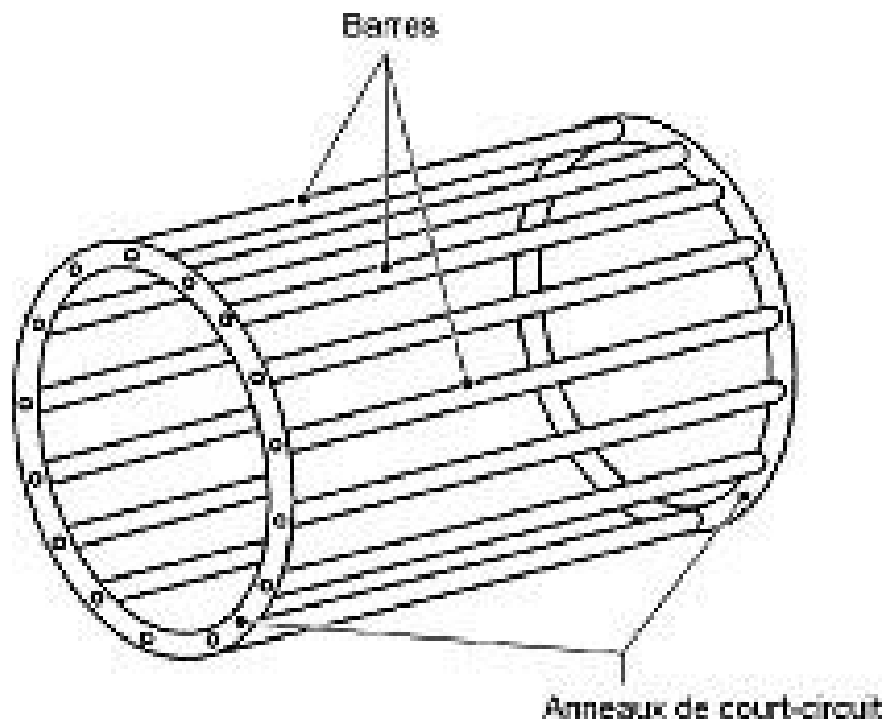


Figure 8.8 – Cage d'écureuil.

Les barres sont en alliage d'aluminium pour les machines de petite et moyenne puissance, en cuivre pour les machines de forte puissance. L'enroulement ainsi obtenu n'est pas accessible de l'extérieur. La cage rotorique forme un enroulement dont le nombre de phases et le nombre de pôles ne sont pas fixés par construction.

8.1.4 Avantages et inconvénients

■ Moteur asynchrone à cage d'écureuil

Le moteur à cage d'écureuil présente de nombreux avantages :

- faible coût de construction ;
- entretien réduit ;
- robustesse.

Les performances obtenues pour les moteurs reliés directement au secteur sont souvent suffisantes grâce à quelques artifices de construction. L'inconvénient de ne pas pouvoir agir sur les grandeurs rotoriques peut

être pallié si nécessaire par les performances des convertisseurs électroniques produisant l'alimentation du stator. Le rendement des moteurs asynchrones est toutefois moins élevé que celui des moteurs synchrones.

■ Moteur asynchrone à rotor bobiné

Le moteur asynchrone à rotor bobiné a son intérêt par exemple quand les conditions de démarrage sont particulièrement difficiles. L'action sur les grandeurs rotoriques permet d'améliorer un certain nombre de performances. Néanmoins, le coût plus élevé de la machine et la présence des contacts entre bagues et balais, qui entraînent une fiabilité moindre et un entretien plus contraignant, font que la solution du rotor bobiné n'est retenue que dans quelques cas particuliers.

■ Générateur asynchrone à cage d'écureuil

Le générateur asynchrone à cage d'écureuil présente les avantages de modicité du coût et de robustesse déjà cités pour les moteurs. L'absence d'alimentation électrique du rotor et la facilité de couplage au réseau en font un choix intéressant pour les installations de production électrique de faible puissance. Le principal inconvénient de cette solution est la consommation de puissance réactive. Par ailleurs, le rendement est nettement plus modeste que celui de l'alternateur.

■ Générateur asynchrone à rotor bobiné

Le générateur asynchrone à rotor bobiné a son intérêt pour des installations de puissance élevée pour lesquelles il est nécessaire d'optimiser le fonctionnement par l'utilisation d'un convertisseur électronique agissant sur les grandeurs rotoriques. Malgré l'inconvénient de la présence des bagues et des balais et le coût plus élevé de la machine, le dispositif peut être plus économique que l'utilisation d'un convertisseur électronique sur le stator qui doit traiter des puissances bien supérieures.

8.1.5 Utilisation

■ Moteur asynchrone

Le moteur asynchrone est le moteur industriel par excellence. Les moteurs asynchrones ont, pour leur grande majorité, un rotor à cage. Les progrès

accomplis ces dernières années dans l'alimentation et la commande des machines n'ont fait que réduire la part des moteurs asynchrones à rotor bobiné par rapport à leurs homologues à cage d'écureuil.

■ Générateur asynchrone

Le générateur asynchrone est beaucoup plus rare que l'alternateur, mais on le trouve dans quelques applications de puissance limitée comme les microcentrales hydrauliques. Il occupe surtout la plus grande part du marché des éoliennes, le plus souvent avec des machines à cage d'écureuil pour les puissances modestes, mais aussi avec des machines à rotor bobiné pour les installations plus importantes.

8.2 Principe

Le principe est décrit pour un moteur asynchrone, le fonctionnement en générateur apparaissant plus loin comme une extension de la marche en moteur.

L'enroulement statorique à p paires de pôles, parcouru par un système triphasé équilibré de courants de pulsation ω_s crée une tension magnétique tournante d'entrefer à la vitesse synchrone :

$$\Omega_s = \frac{\omega_s}{p}$$

Le flux balayant l'enroulement rotorique en court-circuit y induit des courants. L'action du champ magnétique statorique sur ces courants met en mouvement le rotor. La vitesse ω_m du rotor est inférieure à la vitesse synchrone Ω_s . La différence relative est le glissement g :

$$g = \frac{\Omega_s - \omega_m}{\Omega_s}$$

La vitesse du champ tournant par rapport au rotor est $\Omega_s - \omega_m$ et la pulsation ω_r des courants rotoriques est alors :

$$\omega_r = p(\Omega_s - \omega_m)$$

soit :

$$\omega_r = g\omega_s$$

Les courants rotoriques de pulsation ω_r créent une tension magnétique tournante d'entrefer dont la vitesse par rapport au rotor est $\frac{\omega_r}{p}$, c'est-à-dire $\Omega_s - \omega_m$. Par rapport au stator, la vitesse de cette tension magnétique tournante d'entrefer est $\omega_m + (\Omega_s - \omega_m)$, c'est-à-dire Ω_s . Les tensions magnétiques tournantes d'entrefer créées par le stator et par le rotor ont donc même vitesse de rotation Ω_s . La tension magnétique tournante d'entrefer réelle est la résultante de ces deux tensions magnétiques créées par le stator et par le rotor.

8.3 Modélisation en régime permanent

Compte tenu de l'usage essentiel de la machine synchrone en moteur, nous présentons les équations uniquement avec la convention récepteur. La modélisation correspond à un moteur à rotor bobiné dont l'enroulement est court-circuité, mais nous montrerons ensuite qu'elle s'applique également à un moteur à cage.

8.3.1 Équations des grandeurs complexes

La mise en équation de la machine asynchrone pose un problème : les grandeurs rotoriques n'ont pas la même pulsation que les grandeurs statoriques. Il n'est donc pas possible d'utiliser la méthode des grandeurs complexes ou celle de Fresnel pour décrire le fonctionnement du moteur asynchrone, celles-ci ne s'appliquant que pour des systèmes où toutes les grandeurs sinusoïdales sont de même fréquence. Un diagramme de Fresnel tracé pour le stator et un autre pour le rotor ne tournant pas à la même vitesse, ils ne peuvent être associés. Néanmoins, la commodité de ces outils va nous amener à contourner la difficulté en imaginant un dispositif fictif identique au moteur asynchrone étudié, mais dans lequel le rotor est immobile. Le champ tournant créé par ce rotor fictif est identique à celui créé par le rotor réel en mouvement si

l'enroulement qu'il porte est parcouru par des courants triphasés équilibrés de même valeur efficace mais de pulsation ω_s . Dans ce cas, les deux dispositifs sont équivalents, vus du stator, ce qui nous permet de tracer un schéma monophasé équivalent ramené au stator qui représente rigoureusement le comportement des grandeurs correspondantes. Il faut cependant bien noter que le rotor réel n'est pas présent dans ce schéma. Avec cet artifice, toutes les fonctions du temps sont maintenant sinusoïdales, de pulsation ω_s . Nous pouvons donc utiliser la méthode des grandeurs complexes ou tracer un diagramme de Fresnel. Les équations du moteur (ou plutôt du dispositif fictif dont nous venons de parler) lient les grandeurs complexes $\underline{V}_s$, $\underline{I}_s$ et $\underline{I}_r$ associées respectivement à la tension statorique, au courant statorique et au courant rotorique, avec comme paramètres la résistance R_s et l'inductance cyclique L_s du stator, la résistance R_r et l'inductance cyclique L_r du rotor, l'inductance mutuelle cyclique entre stator et rotor M , la pulsation statorique ω_s et le glissement g :

$$\underline{V}_s = R_s \underline{I}_s + jL_s \omega_s \underline{I}_s + jM \omega_s \underline{I}_r$$

$$0 = \frac{R_r}{g} \underline{I}_r + jL_r \omega_s \underline{I}_r + jM \omega_s \underline{I}_s$$

Ces relations sont à l'origine des différents modèles utilisés pour décrire le moteur asynchrone en régime sinusoïdal permanent.

8.3.2 Modèles équivalents

■ Modèle avec circuits couplés

Les équations précédentes correspondent à celles d'un schéma monophasé comportant deux bobines d'inductances propres L_s et L_r couplées par une inductance mutuelle M (*figure 8.9*).

La résistance $\frac{R_r}{g}$ peut être scindée en deux parties :

$$\frac{R_r}{g} = R_r + \frac{1-g}{g} R_r$$

Le modèle alors obtenu (*figure 8.10*) est identique au schéma équivalent d'un transformateur fictif dont le primaire a une résistance R_s et le secondaire une résistance R_r et qui est chargé par une résistance $\frac{1-g}{g} R_r$.

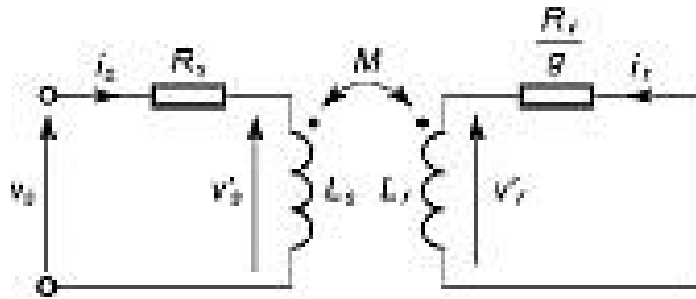


Figure 8.9 – Modèle aux circuits couplés.

Comme pour les transformateurs, les schémas avec circuits couplés ne sont guère utilisés pour décrire les moteurs asynchrones : on préfère des modèles où apparaissent les inductances de fuites.

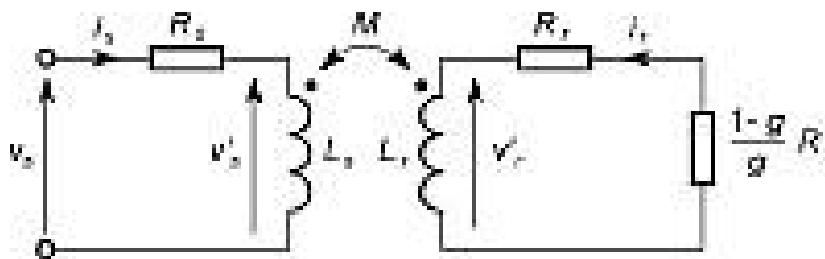


Figure 8.10 – Schéma équivalent d'un transformateur fictif représentant le fonctionnement du moteur asynchrone.

■ Modèle avec inductances de fuites partielles

Une première modélisation du transformateur, et donc du transformateur fictif associé à un moteur asynchrone, consiste à définir des inductances de fuites séparément pour le primaire et le secondaire. Si N_s et N_r sont les nombres de spires d'une phase du stator et d'une phase du rotor

et k_s et k_r les coefficients de bobinage de ces deux enroulements, introduisons le rapport de transformation du transformateur idéal :

$$m = \frac{k_r N_r}{k_s N_s}$$

Définissons l'inductance cyclique de fuites du stator :

$$l_s = L_s - \frac{M}{m}$$

et l'inductance cyclique de fuites du rotor :

$$l_r = L_r - mM$$

Ramenons ensuite les grandeurs rotoriques au stator en posant :

$$\underline{I'_r} = -m \underline{I_r}$$

$$R'_r = \frac{R_r}{m^2}$$

$$l'_r = \frac{l_r}{m^2}$$

$\underline{I'_r}$ est le courant rotorique ramené au stator (noter le signe – dû au choix initial de la convention de signe du courant rotorique pour avoir un signe + devant les termes dus aux inductances mutuelles). R'_r est la résistance du rotor ramenée au stator, et l'_r est l'inductance cyclique de fuites du rotor ramenée au stator. Nous pouvons alors introduire le courant magnétisant :

$$\underline{I_m} = \underline{I_s} - \underline{I'_r}$$

et l'inductance cyclique magnétisante :

$$L_m = \frac{M}{m}$$

Nous arrivons ainsi à :

$$\underline{V}_s = R_s \underline{I}_s + j l_s \omega_s \underline{I}_s + j L_m \omega_s \underline{I}_m$$

$$0 = \frac{R'_r}{g} \underline{I}'_r + j l_r \omega_s \underline{I}'_r - j L_m \omega_s \underline{I}_m$$

Ces relations permettent de tracer le schéma équivalent ramené au stator avec inductances de fuites partielles (*figure 8.11*).

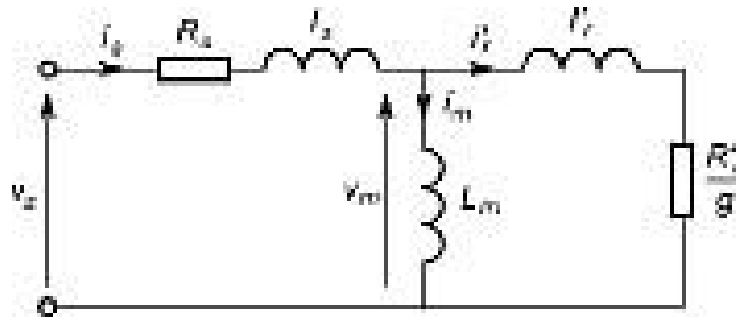


Figure 8.11 – Schéma équivalent ramené au stator avec inductances de fuites partielles.

De façon analogue à ce qui a été fait pour le modèle avec inductances couplées, il est intéressant de scinder la résistance $\frac{R'_r}{g}$ en deux parties (*figure 8.12*).

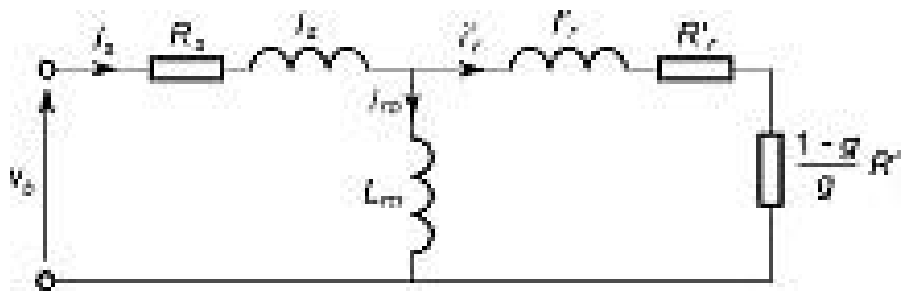


Figure 8.12 – Séparation de la résistance en deux parties.

■ Modèle avec inductances de fuites totalisées au rotor

Une seconde modélisation du transformateur consiste à globaliser l'ensemble des fuites soit au primaire, soit au secondaire, en définissant les inductances de fuites totales de Boucherot. Le schéma le plus courant pour le moteur asynchrone rassemble les fuites au rotor (donc au secondaire du transformateur fictif). L'inductance de fuites totalisées au rotor est définie par :

$$L_{Br} = \sigma L_r$$

où σ est le coefficient de dispersion de Blondel défini par :

$$\sigma = 1 - \frac{M^2}{L_s L_r}$$

Les grandeurs rotoriques sont ramenées au stator en posant :

$$\underline{I_r''} = -\frac{M}{L_s} \underline{I_r}$$

$$R_r'' = \left(\frac{L_s}{M} \right)^2 R_r$$

$$L_{Br}'' = \left(\frac{L_s}{M} \right)^2 L_{Br}$$

$\underline{I_r''}$ est le courant rotorique ramené au stator, R_r'' est la résistance du rotor ramenée au stator, et L_{Br}'' est l'inductance de fuites totalisées au rotor ramenée au stator. Nous avons ainsi :

$$\frac{L_s}{M} \underline{V_r'} = \underline{V_s'} + j L_{Br}'' \omega_s \underline{I_r''}$$

Définissons le courant magnétisant par :

$$\underline{I_{sm}} = \underline{I_s} - \underline{I_r''}$$

Nous avons par ailleurs :

$$\underline{V_s} = R_s \underline{I_s} + \underline{V'_s}$$

Après introduction des grandeurs ramenées au stator, cette dernière formule devient :

$$\frac{L_s}{M} \underline{V'_r} = \frac{R_r''}{g} \underline{I_r''}$$

Ces différentes relations permettent de tracer le schéma équivalent ramené au stator avec inductances de fuites totalisées au rotor et ramenées au stator (figure 8.13).

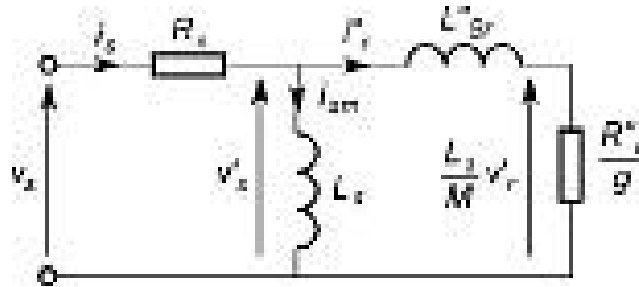


Figure 8.13 – Schéma équivalent ramené au stator avec inductances de fuites totalisées au rotor.

Remarque

Les paramètres ramenés $\underline{I'_r}$, $\underline{I_{sm}}$ et R'_r introduits dans la méthode des fuites partielles diffèrent des paramètres $\underline{I_r''}$, $\underline{I_{sm}}$ et R_r'' utilisés dans la méthode des fuites totales car le rapport de transformation m du transformateur idéal du premier cas est remplacé par le rapport $\frac{M}{L_s}$ dans le second cas. Toutefois, les valeurs numériques de ces deux rapports sont très proches.

■ Modèle avec inductances de fuites totalisées au stator

Une autre modélisation, moins classique, consiste à totaliser les inductances de fuites au stator. L'inductance de fuites totalisées au stator est définie par :

$$L_{Bs} = \sigma L_s$$

où σ est le coefficient de dispersion de Blondel.

La relation obtenue plus haut s'écrit alors :

$$\underline{V}'_s = \frac{M}{L_r} \underline{V}'_r + jL_{Bs} \omega_s \underline{I}_s$$

Ramenons maintenant le courant rotorique au stator en posant :

$$\underline{I}_q = -\frac{L_r}{M} \underline{I}_r$$

Définissons le courant magnétisant par :

$$\underline{I}_d = \underline{I}_s - \underline{I}_q$$

Nous voyons ainsi apparaître le courant magnétisant :

$$\underline{V}'_s = j\sigma L_s \omega_s \underline{I}_s + j(1 - \sigma) L_s \omega_s \underline{I}_d$$

Nous avons par ailleurs :

$$\underline{V}_s = R_s \underline{I}_s + \underline{V}'_s$$

et :

$$\underline{V}'_r = -\frac{R_r}{g} \underline{I}_r$$

Après introduction des grandeurs ramenées au stator, cette dernière formule devient :

$$\frac{M}{L_r} \underline{V}'_r = \frac{M^2}{L_r^2} \frac{R_r}{g} \underline{I}_q$$

Ces différentes relations permettent de tracer le schéma équivalent ramené au stator avec inductances de fuites totalisées au stator (*figure 8.14*).

■ Prise en compte des pertes ferromagnétiques

Les modèles précédents peuvent être complétés pour tenir compte des pertes ferromagnétiques en ajoutant une résistance au schéma. La démar-

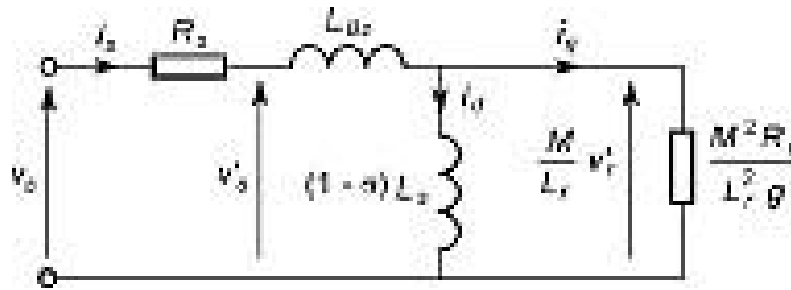


Figure 8.14 – Schéma équivalent ramené au stator avec inductances de fuites totalisées au rotor.

che est la même que pour un transformateur. Les pertes ferromagnétiques statoriques p_f sont proportionnelles au carré de la valeur efficace Ψ_s du flux statorique et donc au carré de la valeur efficace V'_s de la tension interne au stator. Dans le modèle avec inductances de fuites totalisées au rotor, il suffit donc de placer une résistance R_f en parallèle avec l'inductance L_s (*figure 8.15*) dont la valeur est telle que :

$$p_f = \frac{3V_s'^2}{R_f}$$

Sur le modèle avec inductances de fuites partielles, une résistance R'_f est placée en parallèle de l'inductance magnétisante (*figure 8.16*). Sa valeur est un peu différente de celle de R_f à cause de la chute de tension dans l_s , mais l'écart est minime.

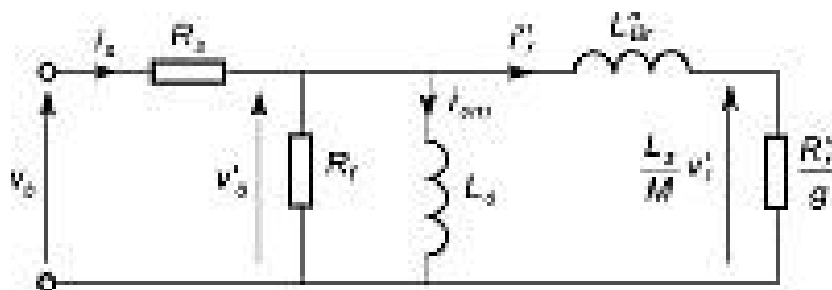


Figure 8.15 – Résistance représentant les pertes ferromagnétiques sur le modèle avec inductances de fuites totalisées au rotor.

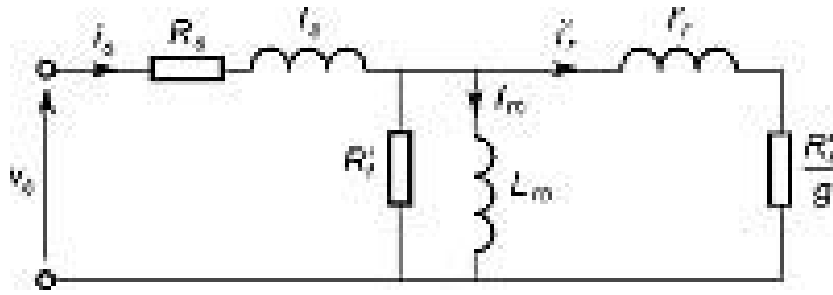


Figure 8.16 – Résistance représentant les pertes ferromagnétiques sur le modèle avec inductances de fuites partielles.

■ Modèles très simplifiés

Les modèles décrits jusqu'à présent permettent de bien prendre en compte tous les paramètres essentiels du fonctionnement en régime permanent d'un moteur asynchrone. Ils sont nécessaires pour effectuer un calcul rigoureux, mais quand on se contente d'une précision médiocre, il est possible de simplifier considérablement le modèle qui devient d'un usage beaucoup plus commode.

□ Première simplification

En partant du schéma avec inductances de fuites totalisées au rotor, on déplace la branche R_r, L_s à l'entrée comme on le fait pour un transformateur. Cependant, l'erreur introduite ici n'est pas négligeable à cause de l'importance du flux de fuites et du courant magnétisant (en raison de la présence de l'entrefer) : ce dernier vaut entre 25 et 40 % de l'intensité nominale pour un moteur asynchrone alors qu'il ne dépasse pas 2 à 5 % de l'intensité nominale pour un transformateur. Le schéma est toutefois bien simplifié car les résistances R_s et $\frac{R_r''}{g}$ sont maintenant en série (figure 8.17).

□ Seconde simplification

Pour des calculs faits au voisinage du point nominal de la machine, le glissement est faible et il est alors légitime de négliger R_s devant $\frac{R_r''}{g}$ (figure 8.18). Cette approximation ne doit bien sûr pas être faite si le glissement varie dans une large plage.

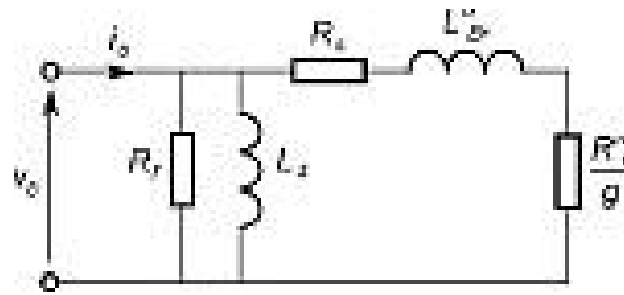


Figure 8.17 – Simplification du schéma par report de la branche R'_r, L'_s à l'entrée.

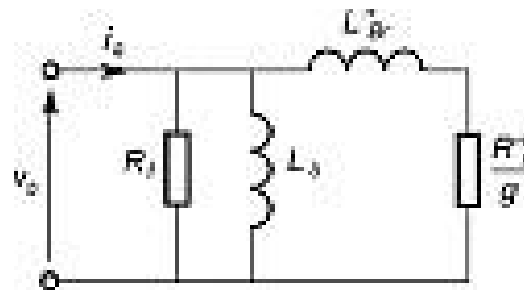


Figure 8.18 – Simplification du schéma par omission de la résistance du stator.

□ Notations allégées

Souvent, il n'est pas nécessaire de connaître l'origine des différents paramètres du modèle car ceux-ci sont déterminés par des essais. Il est alors commode de simplifier les notations en évitant les différents indices introduits jusqu'ici (*figure 8.19*).

Ce type de schéma équivalent est souvent utilisé pour une étude sur le papier car il conduit à des calculs simples. Rappelons néanmoins qu'il

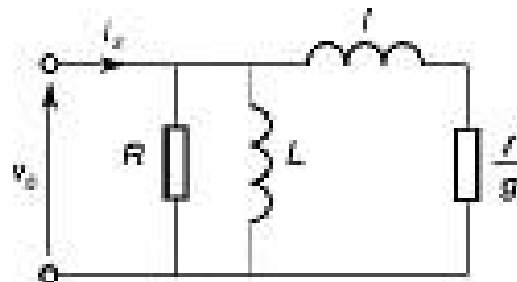


Figure 8.19 – Schéma aux notations allégées.

conduit à des résultats de précision très médiocre. Il faut donc le manier avec précautions et l'éviter pour une modélisation numérique de la machine quand la relative complication des calculs n'a que peu d'importance.

8.4 Puissances et rendement

8.4.1 Bilan des puissances actives

La puissance active appelée par le moteur au réseau est :

$$P_s = 3V_s I_s \cos \varphi_s$$

Le stator est le siège de pertes ferromagnétiques p_{fs} et de pertes par effet Joule p_{js} :

$$p_{js} = 3R_s I_s^2$$

La puissance électromagnétique transmise à travers l'entrefer est :

$$P_e = P_s - p_{js} - p_{fs}$$

Le rotor est le siège de pertes ferromagnétiques p_{fr} et de pertes par effet Joule p_{jr} :

$$p_{jr} = 3R_r I_r^2$$

La puissance mécanique interne (c'est-à-dire la partie de la puissance électrique transformée en puissance mécanique) est :

$$P_m = P_e - p_{jr} - p_{fr}$$

Pour obtenir la puissance utile P_u , c'est-à-dire celle qui est utilisable par la charge entraînée, il reste à retrancher les pertes mécaniques p_m :

$$P_u = P_m - p_m$$

Ce bilan permet de tracer le diagramme des puissances (*figure 8.20*).

Lorsque le moteur est branché sur le réseau, le glissement en fonctionnement normal est faible. La fréquence $f_r = g f_s$ des courants rotoriques est beaucoup plus petite que celle des courants statoriques f_s , et les pertes

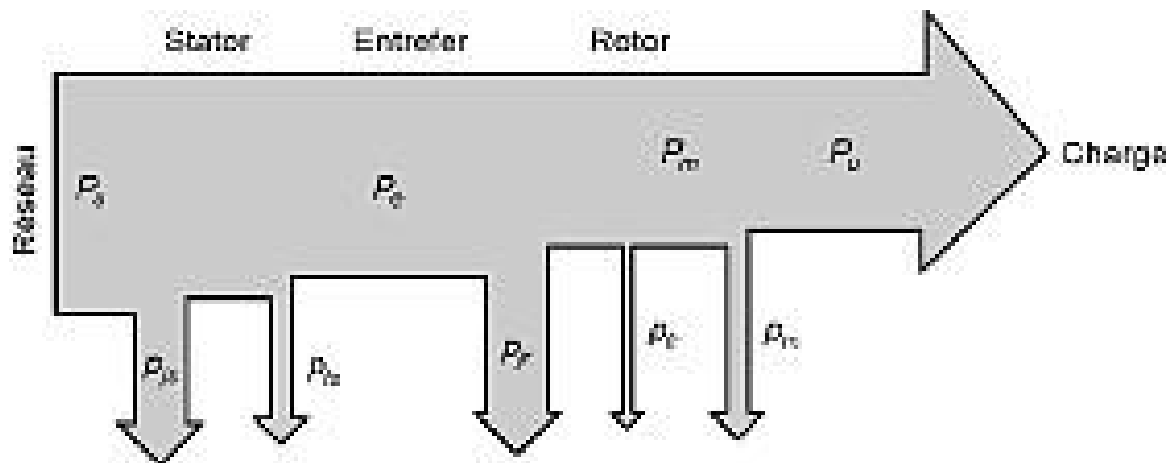


Figure 8.20 – Diagramme des puissances.

ferromagnétiques au rotor sont alors négligeables. Par contre, quand le moteur est alimenté par un convertisseur électronique, ces pertes interviennent beaucoup plus.

8.4.2 Relation entre puissance transmise et pertes par effet Joule au rotor

Les pertes par effet Joule au rotor s'expriment en fonction de la puissance transmise et du glissement :

$$p_{jr} = gP_e$$

Cette expression montre que les fonctionnements à glissement élevé augmentent les pertes par effet Joule au rotor.

8.4.3 Relation entre puissance transmise et puissance mécanique interne

Quand les pertes ferromagnétiques au rotor sont négligeables, nous pouvons écrire :

$$P_m = (1 - g)P_e$$

Cette relation reste sensiblement vérifiée lorsque les pertes ferromagnétiques au rotor ne sont pas négligeables.

8.4.4 Bilan des puissances réactives

La puissance réactive appelée par le moteur au réseau est :

$$Q_s = 3V_s I_s \sin \varphi_s$$

Elle est la somme de la puissance réactive Q_m consommée pour l'aimantation du circuit magnétique principal et des puissances réactives $3l_s \omega_s I_s^2$ et $3l_r \omega_s I_r^2$ nécessaires pour les circuits magnétiques de fuites :

$$Q_s = Q_m + 3l_s \omega_s I_s^2 + 3l_r \omega_s I_r^2$$

Les trois termes de la somme étant positifs, nous constatons qu'une machine asynchrone consomme toujours de la puissance réactive, quel que soit son type de fonctionnement.

8.4.5 Rendement

Le rendement est défini comme le rapport de la puissance utile à la puissance appelée par le moteur :

$$\eta = \frac{P_u}{P_s}$$

Compte tenu des relations entre les puissances, nous avons :

$$\eta < 1 - g$$

Cette inégalité montre de nouveau l'intérêt d'un fonctionnement à faible glissement.

8.5 Couple électromagnétique

8.5.1 Principe du calcul

Le moment du couple électromagnétique est égal au quotient de la puissance mécanique interne P_m par la vitesse de rotation du rotor ω_m :

$$\gamma = \frac{P_m}{\omega_m}$$

soit :

$$\gamma = \frac{P_e}{\Omega_s}$$

Dans le modèle avec inductances de fuites partielles, c'est la résistance $\frac{R'_r}{g}$ qui consomme la puissance transmise :

$$\gamma = \frac{3 \frac{R'_r}{g} I_r'^2}{\Omega_s}$$

Dans le modèle avec inductances de fuites totalisées au rotor, c'est la résistance $\frac{R''_r}{g}$ qui consomme la puissance transmise :

$$\gamma = \frac{3 \frac{R''_r}{g} I_r''^2}{\Omega_s}$$

8.5.2 Transformation du schéma équivalent par le théorème de Thévenin

Le calcul de I_r' se fait avec le schéma équivalent. Comme on l'a signalé plus haut, il faut conserver le schéma équivalent exact pour avoir un résultat précis, malgré la relative complexité du calcul. Choisissons de partir du modèle avec inductances de fuites partielles et appliquons le théorème de Thévenin à une partie du circuit, après passage aux grandeurs complexes (*figure 8.21*).

Posons :

$$x_s = l_s \omega_s$$

$$x'_r = l'_r \omega$$

$$X_s = L_s \omega_s$$

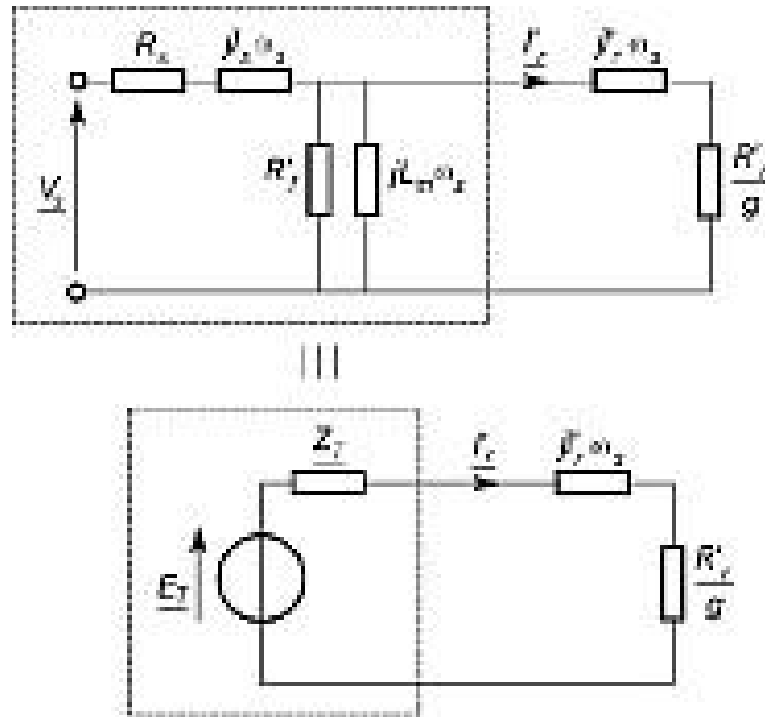


Figure 8.21 – Transformation du schéma équivalent par le théorème de Thévenin.

La force électromotrice $\underline{E}_T$ et l'impédance $\underline{Z}_T$ du générateur de Thévenin s'expriment par :

$$\underline{E}_T = \frac{\frac{jX_s}{1 + j\frac{X_s}{R_f}}}{R_s + jx_s + \frac{jX_s}{1 + j\frac{X_s}{R_f}}} \underline{V}_s$$

$$\underline{Z}_T = \frac{(R_s + jx_s) \frac{jX_s}{1 + j\frac{X_s}{R_f}}}{R_s + jx_s + \frac{jX_s}{1 + j\frac{X_s}{R_f}}}$$

Pour des moteurs de faible puissance, il faut conserver les formules complètes. Par contre, pour des moteurs de forte ou de moyenne puissance, l'influence des pertes ferromagnétiques est minime et donc R_f est assez élevée pour pouvoir simplifier les expressions :

$$\underline{E_T} = \frac{jX_s}{R_s + j(X_s + x_s)} V_s$$

$$\underline{Z_T} = \frac{(R_s + jx_s)jX_s}{R_s + j(X_s + x_s)}$$

Dans tous les cas, nous mettons l'impédance sous forme cartésienne :

$$\underline{Z_T} = R_T + jX_T$$

8.5.3 Expression du moment du couple

Le moment du couple électromagnétique s'exprime en fonction de la valeur efficace E_T de la force électromotrice du générateur de Thévenin, de sa résistance R_T et de sa réactance X_T , de la résistance R'_r et de la réactance de fuites x'_r du rotor ramenées au stator, de la vitesse synchrone Ω_s et du glissement g :

$$\gamma = \frac{3 \frac{R'_r}{g} E_T^2}{\Omega_s \left[\left(R_T + \frac{R'_r}{g} \right)^2 + (X_T + x'_r)^2 \right]}$$

Le moment du couple électromagnétique est proportionnel à E_T^2 , donc au carré de la tension efficace V_s appliquée au stator du moteur asynchrone.

8.5.4 Courbe du moment du couple en fonction du glissement

■ Couple aux faibles glissements

Aux faibles glissements (qui correspondent au fonctionnement normal du moteur), le moment du couple électromagnétique est proportionnel au glissement :

$$\gamma \approx \frac{3E_T^2}{\Omega_S} \frac{g}{R_r'}$$

Cette formule très simple est importante car elle s'applique systématiquement pour le régime nominal du moteur.

■ Couple maximal

Le glissement g_m qui rend maximal le moment du couple est :

$$g_m = \frac{R_r'}{\sqrt{R_T^2 + (X_T + x_r')^2}}$$

Le moment maximal $\gamma_{\max}$ du couple est :

$$\gamma_{\max} = \frac{3E_T^2}{2\Omega_S \left[R_T + \sqrt{R_T^2 + (X_T + x_r')^2} \right]}$$

Le glissement correspondant au couple maximal est proportionnel à la résistance du circuit du rotor, mais le moment du couple maximal est indépendant de cette résistance. Si le moment du couple extérieur devient supérieur à $\gamma_{\max}$, la machine décroche. De ce fait, g_m est nommé glissement au décrochage, et $\gamma_{\max}$, moment du couple de décrochage.

■ Couple de démarrage

L'expression du moment du couple de démarrage est :

$$\gamma_d = \frac{3R_r'E_T^2}{\Omega_S \left[(R_T + R_r')^2 + (X_T + x_r')^2 \right]}$$

■ Tracé de la courbe

La formule établie plus haut permet le tracé de la courbe du moment du couple en fonction du glissement, celui-ci étant compris entre 0 et 1 pour un fonctionnement en moteur (*figure 8.22*).

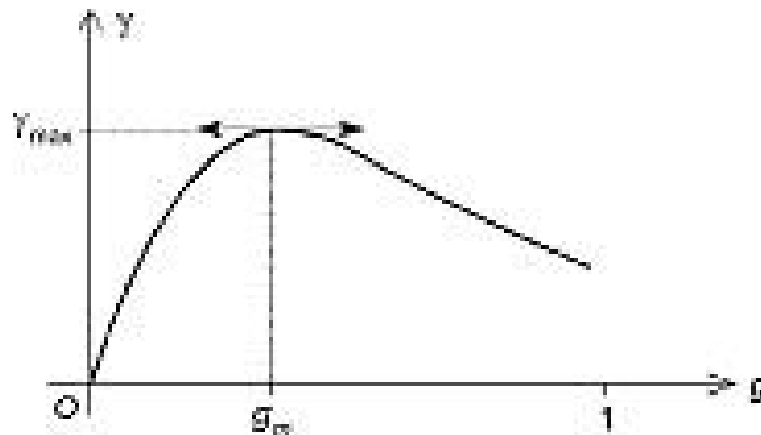


Figure 8.22 – Courbe du moment du couple en fonction du glissement pour un fonctionnement en moteur.

■ Extension du fonctionnement

Dans certains fonctionnements particuliers, il est possible d'obtenir des valeurs de glissement en dehors de l'intervalle considéré jusqu'à présent : un glissement supérieur à 1 correspond à un fonctionnement en freinage (inversion du sens de rotation de la tension magnétique tournante du sta-

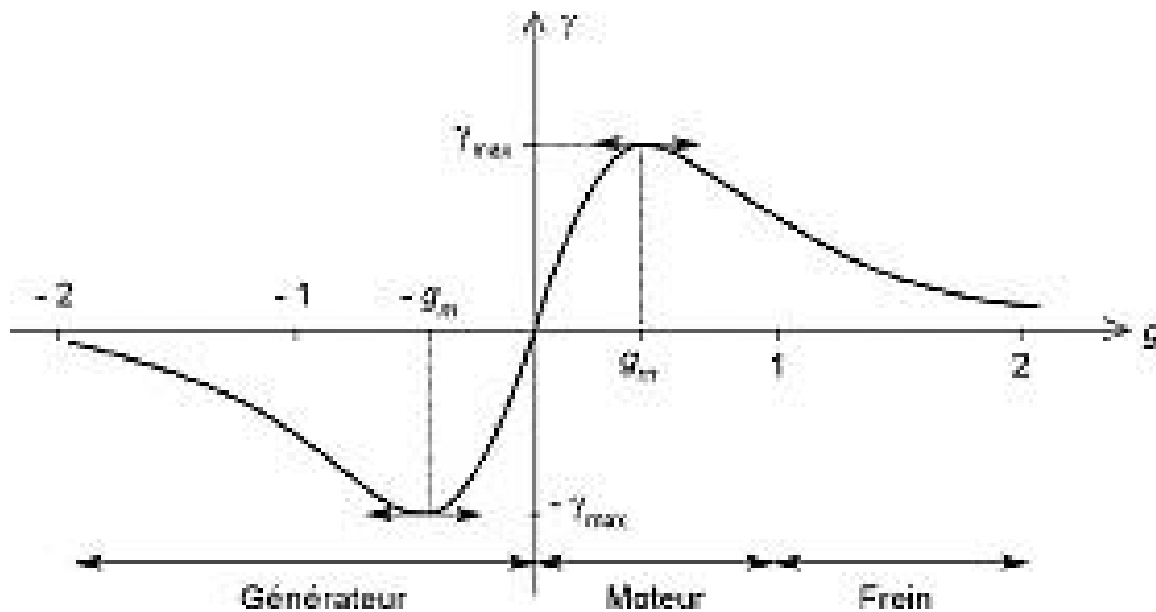


Figure 8.23 – Courbe de couple étendue aux fonctionnements en frein et en générateur.

tor), et un glissement négatif se rencontre dans un fonctionnement en générateur (entraînement de la machine par sa charge à une vitesse supérieure à la vitesse de synchronisme). On peut compléter la courbe de couple (*figure 8.23*). La courbe est symétrique par rapport au point O puisque la fonction est impaire.

■ Caractéristique mécanique

Les caractéristiques des charges mécaniques représentent le moment du couple résistant en fonction de la vitesse de rotation. Il est donc commode d'utiliser le même type de coordonnées pour caractériser le moteur. Compte tenu de la relation entre glissement et vitesse, on trace la courbe du moment du couple en fonction de la vitesse de rotation (*figure 8.24*).

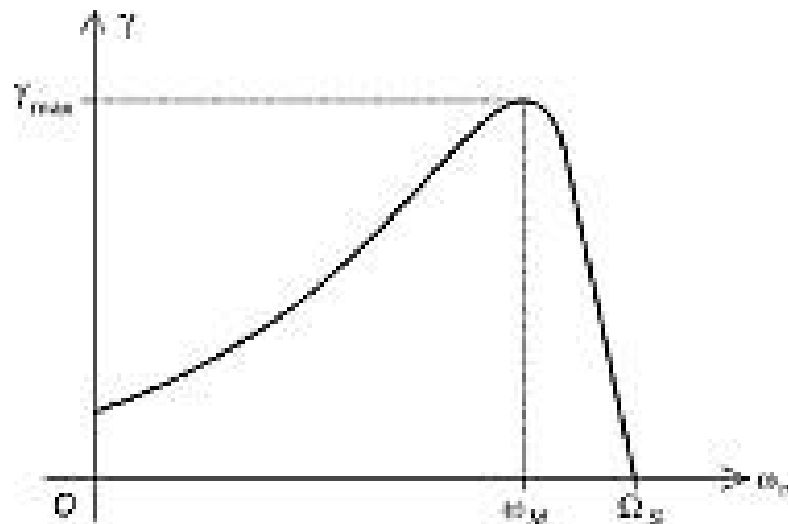


Figure 8.24 – Courbe du moment du couple en fonction de la vitesse de rotation.

■ Caractéristique réduite

Il est parfois intéressant de travailler avec des variables réduites en rapportant le moment du couple à son maximum et le glissement à la valeur qui correspond à ce maximum. La formule devient :

$$\frac{\gamma}{\gamma_{\max}} = \frac{2(1 + \epsilon)}{\frac{g_m}{g} + \frac{g}{g_m} + 2\epsilon}$$

en posant :

$$\varepsilon = \frac{R_T}{\sqrt{R_T^2 + (X_T + x'_r)^2}}$$

Compte tenu que le paramètre ε est relativement faible, une expression approchée peut souvent être utilisée :

$$\frac{\gamma}{\gamma_{\max}} \approx \frac{2}{\frac{g_m}{g} + \frac{g}{g_m}}$$

Remarque

Cette formule aurait été établie beaucoup plus rapidement en utilisant dès le départ un schéma équivalent simplifié qui néglige l'effet de la résistance statorique ou qui reporte l'inductance magnétisante à l'entrée, mais nous n'aurions alors pas pu chiffrer l'erreur commise, et les expressions obtenues pour $\gamma_{\max}$ et g_m auraient été beaucoup moins précises.

8.5.5 Autre expression

Une autre formule pour le moment du couple électromagnétique peut être obtenue en utilisant le modèle avec inductances de fuites totalisées au rotor en introduisant la valeur efficace Ψ_s du flux total statorique :

$$\gamma = 3p\omega_s \frac{\frac{R_r''}{g}}{\frac{R_r''^2}{g^2} + L_{Br}''^2 \omega_s^2} \Psi_s^2$$

8.5.6 Cas d'une alimentation en courant

Quand le courant statorique est imposé, il est intéressant d'utiliser une formule différente pour le moment du couple électromagnétique :

$$\gamma = 3p \frac{\frac{R_r''}{g} L_s^2 \omega_s}{\frac{R_r''^2}{g^2} + (L_s + L_{Br}'')^2 \omega_s^2} I_s^2$$

8.6 Cage d'écureuil

La modélisation du moteur asynchrone se fait au départ en considérant que le rotor porte un enroulement triphasé, car cela facilite l'étude. Pourtant, le rotor est la plupart du temps une cage d'écureuil. Une étude plus précise de cette cage permet de montrer que le fonctionnement obtenu est le même.

8.6.1 Relation entre les courants dans les barres et les courants dans les anneaux

Considérons une cage d'écureuil qui possède N_b barres distantes d'un angle $\alpha = \frac{2\pi}{N_b}$ (figure 8.25).

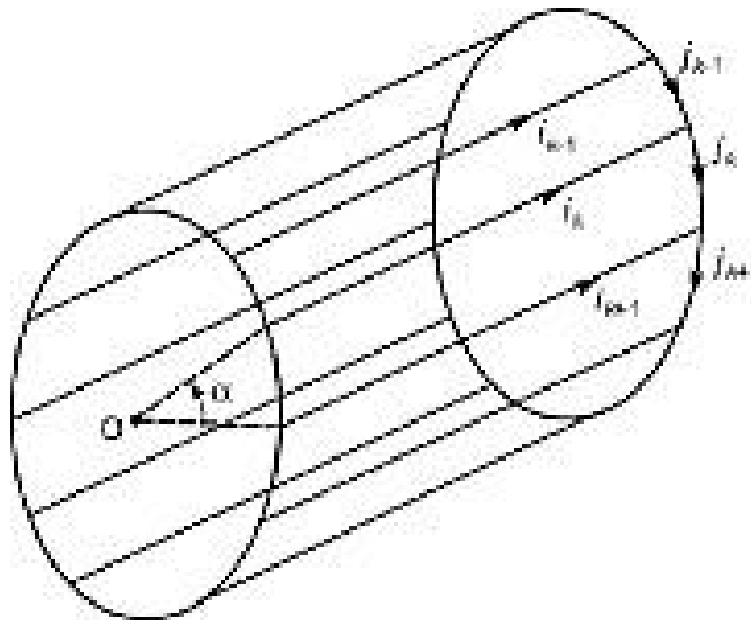


Figure 8.25 – Courants dans une cage d'écureuil.

Appelons i_k l'intensité du courant dans la barre numéro k , et j_k l'intensité du courant dans la partie d'anneau de court-circuit située entre les barres k et $k + 1$. Ces grandeurs sont sinusoïdales, de pulsation $\omega_r = g\omega_s$. Compte

tenu de la symétrie du dispositif, tous les courants dans les barres ont même intensité efficace I , et tous les courants dans les portions d'anneau ont même intensité efficace J . De plus, les courants dans deux barres ou deux portions d'anneau successives sont déphasés d'un angle $\varphi = p\alpha$. La loi des nœuds à la jonction de la barre k avec un anneau de court-circuit s'écrit :

$$i_k = j_k - j_{k-1}$$

Nous pouvons ainsi tracer le diagramme de Fresnel qui correspond à une étoile pour les courants dans les portions d'anneau et à un polygone pour les courants dans les barres (figure 8.26).

La relation entre les grandeurs complexes associées aux courants s'écrit :

$$\underline{I}_k = 2\underline{J}_k e^{j\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\varphi}{2}\right)} \sin \frac{\varphi}{2}$$

Pour les valeurs efficaces, la relation est donc :

$$I = 2J \sin \frac{\varphi}{2} = 2J \sin \frac{p\alpha}{2}$$

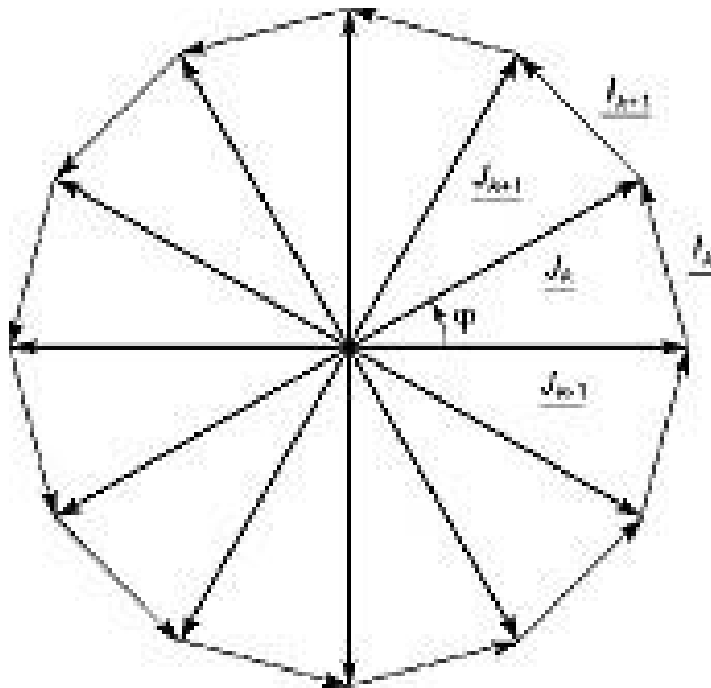


Figure 8.26 – Diagramme de Fresnel des courants dans une cage.

Cette formule peut être mise sous la forme :

$$I = 2J \sin p \frac{\pi}{N_b}$$

Cette dernière relation est connue sous le nom de formule d'Arnold.

8.6.2 Impédance équivalente à une barre

Chaque barre a une résistance r_b et une inductance de fuites l_b et chaque portion d'anneau a une résistance r_a et une inductance de fuites l_a . La barre numéro k est le siège d'une force électromotrice induite e_k . Utilisons les grandeurs complexes et posons :

$$\underline{z}_a = r_a + j l_a \omega_r$$

$$\underline{z}_b = r_b + j l_b \omega_r$$

La loi des mailles conduit à la relation :

$$\underline{E}_k = \underline{Z} \underline{I}_k$$

avec :

$$\underline{Z} = \underline{z}_b + \frac{\underline{z}_a}{2 \sin^2 \frac{\varphi}{2}}$$

Tout se passe comme si chaque barre était court-circuitée sur elle-même et présentait une impédance fictive $\underline{Z}$, appelée impédance équivalente à une barre.

8.6.3 Tension magnétique tournante

Le rotor n'a pas un nombre de pôles défini : il prend le nombre de pôles du stator. Choisissons le cas d'un moteur bipolaire : le cas général s'en déduit avec la notion d'angle électrique. La tension magnétique d'entre-

fer créée par ce rotor en un point M repéré par l'angle θ dans un repère lié au rotor est :

$$\mathcal{U} = \frac{N_b I_M}{2\pi} \cos(\omega_r t - \theta)$$

Il s'agit d'une tension magnétique tournante à répartition sinusoïdale, de vitesse angulaire $\omega_r = g\omega_s$ par rapport à la cage. Comme celle-ci se déplace à la vitesse $\omega = (1 - g)\omega_s$, la tension magnétique tournante a une vitesse $\omega_r + \omega = \omega_s$ par rapport au stator : les tensions magnétiques tournantes du stator et du rotor sont bien synchrones.

Si le moteur a p paires de pôles, le résultat est identique, mais avec des angles électriques, ce qui montre que la tension magnétique tournante a alors une vitesse $\frac{\omega_r}{p}$ par rapport au rotor.

8.7 Mise en œuvre des moteurs asynchrones

Le moteur asynchrone branché sur le réseau est alimenté à fréquence fixe. Il est alors nécessaire de se préoccuper de son démarrage. Quelques procédés permettent une variation de vitesse, mais avec des performances médiocres. L'utilisation d'un moteur à rotor bobiné apporte plus de souplesse, mais reste une solution réservée à quelques usages particuliers. L'alimentation à fréquence variable par un convertisseur électronique permet d'obtenir d'excellentes performances avec un moteur à cage.

8.7.1 Moteur asynchrone à cage alimenté à fréquence fixe

■ Démarrage

□ Démarrage direct

La caractéristique mécanique d'un moteur asynchrone montre qu'il existe un couple à vitesse nulle. Il est donc possible de démarrer la machine en la branchant directement sur le réseau. Le moteur étant soumis brusquement à sa pleine tension, il en résulte une pointe de courant impor-

tante (5 à 8 fois l'intensité nominale). Cette surintensité de courte durée est supportée par le moteur, mais elle provoque une chute de tension dans les lignes d'alimentation, ce qui peut entraîner des perturbations sur d'autres récepteurs branchés dans le voisinage. L'adoption de ce mode de démarrage n'est donc envisageable que si ces troubles sont acceptables pour le réseau. Cette solution, quand elle est possible, est évidemment la plus simple et la moins coûteuse.

☐ **Amélioration des performances au démarrage à la construction du moteur**

Certains moteurs destinés à être alimenté directement sur le secteur sont conçus de façon à améliorer leurs performances au démarrage. Deux solutions sont rencontrées : les moteurs à double cage et les moteurs à encoches profondes.

Moteur à double cage

Le moteur à double cage de Boucherot possède deux cages au rotor (*figure 8.27*). La cage externe (nommée cage de démarrage) a une résistance et une inductance de fuites plus élevées que la cage interne (nommée cage de travail). Les deux cages sont reliées par un passage étroit. La différence de résistance est obtenue par une section plus faible pour les barres de la cage externe et éventuellement par une résistivité plus grande du matériau utilisé. Pendant le démarrage, les courants induits dans la cage externe font un effet d'écran électromagnétique qui empêche la pénétration du champ statorique dans la masse du rotor. Les courants induits dans la cage interne sont faibles et tout se passe comme si le moteur démarrait avec sa seule cage externe, de forte résistance. Lorsque la vitesse augmente, l'intensité des courants induits diminue et l'effet d'écran s'atténue. L'essentiel du courant parcourt la cage interne peu résistive. Tout se passe comme si le moteur fonctionnait en régime permanent avec sa seule cage interne de faible résistance. On concilie ainsi un couple de démarrage important et un fonctionnement permanent à faible glissement. L'inconvénient est que le facteur de puissance est faible du fait de la consommation de puissance réactive due aux fuites magnétiques importantes de la cage interne.

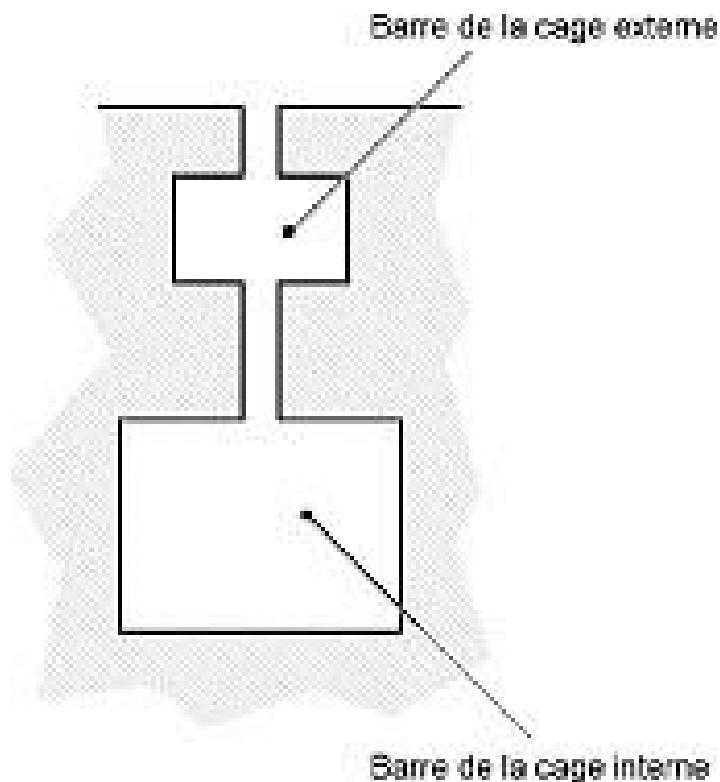


Figure 8.27 – Encoche d'un moteur à double cage.

Moteur à encoches profondes

Un résultat similaire au précédent peut être obtenu en utilisant une cage unique formée de barres hautes placées dans des encoches qui s'enfoncent profondément dans le rotor (*figure 8.28*). L'effet de peau limite la pénétration du champ magnétique dans le rotor, et ce, d'autant plus que la fréquence est élevée. À la mise sous tension, le rotor est immobile et les courants induits dans les barres rotoriques, à la fréquence de l'alimentation du stator se concentrent à la périphérie du rotor, ce qui correspond à une cage de forte résistance. Quand la vitesse augmente, la fréquence des courants induits diminue et la profondeur de pénétration du champ magnétique augmente. La cage présente ainsi une résistance plus faible en régime permanent.

D'autres profils d'encoches sont possibles (*figure 8.29*) : la forme trapézoïdale, en L ou en T renversé. Le but est d'accentuer le phénomène d'effet de peau en augmentant la largeur des parties plus profondes des barres.

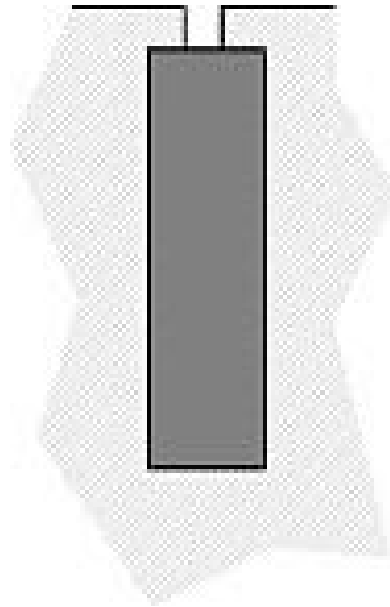


Figure 8.28 – Barre dans une encoche profonde.

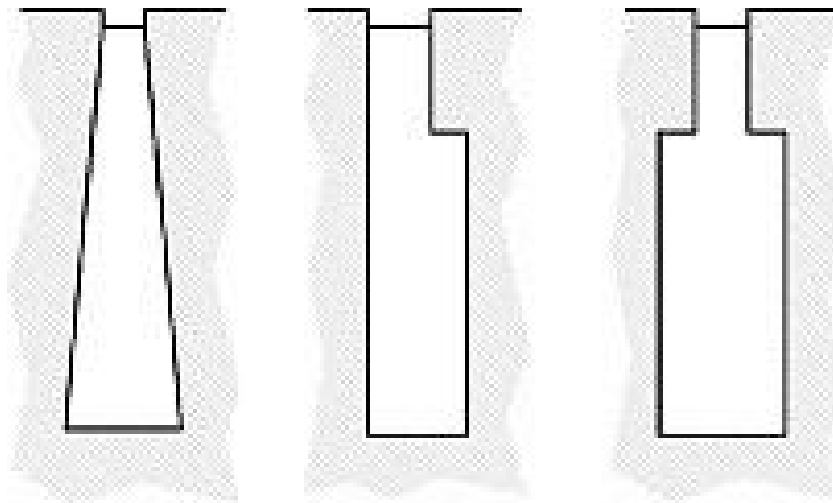


Figure 8.29 – Divers profils d'encoches.

☐ Dispositifs de démarrage

Lorsque les caractéristiques de démarrage ne sont pas satisfaisantes, en particulier à cause d'un appel de courant trop important pour le réseau, il faut ajouter au moteur un dispositif de démarrage.

Démarrage avec insertion de résistances en série

Des résistances, métalliques ou électrolytiques, sont placées en série avec chaque phase du stator au moment du démarrage, puis éliminées quand le moteur a atteint sa vitesse de régime (*figure 8.30*). Dans un premier temps, on ferme l'interrupteur K_1 et on laisse ouvert K_2 . Le moteur démarre et la vitesse augmente. Lorsque celle-ci est suffisante, on ferme K_2 qui court-circuite les résistances, ce qui conduit alors à un branchement direct de la machine sur le réseau.

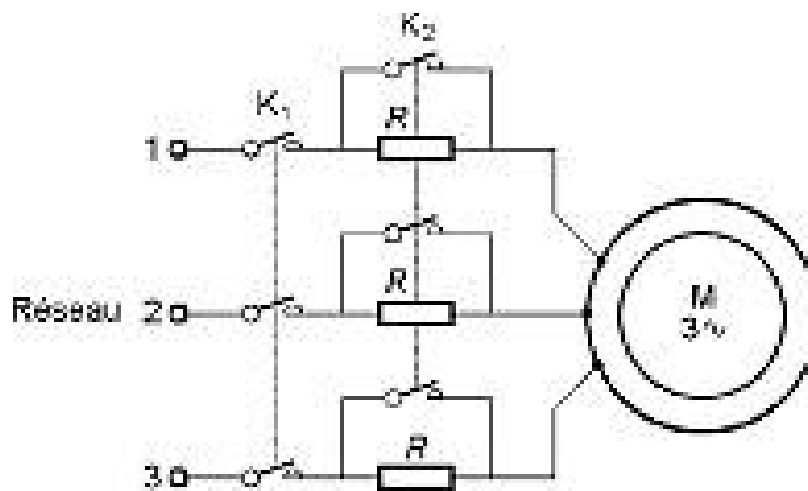


Figure 8.30 – Insertion d'une résistance en série dans chaque phase.

Des variations brutales du couple et du courant appelé se produisent à la fermeture de K_2 (*figure 8.31*). Pour le tracé des courbes, on a supposé que le point de fonctionnement se déplace sur la caractéristique statique, ce qui n'est pas le cas en régime transitoire. Toutefois, les variations de vitesse étant assez lentes, il est légitime de considérer le régime transitoire comme une succession de régimes permanents, au moins en première approximation ou pour un raisonnement purement qualitatif.

Pour améliorer les performances du démarrage, il est parfois nécessaire d'éliminer progressivement les résistances. Par exemple, chaque résistance peut être scindée en deux parties (*figure 8.32*). Dans un premier temps, on ferme l'interrupteur K_1 et on laisse ouvert K_2 et K_3 . Le moteur démarre. Pour une certaine vitesse, on ferme K_3 qui court-circuite une

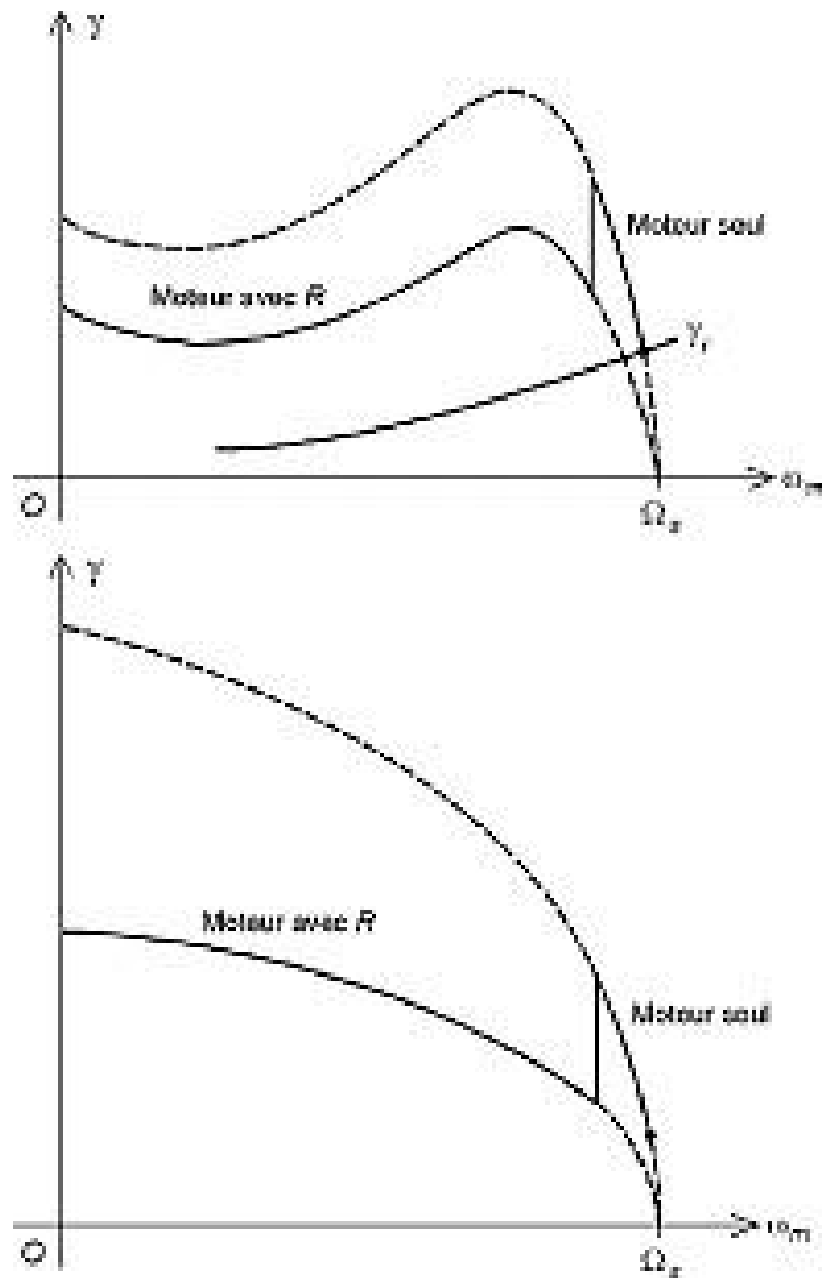


Figure 8.31 – Variations brusques du couple et du courant à la fermeture de l'interrupteur.

partie des résistances, puis, pour une vitesse plus grande, on ferme K_2 , ce qui conduit alors à un branchement direct de la machine sur le réseau.

Des variations brusques du couple et du courant appelé apparaissent à la fermeture des deux interrupteurs de court-circuit (*figure 8.33*). Il est

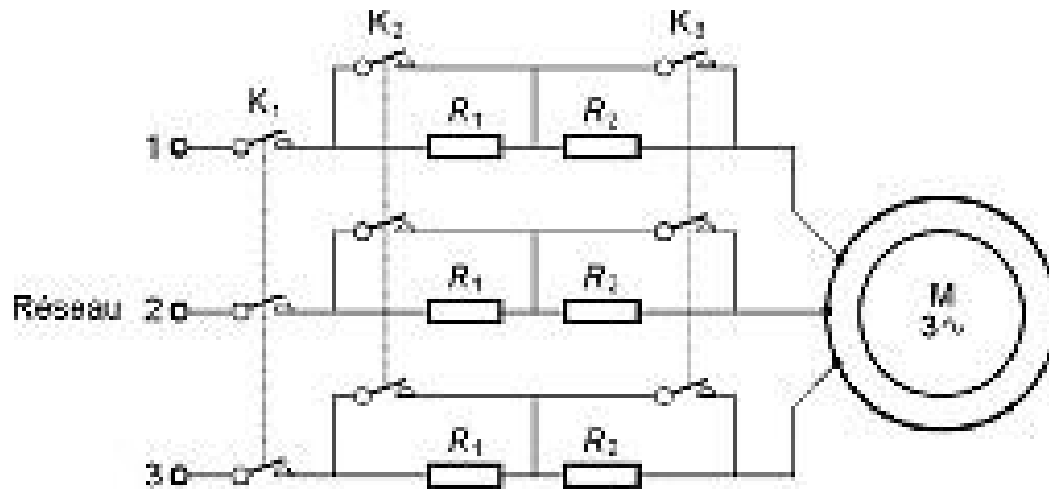


Figure 8.32 – Élimination des résistances en deux temps.

possible d'augmenter le nombre de résistances et d'interrupteurs, mais cela se fait au détriment de la fiabilité et du coût du dispositif.

L'emploi de résistances électrolytiques permet d'obtenir une variation continue, ce qui évite les augmentations brutales du couple et du courant. Un seul interrupteur est utilisé pour court-circuiter les résistances électrolytiques à la fin du processus alors que leur valeur est presque nulle.

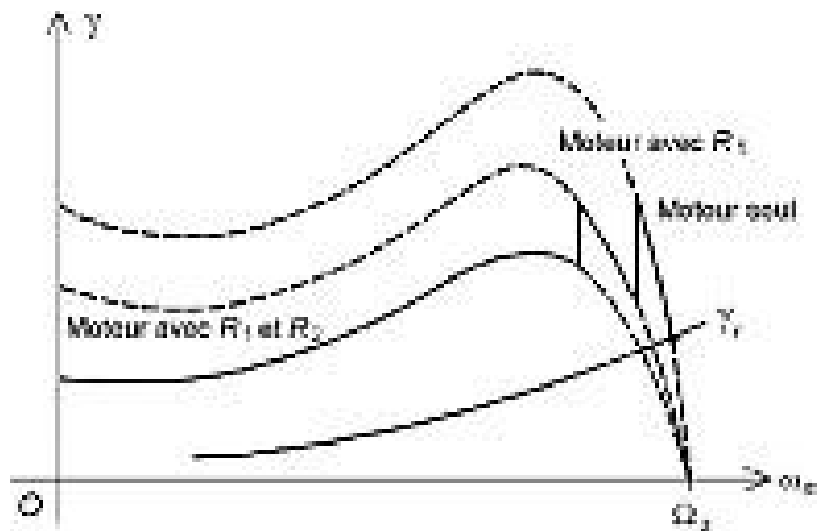


Figure 8.33 – Variations brusques du couple et du courant à la fermeture des interrupteurs.

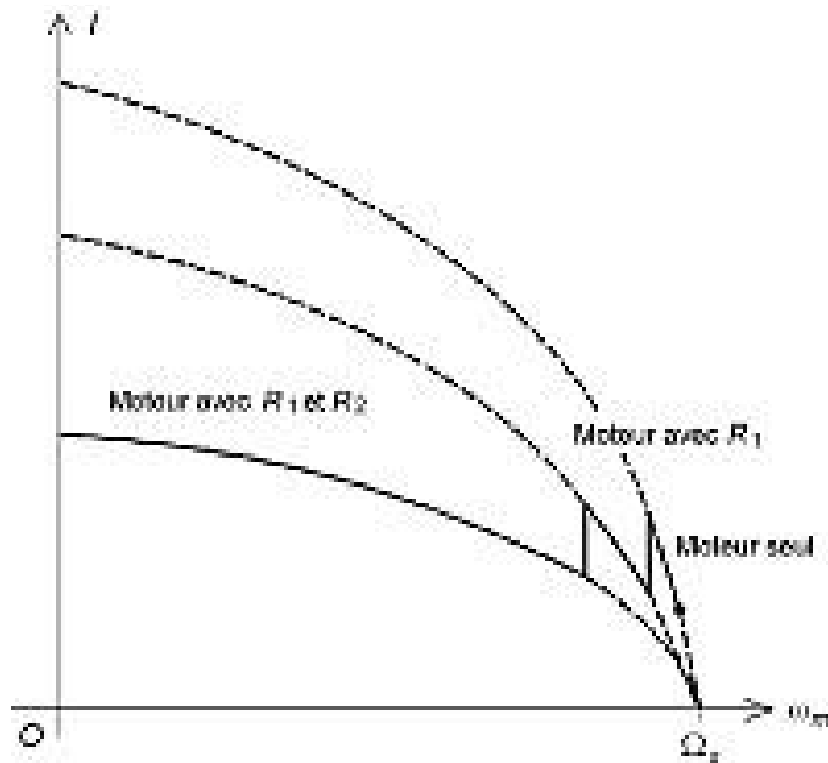


Figure 8.33 – Variations brusques du couple et du courant à la fermeture des interrupteurs (*suite*).

Le démarrage par résistances est la solution la plus simple pour réduire la surintensité au démarrage lorsqu'elle est excessive. Cependant, les performances sont très médiocres : le couple de démarrage est réduit, et une énergie importante est dissipée par effet Joule dans les résistances. Ce mode de démarrage ne peut être utilisé que pour des moteurs à basse tension de faible puissance.

Démarrage avec insertion de bobines en série

Le procédé est similaire au précédent, mais les résistances sont remplacées par des bobines (*figure 8.34*). Cette solution est meilleure sur le plan énergétique, mais le couple de démarrage reste toujours très limité. Ce mode de démarrage présente de l'intérêt pour les moteurs à haute tension de moyenne ou grande puissance.

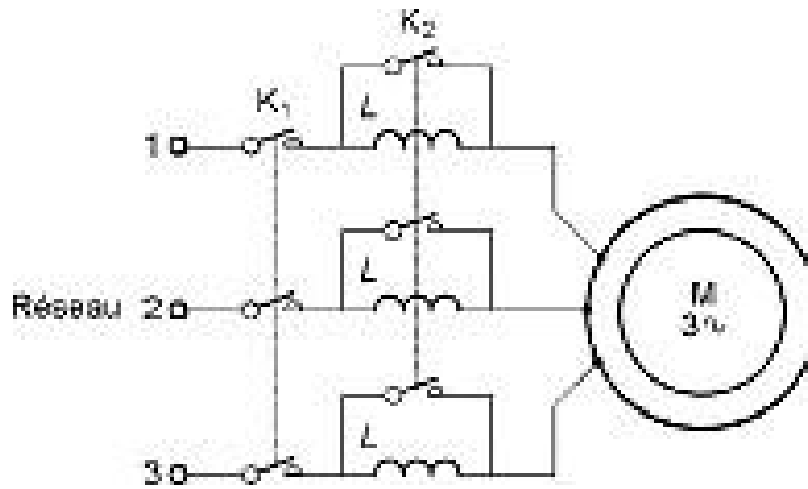


Figure 8.34 – Insertion d'une bobine en série dans chaque phase.

Démarrage étoile-triangle

Ce procédé s'applique aux moteurs construits pour fonctionner normalement avec un enroulement couplé en triangle et dont les six bornes des phases statoriques sont sorties. Au démarrage, le stator est momentanément branché en étoile, puis lorsque le rotor a pratiquement atteint sa vitesse de régime, le couplage passe en triangle.

La connexion en étoile divise par $\sqrt{3}$ la tension appliquée et donc le courant dans chaque phase par rapport au montage normal en triangle. De plus, pour ce dernier couplage, le courant en ligne est égal au courant dans une phase multiplié par $\sqrt{3}$. L'intensité en ligne au démarrage est donc divisée par 3. Le couple étant proportionnel au carré de la tension, il est également réduit dans un rapport 3. La commutation au couplage en triangle provoque un à-coup de couple et de courant (*figure 8.35*). Le tracé des courbes a été fait en considérant que le régime transitoire est assez lent pour pouvoir être considéré comme une succession de régimes permanents. En réalité, un régime transitoire rapide intervient au moment du changement de couplage car le commutateur coupe le courant pendant un bref instant. Il en résulte une démagnétisation du circuit magnétique suivie d'une magnétisation provoquant une pointe de courant.

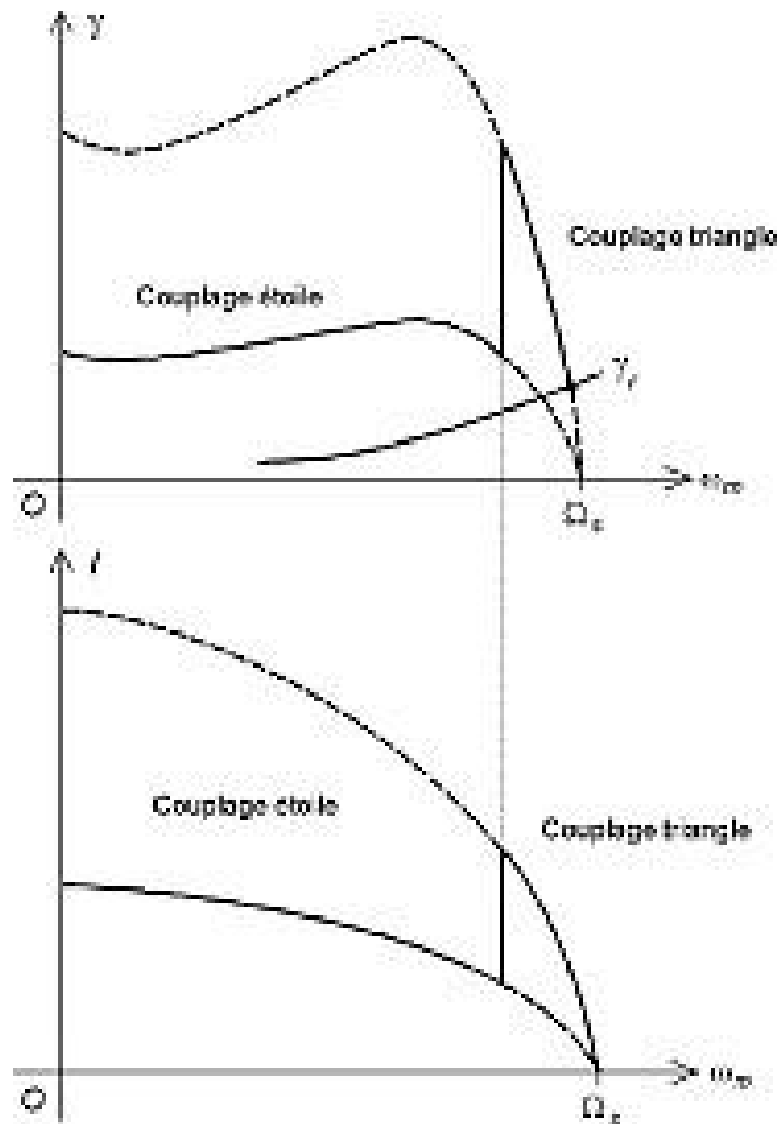


Figure 8.35 – Courbes du moment du couple électromagnétique et de l'intensité des courants en ligne en fonction de la fréquence de rotation lors d'un démarrage étoile-triangle.

C'est un mode de démarrage classique pour les moteurs basse tension de faible ou moyenne puissance. Il ne convient pas aux moteurs haute tension à cause de l'à-coup de courant lors du passage de l'étoile au triangle. Du fait de l'importante réduction du couple, cette solution n'est utilisable que pour les moteurs qui démarrent à vide ou avec une faible charge. Le changement de couplage peut être manuel ou automatique.

Démarrage par autotransformateur

Avec le démarrage par autotransformateur, il s'agit toujours de réduire la tension au moment du démarrage, mais sans interrompre l'alimentation du moteur (*figure 8.36*). La tension appliquée au moteur est multipliée par le rapport de transformation m (inférieur à 1). Il en est de même pour le courant appelé par le moteur. Par ailleurs, le courant demandé par le primaire de l'autotransformateur au réseau est approximativement égal au courant du secondaire multiplié par m . Le courant de démarrage demandé au réseau est donc multiplié par m^2 . Le couple étant proportionnel au carré de la tension, il est également multiplié par m^2 .

L'à-coup mécanique est beaucoup plus réduit qu'avec un démarrage étoile-triangle. Un autre avantage est que le couplage du moteur n'est pas nécessairement en triangle, ce qui est intéressant pour les moteurs à haute tension. Toutefois, le coût et l'encombrement de l'autotransformateur font que cette solution a toujours été marginale.

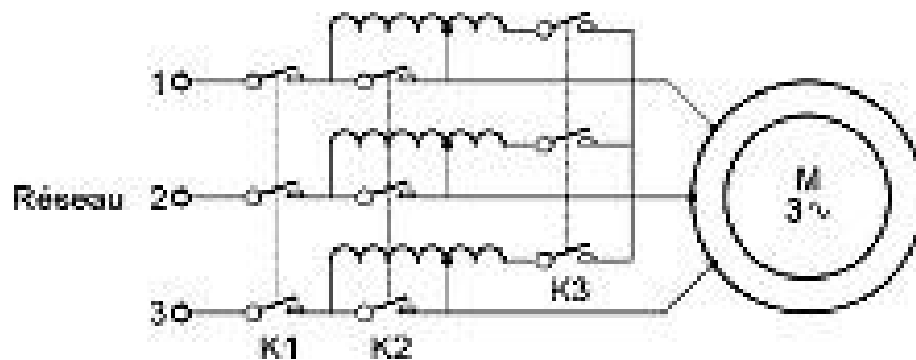


Figure 8.36 – Démarrage par autotransformateur.

Démarrage par gradateur

Un gradateur à thyristors, ou à triacs si la taille du moteur le permet, permet de faire varier progressivement la tension en réglant l'angle de retard à l'amorçage (*figure 8.37*). À la fin du démarrage, les thyristors ou les triacs sont en général court-circuités pour minimiser les pertes et prolonger leur durée de vie. Comme la somme des courants en ligne est nulle dans un branchement à trois fils, il suffit de commander le courant dans deux phases. Certains modèles de démarreurs progressifs ne com-

portent donc que deux triacs ou deux paires de thyristors (*figure 8.38*). Le résultat est similaire à celui obtenu avec un autotransformateur avec un encombrement moindre et un coût plus avantageux. Néanmoins, la tension obtenue n'est pas sinusoïdale et la présence des harmoniques est néfaste pour le comportement du moteur.

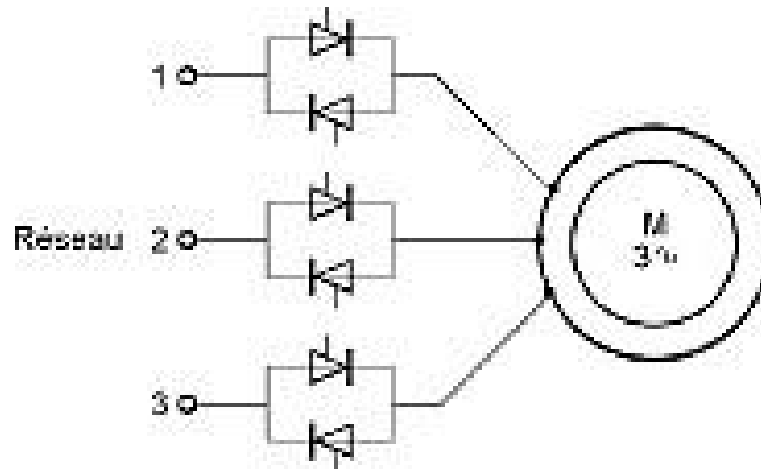


Figure 8.37 – Démarrage par gradateur triphasé.

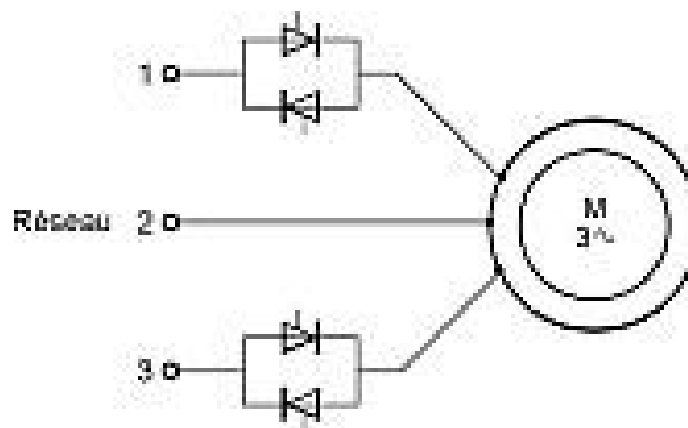


Figure 8.38 – Démarrage par gradateur sur deux phases.

■ Freinage

Pour arrêter un moteur, il suffit de couper son alimentation. Le processus est plus ou moins long selon l'inertie et les couples résistants pré-

sents. Dans certaines applications, il est nécessaire de freiner le moteur, soit dans le but de l'arrêter, soit pour simplement limiter une vitesse qui devient trop élevée. Plusieurs solutions peuvent être utilisées pour obtenir un freinage électrique.

□ Freinage hypersynchrone

Dans le domaine du levage ou des ascenseurs, la charge en descente entraîne le moteur et tend à lui imposer une vitesse supérieure à la vitesse de synchronisme. Dans ce cas, le moteur asynchrone freine spontanément. En effet, si un moteur asynchrone est entraîné au-delà de la vitesse de synchronisme, le glissement et le moment du couple électromagnétique deviennent négatifs : la machine fonctionne en générateur asynchrone. C'est alors la charge qui produit un couple moteur et la machine asynchrone qui oppose un couple résistant. Le point de fonctionnement en moteur, tel que M, passe à un point de fonctionnement en générateur, tel que G (figure 8.39).

Ce freinage se produisant pour une vitesse supérieure à la vitesse de synchronisme, il est qualifié d'hypersynchrone. L'énergie est renvoyée vers

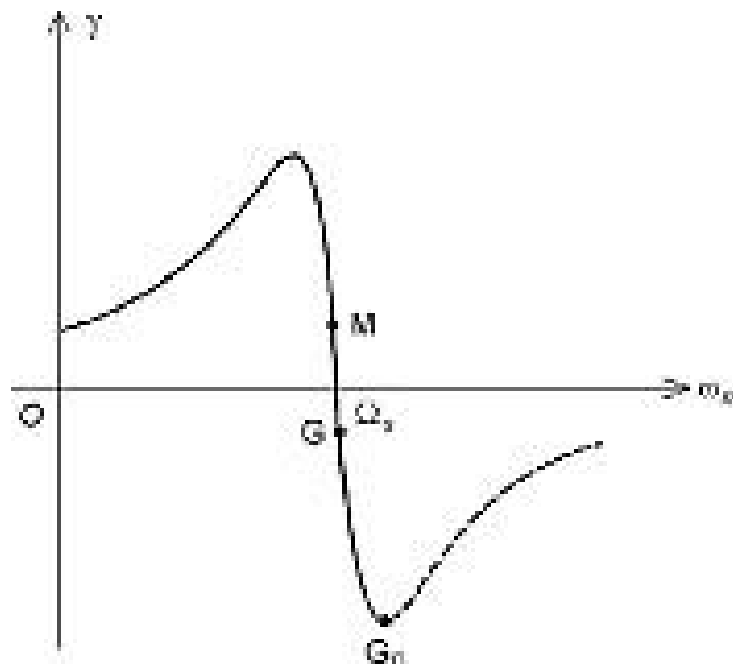


Figure 8.39 – Point de fonctionnement lors d'un freinage hypersynchrone.

le réseau : il s'agit d'un fonctionnement en récupération. Ce mode de freinage est assez spécifique : il permet d'éviter un emballement du moteur, mais en aucun cas de le ralentir en dessous du synchronisme. Il y a évidemment une limite pour le couple entraînant de la charge : il ne faut pas dépasser le point G_0 , sinon le couple résistant du moteur diminue, ce qui produit un emballement de la machine.

□ Freinage à contre-courant

Le freinage à contre-courant consiste à inverser le sens de rotation du champ tournant en permutant deux phases du stator. Il en résulte un couple résistant. La vitesse de synchronisme passe de Ω_s à $-\Omega_s$ et le glissement de $g = \frac{\Omega_s - \omega_m}{\Omega_s}$ à $g' = \frac{-\Omega_s - \omega_m}{-\Omega_s} = 2 - g$. Comme le glissement normal g est faible, le glissement g' au moment de l'inversion est de l'ordre de 2. Il en résulte un courant plus élevé et un couple plus faible que lors d'un démarrage. Avant d'utiliser ce mode de freinage, il faut donc vérifier que les caractéristiques du moteur l'autorisent. Ce n'est jamais le cas pour une machine à cage ordinaire, mais cela peut être possible pour des moteurs à cage résistante, à double cage ou à encoches profondes. Si le courant est excessif, il peut être limité par des résistances additionnelles, mais le couple de freinage est alors encore plus modeste (*figure 8.40*).

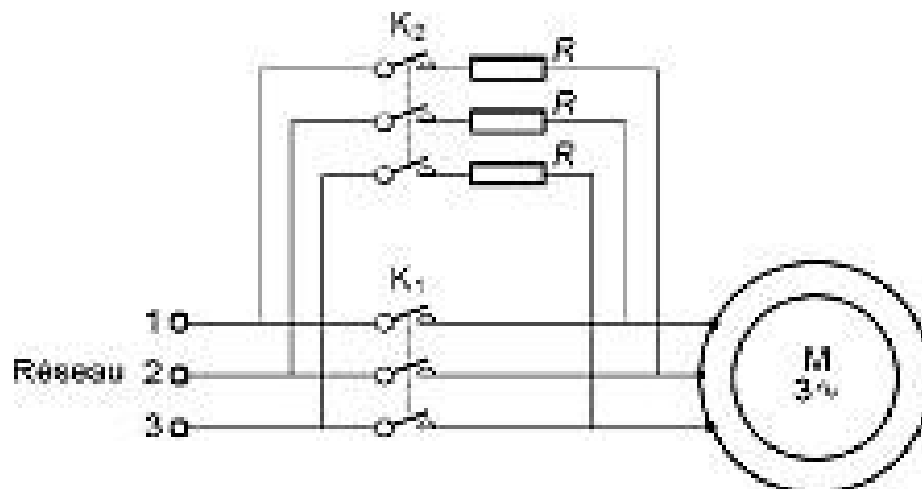


Figure 8.40 – Insertion de résistances lors d'un freinage à contre-courant.

Ce freinage s'effectue sans récupération : l'énergie est dissipée par effet Joule, d'autant plus que le réseau continue à fournir de l'énergie au moteur. Le moteur peut freiner jusqu'à l'arrêt, mais il faut alors couper l'alimentation sous peine de le voir repartir en sens inverse. Un capteur centrifuge permet de commander cette commutation. Ce mode de freinage n'est utilisé que pour des moteurs de petite ou moyenne puissance.

□ Freinage par injection de courant continu

L'alimentation triphasée du stator est débranchée et une source de tension continue est connectée entre deux bornes (*figure 8.41*). Il en résulte un champ magnétique fixe qui produit un couple résistant freinant le moteur. L'énergie cinétique de rotation est transformée en effet Joule dans le rotor. La machine se comporte comme un alternateur inversé (induit au rotor et inducteur au stator), dont l'induit est court-circuité.

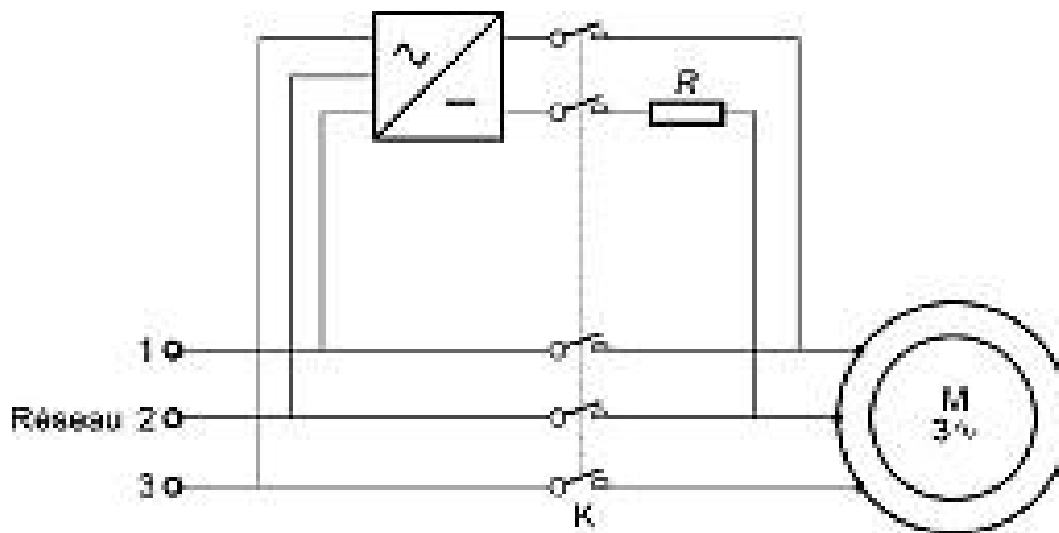


Figure 8.41 – Injection de courant continu.

■ Inversion du sens de rotation

Pour inverser le sens de rotation d'un moteur asynchrone, il suffit d'inverser le sens du champ tournant en permutant les connexions de deux phases de son alimentation.

■ Réglage de la vitesse

□ Changement du nombre de pôles

C'est une solution simple pour obtenir un moteur à deux vitesses. L'exemple le plus connu est le couplage Dahlander (*figure 8.42*). Deux bobines successives peuvent créer quatre pôles si elles sont montées en série, et deux pôles si elles sont montées en parallèle. Comme la vitesse de rotation du moteur est inversement proportionnelle au nombre de paires de pôles, sa valeur varie dans un rapport 2 lors du changement de connexion. Le moteur possède une petite vitesse ω_p et une grande vitesse ω_G :

$$\omega_G = 2\omega_p$$

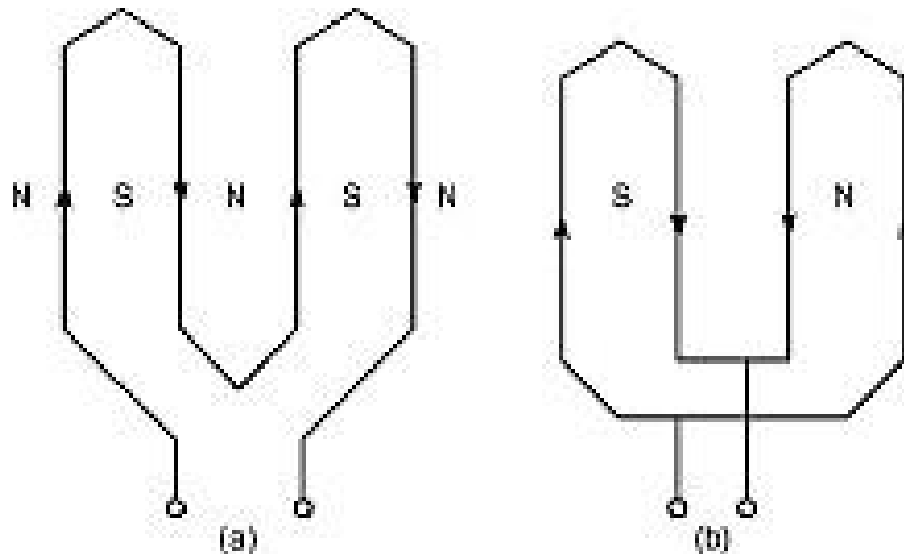


Figure 8.42 – Principe du couplage Dahlander.

Plusieurs configurations sont possibles pour les commutations de l'enroulement. Elles permettent de faire fonctionner le moteur dans de bonnes conditions pour les deux vitesses suivant le comportement de la charge. Dans un premier exemple, l'enroulement est couplé en étoile avec des bobines en série pour la petite vitesse, et en étoile avec des bobines en parallèle pour la grande vitesse (*figure 8.43*).

Le rapport des moments des couples est :

$$\frac{\gamma_G}{\gamma_P} = 1$$

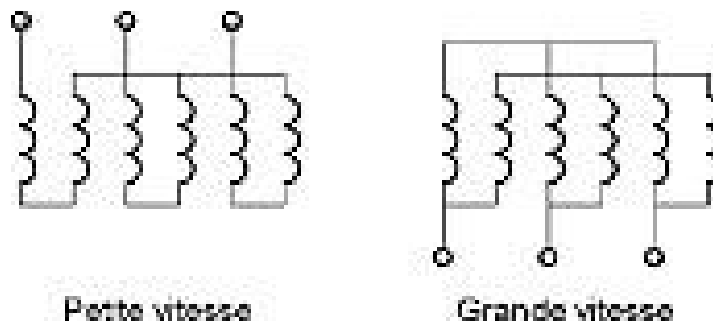


Figure 8.43 – Premier exemple de couplage Dahlander.

Cette solution convient pour les charges présentant un couple résistant constant (treuil, engins de levage).

Dans un second exemple, l'enroulement est couplé en triangle avec des bobines en série pour la petite vitesse et en étoile avec des bobines en parallèle pour la grande vitesse (figure 8.44).

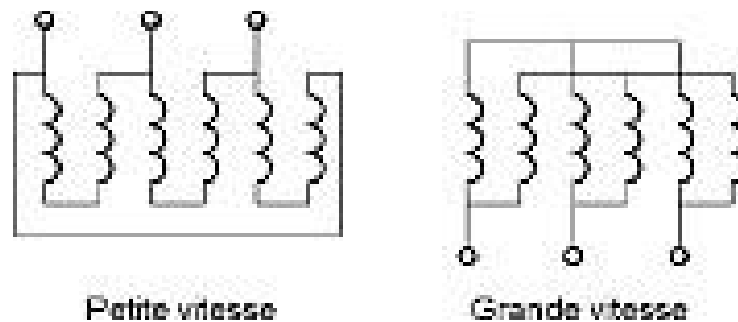


Figure 8.44 – Deuxième exemple de couplage Dahlander.

Le rapport des moments du couple est :

$$\frac{\gamma_G}{\gamma_P} = \frac{1}{\sqrt{3}} = 0,577$$

Le rapport des puissances est :

$$\frac{P_G}{P_P} = \frac{2}{\sqrt{3}} = 1,15$$

Cette solution convient pour une charge mécanique fonctionnant à puissance constante.

□ Modification de la tension d'alimentation

En changeant la valeur efficace des tensions appliquées au moteur, on modifie la caractéristique mécanique. La valeur du glissement correspondant au maximum du moment du couple n'est pas affectée (*figure 8.45*).

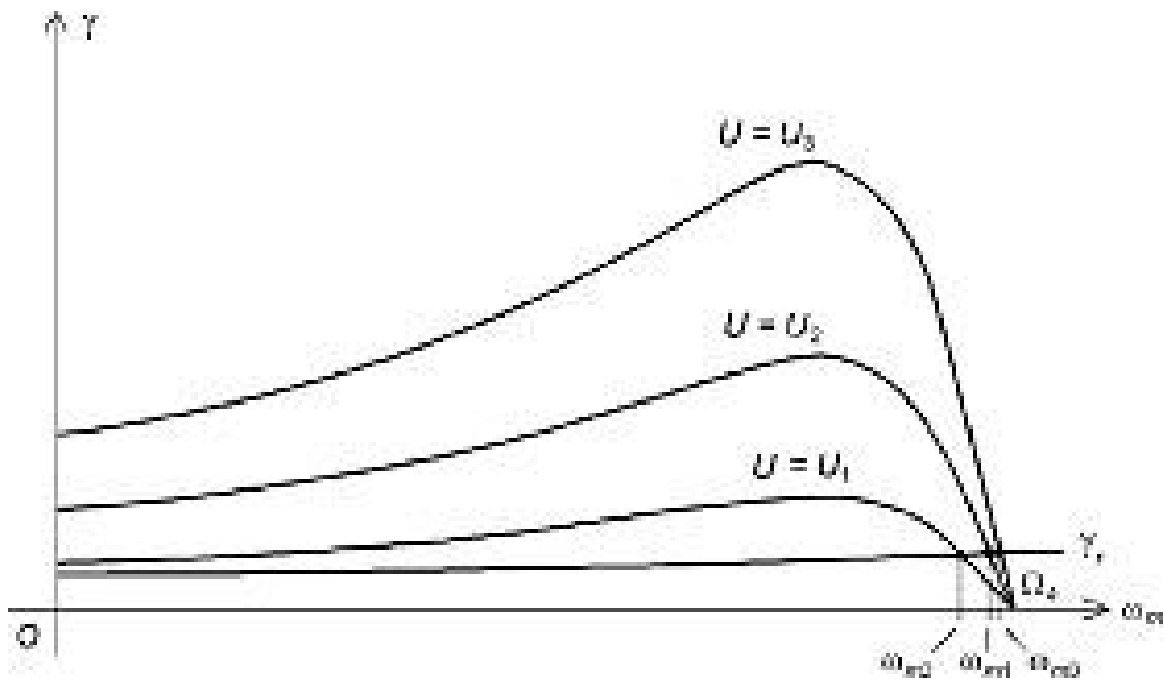


Figure 8.45 – Modification de la caractéristique mécanique.

La plage de réglage obtenue est assez limitée. Son étendue dépend du type de variation du couple résistant. Cette méthode est peu performante et elle ne convient que pour des charges présentant un couple résistant croissant avec la vitesse (pompe, compresseur, ventilateur).

La variation de la tension peut être obtenue par un autotransformateur à rapport de transformation réglable. Les tensions obtenues sont pratiquement sinusoïdales, mais le coût et l'encombrement de l'autotransformateur rendent cette solution peu intéressante. Une autre solution est le gradateur à thyristors ou à triacs qui permet de faire varier progressivement la tension en réglant l'angle de retard à l'amorçage. Les montages sont les mêmes que ceux que nous avons vus pour le démarrage de la machine et on retrouve le même avantage et le même inconvénient par

rapport à un autotransformateur : l'encombrement est moindre et le coût plus avantageux, mais la tension obtenue est riche en harmoniques.

8.7.2 Moteur asynchrone à rotor bobiné

■ Démarrage

Le démarrage s'effectue en insérant des résistances en série avec les phases du bobinage du rotor : c'est le démarrage rotorique. Ainsi, le couple de démarrage augmente et l'appel du courant diminue. Les résistances sont ensuite réduites progressivement. Le réglage peut se faire par un rhéostat à plots ou par un dispositif électronique formé d'un redresseur non commandé suivi d'un hacheur et d'une résistance que nous retrouverons plus loin pour la variation de vitesse.

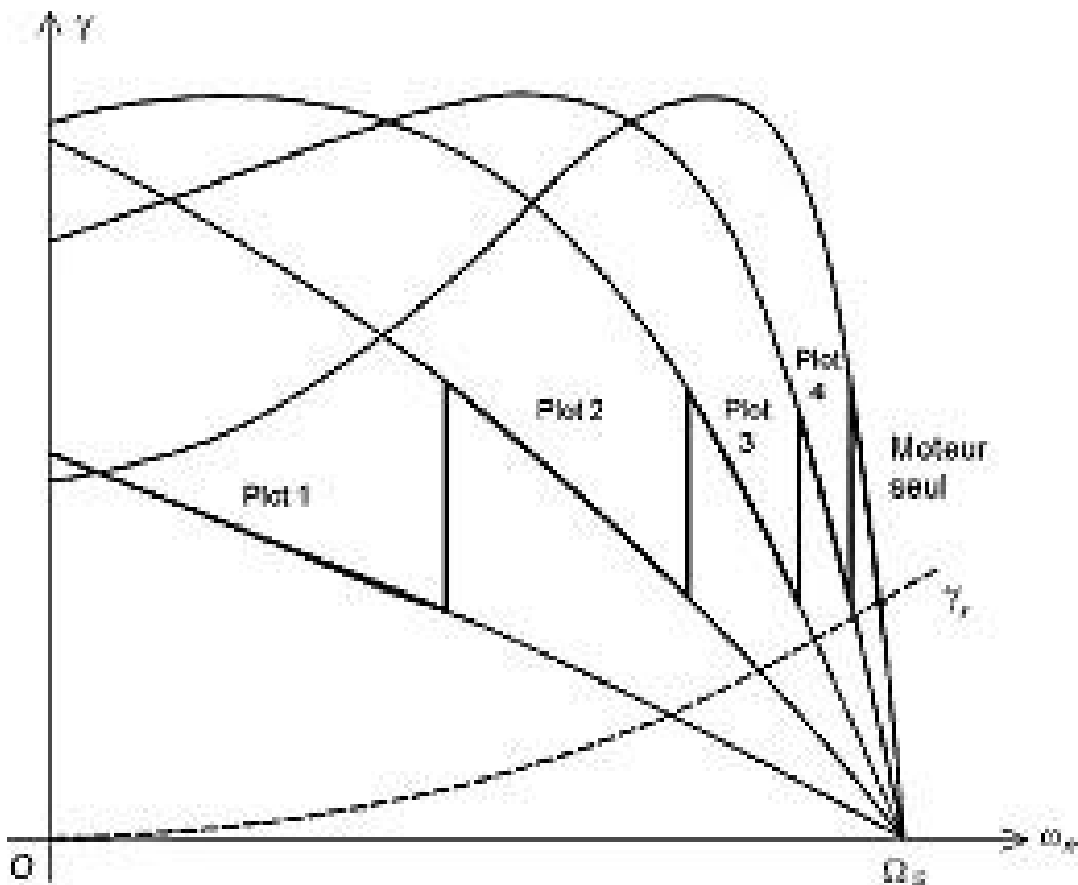


Figure 8.46 – Évolution du point de fonctionnement pour un démarrage rotorique.

Avec un rhéostat, le point de fonctionnement va se déplacer sur les caractéristiques mécaniques obtenues pour les différents plots avant de se fixer sur la caractéristique du moteur (*figure 8.46*). Les résistances sont choisies de façon à obtenir un démarrage assez rapide sans dépasser les valeurs autorisées pour l'intensité.

La possibilité d'optimiser le démarrage est un des avantages des moteurs asynchrones à rotor bobiné. Toutefois, le coût plus élevé fait que cette solution est réservée à des cas présentant des contraintes particulières : démarrage en douceur d'un ascenseur, mise en vitesse de machines à moment d'inertie élevé, exigence d'un couple de démarrage important (broyeurs, malaxeurs...). Les progrès réalisés dans la commande électronique des moteurs à cage ont évidemment réduit considérablement l'intérêt de cette solution.

■ Freinage

Les méthodes de freinage décrites pour le moteur à cage sont toujours valables, mais l'accès au rotor permet d'améliorer leurs performances.

□ Freinage hypersynchrone

La vitesse de descente des engins de levage peut être réglée en agissant sur des résistances insérées en série avec les phases du rotor.

□ Freinage à contre-courant

Pour limiter le courant, une grande résistance est insérée en série avec les phases du rotor lors de l'inversion du branchement du stator. Sa valeur est ensuite réduite au fur et à mesure que la vitesse diminue. Les caractéristiques sont optimisées : le couple de freinage est plus élevé tout en limitant le courant appelé à une valeur raisonnable.

■ Réglage de vitesse

La vitesse de rotation ω_m d'un moteur asynchrone à rotor bobiné ayant p paires de pôles, alimenté à la fréquence fixe f_s peut être réglée en agissant sur le glissement g :

$$\omega_m = (1 - g) \frac{2\pi f_s}{p}$$

Pour modifier le glissement, il faut soutirer de l'énergie au rotor, soit en la dissipant par effet Joule, soit en la récupérant.

□ Variation de la résistance rotorique par rhéostat de glissement

Le stator est directement relié au réseau, mais un rhéostat triphasé est placé sur les bornes du rotor : c'est le rhéostat de glissement. Une résistance est donc en série avec chaque phase rotorique (*figure 8.47*). Quand on augmente la résistance du circuit rotorique, la caractéristique mécanique du moteur se déplace vers la gauche (*figure 8.48*).

La vitesse est ω_{m0} en l'absence de rhéostat. Elle prend une valeur ω_{m1} plus faible si le rhéostat ajoute une résistance R_1 en série avec la résistance R_r de chaque phase du rotor. Elle passe ensuite à la valeur encore plus faible ω_{m2} si le rhéostat ajoute une résistance R_2 supérieure à R_1 . La plage de variation possible est d'autant plus large que la charge du moteur est importante.

Le rhéostat de glissement est un procédé simple pour obtenir une variation de vitesse, mais il s'agit uniquement d'un réglage manuel, sans possibilité de commande électronique. L'étendue de la variation est très limitée pour un moteur faiblement chargé. L'énergie nécessaire au glissement est perdue par effet Joule dans le rhéostat. Le rendement de l'opération est donc déplorable. Nous avons montré que ce rendement est strictement inférieur à $1 - g$: il se dégrade donc d'autant plus que le glissement est important. Heureusement, l'échauffement a lieu à l'extérieur de la machine. Il faut néanmoins dimensionner le rhéostat en conséquence, ce dernier est donc encombrant et coûteux. Enfin, le réglage dépend de la caractéristique mécanique de la charge.

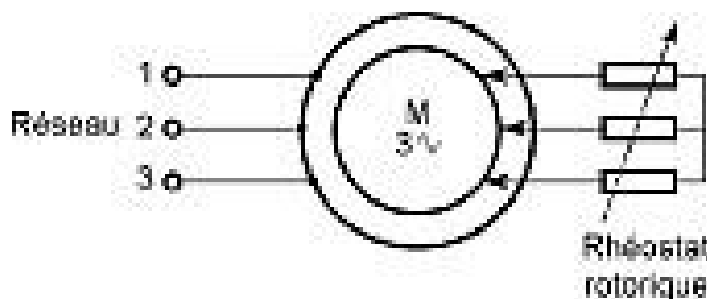


Figure 8.47 – Variation de la résistance rotorique.

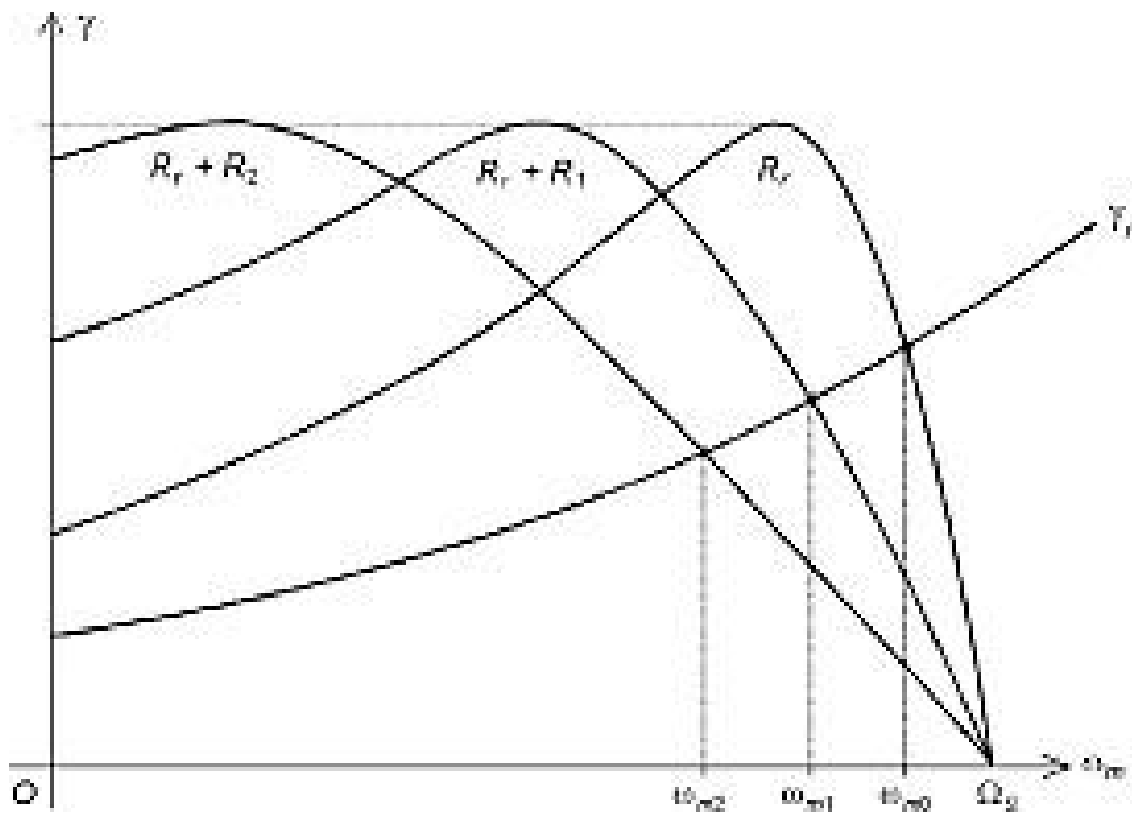


Figure 8.48 – Influence de la résistance du circuit rotorique sur la caractéristique mécanique du moteur.

□ Variation de la résistance rotorique par hacheur

Le rhéostat rotorique peut être remplacé par un redresseur non commandé suivi d'un hacheur et d'une résistance (*figure 8.49*).

Le circuit branché sur le rotor se comporte comme un rhéostat de glissement dont la valeur serait commandée par le rapport cyclique α du hacheur. Par rapport au procédé précédent, le réglage de la vitesse par un hacheur a gagné en souplesse et permet une commande électronique. Il garde néanmoins le gros inconvénient d'un rendement déplorable. Le réglage dépend toujours de la caractéristique mécanique de la charge.

□ Cascade hyposynchrone

La cascade hyposynchrone permet de faire varier la vitesse d'un moteur asynchrone en augmentant le glissement, mais en récupérant la puissance. Comme les tensions rotoriques n'ont ni la même fréquence, ni la

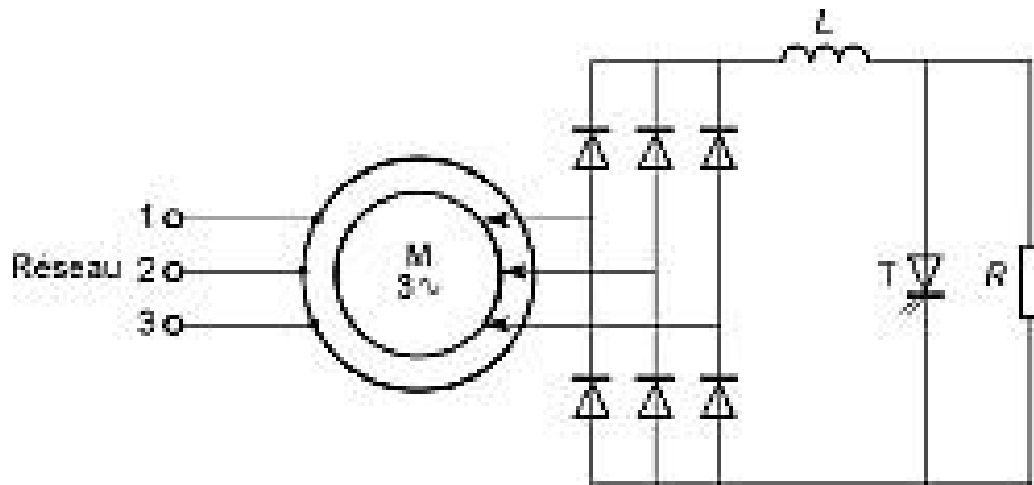


Figure 8.49 – Hacheur rotorique.

même valeur efficace que celles du réseau, il faut faire appel à un convertisseur électronique de fréquence et de tension. La puissance est prélevée au rotor par un redresseur non commandé et renvoyée au réseau par un onduleur suivi d'un transformateur (*figure 8.50*).

La cascade hyposynchrone donne une variation continue de la vitesse dans une plage assez large avec un rendement satisfaisant. Elle est utilisée pour des moteurs de forte puissance, en général dans la gamme des

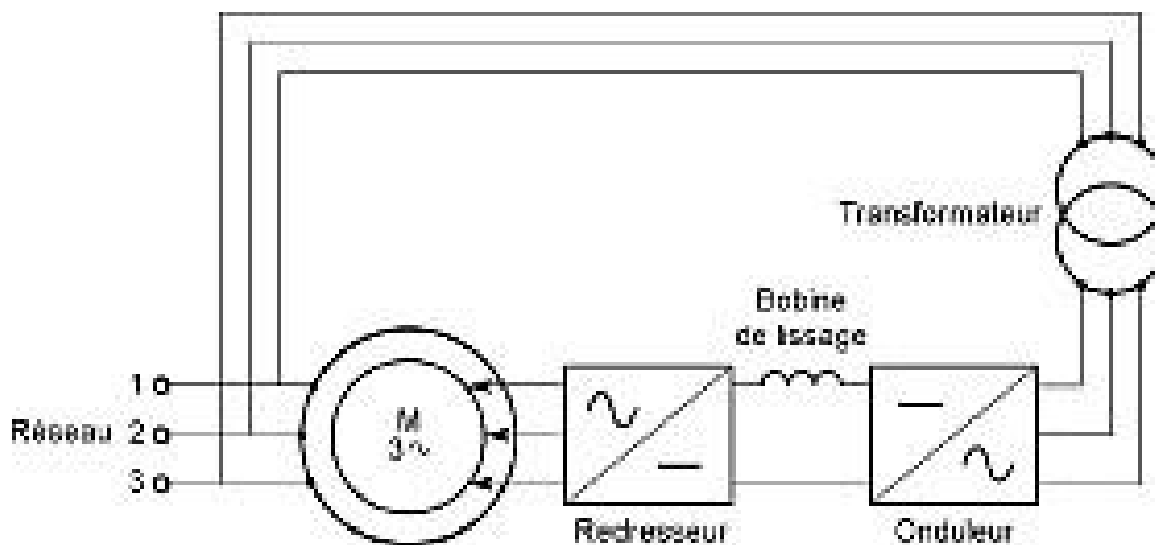


Figure 8.50 – Cascade hyposynchrone.

mégawatts. La puissance de dimensionnement du convertisseur électronique est d'autant moins élevée que la plage de variation de la vitesse est faible.

Le démarrage est parfois possible directement, mais le plus souvent un rhéostat de démarrage est conservé pour la montée en vitesse avant le bouclage de la cascade afin d'éviter d'avoir à surdimensionner le convertisseur pour les faibles glissements. Le réglage de la vitesse n'est pas proportionnel à $\cos\psi$ et il est difficile de réguler la vitesse. Enfin, la cascade hyposynchrone a évidemment l'inconvénient d'employer un moteur à rotor bobiné, qui exige une maintenance plus coûteuse à cause de ses contacts tournants. Elle est donc de plus en plus remplacée par un moteur à cage alimenté par un onduleur.

8.7.3 Moteur asynchrone à cage alimenté à fréquence variable

Le réglage de la vitesse d'un moteur asynchrone à cage n'est réalisé dans de bonnes conditions qu'en faisant varier la fréquence des tensions appliquées. Cette solution exige des convertisseurs électroniques et une commande élaborés, ce qui a limité son emploi pendant longtemps. Les progrès récents dans les domaines de l'électronique de puissance et surtout de l'électronique de commande font que ce procédé est devenu une excellente solution pour la plupart des entraînements à vitesse variable. Pour cela, on utilise selon les cas, un onduleur de courant, un onduleur de tension ou un cycloconvertisseur.

■ Commande scalaire

□ Principe

Considérons un moteur asynchrone alimenté par un onduleur de tension qui permet de commander la valeur efficace et la fréquence des tensions statoriques. L'expression du moment du couple électromagnétique peut être mise sous la forme :

$$\gamma = 3p\omega_r \frac{R_r''}{R_r''^2 + L_{Br}''^2 \omega_r^2} \Psi_s^2$$

Le moment du couple électromagnétique est imposé par la valeur efficace Ψ_s du flux statorique et la pulsation rotorique ω_r .

Les performances optimales du moteur sont obtenues si le flux est constant dans toute la gamme de vitesse. Il faut imposer au flux sa valeur nominale car si celle-ci est dépassée, la saturation du circuit magnétique devient inacceptable tandis que si le flux diminue, et avec lui le courant magnétisant, c'est le courant rotorique qui devient excessif. Nous fixons donc le flux statorique Ψ_s à sa valeur nominale Ψ_{sn} . Pour cela, il faut

imposer le rapport $\frac{V'_s}{\omega_s}$ de la valeur efficace V'_s de la tension statorique interne à la pulsation statorique ω_s , puisque :

$$V'_s = \omega_s \Psi_s$$

Le moment γ du couple électromagnétique ne dépend alors que de la pulsation rotorique ω_r (figure 8.51). La courbe de γ en fonction de ω_r présente un maximum pour une pulsation ω_{rM} donnée par la formule :

$$\omega_{rM} = \frac{R_r''}{L_{Br}''}$$

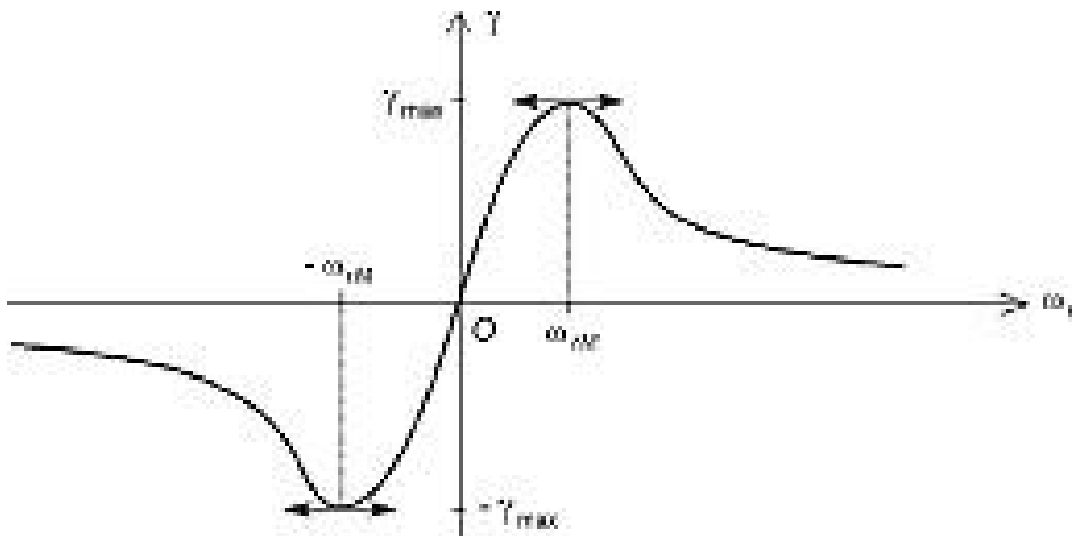


Figure 8.51 – Courbe du moment du couple électromagnétique en fonction de la pulsation rotorique.

La courbe de γ en fonction de ω_r permet de construire le réseau des caractéristiques mécaniques paramétré par la fréquence statorique f_s (figure 8.52) puisque la vitesse de rotation du moteur s'écrit :

$$\omega_m = p(\omega_s - \omega_r)$$

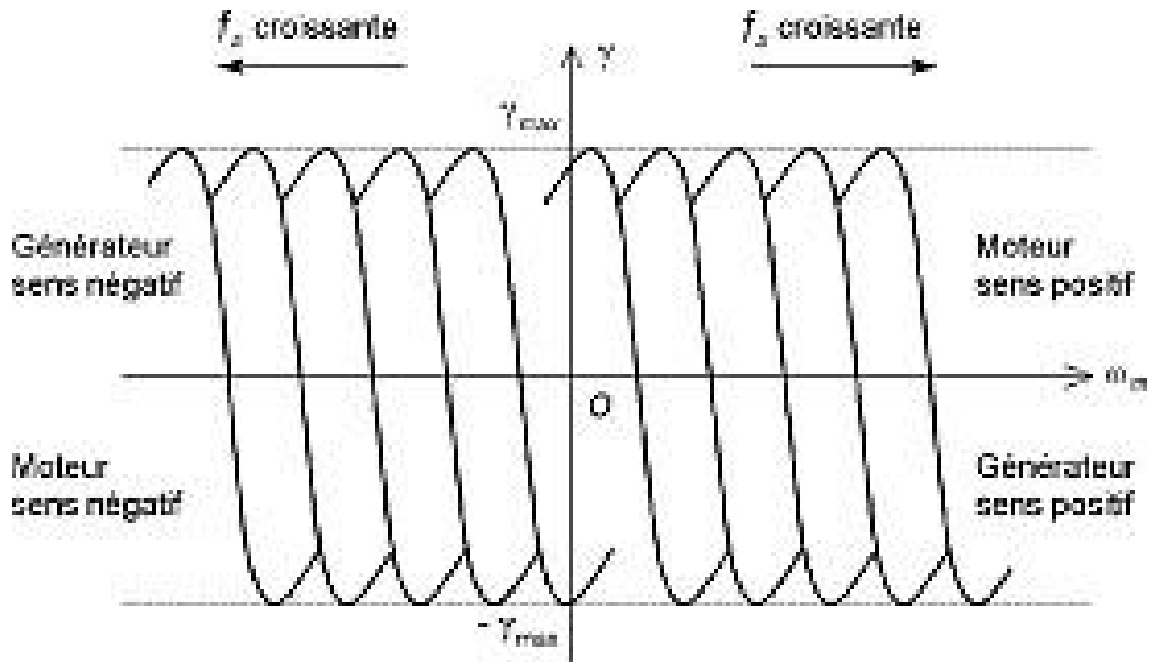


Figure 8.52 – Réseau des caractéristiques mécaniques paramétré par la fréquence statorique.

Les différentes courbes se déduisent l'une de l'autre par translation le long de l'axe des vitesses.

Il peut paraître plus logique d'imposer le flux d'entrefer, c'est-à-dire le flux commun au stator, plutôt que le flux statorique. Il faut alors considérer le modèle avec inductances de fuites partielles. Le moment du couple électromagnétique peut être exprimé en fonction de la valeur efficace V_m de la tension v_m aux bornes de l'inductance magnétisante L_m :

$$\gamma = 3p\omega_r \frac{R'_r}{R_r'^2 + l_r'^2\omega_r^2} \left(\frac{V_m}{\omega_s} \right)^2$$

Nous obtenons un résultat analogue à celui qui avait été établi pour le modèle avec inductances de fuites totales. Si la valeur efficace $\frac{V_m}{\omega_s}$ du flux d'entrefer est imposée, le moment du couple électromagnétique ne dépend que de la pulsation rotorique ω_r .

□ Loi $\frac{U}{f}$ constante

Pour travailler à flux statorique de valeur efficace constante, il faut fixer le rapport $\frac{V'_s}{\omega_s}$, et pour travailler à flux d'entrefer de valeur efficace constante, il faut fixer le rapport $\frac{V_m}{\omega_s}$, ce qui n'est pas facile à réaliser. Cependant, si la vitesse de rotation n'est pas trop faible, les tensions V'_s et V_m sont assez proches de la tension V_s appliquée au stator. Il est alors suffisant de maintenir constant le rapport $\frac{V_s}{\omega_s}$ ou, ce qui revient au même, le rapport $\frac{V_s}{f_s}$. On parle alors de commande à $\frac{V}{f}$ constant ou, comme on préfère qualifier l'alimentation triphasée par la valeur efficace U de sa tension composée, de commande à $\frac{U}{f}$ constant.

□ Loi $\frac{U}{f}$ constante corrigée

Imposer le rapport $\frac{V_s}{f_s}$ n'est pas tout à fait équivalent à fixer le rapport $\frac{V'_s}{\omega_s}$ ou le rapport $\frac{V_m}{\omega_s}$. L'écart apparaît pour les fréquences faibles où la chute de tension dans la résistance statorique n'est pas négligeable. Le flux n'est donc plus maintenu constant avec un rapport $\frac{V_s}{f_s}$ fixe. Pour remédier à

ce problème, il faut augmenter la valeur efficace de la tension aux basses fréquences pour compenser la chute de tension : c'est la loi $\frac{U}{f}$ constante corrigée.

□ Extension de la plage de vitesse

Dans un fonctionnement à flux constant, il est impossible d'augmenter la vitesse lorsque la valeur efficace V_s de la tension statorique a atteint sa valeur nominale. Pour dépasser cette limite, il faut diminuer le flux, mais le moment maximal du couple décroît : c'est le fonctionnement en survitesse (*figure 8.53*).

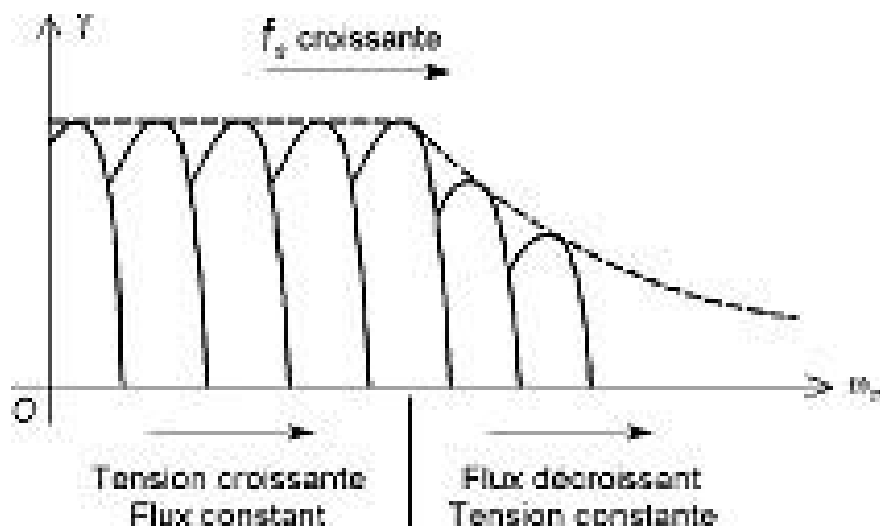


Figure 8.53 – Fonctionnement en survitesse.

□ Avantages et inconvénients

La commande scalaire est simple à réaliser. Elle donne de bons résultats en régime permanent, mais manque de performances lors des régimes transitoires de variation de vitesse. Avec la loi $\frac{U}{f}$ constante, le couple est réduit aux basses vitesses. La compensation effectuée avec la loi $\frac{U}{f}$ cons-

tante corrigée permet de maintenir un couple élevé à basse vitesse, mais il présente l'inconvénient d'augmenter le temps de réponse du système. La commande scalaire est utilisée dans de nombreux variateurs. C'est la solution la moins coûteuse si de bonnes performances dynamiques ne sont pas exigées.

■ **Commande vectorielle**

☐ **Principe**

Pour obtenir de bonnes performances en régime transitoire, il faut commander le couple instantané. La commande vectorielle ou commande à flux orienté utilise une représentation du moteur en régime variable quelconque, le modèle de Park.

☐ **Avantages et inconvénients**

La commande vectorielle permet d'obtenir de bonnes performances à la fois en régime permanent et en régime transitoire, et ce dans toute la gamme de vitesse. Le système est évidemment assez complexe, mais la diffusion de plus en plus importante de ce mode de commande permet une certaine standardisation des équipements, qui en facilite l'usage.

9 • MACHINE À COURANT CONTINU

La machine à courant continu n'est plus beaucoup utilisée dans les applications nouvelles, mais on la rencontre encore dans les installations existantes. Cette machine présente en effet de nombreux inconvénients, avec en particulier son coût élevé et la maintenance nécessaire à cause des balais frottant sur le collecteur. La machine à courant continu peut être employée en génératrice ou en moteur. Le fonctionnement en génératrice n'a plus guère d'applications depuis longtemps. Par contre, il y a quelques années, le moteur à courant continu était la principale solution pour une vitesse variable du fait de la simplicité de sa commande. Aujourd'hui, les machines à courant alternatif sont préférées dans la plupart des applications. Compte tenu de cela, nous présenterons cette machine de manière plus succincte et en n'envisageant que son usage en moteur.

9.1 Généralités

9.1.1 Définition

Un moteur à collecteur à courant continu est une machine destinée à transformer de l'énergie électrique disponible sous forme de tension et de courant continus, ou tout au moins unidirectionnels, en énergie mécanique. Il comporte un induit, un collecteur et des pôles magnétiques excités par une source de courant continu ou constitués d'aimants permanents.

9.1.2 Symbole

Le moteur à courant continu est représenté par son symbole normalisé (*figure 9.1*).

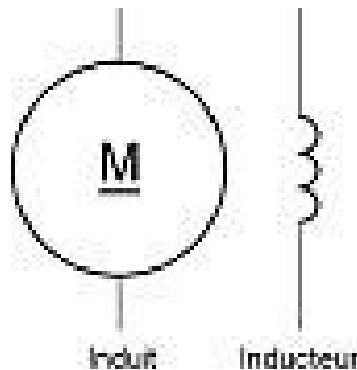


Figure 9.1 – Symbole normalisé du moteur à courant continu.

9.1.3 Constitution

Comme toute machine tournante, le moteur à courant continu comporte un stator et un rotor séparés par un entrefer, mais un dispositif particulier est nécessaire à son fonctionnement, le collecteur et les balais (*figure 9.2*).

■ Stator

Le stator est muni de pôles saillants qui portent un enroulement d'excitation (ou inducteur), destiné à être alimenté en continu. Il peut également être muni de pôles de commutation disposés entre les pôles inducteurs. Pour les petites machines, l'enroulement d'excitation peut être remplacé par des aimants permanents. Le nombre de pôles, toujours pair, est appelé $2p$, c'est-à-dire que l'on préfère parler du nombre p de paires de pôles.

■ Rotor

Le rotor est formé d'un circuit magnétique feuilleté comportant des encoches dans lesquelles sont placés des conducteurs associés pour former l'enroulement d'induit.

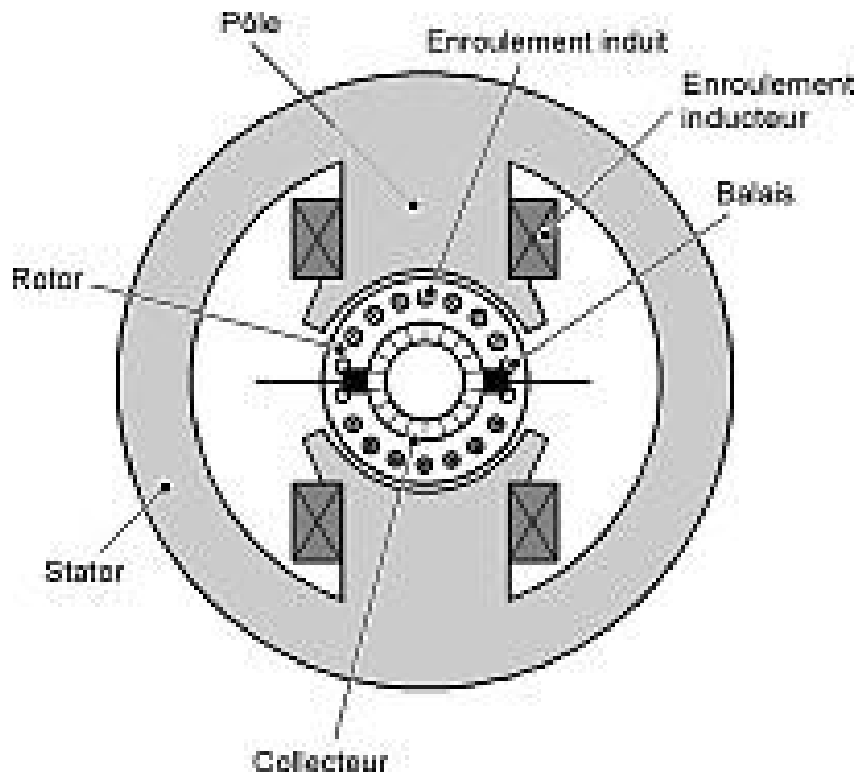


Figure 9.2 – Constitution d'un moteur à courant continu.

■ Collecteur et balais

Les connexions avec le générateur qui alimente le moteur se font par l'intermédiaire de contacts mobiles : les balais, solidaires du stator, frottent sur le collecteur lié au rotor. L'enroulement d'induit est relié au collecteur formé de lames conductrices isolées entre elles.

9.1.4 Modes d'excitation

L'inducteur d'un moteur à courant continu peut être branché de diverses façons. La machine est à excitation séparée (ou indépendante) quand l'inducteur et l'induit sont reliés à des sources différentes. La machine est à excitation liée lorsque l'inducteur et l'induit sont alimentés à partir de la même source. Trois possibilités existent alors (figure 9.3) :

- l'excitation parallèle (ou *shunt*) : inducteur et induit sont branchés en parallèle ;
- l'excitation série : inducteur et induit sont branchés en série ;

- l'excitation composée (ou *compound*) : un premier inducteur est en série avec l'induit et un second inducteur est en parallèle.

En pratique, seules deux solutions sont habituellement retenues : l'excitation séparée pour la plupart des applications industrielles de puissance modérée et l'excitation série dans des cas particuliers comme la traction ferroviaire.

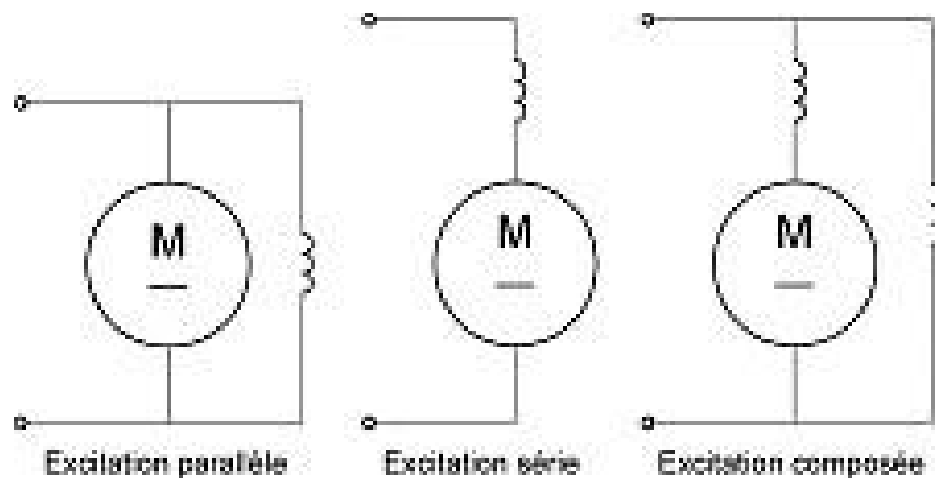


Figure 9.3 – Excitation liée d'un moteur à courant continu.

9.1.5 Avantages et inconvénients

L'avantage principal, qui a fait le succès du moteur à courant continu, est la facilité de la commande de sa vitesse. L'inconvénient majeur est lié à la nécessité du système collecteur-balais. Sa présence est source de problèmes de commutation, d'étincelles, elle limite la vitesse de rotation et elle entraîne la nécessité d'une maintenance contraignante. La présence de l'induit au rotor, à l'intérieur du stator, ne facilite pas les échanges thermiques. Enfin, le prix des moteurs à courant continu est plus élevé que celui de ses concurrents.

9.1.6 Utilisation

Pendant longtemps, le moteur à courant continu a été la machine à vitesse variable par excellence. De plus en plus remplacé dans ce rôle par des moteurs à courant alternatif dans les applications industrielles, il est

encore bien présent dans les réalisations existantes et il le sera encore pendant un certain nombre d'années, compte tenu de la durée de vie parfois assez longue des installations. Dans les applications industrielles, c'est le moteur à excitation séparé qui est de loin le plus courant : on le rencontre dans des domaines tels que le levage, le pompage, etc. L'application principale du moteur à excitation série est la traction ferroviaire. En France, la grande majorité des locomotives a utilisé cette solution pendant longtemps (jusqu'au TGV sud-est). Toutefois, les autres pays avaient souvent choisi des voies différentes.

Le moteur à courant continu a mieux résisté dans diverses applications de faible puissance. Dans les jouets, les petits moteurs à aimant alimentés par pile ont sans doute encore de l'avenir devant eux. C'est alors le coût qui est le critère de choix. Dans le domaine de la robotique, les petits actionneurs à courant continu à aimant sont encore présents malgré la concurrence des moteurs à courant continu sans balais. Enfin, dans les accessoires automobiles, le moteur à courant continu est la solution traditionnelle, mais là aussi, d'autres solutions sont de plus en plus utilisées.

9.2 Principe

9.2.1 Topographie du champ magnétique

Les lignes de champ sortent du pôle nord de l'inducteur, traversent l'entrefer puis le rotor et entrent dans le pôle sud de l'autre pôle après un nouveau passage d'entrefer. Elles se referment enfin dans les deux demi-culasses (*figure 9.4*). Dans l'entrefer, les lignes de champ sont radiales. La mesure algébrique B du champ magnétique sur l'axe radial (*figure 9.5*) dépend de la variable angulaire θ . Sous les pôles, le champ est à peu près constant. Avec l'orientation choisie, B est positif sous le pôle sud et négatif sous le pôle nord. Entre les pôles, le champ varie (*figure 9.6*) en s'annulant au passage par la droite perpendiculaire à l'axe des pôles, appelé ligne neutre (trace du plan neutre sur la figure en coupe). Nous avons supposé dans notre étude que le champ magnétique n'était dû qu'à l'inducteur. En réalité, l'enroulement d'induit, parcouru par un courant, contribue également à la création de flux dans la machine. Si le moteur est à vide et qu'il tourne à vitesse constante, le courant est très faible et on

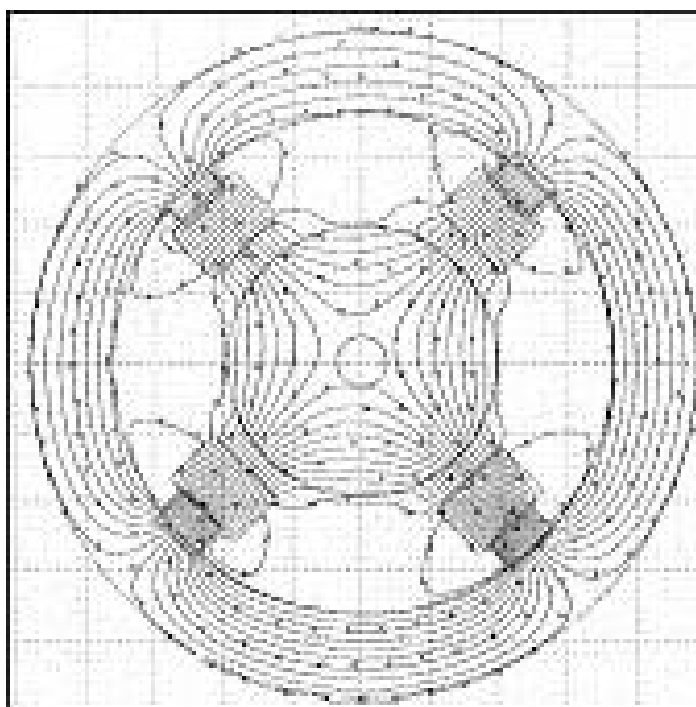


Figure 9.4 – Allure des lignes de champ dans un moteur à courant continu.

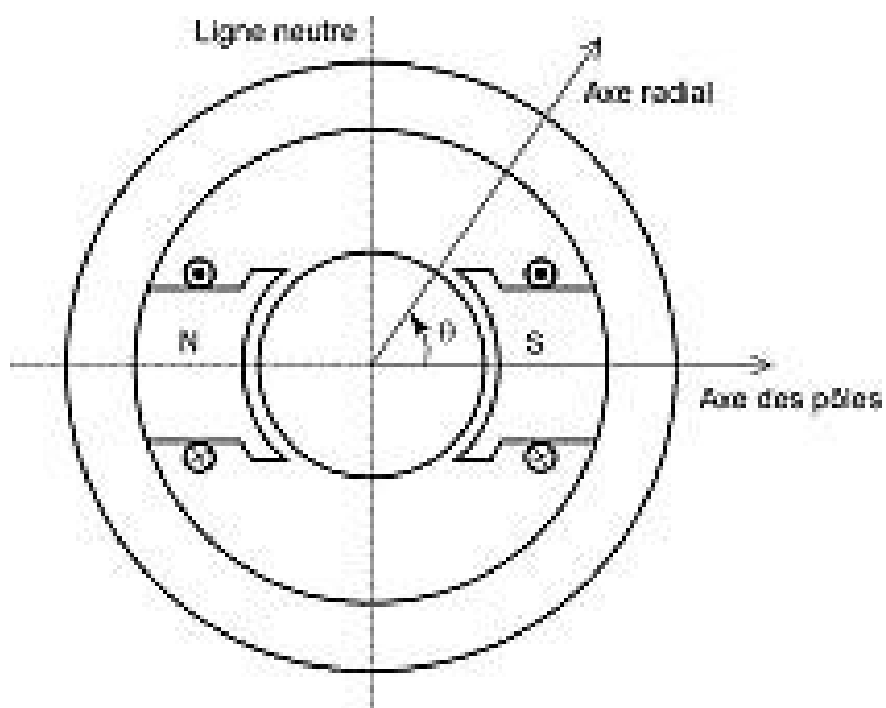


Figure 9.5 – Définition de l'axe radial utilisé pour la mesure algébrique du champ magnétique.

observe effectivement les variations de B précédentes. Par contre, si le moteur est en charge ou si la vitesse est variable, un courant non négligeable parcourt le bobinage, ce qui a pour effet de déformer les lignes de champ et de modifier la courbe de B en fonction de θ . Les choses seront précisées au paragraphe 9.2.5 (réaction d'induit).

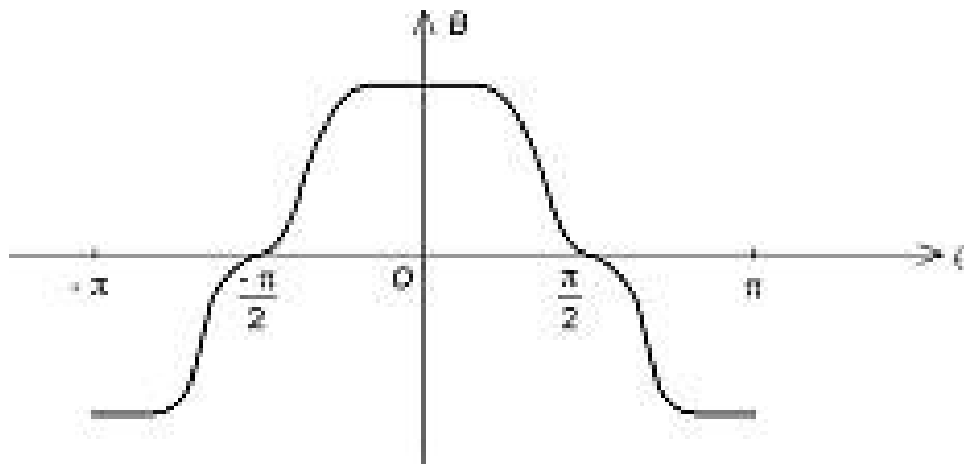


Figure 9.6 – Allure des variations de la mesure algébrique du champ magnétique dans l'entrefer en fonction de la position angulaire.

9.2.2 Caractéristique magnétique

Le flux inducteur Φ est créé par la circulation d'un courant dans l'enroulement statorique. Lorsque l'intensité i_f de ce courant est faible, le circuit magnétique n'est pas saturé et Φ est proportionnel à i_f . Quand le courant augmente, il apparaît un phénomène de saturation qui donne un coude dans la courbe de Φ en fonction de i_f (figure 9.7).

9.2.3 Rôle du collecteur

Pour simplifier le raisonnement, nous allons considérer que les forces de Laplace s'appliquent sur les conducteurs comme si ces derniers étaient directement placés à la périphérie du rotor, sans encoches. Les forces sont en réalité appliquées aux dents, mais globalement le résultat obtenu est le même.

Considérons un conducteur placé à la périphérie du rotor (figure 9.8). Un générateur fait circuler un courant dans le sens indiqué sur la figure.

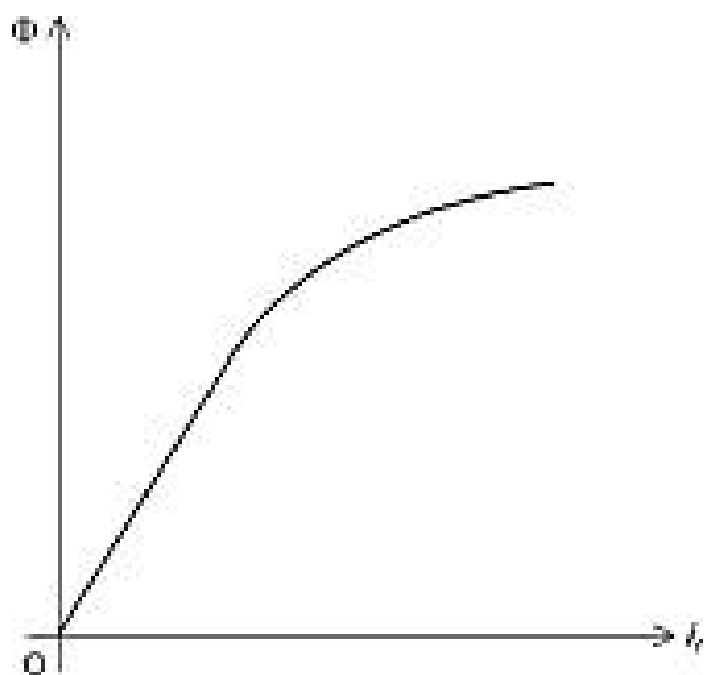


Figure 9.7 – Caractéristique magnétique.

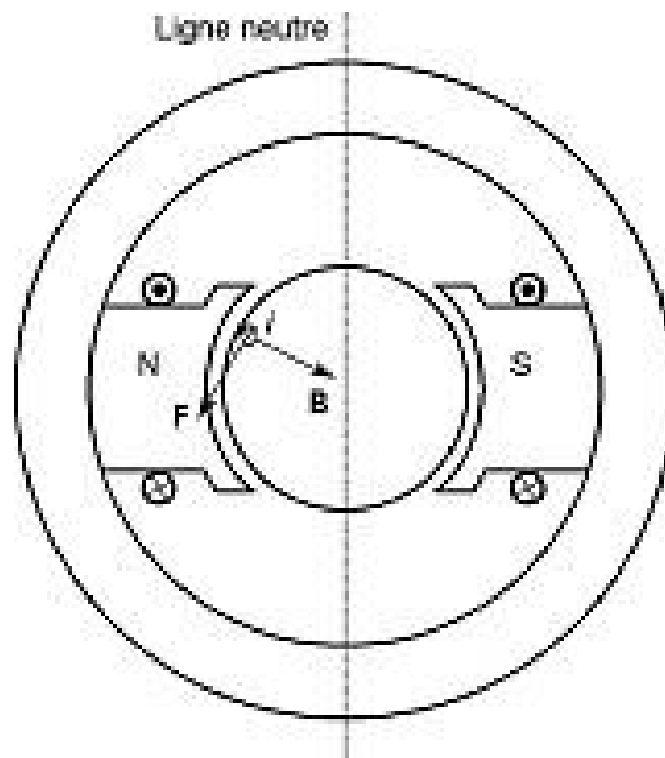


Figure 9.8 – Force de Laplace s'exerçant sur un conducteur.

Une force de Laplace s'exerce sur le conducteur qui est soumis au champ magnétique créé par l'inducteur. Cette force a pour direction la tangente au rotor et comme sens celui qui est indiqué sur la figure. Le moteur se met à tourner. Cependant, lorsque le conducteur traverse la ligne neutre, la force change de sens (*figure 9.9*). Il est donc impossible d'obtenir ainsi une rotation continue du moteur.

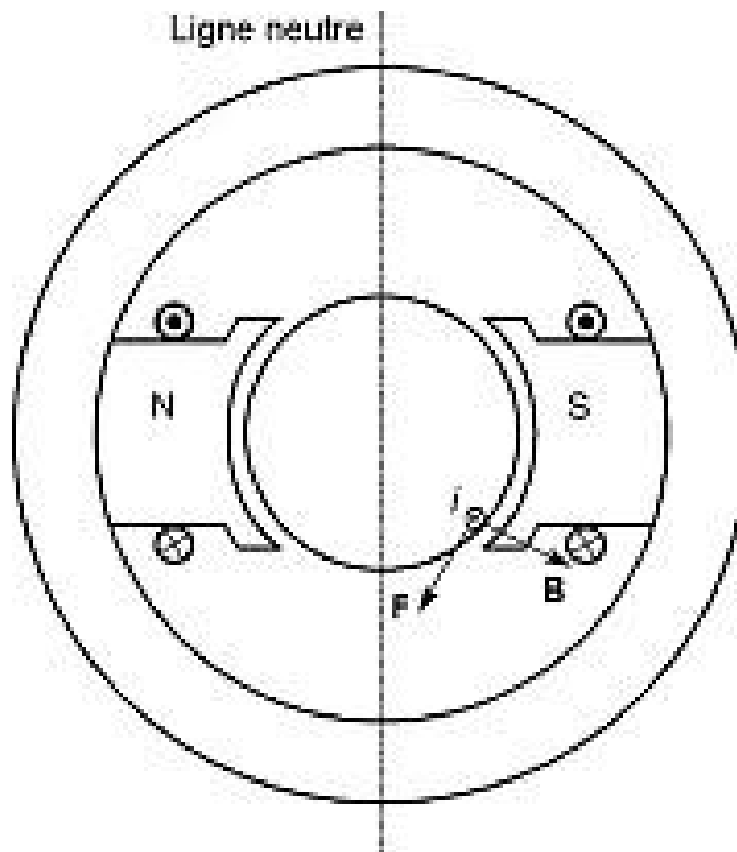


Figure 9.9 – Force de Laplace
pour un conducteur ayant traversé la ligne neutre.

Pour résoudre le problème, il faut inverser le sens du courant lorsque le conducteur arrive sur la ligne neutre. Pour cela, on associe deux conducteurs diamétralement opposés pour former une spire (*figure 9.10*). Du fait de l'orientation contraire des courants, les deux forces de Laplace tendent à faire tourner le rotor dans le même sens. Ensuite, on soude les

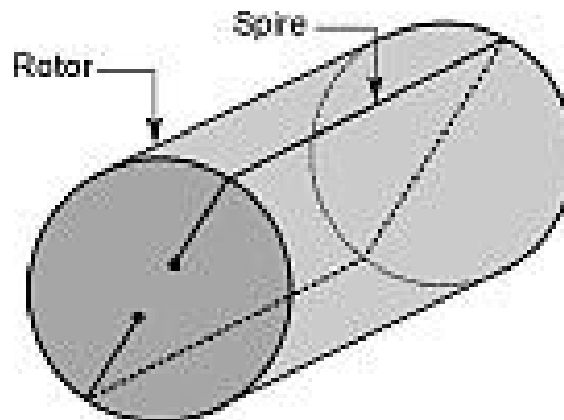


Figure 9.10 – Formation d'une spire
avec deux conducteurs diamétralement opposés.

extrémités de la spire à deux lames conductrices séparées par un isolant : c'est le collecteur. Deux balais sont disposés dans l'axe des pôles et frottent sur le collecteur. Le générateur qui alimente le moteur est relié à ces deux balais (*figure 9.11*). On a représenté en pointillés la liaison réalisée à l'arrière de la machine. Lorsque les conducteurs passent par la ligne neutre, les connexions du générateur sont inversées ce qui permet aux forces de Laplace d'entraîner le rotor toujours dans le même sens. Les deux forces $\mathbf{F}_1$ et $\mathbf{F}_2$ forment un couple. Si i est le courant dans la spire, l la longueur des conducteurs utiles (ceux qui sont placés dans le champ magnétique) et R le rayon du rotor, le moment du couple par rapport à l'axe de rotation est proportionnel à la norme du champ magnétique (égale à la valeur absolue de la mesure algébrique B) :

$$\gamma = 2Ril|B|$$

Lorsque le moteur tourne à vitesse constante, la courbe de γ en fonction du temps a même allure que celle qui représente la valeur absolue de B en fonction de θ puisque le déplacement est proportionnel au temps (*figure 9.12*). On a bien obtenu un fonctionnement en moteur, mais les performances sont médiocres : le couple est faible et il n'est pas constant, il présente une forte ondulation. Pour remédier à cela, on multiplie le nombre de conducteurs et on les répartit le long de l'entrefer comme cela est expliqué dans la suite.

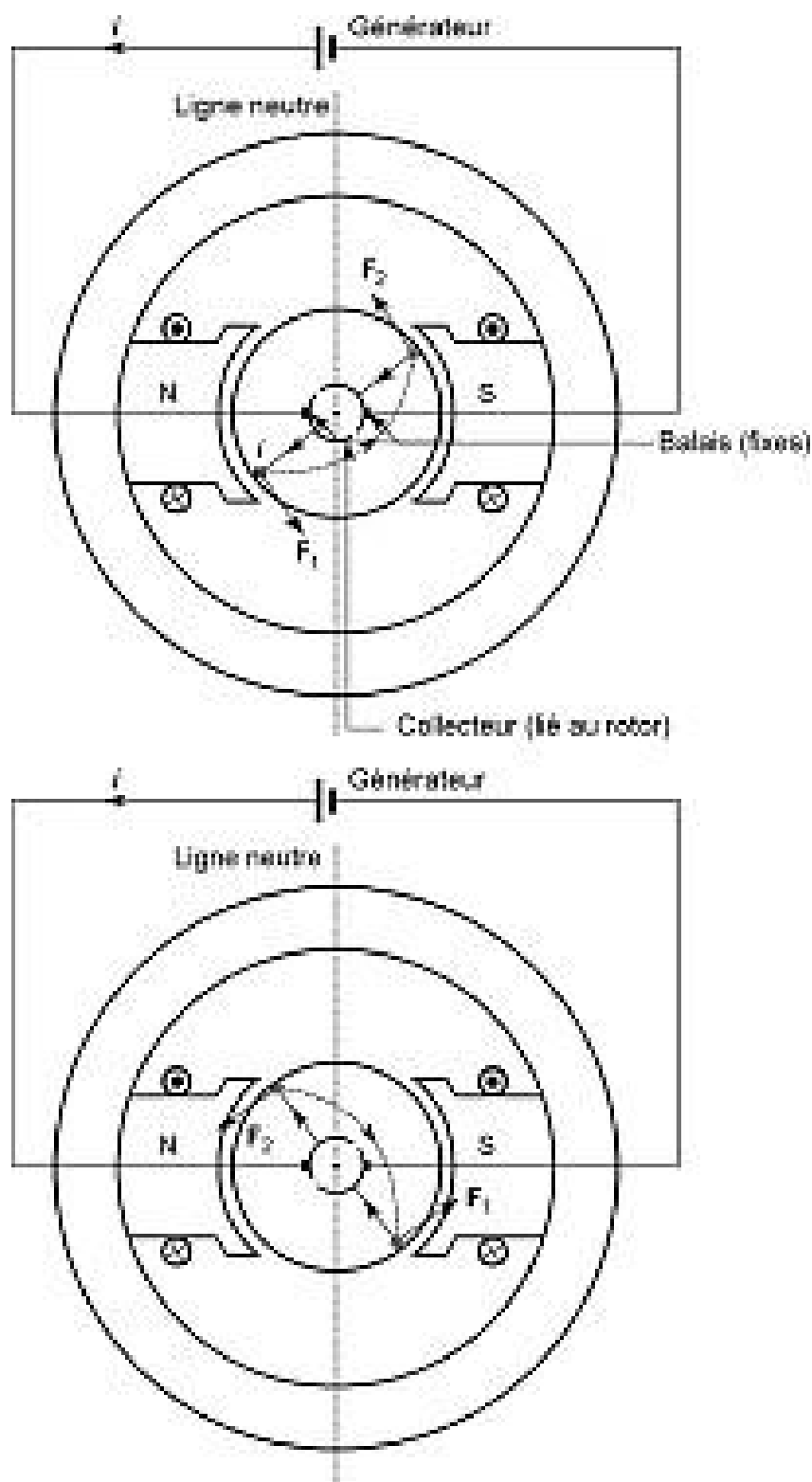


Figure 9.11 – Fonctionnement de l'ensemble collecteur-balais.

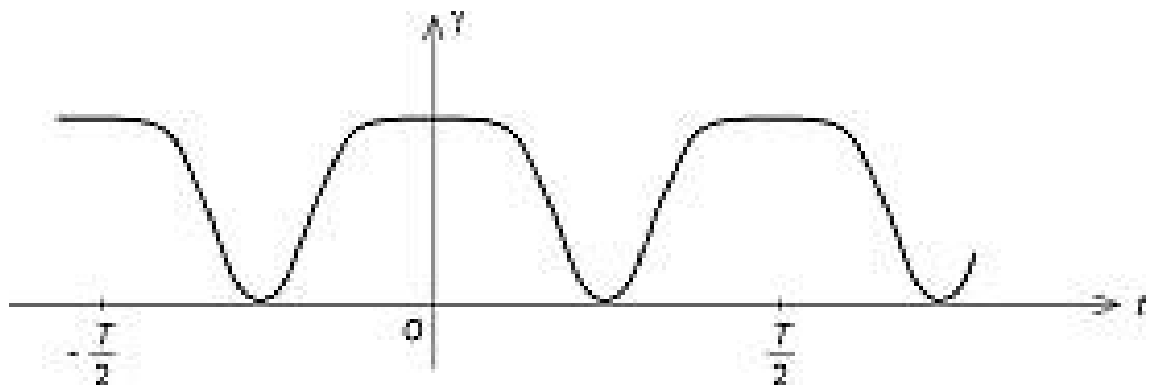


Figure 9.12 – Allure des variations du couple en fonction du temps.

9.2.4 Conception de l'enroulement

Pour augmenter le couple, on remplace les deux conducteurs utiles précédents par deux faisceaux qui forment un ensemble de spires groupées au même endroit. On obtient la même forme de courbe pour γ en fonc-

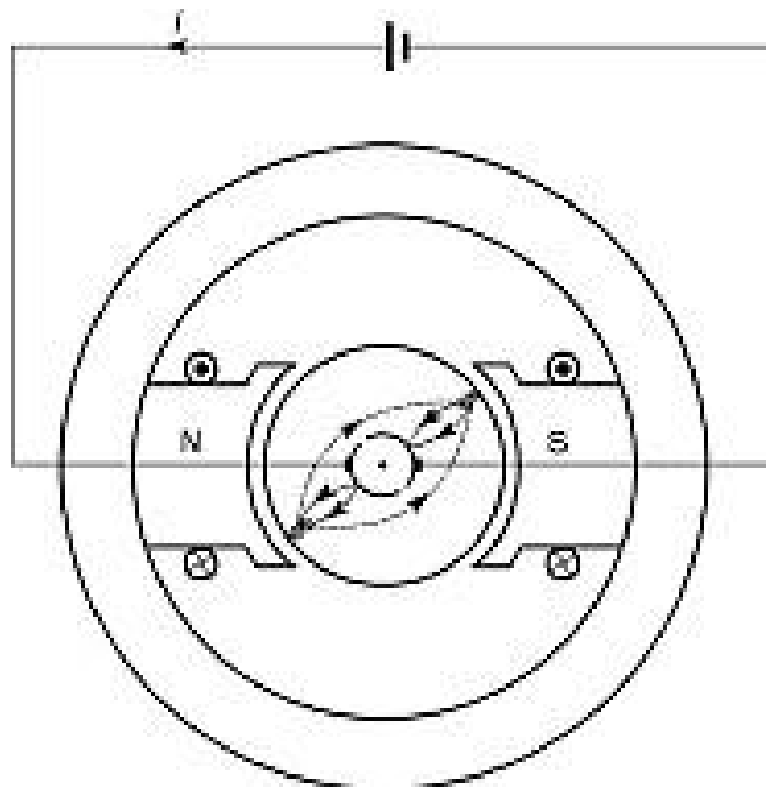


Figure 9.13 – Fermeture de l'enroulement.

tion de t , mais l'amplitude est multipliée par le nombre de spires par rapport au cas précédent. Ensuite, pour obtenir un fonctionnement plus satisfaisant pour le collecteur, on ferme l'enroulement sur lui-même. Pour cela, on dispose deux faisceaux superposés (*figure 9.13*). Chaque faisceau est représenté sur le schéma comme un conducteur unique. Avec les liaisons réalisées, on obtient bien un circuit fermé sans passer par le collecteur et le générateur qui alimente le moteur.

Pour diminuer l'ondulation de γ il faut répartir les conducteurs le long de l'entrefer. Pour expliquer les effets de cette opération, considérons un cas élémentaire (*figure 9.14*). Plaçons huit faisceaux en quatre positions régulièrement décalées. Le collecteur comporte maintenant quatre lames. Le couple créé par un groupe de faisceaux diamétralement opposés varie de la même façon que précédemment. On peut tracer les variations des couples γ_1 et γ_2 correspondant aux deux groupes de faisceaux décalés de 90° et du couple γ du moteur obtenu en faisant la somme des courbes précédentes (*figure 9.15*). T est la durée d'un tour du rotor. On constate que l'ondulation est nettement atténuée. Ce résultat pourra être

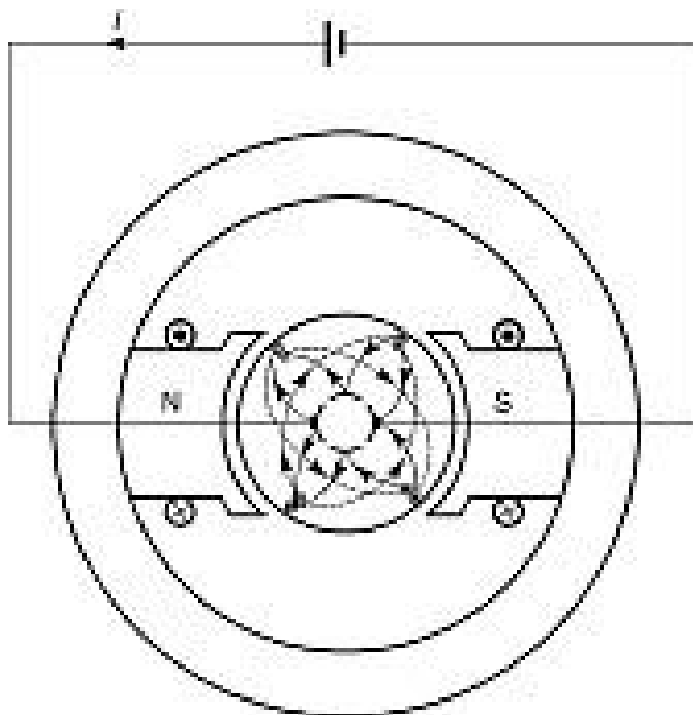


Figure 9.14 – Répartition des conducteurs le long de l'entrefer.

amélioré en multipliant le nombre de positions régulièrement réparties le long de l'entrefer pour les faisceaux. Avec un nombre élevé, on peut pratiquement considérer que le couple est constant.

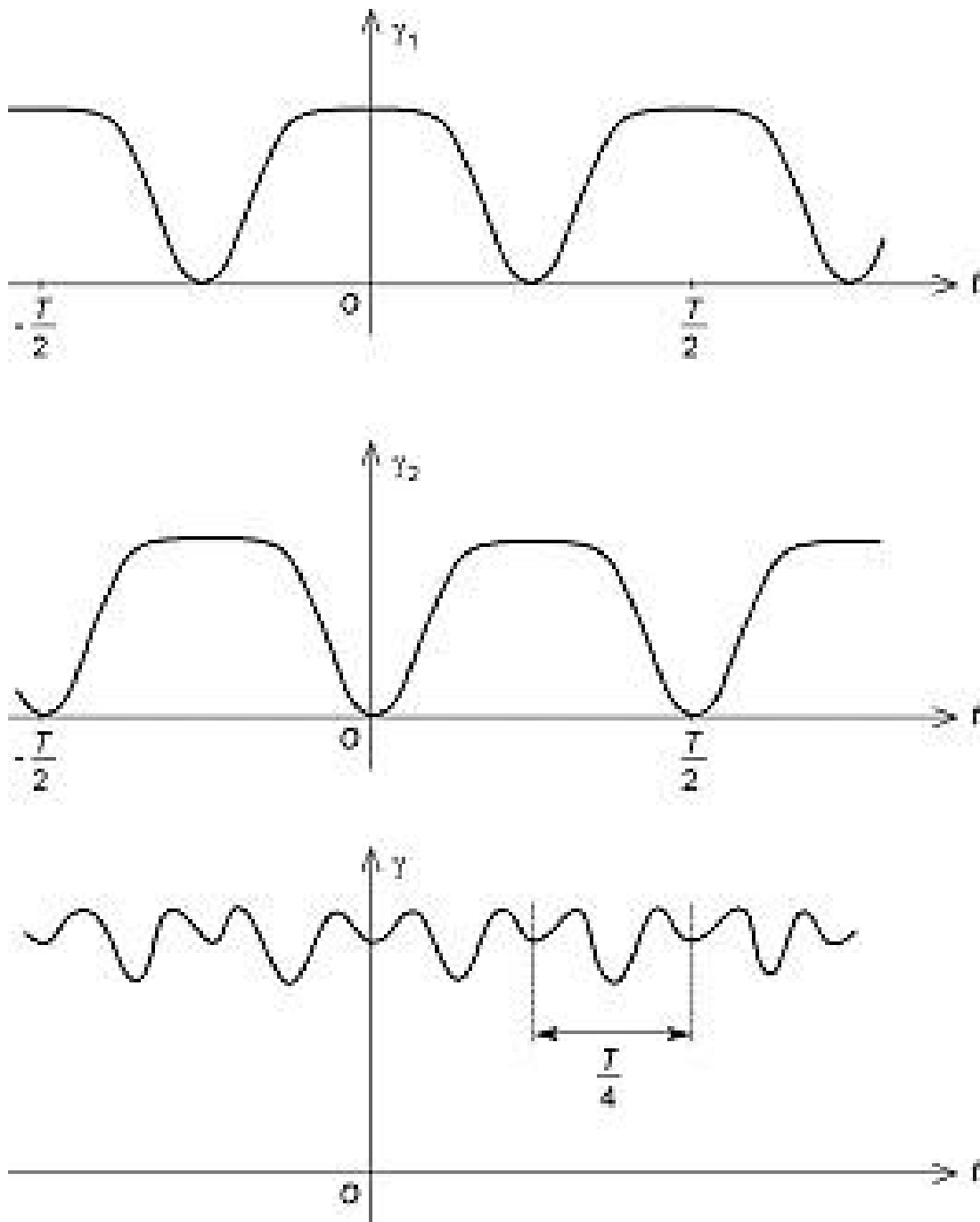


Figure 9.15 – Réduction de l'ondulation du couple.

9.2.5 Machines multipolaires

Le moteur décrit jusqu'à présent possédait deux pôles et deux voies d'enroulement. On réalise aussi des machines qui ont un nombre plus élevé de pôles. Le principe de l'enroulement reste le même : les conducteurs sous les pôles nord étant tous parcourus par un courant dans un sens, et les conducteurs sous les pôles sud étant parcourus par des courants de sens opposé. Le nombre de pôles étant pair, on le nomme $2p$ (p est le nombre de paires de pôles). L'enroulement peut alors comporter plusieurs paires de voies. On appelle $2a$ le nombre de voies (a est le nombre de paires de voies). Si i est le courant fourni par l'alimentation du moteur, chaque voie est parcourue par $\frac{i}{2a}$.

9.2.6 Réaction d'induit

L'enroulement d'induit crée un champ magnétique lorsqu'il est parcouru par un courant non négligeable (moteur en charge ou en régime variable). La superposition de ce champ à celui de l'inducteur est appelée réaction d'induit. Compte tenu des commutations imposées par le collecteur, l'induit se comporte comme une bobine ayant pour axe la ligne neutre. On peut tracer les lignes du champ produit par l'induit quand l'inducteur n'est pas alimenté (*figure 9.16*) et la courbe du champ magnétique B_r en fonction de l'angle θ (*figure 9.17*). Du fait de l'orthogonalité de l'axe de l'induit avec l'axe du champ des aimants, la réaction est qualifiée de transversale.

Dans le fonctionnement du moteur, les deux sources de champ (inducteur et induit) existent simultanément. Comme le circuit magnétique n'est pas linéaire à cause de la saturation du matériau ferromagnétique, le champ magnétique résultant n'est pas égal à la somme du champ de l'inducteur et du champ de réaction. Il est néanmoins possible d'ajouter les excitations magnétiques puis d'en déduire le champ magnétique correspondant (*figure 9.18*).

Par rapport au fonctionnement à vide à vitesse constante, le champ est plus faible sur une moitié d'un pôle et plus élevé sur l'autre moitié. La diminution se produit à la sortie du pôle (par rapport au mouvement du

rotor). De ce fait, il peut apparaître une saturation locale du matériau dans les cornes d'entrée. La conséquence importante de ce phénomène est que le flux sous un pôle est diminué car l'augmentation de B d'un côté ne compense pas la perte de l'autre côté à cause de la saturation. La seconde modification est le décalage de la ligne neutre (c'est-à-dire des points où le champ s'annule) dans le sens opposé à la rotation.

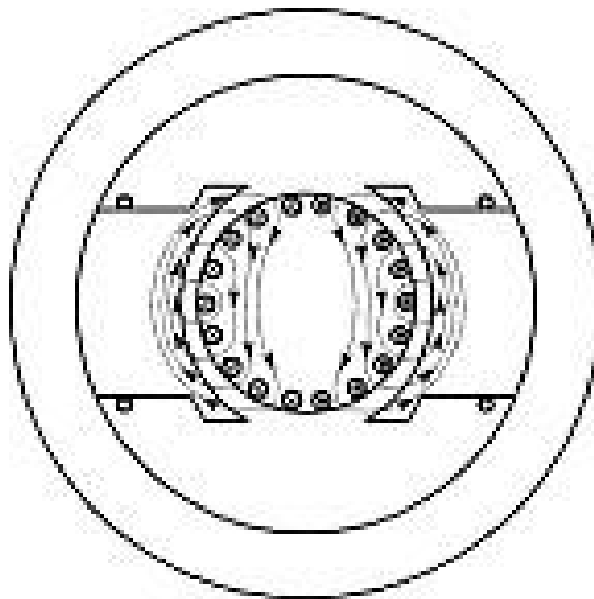


Figure 9.16 – Allure des lignes de champ de réaction d'induit.

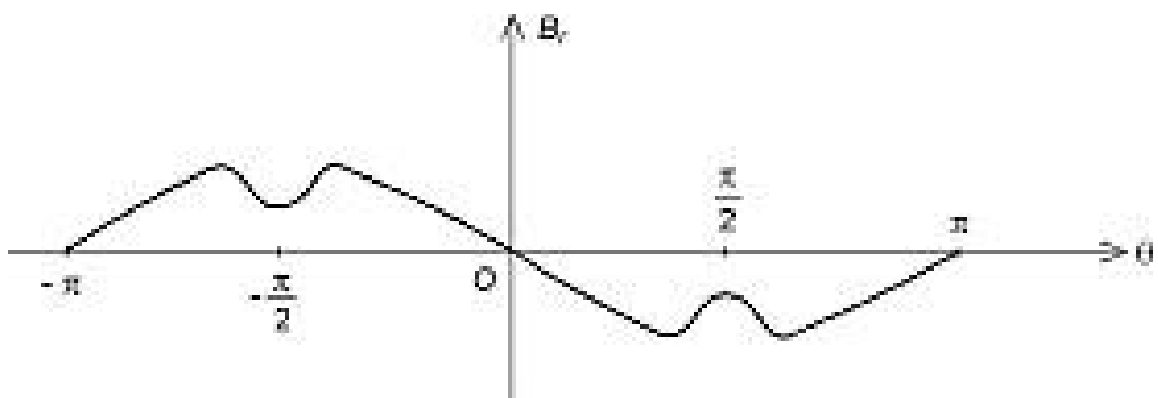


Figure 9.17 – Allure des variations de la mesure algébrique du champ magnétique de réaction d'induit dans l'entrefer en fonction de la position angulaire.

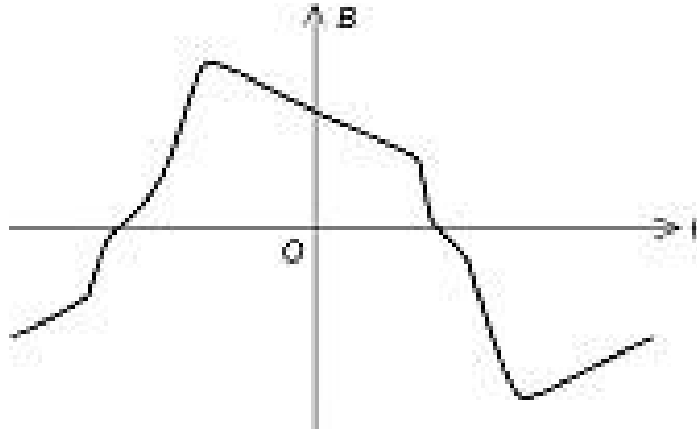


Figure 9.18 – Allure des variations du champ magnétique total en fonction de la position angulaire.

9.3 Modélisation

9.3.1 Couple électromagnétique

Le phénomène essentiel dans un moteur à courant continu est la création d'un couple qui tend à faire tourner le rotor. Compte tenu du nombre de conducteurs, on peut considérer que le couple est pratiquement constant et se ramène à sa valeur moyenne. Si $2a$ est le nombre de voies en parallèle, $2p$ le nombre de pôles, N le nombre de conducteurs actifs du rotor, Φ le flux sous un pôle, et i_a l'intensité du courant traversant l'induit, le moment γ du couple électromagnétique s'exprime par la formule :

$$\gamma = \frac{1}{2\pi} \frac{p}{a} N \Phi i_a$$

N , p et a sont des constantes, et nous pouvons poser :

$$k = \frac{1}{2\pi} \frac{p}{a} N$$

ce qui nous donne pour le moment γ du couple électromagnétique :

$$\gamma = k \Phi i_a$$

9.3.2 Force contre-électromotrice

Les conducteurs actifs coupent les lignes du champ magnétique. Ils sont donc le siège d'un phénomène d'induction. On constate que les forces électromotrices induites sont toutes de même signe pour les conducteurs d'une voie : il suffit donc de les ajouter pour obtenir la force électromotrice totale. On obtient une force électromotrice résultante peu ondulée autour de sa valeur moyenne : on peut pratiquement la considérer comme une constante. Comme ce nombre est négatif, on préfère parler de la force contre-électromotrice en changeant de signe. Si $2a$ est le nombre de voies en parallèle, $2p$ le nombre de pôles, N le nombre de conducteurs actifs du rotor, Φ le flux sous un pôle, et n la fréquence de rotation, la force contre-électromotrice e' s'exprime par la formule :

$$e' = \frac{p}{a} N n \Phi$$

En introduisant la constante k déjà définie et en faisant apparaître la vitesse de rotation ω_m plutôt que la fréquence de rotation n , cette formule s'écrit :

$$e' = k \Phi \omega_m$$

9.3.3 Loi des mailles pour l'induit

Pour définir la relation entre tension u_a et courant i_a pour l'induit, choisissons la convention récepteur. L'enroulement d'induit présente une force contre-électromotrice e' et a une résistance R_a et une inductance L_a . La loi des mailles s'écrit :

$$u_a = e' + R_a i_a + L_a \frac{di_a}{dt}$$

On peut représenter l'induit par un schéma électrique équivalent (*figure 9.19*).

La résistance R_a comprend en fait deux termes : la résistance R de l'enroulement proprement dit et la résistance R_b des contacts balais-collecteur.

Ces deux termes se comportent différemment. R est la résistance d'un conducteur. Elle est donc indépendante du courant, mais varie avec la température.

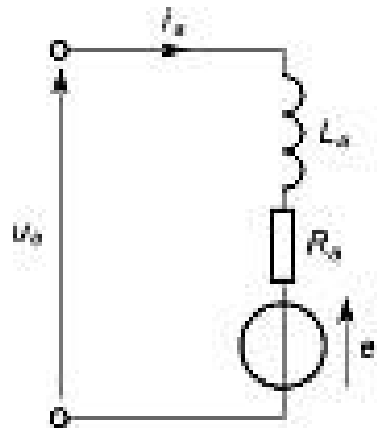


Figure 9.19 – Schéma équivalent de l'induit.

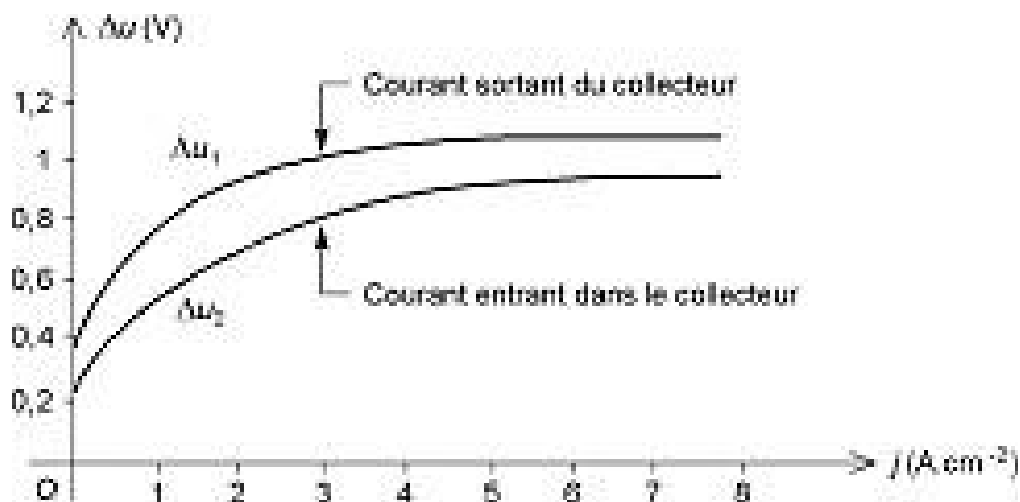


Figure 9.20 – Variations de la chute de tension entre balai et collecteur en fonction de la densité de courant.

R_b est la résistance équivalente aux contacts entre balais et collecteur. Elle n'est pas indépendante du courant. En effet, la chute de tension entre un balai et le collecteur varie de façon complexe. Elle dépend du type de balais, du sens de passage du courant et de la densité de courant (figure 9.20). Vues

des bornes du moteur, les deux chutes de tension s'ajoutent (figure 9.21). On peut définir une résistance équivalente par :

$$R_b = \frac{\Delta u}{i}$$

Toutefois, cette résistance n'est pas constante : elle varie en fonction de la densité de courant. Une approximation différente consiste à considérer une chute de tension constante Δu :

$$u = e' + Ri + L_a \frac{di}{dt} + \Delta u$$

Cette chute de tension est habituellement de l'ordre de 2 V.

En régime permanent, le courant est constant et la formule se simplifie :

$$u_a = e' + R_a i_a$$

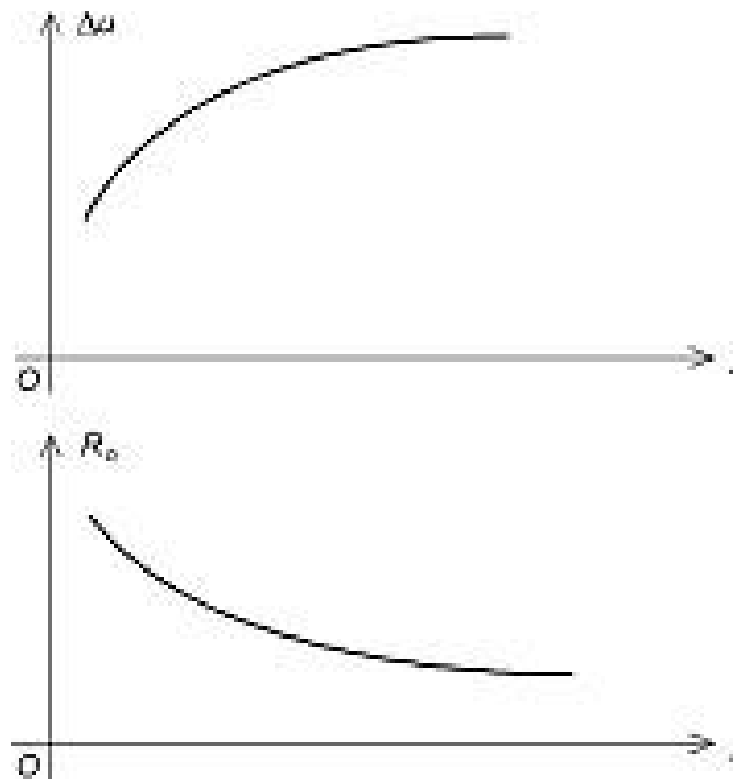


Figure 9.21 – Allure des variations de la chute de tension pour les deux balais et de la résistance équivalente en fonction de la densité de courant.

9.3.4 Loi des mailles pour l'inducteur

L'inducteur se comporte comme une simple bobine de résistance R_f et d'inductance L_f . Si u_f est la tension à ses bornes et i_f l'intensité du courant qui le traverse, la loi des mailles s'écrit :

$$u_f = R_f i_f + L_f \frac{di_f}{dt}$$

En régime permanent, le courant est constant et la formule se simplifie :

$$u_f = R_f i_f$$

9.4 Étude énergétique

9.4.1 Bilan des puissances en régime permanent

La puissance appelée par l'induit du moteur est :

$$P_a = u_a i_a$$

La puissance reçue par le circuit inducteur (puissance d'excitation) est :

$$P_e = u_f i_f$$

L'induit est le siège de pertes par effet Joule p_{ja} :

$$p_{ja} = R_a i_a^2$$

L'inducteur est le siège de pertes par effet Joule p_{je} :

$$p_{je} = R_f i_f^2$$

Le rotor étant soumis à un flux variable à cause de son mouvement, il est le siège de pertes ferromagnétiques p_f . Les frottements sur les paliers, la ventilation et les frottements des balais sur le collecteur conduisent à des pertes mécaniques p_m . Le total des pertes est ainsi :

$$p = p_{ja} + p_{je} + p_f + p_m$$

La puissance disponible pour la charge est appelée puissance utile P_u . Elle représente la différence entre la puissance électrique appelée P_a et l'ensemble des pertes :

$$P_u = P_a - p$$

9.4.2 Rendement

Le rendement est le rapport de la puissance utile et de la puissance totale appelée par le moteur :

$$\eta = \frac{P_u}{P_a + P_e}$$

9.5 Caractéristiques suivant le mode d'excitation

9.5.1 Expression de la vitesse

La vitesse de rotation ω_m s'exprime en fonction de la tension u_a aux bornes de l'induit, de l'intensité i_a du courant traversant l'induit, de la résistance R_a de cet enroulement, du flux Φ sous un pôle et de la constante k introduite auparavant :

$$\omega_m = \frac{u_a - R_a i_a}{k\Phi}$$

Examinons les caractéristiques des deux types de machines ayant des utilisations courantes : les moteurs à excitation séparée et les moteurs à excitation série.

9.5.2 Excitation indépendante

Pour faire varier la vitesse du moteur, on peut agir soit sur la tension d'alimentation de l'induit, soit sur le flux, par l'intermédiaire du courant dans l'inducteur. La meilleure solution consiste à agir sur la tension d'induit à flux constant. Le même couple est alors développé à toutes les

vitesses. Ce mode de fonctionnement est appelé « à couple constant ». Lorsque le moteur est alimenté sous tension constante, on peut augmenter la vitesse en diminuant le flux, mais le couple est plus faible à courant donné puisque son moment est proportionnel au flux. Ce type d'action n'est utilisé que pour étendre la plage de variation de la vitesse. Ce mode de fonctionnement est appelé « à puissance constante ».

■ Fonctionnement à couple constant

L'inducteur est alimenté par son courant nominal. Le flux Φ est donc imposé. Le moteur peut développer son couple nominal à toutes les vitesses, ce qui justifie l'appellation de fonctionnement à couple constant. La vitesse de rotation ω_m est donnée par la formule :

$$\omega_m = \frac{u_a}{k\Phi} - \frac{R_a \gamma}{(k\Phi)^2}$$

Les courbes qui représentent la vitesse de rotation en fonction du moment du couple sont des droites paramétrées par la tension u_a appliquée à l'induit (figure 9.22).

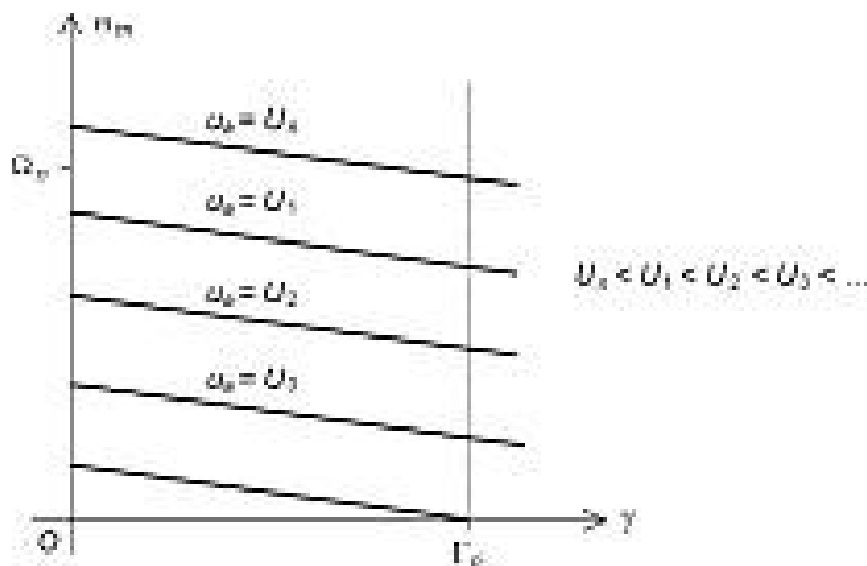


Figure 9.22 – Courbes de la vitesse de rotation en fonction du moment du couple, avec la tension d'induit en paramètre.

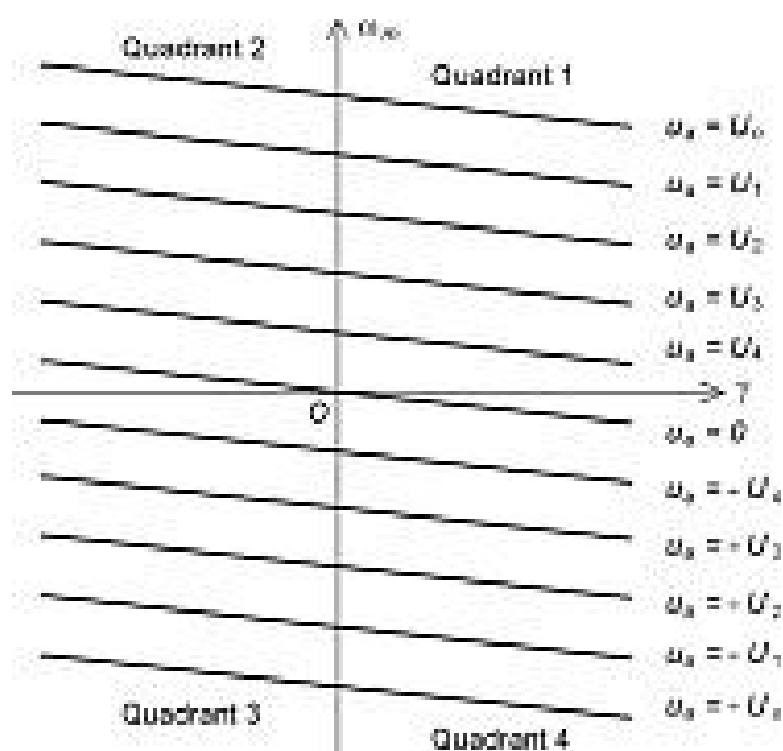


Figure 9.23 – Courbes de la vitesse de rotation en fonction du moment du couple dans les quatre quadrants, avec la tension d'induit en paramètre.

Tableau 9.1 – Définition des quatre quadrants de fonctionnement.

Quadrant	Signe de la vitesse	Signe du moment du couple	Type de fonctionnement
1	+	+	Marche en moteur tournant dans le sens positif
2	+	–	Marche en génératrice tournant dans le sens positif (freinage)
3	–	–	Marche en moteur tournant dans le sens négatif
4	–	+	Marche en génératrice tournant dans le sens négatif (freinage)

Le fonctionnement est possible dans les quatre quadrants (*figure 9.23*). Le démarrage s'effectue par augmentation progressive de la tension d'induit. Le freinage s'effectue avec récupération de l'énergie, la machine fonctionnant alors en génératrice. Ces fonctionnements sont possibles dans les deux sens de rotation (*tableau 9.1*). L'inversion du sens de rotation est obtenue par l'inversion des polarités de la tension d'induit ou par celle du sens du courant d'excitation.

■ Fonctionnement à puissance constante

Lorsque la tension u_a appliquée à l'induit a atteint sa valeur maximale U_n , il n'est plus possible d'augmenter la vitesse par action sur la tension. Pour aller plus loin, il faut diminuer le flux inducteur Φ en réduisant l'intensité i_f du courant d'excitation. La vitesse est inversement proportionnelle au flux puisque la tension est maintenant constante :

$$\omega_m = \frac{U_n - R_a i_a}{k\Phi}$$

Le moment γ du couple diminue également car il est proportionnel au flux inducteur Φ :

$$\gamma = k\Phi i_a$$

La puissance électromagnétique est alors :

$$P = U_n i_a - R_a i_a^2$$

À courant d'induit fixé, la puissance électromagnétique est constante, ce qui justifie le nom donné à ce mode de fonctionnement. Ce type de réglage n'est intéressant que pour des charges dont le moment du couple résistant diminue avec la vitesse : bobineuses, laminoirs, machines-outils pour le déplacement rapide lorsque l'outil ne travaille pas.

9.5.3 Excitation série

Pour un moteur à excitation série, l'induit et l'inducteur sont branchés en série sous la tension u (*figure 9.24*). Ils sont donc parcourus par le même courant i , et la loi des mailles s'écrit :

$$u = e' + (R_a + R_f)i$$

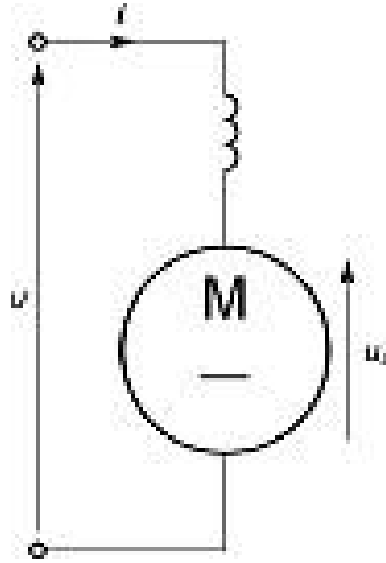


Figure 9.24 – Moteur à excitation série.

Si le circuit magnétique n'est pas saturé, le moment du couple électromagnétique est proportionnel au carré de l'intensité du courant :

$$\gamma = Ki^2$$

Dans ces conditions, la caractéristique du moment du couple électromagnétique en fonction de l'intensité i du courant est une parabole. Par contre, quand le courant augmente, le circuit magnétique se sature progressivement, et le moment du couple croît alors moins vite que Ki^2 pour tendre vers une variation linéaire si la saturation est importante (*figure 9.25*).

Si le circuit magnétique n'est pas saturé, la vitesse de rotation ω_m s'exprime par la formule :

$$\omega_m = \frac{u - (R_a + R_f)i}{Ki}$$

Dans ces conditions, à tension u constante, la caractéristique de la vitesse de rotation en fonction de l'intensité i du courant est une hyperbole. Avec des courants plus importants, la vitesse diminue moins vite à cause de la saturation (*figure 9.26*).

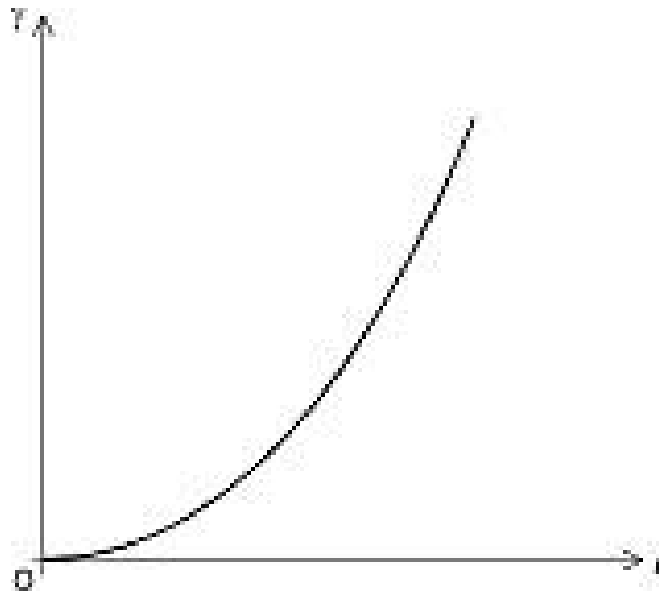


Figure 9.25 – Courbe du moment du couple électromagnétique en fonction de l'intensité du courant.

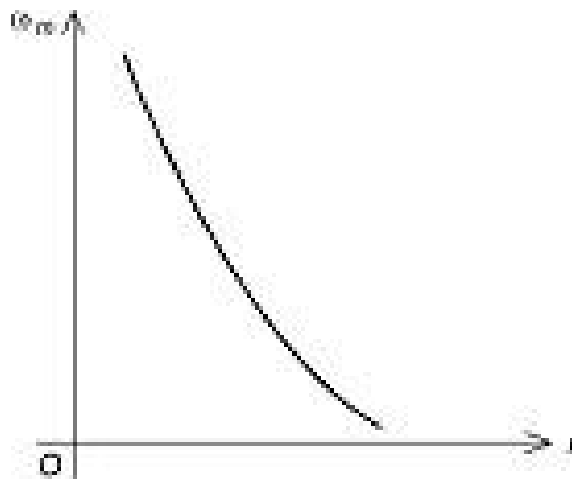


Figure 9.26 – Courbe de la vitesse de rotation en fonction de l'intensité du courant.

L'équation de la caractéristique mécanique dans la zone non saturée est :

$$\gamma = K \frac{u^2}{(R_a + R_f + K\omega_m)^2}$$

Cette équation permet de tracer la partie de la caractéristique mécanique dans la zone non saturée. Le reste de la courbe peut être tracé point par point à partir des caractéristiques précédentes (*figure 9.27*).

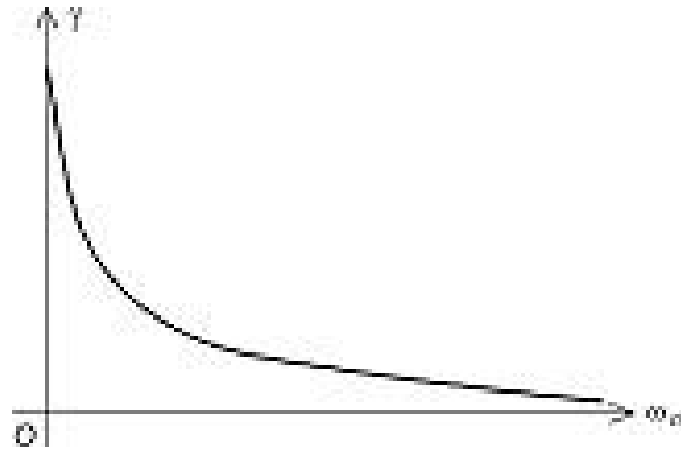


Figure 9.27 – Caractéristique mécanique d'un moteur série.

Le moment du couple étant proportionnel à u^2 , il ne dépend pas de la polarité de la tension u . Pour inverser le sens de rotation, il faut inverser le sens relatif des branchements de l'induit et de l'inducteur.

BIBLIOGRAPHIE

- BONAL J., *Utilisation industrielle des moteurs à courant alternatif*, Paris, Technique et Documentation, 2001.
- BORNAND M., *Électrotechnique - Réseau triphasé - Machines à courant alternatif*, Paris, Vuibert, 1984.
- BOUCHARD R.-P., OLIVIER G., *Électrotechnique, Montréal, Éditions de l'école technique de Montréal*, 1996.
- CAHEN F., *Électrotechnique, tome 1, Circuits et réseaux en régime permanent*, 2^e édition, Paris, Gauthier Villars, 1970.
- CAHEN F., *Électrotechnique, tome 2, Régimes transitoires – Lignes – Filtres*, Paris, Gauthier Villars, 1963.
- CAHEN F., *Électrotechnique, tome 3, Machines à courant continu – Transformateurs*, Paris, Gauthier Villars, 1964.
- CAHEN F., *Électrotechnique, tome 4, Machines tournantes à courant alternatif*, Paris, Gauthier Villars, 1964.
- CARON J.-P., HAUTIER J.-P., *Modélisation et commande de la machine asynchrone*, Paris, Technip, 1995.
- CHATELAIN J., *Machines électriques, Traité d'électricité, volume X*, Presses polytechniques romandes, 1989.
- CHAUPRADE R., *Commande électronique des moteurs à courant continu*, Paris, Eyrolles, 1975.

- CHAUPRADE R., MILSANT F., *Électronique de puissance – commande des moteurs à courant alternatif*, Paris, Eyrolles, 1990.
- DALMASSO J.-L., *Cours d'électrotechnique, 1. Machines tournantes à courants alternatifs*, 2^e édition, Paris, Belin, 1985
- DALMASSO J.-L., *Cours d'électrotechnique, 2. Traitement de l'énergie électrique*, 2^e édition, Paris, Belin, 1984
- FOUILLÉ A., *Électrotechnique à l'usage des ingénieurs, tome 1, Électromagnétisme – Courants alternatifs*, 11^e édition, Paris, Dunod, 1981.
- FOUILLÉ A., *Électrotechnique à l'usage des ingénieurs, tome 2, Machines électriques à courants alternatifs*, 10^e édition, Paris, Dunod, 1980.
- FOUILLÉ A., *Électrotechnique à l'usage des ingénieurs, tome 3, Machines continues, électronique de puissance*, 10^e édition, Paris, Dunod, 1980.
- FRIÉDÉRICH R., *Initiation à l'électricité et à l'électrotechnique*, Paris, Éditions Fréquences.
- GENON A., LEGROS W., *Machines électriques*, Hermes Science Publications, 2000.
- GUILBERT A., *Circuits magnétiques à flux alternatifs – Transformateurs*, Paris, Eyrolles, 1973.
- GUILBERT A., *Machines synchrones*, Paris, Dunod, 1965.
- GUILBERT A., *Théorie, fonctionnement et calcul des machines électriques, tome 1, Circuit magnétique – Machines à courant continu*, Paris, Dunod, 1951.
- JOOS G., GOODMAN E. D., *Entraînements à courant continu*, Québec, Presses de l'université du Québec, 1987.
- LACROUX G., *Les actionneurs électriques pour la robotique et les asservissements*, 2^e édition, Paris, Technique et Documentation, 1994.
- LACROUX G., *Les aimants permanents*, Paris, Technique et Documentation, 1989.
- LESENNE J., NOTELET F., SEGUIER G., *Introduction à l'électrotechnique approfondie*, Paris, Technique et Documentation, 1981.

- LOUTZKY S., *Calcul pratique des alternateurs et des moteurs asynchrones*, Paris, Eyrolles, 1969.
- LOUTZKY S., *Calcul pratique des machines électriques à courant continu*, Paris, Eyrolles, 1963.
- MAYÉ P., *Moteurs électriques industriels*, Paris, Dunod, 2005.
- MILSANT F., *Cours d'électrotechnique, tome 2, Machines à courant continu*, Paris, Eyrolles, 1981.
- MUTREL L., *Le moteur asynchrone*, Paris, Ellipses, 1999.
- PICHOIR J., *Cours d'électrotechnique, tome 2, Courant alternatif*, Paris, Masson, 1963.
- PICHOIR J., *Cours d'électrotechnique, tome 3, Machines électriques (3 fascicules)*, Paris, Masson, 1965.
- PINARD M., *Commande électronique des moteurs électriques*, Paris, Dunod, 2004.
- POLOUJADOFF M., *Conversions électromécaniques*, Paris, Dunod, 1969.
- SAINT-JEAN B., *Électrotechnique et machines électriques*, Paris, Eyrolles, 1977.
- SÉGUIER G., NOTELET F., *Électrotechnique industrielle*, 3^e édition, Paris, Technique et Documentation, 2006.
- STURTZER G., SMIGIEL E., *Modélisation et commande des moteurs triphasés*, Paris, Ellipses, 2000.

INDEX

A

accrochage 210
admittance 53
aimant 36
aimantation rémanente 27
alimentation en courant 241
Alnico 43
alternateur 181
 inversé 259
 isolé 205
 sous-excité 208
 sur le réseau 206
 surexcité 208
amortisseur 186
amplitude 49
analogie électrique 34
angle
 d'avance hystérétique 97
 d'ouverture d'encoche 163
 électrique 171
 interne 202, 203
association
 en parallèle 55, 136
 en série 54

autopilotage 213
autotransformateur 136
 idéal 139

B

balai 277
bilan de puissance 198, 295
bobine 54
 à noyau de fer 90
 à pas raccourci 160
 triphasée 98

C

cage
 d'écureuil 218, 242
 de démarrage 246
 de travail 246
 externe 246
caractéristique
 de réglage 209
 extérieure 206
 interne 191
 magnétique 281
 mécanique 240, 262, 302
 réduite 240

- cas
 - de Lorentz 23
 - de Neumann 23
 - cascade hyposynchrone 266
 - champ
 - électrique 47
 - magnétique 17, 47, 279
 - changement
 - de couplage 74
 - du nombre de pôles 260
 - chute de tension 118, 294
 - circuit
 - d'excitation 187
 - magnétique 32, 126
 - dissymétrique 99
 - symétrique 99
 - coefficient
 - de dispersion de Blondel 226
 - de Kapp 191
 - coénergie 31
 - collecteur 277, 281
 - commande
 - scalaire 268
 - vectorielle 273
 - composante
 - normale 30
 - symétrique 175
 - de Fortescue 85
 - tangentielle 30
 - condensateur 54
 - condition de couplage 122
 - conductance 53
 - conducteur 145
 - constante physique 14
 - couplage 207
 - Dahlander 260
 - entre phases 77
 - étoile
 - avec neutre 68
 - sans neutre 70
 - étoile-étoile 131
 - étoile-zigzag 134
 - normalisé 131
 - triangle 71
 - triangle-étoile 132
 - couple
 - de démarrage 238
 - électromagnétique 234, 237, 291
 - maximal 238
 - réductant 204
 - courant
 - d'excitation 191
 - de Foucault 95
 - de phase 71
 - en ligne 64
 - magnétisant 224
 - non sinusoïdal 178
 - polygonal 71
 - cycle
 - d'hystérésis 27
 - de recul 38
- D**
- décrochage 212
 - degré de déséquilibre 86
 - démarrage 209, 245, 248, 263
 - avec insertion
 - de bobines en série 252
 - de résistances en série 249
 - en moteur asynchrone 210
 - étoile-triangle 253
 - par autotransformateur 255
 - par gradateur 255
 - demi-bobine 127
 - densité de courant 48
 - déphasage 51
 - déplacement électrique 47
 - déséquilibre 83
 - désignation normalisée 130

diagramme
 bipolaire 207, 211
 de Behn-Eschenburg 194
 de Blondel 197
 de Kapp 118
 des puissances 201, 232
 différence de potentiel magnétique 34
 dimension 5
 dipôle linéaire passif 53
 dissymétrie 100
 domaine quasi-statique 48
 droite
 d'entrefer 37
 de recul 37

E

effet
 de peau 247
 Joule 81
 encoche 145
 énergie
 magnétique 31
 potentielle 22
 enroulement 126, 286
 à deux couches 146
 à une couche 145
 concentré 143
 diamétral
 bipolaire 153
 multipolaire 155
 distribué 143
 en bobines concentriques 149
 en sections 150
 par pôle 150
 conséquent 151
 réparti
 à pas raccourci 161
 diamétral 157
 entrefer 36

équation
 aux dimensions 5
 de Maxwell 46
 excitation
 coercitive 27
 composée 278
 indépendante 296
 magnétique 47
 parallèle 277
 série 277, 299

F

facteur
 d'inclinaison 165
 d'ouverture d'encoche 163
 de bobinage 166
 de distribution 158
 de puissance 79
 de raccourcissement 163
 faible glissement 237
 faisceau 287
 ferrite 43
 fil
 de phase 69
 neutre 64, 69
 flux
 coupé 21
 de fuite 92, 114
 forcé 93
 indépendant 98
 inducteur 281
 lié 98
 magnétique 18
 rémanent 120
 total 23
 force
 contre-électromotrice 24, 292
 de Laplace 20, 283
 de Lorentz 18

- électromotrice 23
 - à vide 193
 - moyenne 24
 - magnétomotrice 33
 - antagoniste 40
 - formule
 - d'Arnold 244
 - de Boucherot 93
 - freinage 239, 256, 264
 - à contre-courant 258, 264
 - hypersynchrone 257, 264
 - par injection de courant continu 259
 - fréquence 50
- G**
- générateur 67
 - asynchrone
 - à cage d'écureuil 219
 - à rotor bobiné 219
 - synchrone
 - à aimants 188
 - à rotor bobiné 188
 - glissement 220
 - grandeur
 - physique 3
 - sinusoïdale 49
 - groupe de couplage 129
- H**
- hacheur rotorique 267
 - hypothèse de Kapp 92
- I**
- impédance 53
 - cyclique 77
 - équivalente à une barre 244
 - ramenée au secondaire 118
 - inclinaison d'encoche 165
 - indépendance de composante 87
 - indice horaire 129
- inductance
 - cyclique magnétisante 224
 - de fuite 92
 - partielle 225
 - totale de Boucherot 226
 - mutuelle 45
 - propre 45
 - synchrone 193
 - inducteur 277, 295
 - induction électromagnétique 22
 - induit 277, 292
 - inversion du sens de rotation 259
 - isolement 107
- L**
- ligne
 - à quatre fils 64
 - à trois fils 66
 - de champ 18, 290
 - loi
 - $\frac{U}{f}$ constante 271
 - corrigée 271
 - d'Hopkinson 32
 - d'Ohm locale 47
 - de Faraday 23
- M**
- machine
 - à courant continu 275
 - à entrefer constant 193
 - à induction 215
 - à pôles saillants 196
 - alternative 143
 - asynchrone 215
 - multipolaire 289
 - synchrone 181
 - magnétisation 39
 - matériaux pour aimant 43
 - matrice de Fortescue 86
 - milieu ferromagnétique 25

mise sous tension d'un transformateur 120
 mode d'excitation 277
 modèle
 avec circuits couplés 222
 avec inductances de fuites partielles 223
 totalisées
 au rotor 226
 au stator 227
 de Thévenin 67
 équivalent à un aimant 42
 moment du couple électromagnétique 203
 moteur
 à courant continu 275
 à double cage 246
 à encoches profondes 247
 asynchrone 215
 à cage d'écureuil 218
 à rotor bobiné 219
 auxiliaire 209
 synchrone 182
 à aimants 189
 à rotor bobiné 188

N

neutre 69
 nombre d'encoches par pôle et par phase 146
 notation de Kennely 51
 noyau ferromagnétique 104

P

pas
 à droite 105
 à gauche 105
 dentaire 147
 polaire 147

période 50
 perméabilité
 magnétique 29
 du vide 25
 relative 29
 perméance 33
 perte
 anormale 94
 ferromagnétique 94, 116, 119, 199, 228, 232, 295
 mécanique 199, 232, 295
 par courant de Foucault 94
 par effet Joule 119, 199, 232, 295
 par hystérésis 94
 phase 49
 à l'origine des temps 49
 pointage d'enroulement 105, 107
 pôle saillant 183
 préfixe 11
 primaire 104
 puissance
 active 56, 78, 232
 apparente 56, 79
 complexe 57
 d'excitation 295
 électromagnétique transmise
 à travers l'entrefer 232
 fluctuante 78
 instantanée 55, 78
 mécanique 198
 interne 232, 233
 moyenne 56
 réactive 56, 78, 234
 transmise 233
 utile 232, 296
 pulsation 49

Q

quadrant de fonctionnement 298

R

rapport de transformation 103, 126, 136
 réactance 53
 synchrone 193
 longitudinale 196
 transversale 196
 réaction d'induit 289
 récepteur 67
 réfraction de ligne de champ 30
 régime sinusoïdal 49
 réglage de vitesse 260, 264
 règle de Maxwell 19
 réluctance 33
 variable 186
 rendement 120, 202, 234, 296
 répartition non sinusoïdale 176
 représentation
 complexe 51, 63
 conventionnelle 128
 de Fresnel 50, 61
 résistance 53, 54
 statorique 193
 rhéostat rotorique 265
 rotor 182, 217, 276
 à aimant 184
 à cage 217
 à griffe 184
 bobiné 183, 217

S

saturation 27, 289
 schéma
 de bobinage 151
 électrique analogue 43
 équivalent 116
 monophasé équivalent 74, 135
 secondaire 104
 série de Fourier 93
 spire 23, 145
 stator 182, 217, 276

structure de Lundell 184
 susceptance 53
 système
 direct 62
 équilibré
 direct 85
 inverse 85
 homopolaire 85
 international 5
 inverse 62
 triphasé
 déséquilibré 83
 équilibré 59

T

tension
 composée 65
 magnétique 34
 d'entrefer 152
 tournante 167, 244
 bipolaire 167
 multipolaire 169
 simple 64
 terre rare 43
 tesla 18
 théorème
 d'Ampère 25, 32
 de Boucherot 58
 de Ferraris 174
 de Thévenin 235
 transformateur 103
 à plusieurs secondaires 123
 à secondaires à prises intermédiaires 124
 en parallèle 122
 idéal 109, 131
 monophasé 103
 réel 113, 135
 triphasé 125
 transformation de Fortescue 85
 travail des forces de Laplace 21

- U**
- unité 5
 - de base 5
 - dérivée 8
- V**
- valeur
 - efficace 49
 - instantanée 49
 - variation de la résistance rotorique
 - par hacheur 266
 - par rhéostat de glissement 265
- vecteur**
- aimantation 25
 - de Fresnel 50
 - excitation magnétique 25
- vitesse 296**
- électrique 171
 - synchrone 191
- W**
- Weber 19

Photocomposition : **SCM**, Toulouse

AIDE-MÉMOIRE DE L'INGÉNIEUR

Pierre Mayé

ÉLECTROTECHNIQUE

Cet aide-mémoire regroupe l'ensemble des données essentielles de l'électrotechnique. Après quelques brefs rappels d'électromagnétisme et d'électricité (en particulier sur les circuits monophasés et triphasés), il décrit les principaux dispositifs utilisés en électrotechnique :

- les bobines et les transformateurs, monophasés puis triphasés ;
- les machines synchrones triphasées ;
- les machines asynchrones triphasées ;
- les machines à courant continu.

Pour chacun d'eux, l'ouvrage explique le principe de fonctionnement, présente les différents modèles utilisés, et détaille le bilan des puissances et les conditions de mise en œuvre.

Illustré par de nombreux schémas, cet ouvrage constitue un véritable outil de travail pour les ingénieurs et les techniciens en électrotechnique, ainsi que pour les étudiants du domaine.

PIERRE MAYÉ

est agrégé de physique et ingénieur en électronique et électromécanique. Il enseigne en BTS d'électronique à Arras. Il est l'auteur de plusieurs ouvrages spécialisés en électronique et électrotechnique.



ISBN 2 10 0049578 X

L'USINE NOUVELLE

www.dunod.com

