Alain Badiou
L'être et l'événement

L'ordre philosophique
Collection dirigée par François Wahl

aux Éditions du Seuil, Paris

L'ORDRE PHILOSOPHIQUE

COLLECTION DIRIGÉE PAR FRANÇOIS WAHL

L'ÊTRE ET L'ÉVÉNEMENT

DU MÊME AUTEUR

AUX MÊMES ÉDITIONS

Trajectoire inverse
I. Almagestes, *1964*
II. Portulans, *1967*

Théorie du sujet
1982

Peut-on penser la politique ?
1985

CHEZ D'AUTRES ÉDITEURS

Le concept de modèle
Éditions Maspero, 1969

Théorie de la contradiction
Éditions Maspero, 1975

Le mouvement ouvrier révolutionnaire contre le syndicalisme
Éditions Potemkine, 1976

De l'idéologie
en collaboration avec F. Balmès
Éditions Maspero, 1976

Le noyau rationnel de la dialectique hégélienne
en collaboration avec L. Mossot et J. Bellassen
Éditions Maspero, 1978

La « contestation » dans le PCF
Éditions Potemkine, 1978

L'écharpe rouge, romanopéra
Éditions Maspero, 1979

Jean-Paul Sartre
Éditions Potemkine, 1980

ALAIN BADIOU

L'ÊTRE ET L'ÉVÉNEMENT

Ouvrage publié avec le concours du Centre national des Lettres

ÉDITIONS DU SEUIL
*27, rue Jacob, Paris VI^e^*

ISBN 2-02-009862-8

© ÉDITIONS DU SEUIL, JANVIER 1988.

La loi du 11 mars 1957 interdit les copies ou reproductions destinées a une utilisation collective. Toute représentation ou reproduction integrale ou partielle faite par quelque procede que ce soit, sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants cause, est illicite et constitue une contrefaçon sanctionnée par les articles 425 et suivants du Code penal

Introduction

1

Admettons qu'aujourd'hui, à échelle mondiale, on puisse commencer l'analyse de l'état de la philosophie par la supposition des trois énoncés que voici :

1. Heidegger est le dernier philosophe universellement reconnaissable.

2. La figure de la rationalité scientifique est conservée comme paradigme, de façon dominante, par les dispositifs de pensée, surtout américains, qui ont suivi les mutations des mathématiques, celles de la logique et les travaux du cercle de Vienne.

3. Une doctrine postcartésienne du sujet est en voie de déploiement, dont l'origine est assignable à des pratiques non philosophiques (la politique, ou le rapport institué aux « maladies mentales »), et dont le régime d'interprétation, marqué des noms de Marx (et de Lénine), de Freud (et de Lacan), est intriqué à des opérations, cliniques ou militantes, qui excèdent le discours transmissible.

Qu'y a-t-il de commun à ces trois énoncés ? Certainement qu'ils désignent, chacun à sa façon, la *clôture* d'une époque entière de la pensée et de ses enjeux. Heidegger, dans l'élément de la déconstruction de la métaphysique, pense l'époque comme régie par un oubli inaugural, et propose un retournement grec. Le courant « analytique » anglo-saxon disqualifie la plupart des phrases de la philosophie classique comme dénuées de sens, ou limitées à l'exercice libre d'un jeu de langage. Marx annonçait la fin de la philosophie, et sa réalisation pratique. Lacan parle de « l'antiphilosophie », et ordonne à l'imaginaire la totalisation spéculative.

Ce qu'il y a par ailleurs de disparate dans ces énoncés saute aux

yeux. La position paradigmatique de la science, telle que, jusque dans son déni anarchisant, elle organise la pensée anglo-saxonne, est pointée par Heidegger comme un effet ultime, et nihiliste, de la disposition métaphysique, cependant que Freud et Marx en conservent les idéaux, et que Lacan même y reconstituait, par la logique et la topologie, les appuis d'éventuels mathèmes. L'idée d'une émancipation, ou d'un salut, est proposée par Marx ou Lénine dans la guise de la révolution sociale, mais elle est considérée par Freud ou Lacan avec un pessimisme sceptique, envisagée par Heidegger dans l'anticipation rétroagissante du « retour des dieux », cependant que *grosso modo* les Américains s'accommodent du consensus autour des procédures de la démocratie représentative.

Il y a donc accord général sur la conviction que nulle systématique spéculative n'est concevable, et que l'époque est révolue où la proposition d'une doctrine du nœud être/non-être/pensée (si l'on admet que c'est de ce nœud que depuis Parménide s'origine ce qu'on appelle « philosophie ») pouvait se faire dans la forme d'un discours achevé. Le temps de la pensée est ouvert à un régime d'appréhension différent.

Il y a désaccord sur le point de savoir si cette ouverture, dont l'essence est de clore l'âge métaphysique, s'indique comme *révolution*, comme *retournement*, ou comme *critique*.

Ma propre intervention dans cette conjoncture consiste à y tracer une diagonale, car le trajet de pensée que je tente passe par trois points suturés, chacun, dans un des trois lieux que les énoncés ci-dessus désignent.

— Avec Heidegger, on soutiendra que c'est du biais de la question ontologique que se soutient la re-qualification de la philosophie comme telle.

— Avec la philosophie analytique, on tiendra que la révolution mathématico-logique de Frege-Cantor fixe à la pensée des orientations nouvelles.

— On conviendra enfin que nul appareillage conceptuel n'est pertinent s'il n'est pas homogène aux orientations théorico-pratiques de la doctrine moderne du sujet, elle-même intérieure à des processus pratiques (cliniques ou politiques).

Ce trajet renvoie à des périodisations enchevêtrées, dont l'unification, à mes yeux arbitraire, conduirait au choix unilatéral d'une des trois orientations contre les autres. Nous vivons une époque complexe,

voire confuse, en raison de ce que les ruptures et les continuités dont elle se tisse ne se laissent pas subsumer sous un vocable unique. Il n'y a pas aujourd'hui « une » révolution (ou « un » retournement, ou « une » critique). Je résumerais volontiers ainsi le multiple temporel décalé qui organise notre site :

1. Nous sommes contemporains d'une *troisième époque* de la science, après la grecque et la galiléenne. La césure nommable qui ouvre cette troisième époque n'est pas (comme pour la grecque) une invention — celle des mathématiques démonstratives —, ni (comme la galiléenne) une coupure — celle qui mathématise le discours physique. C'est une refonte, d'où s'avèrent la nature du socle mathématique de la rationalité, et le caractère de la décision de pensée qui l'établit.

2. Nous sommes également contemporains d'une *deuxième époque* de la doctrine du Sujet, qui n'est plus le sujet fondateur, centré et réflexif, dont le thème court de Descartes à Hegel, et reste encore lisible jusqu'à Marx et Freud (et jusqu'à Husserl et Sartre). Le Sujet contemporain est vide, clivé, a-substantiel, irréflexif. Il n'est en outre que supposable au regard de processus particuliers dont les conditions sont rigoureuses.

3. Nous sommes enfin contemporains d'un *commencement* en ce qui concerne la doctrine de la vérité, après que s'est défaite sa relation de consécution organique au savoir. On aperçoit rétroactivement qu'a régné jusqu'ici sans partage ce que je nommerai la véridicité, et que, si étrange que cela puisse paraître, il convient de dire que la vérité est un mot neuf en Europe (et ailleurs). Ce thème de la vérité croise du reste Heidegger (qui le premier le soustrait au savoir), les mathématiciens (qui rompent à la fin du siècle dernier avec l'objet comme avec l'adéquation) et les théories modernes du sujet (qui excentrent la vérité de sa prononciation subjective).

La thèse initiale de mon entreprise, celle à partir de laquelle on dispose l'enchevêtrement des périodisations en prélevant le sens de chacune, est la suivante : la science de l'être-en-tant-qu'être *existe* depuis les Grecs, car tel est le statut et le sens des mathématiques. Mais nous n'avons qu'aujourd'hui les moyens de le *savoir*. De cette thèse découle que la philosophie n'a pas pour centre l'ontologie — laquelle existe comme discipline exacte et séparée —, mais qu'elle *circule* entre cette ontologie, les théories modernes du sujet, et sa propre histoire. Le complexe contemporain des conditions de la philosophie embrasse bien

tout ce à quoi se réfèrent mes trois énoncés premiers : l'histoire de la pensée « occidentale », les mathématiques postcantoriennes, la psychanalyse, l'art contemporain et la politique. La philosophie ni ne coïncide avec aucune de ces conditions, ni n'en élabore le tout. Elle doit seulement proposer un cadre conceptuel où puisse se réfléchir la compossibilité contemporaine de ces éléments. Elle ne le peut, car c'est ce qui la dessaisit de toute ambition fondatrice, où elle se perdrait, qu'en désignant parmi ses propres conditions, et comme situation discursive singulière, l'ontologie elle-même, sous la forme des mathématiques pures. C'est là, proprement, ce qui la délivre, et l'ordonne ultimement au soin des vérités.

Les catégories que ce livre dispose, et qui vont du pur multiple au Sujet, constituent l'ordre général d'une pensée telle qu'elle puisse *s'exercer* dans toute l'étendue du référentiel contemporain. Elles sont donc disponibles pour le service aussi bien des procédures de la science, que de l'analyse ou de la politique. Elles tentent d'organiser une vision abstraite des réquisits de l'époque.

2

L'énoncé (philosophique) selon quoi les mathématiques *sont* l'ontologie — la science de l'être-en-tant-qu'être — est le trait de lumière dont s'éclaira la scène spéculative que, dans ma *Théorie du sujet*, j'avais limitée, en présupposant purement et simplement qu'il « y avait » de la subjectivation. La compatibilité de cette thèse avec une ontologie possible me préoccupait, car la force — et l'absolue faiblesse — du « vieux marxisme », du matérialisme dialectique, avait été de postuler une telle compatibilité sous les espèces de la généralité des lois de la dialectique, c'est-à-dire, au bout du compte, de l'isomorphie entre la dialectique de la nature et la dialectique de l'histoire. Certes, cette isomorphie (hégélienne) était mort-née. Quant on ferraille aujourd'hui encore du côté de Prigogine et de la physique atomique pour y trouver des corpuscules dialectiques, on n'est que le survivant d'une bataille qui n'a jamais sérieusement eu lieu que sous les injonctions un peu brutales de l'État stalinien. La Nature et sa dialectique n'ont rien à voir là-dedans. Mais que le processus-sujet soit compatible avec ce qui est prononçable — ou prononcé — de l'être,

voilà une difficulté sérieuse, que j'avais du reste pointée dans la question posée sans détour en 1964 par Jacques-Alain Miller à Lacan : « Quelle est votre ontologie ? » Notre maître, rusé, y répondait par une allusion au non-étant, ce qui était ajusté, mais court. Pareillement Lacan, dont l'obsession mathématique n'a fait que grandir avec le temps, avait indiqué que la logique pure était « science du réel ». Toutefois le réel reste une catégorie du sujet.

Je tâtonnai pendant plusieurs années autour des impasses de la logique — une exégèse serrée des théorèmes de Löwenheim-Skolem, de Gödel, de Tarski — sans dépasser le cadre de la *Théorie du sujet* autrement que par la subtilité technique. Sans m'en rendre compte, je restais sous l'emprise d'une thèse logiciste, qui soutient que la nécessité des énoncés logico-mathématiques est formelle en ceci qu'elle résulte de l'éradication de tout effet de sens, et qu'en tout cas il n'y a pas lieu de s'interroger sur ce dont ces énoncés sont comptables, en dehors de leur consistance. Je m'embarrassais dans la considération que, à supposer qu'il y ait un référent du discours logico-mathématique, on n'échappait pas à l'alternative de le penser, soit comme « objet » obtenu par abstraction (empirisme), soit comme Idée suprasensible (platonisme), ce qui est le dilemme où vous acule la distinction anglo-saxonne universellement reconnue des sciences « formelles » et des sciences « empiriques ». Rien de tout cela n'était cohérent avec la claire doctrine lacanienne selon laquelle le réel est l'impasse de la formalisation. Je faisais fausse route.

C'est finalement au hasard de recherches bibliographiques et techniques sur le couple discret/continu que j'en vins à penser qu'il fallait changer de terrain, et formuler, quant aux mathématiques, une thèse radicale. Car ce qui me parut constituer l'essence du fameux « problème du continu » était qu'on touchait là un *obstacle* intrinsèque à la pensée mathématique, où se disait l'impossible propre qui en fonde le domaine. A bien considérer les paradoxes apparents des investigations récentes sur le rapport entre un multiple et l'ensemble de ses parties, je finis par penser qu'il n'y avait là des figures intelligibles que si d'abord on acceptait que le Multiple ne soit pas pour les mathématiciens un concept (formel) construit et transparent, mais un réel dont la théorie déployait l'écart intérieur, et l'impasse.

Je parvins alors à la certitude qu'il fallait poser que les mathématiques écrivent ce qui, de l'être même, est prononçable dans le champ

d'une théorie pure du Multiple. Toute l'histoire de la pensée rationnelle me parut s'éclaircir dès lors qu'on assumait l'hypothèse que les mathématiques, au plus loin d'être un jeu sans objet, tirent la sévérité exceptionnelle de leur loi d'être asservies à tenir le discours ontologique. Par un renversement de la question kantienne, il ne s'agissait plus de demander : « Comment la mathématique pure est-elle possible ? » et de répondre : grâce au sujet transcendantal. Mais bien plutôt : la mathématique pure étant science de l'être, comment un sujet est-il possible ?

3

La consistance productive de la pensée dite « formelle » ne peut lui venir de sa seule armature logique. Elle n'est pas — justement — une forme, une épistémé, ou une méthode. Elle est une science *singulière*. C'est ce qui la suture à l'être (vide), point où les mathématiques se disjoignent de la logique pure, qui en établit l'historicité, les impasses successives, les refontes spectaculaires, et l'unité toujours reconnue. A cet égard, pour le philosophe, la coupure décisive, où la mathématique se prononce aveuglément sur sa propre essence, est la création de Cantor. Là seulement est enfin signifié que, quelle que soit la prodigieuse diversité des « objets » et des « structures » mathématiques, ils sont *tous* désignables comme des multiplicités pures édifiées, de façon réglée, à partir du seul ensemble vide. La question de la nature exacte du rapport des mathématiques à l'être est donc entièrement concentrée — pour l'époque où nous sommes — dans la décision axiomatique qui autorise la théorie des ensembles.

Que cette axiomatique soit elle-même en crise depuis que Cohen a établi que le système de Zermelo-Fraenkel ne pouvait prescrire le type de multiplicité du continu ne faisait qu'aiguiser ma conviction que là se jouait une partie cruciale, quoique absolument inaperçue, relative à la puissance du langage au regard de ce qui, de l'être-en-tant-qu'être, s'y laisse mathématiquement prononcer. Je trouvais ironique de n'avoir, dans *Théorie du sujet*, utilisé l'homogénéité « ensembliste » du langage mathématique que comme paradigme des catégories du matérialisme. Je voyais en outre des conséquences très agréables à l'assertion : « mathématiques = ontologie ».

Premièrement, cette assertion nous débarrasse de la vénérable recherche du « fondement » des mathématiques, car l'apodicticité de cette discipline est gagée directement par l'être lui-même, qu'elle prononce.

Deuxièmement, elle évacue le problème, tout aussi ancien, de la nature des objets mathématiques. Objets idéaux (platonisme) ? Objets tirés par abstraction de la substance sensible (Aristote) ? Idées innées (Descartes) ? Objets construits dans l'intuition pure (Kant) ? Dans l'intuition opératoire finie (Brouwer) ? Conventions d'écriture (formalisme) ? Constructions transitives à la logique pure, tautologies (logicisme) ? Si ce que j'énonce est argumentable, la vérité est qu'*il n'y a pas* d'objets mathématiques. Les mathématiques ne *présentent*, au sens strict, *rien*, sans que pour autant elles soient un jeu vide, puisque n'avoir rien à présenter, hormis la présentation elle-même, c'est-à-dire le Multiple, et ne s'accorder ainsi jamais à la forme de l'ob-jet, est certainement une condition de tout discours sur l'être *en tant qu'être*.

Troisièmement, pour ce qui regarde « l'application » des mathématiques aux sciences dites de la nature, dont on se demande périodiquement ce qui en autorise le succès — pour Descartes ou Newton il y fallait Dieu, pour Kant, le sujet transcendantal, après quoi la question n'est plus sérieusement pratiquée, sinon par Bachelard dans une vision encore constituante, et par les tenants américains de la stratification des langages —, on voit tout de suite quel éclaircissement y apporte que les mathématiques soient science, en toute hypothèse, de tout ce qui est, *en tant qu'il est*. La physique, elle, entre dans la présentation. Il lui faut davantage, ou plutôt, autre chose. Mais sa compatibilité avec les mathématiques est de principe.

Il s'en faut naturellement de beaucoup que les philosophes aient ignoré qu'il devait y avoir un lien entre l'existence des mathématiques et la question de l'être. La fonction paradigmatique des mathématiques court de Platon (et sans doute de Parménide) à Kant, qui à la fois en fait culminer l'usage — au point de saluer dans la naissance des mathématiques, indexée à Thalès, un événement salvateur pour l'humanité tout entière (c'était l'avis, aussi, de Spinoza) — et, par le « renversement copernicien », en exténue la portée, puisque c'est la *fermeture* de tout accès à l'être-en-soi qui fonde l'universalité (humaine, trop humaine) des mathématiques. Dès lors, hormis Husserl, qui est un grand classique attardé, la philosophie moderne (enten-

dons : postkantienne) ne sera plus hantée que par le paradigme historique, et, à part quelques exceptions saluées et refoulées, comme Cavaillès et Lautman, elle abandonnera les mathématiques à la sophistique langagière anglo-saxonne. En France, il faut le dire, jusqu'à Lacan.

C'est que les philosophes, qui estimaient avoir eux-mêmes constitué le champ où prend sens la question de l'être, ont, dès Platon, disposé les mathématiques comme modèle de la certitude, ou comme exemple de l'identité, s'embarrassant ensuite dans la *position* spéciale des « objets » qu'articulaient cette certitude ou ces idéalités. D'où un rapport à la fois permanent et biaisé entre philosophie et mathématique, la première oscillant, pour évaluer la seconde, entre la dignité éminente du paradigme rationnel, et le mépris où était tenue l'insignifiance de ses « objets ». Que pouvaient en effet valoir nombres et figures — catégories de « l'objectivité » mathématique pendant vingt-trois siècles —, comparés à la Nature, au Bien, à Dieu ou à l'Homme ? Sinon que la « manière de penser » où ces maigres objets brillaient des feux de l'assurance démonstrative semblait ouvrir la voie à des certitudes moins précaires sur les entités autrement glorieuses de la spéculation.

Tout au plus, si l'on arrive à débrouiller ce qu'en dit Aristote, Platon imaginait-il une architecture mathématique de l'être, une fonction transcendante des nombres idéaux. Il recomposait également un cosmos à partir des polygones réguliers, cela, nous le lisons dans le *Timée*. Mais cette entreprise, qui enchaîne l'être comme Tout (le phantasme du Monde) à un état donné des mathématiques, ne peut engendrer que des images périssables. La physique cartésienne n'y a pas échappé.

La thèse que je soutiens ne déclare nullement que l'être est mathématique, c'est-à-dire composé d'objectivités mathématiques. C'est une thèse non sur le monde, mais sur le discours. Elle affirme que les mathématiques, dans tout leur devenir historique, prononcent ce qui est dicible de l'être-en-tant-qu'être. Loin de se réduire à des tautologies (l'être est ce qu'il est) ou à des mystères (approximation toujours différée d'une Présence), l'ontologie est une science riche, complexe, inachevable, soumise à la dure contrainte d'une fidélité (en l'occurrence, la fidélité déductive), et c'est ainsi que s'avère qu'à seulement organiser le discours de ce qui se soustrait à toute présentation on peut avoir devant soi une tâche infinie et rigoureuse.

Le dépit philosophique provient uniquement de ce que, s'il est exact que ce sont les philosophes qui ont formulé la question de l'être, ce ne sont pas eux, mais les mathématiciens, qui ont effectué la réponse à cette question. Tout ce que nous savons, et pourrons jamais savoir de l'être-en-tant-qu'être, est disposé, dans la médiation d'une théorie pure du multiple, par l'historicité discursive des mathématiques.

Russell disait — sans le croire, bien sûr, personne en vérité ne l'a jamais cru, sauf les ignorants, ce que n'était certes pas Russell — que les mathématiques sont un discours où on ne sait pas de quoi on parle, ni si ce qu'on dit est vrai. Les mathématiques sont bien plutôt le *seul* discours qui « sache » absolument de quoi il parle : l'être, comme tel, quoique ce savoir n'ait nullement besoin d'être réfléchi de façon intra-mathématique, puisque l'être n'est pas un objet, ni n'en prodigue. Et c'est aussi le seul, c'est bien connu, où l'on ait la garantie intégrale, et le critère, de la vérité de ce qu'on dit, au point que cette vérité est l'unique jamais rencontrée à être intégralement transmissible.

4

La thèse de l'identité entre mathématiques et ontologie disconvient, je le sais, et aux philosophes, et aux mathématiciens.

« L'ontologie » philosophique contemporaine est entièrement dominée par le nom de Heidegger. Or, pour Heidegger, la science, dont la mathématique n'est pas distinguée, constitue le noyau dur de la métaphysique, pour autant qu'il la résilie dans la perte même de cet oubli où la métaphysique, depuis Platon, avait fondé l'assurance de ses objets : l'oubli de l'être. Le nihilisme moderne, la neutralité de la pensée ont pour signe majeur l'omniprésence technique de la science, laquelle dispose l'oubli de l'oubli.

C'est donc peu dire que les mathématiques — qu'à ma connaissance il ne mentionne que latéralement — ne sont pas pour Heidegger une voie d'accès à la question originelle, le vecteur possible d'un retournement vers la présence dissipée. Elles sont bien plutôt la cécité elle-même, la grande et majeure puissance du Rien, la forclusion de la pensée par le savoir. Il est du reste symptomatique que l'instauration platonicienne de la métaphysique se soit accompagnée d'une mise en paradigme des mathématiques. Ainsi pour Heidegger peut s'indiquer

dès l'origine que les mathématiques sont intérieures au grand « virage » de la pensée qui s'effectue entre Parménide et Platon, et par lequel ce qui était en position d'ouverture et de voilement se fixe et devient, au prix de l'oubli de sa propre origine, maniable dans la forme de l'Idée.

Le thème du débat avec Heidegger portera donc simultanément sur l'ontologie et sur l'essence des mathématiques, puis, par voie de conséquence, sur ce que signifie que le site de la philosophie soit « originellement grec ». On en peut ouvrir ainsi le développement :

1. Heidegger reste encore assujetti, jusque dans la doctrine du retrait et du dé-voilement, à ce que je considère pour ma part être justement l'essence de la métaphysique, soit la figure de l'être comme pourvoiement et don, comme présence et ouverture, et celle de l'ontologie comme profération d'un trajet de proximité. J'appellerai *poétique* ce type d'ontologie, hantée par la dissipation de la Présence et la perte de l'origine. Nous savons quel rôle jouent les poètes, de Parménide à René Char, en passant par Hölderlin et Trakl, dans l'exégèse heideggérienne. C'est à suivre ses pas qu'avec un tout autre enjeu je m'attachais dans *Théorie du sujet* quand je convoquais, aux nœuds de l'analyse, Eschyle et Sophocle, Mallarmé, Hölderlin ou Rimbaud.

2. Or, à la séduction de la proximité poétique — j'y succombe à peine l'ai-je nommée —, j'opposerai la dimension radicalement soustractive de l'être, forclos non seulement de la représentation, mais de toute présentation. Je dirai que l'être, en tant qu'être, ne se laisse d'aucune façon approcher, mais seulement suturer dans son vide à l'âpreté d'une consistance déductive sans aura. L'être ne se diffuse pas dans le rythme et l'image, il ne règne pas sur la métaphore, il est le souverain nul de l'inférence. A l'ontologie poétique qui — comme l'Histoire — est dans l'impasse d'un excès de présence où l'être se dérobe, il faut substituer l'ontologie mathématique, où s'accomplissent par l'écriture la dé-qualification et l'imprésentation. Quel qu'en soit le prix subjectif, la philosophie doit désigner, pour autant que c'est de l'être-en-tant-qu'être qu'il s'agit, la généalogie du discours sur l'être — et la réflexion possible de son essence — dans Cantor, Gödel ou Cohen, plutôt que dans Hölderlin, Trakl ou Celan.

3. Il y a bien une historicité grecque de la naissance de la philosophie, et indubitablement cette historicité est assignable à la question de l'être. Toutefois, ce n'est pas dans l'énigme et le fragment poétique que l'origine se laisse interpréter. De telles sentences prononcées sur l'être et le non-être dans la tension du poème sont repérables aussi bien en Inde, en Perse, ou en Chine. Si la philosophie — qui est la disposition à désigner où se jouent les questions conjointes de l'être et du ce-qui-advient — naît en Grèce, c'est parce que l'ontologie y établit, avec les premiers mathématiciens *déductifs*, la forme obligée de son discours. C'est l'intrication philosophico-mathématique — lisible jusque dans le poème de Parménide par l'usage du raisonnement apagogique — qui fait de la Grèce le site originel de la philosophie, et définit, jusqu'à Kant, le domaine « classique » de ses objets.

Au fond, affirmer que les mathématiques effectuent l'ontologie disconvient aux philosophes parce que cette thèse les dessaisit absolument de ce qui demeurait le centre de gravité de leur propos, l'ultime refuge de leur identité. Les mathématiques n'ont en effet aujourd'hui nul besoin de la philosophie, et ainsi, peut-on dire, le discours sur l'être se perpétue « tout seul ». Il est du reste caractéristique que cet « aujourd'hui » soit déterminé par la création de la théorie des ensembles, de la logique mathématisée, puis de la théorie des catégories et des *topoi*. Cet effort à la fois réflexif et intramathématique assure assez la mathématique de son être — quoique encore aveuglément — pour pourvoir désormais aux besoins de son avancée.

5

Le péril est que, si les philosophes peuvent être chagrins d'apprendre que, depuis les Grecs, l'ontologie a la forme d'une discipline séparée, les mathématiciens n'en seront nullement comblés. Je connais le scepticisme, voire le mépris amusé, avec lequel les mathématiciens accueillent ce genre de révélation concernant leur discipline. Je m'en formalise d'autant moins que je compte établir dans ce livre même ceci : il est de l'essence de l'ontologie de s'effectuer dans la forclusion réflexive de son identité. Pour celui-là même qui *sait* que c'est de l'être-en-tant-qu'être que procède la vérité des mathématiques, faire des mathématiques — et spécialement des mathématiques inventives — exige que ce savoir ne soit à aucun moment représenté. Car sa représentation, mettant l'être en position générale d'objet, corrompt aussitôt la nécessité, pour toute effectuation ontologique, d'être

désobjectivante. De là naturellement que ce que les Américains appellent le *working mathematician* trouve toujours arriérées et vaines les considérations générales sur sa discipline. Il n'a confiance qu'en qui travaille au coude à coude avec lui sur la brèche des problèmes mathématiques du moment. Mais cette confiance — qui est la subjectivité pratico-ontologique elle-même — est par principe improductive quant à toute description rigoureuse de l'essence générique de ses opérations. Elle est tout entière ordonnée aux innovations particulières.

Empiriquement, le mathématicien soupçonne toujours le philosophe de n'en pas savoir assez pour avoir droit à la parole. Nul n'est en France plus représentatif de cet état d'esprit que Jean Dieudonné. Voilà un mathématicien unanimement connu pour l'encyclopédisme de sa maîtrise mathématique, et le souci de toujours mettre en avant les refontes les plus radicales de la recherche. Jean Dieudonné est en outre un historien des mathématiques particulièrement averti. Tous les débats concernant la philosophie de sa discipline le requièrent. Cependant, la thèse qu'il avance constamment est celle (dans les faits entièrement exacte) de l'effrayant retard où les philosophes se tiennent par rapport aux mathématiques vivantes, point duquel Dieudonné infère que ce qu'ils peuvent en dire est sans actualité. Il en a spécialement à ceux (comme moi, soit dit en passant) dont l'intérêt se porte principalement sur la logique et la théorie des ensembles. Ce sont là pour lui des théories « achevées », où l'on peut raffiner et sophistiquer à l'infini, sans que cela ait beaucoup plus d'intérêt ou de conséquence que de jongler avec des problèmes de géométrie élémentaire, ou de se dévouer aux calculs de matrice (les « absurdes calculs de matrice », dit-il).

Jean Dieudonné en vient donc à la seule directive d'avoir à maîtriser le corpus mathématique actif, moderne, et assure que cette tâche est praticable, puisque aussi bien un Albert Lautman, avant d'être assassiné par les nazis, non seulement y était parvenu, mais même pénétrait plus avant la nature des recherches mathématiques de pointe que bon nombre de ses contemporains mathématiciens.

Mais le paradoxe saisissant de l'éloge de Lautman par Dieudonné est qu'on ne voit absolument pas qu'il cautionne davantage les énoncés *philosophiques* de Lautman que ceux des ignorants qu'il fustige. C'est que ces énoncés sont d'un grand radicalisme. Lautman met les exemples tirés de la plus récente actualité mathématique au service

d'une vision transplatonicienne de leurs schèmes. Les mathématiques, pour lui, réalisent dans la pensée la descente, la procession des Idées dialectiques qui sont l'horizon d'être de toute rationalité possible. Lautman n'hésite pas, dès 1939, à rapprocher ce processus de la dialectique heideggérienne entre l'être et l'étant. Voit-on que Dieudonné soit prêt à valider ces hautes spéculations plutôt que celles des épistémologues « courants », qui retardent d'un siècle ? Il ne se prononce pas là-dessus.

Je demande alors : à quoi l'exhaustivité du savoir mathématique, certainement bonne en elle-même, si dure soit-elle à conquérir, peut-elle servir au philosophe, si elle n'est même pas, aux yeux des mathématiciens, une garantie particulière de validité pour ses conclusions proprement philosophiques ?

Au fond, l'éloge de Lautman par Dieudonné est une procédure aristocratique, un adoubement. Lautman est reconnu comme appartenant à la confrérie des savants véritables. Mais qu'il s'agisse de philosophie demeure, et demeurera toujours, excédentaire dans cette reconnaissance.

Les mathématiciens nous disent : soyez mathématiciens. Et si nous le sommes, nous voici honorés de ce chef, sans avoir avancé d'un pas quant à leur conviction et à leur ralliement sur l'essence du site de pensée mathématique. Au fond, Kant, dont le référent mathématique explicite, dans la *Critique de la raison pure*, ne va pas beaucoup plus loin que le fameux « 7 + 5 = 12 », a bénéficié de la part de Poincaré (un géant mathématique) de plus de reconnaissance *philosophique* que Lautman, qui se réfère au *nec plus ultra* de son temps, n'en trouve chez Dieudonné et ses collègues.

Nous voici donc à notre tour en position d'avoir à soupçonner les mathématiciens d'être d'autant plus exigeants quant au savoir mathématique qu'ils se contentent de peu — de presque rien — quant à la désignation philosophique de l'essence de ce savoir.

Or, en un sens, ils ont tout à fait raison. Si les mathématiques *sont* l'ontologie, il n'y a pas d'autre issue pour qui veut être dans le développement actuel de l'ontologie que de pratiquer les mathématiciens de son temps. Si la « philosophie » a pour noyau l'ontologie, la directive « soyez mathématiciens » est la bonne. Les nouvelles thèses sur l'être-en-tant-qu'être ne sont en effet rien d'autre que les nouvelles théories, et les nouveaux théorèmes, à quoi se dévoue le *working*

mathematician qui est un « ontologue sans le savoir » ; mais ce non-savoir est la clef de sa vérité.

Il est donc essentiel, pour tenir un débat raisonné sur l'usage fait ici des mathématiques, d'assumer une conséquence cruciale de l'identité entre les mathématiques et l'ontologie, qui est que *la philosophie est originairement séparée de l'ontologie*. Non pas, comme un vain savoir « critique » s'efforce de nous le faire croire, que l'ontologie n'existe pas, bien plutôt parce qu'elle existe pleinement, en sorte que ce qui est dicible — et dit — de l'être-en-tant-qu'être ne relève d'aucune façon du discours philosophique.

Par conséquent, notre but n'est pas une présentation ontologique, un traité sur l'être, lequel n'est jamais qu'un traité de mathématiques, par exemple, la formidable *Introduction à l'analyse*, en neuf volumes, de Jean Dieudonné. Seule une telle volonté de présentation exige qu'on passe par la brèche — étroite — des problèmes mathématiques les plus récents. A défaut de quoi on est un chroniqueur de l'ontologie, et non un ontologue.

Notre but est d'établir la thèse métaontologique que les mathématiques sont l'historicité du discours sur l'être-en-tant-qu'être. Et le but de ce but est d'assigner la philosophie à l'articulation pensable de deux discours (et pratiques) *qui ne sont pas elle* : la mathématique, science de l'être, et les doctrines intervenantes de l'événement, lequel, précisément, désigne le « ce-qui-n'est-pas-l'être-en-tant-qu'être ».

Que la thèse : ontologie = mathématiques soit métaontologique exclut qu'elle soit mathématique, c'est-à-dire ontologique. Il faut admettre ici la stratification du discours. Les fragments mathématiques dont la démonstration de cette thèse prescrit l'usage sont commandés par des règles philosophiques, et non par celles de l'actualité mathématique. En gros, il s'agit de cette partie des mathématiques où s'énonce historiquement que tout « objet » est réductible à une multiplicité pure, elle-même édifiée sur l'imprésentation du vide (la théorie des ensembles). Naturellement, ces fragments peuvent être compris comme un certain type de marquage ontologique de la métaontologie, un indice de déstratification discursive, voire comme *une occurrence événementielle de l'être*. Ces points seront discutés dans la suite. Ce qu'il nous suffit de savoir pour l'instant est qu'il est non contradictoire de tenir ces morceaux de mathématique pour à peu près inactifs — comme dispositifs théoriques — *dans* le développement de

l'ontologie, où règnent bien plutôt la topologie algébrique, l'analyse fonctionnelle, la géométrie différentielle, etc., et de considérer en même temps qu'ils demeurent des appuis obligés, et singuliers, pour les thèses métaontologiques.

Tentons donc de dissiper le malentendu. Je ne prétends nullement que les domaines mathématiques que je mentionne sont les plus « intéressants » ou les plus significatifs de l'état actuel des mathématiques. Que l'ontologie suive son cours bien au-delà d'eux, c'est l'évidence. Je ne dis pas non plus que ces domaines sont en position de fondement pour la discursivité mathématique, même s'ils viennent en général au début de tout traité systématique. Commencer n'est pas fonder. Ma problématique n'est pas, je l'ai dit, celle du fondement, car ce serait s'avancer dans l'architecture interne de l'ontologie, quand mon propos est seulement d'en désigner le site. J'affirme cependant que ces domaines sont historiquement des *symptômes*, dont l'interprétation valide que les mathématiques ne soient assurées de leur vérité que pour autant qu'elles organisent ce qui, de l'être-en-tant-qu'être, se laisse inscrire.

Si d'autres symptômes, plus actifs, venaient à être interprétés, je m'en réjouirais, car on pourrait alors organiser le débat métaontologique dans un cadre reconnu. Avec, peut-être, peut-être... l'adoubement des mathématiciens.

Aux philosophes il faut donc dire que c'est d'un règlement définitif de la question ontologique que peut dériver aujourd'hui la liberté de leurs opérations réellement spécifiques. Et aux mathématiciens, que la dignité ontologique de leur recherche, quoique contrainte à l'aveuglement sur elle-même, n'exclut pas que, déliés de leur être de *working mathematician*, ils s'intéressent à ce qui se joue, selon d'autres règles, et pour d'autres fins, dans la métaontologie. Qu'ils soient en tout cas persuadés que la vérité y est en jeu, et que c'est de leur avoir confié pour toujours « le souci de l'être » qui la sépare du savoir et l'ouvre à l'événement.

Sans autre espoir toutefois, mais il suffit, que d'en inférer, mathématiquement, la justice.

6

Si la réalisation de la thèse « les mathématiques sont l'ontologie » est la base de ce livre, elle n'en est nullement le but. Si radicale qu'elle

soit, cette thèse ne fait que *délimiter* l'espace propre possible de la philosophie. Certes elle est elle-même une thèse métaontologique, ou philosophique, rendue nécessaire par la situation actuelle cumulée des mathématiques (après Cantor, Gödel et Cohen) et de la philosophie (après Heidegger). Mais sa fonction est d'ouvrir aux thèmes spécifiques de la philosophie moderne, et en particulier — puisque de l'être-en-tant-qu'être la mathématique est le gardien — au problème du « ce-qui-n'est-pas-l'être-en-tant-qu'être », dont il est précipité, et à vrai dire stérile, de déclarer aussitôt qu'il s'agit du non-être. Comme le laisse prévoir la typologie périodisée par laquelle je commençais cette introduction, le domaine (qui *n'est pas* un domaine, plutôt une incise, ou, on le verra, un supplément) du ce-qui-n'est-pas-l'être-en-tant-qu'être s'organise pour moi autour de deux concepts, appariés et essentiellement nouveaux, qui sont ceux de vérité et de sujet.

Certes, le lien de la vérité et du sujet peut sembler ancien, ou en tout cas sceller le destin de la première modernité philosophique, dont le nom inaugural est Descartes. Je prétends toutefois que c'est d'un biais tout autre que sont ici réactivés ces termes, et que ce livre fonde une doctrine effectivement postcartésienne, et même postlacanienne, de ce qui pour la pensée à la fois dé-lie la connexion heideggérienne de l'être et de la vérité, et institue le sujet, non comme support ou origine, mais comme *fragment* du processus d'une vérité.

Aussi bien, si une catégorie devait être désignée comme emblème de mon entreprise, ce ne serait ni le multiple pur de Cantor, ni le constructible de Gödel, ni le vide, par quoi l'être est nommé, ni même l'événement, où s'origine la supplémentation par le ce-qui-n'est-pas-l'être-en-tant-qu'être. Ce serait le *générique*.

Ce mot même de « générique », par un effet de bord où les mathématiques ont fait le deuil de leur arrogance fondatrice, je l'emprunte à un mathématicien, Paul Cohen. Avec les découvertes de Cohen (1963), le grand monument de pensée que commencent Cantor et Frege à la fin du XIX^e^ siècle s'achève. Mise en miettes, la théorie des ensembles se montre inapte à déployer systématiquement le corps entier des mathématiques, et même à résoudre son problème central, celui qui tourmenta Cantor sous le nom d'hypothèse du continu. L'orgueilleuse entreprise, en France, du groupe Bourbaki se perd dans les sables.

Mais la lecture philosophique de cet achèvement autorise *a contrario* tous les espoirs philosophiques. Je voudrais dire ici que les concepts de Cohen (généricité et forçage) constituent à mon avis un *topos* intellectuel au moins aussi fondamental que le furent, en leur temps, les fameux théorèmes de Gödel. Ils jouent bien au-delà de leur validité technique, qui les a jusqu'à présent confinés dans l'arène académique des derniers spécialistes de la théorie des ensembles. En fait, ils règlent dans leur ordre propre le vieux problème des indiscernables, réfutent Leibniz, et ouvrent la pensée à la saisie soustractive de la vérité et du sujet.

Ce livre est aussi destiné à faire savoir qu'une révolution intellectuelle a eu lieu au début des années soixante, dont les mathématiques ont été le vecteur, mais qui retentit dans l'étendue entière de la pensée possible, et propose à la philosophie des tâches entièrement nouvelles. Si, dans les méditations finales (de 31 à 36), j'ai raconté en détail les opérations de Cohen, si j'ai emprunté, exporté les mots « générique » et « forçage », au point de faire précéder leur apparition mathématicienne par leur déploiement philosophique, c'est pour que soit enfin discerné et orchestré cet événement Cohen, si radicalement laissé hors de toute intervention et de tout sens qu'il n'en existe pratiquement pas de version, même purement technicienne, en langue française.

7

C'est donc à ce que j'appellerai des procédures génériques (il y en a quatre : l'amour, l'art, la science et la politique) que se rattachent, et la récollection idéale d'une vérité, et l'instance *finie* d'une telle récollection qu'est, à mes yeux, un sujet. La pensée du générique suppose la traversée complète des catégories de l'être (multiple, vide, nature, infini...) et de l'événement (ultra-un, indécidable, intervention, fidélité...). On ne peut guère, tant elle cristallise de concepts, en donner une image. On dira cependant qu'elle se rattache au problème profond de l'indiscernable, de l'innommable, de l'absolument quelconque. Un multiple générique (et tel est toujours *l'être* d'une vérité) est soustrait au savoir, déqualifié, imprésentable. Et pourtant, c'est un enjeu crucial de ce livre, on démontrera qu'il se laisse penser.

Ce qui se passe dans l'art, dans la science, dans la vraie et rare politique, dans l'amour (s'il existe), c'est la venue au jour d'un indiscer-

nable du temps, qui n'est de ce fait ni un multiple connu ou reconnu, ni une singularité ineffable, mais qui détient dans son être-multiple tous les traits communs du collectif considéré, et, en ce sens, est vérité de son être. Le mystère de ces procédures a été en général renvoyé soit à leurs conditions représentables (le savoir du social, du sexuel, du technique...), soit à l'au-delà transcendant de leur Un (l'espérance révolutionnaire, la fusion amoureuse, l'ek-stase poétique...). Dans la catégorie du générique, je propose une pensée contemporaine de ces procédures qui montre qu'elles sont simultanément indéterminées et complètes, parce que, en trouée de toutes les encyclopédies disponibles, elles avèrent l'être-commun, le fond-multiple, du lieu où elles procèdent.

Un sujet est dès lors un moment fini de cet avéré. Un sujet *avère localement*. Il ne se supporte que d'une procédure générique, et il n'y a donc, *stricto sensu*, de sujet qu'artistique, amoureux, scientifique ou politique.

Pour penser authentiquement ce qui n'est ici que très grossièrement mentionné, il faut comprendre comment l'être peut être supplémenté. L'existence d'une vérité est suspendue à l'occurrence d'un événement. Mais comme l'événement n'est *décidé* tel que dans la rétroaction d'une intervention, il y a finalement une trajectoire complexe, que restitue le plan de ce livre, que voici :

1. L'être : multiple et vide, ou Platon/Cantor. Méditations 1 à 6.
2. L'être : excès, état d'une situation. Un/multiple, tout/parties, ou $\in$ / $\subset$? Méditations 7 à 10.
3. L'être : nature et infini, ou Heidegger/Galilée. Méditations 11 à 15.
4. L'événement : histoire et ultra-un. Le ce-qui-n'est-pas-l'être. Méditations 16 à 19.
5. L'événement : intervention et fidélité. Pascal/axiome du choix, Hölderlin/déduction. Méditations 20 à 25.
6. Quantité et savoir. Le discernable (ou constructible) : Leibniz/Gödel. Méditations 26 à 30.
7. Le générique : indiscernable et vérité. L'événement - P.J. Cohen. Méditations 31 à 34.
8. Le forçage : vérité et sujet. Au-delà de Lacan. Méditations 34 à 37.

On le voit : le nécessaire parcours de fragments mathématiques est requis pour *enclencher* en un point excessif cette torsion symptomale

de l'être qu'est une vérité dans le tissu toujours total des savoirs. On comprendra donc que mon propos n'est jamais épistémologique, ou de philosophie *des* mathématiques. Si c'était le cas, j'aurais discuté les grandes tendances modernes de cette épistémologie (formalisme, intuitionnisme, finitisme, etc.). La mathématique est ici *citée* pour que soit manifeste son essence ontologique. De même que les ontologies de la Présence citent et commentent les grands poèmes de Hölderlin, de Trakl ou de Celan, et que nul ne voit à redire à ce que le texte poétique soit ainsi à la fois étalé et incisé, de même il faut me concéder, sans faire basculer l'entreprise du côté de l'épistémologie (pas plus que celle de Heidegger du côté de la simple esthétique), le droit à citer et inciser le texte mathématique. Car ce qui est attendu de cette opération est moins un savoir des mathématiques que la détermination du point où le dire de l'être advient, en excès temporel sur soi-même, comme *une* vérité, toujours artistique, scientifique, politique ou amoureuse.

C'est une prescription du temps que la possibilité de citer les mathématiques soit exigible pour que vérité et sujet soient pensables dans leur être. On me permettra de dire que ces citations sont, au bout du compte, plus universellement accessibles, et univoques, que celles des poètes.

8

Ce livre, conforme au saint mystère de la Trinité, est « trois-en-un ». Il est constitué de trente-sept méditations, ce mot renvoyant à des caractéristiques du texte de Descartes : l'ordre des raisons (l'enchaînement conceptuel est irréversible), l'autonomie thématique de chaque développement, et une méthode d'exposition qui évite d'en passer par la réfutation des doctrines établies ou adverses, pour se déployer à partir d'elle-même. Cependant le lecteur remarquera vite qu'il y a trois espèces bien différentes de méditations. Certaines exposent, lient, et déplient les concepts organiques du trajet de pensée proposé. Appelons-les des méditations purement conceptuelles. D'autres interprètent, en un point singulier, des textes de la grande histoire de la philosophie (dans l'ordre onze noms : Platon, Aristote, Spinoza, Hegel, Mallarmé, Pascal, Hölderlin, Leibniz, Rousseau, Descartes et Lacan). Appelons-

les des méditations textuelles. D'autres enfin prennent appui sur des fragments du discours mathématique, donc du discours ontologique. Appelons-les des méditations métaontologiques. Quel est le degré de dépendance de ces trois filières, dont ce livre est la tresse ?

— Il est certainement possible, mais aride, de ne lire que les méditations conceptuelles. Toutefois, la preuve que les mathématiques sont l'ontologie n'y est pas réellement administrée, et l'origine véritable de nombreux concepts reste ainsi obscure, si leur enchaînement est établi. En outre, la pertinence de cet appareillage pour une lecture transversale de l'histoire de la philosophie, opposable à celle de Heidegger, reste en suspens.

— Il est presque possible de ne lire que les méditations textuelles, au prix toutefois d'un sentiment de discontinuité interprétative, et sans que le lieu de l'interprétation soit réellement saisissable. On transforme, dans cette lecture, le livre en une collection d'essais, dont on voit seulement qu'il est raisonnable de les lire dans un certain ordre.

— Il est possible de ne lire que les méditations métaontologiques. Mais le poids propre des mathématiques risque de ne conférer aux interprétations philosophiques, si elles ne sont plus arrimées au corps conceptuel, qu'une valeur d'interstice, ou de scansion. On transforme alors le livre en une étude serrée et commentée de quelques fragments cruciaux de la théorie des ensembles.

Que la philosophie soit, comme je l'avançais, une circulation dans le référentiel, n'est pleinement accompli que si l'on parcourt l'ensemble. Toutefois, certaines combinaisons deux à deux (conceptuelles + textuelles, ou conceptuelles + métaontologiques) sont sans doute déjà praticables.

Les mathématiques ont un pouvoir propre de fascination et d'effroi, dont je tiens qu'il est agencé socialement et n'a nulle raison intrinsèque. Rien n'est ici présupposé, qu'une attention libre et dégagée de cet effroi *a priori*. Rien, sinon une habitude élémentaire des écritures abrégées, ou formelles, dont le principe est rappelé, et les conventions détaillées, dans la « note technique » qui suit la méditation 3.

Convaincu, avec tous les épistémologues, que le sens d'un concept mathématique n'est intelligible que lorsqu'on mesure son engagement dans des démonstrations, j'ai pris soin de restituer bon nombre d'enchaînements. J'ai rejeté en appendice quelques parcours déductifs plus délicats, mais instructifs. Je ne démontre plus quand la technicité de la preuve cesse de véhiculer une pensée utile au-delà d'elle-même. Les cinq « massifs » mathématiques utilisés sont les suivants :

— Les axiomes de la théorie des ensembles, introduits, explicités et commentés philosophiquement (parties 1 et 2, puis 4 et 5). Il n'y a là, vraiment, aucune difficulté pour quiconque, sinon celle qu'enveloppe toute pensée suivie.

— La théorie des nombres ordinaux (partie 3). Même chose.

— Quelques indications sur les nombres cardinaux (méditation 26), où je vais un peu plus vite, mais en supposant l'exercice de tout ce qui précède. L'appendice 4 complète ces indications, et est à mon sens d'un grand intérêt intrinsèque.

— Le constructible (méditation 29).

— Le générique et le forçage (méditations 33, 34 et 36).

Ces deux derniers développements sont à la fois décisifs et plus enchevêtrés. Mais ils valent vraiment la peine, et j'ai cherché une exposition ouverte à tout effort. Beaucoup de détails techniques sont rejetés en appendice, ou enjambés.

J'ai abandonné le système des notes contraignantes, ou numérotées. Car si vous interrompez la lecture par un chiffre, pourquoi ne pas mettre dans le texte ce à quoi vous convoquez ainsi le lecteur ? Si ce lecteur se pose une question, il pourra aller voir en fin de volume si j'y réponds. La faute ne sera pas la sienne, d'avoir sauté une note, mais la mienne, d'avoir déçu sa demande.

On trouvera à la fin du livre un dictionnaire des concepts.

I

L'être : multiple et vide.
Platon/Cantor

MÉDITATION UN

L'un et le multiple : conditions *a priori* de toute ontologie possible

L'expérience dont l'ontologie, depuis sa disposition parménidienne, fait le portique d'un temple ruiné, est la suivante : ce qui se *présente* est essentiellement multiple ; *ce* qui se présente est essentiellement un. La réciprocité de l'un et de l'être est certes l'axiome inaugural du discours philosophique, que Leibniz énonce excellemment : « Ce qui n'est pas *un* être n'est pas un *être*. » Mais c'est aussi son impasse, où les tourniquets du *Parménide* de Platon nous exercent à cette singulière volupté de ne jamais voir venir le moment de conclure. Car si l'être est l'un, il faut en venir à poser que ce qui n'est pas un, soit le multiple, n'est pas. Ce à quoi la pensée répugne, puisque ce qui se présente est multiple, et qu'on ne voit pas qu'on puisse s'ouvrir un accès à l'être hors de toute présentation. Si la présentation n'est pas, y a-t-il encore sens à désigner comme être ce qui (se) présente ? A l'inverse, si la présentation est, il faut que le multiple soit, d'où résulte que l'être n'est plus réciprocable à l'un, et qu'il n'est pas requis de tenir pour un *ce* qui se présente, en tant qu'il est. Ce à quoi la pensée répugne, car la présentation n'est *ce* multiple qu'autant que ce qu'elle présente se laisse compter pour un. Et ainsi de suite.

Nous sommes au point d'une décision, celle de rompre avec les arcanes de l'un et du multiple où la philosophie naît et disparaît, Phénix de sa consumation sophistique. Cette décision n'a pas d'autre formule possible que celle-ci : l'un *n'est pas*. Il n'est cependant pas question de céder sur ce que Lacan épingle au symbolique comme son principe : *il y a* de l'Un. Tout se joue dans la maîtrise de l'écart entre la supposition (qu'il faut rejeter) d'un être de l'un, et la thèse de son « il y a ». Que peut-il y avoir, qui ne soit pas ? En toute rigueur, il est déjà certainement trop de dire « il y a de l'Un »,

car le « y », pris comme localisation errante, concède à l'un un point d'être.

Ce qu'il faut énoncer, c'est que l'un, qui n'est pas, existe seulement comme *opération*. Ou encore : il n'y a pas d'un, il n'y a que le compte-pour-un. L'un, d'être une opération, n'est jamais une présentation. Il convient de prendre tout à fait au sérieux que « un » soit un nombre. Et, sauf à pythagoriser, il n'y a pas lieu de poser que l'être, en tant qu'être, soit nombre. Est-ce à dire que l'être n'est pas non plus multiple ? A la rigueur, oui, car il n'est multiple qu'autant qu'il advient à la présentation.

En somme : le multiple est le régime de la présentation, l'un est, au regard de la présentation, un résultat opératoire, l'être est ce qui (se) présente, n'étant, de ce fait, ni un (car seule la présentation elle-même est pertinente pour le compte-pour-un), ni multiple (car le multiple n'est le régime *que* de la présentation).

Fixons le vocabulaire. J'appelle *situation* toute multiplicité présentée. La présentation étant effective, une situation est le lieu de l'avoir-lieu, quels que soient les termes de la multiplicité concernée. Toute situation admet un opérateur de compte-pour-un, qui lui est propre. C'est la définition la plus générale d'une *structure* que d'être ce qui prescrit, pour une multiplicité présentée, le régime du compte-pour-un.

Quand, dans une situation, quoi que ce soit est compté pour un, cela signifie seulement son appartenance à la situation dans le mode propre des effets de sa structure.

Une structure est ce par quoi le nombre advient au multiple présenté. Est-ce à dire que le multiple, comme figure de la présentation, n'est pas « encore » un nombre ? Il ne faut pas perdre de vue que toute situation est structurée. Le multiple y est lisible rétroactivement comme « antérieur » à l'un, pour autant que le compte-pour-un y est toujours un *résultat*. Le fait que l'un soit une opération nous permet de dire que le domaine de l'opération n'est pas un (car l'un *n'est pas*), et que donc il est multiple, de ce que, *dans la présentation*, ce qui n'est pas un est nécessairement multiple. Le compte-pour-un (la structure) institue en effet l'omnipertinence du couple un/multiple pour toute situation.

Ce qui aura été compté pour un, de ne pas l'avoir été, s'avère multiple.

C'est donc toujours, certes, dans l'après-coup du compte que la présentation n'est pensable que comme multiple, et que se dispose l'inertie numérique de la situation. Mais il n'y a pas de situation sans l'effet du compte, et il est donc juste de prononcer que la présentation comme telle est, quant au nombre, multiple.

On peut encore le dire ainsi : le multiple est l'inertie rétroactivement décelable à partir du fait que l'opération du compte-pour-un doit effectivement opérer pour qu'il y ait de l'un. Le multiple est l'inévitable prédicat de ce qui est structuré, car la structuration, c'est-à-dire le compte-pour-un, est un effet. Que l'un, qui n'est pas, ne puisse se présenter, mais seulement opérer, fonde « en arrière » de son opération que la présentation est au régime du multiple.

Il est clair que le multiple se trouve ici scindé. « Multiple » se dit en effet de la présentation, telle que rétroactivement appréhendée comme non-une dès lors que l'être-un est un résultat. Mais « multiple » se dit aussi de la composition du compte, soit le multiple comme « plusieurs-uns » comptés par l'action de la structure. Il y a une multiplicité d'inertie, celle de la présentation, et une multiplicité de composition, qui est celle du nombre et de l'effet de la structure.

Convenons d'appeler *multiplicité inconsistante* la première, et *multiplicité consistante* la seconde.

Une situation, c'est-à-dire une présentation structurée, est, relativement aux mêmes termes, leur double multiplicité — inconsistante et consistante — établie dans le partage du compte-pour-un, l'inconsistance en amont, la consistance en aval. La structure est à la fois ce qui oblige à considérer, par rétroaction, que la présentation est un multiple (inconsistant), et ce qui autorise, par anticipation, à composer les termes de la présentation comme les unités d'un multiple (consistant). On reconnaîtra que ce partage de l'obligation et de l'autorisation fait de l'un, qui n'est pas, une *loi*. C'est tout un de dire de l'un qu'il n'est pas, et de dire qu'il est une loi du multiple, au double sens de ce par quoi le multiple est contraint de s'avérer comme tel, et de ce qui en règle la composition structurée.

Que peut bien être un discours sur l'être, en tant qu'être, conséquent avec ce qui précède ?

Il n'y a que des situations. L'ontologie, si elle existe, est *une* situation. Nous nous embarrassons aussitôt dans une double difficulté.

D'une part, une situation est une présentation. Faut-il donc qu'il y ait *une* présentation de l'être comme tel ? Il semble plutôt que

« l'être » soit compris dans ce que présente toute présentation. On ne voit pas qu'il puisse se présenter *en tant qu'être*.

D'autre part, si l'ontologie — discours sur l'être-en-tant-qu'être — est une situation, elle admet un mode de compte-pour-un, une structure. Mais le compte-pour-un *de l'être* ne nous reconduit-il pas aux apories où se sophistique que l'un et l'être soient réciproques ? Si l'un n'est pas, n'étant que l'opération du compte, ne faut-il pas admettre que l'être *n'est pas un* ? Et dans ce cas, n'est-il pas soustrait à tout compte ? C'est du reste ce que nous affirmions en le déclarant hétérogène à l'opposition de l'un et du multiple.

Ce qui peut aussi se dire : il n'y a pas de structure de l'être.

C'est en ce point que se propose la Grande Tentation, à quoi les « ontologies » philosophiques n'ont historiquement pas résisté, et qui consiste à forcer l'obstacle en posant qu'en effet l'ontologie n'est pas une situation.

Dire que l'ontologie n'est pas une situation signifie que l'être ne peut se signifier dans le multiple structuré, et que seule une expérience située au-delà de toute structure nous ouvre l'accès au voilement de sa présence. La forme la plus majestueuse de cette conviction est l'énoncé platonicien selon lequel l'Idée du Bien, quoique disposant l'être, en tant qu'être-suprêmement-être, dans le lieu de l'intelligible, n'en est pas moins ἐπεκεινα τῆς οὐσίας, « au-delà de la substance », c'est-à-dire imprésentable dans la configuration du ce-qui-se-tient-là, Idée qui n'est pas une Idée, mais ce dont l'idéalité de l'Idée tient son être (τὸ εἶναι), et qui donc, ne se laissant pas connaître dans l'articulation du lieu, peut seulement être vue, contemplée, selon un regard qui est le résultat d'un parcours initiatique.

Je croiserai souvent cette voie. On sait assez que, *conceptuellement*, elle se donne dans les théologies négatives, pour lesquelles l'hors-situation de l'être s'avère dans son hétérogénéité à toute présentation, et à toute prédication, c'est-à-dire dans une radicale étrangeté tant à la forme multiple des situations qu'au régime du compte-pour-un, étrangeté qui institue l'Un de l'être, arraché au multiple, et nommable seulement comme Autre absolu ; que, du point de *l'expérience*, cette voie s'ordonne à l'anéantissement mystique, où c'est de l'interruption de toute situation présentative qu'au terme d'un exercice spirituel négatif se gagne une Présence qui est exactement celle de l'être de l'Un en tant que non-être, donc la résiliation de toutes les fonc-

tions de compte de l'Un ; qu'enfin, quant au *langage*, elle pose que sa ressource poétique, par la défaillance qu'elle inflige à la loi des nominations, est seule adéquate à s'excepter, autant que faire se peut, du régime courant des situations.

La grandeur saisissante des effets de ce choix est justement ce qui me convoque à ne pas céder sur ce qui le contredit de part en part. Je maintiendrai, c'est le pari de ce livre, que *l'ontologie est une situation*. J'aurai donc à résoudre les deux grands problèmes qui découlent de cette option — celui de la présentation où advient qu'on puisse parler rationnellement de l'être-en-tant-qu'être, et celui du compte-pour-un — plutôt que de les faire disparaître dans la promesse d'une exception. Si j'y parviens, c'est point par point que je réfuterai les conséquences de ce que désormais je nommerai les ontologies de la présence — car la présence est le contraire exact de la présentation. *Conceptuellement*, c'est au régime positif de la prédication, et même de la formalisation, que j'attesterai qu'une ontologie existe ; *l'expérience* sera celle de l'invention déductive, où le résultat, loin d'être la singularité absolue de la sainteté, sera intégralement transmissible dans le savoir ; le *langage* enfin, résiliant tout poème, sera en puissance de ce que Frege nommait une idéographie. L'ensemble opposera à la tentation de la présence la rigueur du soustractif, où l'être n'est dit que d'être insupposable pour toute présence, et pour toute expérience.

« Soustractif » s'oppose ici, comme on le verra, à la thèse heideggérienne d'un retrait de l'être. Ce n'est pas en effet dans le retiré-de-sa-présence que l'être fomente l'oubli de sa disposition originelle, jusqu'à nous assigner — nous, au plus extrême du nihilisme — à un « retournement » poétique. Non, la vérité ontologique est plus astreignante et moins prophétique : c'est d'être forclos de la présentation qui enchaîne l'être comme tel à être, pour l'homme, dicible, dans l'effet impératif d'une loi, la plus rigide de toutes les lois concevables, la loi de l'inférence démonstrative et formalisable.

Notre fil est donc de tenir les paradoxes apparents de l'ontologie comme situation. On supposera sans peine que tout ce livre n'est pas de trop pour les lever. Mais ouvrons la piste.

S'il ne peut y avoir *une* présentation *de* l'être, puisque l'être advient dans toute présentation — et c'est ce qui fait qu'il ne *se* présente pas —, une seule issue nous est laissée : que la situation ontologique

soit *la présentation de la présentation*. Si tel est le cas en effet, il demeure possible que ce soit de l'être-en-tant-qu'être qu'il s'agisse dans cette situation, puisque nul accès à l'être ne s'offre à nous que les présentations. A tout le moins, une situation dont le multiple présentatif est celui de la présentation elle-même peut constituer le lieu d'où s'appréhende tout accès possible à l'être.

Mais que signifie qu'une présentation soit présentation de la présentation ? Est-ce seulement concevable ?

Le seul prédicat dont nous avons jusqu'à présent affecté la présentation est le multiple. Si l'un n'est pas réciprocable à l'être, en revanche le multiple est réciprocable à la présentation, dans sa scission constitutive en multiplicité inconsistante et consistante. Bien entendu, dans une situation structurée — et elles le sont toutes —, le multiple de la présentation est *ce* multiple, dont les termes se laissent nombrer à partir de la loi qu'est la structure (le compte-pour-un). La présentation « en général » est plutôt latente du côté de la multiplicité inconsistante, laquelle laisse apparaître, dans la rétroaction du compte-pour-un, une sorte d'irréductibilité inerte, domaniale, du présenté-multiple pour lequel il y a l'opération du compte.

De ceci s'infère la thèse suivante : si une ontologie est possible, c'est-à-dire une présentation de la présentation, elle est situation du multiple pur, du multiple « en soi ». Plus précisément : l'ontologie ne peut qu'être *théorie des multiplicités inconsistantes en tant que telles*. « En tant que telles » veut dire : ce qui est présenté dans la situation ontologique est le multiple, sans autre prédicat que sa multiplicité. L'ontologie, pour autant qu'elle existe, sera nécessairement science du multiple en tant que multiple.

Mais à supposer qu'une telle science existe, que peut bien être sa structure, c'est-à-dire la loi de compte-pour-un qui la régit comme situation conceptuelle ? Il paraît irrecevable que le multiple en tant que multiple se compose d'uns, puisque la présentation, qu'il s'agit de présenter, est en soi multiplicité, et que l'un n'y est qu'un résultat. Composer le multiple selon l'un d'une loi — d'une structure — est certainement la perte de l'être, si l'être n'est « en situation » que comme présentation de la présentation en général, donc du multiple en tant que multiple, soustrait dans son être à l'un.

Pour que le multiple soit présenté, ne faut-il pas que soit inscrit dans la loi même que l'un *n'est pas* ? Et donc que, d'une certaine façon,

le multiple, quoique son destin soit de constituer le lieu où opère l'un (le « il y a » du « il y a de l'Un »), soit par lui-même sans-un ? Ce que laisse transparaître la dimension inconsistante du multiple de toute situation.

Mais si, dans la situation ontologique, la composition qu'autorise la structure ne tisse pas d'uns le multiple, de quoi cette structure autorise-t-elle la composition ? Qu'est-ce qui, en définitive, est compté pour un ?

L'exigence *a priori* que nous impose cette difficulté se résume en deux thèses, réquisits pour toute ontologie possible.

1. Le multiple, dont l'ontologie fait situation, ne se compose que de multiplicités. Il n'y a pas d'un. Ou : tout multiple est un multiple de multiples.

2. Le compte-pour-un n'est que le système des conditions à travers lesquelles le multiple se laisse reconnaître comme multiple.

Prenons garde : cette deuxième exigence est extrême. Elle veut en effet dire que ce que l'ontologie compte pour un n'est pas « un » multiple, au sens où elle disposerait d'un opérateur explicite de récollection du multiple en un, d'une définition du multiple-en-tant-qu'un. Cette voie nous ferait perdre l'être, car il redeviendrait, si telle était la structure de l'ontologie, réciprocable à l'un. L'ontologie dirait à quelles conditions un *multiple* fait *un* multiple. Non. Ce qu'il faut, c'est que la structure opératoire de l'ontologie discerne le multiple sans avoir à le faire un, et donc sans disposer d'une définition du multiple. Le compte-pour-un doit ici prescrire que tout ce sur quoi il légifère est multiplicité de multiplicités, et interdire que tout ce qui est « autre » que le multiple pur — soit le multiple de ceci ou cela, ou le multiple d'uns, ou la forme de l'un elle-même — advienne à la présentation qu'il structure.

Toutefois, cette prescription-interdiction ne peut en aucun cas être explicite, elle ne peut dire « je n'accepte que la multiplicité pure », car il faudrait alors avoir le critère, la définition, de ce qu'elle est, donc, derechef, la compter pour une, et perdre l'être, puisque la présentation cesserait d'être présentation de la présentation. La prescription est donc totalement implicite. Elle opère de telle façon que ce n'est que des multiplicités pures qu'il s'agit, sans jamais rencontrer un concept défini du multiple.

Qu'est-ce qu'une loi dont les objets sont implicites ? Une prescrip-

tion qui ne nomme pas — dans son opération même — cela seul à quoi elle tolère de s'appliquer ? C'est évidemment un système d'axiomes. Une présentation axiomatique consiste en effet, à partir de termes non définis, à prescrire la règle de leur maniement. Cette règle compte pour un au sens où les termes, non définis, le sont cependant par leur composition. Se trouve *de fait* interdite toute composition où la règle est défaillante. Se trouve, *de fait*, prescrit, tout ce qui se conforme à la règle. Jamais n'est rencontrée une définition explicite de *ce que* l'axiomatique compte pour un, compte pour ses objets-uns.

Il est clair que seule une axiomatique peut structurer une situation où ce qui est présenté est la présentation. Seule en effet elle évite d'avoir à faire un du multiple, laissant celui-ci dans l'implicite des conséquences réglées par quoi il se manifeste comme multiple.

On comprend dès lors pourquoi une ontologie procède au renversement de la dyade consistance-inconsistance au regard des deux faces de la loi, obligation et autorisation.

Le thème axial de la doctrine de l'être est, ai-je fait remarquer, la multiplicité inconsistante. Mais l'axiomatique revient à la faire consister comme déploiement inscrit, quoique implicite, de la multiplicité pure, présentation de la présentation. Cette mise en consistance axiomatique évite la composition selon l'un, elle est donc absolument spécifique. Il n'en reste pas moins qu'elle oblige. En amont de son opération, ce qu'elle interdit — sans le nommer ni le rencontrer — in-consiste. Mais ce qui in-consiste ainsi n'est rien d'autre que la multiplicité *impure*, soit celle qui, composable selon l'un, ou particulière (les cochons, les étoiles, les dieux...), dans toute présentation non ontologique, c'est-à-dire dans toute présentation dont le présenté n'est pas la présentation elle-même, consiste selon une structure définie. Ces multiplicités consistantes des présentations particulières, dès lors qu'épurées de toute particularité — donc saisies en amont du compte-pour-un de la situation où elles se présentent — pour advenir axiomatiquement dans la présentation de leur présentation, n'ont plus d'autre consistance que leur multiplicité pure, c'est-à-dire leur mode d'inconsistance dans les situations. Il est donc certain que leur consistance primitive est *interdite* par l'axiomatique, c'est-à-dire ontologiquement inconsistante, cependant qu'est *autorisée* que leur inconsistance (leur pure multiplicité présentative) soit ontologiquement consistante.

L'ontologie, axiomatique de l'inconsistance particulière des multiplicités, saisit l'en-soi du multiple par la mise en consistance de toute inconsistance, et l'inconsistance de toute consistance. Ainsi déconstruit-elle tout effet d'un, fidèle au non-être de celui-ci, pour disposer, sans nomination explicite, le jeu réglé du multiple tel qu'il n'est que la forme absolue de la présentation, donc le mode sur lequel l'être se propose à tout accès.

MÉDITATION DEUX

Platon

« Si l'un n'est pas, rien (n')est. » *Parménide.*

La décision ontologique où tout mon propos s'origine, soit le non-être de l'un, est précisément déployée dans ses conséquences dialectiques par Platon, à l'extrême fin du *Parménide*. Ce texte est consacré, on le sait, à un « exercice » de pensée pure que le vieux Parménide propose au tout jeune Socrate, et cet exercice a pour enjeu les conséquences qu'entraînent, pour l'un et pour ce qui n'est pas lui (ce que Platon nomme « les autres »), toutes les hypothèses formulables quant à l'être de l'un.

Ce qui est usuellement désigné comme les hypothèses six, sept, huit et neuf procède à l'examen, sous la condition de la thèse « l'un n'est pas » :

— des qualifications ou participations positives de l'un (hypothèse 6)
— de ses qualifications négatives (hypothèse 7)
— des qualifications positives des autres (hypothèse 8)
— de leurs qualifications négatives (hypothèse 9, la dernière de tout le dialogue).

L'impasse du *Parménide* est d'établir que et l'un, et les autres, possèdent, et ne possèdent pas, toutes les déterminations pensables, qu'ils sont totalement tout (*πάντα πάντως ἐστί*) et ne le sont pas (*τε καὶ οὐκ ἔστι*). C'est à une ruine générale de la pensée comme telle qu'aboutit donc en apparence toute la dialectique de l'un.

J'interromprai toutefois le processus de cette impasse au point symptomal suivant : ce n'est pas selon les mêmes procédures que l'indétermination absolue de l'un-non-étant et celle des autres est établie. Ou encore : sous l'hypothèse du non-être de l'un, l'analytique du multiple est foncièrement dissymétrique au regard de celle de l'un lui-

même. Le ressort de cette dissymétrie est que le non-être de l'un n'est analysé que comme non-être, et ne nous dit rien du concept de l'un, alors que pour les autres-que-l'un, c'est de l'étant qu'il s'agit, en sorte que l'hypothèse « l'un n'est pas » s'avère être celle qui *nous apprend le multiple.*

Voyons, sur un exemple, comment Platon opère quant à l'un. S'appuyant sur une matrice sophistique que l'on trouve dans l'œuvre de Gorgias, il pose qu'on ne peut prononcer « l'un n'est pas » qu'en accordant à l'un cette participation minimale à l'être qu'est l'être-non-étant (*τὸ εἶναι μὴ ὄν*). Cet être-non-étant est en effet le lien (*δεσμὸν*) par lequel l'un, s'il n'est pas, peut être rattaché au non-être qu'il est. Autrement dit, c'est une loi de la nomination rationnelle du non-être que de concéder, à ce qui n'est pas, l'être en éclipse de ce non-étant dont on dit qu'il n'est pas. *Ce* qui n'est pas possède au moins l'être dont il est possible d'indiquer le non-être, ou, comme le dit Platon, il faut bien que l'un *soit* l'un-non-étant (*ἔστιν τὸ ἕν οὐκ ὄν*).

Or, nous n'avons là rien qui concerne l'un dans son concept propre, car ces considérations ne relèvent que d'un théorème ontologique général : ce dont on peut prononcer qu'il n'est pas présenté doit au moins proposer son nom propre à la présentation. Platon, dans son langage, formule expressément ce théorème : « Le non-étant participe certes de la non-étantité du ne-pas-être-non-étant, mais aussi à l'étantité à l'être-non-étant, si l'on veut que ce soit de façon achevée que le non-étant ne soit pas. » On reconnaîtra aisément, dans la participation paradoxale à l'étantité de l'être-non-étant de cet un qui n'est pas, la nécessité absolue de marquer dans quelque espace d'être *ce* dont on indique le non-être, et c'est donc bien le pur nom de l'un qui est ici subsumé comme être minimal de l'un-non-étant.

De l'un toutefois, rien n'est ici pensé, que la loi d'être à quoi se soumet qu'on dise de lui qu'il n'est pas. L'un n'est pas réfléchi comme concept au-delà de la généralité hypothétique de son non-être. S'il s'agissait de quoi que ce soit d'autre, dont on supposerait qu'il n'est pas, le paradoxe de l'accès du non-étant à l'être par le biais de son nom serait l'identique conséquence du même théorème. Ce paradoxe n'est donc nullement un paradoxe *de l'un*, puisqu'il ne fait que répéter, à propos de l'un, le paradoxe de Gorgias sur le non-être. Il est certes indiscutable qu'un non-être *déterminé* doit avoir au moins l'être de sa détermination. Mais dire cela ne détermine nullement la détermination dont on affirme l'être. Qu'il s'agisse de l'un reste ici inutile.

Il en va tout autrement pour ce qui n'est pas l'un-non-étant, pour ces « autres » dont l'hypothèse du non-être de l'un délivre au contraire une très précieuse analyse conceptuelle, au vrai une théorie complète du multiple.

Platon remarque d'abord que ce qui n'est pas l'un, soit les autres (*ἄλλα*), doit être saisi dans sa différence, son hétérogénéité : *τὰ ἄλλα ἕτερα ἔστιν*, que je traduirai par : « les autres sont Autres », l'altérité simple (l'autre) renvoyant ici à l'altérité fondatrice (l'Autre), c'est-à-dire à la pensée de la différence pure, du multiple comme dissémination hétérogène, et non comme simple diversité répétitive. Mais l'Autre, l'*ἕτερος*, ne peut ici désigner l'écart entre l'un et les autres-que-l'un, puisque l'un n'est pas. Il en résulte que c'est au regard d'eux-mêmes que les autres sont Autres. De ce que l'un n'est pas s'infère inévitablement que l'autre est Autre que l'autre en tant que multiple absolument pur, intégrale dissémination de soi.

Ce que Platon s'efforce ici de penser, dans un texte dense et superbe, est évidemment la multiplicité inconsistante, c'est-à-dire (méditation 1) la pure présentation, antérieure à tout effet-d'un, à toute structure. Puisque l'être-un est interdit aux autres, *ce* qui se présente est aussitôt, et de part en part, infinie multiplicité — ou plus précisément, si l'on tient le sens grec de *ἄπειρός πλήθει*, multiplicité privée de toute limite à son déploiement-multiple. Ainsi Platon explicite cette essentielle vérité ontologique qu'en l'absence de tout être de l'un, le multiple in-consiste dans la présentation d'un multiple de multiples sans nul point d'arrêt fondateur. La dissémination sans limites est la loi présentative elle-même : « A qui pense dans la proximité et l'acuité, chaque un apparaît comme multiplicité sans limites, dès lors que l'un, n'étant pas, lui fait défaut. »

L'essence du multiple est de se multiplier de façon immanente, et tel est le mode d'éclosion de l'être pour qui pense *de près* (*ἐγγύθεν*) à partir du non-être de l'un. Qu'il soit impossible de composer le multiple-sans-un, le multiple-en-soi, qu'au contraire son être même soit la dé-composition, voilà ce que Platon envisage courageusement, dans l'étonnante métaphore d'un songe spéculatif : « Prendrait-on le point d'être qui semble le plus petit que, tel un songe dans le sommeil, il apparaîtrait aussitôt multiple au lieu de sa semblance d'un,

et, au lieu de sa suprême petitesse, le tout-grand, comparé à la dissémination qu'il est à partir de lui-même. »

Pourquoi l'infinie multiplicité du multiple est-elle comme l'image d'un songe ? Pourquoi ce nocturne, ce sommeil de la pensée, pour entrevoir la dissémination de tout atome supposé ? C'est que la multiplicité inconsistante est en effet, comme telle, impensable. Toute pensée suppose une situation du pensable, c'est-à-dire une structure, un compte-pour-un, où le multiple présenté est consistant, nombrable. Le multiple inconsistant n'est dès lors, en amont de l'effet-d'un où il est structuré, qu'un horizon d'être insaisissable. Ce que Platon veut ici nous transmettre, et en quoi il est précantorien, c'est que nulle figure d'objet pour la pensée n'est en état de rassembler et de faire consister le multiple pur, le multiple sans-un, en sorte qu'à peine advient-il à la présentation qu'il s'y dissipe, ou plutôt que sa non-advenue le rend comparable à la fuite des scènes d'un rêve. Platon écrit : « Il est nécessaire que se brise tout l'étant disséminé, à peine l'aurais-je saisi par la pensée discursive. » Car la pensée éveillée (διανοία) — si elle n'est pas la pure théorie des ensembles — n'obtient nulle prise sur cet en deçà du présentable qu'est la présentation-multiple. Il lui faut la médiation non étante de l'un.

Cependant — et c'est l'énigme apparente de cette fin du *Parménide* — s'agit-il vraiment du multiple dans ce dont le songe métaphorise la fuite et le débris ? La neuvième hypothèse, ultime coup de théâtre de ce dialogue en vérité si tendu, si proche d'un drame du concept, semble ruiner tout ce que je viens de dire, en réfutant que l'altérité des autres-que-l'un puisse, si l'un n'est pas, se laisser penser comme multiple : « [Les autres] ne seront pas davantage plusieurs [πολλά]. Car dans les étants-plusieurs, il y aurait aussi l'un [...]. Et l'un n'étant pas dans les autres, ces autres ne seront ni plusieurs ni un. » Ou, plus formellement : « Sans l'un, impossible d'avoir opinion du "plusieurs". »

Ainsi, après avoir convoqué le songe du multiple comme inconsistance illimitée du multiple de multiples, Platon révoque la pluralité, et assigne apparemment les autres, dès lors que l'un n'est pas, à ne pouvoir être Autres ni selon l'un ni selon le multiple. D'où résulte une conclusion totalement nihiliste, celle-là même que fait entendre dans *la Ville* de Claudel, au bord de la destruction insurrectionnelle, l'ingénieur Isidore de Besme : « Si l'un n'est pas, rien [οὐδέν] n'est. »

Mais qu'est-ce que le rien ? La langue grecque parle plus directement que la nôtre, qui s'embarrasse de cette incise du Sujet, lisible, depuis Lacan, dans le « ne » explétif. Car « rien n'est » s'y dit « οὐδέν ἔστιν », soit : « rien est ». Il faut donc plutôt penser ici que « rien » est le nom du vide, et transcrire l'énoncé de Platon de la façon suivante : si l'un n'est pas, ce qui vient à la place de « plusieurs » est le pur nom du vide, en tant que seul il subsiste *comme être*. La conclusion « nihiliste » ramène, en diagonale de l'opposition un/multiple (ἕν/πολλά), le point d'être du rien, corrélat présentable — comme nom — de ce multiple (πλήθος) illimité, ou inconsistant, dont le non-être de l'un induisait le songe.

Et cela attire notre attention sur une différence nominale où s'éclaire l'énigme : ce n'est pas en effet le même mot grec qui désigne l'illimité du multiple de multiples, dont le débris s'entrevoit comme éclipse de la pensée discursive, et le plusieurs, une détermination que les autres, l'un n'étant pas, ne peuvent supporter. Le premier se dit πλήθος, qui seul mérite d'être traduit par « multiplicité », le second se dit πολλά, les plusieurs, la pluralité. La contradiction entre l'analytique du multiple pur et le rejet de toute pluralité, dans les deux cas sous l'hypothèse du non-être de l'un, n'est dès lors qu'apparente. Nous devons penser que πλήθος désigne le multiple inconsistant, l'être-sans-un, la présentation pure, et πολλά le multiple consistant, la composition d'uns. Le premier est soustractif de l'un, non seulement compatible avec son non-être, mais accessible seulement, fût-ce en songe, à partir de sa révocation ontologique. Le second suppose qu'on puisse compter, et donc qu'un compte-pour-un structure la présentation. Mais la structure, loin de supposer l'être-de-l'un, le τὸ ἕν ὄν, le congédie dans un pur « il y a » opératoire, et n'admet comme être-en-tant-qu'être advenu à la présentation que le multiple inconsistant qu'elle rend impensable. Le « il y a » opérant de l'un autorise seul que puisse être le plusieurs (πολλά), cependant qu'en amont de son effet, selon le pur non-être de l'un, apparaît, pour disparaître, l'imprésentable multiplicité, le πλήθος, dont — pour un Grec — l'illimitation, l'ἀπειρός, nomme en effet qu'elle ne se soutient d'aucune situation pensable.

Si l'on admet qu'être, c'est être-en-situation, c'est-à-dire, pour un Grec, déployer sa limite, il est exact qu'en supprimant le il-y-a de l'un, on supprime tout, puisque « tout » est forcément « plusieurs ». Dès lors il n'y a que le rien. Mais si l'on vise l'être-en-tant-qu'être, le multiple-

sans-un, il est exact que le non-être de l'un est cette vérité dont tout l'effet est d'établir le songe d'un multiple disséminé sans limites. C'est à ce « songe » que la création de Cantor a donné la fixité d'une pensée.

La conclusion aporétique de Platon est interprétable comme impasse de l'être, au tranchant du couple du multiple inconsistant et du multiple consistant. « Si l'un n'est pas, rien [n']est » veut aussi dire : ce n'est qu'en pensant jusqu'au bout le non-être de l'un qu'advient le nom du vide comme unique présentation concevable de ce qui, imprésentable, supporte, en tant que multiplicité pure, toute présentation plurielle, c'est-à-dire tout effet-d'un.

Le texte de Platon met en travail, à partir du couple apparent de l'un et des autres, quatre concepts : l'un-étant, le il-y-a de l'un, le multiple pur (πλήθος) et le multiple structuré (πολλά). Si le nœud de ces concepts reste délié dans l'aporie finale, où triomphe le vide, c'est seulement que demeure impensé l'écart, à propos de l'un, entre la supposition de son être et l'opération de son « il y a ».

Cet écart toutefois, Platon l'a, dans son œuvre, bien des fois nommé. C'est en effet lui qui donne la clef du concept platonicien par excellence, le concept de participation, et ce n'est pas pour rien qu'au tout début du *Parménide*, Socrate y a recours, avant l'entrée en scène du vieux maître, pour mettre en pièces les arguments de Zénon sur l'un et le multiple.

L'Idée est chez Platon, on le sait, l'advenue à l'étant du pensable. C'est là son point d'être. Mais elle doit d'autre part supporter la participation, c'est-à-dire le fait qu'à partir de son être je pense comme un des multiples existants. Ainsi ces hommes, ces cheveux, ces flaques de boue, ne sont présentables à la pensée qu'autant qu'un effet-d'un leur advient, du point de l'être idéel où ek-siste, au lieu intelligible, la Boue, le Cheveu, l'Homme. L'en-soi de l'Idée est son être ek-sistant, la capacité participative est son « il y a », c'est-à-dire la clé de son opération. C'est dans l'Idée elle-même que nous trouvons l'écart entre la supposition de son être (le lieu intelligible) et la constatation de l'effet-d'un qu'elle supporte (la participation), pur « il y a » excédentaire de son être, au regard de la présentation sensible et des situations mondaines. L'Idée est, et, par ailleurs, il y a de l'un à partir d'elle et hors d'elle-même. Elle est son être, et aussi le non-être de son opération. D'une part, elle précède toute existence, et donc tout effet-

d'un, d'autre part, ce n'est que d'elle que *résulte* qu'il y ait des compositions-d'uns effectivement pensables.

On comprend dès lors pourquoi *il n'y a pas, en toute rigueur, d'Idée de l'un*. Dans le *Sophiste*, Platon énumère ce qu'il appelle les genres suprêmes, les Idées dialectiques absolument fondatrices. Ces cinq Idées sont : l'être, le mouvement, le repos, le même et l'autre. L'Idée de l'un n'y figure pas. Car l'un, en effet, n'est pas. Nul être séparé de l'un n'est concevable, et c'est au fond ce qu'établit le *Parménide*. L'un est seulement au principe de toute Idée, saisie du côté de son opération — de la participation — et non du côté de son être. Le « il y a de l'un » concerne l'Idée quelconque, pour autant qu'elle effectue le compte d'un multiple et fait résulter l'un, étant ce dont s'assure que telle ou telle chose existante (présentée) est ceci ou cela.

Le il-y-a de l'un n'a pas d'être, et garantit ainsi, pour tout être idéel, l'efficace de sa fonction présentative, sa fonction structurante, laquelle disjoint, en amont et en aval de son effet, l'insaisissable πλήθος — la pléthore de l'être —, et la cohésion pensable des πολλά — le règne du nombre sur les situations effectives.

MÉDITATION TROIS

Théorie du multiple pur : paradoxes et décision critique

Il est tout à fait remarquable que Cantor, dans le mouvement même par lequel il créait la théorie mathématique du multiple pur — dite « théorie des ensembles » —, ait cru pouvoir « définir » la notion abstraite d'ensemble dans le célèbre philosophème que voici : « Par ensemble on entend un groupement en un tout d'objets bien distincts de notre intuition ou de notre pensée. » On peut dire sans exagérer que Cantor nouait dans cette définition tous les concepts dont la théorie des ensembles effectuait par ailleurs la décomposition : celui du tout, celui d'objet, celui de distinction, celui d'intuition. Car ni ce qui fait un ensemble n'est une totalisation, ni ses éléments ne sont des objets, ni on ne peut — sans axiome spécial — distinguer dans des collections infinies d'ensembles, ni on ne possède la moindre intuition de chaque élément supposé d'un ensemble un peu « grand ». Il n'y a guère que « pensée » qui soit adéquat, si bien qu'au fond ce qui subsiste de la « définition » cantorienne nous ramène, pour autant que c'est de l'être qu'il s'agit sous le nom d'ensemble, à l'aphorisme de Parménide : « Le même, lui, est à la fois penser et être. »

Une grande théorie, qui devait s'avérer capable de fournir un langage universel pour toutes les branches des mathématiques, naissait, comme de coutume, dans un écart extrême entre la solidité de ses enchaînements et la précarité de son concept central. Comme il était déjà arrivé pour les « infiniment petits » au XVIII^e^ siècle, cette précarité fut bientôt manifeste, dans la forme des fameux paradoxes de la théorie des ensembles.

Pour pratiquer une exégèse philosophique de ces paradoxes, qui ébranlèrent la conviction mathématique et provoquèrent une crise dont c'est à tort qu'on imagine qu'elle est terminée — car le problème, qui

concernait l'essence des mathématiques, a plutôt été pragmatiquement délaissé que victorieusement résolu —, il faut d'abord comprendre qu'intriqué au développement de la logique, celui de la théorie des ensembles dépassa assez vite la conception, rétrospectivement qualifiée de « naïve », où l'assignait la définition de Cantor. Ce qui se présentait comme « intuition d'objets » fut exposé au remaniement de n'être pensable que comme l'extension d'un concept, ou d'une propriété, elle-même exprimée dans un langage à demi, voire, comme dans les œuvres de Frege puis de Russell, complètement formalisé. On pouvait dire dès lors ceci : étant donné une propriété, exprimée par une formule $\lambda(\alpha)$ à une variable libre, j'appelle « ensemble » tous les termes (ou constantes, ou noms propres) qui ont la propriété en question, c'est-à-dire pour lesquels, si ℓ est un tel terme, $\lambda(\ell)$ est vraie (démontrable). Si par exemple $\lambda(\alpha)$ est la formule « α est un nombre entier naturel », je parlerai de « l'ensemble des nombres entiers » pour désigner le multiple de ce qui valide cette formule, donc pour désigner les nombres entiers. Autrement dit : « ensemble » est ce qui compte-pour-un le multiple de validation d'une formule.

Pour l'intelligence complète de ce qui suit, il est bon que le lecteur lise sans plus attendre la note technique située à la fin de cette méditation. Elle explicite le sens des écritures formelles. La maîtrise des écritures, acquise après Frege et Russell, permit d'avancer dans deux directions :

1. Il était possible de spécifier rigoureusement la notion de propriété, de la formaliser, en la ramenant — par exemple — à celle de prédicat dans un calcul logique du premier ordre, ou de formule à une variable libre dans un langage dont les constantes sont fixées. Je peux ainsi éviter, par des contraintes restrictives, les équivoques de validation qu'impliquent les bords flous du langage naturel. Car on sait que, si ma formule pouvait être « α est un cheval qui a des ailes », l'ensemble correspondant, réduit, peut-être, au seul Bucéphale, m'engagerait dans des discussions existentielles complexes, dont le ressort est que j'aurais fait droit à l'existence de l'Un, thèse où toute théorie du multiple pur s'embarrasse aussitôt.

2. Une fois présenté le langage-objet (le langage formel) qui sera celui de la théorie où j'opère, il devenait licite d'admettre qu'à toute formule à une variable correspond l'ensemble des termes qui la valident. Autrement dit, l'optimisme naïf que Cantor manifestait quant

à la puissance de l'intuition pour totaliser ses objets est ici transféré à la sécurité qu'un langage bien construit peut garantir. Cette sécurité revient à ceci que le contrôle du langage (de l'écriture) vaut contrôle du multiple. C'est l'optimisme de Frege : tout concept qui se laisse inscrire dans une langue totalement formalisée (une idéographie) prescrit une multiplicité « existante », qui est celle des termes, eux-mêmes inscriptibles, qui tombent sous ce concept. La présupposition spéculative est que rien du multiple ne peut venir en excès d'une langue bien faite, et que, donc, l'être, pour autant qu'astreint à se présenter au langage comme le référent-multiple d'une propriété, ne peut mettre en défaillance l'architecture de ce langage, si celle-ci est rigoureusement construite. Le maître des mots est aussi le maître du multiple.

Telle était la thèse. La signification profonde des paradoxes, dont la théorie des ensembles devait sortir refondue et refondée, c'est-à-dire axiomatisée, est que ceci est faux. Il s'avère en effet qu'à certaines propriétés, à certaines formules, ne peut correspondre une multiplicité (un ensemble) qu'au prix de la ruine (de l'incohérence) du langage même où cette formule est inscrite.

Autrement dit : le multiple ne se laisse pas prescrire à être du seul point de la langue. Ou, plus précisément : je n'ai pas le pouvoir de compter pour un, comme « ensemble », tout ce qui est subsumable par une propriété. Il est inexact qu'à *toute* formule $\lambda(\alpha)$ puisse correspondre l'ensemble-un des termes pour lesquels $\lambda(\alpha)$ est vraie, ou démontrable.

Cela ruinait la deuxième tentative de définir le concept d'ensemble, cette fois à partir des propriétés et de leur extension (Frege), plutôt qu'à partir de l'intuition et de ses objets (Cantor). Le multiple pur se dérobait à nouveau à son compte-pour-un, supposé accompli dans une définition claire de ce qu'est un multiple (un ensemble).

Si l'on examine la structure du paradoxe le plus connu, celui de Russell, on constate en outre que la formule où vient s'échouer le pouvoir constituant du langage sur l'être-multiple est banale, que cette formule n'a rien d'extraordinaire. Russell considère la propriété : « α est un ensemble qui n'est pas élément de lui-même », soit $\sim(\alpha \in \alpha)$. C'est une propriété tout à fait convenable, en ceci que tous les ensembles mathématiques connus la possèdent. Il est clair que — par exemple — l'ensemble des nombres entiers n'est pas lui-même un nombre entier, etc. Ce sont les contre-exemples qui sont tordus. Si je dis :

« l'ensemble de tout ce que je parviens à définir en moins de vingt mots », comme la définition, que je viens d'écrire, de cet ensemble a elle-même moins de vingt mots, il est élément de lui-même. Mais on a un peu le sentiment d'une plaisanterie.

Donc, faire ensemble de tous les ensembles α pour lesquels $\sim(\alpha \in \alpha)$ est vrai, paraît particulièrement raisonnable. Pourtant, envisager *ce* multiple ruine le langage ensembliste par l'incohérence de ce qui s'en infère.

Car, soit p (pour « paradoxal ») cet ensemble. On peut l'écrire $p = \{\alpha \,/\, \sim(\alpha \in \alpha)\}$, à lire : « tous les α tels que α n'est pas élément de lui-même ». Que dire de ce p ?

S'il se contient lui-même comme élément, soit $p \in p$, alors il doit avoir la propriété qui définit ses éléments, soit $\sim(p \in p)$.

S'il ne se contient pas lui-même comme élément, soit $\sim(p \in p)$, alors il a la propriété qui définit ses éléments, donc il est élément de lui-même, soit $p \in p$.

Finalement, on a : $(p \in p) \leftrightarrow \sim(p \in p)$.

Cette équivalence d'un énoncé et de sa négation anéantit la consistance logique du langage.

C'est dire que l'induction, à partir de la formule $\sim(\alpha \in \alpha)$, du compte-pour-un ensembliste des termes qui la valident est impossible, si l'on refuse de payer le prix, où toute mathématique s'abolit, de l'incohérence du langage. L'« ensemble » p est ici en excès, pour autant qu'on suppose qu'il compte pour un un multiple, sur la ressource déductive et formelle de la langue.

C'est ce que la plupart des logiciens enregistrent en disant que p, justement parce que la propriété $\sim(\alpha \in \alpha)$, dont il est censé procéder, est banale, est « trop grand » pour être compté, au même titre que d'autres, pour un ensemble. Ce « trop grand » est ici la métaphore d'un excès de l'être-multiple sur la langue dont on veut l'inférer.

Il est saisissant que Cantor, au point de cette impasse, l'ait forcée par sa doctrine de l'absolu. Si des multiplicités ne peuvent sans contradiction être totalisées, ou « conçues comme une unité », déclare-t-il, c'est qu'elles sont absolument infinies, et non pas transfinies (c'est-à-dire mathématiques). Cantor ne recule pas devant l'association de l'absoluité et de l'inconsistance. Où défaille le compte-pour-un, là se tient Dieu :

« D'une part, une multiplicité peut être telle que l'affirmation selon

laquelle *tous* ses éléments "sont ensemble" mène à une contradiction, en sorte qu'il est impossible de concevoir la multiplicité comme unité, comme "une chose finie". Ces multiplicités, je les nomme des *multiplicités absolument infinies*, ou *inconsistantes*. [...]

« Quand d'autre part la totalité des éléments d'une multiplicité peut être pensée sans contradiction comme "étant ensemble", de telle sorte que leur collection en "*une* chose" est possible, je la nomme une *multiplicité consistante* ou un *ensemble*. »

On voit que la thèse ontologique de Cantor est que l'inconsistance, impasse mathématique de l'un-du-multiple, oriente la pensée vers l'Infini comme suprêmement-étant, ou absolu. C'est dire — comme on le voit dans le texte — que l'idée du « trop grand » est bien plutôt ici l'excès-sur-l'un-multiple que l'excès sur la langue. En quoi Cantor, essentiellement théologien, arrime l'absoluité de l'être, non à la présentation (consistante) du multiple, mais à la transcendance par quoi l'infinité divine in-consiste, en tant qu'une, à rassembler et nombrer quelque multiple que ce soit.

On peut cependant aussi bien dire que, par une anticipation géniale, Cantor voit que le point d'être absolu du multiple n'est pas sa consistance — donc sa dépendance d'une procédure de compte-pour-un —, mais son inconsistance, c'est-à-dire un déploiement-multiple qu'aucune unité ne rassemble.

La pensée de Cantor vacille ainsi entre l'onto-théologie, qui pense l'absolu comme être suprêmement infini, donc transmathématique, in-nombrable, forme si radicale de l'un qu'aucun multiple n'y peut consister, et l'ontologie mathématicienne, où la consistance fait théorie *de* l'inconsistance, en ceci que ce qui lui fait obstacle (les multiplicités paradoxales) est son point d'impossible, et donc, tout simplement, *n'est pas*. Et par conséquent fixe le point non-étant d'où peut s'établir qu'il y ait *une* présentation de l'être.

Il est en effet certain que la théorie des ensembles légifère (explicitement) sur ce qui n'est pas, s'il est vrai qu'elle fait théorie du multiple comme forme générale de la présentation de l'être. Les multiplicités inconsistantes, ou « excessives », ne sont que ce qu'en amont de sa structure déductive l'ontologie ensembliste désigne comme pur non-être.

Que ce soit au lieu de ce non-être que Cantor ponctue l'absolu, ou Dieu, permet d'isoler la décision où s'enracinent les « ontologies » de

la Présence, les « ontologies » non mathématiciennes : la décision de prononcer qu'au-delà du multiple, fût-ce dans la métaphore de sa grandeur inconsistante, l'un est.

Mais justement, ce que la théorie des ensembles effectue, sous l'effet des paradoxes, où elle enregistre comme obstacle son non-être propre, qui, pour le coup, est *le* non-être, c'est que l'un n'est pas.

Admirons que le même homme, Cantor, ne réfléchisse cette effectuation, où l'un est le non-être de l'être-multiple, effectuation dont il est l'inventeur, que dans la folie de sauver Dieu, c'est-à-dire l'un, de toute présomption absolue du multiple.

Les effets réels des paradoxes sont immédiatement de deux ordres.

a. Il faut abandonner tout espoir de définir explicitement la notion d'ensemble. Ni l'intuition ni le langage ne sont en état de supporter que le multiple pur, tel que la seule relation « appartenir à », notée $\in$, le fonde, soit compté pour un dans un concept univoque. Par conséquent, il est de l'essence de la théorie du multiple de n'avoir de ses « objets » (les multiplicités, les ensembles) qu'une maîtrise implicite, disposée dans une axiomatique où ne figure pas la propriété « être un ensemble ».

b. Il faut interdire les multiplicités paradoxales, c'est-à-dire le non-être, dont l'inconsistance ontologique a pour signe la ruine de la langue. Il faut donc que l'axiomatique soit telle que ce qu'elle autorise à considérer comme un ensemble, c'est-à-dire tout ce dont elle parle — car, pour distinguer, dans ce tout, les ensembles d'autre chose, c'est-à-dire distinguer le multiple (qui est) de l'un (qui n'est pas), et finalement distinguer l'être du non-être, il faudrait un concept du multiple, un critère de l'ensemble, ce qui est exclu —, ne soit *pas* corrélé à des formules comme $\sim(\alpha \in \alpha)$, d'où s'induisent les incohérences.

Cette double tâche a été, entre 1908 et 1940, prise en main par Zermelo et parachevée par Fraenkel, von Neumann et Gödel. Son accomplissement est le système axiomatique formel où, dans une logique du premier ordre, est présentée la doctrine pure du multiple, telle qu'aujourd'hui encore elle peut servir à disposer toutes les branches des mathématiques.

J'insiste sur le fait que, s'agissant de la théorie des ensembles, l'axiomatisation n'est pas un artifice d'exposition, mais une nécessité intrinsèque. L'être-multiple, s'il n'est confié qu'à la langue naturelle et à l'intuition, produit une pseudo-présentation indivise de la consistance

et de l'inconsistance, donc de l'être et du non-être, parce qu'il ne se sépare pas clairement lui-même de la présomption d'être de l'un. Or, l'un et le multiple ne sont pas en « unité des contraires », puisque le premier n'est pas, tandis que le second est la forme même de toute présentation d'être. L'axiomatisation est requise pour que, laissé à l'implicite de sa règle de compte, le multiple soit délivré *sans concept*, c'est-à-dire *sans impliquer l'être-de-l'un*.

Cette axiomatisation consiste à fixer l'usage de la relation d'appartenance, $\in$, à laquelle se réduit finalement tout le lexique propre de la mathématique, si l'on considère que l'égalité est un symbole plutôt logique.

La première grande caractéristique du système formel de Zermelo-Fraenkel (système ZF) est que son lexique ne comporte qu'une relation, $\in$, et donc aucun prédicat unaire, aucune propriété au sens strict. En particulier, ce système exclut toute construction d'un symbole dont le sens serait « être un ensemble ». Le multiple est ici implicitement désigné sous les espèces d'une logique de l'appartenance, c'est-à-dire du mode par quoi le « quelque chose = α » en général est présenté selon une multiplicité β, ce qu'on inscrira $\alpha \in \beta$, α est élément de β. Ce qui est compté pour *un* n'est pas le concept du multiple, il n'y a aucune pensée inscriptible de ce qu'est *un*-multiple. L'un est assigné au seul signe $\in$, c'est-à-dire à l'opérateur de dénotation du rapport entre le « quelque chose » en général et le multiple. Le signe $\in$, désêtre de tout un, qualifie, de façon uniforme, la présentation du « quelque chose » comme indexé au multiple.

La deuxième caractéristique du système ZF résilie aussitôt que ce soit à proprement parler *un* « quelque chose » qui est ainsi ordonné à sa présentation multiple. En effet, l'axiomatique de Zermelo ne comporte qu'une seule espèce, une seule liste, de variables. Quand j'écris que « α appartient à β », $\alpha \in \beta$, les signes α et β sont des variables de la même liste, et donc sont substituables par des termes spécifiquement indistinguables. Si l'on admet — avec un grain de sel — la fameuse formule de Quine : « être, c'est être la valeur d'une variable », on peut conclure que le système ZF postule qu'il n'y a qu'un seul type de présentation d'être : le multiple. La théorie ne distingue pas entre « objets » et « groupement d'objets » (comme le faisait Cantor), ni même entre « éléments » et « ensembles ». Il n'y a qu'une espèce de variables veut dire : tout est multiple, tout est ensemble. Si en effet

l'inscription sans concept du ce-qui-est revient à le fixer comme ce qui est reliable, par l'appartenance, au multiple, et si ce qui est ainsi reliable ne se laisse pas distinguer, quant au statut d'inscription, de ce à quoi il est relié — si, dans $\alpha \in \beta$, α n'est en possibilité d'être élément de l'ensemble β qu'autant qu'il est de même espèce scripturale que β, donc ensemble lui-même —, alors le ce-qui-est est uniformément pure multiplicité.

La théorie pose donc que ce qu'elle présente — ses termes — dans l'articulation axiomatique, et dont elle ne délivre pas le concept, est toujours de l'espèce dite « ensemble », que ce qui appartient à un multiple est toujours un multiple, qu'être « élément » n'est pas un statut de l'être, une qualité intrinsèque, mais la simple relation, être-élément-de, par quoi une multiplicité se laisse présenter par une autre multiplicité. Par l'uniformité de ses variables, *la théorie indique, sans définition, qu'elle ne traite pas de l'un*, que tout *ce* qu'elle présente, dans l'implicite de ses règles, est multiple.

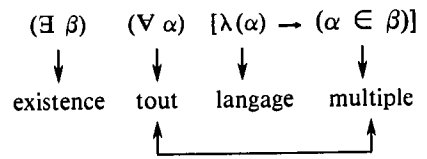
La théorie des ensembles déploie que tout multiple est intrinsèquement multiple de multiples.

La troisième grande caractéristique de l'œuvre de Zermelo s'attache à la procédure qu'elle adopte pour parer aux paradoxes, et qui revient à ceci qu'une propriété ne détermine un multiple que sous la présupposition qu'il y a déjà un multiple présenté. L'axiomatique de Zermelo subordonne l'induction d'un multiple par le langage à l'existence, antérieure à cette induction, d'un multiple initial. Y pourvoit l'axiome dit de séparation (ou de compréhension, ou des sous-ensembles).

Il est souvent postulé dans la critique, y compris moderne, de cet axiome, qu'il propose une restriction arbitraire de la « dimension » des multiplicités admises. C'est prendre trop au pied de la lettre la métaphore du « trop grand » par laquelle les mathématiciens désignent les multiplicités paradoxales, ou inconsistantes, celles dont la position existentielle est en excès sur la cohérence de la langue. On dira que Zermelo lui-même entérine cette vision restrictive de sa propre entreprise, quand il écrit que « la solution de ces difficultés (doit être vue) seulement dans une restriction convenable de la notion d'ensemble ». Un tel symptôme de ce qu'un mathématicien génial est dans une convenance conceptuelle métaphorique à ce qu'il crée, ne constitue pas à mes yeux un argument philosophique décisif. L'essence de l'axiome de séparation

n'est pas d'interdire les multiplicités « trop grandes ». Qu'il y ait une barre sur l'excès résulte certes de cet axiome. Mais ce qui le gouverne concerne le nœud du langage, de l'existence et du multiple.

Que nous disait en effet la thèse (frégéenne) qui achoppe sur les paradoxes ? Que d'une propriété $\lambda(\alpha)$ clairement construite dans un langage formel s'infère l'existence du multiple des termes qui la possèdent. Soit : il existe un ensemble tel que *tout* terme α pour lequel $\lambda(\alpha)$ est démontrable est élément de cet ensemble :



L'essence de cette thèse, qui prétend tenir le multiple, sans excès ruineux, dans la prise du langage, est d'être directement existentielle, en ceci qu'à toute formule $\lambda(\alpha)$ est automatiquement et uniformément associée l'existence d'un multiple où sont collectivisés *tous* les termes qui valident la formule.

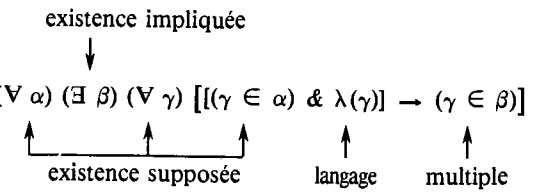
Il se trouve que le paradoxe de Russell, coupant d'une contradiction la cohérence du langage, défait le triplet existence-langage-multiple tel qu'inscrit, sous le primat de l'existence — du quantificateur existentiel —, dans l'énoncé ci-dessus.

Ce que Zermelo propose est un autre nœud du même triplet.

L'axiome de séparation dit en effet que, étant donné un multiple, ou plutôt : pour tout multiple supposé donné, supposé présenté, ou existant, il existe le sous-multiple des termes qui possèdent la propriété exprimée par la formule $\lambda(\alpha)$. Autrement dit, ce qu'induit une formule du langage n'est pas directement une existence, une présentation de multiplicité, mais, sous la condition qu'il y a déjà une présentation, la « séparation », dans cette présentation, et portée par elle, d'un sous-ensemble constitué de termes (donc, de multiplicités, puisque tout multiple est multiple de multiples) qui valident la formule.

Formellement, il s'ensuit que l'axiome de séparation, à la différence de l'énoncé précédent, n'est pas existentiel, puisqu'il n'infère une existence que de son déjà-là sous les espèces d'une multiplicité quelconque dont on suppose la présentation. L'axiome de séparation, disant

que pour toute multiplicité supposée donnée existe la partie (la sous-multiplicité) dont les éléments valident $\lambda(\alpha)$, renverse l'ordre des quantificateurs : c'est un énoncé universel, où toute existence supposée induit, à partir du langage, une existence impliquée :



A la différence de l'énoncé qui, de $\lambda(\alpha)$, tire directement l'existence de β, l'axiome de séparation ne permet de conclure, à lui seul, à aucune existence. Sa structure implicative revient à prononcer que s'il y a un α, alors il y a un β — qui est une partie de α — dont les éléments valident la formule $\lambda(\gamma)$. Mais y a-t-il un α ? C'est ce sur quoi l'axiome ne se prononce pas, n'étant qu'une médiation, de l'existence (supposée) à l'existence (impliquée), par le langage.

Le nœud que Zermelo propose ne prescrit plus que du langage s'infère l'existence d'un multiple, mais que le langage sépare, dans de l'existence supposée donnée (dans du multiple déjà présenté), l'existence d'un sous-multiple.

Le langage ne peut induire de l'existence, seulement de la scission dans l'existence.

L'axiome de Zermelo a donc ceci de matérialiste qu'il rompt avec la figure de l'idéalinguisterie — dont le prix est le paradoxe de l'excès — où la présentation existentielle du multiple s'infère directement de la langue bien faite. Il rétablit que ce n'est que dans la présupposition de l'existence que le langage opère — sépare —, et que ce qu'il induit ainsi de multiplicité consistante est supporté dans son être, de façon anticipante, par une présentation déjà-là. L'existence-multiple anticipe ce que le langage y sépare rétroactivement d'existence-multiple impliquée.

La puissance du langage ne va pas à instituer le « il y a » du « il y a ». Elle se borne à poser qu'il y a du distinguable dans le « il y a ». Où l'on pointe les principes, différenciés par Lacan, du réel (il y a) et du symbolique (il y a du distinguable).

Le stigmate formel du *déjà* d'un compte est, dans l'axiome de séparation, l'universalité du quantificateur initial (premier compte-pour-un), qui se subordonne le quantificateur existentiel (compte-pour-un séparateur du langage).

Ce n'est donc pas fondamentalement de la « dimension » des ensembles que Zermelo assure la restriction, mais bien plutôt des prétentions présentatives du langage. Je disais que le paradoxe de Russell pouvait s'interpréter comme un excès du multiple sur la capacité de la langue à le présenter sans se rompre. On peut aussi bien dire : c'est le langage qui est excessif, de pouvoir prononcer des propriétés, comme $\sim(\alpha \in \alpha)$, dont il serait forcé de prétendre qu'elles ont capacité d'instituer une présentation multiple. L'être, pour autant qu'il est le multiple pur, se soustrait à ce forçage, en ce sens que la rupture de la langue atteste que rien ne peut ainsi advenir à une présentation consistante.

L'axiome de séparation effectue une prise de parti ontologique qui se résume fort simplement : la théorie du multiple, comme forme générale de la présentation, ne peut prétendre que c'est de sa pure règle formelle — des propriétés bien formées — que s'infère l'existence d'un multiple (d'une présentation). Il faut que l'être soit déjà-là, que du multiple pur, comme multiple de multiples, soit présenté, pour que la règle y sépare de la consistance multiple, elle-même présentée en second temps par le geste de la première présentation.

Une question cruciale reste toutefois posée : si ce n'est pas du langage que s'assure, dans le cadre de la présentation axiomatique, l'existence du multiple — donc, de la présentation que la théorie présente —, où est le point d'être absolument initial ? De quel multiple premier assure-t-on l'existence, pour qu'y opère la fonction séparatrice du langage ?

C'est tout le problème de la suture soustractive de la théorie des ensembles à l'être-en-tant-qu'être, problème auquel nous reconduit qu'échouant sur sa dissolution paradoxale, qui résulte de son propre excès, le langage — qui pourvoit aux séparations et aux compositions — ne puisse passer outre, et instituer à lui seul que le multiple pur existe, c'est-à-dire : que ce que la théorie présente est bien la présentation.

Note technique.
Les conventions d'écriture

Les écritures abrégées ou formelles utilisées dans ce livre relèvent de ce qu'on appelle la logique du premier ordre. Il s'agit de pouvoir inscrire des énoncés du genre : « pour tout terme, on a la propriété que voici », ou : « il n'existe pas de terme qui a la propriété que voici », ou : « si tel énoncé est vrai, alors tel autre énoncé est vrai aussi ». Le principe de base est que les écritures « pour tout » ou « il existe » ne portent que sur des termes (des « individus ») et jamais sur des propriétés. On n'admet pas, en somme, que les propriétés puissent à leur tour avoir des propriétés (ce qui nous ferait passer dans une logique du second ordre).

La réalisation graphique de ces réquisits passe par la fixation de signes qui sont de cinq espèces : les variables (qui inscrivent les individus), les connecteurs logiques (négation, conjonction, disjonction, implication et équivalence), les quantificateurs (universel : « pour tout » et existentiel : « il existe »), les propriétés ou relations (il n'y en aura, pour nous, que deux : l'égalité et l'appartenance), et les ponctuations (parenthèses, crochets, accolades).

— Les variables d'individus (pour nous, les multiples, ou ensembles) sont les lettres grecques α, β, γ, ∂, π, et, quelquefois, λ. On utilisera aussi des indices, pour disposer, si le besoin s'en fait sentir, de plus de variables, comme α_1, γ_3, etc. Ces signes désignent donc *ce dont* on parle, ce dont on affirme ceci ou cela.

— Les quantificateurs sont les signes $\forall$ (quantificateur universel) et $\exists$ (quantificateur existentiel). Ils sont toujours suivis d'une variable : $(\forall\alpha)$ se lit : « pour tout α ». $(\exists\alpha)$ se lit : « il existe α ».

— Les connecteurs logiques sont les suivants : $\sim$ (la négation), $\rightarrow$ (l'implication), *ou* (la disjonction), *&* (la conjonction), $\leftrightarrow$ (l'équivalence).

— Les relations sont = (l'égalité) et $\in$ (l'appartenance). Elles lient toujours deux variables : $\alpha = \beta$, qui se lit « α est égal à β », et $\alpha \in \beta$, qui se lit « α appartient à β ».

— Les ponctuations sont les parenthèses ( ), les crochets [ ] et les accolades { }.

Une formule est un assemblage de signes, obéissant à des règles de correction. Ces règles peuvent être strictement définies, mais elles sont intuitives. Il s'agit que la formule soit lisible. Par exemple :

$(\forall\alpha)\,(\exists\beta)\,[(\alpha \in \beta) \rightarrow \sim(\beta \in \alpha)]$ se lit sans problème : « Pour tout α, il existe au moins un β tel que si α appartient à β, alors β n'appartient pas à α. »

On notera souvent une formule quelconque par la lettre λ.

Point très important : dans une formule, une variable est ou n'est pas quantifiée. Dans la formule ci-dessus, les deux variables α et β sont quantifiées (α universellement, β existentiellement). Une variable qui n'est pas quantifiée est une variable libre. Considérons par exemple la formule :

$$(\forall\alpha)\,[(\beta = \alpha) \leftarrow (\exists\gamma)\,[(\gamma \in \beta)\ \&\ (\gamma \in \alpha)]]$$

Elle se lit intuitivement : « Pour tout α, l'égalité de β et de α équivaut au fait qu'il existe un γ tel que γ appartient à β, et γ appartient aussi à α. » Dans cette formule, α et γ sont quantifiés, mais β est libre. La formule en question exprime une *propriété* de β. Soit le fait qu'être égal à β équivaut à telle chose (à ce qu'exprime le morceau de formule : $(\exists\gamma)\,[(\gamma \in \beta)\ \&\ (\gamma \in \alpha)]$). On notera souvent $\lambda(\alpha)$ une formule où α est une variable libre. Intuitivement, cela signifie que la formule λ exprime une propriété de la variable α. S'il y a deux variables libres, on écrira $\lambda(\alpha, \beta)$, qui exprime une relation entre les variables libres α et β. Par exemple, la formule :

$(\forall\gamma)\,[(\gamma \in \alpha)$ *ou* $(\gamma \in \beta)]$, qui se lit « tout γ appartient soit à α, soit à β, soit aux deux » (car le « *ou* » logique n'est pas exclusif), fixe une relation particulière entre α et β.

On se donnera le droit, chemin faisant, de *définir* des signes supplémentaires à partir des signes primitifs. Il faudra pour cela fixer par une équivalence la possibilité de retraduire ces signes en formules ne contenant que des signes primitifs. Par exemple, la formule :

$\alpha \subset \beta \leftarrow (\forall\gamma)\,[(\gamma \in \alpha) \rightarrow (\gamma \in \beta)]$ définit entre α et β la relation d'inclusion. Elle équivaut à la formule complète : « Pour tout γ, si

γ appartient à α, alors γ appartient à β. » On voit que la nouvelle écriture $\alpha \subset \beta$ n'est qu'une abréviation pour une formule $\lambda(\alpha, \beta)$ écrite uniquement avec les signes primitifs, et où α et β sont des variables libres.

Dans le corps du texte, la lecture des formules ne posera aucun problème particulier, et sera du reste toujours introduite. Les définitions seront explicitées. Le lecteur peut se fier au sens intuitif des graphies.

MÉDITATION QUATRE

Le vide : nom propre de l'être

Soit une situation quelconque. J'ai dit que sa structure — le régime du compte-pour-un — y scindait le multiple présenté : le scindait en consistance (composition d'uns) et inconsistance (inertie domaniale). Toutefois, l'inconsistance comme telle n'est pas vraiment présentée, puisque toute présentation est sous la loi du compte. L'inconsistance, comme multiple pur, est seulement la présupposition qu'en amont du compte, l'un n'est pas. Mais l'explicite d'une situation quelconque est bien plutôt que l'un est. En général en effet, une situation n'est pas telle que la thèse « l'un n'est pas » y puisse être présentée. Au contraire, puisque la loi est le compte-pour-un, la situation enveloppe l'existence de l'un, rien n'y étant présenté qui ne soit compté. Rien même n'y est présentable autrement que dans l'effet de la structure, donc dans la forme de l'un et de sa composition en multiplicités consistantes. De sorte que l'un est non seulement le régime de la présentation structurée, mais aussi le régime du possible de la présentation elle-même. Dans une situation non ontologique (non mathématique), le multiple n'est possible qu'autant que la loi l'ordonne explicitement à l'un du compte. De l'intérieur d'une situation, nulle inconsistance n'est appréhendable qui serait soustraite au compte, et donc a-structurée. Une situation quelconque saisie dans son immanence renverse donc l'axiome inaugural de toute notre procédure. Elle énonce que l'un est, et que le multiple pur — l'inconsistance — n'est pas. Ce qui est tout à fait naturel, puisqu'une situation quelconque, n'étant pas présentation de la présentation, identifie nécessairement l'être au présentable, donc à la possibilité de l'un.

Il est donc *véridique* (je fonderai beaucoup plus loin, dans la méditation 31, la distinction essentielle du véridique et du vrai), à l'intérieur de ce qu'une situation établit comme forme de savoir, qu'être,

c'est être en possibilité de l'un. La thèse de Leibniz (« Ce qui n'est pas *un* être n'est pas un *être* ») est proprement ce qui gouverne l'immanence d'une situation, son horizon de véridicité. C'est une thèse de la loi.

La difficulté à quoi cette thèse nous expose est la suivante : si, dans l'immanence d'une situation, l'inconsistance n'est pas avérée, il n'en demeure pas moins que le compte-pour-un, étant une opération, indique que l'un est un résultat. Pour autant qu'il résulte, il faut que « quelque chose » du multiple ne soit pas en coïncidence absolue avec le résultat. Certes, aucune antécédence du multiple ne donne lieu à présentation, celle-ci étant toujours déjà-structurée, en sorte qu'il n'y a que de l'un, ou du multiple consistant. Mais ce « il y a » laisse en reste que la loi où il est déployé est discernable comme opération. Et bien qu'il n'y ait jamais — en situation — *que* du résultat (tout, dans la situation, est compté), ce qui ainsi résulte pointe, en amont de l'opération, un devoir-être-compté qui fait vaciller la présentation structurée vers le fantôme de l'inconsistance.

Il demeure évidemment certain que ce fantôme, qui, du fait que l'être-un résulte, décale légèrement l'un de l'être à l'intérieur même de la thèse situationnelle que seul l'un est, ne peut d'aucune façon, lui, être présenté, puisque le régime de la présentation est la multiplicité consistante, le résultat du compte.

Par conséquent, puisque tout est compté, et que cependant l'un du compte, d'avoir à résulter, laisse en reste fantomatique que le multiple n'est pas originellement dans la forme de l'un, il faut admettre que, de l'intérieur d'une situation, le multiple pur, ou inconsistant, est à la fois exclu du tout, donc exclu de la présentation elle-même, et inclus, au titre de ce qui « serait » la présentation elle-même, la présentation en-soi, si était pensable ce que la loi n'autorise pas à penser : que l'un n'est pas, que l'être de la consistance est l'inconsistance.

Plus clairement : dès lors que le tout d'une situation est sous la loi de l'un et de la consistance, il faut que, du point de l'immanence à une situation, le multiple pur, absolument imprésentable selon le compte, ne soit *rien*. Mais l'être-rien se distingue tout autant du non-être que le « il y a » se distingue de l'être.

De même que le statut de l'un se décide entre la thèse (vraie) « il y a de l'un » et la thèse (fausse) des ontologies de la présence « l'un est », de même, saisi en immanence à une situation non ontologique,

le statut du multiple pur se décide entre la thèse (vraie) « l'inconsistance n'est rien », et la thèse structuraliste, ou légaliste (fausse) « l'inconsistance n'est pas ».

La vérité est bien qu'en amont du compte il n'y a rien, car tout est compté. Mais cet être-rien, où gît l'inconsistance illégale de l'être, est ce dont se soutient qu'il y ait le tout des compositions d'uns où s'effectue la présentation.

Il faut certes assumer que l'effet de la structure est complet, que ce qui s'y soustrait n'est rien, et que la loi ne rencontre pas, dans la présentation, d'îlot singulier qui lui fasse obstacle. Il n'y a pas, dans une situation quelconque, présentation rebelle, ou soustractive, du multiple pur sur quoi s'exerce l'empire de l'un. C'est du reste la raison pour laquelle on chercherait en vain, dans une situation, de quoi alimenter une intuition de l'être-en-tant-qu'être. La logique de la lacune, de ce que le compte-pour-un aurait « oublié », de l'exclu positivement repérable comme signe ou réel de la multiplicité pure, est une impasse — une illusion — de la pensée, comme de la pratique. Une situation ne propose jamais que du multiple tissé d'uns, et la loi des lois est que rien ne borne l'effet du compte.

Et pourtant, s'impose aussi la thèse corrélative qu'il y a un être du rien, en tant que forme de l'imprésentable. Le rien est ce qui nomme l'écart imperceptible, révoqué mais reconduit, entre la présentation comme structure et la présentation comme présentation-structurée, entre l'un comme résultat et l'un comme opération, entre la consistance présentée et l'inconsistance comme ce-qui-aura-été-présenté.

Il ne servirait naturellement à rien de partir à la recherche du rien. C'est à quoi, il faut le dire, la poésie s'exténue, et ce qui, jusque dans sa plus souveraine clarté, jusque dans son affirmation péremptoire, la rend complice de la mort. S'il faut, hélas ! convenir avec Platon qu'il y a sens à vouloir couronner d'or les poètes pour ensuite les précipiter dans l'exil, c'est qu'ils propagent l'idée d'une intuition du rien où gît l'être, alors qu'il n'y en a pas même le site — ce qu'ils appellent la Nature —, puisque tout est consistant. Ce que nous pouvons seulement affirmer est ceci : toute situation implique le rien de son tout. Mais le rien n'est ni un lieu ni un terme de la situation. Car si le rien était un terme, cela ne pourrait vouloir dire qu'une chose, c'est qu'il a été compté pour un. Or, tout ce qui a été compté est dans la consistance de la présentation. Il est donc exclu que le rien, qui nomme

ici le pur aura-été-compté en tant que discernable de l'effet du compte, et donc discernable de la présentation, soit pris comme terme. Il n'y a pas un-rien, il y a « rien », fantôme de l'inconsistance.

Par lui-même, le rien n'est que le nom de l'imprésentation dans la présentation. Son statut d'être est qu'il faut bien penser, si l'un résulte, que « quelque chose », qui n'est pas un terme-en-situation, et qui donc n'est rien, n'a pas été compté, ce « quelque chose » étant qu'il a fallu que l'opération du compte-pour-un opère. De sorte qu'*il* revient exactement au même de dire que le rien est l'opération du compte, laquelle, en tant que source de l'un, n'est pas elle-même comptée, ou de dire que le rien est le multiple pur, sur quoi opère le compte, et qui, « en soi », c'est-à-dire en tant que non compté, se distingue de lui-même tel qu'il advient selon le compte.

Le rien nomme cet indécidable de la présentation qui est son imprésentable, distribué entre la pure inertie domaniale du multiple et la pure transparence de l'opération d'où procède qu'il y ait de l'un. Le rien est autant celui de la structure, donc de la consistance, que du multiple pur, donc de l'inconsistance. C'est à bon droit qu'on dit que rien ne se soustrait à la présentation, puisque c'est de son double ressort, la loi et le multiple, que le rien est le rien.

Pour une situation quelconque, il y a donc l'équivalent de ce que, à propos de la grande construction cosmologique du *Timée*, qui est une métaphore presque carnavalesque de la présentation universelle, Platon nommait « la cause errante », et dont il reconnaissait que la pensée était fort difficile. Il s'agit d'une figure imprésentable et nécessaire, qui désigne l'écart entre le résultat-un de la présentation et ce « à partir de quoi » il y a présentation, le non-terme de toute totalité, et le non-un de tout compte-pour-un, le rien propre de la situation, point vide et insituable où s'avère que la situation est suturée à l'être, que le *ce qui* se présente rôde dans la présentation sous les espèces d'une soustraction au compte, dont il est déjà fallacieux de la pointer comme point, car elle n'est ni locale ni globale, mais partout répandue, en nul lieu et en tout lieu, comme ce qu'aucune rencontre n'autorise à tenir pour présentable.

J'appelle *vide* d'une situation cette suture à son être. Et j'énonce que toute présentation structurée imprésente « son » vide, dans le mode de ce non-un qui n'est que la face soustractive du compte.

Je dis « vide », plutôt que « rien », parce que le « rien » est plutôt

le nom du vide corrélé à l'effet *global* de la structure (*tout* est compté), et qu'il est plus aigu d'indiquer que le n'avoir-pas-été-compté est aussi bien *local*, puisqu'il n'est pas compté *pour un*. « Vide » indique la défaillance de l'un, le pas-un, en un sens plus originaire que le pas-du-tout.

Il s'agit ici des noms, « rien » ou « vide », car l'être, que ces noms désignent, n'est par lui-même ni global ni local. Le nom que je choisis, le vide, indique précisément à la fois que rien n'est présenté, nul terme, et que la désignation de cet imprésentable se fait « à vide », sans repérage structurel pensable.

Le vide est le nom de l'être — de l'inconsistance — selon une situation, en tant que la présentation nous y donne un accès imprésentable, donc l'inaccès à cet accès, dans le mode de ce qui n'est pas-un, ni composable d'uns, et donc n'est qualifiable dans la situation que comme l'errance du rien.

Il est essentiel de retenir que nul terme, dans une situation, ne désigne le vide, et qu'en ce sens c'est à bon droit qu'Aristote déclare, dans la *Physique*, que le vide n'est pas, si l'on entend par « être » ce qui est repérable dans une situation, donc un terme, ce qu'Aristote appelle une substance. Au régime normal de la présentation, il est véridique que du vide, non un et insubstantiel, on ne peut dire qu'il est.

J'établirai plus loin (méditation 17) que pour qu'advienne un repérage du vide, et donc un certain type d'assomption intrasituationnelle de l'être-en-tant-qu'être, il faut un dysfonctionnement du compte, lequel s'induit d'un excès-d'un. L'événement sera cet ultra-un d'un hasard, d'où le vide d'une situation est rétroactivement décelable.

Mais au moment où nous sommes, il faut tenir que, dans une situation, il n'y a aucune rencontre concevable du vide. Le régime normal des situations structurées est qu'elles imposent l'absolue « inconscience » du vide.

On en déduit un réquisit supplémentaire pour le discours ontologique, s'il existe, et s'il est — comme je le soutiens — une situation (la situation mathématique). J'ai déjà établi :

a. que l'ontologie était nécessairement présentation de la présentation, donc théorie du pur multiple sans-un, théorie du multiple de multiples ;

b. que la structure n'y pouvait être qu'un compte implicite, donc une présentation axiomatique, sans concept-un de ses termes (sans concept du multiple).

Nous pouvons maintenant ajouter que *le seul terme dont se tissent les compositions sans concept de l'ontologie est forcément le vide.*

Établissons ce point. Si l'ontologie est cette situation particulière qui présente la présentation, elle doit aussi présenter cette loi de toute présentation, qui est l'errance du vide, l'imprésentable comme non-rencontre. L'ontologie ne présentera la présentation qu'autant qu'elle fera théorie de la suture présentative à l'être, qui, véridiquement prononcé, du lieu de toute présentation, est le vide où l'inconsistance originaire est soustraite au compte. L'ontologie est donc astreinte à proposer une théorie du vide.

Mais si elle est théorie du vide, l'ontologie ne peut être, en un certain sens, théorie *que* du vide. Si l'on suppose en effet qu'elle présente axiomatiquement d'autres termes que le vide — et quel que soit par ailleurs l'obstacle que constitue d'avoir à « présenter » le vide —, cela voudra dire qu'elle distingue le vide de ces autres termes, et que donc sa structure l'autorise à compter-pour-un le vide comme tel, dans sa différence spécifique d'avec les termes « pleins ». Il est clair que c'est impossible, car, compté-pour-un dans sa différence à l'un-plein, le vide se remplit aussitôt de cette altérité. Si le vide est thématisé, il faut qu'il le soit dans la présentation de son errance, et non dans la singularité, nécessairement pleine, qui le distingue comme un dans un compte différenciant. La seule issue est que *tous* les termes soient « vides » en ceci qu'ils ne se composent que du vide, et qu'ainsi le vide soit partout distribué, que tout ce que le compte implicite des multiplicités pures distingue ne soit que des modalités-selon-l'un du vide lui-même. Cela seul rend raison de ce que le vide, dans une situation, est l'imprésentable de la présentation.

Disons-le autrement. Puisque l'ontologie est théorie du multiple pur, que peut bien composer son axiomatique présentative ? De quel *existant* s'emparent les Idées du multiple dont ses axiomes instituent l'action légiférante sur le multiple en tant que multiple ? Certainement pas de l'un, qui n'est pas. Tout multiple est composé de multiples, c'est la loi ontologique première. Mais par où commencer ? Quelle est la position existentielle absolument originaire, le premier compte, s'il ne peut être un premier *un* ? Il faut de toute nécessité que la « première » multiplicité présentée sans concept soit multiple de rien, car si elle était multiple de quelque chose, ce quelque chose serait en position d'un. Et il faut qu'ensuite la règle axiomatique n'autorise de

compositions qu'à partir de ce multiple-de-rien, c'est-à-dire à partir du vide.

Troisième parcours. Ce dont l'ontologie fait théorie est le multiple inconsistant des situations quelconques, soit le multiple soustrait à toute loi particulière, à tout compte-pour-un, le multiple a-structuré. Or, le mode propre selon lequel l'inconsistance rôde dans le tout d'une situation est le rien, et le mode selon lequel elle s'imprésente est la soustraction au compte, le non-un, le vide. Le thème absolument premier de l'ontologie est donc le vide — cela, les atomistes grecs, Démocrite et ses successeurs, l'avaient bien vu — mais c'est aussi son thème dernier — cela, ils ne l'avaient pas cru — car *toute* inconsistance est en dernier ressort imprésentable, donc vide. S'il y a des « atomes », ils ne sont pas, comme le croyaient les matérialistes de l'Antiquité, un deuxième principe de l'être, soit l'un après le vide, mais des compositions du vide lui-même, réglées par les lois idéales du multiple dont l'ontologie dispose l'axiomatique.

L'ontologie ne peut donc compter comme existant que du vide. Cet énoncé proclame que ce dont elle déploie l'ordre réglé — la consistance — est bien la suture-à-l'être de toute situation, le *ce qui* se présente, en tant que l'inconsistance l'assigne à n'être que l'imprésentable de toute consistance présentative.

Ainsi paraît se résoudre un problème majeur. J'ai dit que, si l'être est présenté comme multiple pur (ce que j'abrège quelquefois de façon périlleuse en disant que l'être est multiple), l'être *en tant qu'être* n'est en toute rigueur ni un ni multiple. Or l'ontologie, science supposée de l'être-en-tant-qu'être, étant soumise à la loi des situations, *doit* présenter, et, au mieux, présente la présentation, c'est-à-dire le multiple pur. Comment évite-t-elle de trancher, quant à l'être-en-tant-qu'être, en faveur du multiple ? Elle l'évite de ce que son point d'être propre est le vide, c'est-à-dire ce « multiple » qui n'est ni un ni multiple, étant le multiple de rien, et donc, pour ce qui le concerne, ne présentant *rien* dans la forme du multiple, pas plus que dans celle de l'un. En sorte que l'ontologie prononce que certes la présentation est multiple, mais que l'être de la présentation, le ce qui est présenté, d'être vide, se soustrait à la dialectique un/multiple.

On demandera alors : à quoi sert de dire pourtant que le vide est « multiple », puisqu'on parle de « multiple de rien » ? C'est que l'ontologie est une situation, et que donc tout ce qu'elle présente tombe sous

sa loi, qui est de n'avoir à connaître que du multiple-sans-un. Il en résulte que le vide est *nommé* comme multiple, même si, ne composant rien, il est en réalité diagonal à l'opposition intrasituationnelle de l'un et du multiple. Le nommer comme multiple est la seule issue que laisse de ne pouvoir le nommer comme un, puisque l'ontologie dispose, comme son principe majeur, que l'un n'est pas, mais que toute structure, même la structure axiomatique de l'ontologie, établit qu'il n'y a que de l'un et du multiple, fût-ce, comme ici, pour résilier que l'un soit.

Un des actes de cette résiliation est justement de poser que le vide est multiple, qu'il est le premier multiple, l'être même dont toute présentation multiple, quand elle est présentée, se tisse et se nombre.

Bien entendu, comme le vide est indiscernable en tant que terme (puisqu'il est pas-un), son advenue inaugurale est un pur acte de nomination. Ce nom ne peut être spécifique, il ne peut ranger le vide sous quoi que ce soit qui le subsume. Ce serait rétablir l'un. Le nom ne peut indiquer que le vide est ceci, ou cela. L'acte de nomination, étant aspécifique, se consume lui-même, n'indique rien que l'imprésentable comme tel, qui cependant, dans l'ontologie, advient à ce forçage présentatif qui le dispose comme le rien dont tout procède. Il en résulte que le nom du vide est un pur *nom propre*, qui s'indique lui-même, ne donne aucun indice de différence dans ce à quoi il se réfère, et s'autodéclare dans la forme du multiple, quoique *rien*, par lui, ne soit nombré.

L'ontologie commence, inéluctablement, une fois disposées les Idées législatives du multiple, par la pure profération de l'arbitraire d'un nom propre. Ce nom, ce signe, indexé au vide, est, en un sens pour toujours énigmatique, le nom propre de l'être.

MÉDITATION CINQ

La marque ϕ

L'effectuation de l'ontologie — c'est-à-dire la théorie *mathématique* du multiple, ou théorie des ensembles — ne se laisse présenter, conformément à la réquisition du concept (méditation 1), que comme une axiomatique. Les grandes Idées du multiple sont donc des énoncés inauguraux portant sur des variables, α, β, γ, etc., dont il est implicitement convenu qu'elles dénotent des multiplicités pures. Cette présentation exclut toute définition explicite du multiple, seul moyen d'éviter l'existence de l'Un. Il est remarquable que ces énoncés soient en très petit nombre : neuf axiomes ou schémas d'axiomes. On reconnaîtra dans cette économie présentative le signe de ce que les « premiers principes de l'être », comme disait Aristote, sont aussi peu nombreux que cruciaux.

Parmi ces énoncés, un seul est existentiel au sens fort, c'est-à-dire chargé d'inscrire directement une existence, et non de régler une construction laquelle présuppose qu'il y a déjà un multiple présenté. Comme tout le laisse prévoir, il concerne le vide.

Pour penser la singularité de cet énoncé existentiel sur le vide, situons d'abord rapidement les principales Idées du multiple, à valeur strictement opératoire.

1. LE MÊME ET L'AUTRE : L'AXIOME D'EXTENSIONALITÉ

L'axiome d'extensionalité pose que deux ensembles sont égaux (identiques) si les multiples dont ils sont le multiple, les multiples dont ils assurent le compte-pour-un ensembliste, sont « les mêmes ». Que veut

dire « les mêmes » ? N'y a-t-il pas un cercle, qui fonderait le même sur le même ? Dans le vocabulaire naturel, et inadéquat, qui distingue « éléments » et « ensembles », vocabulaire qui dissimule qu'il n'y a que du multiple, l'axiome se dit « deux ensembles sont identiques s'ils ont les mêmes éléments ». Mais nous savons que « élément » ne désigne rien d'intrinsèque, désigne seulement qu'un multiple γ est présenté par la présentation d'un autre, α, ce qui s'inscrit $\gamma \in \alpha$. L'axiome d'extensionalité revient donc à dire que si tout multiple présenté dans la présentation de α est présenté dans celle de β, et inversement, alors ces deux multiples, α et β, sont les mêmes.

L'architecture logique de l'axiome porte sur l'universalité de l'assertion, et non sur la récurrence du même. Elle indique que si, pour tout multiple γ, il est équivalent, donc indifférent, d'affirmer qu'il appartient à α ou d'affirmer qu'il appartient à β, alors α et β sont indistinguables et partout substituables l'un à l'autre. L'*identité* des multiples est fondée sur l'*indifférence* d'appartenance. Ceci s'écrit :

$$(\forall\gamma)\,[\gamma \in \alpha) \leftrightarrow (\gamma \in \beta)] \rightarrow (\alpha = \beta)$$

Le marquage différentiel de deux ensembles se fait selon ce qui appartient à leur présentation. Mais le « ce qui » est toujours un multiple. Qu'un tel multiple, mettons γ, soutienne avec α la relation d'appartenance — être un des multiples dont le multiple α est composé —, et ne la soutienne pas avec β, entraîne que α et β sont comptés comme différents.

Ce caractère purement extensionnel du régime du même et de l'autre est inhérent au fait que la théorie des ensembles est théorie du multiple sans-un, du multiple en tant que multiple de multiples. D'où pourrait provenir qu'il y ait de la différence, sinon de ce qu'un multiple vient à manquer dans un multiple ? Nulle qualité particulière ne peut ici nous servir à marquer la différence, pas même que de l'un puisse se distinguer du multiple, puisque l'un n'est pas. L'axiome d'extensionalité ramène en somme le même et l'autre à la stricte rigueur du compte, tel qu'il structure la présentation de la présentation. Le même est le même du compte des multiples dont tout multiple se compose, dès que compté pour un.

Toutefois, notons-le : loi du même et de l'autre, l'axiome d'extensionalité ne nous dit nullement que quoi que ce soit existe. Il fixe seulement, pour tout multiple éventuellement existant, la règle canonique de sa différenciation.

2. LES OPÉRATIONS SOUS CONDITION : AXIOMES DES SOUS-ENSEMBLES, DE L'UNION, DE SÉPARATION ET DE REMPLACEMENT

Si nous laissons de côté les axiomes du choix, de l'infini, et de fondation — j'en détaillerai plus loin l'importance métaontologique essentielle —, quatre autres axiomes « classiques » forment une deuxième catégorie, étant tous de la forme : « Soit un ensemble quelconque α supposé existant, alors il existe un autre ensemble α, construit à partir de α de telle ou telle façon. » Ces axiomes sont également compatibles avec la non-existence de quoi que ce soit, la non-présentation absolue, puisqu'ils n'indiquent une existence que sous la condition d'une autre. Le caractère purement conditionnel de l'existence est encore une fois marqué par la structure logique de ces axiomes, qui sont tous du type « pour tout α, il existe β tel qu'il a une relation définie à α ». Le « pour tout α » signifie évidemment : s'il existe un α, alors dans tous les cas il existe β, associé à α selon telle ou telle règle. Mais l'énoncé ne tranche pas sur l'existence ou la non-existence d'un seul de ces α. Techniquement, cela veut dire que le *préfixe* — les quantificateurs initiaux — de ces axiomes est du type « pour tout... il existe... tel que... », soit $(\forall\alpha)\,(\exists\beta)\,[\ldots]$. Il est clair en revanche qu'un axiome qui affirmerait une existence inconditionnée serait du type « il existe... tel que », et commencerait donc par le quantificateur existentiel.

Ces quatre axiomes, dont l'examen technique détaillé est ici inutile, concernent finalement des garanties d'existence pour des constructions de multiples à partir de certaines caractéristiques internes de multiples supposés existants. Schématiquement :

a. L'axiome de l'ensemble des sous-ensembles.

Cet axiome affirme qu'étant donné un ensemble, les sous-ensembles de cet ensemble se laissent compter-pour-un, sont un ensemble. Qu'est-ce qu'un sous-ensemble d'un multiple ? C'est un multiple tel que tous

les multiples qui sont présentés dans sa présentation (qui lui « appartiennent ») sont aussi présentés par le multiple initial α, *sans que la réciproque soit nécessairement vraie* (sinon, nous retrouverions l'identité extensionnelle). La structure logique n'est pas ici l'équivalence, mais l'implication. L'ensemble β est sous-ensemble de α — on note cela $\beta \subset \alpha$ — si, quand γ est élément de β, soit $\gamma \in \beta$, alors il est aussi élément de α, soit $\gamma \in \alpha$. Autrement dit, $\beta \subset \alpha$, qu'on lit « β est inclus dans α », est une écriture abrégée pour la formule : $(\forall\gamma)\ [(\gamma \in \beta) \rightarrow (\gamma \in \alpha)]$.

Je reviendrai dans les méditations 7 et 8 sur le concept, à vrai dire fondamental, de sous-ensemble, ou de sous-multiple, et sur la distinction entre *appartenance* ($\in$) et *inclusion* ($\subset$).

Il nous suffit pour l'instant de savoir que l'axiome des sous-ensembles garantit que *si* un ensemble existe, *alors* existe aussi l'ensemble qui compte pour un tous les sous-ensembles du premier. De façon plus conceptuelle : si un multiple est présenté, est aussi présenté le multiple dont les termes (les éléments) sont les sous-multiples du premier.

b. L'axiome de l'union.

Puisqu'un multiple est multiple de multiples, on peut légitimement se demander si la puissance du compte par lequel *un* multiple est présenté ouvre aussi à la présentation déployée des multiples qui le composent, à leur tour appréhendés comme multiples de multiples. Peut-on intérieurement disséminer les multiples dont un multiple fait l'un du résultat ? C'est l'opération inverse de celle qu'assure l'axiome des sous-ensembles.

Par celui-ci en effet, je suis assuré qu'est compté pour un le multiple de tous les regroupements — de tous les sous-ensembles — composés de multiples qui appartiennent à un multiple donné. Il y a le résultat-un (l'ensemble) de toutes les *compositions* possibles, c'est-à-dire de toutes les inclusions, de ce qui soutient avec un ensemble donné la relation d'appartenance. Puis-je systématiquement compter les *décompositions* des multiples qui appartiennent à un multiple donné ? Car si un multiple est multiple de multiples, il est multiple de multiples de multiples de multiples, etc.

La question est ici double :

a. Le compte-pour-un s'étend-il aux décompositions ? Y a-t-il une axiomatique de la dissémination, comme il y en a une des compositions ?

b. Y a-t-il un point d'arrêt ? Car, nous venons de le voir, la dissémination paraît devoir aller à l'infini.

La deuxième question est très profonde, et on voit bien pourquoi. Elle demande où la présentation se suture à quelque point fixe, à quelque atome d'être qu'on ne pourrait plus décomposer. Ce qui paraît impossible si l'être-multiple est la forme absolue de la présentation. La réponse se fera en deux temps, par l'axiome du vide, un peu plus loin, et par l'examen de l'axiome de fondation, dans la méditation 18.

La première question est tranchée dès à présent par l'axiome de l'union, lequel énonce que chaque pas de la dissémination est compté pour un. Autrement dit, que les multiples dont se composent les multiples qui composent un-multiple forment eux-mêmes un ensemble (je rappelle que le mot « ensemble », qui n'est pas défini, ni définissable, désigne ce que la présentation axiomatique autorise à compter pour un).

Dans la métaphore des éléments, qui n'est qu'une substantialisation, toujours périlleuse, de la relation d'appartenance, cela se dit : pour tout ensemble, il existe l'ensemble des éléments des éléments de cet ensemble. Soit : si α est présenté, est aussi présenté ce β auquel appartiennent tous les ∂ qui appartiennent à quelque γ appartenant à α. Ou encore : si $\gamma \in \alpha$ et que $\partial \in \gamma$, alors il existe un β tel que $\partial \in \beta$. Le multiple β rassemble la première dissémination de α, celle qu'on obtient en décomposant en multiples les multiples qui lui appartiennent, donc en *dé-comptant* α :

$$(\forall\alpha)\ (\exists\beta)\ [(\partial \in \beta) \leftrightarrow (\exists\gamma)\ [(\gamma \in \alpha)\ \&\ (\partial \in \gamma)]]$$

Étant donné α, l'ensemble β dont l'existence est ici affirmée se notera $\cup\ \alpha$ (*union* de α). Le choix du mot « union » renvoie à l'idée que cette proposition axiomatique exhibe l'essence même de ce qu'un multiple « unit », à savoir des multiples, et qu'on l'exhibe en « unissant » les multiples seconds (au regard de l'un initial) dont à leur tour les multiples premiers, ceux dont résultait l'un initial, sont composés.

L'homogénéité fondamentale de l'être est ici supposée de ce que $\cup\ \alpha$, qui dissémine l'un-multiple initial, puis compte pour un le disséminé, n'est ni plus ni moins à son tour un multiple que ce dont on est parti. Tout de même que l'ensemble des sous-ensembles ne nous faisait nullement sortir du règne sans concept du multiple. Ni par en bas ni par en haut, qu'on disperse ou qu'on rassemble, la théorie n'a

à connaître d'un « quelque chose » hétérogène au multiple pur. L'ontologie n'annonce ici ni Un, ni Tout, ni Atome. Seulement l'uniforme compte-pour-un axiomatique des multiplicités.

c. L'axiome de séparation, ou de Zermelo.

Nous l'avons étudié en détail dans la méditation 3.

d. Le schéma d'axiomes de remplacement (ou de substitution).

Dans sa formulation naturelle, l'axiome de remplacement dit ceci : si vous avez un ensemble, et que vous remplaciez ses éléments par d'autres, vous obtenez un ensemble.

Dans sa formulation métaontologique, l'axiome de remplacement dit plutôt : si un multiple de multiples est présenté, est aussi présenté le multiple qui se compose de la substitution, un par un, aux multiples que présente le premier multiple, de nouveaux multiples supposés avoir été par ailleurs eux-mêmes présentés.

L'idée, profonde et singulière, est la suivante : si le compte-pour-un s'exerce en donnant la consistance d'être un-multiple à des multiples, il s'exercera aussi bien si ces multiples sont, terme à terme, remplacés par d'autres. Cela revient à dire que *la consistance d'un multiple ne dépend pas des multiples particuliers dont il est multiple.* Changez-les, la consistance-une, qui est un résultat, demeure, pour autant toutefois que vous avez opéré votre substitution multiple par multiple.

La théorie des ensembles affirme ici, purifiant encore une fois ce qu'elle effectue comme présentation de la présentation-multiple, que le compte-pour-un des multiples est indifférent à *ce* dont ces multiples sont multiples, pourvu qu'il soit assuré que ce ne soit rien d'autre que des multiples. Bref, l'attribut « être-*un*-multiple » est transcendant aux multiples particuliers qui sont éléments du multiple donné. Le faire-un-multiple (le « tenir-ensemble », disait Cantor), ultime figure structurée de la présentation, se maintient comme tel, si même tout ce qui le compose est remplacé.

On voit jusqu'où la théorie pousse sa vocation à ne présenter que du multiple pur : jusqu'au point où le compte-pour-un que son axiomatique organise institue sa permanence opératoire sur le thème du lien-multiple en soi, vide de toute spécification de ce qu'il lie.

Le multiple est véritablement présenté comme forme-multiple, invariante dans toute substitution qui affecte des termes, je veux dire, invariante en tant que toujours disposée dans le lien-un du multiple.

Plus qu'aucun autre, l'axiome de remplacement est ajusté — au point même de l'indiquer presque trop — à ce que la situation mathématique soit présentation de la pure forme présentative où l'être advient comme ce-qui-est.

Toutefois, pas plus que les axiomes d'extensionalité, de séparation, des parties, ou de l'union, le remplacement n'induit encore l'existence de quelque multiple que ce soit.

L'axiome d'extensionalité fixe le régime du même et de l'autre.

Ensemble des sous-ensembles et ensemble-union règlent que soient reprises sous la loi du compte les compositions internes (sous-ensembles) et les dissémination (union), et que rien là ne soit rencontré, ni par en haut ni par en bas, qui fasse obstacle à l'uniformité de la présentation en tant que multiple.

L'axiome de séparation subordonne la capacité du langage à présenter des multiples à ce qu'il y ait déjà présentation.

L'axiome de remplacement pose que le multiple est sous la loi du compte en tant que forme-multiple, idée incorruptible du lien.

En somme, ces cinq axiomes, ou schémas d'axiomes, fixent le système des Idées sous la loi desquelles toute présentation, en tant que forme de l'être, se laisse présenter : l'appartenance (unique Idée primitive, signifiant ultime de l'être-présenté), la différence, l'inclusion, la dissémination, le couple langage/existence, la substitution.

Nous avons bien là le matériel entier d'une ontologie. Sinon qu'aucun des énoncés inauguraux où se donne la loi des Idées ne tranche encore la question : « Y a-t-il quelque chose plutôt que rien ? »

3. LE VIDE, SUTURE SOUSTRACTIVE À L'ÊTRE

En ce point, la décision axiomatique est particulièrement risquée. Car de quel privilège pourrait bien se prévaloir *un* multiple, pour être désigné comme celui dont l'existence est inauguralement affirmée ? Et s'il est *le* multiple dont tous les autres, par compositions conformes aux lois des Idées, résultent, n'est-il pas en vérité cet *un*, dont

tout notre effort est d'attester qu'il n'est pas ? Si en revanche il est bien multiple-compté-pour-un, donc multiple de multiples, comment peut-il être, étant déjà le résultat d'une composition, le multiple absolument premier ?

La question n'est rien moins que celle de la suture-à-l'être d'une théorie, elle-même axiomatiquement présentée, de la présentation. L'indice existentiel à trouver est celui par quoi le système législatif des Idées, qui assure que rien ne vient impurifier le multiple, se propose comme déploiement inscrit de l'être-en-tant-qu'être.

Mais pour ne pas retomber dans une situation non ontologique, il est requis que cet indice ne propose *rien* de particulier, et par conséquent qu'il ne s'agisse ni de l'un, qui n'est pas, ni d'un multiple composé, lequel n'est jamais qu'un résultat du compte, un effet de la structure.

La solution frappante de ce problème est la suivante : tenir le fil que rien n'est délivré par la loi des Idées, mais faire-être ce rien par l'assomption d'un pur nom propre. Ou encore : *n'avérer comme existant, par le choix excédentaire d'un nom, que l'imprésentable*, dont les Idées feront ensuite procéder toute forme recevable de présentation.

Puisque, dans le cadre de la théorie des ensembles, ce qui est présenté est multiple de multiples, c'est-à-dire la forme de la présentation elle-même, l'imprésentable ne peut venir à la langue que comme ce qui est « multiple » de *rien*.

Notons aussitôt ce point : la différence de deux multiples, telle que réglée par l'axiome d'extensionalité, n'est marquable que par les multiples qui appartiennent aux multiples que l'on différencie. Un multiple-de-rien n'a donc aucune marque différentielle concevable. L'imprésentable est inextensionnel, et donc in-différent. Il en résulte que l'inscription de cet in-différent sera nécessairement négative, puisque nulle possibilité — nul multiple — ne peut indiquer que c'est de *lui* qu'on affirme l'existence. Cette exigence que l'existence absolument première soit celle d'une négation avère que c'est bien dans le mode soustractif que l'être est suturé aux Idées du multiple. Ici commence le congédiement de toute assomption présentifiante de l'être.

Mais qu'est-ce que la négation, par où s'inscrit l'existence de l'imprésentable comme in-différence, peut bien nier ? Puisque l'Idée primitive du multiple est celle de l'appartenance, et qu'il s'agit de nier le multiple en tant que multiple de multiples, sans pour autant faire advenir l'un, c'est à coup sûr l'appartenance comme telle qui est niée. L'imprésentable est ce à quoi rien, aucun multiple, n'appartient, et qui par conséquent ne peut se présenter dans sa différence.

Nier l'appartenance, c'est nier la présentation, donc l'existence, car l'existence est l'être-dans-la-présentation. La structure de l'énoncé qui inscrit la « première » existence est donc en vérité la négation de toute existence selon l'appartenance. Cet énoncé dira quelque chose comme : « Il existe ce dont nulle existence ne peut être dite lui appartenir. » Ou : « Un "multiple" existe, qui est soustrait à l'Idée primitive du multiple. »

Cet axiome singulier, le sixième de notre liste, est *l'axiome de l'ensemble vide*.

Dans sa formulation naturelle, à vrai dire cette fois en impasse de sa propre évidence, il se dit : « Il existe un ensemble qui n'a aucun élément. » Point où le soustractif de l'être met en défaillance la distinction intuitive éléments/ensemble.

Dans sa formulation métaontologique, il se dira : l'imprésentable est présenté, comme terme soustractif de la présentation de la présentation. Ou : un multiple est, qui n'est pas sous l'Idée du multiple. Ou : l'être se laisse nommer, dans la situation ontologique, comme ce dont l'existence n'existe pas.

Dans sa formulation technique la plus ajustée au concept, l'axiome de l'ensemble vide commencera par un quantificateur existentiel (il s'agit de prononcer que l'être investit des Idées), continuera par une négation d'existence (il s'agit d'imprésenter l'être), qui portera elle-même sur l'appartenance (il s'agit de l'imprésenter comme multiple, et l'Idée du multiple, c'est $\in$). D'où ceci (je note $\sim$ la négation) :

$$(\exists\beta)\ [\sim (\exists\alpha)\ (\alpha \in \beta)]$$

qui se lit : il existe β tel qu'il n'existe nul α qui lui appartienne.

En quel sens maintenant ai-je pu dire que ce β dont est ici affirmée l'existence, et qui n'est donc plus une simple Idée, ou une loi, mais une suture ontologique — l'existence d'un inexistant — était en vérité un nom propre ? Un nom propre exige que son référent soit unique. Distinguons avec soin l'*un* et l'*unicité*. Si l'un n'est que l'effet implicite et sans être du compte, donc des Idées axiomatiques, l'unicité peut parfaitement être un attribut du multiple. Elle indique seulement que ce multiple est différent de tout autre. On peut le contrôler par l'usage

de l'axiome d'extensionalité. Toutefois, l'ensemble vide est inextensionnel, in-différent. Comment puis-je même penser son unicité, puisque rien ne lui appartient dont je puisse faire marque d'une différence ? Les mathématiciens disent en général, avec quelque légèreté, que l'ensemble vide est unique « d'après l'axiome d'extensionalité ». C'est faire comme si « deux » vides se laissaient identifier comme deux « quelque chose », c'est-à-dire deux multiples de multiples, alors que la loi de la différence leur est conceptuellement, sinon formellement, inadéquate. La vérité est plutôt celle-ci : l'unicité de l'ensemble vide est immédiate, de ce que rien ne le différencie, et non de ce que sa différence est attestable. A l'unicité selon la différence est ici substituée l'irrémédiable unicité de l'in-différence.

Ce dont s'assure que l'ensemble vide est unique, c'est qu'à vouloir le penser comme espèce, ou nom commun, à supposer qu'il puisse y avoir « plusieurs vides », je m'expose, dans le cadre de la théorie ontologique du multiple, à dérégler le régime du même et de l'autre, et à *devoir fonder la différence sur autre chose que l'appartenance*. Or toute procédure de ce genre reviendrait de fait à restaurer l'être de l'un. Car « les » vides, étant inextensionnels, sont indistinguables en tant que multiples. C'est donc en tant qu'uns qu'il faudrait, par un principe entièrement nouveau, les différencier. Mais l'un n'est pas, et donc je ne peux assumer que l'être-vide soit une propriété, une espèce, un nom commun. Il n'y a pas « plusieurs » vides, il n'y en a qu'un, ce qui signifie l'unicité de l'imprésentable tel que marqué dans la présentation, et nullement la présentation de l'un.

Nous parvenons donc à la conclusion remarquable que voici : *c'est parce que l'un n'est pas que le vide est unique.*

Dire que l'ensemble vide est unique revient à dire que sa marque est un nom propre. Ainsi l'être investit les Idées de la présentation du multiple pur dans la forme d'unicité que signale un nom propre. Pour l'écrire, ce nom de l'être, ce point soustractif du multiple — de la forme générale par quoi la présentation se présente, et donc *est* —, les mathématiciens sont allés chercher un signe éloigné de tous leurs alphabets coutumiers, ni lettre grecque, ni latine, ni gothique. Une vieille lettre scandinave, ϕ, emblème du vide, zéro affecté de la barre du sens. Comme s'ils avaient eu sourdement conscience qu'à proclamer que seul le vide est, parce que seul il in-existe au multiple, et que les Idées du multiple ne sont vivantes que de ce qui s'y soustrait, ils

touchaient à quelque région sacrée, elle-même aux lisières de la langue, et que, en rivalité avec les théologiens, pour lesquels depuis longtemps l'être suprême est nom propre, mais opposant à leur promesse de l'Un, et de la Présence, l'irrévocable de l'imprésentation et le désêtre de l'un, ils avaient dû mettre à l'abri leur propre audace dans le chiffre d'une langue oubliée.

MÉDITATION SIX

Aristote

« Absurde (hors-lieu) que le point soit un vide. »
Physique, livre IV.

Pendant presque trois siècles on a pu croire que l'expérimentation de la physique rationnelle rendait entièrement caduque la réfutation, par Aristote, de l'existence du vide. La fameuse brochure de Pascal, *Expériences nouvelles touchant le vide*, titre à lui seul inadmissible dans le dispositif conceptuel d'Aristote, devait, en 1647, donner aux travaux antérieurs de Toricelli une vigueur propagandiste propre à requérir le public des non-scientifiques.

Aristote s'était lui-même triplement exposé, dans son examen critique du concept de vide (*Physique*, livre IV, section 8), à ce que le devenir de la science positive produise un contre-exemple expérimental à sa thèse. D'abord, il déclarait expressément qu'il revenait au physicien de théoriser sur le vide. Ensuite, sa propre démarche alléguait l'expérience, comme celle d'un cube de bois plongé dans l'eau, comparé, dans ses effets, au même cube supposé vide. Enfin, sa conclusion était totalement négative, le vide n'ayant nul être concevable, ni séparable, ni inséparé (*οὔτε ἀχώριστον οὔτε κεχωρισμένον*).

Pourtant, éclairés sur ce point par Heidegger et quelques autres, nous ne pouvons aujourd'hui nous satisfaire de ce mode de règlement de la question. A y regarder de très près, il faut d'abord convenir qu'Aristote laisse ouverte au moins *une* possibilité : que le vide soit un autre nom pour la matière conçue en tant que telle (*ἡ ὕλη ᾗ τοι αὕτη*), spécialement la matière telle qu'elle est le concept de l'être-en-puissance du lourd et du léger. Le vide nommerait alors la cause matérielle du transport, non — comme chez les atomistes — en tant que milieu universel du mouvement local, mais en tant que virtualité ontologique

indéterminée immanente au mouvement naturel qui porte le lourd vers le bas et le léger vers le haut. Le vide serait l'in-différence latente de la différenciation naturelle des mouvements, tels qu'ils sont prescrits par l'être qualifié (lourd ou léger) des corps. En ce sens, il y aurait bien un être du vide, mais un être présubstantiel, donc impensable comme tel.

Par ailleurs, l'expérience au sens d'Aristote n'est nullement cet artefact conceptuel que matérialisent les tubes à eau ou à mercure de Toricelli et de Pascal, et où l'emporte la médiation mathématisable de la mesure. Pour Aristote, l'expérience est un exemple courant, une image sensible, qui vient orner et soutenir un développement démonstratif dont la clef est tout entière dans la production d'une définition correcte. Il est douteux qu'existe, fût-ce au titre d'inexistant pensable comme unique, un référent commun à ce que Pascal et Aristote appellent le vide. Si l'on veut apprendre d'Aristote, ou même le réfuter, il faut prendre garde à l'espace de pensée où fonctionnent ses concepts et leurs définitions. Le vide n'est pas pour le Grec une différence expérimentale, c'est une catégorie ontologique, une supposition relative à ce qui se prodigue *naturellement* comme figures de l'être. La production *artificielle* d'un vide n'est pas, dans cette logique, une réponse adéquate à la question de savoir si la nature fait advenir, selon son éclosion propre, « un lieu dans lequel rien n'est », puisque telle est la définition aristotélicienne du vide (*τὸ κενὸν τόπος ἐν ᾧ μηδέν ἐστιν*).

C'est que le « physicien » au sens d'Aristote n'est nullement la forme archéologique du physicien moderne. Il n'apparaît ainsi que sous l'illusion rétroactive qu'engendre la révolution galiléenne. Pour Aristote, le physicien étudie la nature, c'est-à-dire cette région de l'être (nous dirions : ce type de situation) où sont pertinents les concepts de mouvement et de repos. Mieux même : ce à quoi s'accorde la pensée théorique du physicien, c'est ce qui fait que mouvement et repos sont des attributs *intrinsèques* du ce-qui-est en situation « physique ». Les mouvements provoqués (Aristote dit : « violents »), et donc, en un certain sens, tout ce que peut produire l'artifice d'une expérience, d'un montage technique, restent en dehors du champ de la physique au sens d'Aristote. La nature est l'être-en-tant-qu'être de ce dont la présentation implique le mouvement, elle *est* le mouvement, et non sa loi. La physique tente de penser le il-y-a du mouvement en tant que figure d'advenue naturelle de l'être, elle se confronte à la question : pour-

quoi y a-t-il du mouvement plutôt que de l'immobilité absolue ? La nature est ce principe (*ἀρχή*), cette cause (*αἰτία*), du se-mouvoir et de l'être-en-repos, qui réside primordialement dans l'être-mu ou l'être-en-repos, et ceci en et par soi (*καθ αὐτὸ*) et non par accident. Rien ne peut ici exclure que le vide de Pascal ou de Toricelli, n'étant pas déterminé comme appartenance essentielle au ce-qui-se-présente dans son originarité naturelle, soit un in-existant au regard de la nature, un non-être physique (au sens d'Aristote), c'est-à-dire une production forcée, ou accidentelle.

Dans la visée ontologique qui est la nôtre, il convient donc de revenir sur la question d'Aristote, notre maxime ne pouvant être celle de Pascal, qui, à propos précisément de l'existence du vide, proclame que si d'une hypothèse « il s'ensuit quelque chose de contraire à un seul des phénomènes, cela suffit pour assurer de sa fausseté ». A cette ruine d'un système conceptuel par l'unicité du fait — où Pascal anticipe Popper —, nous devons opposer l'examen interne de l'argumentation d'Aristote, nous pour qui le vide est en vérité le nom de l'être, et ne peut se voir ni révoqué en doute ni établi par l'effet d'une expérience. La facilité de la réfutation physique (au sens moderne) nous est interdite, et nous avons par conséquent à découvrir le point faible ontologique du dispositif à l'intérieur duquel Aristote fait in-exister absolument le vide.

Aristote lui-même écarte une facilité ontologique symétrique en quelque manière de la facilité expérimentale. Si la seconde se fait fort de produire un espace vide, la première — imputée à Melissos et Parménide — se contente de rejeter le vide comme pur non-être : *τὸ δὲ κενὸν οὐ τῶν ὄντων*, le vide n'est pas au nombre des étants, il est forclos de la présentation. Cet argument ne convient pas à Aristote, pour qui, à juste titre, il faut d'abord penser la corrélation du vide et de la présentation « physique », ou encore le lien du vide et du mouvement. Le vide « en soi » est proprement impensable, donc irréfutable. Pour autant que la question du vide appartient à la théorie de la nature, c'est de sa disposition supposée dans le se-mouvoir qu'il faut engager la critique. Je dirai dans mon langage : le vide doit être examiné *en situation*.

Le concept aristotélicien de la situation naturelle est le lieu. Le lieu n'existe pas, il est ce dont tout existant s'enveloppe, étant affecté à un site naturel. Le vide « en situation » serait donc un lieu dans lequel

il n'y aurait rien. La corrélation immédiate n'est pas celle du vide et du non-être, c'est celle du vide et du rien par la médiation non-étante, quoique naturelle, du lieu. Mais la naturalité du lieu est d'être le site vers quoi se meut le corps — l'étant — dont le lieu est le lieu. Tout lieu est celui d'un corps, et ce qui l'atteste est que ce corps, si on l'écarte de son lieu, tend à y retourner. La question de l'existence du vide revient donc à celle de sa fonction au regard du se-mouvoir dont la polarité est le lieu.

La première grande démonstration d'Aristote vise à établir que le vide exclut le mouvement, et que donc il s'exclut lui-même de l'être-en-tant-qu'être saisi dans sa présentation naturelle. Cette démonstration, très forte, engage successivement les concepts de différence, d'illimitation (ou d'infinité) et d'incommensurabilité. Il y a une grande profondeur à poser ainsi le vide comme in-différence, in-finité, et démesure. Cette triple détermination spécifie l'errance du vide, sa fonction ontologique soustractive, son inconsistance au regard de tout multiple présenté.

a. In-différence. Tout mouvement saisi dans son être naturel exige cette différenciation qu'est le lieu où situer le corps qui se meut. Or, le vide en tant que tel n'a nulle différence (*ἦ γάρ κενόν, οὐκ ἔχει διαφοράν*). La différence, en effet, suppose que les multiples différenciés, ce qu'Aristote appelle les corps, soient comptés pour un selon la naturalité de leur destination locale. Or le vide, qui nomme l'inconsistance, est « antérieur » au compte-pour-un. Il ne peut soutenir la différence (*cf.* sur la mathématique de ce point la méditation 5), et par conséquent interdit le mouvement. Le dilemme est le suivant : « Ou bien il n'y a de transport [*φορά*] par nature nulle part, et pour nul être, ou bien, s'il y en a, le vide n'est pas. » Mais exclure le mouvement est absurde, car il est la présentation elle-même en tant qu'éclosion naturelle de l'être. Et il serait — c'est l'expression même d'Aristote — risible (*γελοῖον*) de demander une preuve de l'existence de la présentation, toute existence s'assurant de la présentation même. Ou encore : « Il est évident qu'il y a pluralité, parmi les êtres, d'êtres relevant de la nature. » Si donc le vide exclut la différence, il est « risible » d'en assurer l'être en tant qu'être naturel.

b. In-finité. Il y a pour Aristote une connexion *intrinsèque* entre le vide et l'infini, et nous verrons (méditations 13 et 14, par exemple) qu'il a, sur ce point, entièrement raison : le vide est le point d'être

de l'infini. Aristote le dit selon le soustractif de l'être, en posant que l'in-différence est commune au vide et à l'infini en tant qu'espèces, et du rien, et du non-étant : « Comment pourrait être le mouvement par nature, dès lors que, selon le vide et l'infini, n'existe nulle différence ? [...] Car du rien [*τοῦ μηδενὸς*] il n'y a nulle différence, non plus que du non-étant [*τοῦ μὴ ὄντος*]. Or le vide semble être un non-étant et une privation [*στέρησις*]. »

Toutefois, qu'est-ce que l'infini — ou plus exactement, l'illimité ? C'est, pour un Grec, la négation de la présentation elle-même, puisque le ce-qui-se-présente affirme son être dans la ferme disposition de sa limite (*πέρας*). Dire que le vide est intrinsèquement infini revient à dire qu'il est hors situation, imprésentable. Le vide est ainsi en excès sur l'être comme disposition pensable, et spécialement comme disposition naturelle. Il l'est triplement.

— D'abord, à supposer qu'il y ait mouvement, donc présentation naturelle, dans le vide, ou selon le vide, il faudrait concevoir que le corps est nécessairement transporté à l'infini (*εἰς ἄπειρον ἀνάγκη φέρεσθαι*), puisque nulle différence ne prescrirait son arrêt. La justesse physique (au sens moderne) de cette remarque est une impossibilité ontologique — donc physique — au sens d'Aristote. Elle indique seulement que l'hypothèse d'un être naturel du vide excède aussitôt la limite inhérente à toute présentation effective.

— Ensuite, l'in-différence du vide ne pouvant déterminer nulle direction naturelle pour le mouvement, celui-ci serait « explosif », c'est-à-dire multidirectionnel : le transport aura lieu « de toutes parts » (*πάντῃ*). Là encore, on excède le caractère toujours *orienté* de la disposition naturelle. Le vide ruine la topologie des situations.

— Enfin, si l'on suppose que c'est le vide *intérieur* d'un corps qui l'allège et l'élève, si donc le vide est cause du mouvement, il devra aussi en être le but, le vide se portant vers son propre lieu naturel, que l'on supposerait être — par exemple — le haut. Il y aurait donc réduplication du vide, excès du vide sur lui-même entraînant sa propre mobilité vers soi, ou ce qu'Aristote appelle un « vide du vide » (*κενοῦ κενόν*). Or, l'indifférence du vide lui interdit de différer de soi — ce qui est en effet un théorème de l'ontologie (*cf.* méditation 5) — et par conséquent de se présupposer lui-même comme destination de son être naturel.

L'ensemble de ces remarques est, à mon avis, tout à fait cohérent.

Il est exact — et la politique, en particulier, l'avère — que le vide, dès que nommé « en situation », excède la situation selon sa propre infinité ; exact aussi que son avènement événementiel procède explosivement, ou « de toutes parts », dans une situation ; exact enfin que le vide poursuit son propre déploiement, dès que délié de l'errance où l'état le contraint. Il faut donc certainement conclure, avec Aristote, que le vide *n'est pas*, si l'on entend par « être » l'ordre limité de la présentation, et en particulier le naturel de cet ordre.

c. Dé-mesure. Tout mouvement est mesurable, au regard d'un autre, par sa vitesse. Ou, comme le dit Aristote, il y a toujours proportion (λόγος) d'un mouvement à un autre, pour autant qu'ils sont dans le temps, et que tout temps est limité. Le caractère naturel d'une situation est aussi son caractère proportionné, nombrable au sens large. C'est ce qu'en effet j'établirai, en liant les situations naturelles au concept de multiplicité ordinale (méditations 11 et 12). Il y a réciprocité entre la nature (φύσις) et la proportion, ou raison (λόγος). A cette réciprocité contribue, comme puissance de l'obstacle — et donc de la limite —, la résistance du milieu où il y a mouvement. Si l'on admet que cette résistance puisse être nulle, ce qui est le cas si le milieu est vide, le mouvement perdra toute mesure, il deviendra incomparable à tout autre, il tendra vers la vitesse infinie. « Le vide, dit Aristote, n'a nulle proportion avec le plein, de sorte que le mouvement [dans le vide] n'en a pas non plus. » Là encore, la médiation conceptuelle se fait soustractivement, par le rien : « Le vide n'a nulle proportion au regard de l'excès du corps sur lui, tout comme le rien [τὸ μηδὲν] au regard du nombre. » Le vide est in-nombrable, de là que le mouvement qu'on y suppose n'a nulle nature pensable, n'ayant nulle raison d'où puisse s'assurer sa comparaison avec quelque autre.

La physique (au sens moderne) ne doit pas ici nous égarer. Ce qu'Aristote nous donne à penser est que toute référence au vide produit un excès sur le compte-pour-un, une irruption d'inconsistance, qui se propage — métaphysiquement — dans la situation avec une vitesse infinie. Le vide est donc incompatible avec l'ordre lent où toute situation ré-assure à leur place les multiples qu'elle présente.

La triple détermination négative du vide (in-différence, in-finité, dé-mesure) conduit donc Aristote à refuser tout être *naturel* au vide. Pourrait-il cependant avoir un être *non naturel* ? Trois formules doivent ici être interrogées, où gît la possible énigme d'un vide imprésentable, présubstantiel, dont l'être, inéclos et non advenu, serait cependant l'éclair latent du ce qui est, en tant qu'il est.

La première de ces formules — attribuée il est vrai par Aristote aux « partisans du vide » qu'il se propose de réfuter — déclare que « même étant sont un vide, un plein et un lieu, mais non pas même étant de relever d'eux quant à l'être ». Si l'on convient de penser le lieu comme la situation en général, c'est-à-dire non pas *une* existence (un multiple), mais le site de l'exister, tel qu'il circonscrit chaque terme existant, l'énoncé d'Aristote désigne l'identité à la situation et du plein (d'un multiple effectif) et du vide (du non-présenté). Mais il désigne aussi leur non-identité dès lors que c'est d'une différence *selon l'être* qu'on affecte les trois noms, le vide, le plein et le lieu. On pourrait donc imaginer que la situation, conçue comme présentation structurée, effectue simultanément la multiplicité consistante (le plein), la multiplicité inconsistante (le vide) et elle-même (le lieu), selon une identité immédiate qui est l'étant-en-totalité, le domaine achevé de l'expérience. Mais qu'en revanche ce qui de l'être-en-tant-qu'être est prononçable par ces trois termes n'est pas identique, puisque du côté du lieu on a l'un, la loi du compte, du côté du plein le multiple tel qu'il est compté pour un, et du côté du vide le sans-un, l'imprésenté. N'oublions pas que c'est un axiome majeur d'Aristote que « l'être se dit en plusieurs façons ». Dans ces conditions, le vide serait l'être comme non-être — ou imprésentation —, le plein, l'être comme être — la consistance —, le lieu, l'être comme limite-non-étante de son être — borne du multiple par l'un.

La deuxième formule, Aristote la concède à ceux qui voudraient absolument (πάντως) voir dans le vide la cause du transport. On pourrait alors admettre que le vide est « la matière du lourd et du léger en tant que telle ». Concéder que le vide puisse être un *nom* de la matière en-soi, c'est lui attribuer cette existence énigmatique du « troisième principe », le sujet-support (τὸ ὑποκείμενον), dont Aristote établit la nécessité dès le premier livre de la *Physique*. L'être du vide partagerait avec l'être de la matière une sorte de précarité, qui le suspend entre le pur non-être et l'être-effectivement-être, qui pour Aristote ne peut être qu'un terme spécifiable, un quelque chose (τὸ τόδε τι). Disons que le vide, à défaut d'être présenté dans la consistance d'un multiple, serait l'errance latente de l'être de la présentation. Cette errance de l'être, en deçà et au bord de sa consistance présentée, Aris-

tote l'attribue expressément à la matière, quand il dit qu'elle est certes un non-être, mais par accident (κατὰ συμβεβηκός), et surtout — saisissante formule — qu'elle est « en quelque façon quasi-substance » (ἐγγὺς καὶ οὐσίαν πως). Admettre que le vide puisse être un autre nom de la matière, c'est lui conférer le statut d'un presqu'être.

La dernière formule évoque une possibilité qu'Aristote rejette, et où se fait notre départ d'avec lui : que le vide, dès lors qu'inlocalisable (ou hors situation) ait à être pensé comme pur *point*. On sait que c'est la solution ontologique véritable, puisque (*cf.* méditation 5) l'ensemble vide, tel qu'il n'existe que par son nom, ϕ, est cependant prédicable comme unique, et n'est donc pas figurable comme espace, ou extension, mais comme ponctualité. Le vide est le *point d'être* imprésentable de toute présentation. Aristote congédie fermement cette hypothèse : « Ἄτοπον δὲ εἰ ἡ στιγμὴ κενόν », « hors-lieu (absurde) que le point soit vide ». C'est qu'il est pour lui impensable de desceller totalement la question du vide de celle du lieu. Si le vide n'est pas, c'est qu'on ne peut penser un lieu vide. Comme il l'explique, si l'on supposait la ponctualité du vide, il faudrait que ce point « soit un lieu dans lequel il y ait l'extension d'un corps tangible ». L'inextension du point ne fait nul lieu pour un vide. C'est précisément là que la pensée si aiguë d'Aristote touche à son impossible propre : qu'il faille penser, sous le nom de vide, le hors-lieu dont tout lieu — toute situation — se soutient quant à son être. Que le sans-lieu (ἄτοπον) signifie l'absurde fait oublier que le point, de n'être pas un lieu, peut justement pallier les apories du vide.

C'est parce qu'il est le point de l'être que le vide est aussi ce presqu'être qui hante la situation où l'être consiste. L'insistance du vide in-consiste comme délocalisation.

II

L'être : excès, état de la situation. Un/Multiple, Tout/Parties, ou ∈/⊂ ?

FRA
B
LOUI

MÉDITATION SEPT

Le point d'excès

1. APPARTENANCE ET INCLUSION

La théorie des ensembles est, à bien des égards, une sorte d'interruption fondatrice au regard des chicanes du multiple. Pendant des siècles, la philosophie a pensé l'être-présenté à travers deux couples dialectiques dont l'interférence produisait toutes sortes d'abîmes : le couple un/multiple et le couple tout/parties. Il n'est pas exagéré de dire que l'examen des connexions ou disconnections entre l'Unité et la Totalité engageait toute ontologie spéculative. Et ce dès les origines de la métaphysique, puisqu'il est possible de montrer que Platon fait essentiellement prévaloir l'Un sur le Tout, cependant qu'Aristote fait le choix opposé.

La théorie des ensembles fait clarté sur cette féconde lisière entre la relation tout/parties et la relation un/multiple, parce que au fond elle les supprime l'une et l'autre. Le multiple, dont elle pense le concept sans en définir la signification, n'est, pour un postcantorien, ni soutenu par l'existence de l'Un ni déployé comme totalité organique. Le multiple consiste d'être sans-un, ou multiple de multiples, et les catégories d'Aristote (ou de Kant), Unité et Totalité, ne peuvent servir à l'appréhender.

Pourtant, la théorie distingue deux relations possibles entre multiples. Il y a la relation originaire d'*appartenance*, marquée $\in$, qui indique qu'un multiple est compté comme élément dans la présentation d'un autre. Mais il y a aussi la relation d'*inclusion*, marquée $\subset$, qui indique qu'un multiple est sous-ensemble d'un autre : nous y avons fait allusion (méditation 5) à propos de l'axiome de l'ensemble des sous-ensembles. Je rappelle que l'écriture $\beta \subset \alpha$, qui se lit : β est inclus

dans α, ou β est sous-ensemble de α, signifie que tout multiple qui appartient à β appartient aussi à α : $(\forall\gamma)\ [(\gamma \in \beta) \rightarrow (\gamma \in \alpha)]$.

On ne saurait sous-estimer l'importance conceptuelle de la distinction entre appartenance et inclusion. De proche en proche, cette distinction commande toute la pensée de la quantité, et finalement ce que je nommerai plus loin les grandes orientations dans la pensée, telle que l'être lui-même les prescrit. Aussi faut-il en clarifier sans attendre le sens.

Notons d'abord qu'un multiple n'est pas pensé différemment selon qu'il supporte l'une ou l'autre des relations. Si je dis « β appartient à α », le multiple α est exactement « le même », soit un multiple de multiples, que quand je dis « γ est inclus dans α ». Il est tout à fait irrelevant de croire que α est d'abord pensé comme Un (ou ensemble d'éléments), puis comme Tout (ou ensemble de parties). Symétriquement, l'ensemble qui appartient, ou celui qui est inclus, ne sont pas non plus qualitativement distinguables à partir de leur position relationnelle. Certes, je dirai que si β appartient à α, il est élément de α, et que si γ est inclus dans α, il est sous-ensemble de α. Mais ces déterminations — élément et sous-ensemble — ne permettent de penser rien d'intrinsèque. Dans tous les cas, l'élément β comme le sous-ensemble γ sont des multiples purs. Ce qui varie est seulement leur position au regard du multiple α. Dans un cas (le cas $\in$), le multiple tombe sous le compte-pour-un qu'est l'autre multiple. Dans l'autre cas (le cas $\subset$), tout élément présenté par le premier est aussi présenté par le second. Mais l'être-multiple reste absolument inaffecté par ces distinctions de position relative.

L'axiome de l'ensemble des sous-ensembles contribue du reste à éclaircir cette neutralité ontologique de la distinction entre appartenance et inclusion. Que dit cet axiome (*cf.* méditation 5)? Que si un ensemble α existe (est présenté), alors existe aussi l'ensemble de tous ses sous-ensembles. Ce que cet axiome, lequel est le plus radical et, dans ses effets, le plus énigmatique des axiomes (j'y reviendrai longuement), affirme, c'est qu'il y a au moins, entre $\in$ et $\subset$, cette corrélation, que tous les multiples *inclus* dans un α supposé existant *appartiennent* à un β, c'est-à-dire forment un ensemble, un multiple compté pour un :

$$(\forall\alpha)\ (\exists\beta)\ [(\forall\gamma)\ [(\gamma \in \beta) \leftrightarrow (\gamma \subset \alpha)]]$$

Étant donné α, l'ensemble β dont l'existence est ici affirmée,

l'ensemble des sous-ensembles de α, sera noté $p(\alpha)$. On peut donc aussi écrire :

$$[\gamma \in p(\alpha)] \leftrightarrow (\gamma \subset \alpha)]$$

La dialectique ici nouée de l'appartenance et de l'inclusion étend la puissance du compte-pour-un à ce qui, dans un multiple, se laisse distinguer de présentations-multiples intérieures, c'est-à-dire de compositions de comptes « déjà » effectuables *dans* la présentation initiale, à partir des mêmes multiplicités que celles que présente le multiple initial.

Nous verrons qu'il est capital que l'axiome n'introduise pas pour ce faire une opération spéciale, une relation *primitive* autre que l'appartenance. Nous avons vu en effet que l'inclusion se laissait définir à partir de la seule appartenance. Partout où j'écris $\beta \subset \alpha$, je pourrais ne pas abréger, et écrire $(\forall\gamma)\ [(\gamma \in \beta) \rightarrow (\gamma \in \alpha)]$. Ceci revient à dire que si même on emploie parfois par commodité le mot « partie » pour désigner un sous-ensemble, il n'y a pas de concept du tout, et donc de la partie, pas plus qu'il n'y a de concept de l'un. Il n'y a que la relation d'appartenance.

L'ensemble $p(\alpha)$ de tous les sous-ensembles de α est *un multiple essentiellement distinct de α lui-même*. Ce point crucial nous indique combien il est faux de croire penser α tantôt (appartenance) comme faisant l'un de ses éléments, tantôt (inclusion) comme tout de ses parties. L'ensemble des multiples qui appartiennent à α, c'est bien α lui-même, présentation-multiple de multiples. L'ensemble des multiples inclus dans α, ou sous-ensembles de α, est un multiple *nouveau*, $p(\alpha)$, dont l'existence, une fois supposée celle de α, n'est garantie que par une Idée ontologique spéciale : l'axiome de l'ensemble des sous-ensembles. Cet écart entre α (qui compte pour un les appartenances ou éléments) et $p(\alpha)$ (qui compte pour un les inclusions, ou sous-ensembles) est, nous le verrons, le point où gît l'impasse de l'être.

Appartenance et inclusion concernent finalement, au regard du multiple α, deux opérateurs de compte distincts, et non deux façons de penser l'être du multiple. La structure de α, c'est α lui-même, qui fait un de tous les multiples qui lui appartiennent. L'ensemble de tous les sous-ensembles de α, soit $p(\alpha)$, fait un de tous les multiples inclus dans α, mais ce second compte, quoique rapporté à α, est absolument distinct de α lui-même. C'est donc une métastructure, un autre compte,

qui « boucle » le premier en ceci que toutes les sous-compositions de multiples internes, toutes les inclusions, sont rassemblées par lui. L'axiome de l'ensemble des sous-ensembles pose que ce second compte, cette métastructure, existe toujours, si le premier compte, ou structure présentative, existe. La méditation 8 pensera la nécessité de cette réduplication, ou l'exigence — contre le péril du vide — que tout compte-pour-un soit doublé d'un compte du compte, que toute structure appelle une métastructure. L'axiomatique mathématicienne, comme toujours, ne pense pas cette nécessité : elle la *décide*.

Mais ce que cette décision entraîne aussitôt, c'est que *l'écart* entre structure et métastructure, entre élément et sous-ensemble, entre appartenance et inclusion, est une question permanente de la pensée, une provocation intellectuelle de l'être. J'ai dit que α et $p(\alpha)$ étaient distincts. Dans quelle mesure ? Avec quels effets ? Ce point, d'apparence technique, nous mènera jusqu'au Sujet, jusqu'à la vérité. Ce qui est sûr en tout cas, c'est qu'aucun multiple α ne peut coïncider avec l'ensemble de ses sous-ensembles. Appartenance et inclusion, dans l'ordre de l'être-existant, sont irréductiblement disjointes. Cela, nous allons le voir, l'ontologie mathématicienne le *démontre*.

2. LE THÉORÈME DU POINT D'EXCÈS

Il s'agit d'établir qu'étant donné un multiple présenté, le multiple-un que composent ses sous-ensembles, dont l'existence est garantie par l'axiome des sous-ensembles, est essentiellement « plus grand » que le multiple initial. C'est un théorème ontologique crucial, qui débouche sur cette impasse réelle, que la « mesure » de ce plus grand est elle-même proprement inassignable. Ou encore, que le « passage » à l'ensemble des sous-ensembles est une opération en excès *absolu* sur la situation elle-même.

Il faut commencer par le commencement, et montrer que le multiple des sous-ensembles d'un ensemble comprend forcément au moins un multiple qui n'appartient pas à l'ensemble initial. Nous appellerons cela *le théorème du point d'excès*.

Soit un multiple supposé existant α. Considérons, parmi tous les

multiples dont α fait l'un — tous les β tels que $\beta \in \alpha$ —, ceux qui ont la propriété de n'être pas « éléments d'eux-mêmes », c'est-à-dire de ne pas se présenter eux-mêmes comme multiples dans la présentation-une qu'ils sont.

Nous retrouvons en somme ici les données du paradoxe de Russell (*cf.* méditation 3). Ces multiples β ont donc premièrement la propriété d'appartenir à α, $(\beta \in \alpha)$, deuxièmement la propriété de ne pas s'appartenir à eux-mêmes, $\sim(\beta \in \beta)$.

Appelons multiplicités *ordinaires* celles qui ont la propriété de ne pas appartenir à elles-mêmes ($\sim(\beta \in \beta)$) et, pour des raisons qu'élucidera la méditation 17, multiplicités *événementielles* celles qui ont la propriété d'appartenir à elles-mêmes ($\beta \in \beta$).

Je prends donc tous les éléments de α qui sont ordinaires. C'est évidemment un sous-ensemble de α, le sous-ensemble ordinaire. Ce sous-ensemble est un multiple, qu'on peut appeler γ. Une convention d'écriture simple, et que j'utiliserai souvent, est d'écrire : $\{\beta / \ldots\}$ pour désigner le multiple composé de tous les β qui ont telle ou telle propriété. Ainsi par exemple, γ, ensemble de tous les éléments de α qui sont ordinaires, s'écrira : $\gamma = \{\beta / \beta \in \alpha \,\&\, \sim(\beta \in \beta)\}$. Étant donné α supposé existant, γ existe aussi, par l'axiome de séparation (*cf.* méditation 3) : je « sépare » dans α tous les β qui ont la propriété d'être ordinaires. J'obtiens ainsi une partie *existante* de α. Appelons cette partie le *sous-ensemble ordinaire* de α.

Puisque γ est *inclus* dans α, $(\gamma \subset \alpha)$, γ *appartient* à l'ensemble des sous-ensembles de α, $(\gamma \in p(\alpha))$.

Je dis qu'en revanche γ n'appartient *pas* à α lui-même. Si en effet il lui appartient, soit si l'on a $\gamma \in \alpha$, de deux choses l'une. Ou bien γ est ordinaire, soit $\sim(\gamma \in \gamma)$. Alors, γ appartient au sous-ensemble ordinaire de α, sous-ensemble qui n'est autre que γ lui-même. Donc, on a $\gamma \in \gamma$, c'est-à-dire que γ est événementiel. Mais s'il est événementiel, soit $\gamma \in \gamma$, étant élément du sous-ensemble ordinaire γ, il faut qu'il soit ordinaire. Cette équivalence pour γ de $\sim(\gamma \in \gamma)$, l'événementiel, et de $(\gamma \in \gamma)$, l'ordinaire, est une contradiction formelle. Elle oblige à rejeter l'hypothèse intiale : γ n'appartient pas à α.

Par conséquent il y a toujours — quel que soit α — au moins un élément (ici γ) de $p(\alpha)$ qui n'est pas élément de α. C'est dire qu'*aucun multiple n'est en état de faire-un de tout ce qu'il inclut*. L'énoncé « si β est *inclus* dans α, alors β *appartient* à α » est faux pour tout α.

L'inclusion est en excès irrémédiable sur l'appartenance. En particulier, le sous-ensemble inclus qui se constitue de tout l'ordinaire est un point d'excès définitif sur l'ensemble considéré. Il ne lui appartient jamais.

La ressource immanente d'un multiple présenté, si on en étend le concept à ses sous-ensembles, dépasse donc la capacité de compte dont il est le résultat-un. Pour nombrer cette ressource, il faut une puissance de compte autre que lui-même. L'existence de cet autre compte, de ce multiple-un auquel, cette fois, les multiples inclus dans le premier multiple tolèrent d'appartenir, est précisément ce qu'énonce l'axiome de l'ensemble des sous-ensembles.

Il est *requis*, si on admet cet axiome, de penser l'écart entre la présentation simple et cette espèce de re-présentation qu'est le compte-pour-un des sous-ensembles.

3. LE VIDE ET L'EXCES

Quel est l'effet rétroactif, sur le nom propre de l'être qu'est la marque ϕ de l'ensemble vide, de la distinction radicale entre appartenance et inclusion? Question typique de l'ontologie : établir l'effet, sur un point d'être (et le seul dont nous disposions est ϕ), d'une distinction conceptuelle introduite par une Idée (un axiome).

On pourrait croire que cet effet est nul, puisque le vide ne présente rien. Il semble logique de supposer que rien non plus n'est inclus dans le vide : comment, n'ayant nul élément, pourrait-il avoir un sous-ensemble? Cette croyance est fallacieuse. Le vide soutient avec le concept d'inclusion deux rapports essentiellement nouveaux par rapport au néant de son rapport à l'appartenance :

— le vide est sous-ensemble de tout ensemble : il est universellement inclus,

— le vide possède un sous-ensemble, qui est le vide lui-même.

Examinons ces deux propriétés. Cet examen est aussi un exercice d'ontologie, qui lie une thèse (le vide comme nom propre de l'être) et une distinction conceptuelle cruciale (appartenance et inclusion).

La première propriété atteste l'omniprésence du vide. Elle fait preuve de son errance dans toute présentation : le vide, auquel rien n'appartient, s'inclut de ce fait même dans tout.

On saisit intuitivement la pertinence ontologique de ce théorème qui s'énonce : « L'ensemble vide est un sous-ensemble de n'importe quel ensemble supposé existant. » Car si le vide est ce point d'être imprésentable, dont ϕ marque d'un nom propre existant l'unicité d'inexistence, aucun multiple ne peut, par son existence, faire barrage à ce que s'y dispose cet inexistant. De tout ce qui n'est pas présentable s'infère qu'il est partout présenté dans son manque. Non pas toutefois comme un-de-son-unicité, comme multiple immédiat dont l'un-multiple fait le compte, mais comme *inclusion*, car les sous-ensembles sont le lieu même où peut errer ce qui n'est multiple de rien, tout comme le rien lui-même erre dans le tout.

Dans la présentation déductive de ce théorème fondamental de l'ontologie — dans ce que nous appellerons le régime de fidélité de la situation ontologique —, il est remarquable qu'il apparaisse comme conséquence, ou plutôt comme cas particulier, du principe logique « *ex falso sequitur quodlibet* ». Ce n'est pas surprenant, si l'on se souvient que l'axiome de l'ensemble vide énonce en substance qu'existe une négation (l'ensemble dont le « ne pas lui appartenir » est un attribut universel, un attribut de tout multiple). De cet énoncé négatif vrai s'infère forcément, si on le nie à son tour — donc si l'on suppose faussement qu'un multiple appartient au vide —, n'importe quoi, et en particulier que, dès lors, ce multiple, supposé capable d'appartenir au vide, est certainement capable d'appartenir à n'importe quel autre ensemble. Autrement dit : la chimère absurde — ou l'idée sans être — d'un « élément du vide » implique que cet élément — à coup sûr radicalement non présenté — serait, s'il était présenté, élément d'un ensemble quelconque. D'où l'énoncé : « Si le vide présente un multiple α alors n'importe quel multiple β présente aussi cet α. » On peut encore dire qu'un multiple qui appartiendrait au vide serait cet ultra-rien, cet ultra-vide, auquel nulle existence-multiple ne pourrait opposer qu'il soit par elle présenté. Il n'en faut pas plus pour conclure, puisque toute appartenance qui lui est supposée s'étend à tout multiple, que l'ensemble vide s'inclut en effet dans tout.

Formellement, les choses se présentent ainsi.

Soit la tautologie logique : $\sim A \rightarrow (A \rightarrow B)$ qui est le principe que je mentionnais en latin : si un énoncé A est faux (si j'ai non-A), s'infère, si je l'affirme (si je pose A), que n'importe quoi (n'importe quel énoncé B) est vrai.

Considérons la variante (le cas particulier) suivante de cette tautologie : $\sim(\alpha \in \phi) \rightarrow [(\alpha \in \phi) \rightarrow (\alpha \in \beta)]$ où α et β sont des multiples absolument quelconques supposés donnés. Cette variante est elle-même une tautologie logique. Or, son antécédent, $\sim(\alpha \in \phi)$, est axiomatiquement vrai, car nul α ne peut appartenir à l'ensemble vide. Donc son conséquent, $[(\alpha \in \phi) \rightarrow (\alpha \in \beta)]$ est vrai également. Comme α et β sont des variables libres quelconques, je peux universaliser ma formule : $(\forall\alpha)(\forall\beta)[(\alpha \in \phi) \rightarrow (\alpha \in \beta)]$. Mais qu'est-ce que : $(\forall\alpha)[(\alpha \in \phi) \rightarrow (\alpha \in \beta)]$, sinon la définition même de la relation d'inclusion entre ϕ et β, la relation $\phi \subset \beta$?

Par conséquent, ma formule revient à celle-ci : $(\forall\beta)[\phi \subset \beta]$, qui se lit, comme prévu : de tout multiple β supposé donné, ϕ est un sous-ensemble.

Le vide est donc bien en posture d'inclusion universelle.

De cela même s'infère que le vide, qui n'a nul élément, a cependant un sous-ensemble.

Dans la formule $(\forall\beta)[\phi \subset \beta]$, qui signe l'universelle inclusion du vide, le quantificateur universel indique que c'est sans restriction que tout multiple existant admet le vide comme sous-ensemble. Or, ϕ lui-même *est* un multiple-existant, le multiple-de-rien. Par conséquent, ϕ est un sous-ensemble de lui-même : $\phi \subset \phi$.

Cette formule paraît de prime abord tout à fait énigmatique. C'est qu'intuitivement, et guidé par le mauvais vocabulaire qui distingue mal, sous l'image vague du « être-dedans », entre l'appartenance et l'inclusion, il semble qu'on ait, par cette inclusion, « rempli » de quelque chose le vide. Mais ce n'est pas le cas. Seule l'appartenance, $\in$, Idée suprême et unique du multiple présenté, « remplit » la présentation. Et il serait en effet absurde d'imaginer que le vide puisse s'appartenir à lui-même — ce qui s'inscrirait $\phi \in \phi$ — puisque rien ne lui appartient. Mais l'énoncé $\phi \subset \phi$ ne fait en réalité qu'énoncer que tout ce qui est présenté, y compris le nom propre de l'imprésentable, constitue un sous-ensemble de soi-même, le sous-ensemble « maximal ». Cette réduplication d'identité par l'inclusion n'a rien de plus scandaleux quand on écrit $\phi \subset \phi$ que quand on écrit $\alpha \subset \alpha$ (qui est vrai dans tous les cas). Et que ce sous-ensemble maximal du vide soit lui-même vide est la moindre des choses.

Maintenant, puisque le vide admet au moins un sous-ensemble, à savoir lui-même, il y a lieu de penser que s'y applique l'axiome des

sous-ensembles : il doit exister, puisque ϕ existe, l'ensemble $p(\phi)$ de ses sous-ensembles. Structure du rien, le nom du vide appelle une métastructure qui compte ses sous-ensembles.

L'ensemble des sous-ensembles du vide est cet ensemble auquel *appartient* tout ce qui est *inclus* dans le vide. Mais seul le vide est inclus dans le vide, soit $\phi \subset \phi$. Donc, $p(\phi)$, ensemble des sous-ensembles du vide, est ce multiple auquel le vide, et lui seul, appartient. Mais attention ! L'ensemble auquel seul le vide appartient ne saurait être le vide lui-même, car, au vide, *rien* n'appartient, pas même le vide. Ce serait déjà beaucoup trop que le vide ait un élément. On objectera : mais cet élément étant le vide, il n'y a pas de problème. Non ! Cet élément ne serait pas le vide comme le rien qu'il est, comme l'imprésentable. Ce serait le *nom* du vide, la marque existante de l'imprésentable. Or, le vide ne serait plus vide si lui appartenait son nom. Certes, le nom du vide peut être *inclus* dans le vide, ce qui revient à dire qu'il lui est, dans la situation, égal, car l'imprésentable n'est présenté que par son nom. Mais, égal à son nom, le vide ne peut faire un de ce nom sans se différencier de lui-même, et devenir un non-vide.

Par conséquent, l'ensemble des sous-ensembles du vide est cet ensemble non vide dont l'unique élément est le nom du vide. Nous noterons désormais $\{\beta_1, \beta_2, \ldots \beta_n \ldots\}$ l'ensemble tel qu'il se compose (qu'il fait un) des ensembles marqués entre accolades. En somme, les éléments de cet ensemble sont exactement β_1, β_2, etc. Puisque $p(\phi)$ a pour unique élément ϕ, cela nous donne : $p(\phi) = \{\phi\}$, qui implique évidemment $\phi \in p(\phi)$.

Examinons toutefois de près ce nouvel ensemble, $p(\phi)$, notre second existant-multiple dans le cadre « généalogique » de l'axiomatique ensembliste. Il s'écrit $\{\phi\}$, et ϕ en est le seul élément, d'accord. Mais d'abord, que peut bien signifier que « le vide » soit élément d'un multiple ? Nous avons bien compris que ϕ était sous-ensemble de tout multiple supposé existant. Mais « élément » ? Du reste, cela doit signifier que, s'agissant de $\{\phi\}$, ϕ est à la fois sous-ensemble et élément, inclus et appartenant, qu'on a $\phi \subset \{\phi\}$ et aussi $\phi \in \{\phi\}$. Cela ne contrevient-il pas à la règle selon laquelle appartenance et inclusion ne peuvent coïncider ? Ensuite, et plus gravement : ce multiple, $\{\phi\}$, a pour unique élément le nom-du-vide, ϕ. Ne serait-ce donc pas tout bonnement *l'un*, dont nous prétendions révoquer en doute qu'il soit ?

La première question a une réponse simple. Le vide n'a aucun élé-

ment, il est donc imprésentable, et nous n'avons à faire qu'à son nom propre, lequel présente l'être dans son manque. A l'ensemble $\{\phi\}$, ce n'est pas « le vide » qui appartient, car le vide n'appartient à nul multiple présenté, étant l'être même de la présentation-multiple. Ce qui lui appartient est le nom propre qui fait suture-à-l'être de la présentation axiomatique du multiple pur, donc de la présentation de la présentation.

La deuxième question n'est pas non plus périlleuse. La non-coïncidence de l'inclusion et de l'appartenance signifie qu'il y a excès de l'inclusion sur l'appartenance, qu'il est impossible que toute partie d'un multiple lui appartienne. Il n'est en revanche nullement exclu que tout ce qui appartient à un multiple y soit aussi inclus. La dissymétrie implicative va dans un seul sens. L'énoncé $(\forall\alpha)\ [(\alpha \subset \beta) \rightarrow (\alpha \in \beta)]$ est certainement faux pour tout multiple β (théorème du point d'excès). Mais l'énoncé « en sens inverse » $(\forall\alpha)\ [(\alpha \in \beta) \rightarrow (\alpha \subset \beta)]$ *peut* être vrai, pour certains multiples. Il est en particulier vrai pour l'ensemble $\{\phi\}$, car son unique élément, ϕ, est aussi un de ses sous-ensembles, ϕ étant en inclusion universelle. Il n'y a là nul paradoxe, plutôt une propriété singulière de $\{\phi\}$.

J'en viens maintenant à la troisième question, laquelle éclaire le problème de l'Un.

4. UN, COMPTE-POUR-UN, UNICITÉ ET MISE-EN-UN

Sous le seul signifiant « un » se dissimulent quatre sens, dont la distinction — à quoi aide puissamment l'ontologie mathématique — éclaire bien des apories spéculatives, en particulier hégéliennes.

L'un comme tel, ai-je dit, n'est pas. Il est toujours le résultat d'un compte, l'effet d'une structure, car la forme présentative où se dispose tout accès à l'être est le multiple, comme multiple de multiples. Ainsi, dans la théorie des ensembles, ce que je compte pour un, sous le nom d'un ensemble α, est multiple-de-multiples. Il faut donc distinguer le *compte-pour-un, ou structure*, qui fait advenir l'un comme sceau nominal du multiple, et *l'un comme effet*, dont l'être fictif ne tient qu'à la rétroaction structurelle où on le considère. Dans le cas

de l'ensemble vide, le compte-pour-un consiste à fixer un nom propre de la négation de tout multiple présenté, donc un nom propre de l'imprésentable. L'effet-d'un fictif s'avère quand, par une commodité dont on a vu le piège, je m'autorise à dire que ϕ est « le vide », affectant ainsi du prédicat de l'un la suture-à-l'être qu'est le nom, et présentant l'imprésentable *tel quel*. Plus rigoureuse dans son paradoxe est la théorie mathématique elle-même, qui, parlant de « l'ensemble vide », maintient que ce nom, qui ne présente rien, est cependant celui d'un multiple, dès lors qu'en tant que nom il se soumet aux Idées axiomatiques du multiple.

L'unicité, quant à elle, n'est pas un être, mais un prédicat du multiple. Elle relève du régime du même et de l'autre, tel que toute structure en institue la loi. Est unique un multiple tel qu'il est autre que tout autre. Les théologiens savaient du reste déjà que la thèse « Dieu est Un » est toute différente de la thèse « Dieu est unique ». Par exemple, dans la théologie chrétienne, la triplicité des personnes de Dieu est interne à la dialectique de l'Un, mais n'affecte jamais son unicité (le mono-théisme). Ainsi, que le nom du vide soit unique une fois généré rétroactivement comme un-nom pour le multiple-de-rien, ne signifie d'aucune façon que « le vide est un ». Cela signifie seulement que « le vide », imprésentable, n'étant présenté que comme nom, l'existence de « plusieurs » noms serait incompatible avec le régime extensionnel du même et de l'autre, et contraindrait de fait à présupposer l'être de l'un, fût-ce dans le mode des uns-vides, ou atomes purs.

Il est enfin toujours possible de compter pour un l'un-multiple déjà compté, c'est-à-dire d'appliquer le compte au résultat-un du compte. Cela revient, en fait, à soumettre à leur tour à la loi les noms qu'elle produit comme sceau de l'un pour le multiple présenté. Ou encore : tout nom, qui marque que l'un résulte d'une opération, peut être tenu dans la situation pour un multiple qu'il s'agit de compter pour un. Car l'un, tel qu'il advient par l'effet de la structure au multiple, et le fait consister, n'est pas transcendant à la présentation. Dès qu'il résulte, il est à son tour présenté, et tenu pour un terme, donc pour un multiple. L'opération par laquelle, indéfiniment, la loi se soumet l'un qu'elle produit, le comptant pour un-multiple, je l'appelle *la mise-en-un*. La mise-en-un n'est pas *réellement* distincte du compte-pour-un. Elle n'en est qu'une modalité, où l'on peut décrire que le compte-pour-un s'est appliqué à un résultat-un. Il est clair que la mise-en-un

ne confère pas plus d'être à l'un que le compte. Là encore, l'être-de-l'un est une fiction rétroactive, et ce qui est présenté reste toujours un multiple, fût-ce un multiple de noms.

Je peux ainsi considérer que l'ensemble $\{\phi\}$, qui compte pour un ce résultat du compte originaire, cet un-multiple qu'est le nom du vide, est la mise-en-un de ce nom. L'un n'y trouve nul être plus nouveau que celui que lui confère opératoirement d'être le sceau structurel du multiple. Aussi bien, $\{\phi\}$ est un ensemble, un multiple. Il se trouve seulement que ce qui lui appartient, soit ϕ, est unique. Mais l'unicité n'est pas l'un.

Notons qu'une fois garantie l'existence de $\{\phi\}$, mise-en-un de ϕ, par l'axiome des sous-ensembles appliqué au nom du vide, l'opération de mise-en-un est uniformément applicable à tout multiple supposé déjà existant. C'est là qu'on mesure l'intérêt de l'axiome de remplacement, que j'ai énoncé dans la méditation 5. En substance, cet axiome dit que si un multiple existe, existe aussi le multiple obtenu en remplaçant les éléments du premier par d'autres multiples existants. Si par conséquent, dans $\{\phi\}$, qui existe, je « remplace » ϕ par l'ensemble ∂ supposé existant, j'ai $\{\partial\}$, c'est-à-dire l'ensemble dont ∂ est l'unique élément. Or cet ensemble existe, puisque l'axiome de remplacement me garantit la permanence de l'un-multiple existant pour toute substitution terme à terme dans ce qui lui appartient.

Nous voici donc en possession de notre première loi dérivée dans le cadre de l'axiomatique ensembliste : si le multiple ∂ existe (est présenté), est aussi présenté le multiple $\{\partial\}$, auquel n'appartient *que* ∂, autrement dit, le nom-un « ∂ » que le multiple qu'il est a reçu, ayant été compté pour un. Cette loi, $\partial \rightarrow \{\partial\}$, est la mise-en-un du multiple ∂, lequel multiple ∂ est déjà l'un-multiple qui résulte d'un compte. On appellera le multiple $\{\partial\}$, résultat-un de la mise-en-un, le *singleton* de ∂.

$\{\phi\}$ est donc simplement le « premier » singleton.

Remarquons, pour conclure, que puisque la mise-en-un est une loi applicable à tout multiple existant, et que le singleton de ϕ existe, sa mise-en-un, c'est-à-dire la mise-en-un de la mise-en-un de ϕ, existe aussi : $\{\phi\} \rightarrow \{\{\phi\}\}$. Ce singleton du singleton du vide a, comme tout singleton, un seul élément. Ce n'est toutefois pas ϕ, mais $\{\phi\}$, lesquels, selon l'axiome d'extensionalité, sont différents. En effet, ϕ est élément de $\{\phi\}$, et pas de ϕ. Finalement, il apparaît que $\{\phi\}$ et $\{\{\phi\}\}$ sont eux aussi différents.

Voici que s'engage la production illimitée de nouveaux multiples, tous tirés du vide, par l'effet combiné de l'axiome des sous-ensembles — car le nom du vide est partie de lui-même —, et de la mise-en-un.

Ainsi les Idées autorisent-elles qu'à partir d'un seul nom propre simple, celui, soustractif, de l'être, se différencient des noms propres complexes, grâce auxquels est marqué l'un dont se structure la présentation d'une infinité de multiples.

MEDITATION HUIT

L'état, ou métastructure, et la typologie de l'être (normalité, singularité, excroissance)

Toute présentation-multiple est sous le péril du vide, qui est son être en tant que tel. La consistance du multiple revient à ceci que le vide, qui est en situation (donc, sous la loi du compte-pour-un) le nom de l'inconsistance, ne peut lui-même être présenté, ou fixé. Ce que Heidegger nomme le souci de l'être, et qui est l'extase de l'étant, peut aussi bien s'appeler : l'angoisse situationnelle du vide, la nécessité d'y parer. Car la fermeté apparente du monde de la présentation n'est qu'un résultat de l'action de la structure, même si *rien* n'est en dehors d'un tel résultat. Il est requis d'interdire cette catastrophe de la présentation que serait la rencontre de son propre vide, c'est-à-dire l'advenue présentative de l'inconsistance comme telle, ou la ruine de l'Un.

On comprend que la garantie de consistance (le « il y a de l'Un ») ne peut se satisfaire de la seule structure, du compte-pour-un, pour circonscrire et interdire que l'errance du vide se *fixe*, et soit, de ce fait même, en tant que présentation de l'imprésentable, la ruine de toute donation d'être, la figure sous-jacente du Chaos. La raison fondamentale de cette insuffisance c'est que *quelque chose*, dans la présentation, échappe au compte, qui est, précisément, le compte lui-même. Le « il y a de l'Un » est un pur résultat opératoire, qui laisse en transparence l'opération dont ce résultat résulte. Il se pourrait donc que, soustraite au compte, et par conséquent a-structurée, la structure elle-même soit le point où le vide est donné. Pour que le vide soit interdit de présentation, *il faut que la structure soit structurée*, que le « il y a de l'un » vaille pour le compte-pour-un. La consistance de la présentation exige ainsi que toute structure soit *doublée* d'une métastructure, qui la ferme à toute fixation du vide.

La thèse que toute présentation est deux fois structurée peut paraître complètement *a priori*. Mais elle revient ultimement à ceci, que tout un chacun constate, et dont il faut philosophiquement s'étonner : quoique son être soit la multiplicité inconsistante, la présentation n'est jamais chaotique. Je dis seulement ceci : de ce que le Chaos n'est pas la forme de la donation d'être, résulte l'obligation de penser qu'il y a une réduplication du compte-pour-un. L'interdiction de toute présentation du vide n'est immédiate et constante que si ce point de fuite du multiple consistant, qu'est justement sa consistance en tant que résultat opératoire, est à son tour bouché, ou bouclé, par un compte-pour-un de l'opération elle-même, un compte du compte, une métastructure.

J'ajoute que l'investigation de toute situation effective (toute région de la présentation structurée), qu'elle soit naturelle ou historique, met en évidence l'opération réelle du second compte. L'analyse concrète converge sur ce point avec le thème philosophique : toute situation est deux fois structurée. Cela veut aussi dire : il y a toujours à la fois présentation et représentation. Penser ce point consiste à penser le réquisit de l'errance du vide, de la non-présentation de l'inconsistance, du péril que représente l'être-en-tant-qu'être, lequel *hante* la présentation.

L'angoisse du vide, dont l'autre nom est le souci de l'être, se repère donc, dans toute présentation, à ceci que la structure du compte se réduplique pour se vérifier elle-même, pour attester, tout au long de son propre exercice, que son effet est complet, pour, inlassablement, faire être l'un sous le péril inrencontrable du vide. Toute opération de compte-pour-un (des termes) est en quelque façon doublée d'un compte du compte, lequel s'assure à tout instant que l'écart entre le multiple consistant (tel que, composé d'uns, il résulte) et le multiple inconsistant (lequel n'est que la présupposition du vide, et ne présente rien), que cet écart est véritablement nul, et qu'il n'y a donc aucune possibilité que jamais se produise ce désastre de la présentation que serait l'advenue présentative, en torsion, de son propre vide.

La structure de la structure est ce par quoi se trouve établi, au péril du vide, qu'il est universellement avéré, dans la situation, que l'un est. Sa nécessité gît tout entière dans ce point que, l'un n'étant pas, ce n'est que de sa propre nature opératoire, exhibée par son double, que l'effet-d'un peut déployer la garantie de sa véridicité. Cette véridicité est proprement ici la mise en fiction du compte, par l'être imaginaire que lui confère d'être à son tour pris dans l'opération d'un compte.

Ce qu'induit l'errance du vide est la nécessité que la structure, lieu du risque par sa pure transparence opératoire et par le doute que génère, quant à l'un, qu'il faille qu'elle opère sur le multiple, soit fermement à son tour fixée dans l'un.

Toute situation ordinaire comporte donc une structure, seconde et suprême à la fois, par laquelle le compte-pour-un qui structure la situation est à son tour compté pour un. Ainsi la garantie que l'un est s'achève par ceci que ce dont procède qu'il soit — le compte — *est*. « Est », c'est-à-dire est-un, puisque c'est la loi d'une présentation structurée qu'« être » et « un » y soient réciprocables, par le biais de la consistance du multiple.

Par une convenance métaphorique avec la politique, dont la méditation 9 rendra compte, j'appellerai désormais *état de la situation* ce par quoi la structure d'une situation — d'une présentation structurée quelconque — est comptée pour un, c'est-à-dire l'un de l'effet-d'un lui-même, ou ce que Hegel nomme le Un-Un.

Quel est exactement le domaine opératoire de l'état d'une situation ? Si cette métastructure ne faisait que compter les *termes* de la situation, elle serait indistinguable de la structure elle-même, dont c'est tout l'office. D'un autre côté, la *définir* par le seul compte du compte ne suffit pas, ou plutôt il faut convenir que cela ne peut qu'être un résultat final des opérations de l'état. Car une structure n'est justement pas un terme de la situation, et, en tant que telle, elle ne se laisse pas compter. Elle s'épuise dans son effet, qui est qu'il y a de l'un.

La métastructure ne peut donc, ni simplement recompter les termes de la situation et recomposer les multiplicités consistantes, ni avoir pour domaine opératoire la pure opération, avoir pour office direct de faire un de l'effet-d'un.

Si nous attaquons la question par son autre extrémité — le souci du vide et le risque qu'il représente sur la structure —, nous pouvons dire ceci : le vide, dont il s'agit de conjurer le spectre en déclarant que la complétude structurelle *est* complète, en dotant la structure, et donc l'un, d'un être-de-soi-même, ne saurait, ai-je dit, être ni local ni global. Il n'y a nul risque que le vide soit *un* terme (puisqu'il est l'Idée

de ce qui est soustrait au compte), ni non plus qu'il soit le tout (puisqu'il est justement le rien de ce tout). Si péril du vide il y a, ce n'est ni un péril local (au sens d'*un* terme), ni un péril global (au sens de la complétude structurée de la situation). Qu'est-ce qui, n'étant ni strictement local ni global, peut circonscrire le domaine où s'exerce directement le compte-pour-un second et suprême, celui qui définit l'état d'une situation ? Intuitivement, on répondra que c'est une *partie* de la situation, laquelle n'est ni point ni tout.

Mais qu'est-ce, conceptuellement, qu'une « partie » ? Le premier compte, la structure, permet que soient désignés, dans la situation, des termes qui sont des uns-multiples, donc des multiplicités consistantes. Une « partie » est intuitivement un multiple qui se composerait à son tour de telles multiplicités. Une « partie » composerait entre elles les multiplicités que la structure compose sous le signe de l'un. Une partie est un sous-multiple.

Mais faisons très attention : ou bien ce « nouveau » multiple, qu'est un sous-multiple, fait un au sens de la structure, et il n'est alors en vérité qu'un terme, un terme composé, certes, mais ils le sont tous. Que ce terme soit composé de multiples déjà composés, et que le tout soit scellé de l'un, est un effet ordinaire des structures. Ou bien il ne fait pas un, et alors, dans la situation, il n'existe pas, purement et simplement.

Importons directement, pour simplifier la pensée, les catégories de la théorie des ensembles (méditation 7) : convenons de dire qu'une multiplicité consistante, comptée pour un, *appartient* à la situation, et qu'un sous-multiple, composition de multiplicités consistantes, est *inclus* dans la situation. Seul ce qui appartient à la situation est présenté. Si ce qui est inclus est présenté, c'est qu'il appartient. Inversement, s'il n'appartient pas à la situation, un sous-multiple peut bien y être dit abstraitement « inclus », il n'est, en fait, pas présenté.

Apparemment, ou bien un sous-multiple, parce que compté pour un dans la situation, n'est qu'un terme, et il n'y a pas lieu d'introduire un concept nouveau, ou bien il n'est pas compté, et il n'existe pas. Il n'y a donc pas non plus lieu d'introduire un concept. Sinon qu'après tout ce qui ainsi in-existe pourrait bien être, justement, le lieu du péril du vide. Si l'inclusion peut être distinguée de l'appartenance, n'y a-t-il pas quelque partie, quelque composition non-une de

multiplicités consistantes, dont l'inexistence donne figure latente au vide ? Autre chose est la pure errance du vide, autre chose est de repérer que, somme toute, ce vide pourrait, conçu comme la limite de l'un, se « réaliser » dans l'inexistence d'une composition de multiplicités consistantes telle que la structure échoue à lui conférer le sceau de l'un.

Bref, s'il n'est ni un terme-un, ni le tout, le vide ne pourrait-il avoir pour lieu les sous-multiples, les « parties » ?

On objectera aussitôt que la structure est peut-être en puissance de conférer l'un à tout ce qui s'y compose de compositions. Tout notre artifice repose sur la distinction de l'appartenance et de l'inclusion. Mais pourquoi ne pas poser que toute composition de multiplicités consistantes est à son tour consistante, c'est-à-dire dotée de l'existence-une dans la situation ? Et que par conséquent l'inclusion implique l'appartenance ?

Pour la première fois nous devons utiliser ici un *théorème de l'ontologie*, démontré dans la méditation 7, le théorème du point d'excès, qui établit, dans le cadre de la théorie pure du multiple, ou théorie des ensembles, qu'il est formellement impossible, quelle que soit la situation, que *tout* ce qui est inclus (tout sous-ensemble) appartienne à la situation. Il y a un excès irrémédiable des sous-multiples sur les termes. Appliqué à une situation, où « appartenir » veut dire : être une multiplicité consistante, donc, être présenté, ou exister, le théorème du point d'excès s'énonce simplement : il y a toujours des sous-multiples qui, quoique inclus dans la situation au titre de compositions de multiplicités, n'y sont pas nombrables comme termes, et donc n'existent pas.

Nous voici donc reconduits au point où il faut reconnaître que les « parties » — si nous choisissons ici ce mot simple, dont le sens exact, disjoint de la dialectique tout/parties, est : sous-multiple — sont bien le lieu où le vide peut recevoir la figure latente de l'être, puisqu'il y a toujours des parties qui in-existent à la situation, et sont donc soustraites à l'un. Une partie inexistante est le support possible de ceci, qui ruinerait la structure : l'un, quelque part, n'est pas, l'inconsistance est la loi de l'être, l'essence de la structure est le vide.

La définition de l'état de la situation se clarifie alors brusquement. *La métastructure a pour domaine les parties* : elle garantit que l'un vaut pour l'inclusion, tout comme la structure initiale vaut pour

l'appartenance. Ou plus précisément : étant donné une situation dont la structure délivre des uns-multiples consistants, il y a toujours une métastructure — l'état de la situation — qui compte pour un *toute* composition de ces multiplicités consistantes.

Ce qui est *inclus* dans une situation *appartient* à son état. Ainsi se trouve colmatée la brèche par où l'errance du vide pouvait se fixer sur le multiple, dans le mode inconsistant d'une partie non comptée. Toute partie reçoit de l'état le sceau de l'un.

Et du coup, il est vrai *comme résultat final* que le premier compte, la structure, est compté par l'état. Il est clair en effet que parmi toutes les « parties », il y a la « partie totale », c'est-à-dire l'ensemble complet de tout ce que la structure initiale génère de multiplicités consistantes, de tout ce qu'elle compte pour un. Si l'état structure le multiple intégral des parties, cette totalité lui appartient. La complétude de l'effet-d'un initial est donc bien à son tour comptée pour un par l'état, dans la forme de son tout effectif.

L'état d'une situation est la parade au vide obtenue par le compte-pour-un de ses parties. Cette parade est en apparence achevée, puisque à la fois elle nombre ce que la première structure laissait in-exister (les parties surnuméraires, l'excès de l'inclusion sur l'appartenance) et, finalement, génère l'Un-Un, par le nombrement de la complétude structurelle elle-même. Ainsi, aux deux pôles du péril du vide, le multiple inconsistant, ou in-existant, et la transparence opératoire de l'un, l'état de la situation propose une clause de fermeture et d'assurance, par quoi la situation consiste selon l'un. C'est véritablement la ressource de l'état qui permet seule d'affirmer pleinement qu'en situation l'un est.

On remarquera que l'état est intrinsèquement une structure *séparée* de la structure originaire de la situation. Puisqu'il existe, d'après le théorème du point d'excès, des parties qui in-existent pour cette structure, et qui en revanche appartiennent à l'effet-d'un de l'état, c'est que cet effet est fondamentalement distinct de tout l'effet de la structure initiale. Dans une situation ordinaire, il faudra donc certainement des opérateurs spéciaux, caractéristiques de l'état, aptes à faire résulter l'un des parties qui sont soustraites au compte-pour-un de la situation.

D'un autre côté, l'état est bien celui *de* la situation : ce qu'il présente, sous le signe de l'un, comme multiplicités consistantes, n'est

à son tour composé que de ce que la situation présente. Car ce qui est *inclus* compose des multiples-uns qui *appartiennent*.

Ainsi l'état de la situation peut-il être dit tour à tour séparé (ou transcendant) et lié (ou immanent), au regard de la situation et de sa structure native. Cette connexion du séparé et du lié caractérise l'état comme métastructure, compte du compte, ou un de l'un. C'est par lui que la présentation structurée est dotée d'un *être* fictionnel, qui congédie, semble-t-il, le péril du vide, et fait régner, puisque la complétude est nombrée, l'universelle sécurité de l'un.

Le degré de connexion entre la structure native d'une présentation et sa métastructure étatique est variable. Cette question *d'écart* est la clef de l'analyse de l'être, de la typologie des multiples-en-situation.

Compté pour un dans une situation, un multiple s'y trouve *présenté*. S'il est également compté pour un par la métastructure, ou état de la situation, il est commode de dire qu'il est *représenté*. Cela veut dire qu'il appartient à la situation (présentation), et qu'il y est également inclus (représentation). Il est un terme-partie. A l'inverse, le théorème du point d'excès nous indique qu'il y a des multiples inclus (représentés) qui ne sont pas présentés (qui n'appartiennent pas). Ce sont des parties, mais non des termes. Il y a enfin des termes présentés qui ne sont pas représentés, parce qu'ils ne constituent pas une partie de la situation, mais seulement un de ses termes immédiats.

J'appellerai *normal* un terme qui est à la fois présenté et représenté. J'appellerai *excroissance* un terme qui est représenté, mais non présenté. J'appellerai *singulier* un terme qui est présenté, mais non représenté.

Chacun a toujours su que l'investigation de l'étant (donc, de ce qui est présenté) passait par le filtre de la dialectique présentation/représentation. Dans la logique qui est la nôtre, et qui est directement gagée sur une hypothèse quant à l'être, normalité, singularité et excroissance, liées à l'écart entre structure et métastructure, entre appartenance et inclusion, sont les concepts décisifs d'une typologie des donations d'être.

La normalité est la ré-assurance de l'un originaire par l'état de la situation où cet un est présenté. Constatons qu'un terme normal est à la fois dans la présentation (il appartient) et dans la re-présentation (il est inclus).

Les termes singuliers sont soumis à l'effet-d'un, mais ne sont pas appréhendables comme parties, parce qu'ils se composent, en tant que multiples, d'éléments non reçus par le compte. Autrement dit : un tel terme est bien un-multiple de la situation, mais il est « indécomposable » en ceci que ce qui le compose, au moins pour une part, n'est nulle part présenté dans la situation *de manière séparée*. Ce terme, unifiant des ingrédients qui ne sont pas nécessairement à leur tour des termes, ne peut être considéré comme une partie. Quoiqu'il lui appartienne, il n'est pas inclus dans la situation. Un tel terme indécomposable ne sera pas ré-assuré tel quel par l'état. Pour l'état en effet, ne faisant pas partie, il n'est pas un, quoiqu'il soit évidemment un dans la situation. Ou encore : ce terme existe — est présenté —, mais son existence n'est pas directement vérifiée par l'état. Elle ne l'est qu'autant que ce terme est « porté » par des parties qui l'excèdent. L'état n'aura pas à connaître de ce terme comme un-de-l'état.

Enfin, une excroissance est un un de l'état qui n'est pas un un de la structure native, un existant de l'état qui in-existe dans la situation dont l'état est l'état.

Nous avons bien, dans l'espace complet, c'est-à-dire étatisé, d'une situation, trois types fondamentaux de termes-uns : les normaux, qui sont présentés et représentés, les singuliers, qui sont présentés et non représentés, et les excroissances, qui sont représentées et non présentées. Cette triplicité s'induit de la séparation de l'état et, par conséquent de ce qu'il en faut la puissance pour protéger l'un de toute fixation-en-multiple du vide. Aussi bien ces trois types structurent l'essentiel de ce qui est en jeu dans une situation. Ce sont les concepts les plus primitifs de l'expérience quelconque. La méditation 9 fera la preuve de leur pertinence sur l'exemple des situations historico-politiques.

De toutes ces inférences, quelles exigences particulières résultent pour la situation ontologique ? Il est clair qu'en tant que théorie de la présentation, elle doit aussi faire théorie de l'état, c'est-à-dire dégager la distinction entre inclusion et appartenance et donner sens au compte-pour-un des parties. Mais son astreinte particulière est d'avoir à être, quant à elle, « sans état ».

Si en effet il existait un état de la situation ontologique, cela voudrait dire que le multiple pur y est non seulement présenté, mais représenté, et que par conséquent il y a une rupture d'ordre entre une

première « espèce » de multiples, ceux que la théorie présente, et une deuxième « espèce », les sous-multiples des autres, dont seul l'état de la situation ontologique, sa métastructure théorique, assure le compte axiomatique. Plus profondément, il y aurait des métamultiples que *seul* l'état de la situation compte pour un, et qui sont des compositions de multiples simples, eux directement présentés par la théorie. Ou encore : il y aurait *deux* axiomatiques, celle des éléments et celle des parties, celle de l'appartenance ($\in$) et celle de l'inclusion ($\subset$). C'est certainement inadéquat, si la théorie a pour enjeu la présentation axiomatique du multiple de multiples comme *unique* forme générale de la présentation.

On peut le dire ainsi : il est inconcevable que la présentation implicite du multiple par l'axiomatique ontologique implique, de fait, deux axiomatiques disjointes, celle de la présentation structurée et celle de l'état.

Ou encore : l'ontologie ne peut avoir ses propres *excroissances*, soit des « multiples » représentés *sans avoir été jamais présentés comme multiples*, puisque ce qu'elle présente, c'est la présentation.

Par conséquent, l'ontologie est à la fois astreinte à construire le concept de « sous-ensemble », à tirer toutes les conséquences de l'écart entre l'appartenance et l'inclusion, et à ne pas être elle-même au régime de cet écart. *L'inclusion n'y doit pas relever d'un autre principe de compte que l'appartenance*. Autant dire que l'ontologie doit poser pour elle-même que le compte-pour-un des sous-ensembles d'un multiple, quel qu'il soit, n'est jamais qu'un terme dans l'espace de la présentation axiomatique du multiple pur, et accepter cette exigence sans limitation.

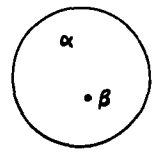
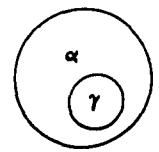
L'état de la situation ontologique est donc inséparable, c'est-à-dire inexistant. C'est ce que signifie (méditation 7) que l'existence de l'ensemble des sous-ensembles soit un axiome, ou une Idée, *comme les autres* : elle ne nous donne qu'un multiple.

Le prix à payer est certainement que les fonctions « anti-vide » de l'état n'y sont pas assurées, et en particulier que la fixation du vide sur le lieu des parties y est non seulement possible, mais inévitable. Le vide est forcément, dans le dispositif ontologique, le sous-ensemble par excellence, puisque rien n'y peut assurer son expulsion par des opérateurs de compte spéciaux, distincts de ceux de la situation où le vide rôde. Nous avons en effet vu, dans la méditation 7, qu'en théorie des ensembles, le vide est universellement inclus.

La plénière effectuation, par l'ontologie, du non-être de l'un, conduisant à l'inexistence d'un état de la situation qu'elle est, infecte de vide l'inclusion, après avoir déjà soumis l'appartenance à ne tisser que du vide.

L'imprésentable vide suture *ici* la situation à l'inséparation de son état.

Tableau des concepts relatifs au couple présentation / représentation

SITUATION		ETAT DE LA SITUATION	
Philosophie	*Mathématiques*	*Philosophie*	*Mathématiques*
— Un terme d'une situation est ce que cette situation présente et compte pour un. — « Appartenir à une situation » veut dire : être présenté par cette situation, être un des éléments qu'elle structure. — Appartenance équivaut donc à présentation, et un terme qui appartient sera aussi dit un élément.	— L'ensemble β est élément de l'ensemble α s'il entre dans la composition-multiple de α. On dit alors que β appartient à α. Ceci s'écrit : $\beta \in \alpha$. — $\in$ est le signe d'appartenance. C'est le signe fondamental de la théorie. Il permet de penser le multiple pur sans recourir à l'Un.  $\beta \in \alpha$	— L'état assure le compte-pour-un de tous les sous-multiples, ou sous-ensembles, ou parties de la situation. Il recompte les termes de la situation en tant qu'ils sont présentés par de tels sous-multiples. — « Être inclus dans une situation » veut dire : être compté par l'état de la situation. — Inclusion équivaut dont à représentation par l'état. On dira d'un terme inclus, donc représenté, qu'il est une partie.	— Il existe un ensemble de tous les sous-ensembles d'un ensemble donné α. Il s'écrit $p(\alpha)$. Tout élément de $p(\alpha)$ est un sous-ensemble (anglais : *subset*) ou une partie (usage français) de l'ensemble α. — Être un sous-ensemble (ou une partie) se dit : γ est inclus dans α. Cela s'écrit : $\gamma \subset \alpha$. — $\subset$ est le signe d'inclusion. C'est un signe dérivé. On peut le définir à partir de $\in$.  $\gamma \subset \alpha$ *ou* : $\gamma \in p(\alpha)$

Il faut donc bien saisir que :

— présentation, compte-pour-un, structure, appartenance, élément sont *du côté de la situation*,

— représentation, compte du compte, métastructure, inclusion, sous-ensemble, partie, sont *du côté de l'état de la situation*.

MEDITATION NEUF

L'état de la situation historico-sociale

J'ai dit dans la méditation 8 que toute présentation structurée admettait une métastructure, nommée état de la situation. J'ai invoqué, à l'appui de cette thèse, un argument empirique : toute multiplicité effectivement présentée s'avère soumise à cette réduplication de la structure, ou du compte. Je voudrais ici en donner un exemple, celui des situations historico-sociales (la question de la Nature sera traitée dans les méditations 11 et 12). Outre la vérification du concept d'état de la situation, cette méditation exemplifiante permettra aussi d'exercer les catégories de l'être-présenté que sont la normalité, la singularité et l'excroissance.

Ce fut certes une grande acquisition du marxisme que de comprendre que l'État n'avait pas rapport, dans son essence, aux individus, que la dialectique de son existence n'était pas celle de l'un de l'autorité au multiple des sujets.

En soi l'idée n'était pas neuve. Déjà Aristote ponctue que ce qui interdit de fait que les constitutions pensables, conformes à l'équilibre du concept, se réalisent, ce qui fait de la politique ce domaine étrange où le pathologique (tyrannies, oligarchies et démocraties) l'emporte régulièrement sur le normal (monarchies, aristocraties et républiques), c'est finalement l'existence des riches et des pauvres. Cette existence du reste, ultime impasse réelle *du* politique comme pure pensée, Aristote, qui ne voit pas comment la supprimer, hésite à la déclarer entièrement « naturelle », puisque ce qu'il appelle de ses vœux est l'extension — et, rationnellement, l'universalité — de la classe moyenne. Aristote voit donc bien que les États réels ont moins rapport au lien social qu'à sa dé-liaison, à ses oppositions internes, et que finalement *la* politique disconvient à la clarté philosophique *du* politique, parce que l'État dans son destin concret se définit moins

par la place équilibrée des citoyens que par ces grandes masses — ces parties, qui sont souvent des partis —, à la fois empiriques et mouvantes, que constituent les riches et les pauvres.

Le dispositif marxiste rapporte directement l'État aux sous-multiples, et non aux termes, de la situation. Il pose que ce dont l'État assure le compte-pour-un n'est pas originairement le multiple des individus, mais le multiple des classes d'individus. Même si l'on abandonne le lexique particulier des classes, l'idée formelle que l'État, qui est l'état de la situation historico-sociale, traite des sous-ensembles collectifs, et non des individus, est essentielle. Il faut se pénétrer de l'idée que l'essence de l'État est de ne pas avoir à connaître des individus, et que quand il en a à connaître, c'est-à-dire, dans les faits, toujours, c'est selon un principe de compte qui ne les concerne pas comme tels. Même la coercition, du reste le plus souvent anarchique, déréglée, stupide, que l'État exerce sur tel ou tel individu, ne signifie nullement que l'État est *défini* par « l'intérêt » coercitif qu'il porterait à cet individu, ou aux individus en général. C'est le sens profond qu'il faut conférer à l'idée marxiste vulgaire selon laquelle « l'État est l'État de la classe dominante ». L'interprétation que j'en propose est que l'État n'exerce sa domination que selon une loi qui va à faire-un des *parties* de la situation, et que son office est de qualifier une par une toutes les compositions de compositions de multiples dont la situation, c'est-à-dire une présentation historique « déjà » structurée, assure, pour ce qui est de ses *termes*, la consistance générale.

L'État est simplement la nécessaire métastructure de toute situation historico-sociale, c'est-à-dire la loi qui garantit qu'il y a de l'un, non dans l'immédiat de la société — cela, une structure non étatique y pourvoit toujours déjà — mais dans l'ensemble de ses sous-ensembles. C'est cet effet-d'un que le marxisme désigne quand il dit que l'État est « l'État de la classe dominante ». Si cette formule signifiait que l'État est un instrument que ladite classe « possède », elle n'aurait aucun sens. Si elle a sens, c'est pour autant que l'effet de l'État, qui est de faire résulter l'un dans les parties complexes de la présentation historico-sociale, est toujours une structure, et qu'il faut bien qu'il y ait une loi du compte, donc une *uniformité de l'effet*. C'est du moins cette uniformité que « classe dirigeante » désigne, quelle que soit la pertinence sémantique de l'expression.

L'énoncé marxiste a un autre avantage, si on le saisit dans sa pure

forme, c'est qu'en posant que l'État est celui *de* la classe dominante, il *indique que l'État re-présente toujours ce qui a déjà été présenté*. Il l'indique d'autant plus que la définition des classes dominantes n'est pas étatique, puisqu'elle est économique et sociale. Dans l'œuvre de Marx, la présentation de la bourgeoisie ne se fait pas du biais de l'État, les critères en sont la possession des moyens de production, le régime de propriété, la concentration du capital, etc. Dire de l'État qu'il est celui *de* la bourgeoisie a le mérite de souligner que l'État re-présente une chose déjà historiquement et socialement présentée. Cette re-présentation n'a évidemment rien à voir avec le caractère constitutionnellement représentatif du gouvernement. Elle signifie qu'affectant de l'un les sous-ensembles, ou parties, de la présentation historico-sociale, les qualifiant selon la loi qu'il est, l'État est toujours défini par la re-présentation — selon les multiples de multiples auxquels ils appartiennent, donc selon leur appartenance à ce qui est *inclus* dans la situation — des termes que la situation présente. Bien entendu, l'indication marxiste est beaucoup trop restrictive, elle ne saisit pas entièrement l'État comme état (de la situation). Mais elle est bien orientée, de voir que, quelle que soit la forme particulière de compte-pour-un des parties dont l'État est chargé, c'est à re-présenter la présentation qu'il s'emploie, et qu'il est donc la structure de la structure historico-sociale, la garantie que l'un résulte *en tout*.

On voit très bien dès lors pourquoi l'État est à la fois absolument *lié* à la présentation historico-sociale, et cependant en est *séparé*.

Il lui est lié en ceci que les parties, dont il construit l'un, ne sont que des multiples de multiples déjà comptés-pour-un par les structures de la situation. De ce point de vue, l'État est historiquement lié à la société dans le mouvement même de la présentation. Ne pouvant que re-présenter, l'État ne fait advenir comme un nul multiple — nul terme — dont les composantes, les éléments, seraient absents de la situation. C'est ce qui éclaire la fonction gestionnaire, ou administrative, de l'État, laquelle, dans son uniformité diligente, et dans les contraintes spécifiques que lui impose d'être l'état *de la situation*, est beaucoup plus structurelle et permanente que la fonction coercitive. Mais d'un autre côté, à raison de ce que les parties de la société excèdent de toutes parts ses termes, que ce qui est inclus dans une situation historique ne peut se rabattre sur ce qui lui appartient, l'État est nécessairement — conçu comme opérateur de compte et garantie de

réassurance universelle de l'un — un dispositif séparé. Comme tout état d'une situation quelconque, l'État d'une situation historico-sociale est soumis au théorème du point d'excès (méditation 7). Ce qu'il traite, le gigantesque, l'infini réseau des sous-ensembles de la situation, le contraint à ne pas s'identifier à la structure originaire qui dispose la consistance de la présentation, c'est-à-dire le lien social immédiat.

L'État bourgeois, dira le marxiste, est séparé du Capital et de son effet général de structuration. Certes, il re-présente, en nombrant, gérant et ordonnant les sous-ensembles, les termes déjà structurés par la nature « capitalistique » de la société. Mais en tant qu'opérateur, il en est distinct. Cette séparation définit la fonction coercitive, puisqu'elle se rapporte à la structuration immédiate des termes selon une loi qui « vient d'ailleurs ». Cette coercition est de principe, elle est le mode sur lequel l'un peut être réassuré dans le compte des parties. Si par exemple un individu est « traité » par l'État, quelle que soit l'occurrence, il n'est pas compté pour un en tant que « lui-même », ce qui voudrait seulement dire : en tant que ce multiple qui a reçu l'un dans l'immédiateté structurante de la présentation. Il est considéré *comme un sous-ensemble*, c'est-à-dire — pour importer ici le concept mathématique (*cf.* méditation 5), c'est-à-dire ontologique — comme le singleton de lui-même. Non pas Antoine Dombasle, nom propre d'un multiple infini, mais {Antoine Dombasle}, figure indifférente de l'unicité, par la mise-en-un du nom.

Le « votant », par exemple, n'est pas le sujet untel, c'est la partie que re-présente, selon son un propre, la structure séparée de l'État, c'est-à-dire l'ensemble dont untel est le seul élément, et non le multiple dont « untel » est l'un-immédiat. Aussi l'individu subit-il toujours, patiemment ou impatiemment, cette coercition élémentaire, cet atome de contrainte, qui constitue la possibilité de toutes les autres contraintes possibles, mort infligée comprise, de n'être pas tenu pour celui qui *appartient* à la société, mais pour celui qui y est *inclus*. Il y a une essentielle indifférence de l'État à l'appartenance, et un soin constant porté à l'inclusion. N'importe quel sous-ensemble consistant est aussitôt compté et considéré par l'État, pour le meilleur ou pour le pire, car il est matière à représentation. En revanche, quelles que puissent être les apparences déclamatoires, il est toujours visible à la fin que de la *vie* des gens, c'est-à-dire du multiple dont ils ont reçu l'un, l'État n'a nul souci. Telle est la profondeur ultime, et inéluctable, de sa séparation.

C'est en ce point toutefois que la ligne analytique du marxisme s'expose progressivement à une mortelle ambiguïté. Certes, Engels et Lénine ont souligné avec force le caractère séparé de l'État, et ils ont en outre montré — ce qui est vrai — que la coercition est réciprocable à la séparation. De là que l'essence de l'État est finalement, pour eux, sa machinerie bureaucratique et militaire, soit la visibilité structurelle de son *excès* sur l'immédiateté sociale, le caractère de monstrueuse *excroissance* qui est le sien, si on l'examine du seul point de la situation immédiate et de ses termes.

Pivotons sur le mot « excroissance ». Dans la méditation précédente j'ai distingué en toute généralité trois types de rapport à la complétude situationnelle de l'effet-d'un, appartenance et inclusion ajoutées : la normalité (être présenté et représenté), la singularité (être présenté mais non représenté), l'excroissance (être représenté et non présenté). Resterait évidemment le vide, qui n'est ni présenté ni représenté.

Dans la machinerie bureaucratique et militaire, Engels repère très clairement des signes d'excroissance. Nul doute que de telles parties de la situation ne soient re-présentées plutôt que présentées. C'est qu'elles ont elles-mêmes à voir avec l'opérateur de représentation. Mais justement. L'ambivalence de l'analyse marxiste classique se résume d'un trait : penser que, parce que ce n'est que du point de l'État qu'il y a des excroissances, l'État *lui-même* est une excroissance. Et par conséquent proposer comme programme politique sa suppression révolutionnaire, donc la fin de la représentation, et l'universalité de la présentation simple.

D'où procède cette ambivalence ? Il faut redire ici que la séparation de l'État, pour Engels, résulte, non pas directement de la simple existence des classes (des parties), mais du caractère antagonique de leurs intérêts. Il y a conflit irréconciliable entre les classes les plus importantes — en fait, entre les deux classes qui effectuent, pour le marxisme classique, la consistance de la présentation historique. Et par conséquent, si le monopole des armes et de la violence structurée n'était pas séparé sous la forme d'un appareil d'État, ce serait la guerre civile permanente.

Ces énoncés classiques doivent être divisés très finement, car ils contiennent une idée profonde, qui est que *l'État ne se fonde pas sur le lien social, qu'il exprimerait, mais sur la dé-liaison, qu'il interdit.* Ou, plus précisément encore, que la séparation de l'État résulte moins

de la consistance de la présentation que du péril de l'inconsistance. Cette idée, on le sait, remonte à Hobbes (l'autorité transcendante absolue est exigée par la guerre de tous contre tous) et elle est foncièrement exacte dans la forme suivante : si dans une situation quelconque (historique ou non) il est requis que les parties soient comptées par une métastructure, c'est que leur excès sur les termes, échappant au premier compte, désigne un lieu potentiel de fixation du vide. Il est donc vrai que la séparation de l'état poursuit, au-delà des termes qui appartiennent à la situation, la complétude de l'effet-d'un, jusqu'à la maîtrise, qu'il s'assure, des multiplicités *incluses*, pour que n'advienne pas, le vide étant repérable — donc l'écart entre le compte et le compté —, cette inconsistance, que la consistance *est*.

Ce n'est pas pour rien que les gouvernements, dès que rôde ce qui est un emblème de leur vide, c'est-à-dire, en général, la foule inconsistante ou émeutière, interdisent « les rassemblements de plus de trois personnes », c'est-à-dire déclarent expressément ne pas tolérer l'un de telles « parties », et proclament ainsi que la fonction de l'État est de nombrer les inclusions pour que soient préservées les appartenances consistantes.

Toutefois, ce n'est pas exactement ce que dit Engels — *grosso modo*, pour lui, si je reprends la typologie de la méditation 8, la bourgeoisie est un terme normal (elle est économiquement et socialement présentée, et re-présentée par l'État), le prolétariat est un terme singulier (il est présenté, mais non représenté), l'appareil d'État est l'excroissance. Le fondement ultime de l'État est que les termes singuliers et les termes normaux sont en dé-liaison antagonique. L'excroissance étatique est donc un résultat qui n'est pas référé à l'imprésentable, mais aux différences de présentation. De là qu'en modifiant ces différences, on peut espérer que l'État va disparaître. Il suffira que la singularité devienne universelle, ce qui s'appelle aussi : la fin des classes, c'est-à-dire la fin des parties, et donc de toute nécessité d'en contrôler l'excès.

De ce point de vue, notons-le, le communisme serait en réalité le régime illimité de l'individu.

Au fond, la description marxiste classique de l'État est formellement correcte, mais non pas sa dialectique générale. Les deux grands paramètres de l'état d'une situation, soit l'imprésentable errance du vide et l'excès irrémédiable de l'inclusion sur l'appartenance, dont résulte qu'il faille réassurer l'un et structurer la structure, sont tenus

par Engels pour des particularités de la présentation, et de ce qui s'y nombre. Le vide est rabattu sur la non-représentation des prolétaires, donc l'imprésentation sur une modalité de la non-représentation ; le compte séparé des parties est rabattu sur le caractère non universel des intérêts bourgeois, sur la refente présentative entre normalité et singularité ; enfin la machinerie du compte-pour-un est ramenée à une excroissance, faute de percevoir jusqu'au bout que l'excès dont elle traite est inéluctable, parce qu'il est un théorème de l'être.

La conséquence de ces thèses est que la politique y peut être définie comme l'assaut donné à l'État, quel que soit le mode, pacifique ou violent, de cet assaut. Il « suffit » pour cela de mobiliser les multiples singuliers contre les normaux, en arguant que l'excroissance est intolérable. Or, si le gouvernement, et même la substance matérielle de l'appareil d'État, peuvent être renversés, ou détruits, si même, dans certaines circonstances, il est politiquement utile de le faire, il ne faut pas perdre de vue que l'État comme tel, c'est-à-dire la réassurance de l'un sur l'excès des parties (ou des partis...), ne se laisse si facilement ni détruire ni même assaillir. Cinq ans à peine après l'insurrection d'octobre, Lénine, prêt à mourir, se désespérait de l'obscène permanence de l'État. Mao, plus aventurier et plus flegmatique à la fois, constatait, après vingt-cinq ans de pouvoir et dix ans des féroces tumultes de la Révolution culturelle, que, somme toute, on n'avait pas changé grand-chose.

C'est que le chemin du changement politique, je veux dire le chemin de la radicalité justicière, s'il a l'État toujours aux abords de son parcours, ne peut d'aucune façon se tracer à partir de lui, car l'État n'est justement pas politique, en ceci qu'il ne saurait changer, sinon de mains, ce dont on sait le peu de signification stratégique.

Ce n'est pas l'antagonisme qui est à l'origine de l'État, car on ne peut penser comme antagonisme la dialectique du vide et de l'excès. La politique doit sans doute elle-même s'originer là où l'État s'origine, donc dans cette dialectique. Toutefois, ce n'est certainement pas pour s'emparer de l'État, ou doubler son effet. La politique joue au contraire son existence dans la capacité à lier au vide et à l'excès un rapport essentiellement autre que celui de l'État, parce que seule cette altérité peut la soustraire à l'un de la réassurance étatique.

Plutôt qu'un guerrier sous les murs de l'État, le politique est ce patient guetteur du vide qu'instruit l'événement, car ce n'est qu'aux

prises avec l'événement (méditation 17) que l'État s'aveugle à sa propre maîtrise. Là, le politique construit de quoi sonder, fût-ce le temps d'un éclair, le site de l'imprésentable, et de quoi être désormais fidèle au nom propre qu'après coup il aura su donner — ou entendre, on ne peut décider — à ce non-lieu du lieu, qui est le vide.

MEDITATION DIX

Spinoza

« *Quicquid est in Deo est* » ou : toutes les situations ont le même état. *Ethique*, livre 1.

Spinoza a une conscience aiguë de ce que les multiples présentés, qu'il appelle des « choses singulières » (*res singulares*), sont en général des multiples de multiples. En effet, une composition de multiples individus (*plura individua*) est une seule et même chose singulière, pour peu que ces individus concourent à une unique action, c'est-à-dire soient simultanément la cause d'un unique effet (*unius effectus causa*). Autrement dit : pour Spinoza, le compte-pour-un d'un multiple, la structure, *c'est la causalité*. Une combinaison de multiples est un multiple-un de ce qu'elle est l'un d'une action causale. La structure est lisible rétroactivement : l'un de l'effet valide l'un-multiple de la cause. Le temps d'incertitude quant à cette lisibilité distingue les individus, dont le multiple, supposé inconsistant, reçoit le sceau de la consistance dès qu'on pointe l'unité de leur effet. L'inconsistance, ou disjonction, des individus est alors reçue comme consistance de la chose singulière, une et même. En latin : l'inconsistance, c'est *plura individua*. La consistance, c'est *res singulares*. Entre les deux, le compte-pour-un, c'est *unius effectus causa*, ou *una actio*.

Le problème de cette doctrine est qu'elle est circulaire. Si en effet je ne détermine l'un d'une chose singulière qu'autant que le multiple qu'elle est produit un unique effet, je dois disposer préalablement d'un critère quant à cette unicité. Or, qu'est-ce que l'effet ? Sans doute à son tour un complexe d'individus, dont pour attester l'un, pour dire qu'il est bien *une* chose singulière, je dois considérer les effets, et ainsi de suite. La rétroaction de l'effet-d'un selon la structure causale est suspendue à l'anticipation des effets de l'effet. Il semble y avoir un

battement à l'infini entre l'inconsistance des individus et la consistance de la chose singulière, puisque l'opérateur de compte — la causalité — qui les articule n'est à son tour attestable qu'à partir du compte de l'effet.

L'étonnant de la chose est que Spinoza ne semble nullement être gêné par cette impasse. Ce que je voudrais ici interpréter n'est pas tant la difficulté apparente que le fait qu'elle n'en est pas une pour Spinoza lui-même. A mon sens, la clef du problème est que, dans la logique fondamentale qui est la sienne, *le compte-pour-un est en dernier ressort assuré par la métastructure*, par l'état de la situation, qu'il appelle Dieu, ou la Substance. Spinoza est la tentative ontologique la plus radicale jamais entreprise pour identifier structure et métastructure, pour assigner l'effet-d'un directement à l'état, pour in-distinguer appartenance et inclusion. On comprendra du même coup que c'est par excellence la philosophie qui *forclôt le vide*. Mon intention est d'établir que cette forclusion échoue, et que le vide, dont la clôture métastructurelle, ou divine, devait assurer qu'il soit in-existant et impensable, est bel et bien nommé et placé par Spinoza sous le concept de *mode infini*. On pourra dire aussi que le mode infini est ce à travers quoi Spinoza désigne malgré lui — et donc par la plus haute conscience inconsciente de sa tâche — le point, par lui partout pourchassé, où l'on ne peut faire l'économie de la supposition d'un Sujet.

Que d'abord appartenance et inclusion soient essentiellement identifiées se déduit clairement des présupposés de la définition de la chose singulière. C'est elle, nous dit Spinoza, qui résulte comme un dans le champ entier de notre expérience, donc dans la présentation en général. Elle est ce qui a une « existence déterminée ». Mais ce qui existe est ou bien l'être-en-tant-qu'être, c'est-à-dire l'infinité-une de l'unique substance — dont l'autre nom est Dieu — ou bien une modification immanente de Dieu lui-même, c'est-à-dire un effet de la substance, effet dont tout l'être est la substance elle-même. « Dieu, dit Spinoza, est cause immanente, mais non en vérité transitive, de toutes choses. » Une chose est donc un mode de Dieu, une chose appartient nécessairement à ces « infinis en infinis modes » (*infinita infinitis modis*) qui « suivent » de la nature divine. Ou encore : *Quicquid est in Deo est*, quelle que soit la chose qui est, elle est en Dieu. Le *in* de l'appartenance est universel. On ne saurait en séparer une autre relation, par exemple l'inclusion. Si en effet vous combinez plusieurs choses — plusieurs individus —, par exemple selon le compte-pour-un causal (à partir de l'un de leur effet), vous n'obtenez jamais qu'une autre

chose, c'est-à-dire un mode qui appartient à Dieu. Il n'est pas possible de distinguer un élément, ou un terme, de la situation, de ce qui en serait une partie. La « chose singulière », qui est un-multiple, appartient à la substance au même titre que les individus qui la composent, elle en est, tout comme eux, un mode, c'est-à-dire une « affection » interne, un effet partiel et immanent. Tout ce qui appartient est inclus, tout ce qui est inclus appartient. L'absoluité du compte suprême, de l'état divin, entraîne que tout ce qui est présenté est représenté et réciproquement, *parce que la présentation et la représentation sont la même chose*. « Appartenir à Dieu » et « exister » étant synonymes, le compte des parties est assuré par le mouvement même qui assure le compte des termes, et qui est l'inépuisable productivité immanente de la substance.

Est-ce à dire que Spinoza ne distingue pas les situations, qu'il n'y en a qu'une? Pas exactement. Si Dieu est unique, et si l'être est uniquement Dieu, *l'identification* de Dieu déploie une infinité de situations intellectuellement séparables, que Spinoza appelle les attributs de la substance. Les attributs sont la substance elle-même, pour autant qu'elle se laisse identifier d'une infinité de manières différentes. Il faut ici distinguer l'être-en-tant-qu'être (la substantialité de la substance), et ce que la pensée est en état de concevoir comme constituant l'identité différenciable — Spinoza dit : l'essence — de l'être, et qui est pluriel. L'attribut est « ce que l'entendement (*intellectus*) perçoit de la substance en tant que constituant son essence ». Je dirai ceci : l'un-de-l'être est pensable à travers le multiple de situations dont chacune « exprime » cet un, parce que cet un, s'il n'était pensable que d'une seule façon, aurait ainsi la différence à l'extérieur de soi, c'est-à-dire serait lui-même compté, ce qui est impossible, puisqu'il *est* le compte suprême.

En soi, les situations où se pense l'un de l'être comme différenciation immanente sont en « nombre » infini, car il est de l'être de l'être d'être infiniment identifiable : Dieu est en effet « substance consistant en une infinité d'attributs », car sinon il faudrait derechef que les différences soient extérieurement comptables. Pour nous toutefois, selon la finitude humaine, deux situations sont séparables : celles qui sont subsumées sous l'attribut pensée (*cogitatio*) et sous l'attribut étendue (*extensio*). L'être de ce mode particulier qu'est un animal humain est de coappartenir à ces deux situations.

Il est cependant clair que la structure présentative des situations, étant réductible à la métastructure divine, est unique : les deux situa-

tions où l'homme existe sont structurellement, c'est-à-dire étatiquement, identiques : *Ordo et connexio idearum idem est, ac ordo et connexio rerum*, étant compris que « chose » (*res*) désigne ici un existant — un mode — de la situation « étendue », et « idée » (*idea*) un existant de la situation « pensée ». Cet exemple est frappant, car il établit qu'un homme, quand bien même il appartient à deux situations séparables, peut valoir pour un, de ce que l'état de ces deux situations est le même. On ne saurait mieux souligner à quel point l'excès étatique se subordonne ici l'immédiateté présentative des situations (des attributs). Cette *partie* qu'est un homme, âme et corps, transversale à deux types séparables du multiple, l'*extensio* et la *cogitatio*, donc apparemment incluse dans leur union, ne fait en réalité qu'appartenir au régime modal, parce que la métastructure suprême assure directement le compte-pour-un de tout ce qui existe, quelle qu'en soit la situation.

De ces présupposés suit aussitôt la forclusion du vide. D'une part, le vide ne peut *appartenir* à une situation, car il faudrait qu'il y soit compté pour un. Or, l'opérateur du compte est la causalité. Mais le vide, qui ne comporte nul individu, ne peut contribuer à nulle action dont résulterait un unique effet. Le vide est donc inexistant, ou imprésenté : « Le vide n'est pas donné dans la Nature, et toutes les parties doivent concourir en sorte que le vide ne soit en effet pas donné. » D'autre part, le vide ne peut non plus être *inclus* dans une situation, en être une partie, car il faudrait qu'il soit compté pour un par son état, sa métastructure. Mais en réalité, la métastructure est *aussi* la causalité, pensée cette fois comme production immanente de la substance divine. Il est impossible que le vide soit subsumé sous ce compte (du compte), identique au compte lui-même. Le vide ne peut donc ni être présenté ni excéder la présentation dans le mode du compte étatique. Il n'est ni présentable (appartenance), ni imprésentable (point d'excès).

Mais il s'en faut de beaucoup que cette forclusion déductive du vide bloque toute possibilité d'en supporter l'errance à quelque faille, ou joint délaissé, du système spinoziste. Disons que le péril est notoire quand on en vient à considérer, au regard du compte-pour-un, la disproportion entre l'infini et le fini.

Les « choses singulières », présentées, selon les situations de la Pensée et de l'Étendue, à l'expérience humaine, sont finies, c'est un prédicat essentiel, donné dans leur définition. S'il est vrai que l'ultime puis-

sance du compte-pour-un est Dieu, à la fois état des situations et loi présentative immanente, il n'y a apparemment pas de mesure entre le compte et son résultat, car Dieu est « absolument infini ». Plus précisément : la causalité, par quoi se reconnaît, dans l'un de son effet, l'un de la chose, ne risque-t-elle pas d'introduire le vide d'un non-rapport mesurable entre son origine infinie et la finitude de l'effet-d'un ? Spinoza pose que « la connaissance de l'effet dépend de la connaissance de la cause et l'enveloppe ». Est-il directement concevable que la connaissance d'une chose finie enveloppe la connaissance d'une cause infinie ? Ne faut-il pas franchir le vide d'une absolue perte de réalité entre la cause et l'effet, si l'une est infinie et l'autre fini ? Vide qui, en outre, devrait être immanent, puisque la chose finie est une modalité de Dieu même. Il semble que l'excès de la source causale resurgisse au point où sa qualification intrinsèque, l'absolue infinité, n'est elle-même pas représentable au même plan que celui de l'effet fini. L'infinité désignerait donc l'excès étatique sur l'appartenance présentative des choses singulières finies. Et, corrélat inéluctable, parce que fondement ultime de cet excès, le vide serait l'errance de l'incommensurabilité entre l'infini et le fini.

Spinoza affirme catégoriquement que, « outre la substance et les modes, rien n'est donné (*nil datur*) ». Les attributs en effet ne sont pas « donnés », ils nomment les situations de donation. Si la substance est infinie, et les modes finis, le vide est inéluctable, comme stigmate d'une faille de la présentation entre l'être-en-tant-qu'être substantiel et sa production immanente finie.

Pour parer à ce resurgissement de l'inqualifiable vide, et maintenir le cadre totalement affirmatif de son ontologie, Spinoza est amené à poser que *le couple substance/modes, qui détermine toute donation d'être, ne coïncide pas avec le couple infini/fini*. Ce décalage structurel entre la nomination présentative et sa qualification « extensive » ne peut naturellement se faire du point où il y aurait une finitude de la substance, qui est « absolument infinie » par définition. Une seule issue demeure : qu'existent des *modes infinis*. Ou, plus précisément — car nous verrons que bien plutôt ces modes in-existent —, que la cause immédiate d'une chose singulière finie ne puisse être qu'une autre chose singulière finie, et que, *a contrario*, une (supposée) chose infinie ne puisse produire que de l'infini. Ainsi, la liaison causale effective étant exemptée de l'abîme entre l'infini et le fini, on revien-

drait au point où, dans la présentation, l'excès est annulé, donc le vide.

La démarche déductive de Spinoza (propositions 21, 22 et 28 du livre I de l'*Éthique*) est alors la suivante :

— Établir que « tout ce qui suit de la nature d'un attribut de Dieu pris absolument [...] est infini ». Ce qui revient à dire que, si un effet (donc un mode) résulte directement de l'infinité de Dieu, telle qu'identifiée dans une situation présentative (un attribut), cet effet est nécessairement infini. C'est un mode infini immédiat.

— Établir que tout ce qui suit d'un mode infini — au sens de la proposition précédente — est à son tour infini. C'est un mode infini médiat.

Parvenus à ce point, nous savons que l'infinité d'une cause, qu'elle soit directement substantielle, ou déjà modale, n'engendre que de l'infini. Nous évitons donc la perte de l'égalité, ou le rapport sans mesure, entre une cause infinie et un effet fini, laquelle perte serait aussitôt le lieu d'une fixation du vide.

La réciproque est immédiate :

— Le compte-pour-un d'une chose singulière à partir de son effet supposé fini la désigne aussitôt comme étant elle-même finie. Car si elle était infinie, son effet, nous l'avons vu, devrait aussi l'être. Il y a, dans la présentation structurée des choses singulières, une récurrence causale du fini : « Une chose singulière quelconque, soit une chose qui est finie et a une existence déterminée, ne peut exister, ni être déterminée à opérer réellement, si elle n'a été déterminée à exister et à opérer par une autre cause, qui est elle-même finie et a une existence déterminée ; et à son tour cette cause ne peut non plus exister, ni être déterminée à opérer réellement, si elle n'est déterminée par une autre, elle-même finie et ayant une existence déterminée, à exister et à opérer, et ainsi à l'infini. »

Le tour de Spinoza est ici de faire en sorte que l'excès de l'état — l'origine substantielle infinie de la causalité — ne soit pas discernable comme tel dans la présentation de la chaîne causale. Le fini ne renvoie, quant à l'effet-d'un du compte par la causalité, qu'au fini. La faille entre l'infini et le fini, où gît le péril du vide, ne traverse pas la présentation du fini. Cette essentielle homogénéité de la présentation congédie la dé-mesure où pouvait s'avérer, se rencontrer dans la présentation, la dialectique du vide et de l'excès.

Mais cela n'est établi qu'à supposer qu'une autre chaîne causale

« double », pour ainsi dire, la récurrence du fini, la chaîne des modes infinis, immédiats puis médiats, elle-même intrinsèquement homogène, mais totalement disjointe du monde présenté des « choses singulières ».

La question est de savoir en quel sens ces modes infinis *existent*. Il s'est trouvé fort tôt des gens curieux pour demander à Spinoza ce que c'était exactement que ces modes infinis, notamment un certain Schuller, correspondant allemand, lequel, dans sa lettre du 25 juillet 1675, prie le « très savant et très pénétrant philosophe Baruch de Spinoza » de lui donner « des exemples de choses produites immédiatement par Dieu, et de choses produites médiatement par une modification infinie ». Quatre jours plus tard, Spinoza lui répond que, « dans l'ordre de la pensée » (comprenons : dans la situation, ou attribut, pensée), l'exemple d'un mode infini immédiat est « l'entendement absolument infini », et dans l'ordre de l'étendue, le mouvement et le repos. Pour ce qui est des modes infinis médiats, Spinoza n'en cite qu'un, sans en spécifier l'attribut, qu'on peut imaginer être l'étendue. C'est « la figure du tout de l'univers » (*facies totius universi*).

Dans l'ensemble de son œuvre, Spinoza ne dira rien de plus sur les modes infinis. Dans l'*Éthique*, livre II, lemme 7, il déploie l'idée de la présentation comme multiple de multiples — ajustée à la situation étendue, où les choses sont des corps —, jusqu'à celle d'une hiérarchie infinie de corps, selon la complexité du multiple qu'ils sont. Si l'on continue cette hiérarchie à l'infini (*in infinitum*), on conçoit que « la Nature entière est un seul Individu (*totam Naturam unum esse Individuum*) dont les parties, c'est-à-dire tous les corps, varient en une infinité de modes, sans nul changement de l'Individu total ». Dans le scolie de la proposition 40 du livre V, Spinoza déclare que « notre âme, en tant qu'elle connaît, est un mode éternel du penser (*aeternus cogitandi modus*), qui est déterminé par un autre mode éternel du penser, et ce dernier à son tour par un autre, et ainsi à l'infini, de sorte que tous ensemble constituent l'entendement éternel et infini de Dieu ».

Ces assertions ne font pas partie, notons-le, de la chaîne démonstrative. Elles sont isolées. Elles tendent à présenter la Nature comme totalité infinie immobile des choses singulières mouvantes, et l'Entendement divin comme totalité infinie des âmes particulières.

Lancinante, la question revient alors de l'existence de ces totalités. Car le principe du Tout qu'on obtiendrait par sommation *in infinitum* n'a rien à voir avec le principe de l'Un par quoi la substance garan-

tit, en excès étatique radical, quoique immanent, le compte de toute chose singulière.

Spinoza est très net sur les voies disponibles pour établir une existence. Dans sa lettre « au très savant jeune homme Simon de Vries » de mars 1663, il en distingue deux, correspondant aux deux instances de la donation d'être, la substance (et ses identifications attributives) et les modes. Pour la première, l'existence ne se distinguant pas de l'essence, elle est démontrable *a priori* à partir de la seule définition de la chose existante. Comme l'énonce fortement la proposition 7 du livre I de l'*Éthique*, « il appartient à la nature d'une substance d'exister ». Pour les secondes, il n'y a d'autre recours que l'expérience, car « l'existence des modes (ne peut) se conclure de la définition des choses ». L'existence de la puissance universelle — ou étatique — du compte-pour-un est originaire, ou *a priori*, l'existence en situation de choses particulières est *a posteriori*, ou expérimentée.

Il est dès lors clair que l'existence des modes infinis ne peut être établie. Puisque ce sont des modes, il convient d'en expérimenter l'existence. Or, nous n'avons certainement nulle expérience, ni du mouvement et du repos *en tant que modes infinis* (nous n'avons d'expérience que de choses particulières finies en mouvement ou en repos), ni de la Nature totale, ou *facies totus universi*, qui excède radicalement nos idées singulières, ni, bien sûr, de l'entendement absolument infini, ou totalité des âmes, qui est proprement irreprésentable. *A contrario*, si là où échoue l'expérience pouvait valoir la déduction *a priori*, si donc il appartenait à l'essence définie du mouvement, du repos, de la Nature totale ou de la recollection des âmes, d'exister, ces entités ne seraient plus modales, mais substantielles. Elles seraient, au mieux, des identifications de la substance, des situations. Elles ne seraient pas données, mais constitueraient des lieux de donation, c'est-à-dire des attributs. On ne pourrait en réalité pas distinguer la Nature totale de l'attribut « étendue », ni l'entendement divin de l'attribut « pensée ».

Nous parvenons donc à l'impasse que voici : pour éviter toute relation causale directe de l'infini et du fini, point où serait générée une errance sans mesure du vide, il faut supposer que l'action directe de l'infinité substantielle ne produit en elle-même que des modes infinis. Mais il est impossible de justifier l'existence d'un seul de ces modes. Il faut donc poser, ou que les modes infinis existent, mais sont inaccessibles tant à la pensée qu'à l'expérience, ou qu'ils n'existent pas.

La première possibilité crée un arrière-monde de choses infinies, un lieu intelligible totalement imprésentable, donc un vide *pour nous* (pour notre situation), au sens où la seule « existence » que nous puissions attester quant à ce lieu est celle d'un nom : « mode infini ». La seconde possibilité crée directement un vide, au sens où c'est d'un in-existant que se bâtit la preuve de la récurrence causale du fini, donc la preuve de la consistance et de l'homogénéité de la présentation. Là encore, « mode infini » est ce pur nom dont le référent est mis en éclipse, de n'être allégué qu'autant que la preuve l'exige, et d'être ensuite annulé dans toute l'expérience finie dont il a servi à fonder l'unité.

Spinoza a entrepris l'éradication ontologique du vide, par le moyen approprié d'une unité absolue de la situation (de la présentation) et de son état (de la représentation). Je désignerai (méditation 11) comme multiplicités *naturelles* (ou ordinales) celles qui réalisent, de façon maximale, dans une situation donnée, cet équilibre de l'appartenance et de l'inclusion, celles dont tous les termes sont *normaux* (*cf.* méditation 8), c'est-à-dire représentés au lieu même de leur présentation. Avec cette définition, *tout* terme, pour Spinoza, est naturel : le fameux « *Deus, sive Natura* » est entièrement fondé. Mais la règle de cette fondation bute sur la nécessité d'avoir à convoquer un terme vide, dont un nom sans référent attestable (« mode infini ») inscrit l'errance dans la chaîne déductive.

La grande leçon de Spinoza est finalement la suivante : si même, par la position d'un compte-pour-un suprême où fusionnent l'état d'une situation et la situation, la métastructure et la structure, l'inclusion et l'appartenance, vous entreprenez de résilier l'excès, de le ramener à une unité de plan présentative, vous ne ferez pas l'économie de l'errance du vide, et vous aurez à en placer le nom.

Nécessaire, mais inexistant, le mode infini comble, le temps de son apparaître conceptuel étant aussi celui de son disparaître ontologique, l'abîme causal entre l'infini et le fini. Ce n'est toutefois que pour être le nom technique de l'abîme, le signifiant « mode infini » organisant la subtile méconnaissance de ce vide qu'il s'agissait de forclore mais qui insiste à errer sous l'artifice nominal dont se déduisait, théoriquement, sa radicale absence.

III

L'être : nature et infini. Heidegger/Galilée

La nature : poème ou mathème ?

Le thème de la « nature » — acceptons de faire résonner sous ce mot le terme grec φύσις — est décisif pour les ontologies de la Présence, ou ontologies poétiques. Heidegger déclare expressément que φύσις est « un mot grec fondamental pour l'être ». S'il est fondamental, c'est qu'il désigne la vocation de présence de l'être, dans le mode de son apparaître, ou plus explicitement de sa non-latence (ἀλήθεια). La nature n'est pas une région de l'être, un registre de l'étant-en-totalité. Elle est l'apparaître, ou éclosion, de l'être même, l'ad-venir de sa présence, ou encore « l'estance de l'être ». Ce que les Grecs ont accueilli sous ce mot, φύσις, dans l'intime connexion qu'il désigne entre l'être et l'apparaître, c'est que l'être ne *force* pas son advenue en Présence, mais coïncide avec cette advenue aurorale dans la guise de l'apparition, de la pro-position. Si l'être est φύσις, c'est qu'il est « l'apparaître qui réside en soi-même ». La nature est ainsi, non pas l'objectivité donnée, mais le don, le geste de l'épanouissement tel qu'il dispose sa limite comme ce en quoi il réside sans limitation. L'être est « l'épanouissement perdominant, la φύσις ». Il n'est pas exagéré de dire que φύσις désigne l'être-présent selon l'essence offerte de son autoprésentation, et que donc la nature est l'être même tel qu'une ontologie de la présence en soutient la proximité, le dé-voilement. « Nature » veut dire : présentification de la présence, offrande de ce qui est voilé.

Bien entendu, le mot « nature », surtout dans les effets de la rupture galiléenne, est entièrement oublieux de ce que détient le mot grec φύσις. Comment reconnaître dans cette nature « écrite en langage mathématique » ce que Heidegger veut à nouveau nous faire entendre en disant que « φύσις est le rester-là-en-soi » ? Mais l'oubli, sous le mot « nature », de tout ce que φύσις détient de sens de l'éclos et de l'ouvert, est bien plus ancien encore que ce que déclare la « physique » au sens

galiléen. Ou plutôt : l'objectivité « naturelle » dont traite la physique n'a été possible que parce que, dès Platon, commence la subversion métaphysique de ce qui résonne de Présence, d'être-apparaissant, dans le mot φύσις. La référence galiléenne à Platon dont, soulignons-le, le vecteur n'est autre que le mathématisme, n'est pas de hasard. Le « virage » platonicien a consisté, aux lisières équivoques du destin grec de l'être, à proposer « une interprétation de la φύσις comme ἰδέα ». Mais aussi bien l'Idée, au sens de Platon, n'est-elle compréhensible que *du point* de la conception grecque de la nature, ou φύσις. Elle n'est pas un reniement ou un déclin. Elle *achève* la pensée grecque de l'être comme apparaître, elle est « l'achèvement du commencement ». Car qu'est-ce que l'Idée ? C'est le côté *évident* de ce qui est offert, c'est la « surface », la « façade », l'offre pour le regard de ce qui s'épanouit comme nature. C'est bien toujours l'apparaître comme être auroral de l'être, mais dans la limitation, la découpe, d'une visibilité *pour nous*.

A partir du moment où cet « apparaître au second sens » se détache, devient une mesure de l'apparaître lui-même, est isolé comme ἰδέα, à partir du moment où cette découpe de l'apparaître est prise pour l'être de l'apparaissant, alors en effet commence le « déclin », c'est-à-dire la perte, de tout ce qu'il y a de présence, de non-latence (ἀλήθεια) dans la présentation. Ce qui est décisif dans le virage platonicien, d'où la nature oublie la φύσις, « ce n'est pas que la φύσις ait été caractérisée comme ἰδέα, c'est que l'ἰδέα s'installe comme l'interprétation unique et déterminée de l'être ».

Si je rappelle ces analyses bien connues de Heidegger, c'est pour y scander ceci, à mes yeux essentiel : la trajectoire d'oubli qui fonde la nature « objective », soumise aux Idées mathématiques, comme perte de l'éclosion, de la φύσις, consiste finalement à substituer le manque à la présence, la soustraction à la pro-position. A partir du moment où l'être en tant qu'Idée est promu au rang d'étant véritable — où la « façade » évidente de l'apparaissant est promue au rang d'apparaître —, « ce qui était auparavant le perdominant tombe au niveau de ce que Platon appelle μή ὄν, ce qui en vérité ne devrait pas être ». L'apparaître, refoulé ou comprimé par l'évidence de l'ἰδέα, cesse d'être accueilli comme éclosion-en-présence, et devient au contraire ce qui, toujours indigne, parce que informe, du paradigme idéel, doit être figuré comme *défaut d'être* : « L'apparaissant, l'apparition, ce n'est

plus la φύσις, la perdominance de ce qui s'épanouit [...] ; l'apparaissant est *simple* apparition, c'est une apparence, c'est-à-dire maintenant un manque. »

Si « avec l'interprétation de l'être comme ἰδέα s'ouvre un décalage par rapport au commencement authentique », c'est parce que cela même qui, sous le nom de φύσις, était l'indication d'un lien originaire entre l'apparaître et l'être, la guise de présence de la présentation, est ravalé au rang de donnée soustractive, impure, inconsistante, dont le seul épanouissement consistant est la découpe de l'Idée, et plus particulièrement, de Platon à Galilée — et Cantor —, de l'Idée mathématique.

Le *mathème* platonicien doit ici être pensé exactement comme une disposition séparée et oublieuse du *poème* préplatonicien, du poème de Parménide. Dès le début de son analyse, Heidegger pointe que la pensée authentique de l'être comme φύσις, la « force nommante de ce mot » sont liées à « la grande poésie des Grecs ». Il souligne que « pour Pindare la φυά constitue le trait fondamental de l'être-là ». Plus généralement, l'œuvre d'art, au sens grec, la τέχνη, est dans un appariement fondé à la nature comme φύσις. « Dans l'œuvre d'art, considérée comme l'apparaissant, vient à parence l'épanouissement perdominant, la φύσις. »

Il est donc clair que deux voies, deux orientations, commandent ici tout le destin de pensée de l'Occident. L'une, étayée sur la nature en son sens originellement grec, accueille en poésie l'apparaître comme présence ad-venante de l'être. L'autre, étayée sur l'Idée en son sens platonicien, soumet au mathème le manque, la soustraction de toute présence, et disjoint ainsi l'être de l'apparaître, l'essence de l'existence.

Pour Heidegger, la voie poético-naturelle qui laisse-être la présentation comme non-voilement, est l'origine authentique. La voie mathématico-idéelle, qui soustrait la présence et promeut l'évidence, est la clôture métaphysique, le pas premier de l'oubli.

Je propose, non un renversement, mais une *autre* disposition de ces deux voies. J'admets volontiers que la pensée absolument originaire se meut dans le poétique et le laisser-être de l'apparaître. Cela est prouvé par le caractère immémorial du poème et de la poésie, et par sa suture établie, et constante, avec le thème de la nature. Mais cette immémorialité témoigne contre le surgissement événementiel de la philosophie en Grèce. L'ontologie proprement dite, comme figure native

de la philosophie occidentale, n'est pas, et ne saurait être, l'advenue du poème dans sa tentative de nommer, en puissance et en éclat, l'apparaître comme venue-au-jour de l'être, ou non-latence. Cela est beaucoup plus ancien dans le temps, et beaucoup plus multiple dans le site (Chine, Inde, Égypte...). Ce qui constitue l'événement grec est au contraire la *deuxième* voie, qui pense soustractivement l'être dans le mode d'une pensée idéelle, ou axiomatique. L'invention propre des Grecs est que l'être est dicible dès lors qu'une décision de pensée le soustrait à toute instance de la présence.

Les Grecs n'ont pas inventé le poème. Ils ont bien plutôt *interrompu* le poème par le mathème. Ce faisant, dans l'exercice de la déduction, qui est fidélité à l'être tel que le vide le nomme (*cf.* méditation 24), ils ont ouvert la possibilité infinie d'un texte ontologique.

Les Grecs, et spécialement Parménide et Platon, n'ont pas non plus, et quelle que soit l'importance décisive pour eux de ce mot, pensé l'être comme φύσις ou nature. Ils ont bien plutôt *délié* originairement la pensée de l'être de son enchaînement poétique à l'apparaître naturel. L'avènement de l'Idée désigne ce dé-chaînement de l'ontologie, et l'ouverture de son texte infini comme historicité des enchaînements mathématiques. A la figure ponctuelle, extatique et répétitive du poème, ils ont substitué la cumulation novatrice du mathème. A la présence, qui exige un retournement initiatique, ils ont substitué le soustractif, le vide-multiple, qui commande une pensée transmissible.

Certes, le poème, interrompu par l'événement grec, n'a cependant jamais cessé. La configuration « occidentale » de la pensée combine l'infinité cumulative de l'ontologie soustractive et le thème poétique de la présence naturelle. Sa scansion n'est pas l'oubli, plutôt le *supplément*, lui-même en forme de césure et d'interruption. Le changement radical introduit par la supplémentation mathématicienne est que l'immémorial du poème, qui était donation native et plénière, devient après l'événement grec la *tentation* du retour, tentation que Heidegger croit être — comme tant d'Allemands — une nostalgie et une perte, alors qu'elle n'est que le jeu permanent induit dans la pensée par la dure nouveauté du mathème. L'ontologie mathématicienne, labeur du texte et de la raison inventive, a rétroactivement constitué la profération poétique en tentation aurorale, en nostalgie de la présence et du repos. Ce n'est pas de l'oubli de l'être que se tisse cette nostalgie, désormais latente dans toute grande entreprise poétique ;

bien plutôt, à l'inverse, de ce que l'être soit prononcé dans sa soustraction par l'effort de pensée des mathématiques. La victorieuse énonciation mathématicienne entraîne que le poème croit dire une présence perdue, un seuil du sens. Mais ce n'est qu'une illusion déchirante, corrélative de ce que l'être est dicible du seul point de sa suture vide au texte démonstratif. Le poème ne se confie nostalgiquement à la nature que parce qu'il a été une fois interrompu par le mathème, et « l'être » dont il poursuit la présence n'est que l'impossible *comblement* du vide tel qu'aux arcanes du pur multiple la mathématique y discerne indéfiniment ce qui de l'être même est, en vérité, soustractivement prononçable.

Que devient dans cette configuration, pour ce qui n'en est pas confié au poème, le concept de « nature » ? Quel est le destin et la portée de ce concept dans le cadre de l'ontologie mathématicienne ? On comprendra que cette question est ontologique, et n'a rien à voir avec la physique, laquelle établit les lois de domaines particuliers de la présentation (la « matière »). Cette question se formule ainsi : y a-t-*il* un concept pertinent de la nature dans la doctrine du multiple ? Y a-t-il lieu de parler de multiplicités « naturelles » ?

Paradoxalement, Heidegger peut encore ici nous guider. Parmi les caractéristiques générales de la φύσις, il nomme « la constance, la stabilité de ce qui s'est épanoui de soi-même ». La nature est le « re-ster là du stable ». Cette constance de l'être que le mot φύσις accueille est lisible jusque dans les racines linguistiques. Du sanscrit *bhû*, *bheu*, dérive le grec φύω, le latin *fui*, le français *fus*, l'allemand *bin* (suis), *bist* (es). Or le sens heideggérien de cette filiation est : « Venir à stance et rester en stance à partir de soi-même. »

Ainsi l'être, pensé comme φύσις, est le stable du se-tenir-là, la constance, l'équilibre de ce qui se tient dans l'épanouissement de sa limite. Si nous retenons ce concept de la nature, nous dirons qu'un multiple pur est « naturel » s'il atteste dans sa forme-multiple même une con-sistance particulière, un tenir-ensemble spécifique. Un multiple naturel est une forme supérieure de la cohésion interne du multiple.

Comment réfléchir cela dans nos propres termes, à l'intérieur de la typologie du multiple ? J'ai distingué (méditation 8), dans une présentation structurée, les termes normaux (présentés et représentés), les termes singuliers (présentés, mais non représentés) et les excroissan-

ces (représentées et non présentées). On peut déjà penser que la *normalité*, qui équilibre présentation (ou appartenance) et représentation (ou inclusion), qui symétrise la structure (ce qui est présenté dans la présentation) et la métastructure (ce qui est compté pour un par l'état de la situation), est un concept pertinent de l'équilibre, du stable, du rester-là-en-soi-même. Pour nous, la stabilité dérive nécessairement du compte-pour-un, car c'est du compte que procède toute consistance. Et quoi de plus stable que ce qui est, en tant que multiple, compté à sa place deux fois, par la situation et par son état ? La normalité, lien maximal entre appartenance et inclusion, est bien adaptée à penser la stase naturelle d'un multiple. La nature est ce qui est normal, le multiple ré-assuré par l'état.

Mais un multiple est à son tour multiple de multiples. S'il est normal dans la situation où il est présenté et compté, les multiples dont il se compose peuvent à leur tour être, par rapport à lui, singuliers, normaux, ou excroissances. Le rester-là stable d'un multiple peut être *intérieurement* contredit par des singularités, que le multiple en question présente, mais ne représente pas. Pour penser pleinement la consistance stable d'un multiple naturel, il faut sans doute interdire ces singularités intérieures, et poser que le multiple normal n'est à son tour composé que de multiples normaux. Autrement dit, un tel multiple est à la fois présenté et représenté dans la situation, mais en outre, à l'intérieur de lui-même, tous les multiples qui lui appartiennent (qu'il présente) sont également inclus (sont représentés), et derechef tous les multiples qui composent ces multiples sont aussi normaux, etc. Un multiple-présenté naturel (une situation naturelle) est la forme-multiple récurrente d'un équilibre spécial entre appartenance et inclusion, structure et métastructure. Seul cet équilibre assure et ré-assure la consistance du multiple. Le naturel est la normalité intrinsèque d'une situation.

Nous dirons donc ceci : une situation est *naturelle* si tous les termes-multiples qu'elle présente sont normaux, et si en outre tous les multiples présentés par ses termes multiples sont également normaux. Schématiquement : si N est la situation considérée, tout élément de N est aussi un sous-multiple de N. Ce que l'ontologie notera : quand on a $n \in N$ (appartenance), on a aussi $n \subset N$ (inclusion). Et, à son tour, le multiple n est une situation naturelle, en ceci que si $n' \in n$, alors également $n' \subset n$. On voit qu'un multiple naturel compte pour un

des multiples normaux, qui eux-mêmes comptent pour un des multiples normaux. Cette stabilité normale assure *l'homogénéité* des multiplicités naturelles. Si en effet nous posons la réciprocité entre naturel et normalité, on voit que, puisque les termes du multiple naturel sont à leur tour composés de multiples normaux, la nature est homogène *en dissémination* : ce qu'un multiple naturel présente est naturel, et ainsi de suite. La nature ne se contredit jamais intérieurement. Elle est présentation-de-soi homogène à elle-même. Ainsi s'accomplit jusque dans le concept de l'être comme pur multiple le « rester-là-en-soi-même » que Heidegger détermine comme φύσις.

Mais aux catégories poétiques de l'auroral et de l'épanouissement sont substituées les catégories structurelles, et transmissibles par le concept, de la corrélation maximale entre présentation et représentation, appartenance et inclusion.

Heidegger soutient que l'être « este comme φύσις ». Nous dirons plutôt : l'être con-siste maximalement comme multiplicité naturelle, c'est-à-dire comme normalité homogène. Au non-voilement dont la proximité s'est perdue, nous substituons cet énoncé sans aura : la nature est ce qui de l'être est rigoureusement normal.

MÉDITATION DOUZE

Le schème ontologique des multiples naturels et l'inexistence de la Nature

La théorie des ensembles, considérée comme pensée adéquate du multiple pur, ou de la présentation de la présentation, *formalise* les situations quelconques en ceci qu'elle en réfléchit l'être comme tel, soit le multiple de multiples qui compose toute présentation. Si l'on veut trouver dans ce cadre le formalisme d'*une* situation, il conviendra de considérer *un* ensemble tel que ses caractéristiques, en dernier ressort prononçables dans la logique du seul signe d'appartenance, $\in$, soient comparables à celles de la présentation structurée — de la situation — que l'on considère.

Si nous voulons trouver le schème ontologique des multiplicités naturelles, tel que nous l'avons pensé dans la méditation 11, soit : ensemble de multiplicités normales, elles-mêmes composées de multiplicités normales, donc le schème de l'équilibre maximal de l'être-présenté, nous devons d'abord formaliser le concept de normalité.

Le cœur de la question est en effet la réassurance étatique. C'est à partir d'elle, donc de la disjonction entre présentation et représentation, que j'ai classé les termes en singuliers, normaux et excroissances, et finalement défini les situations naturelles (tout terme est normal, et les termes des termes sont aussi normaux).

Les Idées du multiple que sont les axiomes de la théorie des ensembles permettent-elles de formaliser, et donc de penser, ce concept ?

1. LE CONCEPT DE NORMALITÉ : ENSEMBLES TRANSITIFS

Pour déterminer le concept central de normalité, il faut dire ceci : un multiple α est normal si tout *élément* β de cet ensemble est aussi un *sous-ensemble* : Soit : $\beta \in \alpha \rightarrow \beta \subset \alpha$.

On voit que α est ici considéré comme la situation où β est présenté, et que l'implication ci-dessus inscrit l'idée que β est *deux fois* compté pour un (dans α), en tant qu'élément et en tant que sous-ensemble, par la présentation, et aussi par l'état, c'est-à-dire, selon α, et selon $p(\alpha)$.

Le concept technique qui désigne un tel ensemble α est celui d'ensemble *transitif*. Un ensemble transitif est un ensemble tel que tout ce qui lui appartient ($\beta \in \alpha$) y est aussi inclus ($\beta \subset \alpha$).

Pour ne pas surcharger l'expression, et une fois bien fixé que le couple appartenance/inclusion ne coïncide *pas* avec le couple Un/Tout (*cf.* sur ce point le tableau qui suit la méditation 8), nous appellerons désormais, avec les mathématiciens de langue française, *partie* de α tout sous-ensemble de α. Autrement dit, nous lirons la marque $\beta \subset \alpha$: « β est une partie de α ». Pour les mêmes raisons, nous nommerons $p(\alpha)$, qui est l'ensemble des sous-ensembles de α (et donc l'état de la situation α), « ensemble des parties de α ». Avec cette convention, un ensemble transitif sera un ensemble tel que tous ses *éléments* sont aussi des *parties*.

Les ensembles transitifs jouent en théorie des ensembles un rôle fondamental. C'est que la transitivité est en quelque sorte *la corrélation maximale entre l'appartenance et l'inclusion* : elle nous dit que « tout ce qui appartient est inclus ». On sait, par le théorème du point d'excès (méditation 7), que l'énoncé inverse pointe, lui, un impossible : il ne se peut pas que tout ce qui est inclus appartienne. La transitivité, qui est le concept ontologique du concept ontique d'équilibre, revient à ceci que le signe primitif du multiple-un, $\in$, est ici — dans l'immanence à un ensemble α — traduisible en inclusion. Autrement dit, dans un ensemble transitif, où tout élément est partie, ce qui est présenté au compte-pour-un ensembliste est aussi re-présenté au compte-pour-un de l'ensemble des parties.

Existe-t-il ne fût-ce qu'un ensemble transitif ? Au point où nous en

sommes, la question de l'existence est étroitement dépendante de l'existence du nom du vide, seule assertion existentielle à figurer dans les axiomes de la théorie des ensembles, ou Idées du multiple. J'ai établi (méditation 7) l'existence du singleton du vide, noté $\{\phi\}$, qui est la mise-en-un du nom du vide, soit le multiple dont ϕ est l'unique élément. Considérons l'ensemble des sous-ensembles de ce $\{\phi\}$, soit $p(\{\phi\})$, que nous nommons maintenant « ensemble des parties du singleton du vide ». Cet ensemble existe, puisque $\{\phi\}$ existe, et que l'axiome des parties est une garantie conditionnelle d'existence (si α existe, $p(\alpha)$ existe, *cf.* méditation 5). Quelles peuvent bien être les parties de $\{\phi\}$? Il y a sans doute $\{\phi\}$ lui-même, qui est en somme « partie totale ». Et il y a ϕ, puisque le vide est universellement inclus dans tout multiple (ϕ est partie de tout ensemble, *cf.* méditation 7). Il est clair qu'il n'y en a pas d'autre. Le multiple $p(\{\phi\})$, ensemble des parties du singleton $\{\phi\}$, est donc un multiple qui a *deux* éléments, ϕ et $\{\phi\}$. C'est en fait, tissé du seul vide, le schème ontologique du Deux, qui peut s'écrire : $\{\phi, \{\phi\}\}$.

Or, ce Deux est un ensemble transitif. En effet :

— l'élément ϕ, étant partie universelle, est partie du Deux,

— l'élément $\{\phi\}$ est aussi une partie. Car ϕ est *élément* du Deux (il lui appartient). Donc, le *singleton* de ϕ, soit la partie du Deux qui a ϕ pour seul élément, $\{\phi\}$, est bien inclus dans le Deux.

Par conséquent, les deux éléments du Deux sont aussi deux parties du Deux et le Deux est transitif, de ne faire-un que de multiples qui sont également des parties.

Le concept mathématique de transitivité, qui formalise la normalité, ou stabilité-multiple, est pensable, et subsume en outre des multiples existants (dont l'existence se déduit des axiomes).

2. LES MULTIPLES NATURELS : LES ORDINAUX

Il y a mieux. Non seulement le Deux est un ensemble transitif, mais en outre ses éléments, ϕ et $\{\phi\}$, sont également transitifs. Nous constatons ainsi que, multiple normal composé de multiples normaux, le Deux formalise la dualité-étante *naturelle*.

Pour formaliser le caractère naturel d'une situation, il faut non seu-

lement qu'un multiple pur soit transitif, mais que tous ses éléments soient également transitifs. C'est la récurrence « vers le bas » de la transitivité qui règle l'équilibre naturel d'une situation, puisqu'une telle situation est normale, et que tout ce qu'elle présente est également normal relativement à la présentation. Or, que constatons-nous ?

— L'élément $\{\phi\}$ a pour unique élément ϕ. Or le vide est partie universelle. Donc cet élément ϕ est aussi partie,

— l'élément ϕ, nom propre du vide, ne présente aucun élément, et par conséquent — c'est bien là que joue la différence selon l'indifférence, caractéristique du vide — rien en lui *n'est pas* une partie. Nul obstacle à déclarer qu'il est transitif.

Ainsi, le Deux est transitif, et tous ses éléments sont transitifs.

Un ensemble ayant cette propriété sera appelé un *ordinal*. Le Deux est un ordinal. Un ordinal réfléchit ontologiquement l'être-multiple des situations naturelles. Et, bien entendu, les ordinaux jouent en théorie des ensembles un rôle décisif. Une de leurs propriétés majeures est que *tout multiple qui leur appartient est aussi un ordinal*, ce qui est la loi d'être de notre définition de la Nature : tout ce qui appartient à une situation naturelle peut aussi être considéré comme une situation naturelle. Nous retrouvons l'homogénéité de la Nature.

Démontrons, pour le plaisir, ce point.

Soit α un ordinal. Si $\beta \in \alpha$, il s'ensuit d'abord que β est transitif, puisque tout élément d'un ordinal est transitif. Il s'ensuit par ailleurs que $\beta \subset \alpha$, puisque α est transitif, donc, que tout ce qui lui *appartient* y est aussi *inclus*. Mais si β est inclus dans α, par la définition de l'inclusion, tout élément de β appartient à α. Donc, $(\gamma \in \beta) \rightarrow (\gamma \in \alpha)$. Mais si γ appartient à α, il est transitif puisque α est un ordinal. Finalement, tout élément de β est transitif, et comme β est lui-même transitif, β est un ordinal.

Un ordinal est donc un multiple de multiples qui sont eux-mêmes des ordinaux. Ce concept vertèbre littéralement toute l'ontologie, parce qu'il est le concept même de la Nature.

La doctrine de la nature, du point de la pensée de l'être-en-tant-qu'être, s'accomplit ainsi dans la théorie des ordinaux, dont il est remarquable qu'en dépit de l'enthousiasme créateur de Cantor à son sujet elle n'ait été, depuis, considérée par les mathématiciens que comme une curiosité sans grandes conséquences. C'est que l'ontologie moderne, à la différence de celle des Anciens, ne cherche pas à

déployer dans tout son détail l'architecture de l'étant-en-totalité. Ne se consacrent à ce labyrinthe que quelques spécialistes dont le présupposé quant à l'onto-logie, au lien entre le langage et le dicible de l'être, est particulièrement restrictif, notamment — j'y reviendrai — les tenants de la *constructibilité*, conçue comme programme de maîtrise intégrale de la connexion entre la langue formelle et les multiples dont on tolère l'existence.

Une caractéristique importante des ordinaux est que leur définition est intrinsèque, ou structurale. Si vous dites d'un multiple qu'il est un ordinal — un ensemble transitif d'ensembles transitifs —, c'est une détermination *absolue*, indifférente à la situation où il est présenté.

Le critère ontologique des multiples naturels est leur stabilité, leur homogénéité, c'est-à-dire, nous allons le voir, leur ordre immanent. Plus précisément : la relation fondatrice de la pensée du multiple, qui est l'appartenance ($\in$), connecte entre eux tous les multiples naturels de façon spécifique. Les multiples naturels sont universellement intriqués par le signe où l'ontologie concentre la présentation. Ou encore : la consistance naturelle est — pour parler comme Heidegger — la « perdominance » dans toute l'étendue des multiplicités naturelles de cette Idée originaire de la présentation-multiple qu'est l'appartenance. La nature s'appartient à elle-même. Ce point, d'où s'infèrent de vastes conclusions sur le nombre, la quantité, et la pensée en général, va nous requérir dans la trame des inférences.

3. LE JEU DE LA PRÉSENTATION DANS LES MULTIPLES NATURELS, OU ORDINAUX

Considérons un multiple naturel α, un ordinal. Soit un élément β de cet ordinal, $\beta \in \alpha$. Comme α est normal (transitif), par définition des multiples naturels, l'élément β est aussi une partie, on a donc $\beta \subset \alpha$. Il en résulte que tout élément de β est aussi un élément de α. Notons en outre que, en vertu de l'homogénéité de la nature, tout élément d'un ordinal est un ordinal (voir ci-dessus). Nous parvenons au résultat suivant : si un ordinal β est élément d'un ordinal α, et si un

ordinal γ est élément de l'ordinal β, alors γ est aussi un élément de α : $[(\beta \in \alpha) \,\&\, (\gamma \in \beta)] \rightarrow (\gamma \in \alpha)$.

On peut donc dire que l'appartenance « se transmet » d'un ordinal à tout ordinal qui le présente dans l'un-multiple qu'il est : l'élément de l'élément est aussi un élément. Si vous « descendez » dans la présentation naturelle, vous restez dans la présentation. Métaphoriquement : une cellule d'un organisme complexe, et les composantes de cette cellule sont aussi naturellement des composantes de cet organisme que ses parties fonctionnelles visibles.

Pour que la langue naturelle nous guide — malgré le péril de l'intuition pour l'ontologie soustractive —, nous trouverons commode de dire qu'un ordinal β est plus *petit* qu'un ordinal α si l'on a $\beta \in \alpha$. Remarquons que, dans le cas où α est différent de β, « plus petit » fait ici coïncider l'appartenance et l'inclusion. Car, en vertu de la transitivité de α, si $\beta \in \alpha$, on a aussi $\beta \subset \alpha$, et l'élément β est également une partie. Qu'un ordinal soit plus petit qu'un autre veut indifféremment dire qu'il appartient au plus grand, ou qu'il est inclus dans le plus grand.

« Plus petit » doit-il être pris *au sens strict*, excluant de dire que α est plus petit que α? Nous admettrons ici que, de façon générale, il est impensable qu'un ensemble appartienne à lui-même. L'écriture $\alpha \in \alpha$ est frappée d'interdit. Les raisons de pensée de cet interdit sont très profondes, parce qu'elles touchent à la question de l'événement : nous les étudierons dans les méditations 17 et 18. Je demande pour l'instant que soit accepté l'interdit comme tel. La conséquence en est, bien entendu, qu'aucun ordinal ne peut être plus petit que lui-même, puisque « plus petit » coïncide, pour les multiples naturels, avec « appartenir à ».

Ce que nous avons énoncé plus haut se dira, avec ces conventions : si un ordinal est plus petit qu'un autre, et cet autre plus petit qu'un troisième, le premier est également plus petit que le troisième. C'est la banale loi d'un *ordre*, mais cet ordre, et tel est le fondement de l'homogénéité naturelle, n'est autre que celui de la présentation, marquée par le signe $\in$.

Dès que vous avez un ordre, un « plus petit que », il y a sens à vous poser la question du « plus petit » multiple qui, selon cet ordre, a telle ou telle propriété.

Ce sens revient à la question de savoir si, une propriété Ψ étant donnée dans la langue de la théorie des ensembles, tel ou tel multiple

— premièrement possède ladite propriété,

— deuxièmement — une relation d'ordre étant donnée — est tel qu'aucun multiple « plus petit » selon cette relation n'a ladite propriété.

Comme « plus petit », pour les ordinaux, ou multiples naturels, se dit selon l'appartenance, cela signifie qu'il existe un α tel qu'il possède lui-même la propriété Ψ, mais qu'aucun multiple qui lui appartient ne la possède. D'un tel multiple, on dira qu'il est un terme $\in$-minimal pour la propriété Ψ.

L'ontologie établit le théorème suivant : Étant donné une propriété Ψ, *si* un ordinal la possède, *alors* il existe un ordinal $\in$-minimal pour cette propriété. Cette connexion entre le schème ontologique de la nature et la minimalité selon l'appartenance est cruciale. Elle oriente la pensée vers un « atomisme » naturel au sens large : si une propriété est attestée pour au moins un multiple naturel, il existe toujours un *ultime* élément naturel auquel convient cette propriété. La nature nous propose, pour toute propriété discernable dans les multiples, un point d'arrêt, en deçà duquel rien de naturel ne peut plus se laisser subsumer sous cette propriété.

La démonstration de ce théorème exige l'utilisation d'un principe dont l'examen conceptuel, lié au thème de l'événement, ne sera accompli que dans la méditation 18. L'essentiel est de retenir le *principe de minimalité* : quoi que vous pensiez de vrai d'un ordinal, il y a toujours un ordinal tel que cette pensée s'y applique « minimalement » en ceci qu'aucun ordinal plus petit (donc, appartenant à celui considéré) n'est pertinent pour cette pensée. Il y a un point d'arrêt *vers le bas* de toute détermination naturelle. Cela s'écrit :

$$\Psi(\alpha) \rightarrow (\exists\beta)\,[\Psi(\beta) \,\&\, (\gamma \in \beta) \rightarrow \sim \Psi(\gamma)]$$

Dans cette écriture, l'ordinal β est le minimum naturel de validation pour la propriété Ψ. La stabilité naturelle s'incarne dans ce point d'arrêt « atomique » qu'elle lie à toute caractérisation explicite. En ce sens, toute consistance naturelle est atomique.

Le principe de minimalité nous conduit au thème de la *connexion générale* de tous les multiples naturels. Pour la première fois, nous rencontrons ainsi une détermination ontologique *globale*, celle qui se dit : tout multiple naturel est connecté à tout autre par la présentation. La nature est sans trou.

J'ai dit que *si* il y a entre des ordinaux la relation d'appartenance, elle fonctionne comme une relation d'ordre. Le point clé est qu'en fait il y a *toujours*, entre deux ordinaux différents, la relation d'appartenance. Si α et β sont deux ordinaux tels que $\alpha \neq \beta$, alors, ou $\alpha \in \beta$, ou $\beta \in \alpha$. Tout ordinal est un « morceau » d'un autre (puisque $\alpha \in \beta \rightarrow \alpha \subset \beta$, par la transitivité des ordinaux), à moins que l'autre ne soit un morceau du premier.

Nous avons vu que le schème ontologique des multiples naturels était essentiellement homogène, en ceci que tout multiple dont un ordinal assure le compte-pour-un est lui-même un ordinal. L'idée à laquelle nous parvenons est beaucoup plus forte. Elle désigne l'intrication universelle, ou coprésentation, des ordinaux. Puisque tout ordinal est « lié » à tout autre par l'appartenance, il faut penser que, dans des situations naturelles, l'être-multiple ne présente rien de *séparable*. Tout ce qui est présenté, en fait de multiple, dans une telle situation, ou bien est compris dans la présentation des autres multiples présentés, ou bien les comprend dans sa présentation. Ce principe ontologique majeur se dira : la Nature ignore l'indépendance. En termes de multiple pur, donc selon son être, le monde naturel exige que chaque terme inscrive les autres, ou soit inscrit par eux. La nature est ainsi universellement *connexe*, elle est un assemblage de multiples intriqués les uns dans les autres, sans vide séparateur (« vide » n'est pas ici un terme empirique, ou astrophysique, c'est une métaphore ontologique).

La démonstration de ce point est un peu délicate, mais conceptuellement instructive, par l'usage massif qui s'y fait du principe de minimalité. Ainsi, normalité (ou transitivité), ordre, minimalité et connexion totale apparaissent-ils comme les concepts organiques de l'être naturel. Le lecteur que les enchaînements rebutent peut tenir le résultat pour acquis, et enchaîner sur la section 4.

Supposons que deux ordinaux, α et β, aient la propriété, quoique différents, de n'être *pas* « liés » par la relation d'appartenance. Ni l'un n'appartient à l'autre, ni l'autre à l'un : $\sim(\alpha \in \beta) \;\&\; \sim(\beta \in \alpha) \;\&\; \sim(\alpha = \beta)$. Il en existe alors deux, mettons γ et ∂, qui sont $\in$-minimaux pour cette propriété. Cela veut dire précisément :

— que l'ordinal γ est $\in$-minimal pour la propriété « il existe un ordinal α tel que $\sim(\gamma \in \alpha) \;\&\; \sim(\alpha \in \gamma) \;\&\; \sim(\alpha = \gamma)$ », ou « il existe un ordinal disconnecté de celui qu'on considère »,

— que, un tel γ $\in$-minimal étant fixé, ∂ est $\in$-minimal pour la propriété : $\sim(\gamma \in \partial) \;\&\; \sim(\partial \in \gamma) \;\&\; \sim(\partial = \gamma)$.

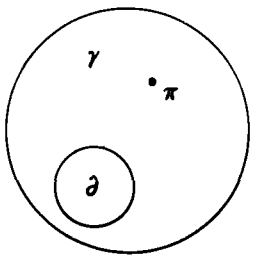
Comment « situer » l'un par rapport à l'autre ce γ et ce ∂, $\in$-minimaux pour la supposée propriété de *disconnexion* quant à la relation d'appartenance ? Je vais montrer qu'en tout cas, l'un est *inclus* dans l'autre, que $\partial \subset \gamma$. Cela revient à établir que tout élément de ∂ est un élément de γ. C'est ici que la minimalité entre en scène. Puisque ∂ est $\in$-minimal pour la disconnexion avec γ, il s'ensuit qu'un *élément* de ∂ est, lui, connecté. Donc, si $\lambda \in \partial$, λ est connecté à γ, ce qui veut dire :

— ou que $\gamma \in \lambda$. C'est impossible car, entre ordinaux, $\in$ est une relation d'ordre. De $\gamma \in \lambda$ et $\lambda \in \partial$, on tirerait $\gamma \in \partial$, ce que la disconnexion de γ et de ∂ interdit,

— ou que $\gamma = \lambda$. Même objection : si $\lambda \in \partial$, $\gamma \in \partial$, ce qu'on ne peut admettre,

— ou que $\lambda \in \gamma$. C'est la seule issue. Donc, $(\lambda \in \partial) \rightarrow (\lambda \in \gamma)$, ce qui veut bien dire que ∂ est une partie de γ (tout élément de ∂ est élément de γ).

Notons en outre que $\partial \subset \gamma$ est une inclusion *stricte*, puisque la disconnexion de ∂ et de γ exclut leur égalité. Je suis donc en droit de considérer un élément de la *différence* entre γ et ∂, puisque cette différence n'est pas vide. Soit π cet élément. J'ai $\pi \in \gamma$ et $\sim(\pi \in \partial)$. Puisque γ est $\in$-minimal pour la propriété « il existe un ordinal disconnecté de celui qu'on considère », *tout* ordinal est connecté à un élément de γ (sinon, γ ne serait pas $\in$-minimal pour cette propriété). En particulier, l'ordinal ∂ est connecté à π, qui est élément de γ. On a donc :



— ou bien $\partial \in \pi$, ce qui est impossible, car comme $\pi \in \gamma$, on devrait avoir $\partial \in \gamma$, ce que la disconnection de ∂ et de γ interdit,

— ou bien $\partial = \pi$. Même objection,

— ou bien $\pi \in \partial$, ce que le choix de π en dehors de ∂ interdit.

Cette fois, nous sommes en impasse. Toutes les hypothèses sont impraticables. Il faut donc abandonner la supposition initiale de la démonstration, à savoir qu'il existe deux ordinaux disconnectés, et

poser que, deux ordinaux différents étant donnés, ou l'un appartient à l'autre, ou l'autre à l'un.

4. ULTIME ÉLÉMENT NATUREL (ATOME UNIQUE)

Le fait que l'appartenance soit, entre ordinaux, un ordre total, complète le principe de minimalité — l'atomistique des éléments naturels ultimes qui possèdent une propriété donnée. En effet, un élément ultime, $\in$-minimal pour la propriété Ψ, est finalement *unique*.

Soit un ordinal α qui possède une propriété Ψ et qui est $\in$-minimal pour cette propriété. Si l'on considère un ordinal quelconque β, différent de α, il est connecté à α par l'appartenance. Donc, ou bien $\alpha \in \beta$, et β — s'il a la propriété — n'est pas pour elle $\in$-minimal, puisqu'il contient α, qui possède la propriété en question. Ou bien $\beta \in \alpha$, et alors β ne possède pas la propriété, puisque α est $\in$-minimal. Il s'ensuit que α est *l'unique* ordinal $\in$-minimal pour la propriété.

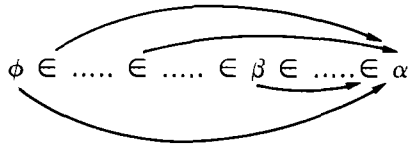
La portée de cette remarque est grande, car elle nous autorise, pour une propriété naturelle — qui convient à des multiples naturels — à parler de *cet* ordinal, unique, qui est « le plus petit » élément auquel la propriété convient. Nous parvenons ainsi à identifier un « atome » pour toute propriété naturelle.

Le schème ontologique des multiples naturels éclaire qu'on aille toujours, y compris en physique, à déterminer le concept de l'ultime composante capable de « porter » une propriété explicite. L'unicité d'être du minimum est le fondement de l'unicité conceptuelle de cette composante. L'examen de la nature peut s'ancrer, comme une loi de son être pur, dans la certitude d'un point d'arrêt unique de la « descente » vers les éléments ultimes.

5. UN ORDINAL EST LE NOMBRE DE CE DONT IL EST LE NOM

Lorsqu'on nomme « α » un ordinal, c'est-à-dire le schème pur d'un multiple naturel, on scelle l'un des multiples qui lui appartiennent.

Mais ces multiples, étant des ordinaux, sont totalement ordonnés par l'appartenance. Un ordinal peut donc être « visualisé » par une chaîne d'appartenance qui, s'amorçant avec le nom du vide, se poursuit jusqu'à α *sans l'inclure*, puisque $\alpha \in \alpha$ est interdit. La situation est en somme la suivante :



Tous les éléments alignés selon l'appartenance sont aussi ceux qui composent le multiple α. Le signifiant « α » désigne l'interruption, au rang α, d'une chaîne d'appartenance, interruption qui est aussi la récollection en multiple de tous les multiples ordonnés dans la chaîne. Il y a donc sens à dire qu'il y a « α » éléments dans l'ordinal α, puisque α est le α-ième terme de la chaîne ordonnée des appartenances.

Un ordinal est ainsi le nombre de son nom. C'est une définition possible d'un multiple naturel pensé selon son être : l'un-multiple qu'il est se signifie dans la récollection d'un ordre tel que cet « un » en est l'interruption au point même de son extension-multiple. « Structure » (d'ordre) et « multiple » sont ici, renvoyant l'un et l'autre au signe primitif du multiple, $\in$, en équivoque dans le nom. Il y a une balance de l'être et de l'ordre qui justifie le mot cantorien « ordinal ».

Un multiple naturel structure en nombre le multiple dont il fait l'un, et son nom-un coïncide avec ce nombre-multiple.

Il est donc vrai que « nature » et « nombre » sont substituables.

6. LA NATURE N'EXISTE PAS

S'il est clair qu'un étant naturel est ce dont le schème ontologique de présentation a la forme d'un ordinal, que peut bien être *la* Nature, celle-là même dont Galilée déclare qu'elle est écrite « en langage mathématique » ? Saisie dans son pur être-multiple, la nature devrait être

l'étant-naturel-en-totalité, soit ce multiple qui se compose de *tous* les ordinaux, donc de tous les multiples purs qui se proposent comme fondement d'être possible pour toutes les multiplicités naturelles présentées, ou présentables. L'ensemble de tous les ordinaux — de tous les noms-nombres — définit, dans le cadre des Idées du multiple, la substructure ontologique de la Nature.

Or, c'est un nouveau théorème de l'ontologie qu'un tel ensemble n'est pas compatible avec les axiomes du multiple, et ne saurait être admis comme existant dans le cadre de l'onto-logie. La Nature n'a pas d'être dicible. Il n'y a que *des* êtres naturels.

Supposons l'existence d'un multiple qui fait un de tous les ordinaux, et soit O ce multiple. Il est certain qu'il est transitif. En effet, si $\alpha \in O$, α est un ordinal, donc tous ses éléments sont des ordinaux, et par conséquent appartiennent à O. Donc, α est aussi une partie de O : $\alpha \in O \rightarrow \alpha \subset O$. D'autre part, tous les éléments de O, étant des ordinaux, sont eux-mêmes transitifs. Ainsi, l'ensemble O satisfait la définition des ordinaux. Étant un ordinal, O, ensemble supposé de tous les ordinaux, devrait appartenir à lui-même, $O \in O$. Mais l'auto-appartenance est interdite.

La doctrine ontologique des multiplicités naturelles aboutit donc d'une part à la reconnaissance de leur intrication universelle, d'autre part à l'inexistence de leur Tout. Si l'on veut : tout (ce qui est naturel) est (appartient) dans tout, sinon qu'il n'y a pas de tout. L'homogénéité du schème ontologique des présentations naturelles s'effectue dans l'ouverture illimitée d'une chaîne de noms-nombres, tels que chacun se compose de tous ceux qui le précèdent.

MEDITATION TREIZE

L'infini : l'autre, la règle, et l'Autre

La compatibilité de l'infinité divine avec l'ontologie essentiellement finie des Grecs, d'Aristote en particulier, est le point d'où éclairer la question de savoir s'il y a sens, et lequel, à dire que l'être, en tant qu'être, est infini. Que les grands philosophes médiévaux aient pu greffer sans dommage sur une doctrine substantialiste, où l'être se dispose dans la position de sa limite propre, l'idée d'un Étant suprême infini, indique assez qu'il est au moins possible de penser l'être comme éclosion finie d'une différence singulière tout en faisant place, au sommet d'une hiérarchie représentable, à un excès de différence tel que, sous le nom de Dieu, on suppose un être pour lequel n'est pertinente aucune des distinctions limitatives finies que nous propose la Nature créée.

Il faut admettre qu'en un certain sens le monothéisme chrétien n'introduit pas, quoique Dieu y soit désigné comme infini, de rupture immédiate et radicale avec le finitisme grec. La pensée de l'être comme tel n'est pas affectée sur le fond par une transcendance hiérarchiquement représentable au-delà — mais aussi, déductible — du monde naturel. La possibilité de cette disposition continue du discours ontologique se fonde évidemment sur ceci que l'âge métaphysique de la pensée, soldant la question de l'être dans celle du suprême étant, l'infinité de l'étant-Dieu peut rester sous-tendue par une pensée où l'être, en tant qu'être, demeure essentiellement fini. L'infinité divine désigne seulement cette « région » transcendante de l'étant-en-totalité où *nous ne savons plus* en quel sens s'exerce l'essentielle finitude de l'être. L'in-fini est la limite ponctuelle de l'exercice de *notre* pensée de l'être-fini. Dans le cadre de ce que Heidegger nomme l'onto-théologie, soit la dépendance métaphysique de la pensée de l'être au suprêmement-étant, la différence de l'infini et du fini, différence dans l'étant ou

différence ontique, ne prononce à proprement parler rien sur l'être en tant que tel, et peut parfaitement conserver le dispositif de la finitude grecque. Que le couple infini/fini ne soit pas pertinent dans l'espace de la différence ontologique proprement dite est finalement la clé de la compatibilité entre une théologie de l'infini et une ontologie du fini. Le couple infini/fini *distribue* l'étant en totalité, dans le cadre inébranlé du substantialisme, lequel figure l'être, qu'il soit divin ou naturel, comme τόδε τι, essence singulière, seulement pensable dans la disposition affirmative de sa limite.

Le Dieu infini du christianisme médiéval *est*, en tant qu'être, essentiellement fini. C'est évidemment la raison pour laquelle il n'y a nul abîme infranchissable entre Lui et la nature créée, puisque l'observation raisonnée de la seconde nous fournit la preuve de Son existence. Le véritable opérateur de cette preuve est du reste la distinction, spécifiquement liée à l'existence naturelle, du règne du mouvement — propre aux substances naturelles dites finies — et de celui de l'immobilité — Dieu étant le suprême moteur immobile —, qui caractérise la substance dite infinie. Soulignons en ce point qu'au bord de reconnaître, sous l'effet événementiel galiléen, l'infinité de la nature créée elle-même, Descartes devra aussi *changer de preuve* quant à l'existence de Dieu.

La reconnaissance de l'effective infinité de l'être ne peut s'opérer selon la seule ponctualité métaphysique de l'infinité substantielle d'un étant suprême. La thèse de l'infinité de l'être est nécessairement post-chrétienne, ou, si l'on veut, postgaliléenne. Elle est historiquement liée à l'avènement ontologique d'une mathématique de l'infini, dont la connexion intime avec le Sujet de la science — le vide du Cogito — ruine la limite grecque, et in-dispose la suprématie de l'étant où se nommait comme Dieu l'essence ontologique finie de l'infinité elle-même.

La conséquence en est que le radicalisme de toute thèse sur l'infini ne concerne paradoxalement pas Dieu, mais la Nature. L'audace moderne n'a certes pas été d'introduire le concept d'infini, puisque celui-ci était de longue date ajusté à la pensée grecque par la fondation judéo-chrétienne. Elle a été d'excentrer l'usage de ce concept, de le déporter de sa fonction de distribution des régions de l'étant-en-totalité vers une caractérisation de l'étant-en-tant-qu'étant : la nature, ont dit les modernes, est infinie.

Cette thèse de l'infinité de la nature n'est d'ailleurs que superficiellement une thèse sur le monde — ou sur l'Univers. Car « le monde » peut encore se concevoir comme un être-de-l'un, et, à ce titre, comme Kant l'a montré dans l'antinomie cosmologique, ne constituer qu'une impasse illusoire. La ressource spéculative chrétienne a été un effort, gardant universellement la finitude ontologique, de penser l'infini comme un attribut de l'Un-étant, et de réserver au multiple le sens ontique de la finitude. C'est par la médiation d'une supposition quant à l'être de l'un que ces grands penseurs ont pu simultanément étantiser l'infini (Dieu), étantiser le fini (la Nature), et maintenir, dans les deux cas, une substructure ontologique finie. Cette amphibologie du fini, qui désigne ontiquement les créatures et ontologiquement l'être, y compris Dieu, a sa source dans un geste de Présence par lequel est garanti que l'Un est. Si l'infinité de la nature ne désigne que l'infinité du monde, « l'univers infini » où Koyré voit la rupture moderne, il reste concevable que cet univers, effectuant l'être-étant-de-l'un, ne soit qu'un dieu déponctualisé, et que la substructure finitiste de l'ontologie persiste jusque dans cet avatar, où l'infinité ontique déchoit de son statut transcendant et personnel au profit d'un espacement cosmologique, sans pour autant ouvrir à un énoncé radical sur l'infinité essentielle de l'être.

Il faut donc comprendre que l'infinité de la nature ne désigne qu'imaginairement l'infinité de l'Un-monde. Son véritable sens concerne, puisque l'un n'est pas, le multiple pur, c'est-à-dire la présentation. Si historiquement, fût-ce de manière originellement méconnue, le concept de l'infini n'a été révolutionnaire dans la pensée que dès lors qu'on le déclarait convenir à la nature, c'est que tout le monde sentait qu'on touchait là au dispositif onto-théologique lui-même, dans son croisement particulier avec le couple infini/fini, et qu'on ruinait le critère simple de distinction régionale, dans l'étant-en-totalité, entre Dieu et la Nature créée. Le sens de cet ébranlement était de rouvrir la question ontologique elle-même, comme on le voit en philosophie de Descartes à Kant, parce qu'une inquiétude absolument nouvelle affectait la conviction finitiste. Si en effet l'infini est naturel, s'il n'est pas le nom négatif de l'étant-suprême, l'indice d'exception où se distingue une ponctualité hiérarchique pensable comme être-de-l'un, ne peut-on supposer que ce prédicat convient à l'être en tant qu'il est présenté, donc au multiple en soi ? C'est du biais de l'hypothèse, non d'*un*

être infini, mais de multiples nombres infinis, que la révolution intellectuelle des XVI^e^ et XVII^e^ siècles provoqua dans la pensée la réouverture risquée de l'interrogation sur l'être, et l'abandon irréversible du montage grec.

Dans sa forme la plus abstraite, la reconnaissance de l'infinité de l'être est d'abord celle de l'infinité des situations, la supposition que le compte-pour-un concerne des multiplicités infinies. Toutefois, qu'est-ce qu'une multiplicité infinie ? En un certain sens — et je dirai pourquoi —, la question n'est pas encore aujourd'hui totalement tranchée. En outre, c'est l'exemple même de la question intrinsèquement ontologique, c'est-à-dire mathématique. Il n'y a *aucun* concept inframathématique de l'infini, seulement de vagues images du « très grand ». De sorte que non seulement il faut affirmer que l'être est infini, mais que *lui seul* l'est. Ou plutôt : que l'infini est un prédicat qui ne convient à l'être qu'en tant qu'être. Si en effet ce n'est que dans les mathématiques qu'on trouve des conceptualisations univoques de l'infini, c'est que ce concept n'est appropriable qu'à ce dont traitent les mathématiques, et qui est l'être en tant qu'être. On voit à quel point l'œuvre de Cantor parachève le geste historique galiléen : là même où, dans la pensée grecque, puis gréco-chrétienne, se tenait une essentielle appropriation de l'être au fini — l'infini étant l'attribut ontique de la différence divine —, c'est au contraire de l'être en tant que tel, et de lui seul, que se prédique désormais l'infinité, sous les espèces de la notion d'« ensemble infini », et c'est le fini qui sert à penser les différences empiriques, ou étantes, intrasituationnelles.

Ajoutons que, nécessairement, l'ontologisation mathématique de l'infini le sépare absolument de l'un, qui n'est pas. Si ce sont des multiples purs qui doivent être reconnus comme infinis, il est exclu qu'il y ait de l'un-infini. Il y aura nécessairement *des* multiples-infinis. Mais plus profondément encore, rien ne laisse plus prévoir qu'on puisse reconnaître *un* concept simple du multiple-infini. Car, si un tel concept était légitime, les multiples qui lui conviendraient seraient, en quelque sorte, suprêmes, n'étant pas « moins multiples » que d'autres. L'infini nous reconduirait au suprêmement-étant, dans le mode d'un point d'arrêt qui affecterait la pensée du pur multiple, dès lors qu'au-delà des multiples infinis il n'y aurait rien. Il faut donc plutôt prévoir qu'il y ait des multiples infinis différenciables entre eux, et cela *à l'infini*. L'ontologisation de l'infini, outre qu'elle abolit l'un-infini,

abolit aussi l'unicité de l'infini, et propose le vertige d'une infinité d'infinis distinguables à l'intérieur de leur commune opposition au fini.

Quels sont les moyens de pensée disponibles pour rendre effective la thèse : « Il existe une infinité de la présentation » ? Comprenons : les méthodes par lesquelles l'infini advient au pensable *sans la médiation de l'un*. Aristote avait déjà vu que l'idée de l'infini (pour lui, l'ἄπειρον, le non-limité) exigeait un opérateur intellectuel de parcours. « Infini » était pour lui l'être tel que la pensée ne pouvait procéder à son exhaustion, une méthode d'exhaustion possible étant donnée. Cela signifie nécessairement qu'entre une étape de la procédure quelle qu'elle soit, et le but — c'est-à-dire la limite supposée de l'étant pris en considération —, il existe toujours du « encore ». L'en-corps physique de l'étant est ici l'encore de la procédure, où qu'elle en soit de la tentative d'exhaustion. Aristote niait qu'une telle situation soit réalisable, pour la raison évidente que le déjà-là de l'étant considéré incluait la disposition de sa limite. Pour Aristote le « déjà » singulier d'un être quelconque exclut toute invariance, toute éternelle réduplication de l'encore.

Cette dialectique du « déjà » et du « encore » est centrale. Elle revient à ceci qu'il faut que du multiple soit présenté pour qu'une procédure d'exhaustion le concernant ait du sens. Mais s'il est effectivement déjà présenté, comment le parcours de sa présentation pourrait-il exiger d'être toujours encore à venir ?

L'ontologie de l'infini — c'est-à-dire du multiple infini, et non de l'Un transcendant — exige finalement trois choses :

a. un « déjà », un point-d'être, donc un multiple présenté, ou existant ;

b. une procédure — une règle — telle qu'elle indique comment je « passe » d'un terme présenté à un autre, règle qui est requise pour que son échec à parcourir l'intégralité d'un multiple avère son infinité ;

c. le constat de l'invariance, à partir du déjà, et selon la règle, d'un « encore » de la règle, d'un terme pas-encore parcouru.

Mais ce n'est pas suffisant. Car une telle situation ne dit que l'impuissance de la règle, elle ne dit pas *l'existence d'une cause de cette impuissance*. Il faut donc, en sus :

d. un deuxième existant (outre le « déjà »), qui vaille cause de l'échec de la procédure d'exhaustion, c'est-à-dire un multiple supposé tel que c'est en lui que se réitère le « encore ».

Sans cette supposition d'existence, il se pourrait seulement que la règle — dont toutes les étapes procédurières donnent du fini, si nombreuses soient-elles — soit elle-même empiriquement incapable de parvenir à la limite. Si l'exhaustion est principielle, et non empirique, il faut que la réduplication du « encore » soit attestable au lieu d'un existant, c'est-à-dire d'un multiple présenté.

La règle ne présentera pas ce multiple, puisque c'est d'échouer à le parcourir intégralement qu'elle le qualifie comme infini. Il faut donc qu'il soit présenté « par ailleurs », comme le lieu de l'impuissance de la règle.

Disons-le différemment. La règle me dit comment je passe d'un terme à un autre. Cet autre est aussi bien le même, puisque après lui se réitère le « encore-un » par quoi il n'aura été que la médiation entre son autre (le premier terme) et l'autre à venir. Seul le déjà absolument initial était selon la règle en in-différence d'avec ce qui le précède. Il est toutefois rétroactivement aligné sur ce qui le suit, puisque déjà la règle, à partir de lui, trouvait son encore-un. Qu'ils soient tous au bord de l'encore-un-autre fait de chacun des autres le même que son autre. La règle astreint l'autre à son identité d'impuissance. Quand je pose qu'existe ce multiple tel que c'est *en lui* que procède ce devenir-même des autres selon l'encore-un-autre, et qu'ils y figurent tous, je fais advenir, non pas encore-un-autre, mais cet Autre tel que c'est de lui que procède qu'il y ait de l'autre, c'est-à-dire du même.

L'Autre est, d'une part, en position de lieu pour les autres-mêmes, il est l'espace d'exercice, et d'impuissance, de la règle. D'autre part, il est ce qu'aucun des autres n'est, ce que la règle ne permet pas de parcourir, donc *ce* multiple soustrait à la règle, et qui est aussi bien ce qui, si elle l'atteignait, interromprait son exercice. Il est clairement en position de *limite* pour la règle.

Un multiple infini est donc un multiple présenté tel que s'y peut corréler une règle de parcours dont il est simultanément le lieu d'exercice et la limite. L'infini est l'Autre dont se soutient qu'il y ait, entre la fixité du déjà et la répétition du encore, la règle selon quoi des autres sont mêmes.

Le statut existentiel de l'infini est double. Il faut à la fois l'être-déjà-là d'un multiple initial, et l'être de l'Autre, qui n'est jamais inférable de la règle. Ce double sceau existentiel est ce par quoi l'infini réel se distingue de l'imaginaire d'un infini-un, lequel était posé d'un seul coup.

Finalement, l'infini réalise la connexion d'un point d'être, d'un automatisme de répétition, et d'un deuxième sceau existentiel. En lui se nouent l'origine, l'autre, et l'Autre. Le double mode du renvoi de l'autre à l'Autre est le lieu (tout autre est présenté par l'Autre, comme le même qui lui appartient) et la limite (l'Autre n'est aucun des autres dont la règle autorise le parcours).

Le deuxième sceau existentiel interdit d'imaginer qu'on puisse déduire l'infini du fini. Si on appelle « fini » ce qui est tel qu'une règle le parcourt intégralement, donc ce qui, en un point, subsume son Autre comme autre, il est clair que l'infini ne peut s'en inférer, puisqu'il exige que l'Autre vienne d'ailleurs que de toute règle concernant les autres.

D'où cet énoncé crucial : la thèse de l'infinité de l'être est nécessairement une décision ontologique, c'est-à-dire un axiome. Sans cette décision, il restera toujours possible que l'être soit essentiellement fini.

Et c'est bien ce qu'en effet les hommes du XVI^e^ et du XVII^e^ siècle décidèrent, en posant que la nature était infinie. Il n'était d'aucune manière possible de déduire ce point des observations, des nouvelles lunettes astronomiques, etc. Il y fallait un pur courage de la pensée, une incise volontaire dans le dispositif, éternellement défendable, du finitisme ontologique.

Aussi bien l'ontologie, historialement limitée, doit-elle porter trace de ce que la seule forme effectivement athéologique de l'énoncé concernant l'infinité de l'être a porté sur la nature.

J'ai énoncé (méditation 11) que les multiplicités *naturelles* (ou ordinales) étaient celles qui réalisaient l'équilibre maximal entre l'appartenance (régime du compte-pour-un) et l'inclusion (régime de l'état). La décision ontologique concernant l'infini se dira alors simplement : il existe une multiplicité naturelle infinie.

Cet énoncé évite soigneusement de se référer à *la* nature, où se lit encore trop le règne substitutif de l'un cosmologique, après des siècles de règne de l'un-infini divin. Il postule seulement qu'au moins un multiple naturel, c'est-à-dire un-multiple transitif de multiples transitifs, est infini.

Cet énoncé peut décevoir, de ce que l'adjectif « infini » y est mentionné sans définition. On dira donc plutôt : il existe un multiple naturel tel qu'une règle lui est liée dont procède qu'il y a, à tout instant de son exercice, de l'encore-un-autre, et tel qu'il n'est aucun de ces autres, quoiqu'ils lui appartiennent tous.

Cet énoncé peut sembler prudent, de ne prévoir l'existence, dans quelque situation attestable, que d'*un* multiple infini. Il reviendra à l'ontologie d'établir que s'il y en a un, il y en a d'autres, et l'Autre de ces autres, et ainsi de suite.

Cet énoncé peut sembler restrictif et périlleux, de ne délivrer qu'un concept de l'infini. Il reviendra à l'ontologie de prouver que, s'il existe un multiple infini, il en existe d'autres, qui lui sont, selon une norme précise, incommensurables.

Ainsi se trouvera architecturée la décision historique de tenir l'infinité possible de l'être, infinité qui, dès que soustraite à l'emprise de l'un, et donc au défaut de toute ontologie de la Présence, prolifère au-delà de tout ce que la représentation tolère, et désigne, par une inversion mémorable de l'âge antérieur de la pensée, le fini comme étant, lui, l'exception, dont seul un appauvrissement — sans doute vital — de la contemplation entretient, auprès de nous, la précarité fraternelle.

L'homme est cet être qui préfère se représenter dans la finitude, dont le signe est la mort, plutôt que de se savoir entièrement traversé, et encerclé, par l'omniprésence de l'infini.

Du moins lui reste-t-il cette consolation de découvrir que rien ne l'oblige en effet à ce savoir, puisqu'en ce point la pensée ne peut être qu'à l'école de la décision.

MÉDITATION QUATORZE

La décision ontologique « il y a de l'infini dans les multiples naturels »

Puisque le schème ontologique des multiples naturels est le concept d'ordinal, et puisque l'historicité de la décision sur l'être de l'infini se marque dans la thèse « la nature est infinie » (et non dans la thèse « Dieu est infini »), un axiome de l'infini doit raisonnablement s'écrire : « Il existe un ordinal infini. » Cet axiome toutefois n'a aucun sens, étant circulaire — il implique l'infini dans la position de son être —, tant qu'on n'a pas transformé la notion de l'infini en une formule prédicative écrite dans le langage de la théorie des ensembles, et compatible avec les Idées du multiple déjà reçues.

Une voie nous est interdite, celle qui consisterait à définir l'infinité naturelle par la *totalité* des ordinaux. Nous avons montré, dans la méditation 12, qu'ainsi conçue la Nature n'a pas d'être, car le multiple supposé présenter tous les ordinaux — donc, tous les êtres possibles dont la forme est naturelle — est frappé par l'interdit de l'auto-appartenance — et par conséquent n'existe pas. Il faut convenir avec Kant qu'une conception cosmologique du Tout est irrecevable. Si l'infini existe, ce doit être sous les espèces d'un, ou de plusieurs, êtres naturels, non sous celle du « Grand Tout ». En matière d'infini comme ailleurs, l'un-multiple, résultat de la présentation, l'emporte sur le fantôme du tout-parties.

L'obstacle sur lequel alors nous butons est l'homogénéité du schème ontologique des multiples naturels. Si l'opposition qualitative infini/fini traverse le concept d'ordinal, c'est qu'il y a deux *espèces*, foncièrement différentes, de l'être-multiple naturel. Si de fait une décision est ici requise, ce sera celle d'assumer cette différence spécifique, et donc de briser en partie l'homogénéité présentative de l'être naturel. Prescrire le lieu d'une telle décision revient à penser où se situe,

dans la définition des ordinaux, la faille, la discontinuité conceptuelle qui, fondant deux espèces distinctes, exige qu'on statue sur leur existence. Nous serons ici guidés par l'investigation historico-conceptuelle de la notion d'infini (méditation 13).

1. POINT D'ÊTRE ET OPÉRATEUR DE PARCOURS

Pour penser l'existence de l'infini j'ai dit qu'il fallait trois choses : un point d'être initial, une règle qui produit de l'autre-même, et un deuxième sceau existentiel qui fixe le lieu de l'Autre pour l'autre.

Le point d'être absolument initial de l'ontologie est le nom du vide, ϕ, qui est aussi bien, si l'on veut, le nom d'un multiple naturel (*cf.* méditation 12), puisque rien n'interdit qu'il le soit. C'est du reste la seule Idée existentielle que nous avons jusqu'à présent retenue, et les multiples admis à l'existence à partir du nom du vide comme, par exemple, $\{\phi\}$, le sont en conformité avec les Idées constructives — les autres axiomes de la théorie.

Une règle de parcours des multiples naturels doit nous permettre, à partir de ϕ, de construire sans relâche — toujours « encore un » — d'autres ordinaux existants, c'est-à-dire d'autres ensembles transitifs dont les éléments sont également transitifs, et qui soient admissibles selon les Idées axiomatiques de la présentation du pur multiple.

Notre point d'appui va être la figure existante du Deux (méditation 12), soit le multiple $\{\phi, \{\phi\}\}$, dont les éléments sont le vide et son singleton. L'axiome de remplacement (méditation 5) dit que, puisque ce Deux existe, existe aussi tout ensemble obtenu en remplaçant ses éléments par d'autres, supposés existants. Nous obtenons ainsi le concept abstrait du Deux : si α et β existent, existe aussi l'ensemble $\{\alpha,\beta\}$ dont α et β sont les seuls éléments (je remplace, dans le Deux existant, ϕ par α et $\{\phi\}$ par β). On appellera $\{\alpha,\beta\}$ la *paire* de α et de β. C'est la « mise-en-deux » de α et de β.

A partir de la paire, nous allons définir la classique opération d'union de deux ensembles, le $\alpha \cup \beta$ dont les éléments sont ceux de α et ceux de β « mis ensemble ». Soit la paire $\{\alpha,\beta\}$. L'axiome de l'union (*cf.* méditation 5) prescrit qu'existe l'ensemble des éléments des éléments d'un ensemble donné, sa dissémination. Si la paire $\{\alpha,\beta\}$ existe, existe aussi son union, $\cup\{\alpha,\beta\}$, laquelle a pour éléments les éléments des éléments de la paire, donc les éléments de α et ceux de β. C'est ce que nous voulions. Nous poserons donc que $\alpha \cup \beta$ est une écriture canonique pour $\cup\{\alpha,\beta\}$. Et nous venons de voir que, si α et β existent, $\alpha \cup \beta$ existe aussi.

Notre règle de parcours sera alors la suivante :

$$\alpha \rightarrow \alpha \cup \{\alpha\}$$

Cette règle « produit », à partir d'un ordinal donné, le multiple union de lui-même et de son singleton. Les éléments de cette union sont donc d'une part ceux de α lui-même, d'autre part α en personne, unique élément de son singleton. On ajoute en somme à α son propre nom, ou : aux multiples que présente α, on ajoute l'un-multiple qu'il est.

Notons qu'on produit bien ainsi un *autre*. En effet, α, je viens de le dire, est élément de $\alpha \cup \{\alpha\}$. Or, il n'est pas élément de α, car $\alpha \in \alpha$ est frappé d'interdit. Donc, α est différent de $\alpha \cup \{\alpha\}$, en vertu de l'axiome d'extensionalité. Ils diffèrent d'un multiple, qui est justement α.

Dans la suite, nous écrirons $\alpha \cup \{\alpha\}$ sous la forme $S(\alpha)$, que nous lirons : le *successeur* de α. Notre règle fait « passer » d'un ordinal à son successeur.

Cet « autre » qu'est le successeur est aussi un « même » en ceci que *le successeur d'un ordinal est un ordinal*. Notre règle est ainsi une règle de parcours immanente aux multiples naturels. Montrons-le.

D'une part, les éléments de $S(\alpha)$ sont certainement tous transitifs. En effet, α étant un ordinal, et lui-même, et ses éléments sont transitifs. Or $S(\alpha)$ se compose justement des éléments de α auxquels on ajoute α lui-même.

D'autre part, $S(\alpha)$ est lui aussi transitif. En effet, soit $\beta \in S(\alpha)$.

— Ou bien $\beta \in \alpha$, et par conséquent $\beta \subset \alpha$ (puisque α est transitif). Mais comme $S(\alpha) = \alpha \cup \{\alpha\}$, il est clair que $\alpha \subset S(\alpha)$. Une partie d'une partie étant une partie, on a $\beta \subset S(\alpha)$,

— ou bien $\beta = \alpha$, et donc $\beta \subset S(\alpha)$, puisque $\alpha \subset S(\alpha)$.

Aussi, tout multiple qui *appartient* à $S(\alpha)$ y est *inclus*. Donc $S(\alpha)$ est transitif.

Multiple transitif dont tous les éléments sont transitifs, $S(\alpha)$ est un ordinal (dès que α l'est).

En outre, il y a un sens précis à dire que $S(\alpha)$ est *le* successeur de α, ou l'ordinal — l'encore-un — qui vient immédiatement « après » α. Aucun ordinal β ne peut en effet se placer « entre » α et $S(\alpha)$. Selon quelle loi de disposition ? L'appartenance, qui est, entre ordinaux, une relation d'ordre total (*cf.* méditation 12). Autrement dit : il n'existe aucun ordinal β tel que $\alpha \in \beta \in S(\alpha)$.

Puisque $S(\alpha) = \alpha \cup \{\alpha\}$, l'énoncé « $\beta \in S(\alpha)$ » signifie :

— soit que $\beta \in \alpha$. Ceci exclut $\alpha \in \beta$, car l'appartenance étant entre ordinaux une relation d'ordre, elle est transitive, et de $\beta \in \alpha$ et $\alpha \in \beta$ on tirerait $\beta \in \beta$, ce qui est impossible,

— soit que $\beta \in \{\alpha\}$, lequel revient à $\beta = \alpha$, α étant l'unique élément du singleton $\{\alpha\}$. Mais $\beta = \alpha$ exclut évidemment $\alpha \in \beta$, toujours par l'effet de l'interdit sur l'auto-appartenance.

Dans tous les cas il est impossible d'intercaler β entre α et $S(\alpha)$. Ainsi la règle de succession est-elle univoque. Elle nous fait passer d'un ordinal α à *celui*, unique, qui lui succède selon la relation d'ordre total qu'est l'appartenance.

A partir du point d'être initial ϕ, nous construisons ainsi la séquence d'ordinaux *existants* (puisque ϕ existe) :

$$\phi,\ S(\phi),\ S(S(\phi)),\ \ldots,\ \overbrace{S(S(\ldots\ (S(\phi)))\ \ldots\ )}^{n \text{ fois}},\ \ldots$$

L'intuition nous dirait ici volontiers que nous avons bien « produit » une infinité d'ordinaux, donc tranché en faveur de l'infinité naturelle. Ce serait succomber aux prestiges imaginaires du Tout. Les philosophes classiques ont tous bien vu que, dans cette répétition de l'effet d'une règle, je n'obtenais que l'indéfini des autres-mêmes, et non un existant infini. D'autre part, *chacun* des ordinaux ainsi obtenu est, au sens intuitif, manifestement fini. Etant le n-ième successeur du nom du vide, il a n éléments, tous (comme l'ontologie l'exige, *cf.* méditation 4) tissés du seul vide par la réitération de la mise-en-un. D'autre part, aucune Idée axiomatique du multiple pur ne nous autorise à faire-un de *tous* les ordinaux que la règle de succession permet d'atteindre. Chacun existe selon l'encore-un à venir, par quoi son être-autre est qualifiable rétroactivement comme le même, soit cet un-entre-autres qui demeure au bord de la répétition, qu'il supporte, de la règle. Mais le Tout est inaccessible. Il y a là un abîme que seule une décision permet de franchir.

2. SUCCESSION ET LIMITE

Parmi les ordinaux dont la séquence construite à partir de la règle de succession fonde l'existence, on distinguera d'abord ϕ, exceptionnel à tous égards, mais en tant qu'il l'est pour l'ontologie tout entière. Dans la séquence, les ordinaux différents de ϕ sont tous *successeurs* d'un autre. De façon tout à fait générale, on dira qu'un ordinal α est un ordinal successeur — ce que nous noterons $Sc(\alpha)$ — s'il existe un ordinal β auquel il succède : $Sc(\alpha) \leftrightarrow (\exists\beta)\ [\alpha = S(\beta)]$.

L'existence d'ordinaux-successeurs ne fait pas de doute puisque j'en ai exhibé toute une suite. Le problème où va se jouer la décision ontologique concernant l'infini est celui de l'existence d'*ordinaux non successeurs*. On dira qu'un ordinal α est un *ordinal limite*, et on notera $lim(\alpha)$, s'il n'est successeur d'aucun ordinal β :

$$lim(\alpha) \leftrightarrow \sim Sc(\alpha) \leftrightarrow \sim(\exists\beta)\ [\alpha = S(\beta)]$$

La structure interne d'un ordinal limite — à supposer qu'il en existe un — est essentiellement différente de celle d'un ordinal successeur. C'est là que nous rencontrons une discontinuité qualitative dans l'univers homogène de la substructure ontologique des multiples naturels, discontinuité sur laquelle porte le *pari* de l'infini. Car un ordinal limite est le lieu de l'Autre pour la succession des autres-mêmes qui lui appartiennent.

Le point crucial est le suivant : si un ordinal appartient à un ordinal limite, son successeur lui appartient aussi. En effet, si $\beta \in \alpha$ (α supposé limite), on ne peut avoir $\alpha \in S(\beta)$, car α serait alors intercalé entre β et $S(\beta)$, ce dont nous avons établi ci-dessus que c'était impossible. Et on ne peut non plus avoir $S(\beta) = \alpha$, puisque α, étant un ordinal limite, n'est le successeur d'aucun ordinal. Comme l'appartenance est un ordre total entre ordinaux, l'impossibilité de $\alpha \in S(\beta)$ et de $\alpha = S(\beta)$ impose $S(\beta) \in \alpha$.

De cette considération résulte qu'entre un ordinal β qui lui appartient et un ordinal limite, s'intercalent une infinité (au sens intuitif) d'ordinaux. En effet, si $\beta \in \alpha$, et α limite, $S(\beta) \in \alpha$, et $S(S(\beta)) \in \alpha$, et

ainsi de suite. L'ordinal limite est bien le lieu-Autre où l'autre de la succession insiste à s'inscrire. La séquence entière des successeurs successifs constructibles, par la règle S, à partir d'un ordinal qui appartient à un ordinal limite, se déploie « à l'intérieur » de cet ordinal limite, au sens où tous les termes de la séquence lui appartiennent. Cependant que l'ordinal limite lui-même est Autre, de ne pouvoir jamais être l'encore-un qui succède à un autre.

Nous pouvons aussi mentionner cette différence structurelle entre ordinaux successeurs et ordinaux limites, que les premiers détiennent en eux-mêmes un multiple maximal et non les seconds. Car si un ordinal α est de la forme $S(\beta)$, soit $\beta \cup \{\beta\}$, β, qui lui appartient, est de tous les ordinaux qui composent α le plus grand (selon la relation d'appartenance). Nous avons vu en effet que nul ordinal ne peut s'intercaler entre β et $S(\beta)$. L'ordinal β est donc, absolument, le multiple maximal contenu dans $S(\beta)$. Aucun terme maximal de ce genre n'appartient en revanche à un ordinal limite, puisque dès que $\beta \in \alpha$, si α est limite, il existe γ tel que $\beta \in \gamma \in \alpha$. Ainsi le schème ontologique « ordinal » convient, s'il s'agit d'un successeur, à un multiple naturel fermement hiérarchisé, et dont on désignera sans ambiguïté, de façon immanente, le terme dominant. S'il s'agit d'un ordinal limite, le multiple naturel dont il formalise la substructure d'être est « ouvert » en ceci que son ordre intérieur ne contient aucun terme maximal, aucune clôture. C'est l'ordinal limite lui-même qui domine cet ordre, mais il ne le fait que du dehors, car, ne s'appartenant pas à lui-même, il ek-siste à la séquence dont il est la limite.

La discontinuité repérable entre ordinaux successeurs et ordinaux limites s'attache finalement à ceci que les premiers sont déterminés à partir de cet *unique* ordinal auquel ils succèdent, tandis que les seconds, étant le lieu de la succession elle-même, ne se laissent marquer qu'au-delà d'une séquence « complète », quoique incomplétable selon la règle, d'ordinaux préalablement parcourus. L'ordinal successeur a un statut *local* au regard des ordinaux plus petits (« plus petits », je le rappelle, veut ici dire : qui lui appartiennent, puisque c'est l'appartenance qui ordonne totalement les ordinaux). Il est en effet successeur de l'un d'eux. L'ordinal limite a un statut *global*, car aucun de ceux qui sont plus petits n'est spécialement « plus proche » de lui, et c'est de tous qu'il est l'Autre.

L'ordinal limite se soustrait à cette part de même détenue dans

l'autre sous le signe du « encore ». Il est le non-même de toute la séquence de successeurs qui le précèdent. Il n'est pas encore-un, mais cet Un-multiple où ek-siste l'insistance de la règle — de la succession. Au regard d'une séquence d'ordinaux telle qu'on est en train de la parcourir, en passant par succession d'un ordinal à son suivant, un ordinal limite est ce qui épingle à l'ek-sistance, au-delà de l'existence de chaque terme de la séquence, le parcours lui-même, le support-multiple où se marquent, pas à pas, les ordinaux parcourus. En lui fusionnent le *lieu* de l'altérité (tous les termes de la séquence lui appartiennent) et le *point* de l'Autre (son nom, α, désigne *un* ordinal situé au-delà de tous ceux qui figurent dans la séquence). C'est pourquoi il est juste de le nommer *limite*, soit ce qui donne à une suite à la fois son principe d'être, la cohésion-une du multiple qu'elle est, et son terme « ultime », soit cet un-multiple vers quoi elle tend sans l'atteindre, ni même s'en approcher.

Une telle fusion, à la limite, entre le lieu de l'Autre et son un, référée à un point d'être initial (ici, ϕ, le vide) et à une règle de parcours (ici, la succession), est, proprement, le concept général de l'infini.

3. LE DEUXIÈME SCEAU EXISTENTIEL

Rien, au point où nous en sommes, n'oblige à admettre l'existence d'un ordinal limite. Les Idées du multiple jusqu'ici mises en jeu (extensionalité, parties, union, séparation, remplacement et vide), même en y ajoutant l'idée de la fondation (méditation 18) et celle du choix (méditation 22), sont parfaitement compatibles avec l'inexistence d'un tel ordinal. Certes, nous avons constaté l'existence d'une séquence d'ordinaux dont le point d'être initial est ϕ et dont le parcours selon la règle de succession est inachevable. Mais à proprement parler, ce n'est pas la séquence qui existe, ce sont chacun de ses termes (finis). Seule une décision axiomatique absolument nouvelle nous autoriserait à faire-un de la séquence elle-même. Cette décision qui revient à trancher en faveur de l'infinité au niveau du schème ontologique des multiples naturels, et qui formalise ainsi le geste historique des physiciens du XVII[e] siècle, s'énonce très simplement : il existe un ordi-

nal limite. Cet « il existe », le premier par nous prononcé depuis l'assertion d'existence du nom du vide, est le deuxième sceau existentiel où se fonde l'infinité de l'être.

4. L'INFINI ENFIN DÉFINI

Le « il existe un ordinal limite » est notre seconde assertion existentielle, après celle du nom du vide. Elle n'introduit pas toutefois une seconde suture du dispositif des Idées du multiple à l'être en tant qu'être. Tout comme pour les autres multiples, le point d'être originaire d'un ordinal limite est le vide, et ses éléments ne sont que des combinaisons, réglées par les axiomes, du vide avec lui-même. De ce point de vue, l'infini n'est nullement une « deuxième espèce » d'être qui viendrait se tisser avec ce qui résulte du vide. Dans le langage des Grecs, on dira qu'il n'y a pas deux Principes (le vide et l'infini), quoiqu'il y ait deux axiomes existentiels. L'ordinal limite n'est « existant » qu'en second lieu, sous la supposition que, déjà, le vide lui appartient — ce que nous avons marqué dans l'axiome qui formalise la décision. Ce qu'il fait ainsi exister est le lieu d'une répétition, l'Autre des autres, l'espace d'exercice d'un opérateur (la succession), alors que ϕ convoque à la présentation ontologique l'être comme tel. Décider qu'il existe un ordinal limite touche à la *puissance* de l'être, non à son être. L'infini n'ouvre pas à une doctrine du mixte, où l'être résulterait, au total, du jeu dialectique de deux formes hétérogènes. Il n'y a que du vide, et des Idées. En somme, l'axiome « il existe un ordinal limite » est une Idée cachée sous une assertion d'existence, l'Idée qu'une répétition sans terme — l'encore-un — convoque à un deuxième sceau existentiel la fusion de son lieu et de son un, ce point exemplairement désigné par Mallarmé : « aussi loin qu'un endroit fusionne avec un au-delà ». Et comme, dans l'ontologie, exister c'est être un-multiple, la forme de reconnaissance de l'endroit qui est aussi un au-delà sera l'adjonction d'un multiple, un ordinal.

Cela étant, *nous n'avons pas encore défini l'infini*. Il existe un ordinal limite, soit. Nous ne pouvons pas pour autant faire coïncider le concept d'infini et celui d'ordinal limite et par conséquent le concept

de fini avec celui d'ordinal successeur. Car si α est un ordinal limite, $S(\alpha)$, son successeur, est « plus grand » que lui, puisque $\alpha \in S(\alpha)$. Ce successeur fini — si on pose l'équation successeur = fini — serait donc plus grand que son prédécesseur infini — si on pose limite = infini —, ce qui répugne à toute pensée, et supprime que le « passage à l'infini » soit un geste irréversible.

Si la *décision* quant à l'infini de l'être naturel porte bien sur l'ordinal limite, la *définition* que supporte cette décision est forcément différente. Preuve supplémentaire de ce que le réel, c'est-à-dire l'obstacle, de la pensée est rarement de trouver une définition correcte, laquelle s'induit plutôt du point singulier, et excentrique, où il fallait parier sur le sens, lors même que son lien direct au problème initial n'était pas apparent. La loi du détour hasardeux convoque ainsi le sujet à une distance proprement incalculable de son objet. C'est pourquoi il n'y a pas de Méthode.

Dans la méditation 12 j'ai indiqué une propriété capitale des ordinaux, la minimalité : S'il existe un ordinal ayant une propriété donnée, il existe un unique ordinal $\in$-minimal pour cette propriété (c'est-à-dire tel qu'aucun ordinal qui lui appartient n'a ladite propriété). Or, « être un ordinal limite » est une propriété, exprimée, comme il convient, par une formule $\lambda(\alpha)$ à une variable libre. Et l'axiome « il existe un ordinal limite » nous dit justement qu'un ordinal existant au moins possède cette propriété. Il existe par conséquent un unique ordinal $\in$-minimal pour cette propriété. Nous tenons là *le plus petit des ordinaux limites*, celui « en deçà » duquel il n'y a, sinon le vide, *que* des ordinaux successeurs. Ce schème ontologique est fondamental. Il désigne le seuil de l'infini, il est, depuis les Grecs, le multiple exemplaire de la pensée mathématicienne. Nous l'appellerons ω_0 (on l'appelle aussi N ou encore aleph-zéro). Ce nom propre, ω_0, convoque sous la forme d'*un* multiple la première existence supposée par la décision concernant l'infinité de l'être. Il effectue cette décision sous la forme d'un multiple pur spécifié. La faille structurelle qui oppose, dans l'homogénéité naturelle, l'ordre des successeurs (hiérarchisé et clos) et celui des limites (ouvert, et scellé par un ek-sistant), trouve dans ω_0 son *bord*.

La définition de l'infini s'établit sur ce bord. On dira qu'*un ordinal est infini s'il est ω_0, ou si ω_0 lui appartient*. On dira qu'*un ordinal est fini s'il appartient à ω_0*.

ω_0 est donc ainsi le nom du partage entre fini et infini, pour ce qui est des multiples naturels. Le mathème de l'infini, dans l'ordre naturel, suppose seulement qu'on spécifie ω_0 par la minimalité de la limite — laquelle définit un ordinal *unique* et justifie l'usage d'un nom propre :

$$lim(\omega_0) \;\&\; (\forall\alpha)\;[[(\alpha \in \omega_0) \;\&\; (\alpha \neq \phi)] \rightarrow Sc(\alpha)]$$

puis qu'on pose les définitions de *Inf* (infini) et de *Fin* (fini) que voici :

$$Inf(\alpha) \leftrightarrow [(\alpha = \omega_0)\ ou\ \omega_0 \in \alpha]$$
$$Fin(\alpha) \leftrightarrow (\alpha \in \omega_0)$$

Ce *que* ω_0 présente est du multiple naturel fini. Tout ce *qui* présente ω_0 est infini. ω_0, en partage, sera dit infini, d'être du côté de la limite, de ne succéder à rien.

Parmi les ensembles infinis, certains sont successeurs — par exemple $\omega_0 \cup \{\omega_0\}$, le successeur de ω_0. D'autres sont limites, par exemple ω_0. Parmi les ensembles finis en revanche, tous sont successeurs, sauf ϕ. L'opérateur crucial de disjonction dans la présentation naturelle (limite/successeur) n'est donc pas restitué dans la disjonction définie (infini/fini).

Il faut remarquer à ce propos le statut exceptionnel de ω_0. Il est en effet, par la minimalité qui le définit, le seul ordinal infini auquel n'appartient aucun autre ordinal limite. A tous les autres appartient au moins ω_0, lequel n'appartient pas à lui-même. Il y a donc entre les ordinaux finis — ceux qui appartiennent à ω_0 — et ω_0 lui-même un abîme sans médiation.

C'est un des problèmes les plus profonds de la doctrine du multiple — connu sous le nom de théorie des « grands cardinaux » — de savoir si un tel abîme peut se répéter dans l'infini même. Il s'agit de se demander si peut exister un ordinal infini supérieur à ω_0, et tel qu'aucune procédure disponible ne permette de l'atteindre, en sorte qu'entre les multiples infinis qui le précèdent et lui, il y ait totale absence de médiation, comme entre les ordinaux finis et leur Autre, ω_0.

Il est caractéristique qu'une telle existence exige une *nouvelle décision* : un nouvel axiome de l'infini.

5. LE FINI, EN SECOND LIEU

Dans l'ordre de l'*existence*, le fini est premier, puisque notre existant initial est ϕ, dont nous tirons $\{\phi\}$, $S\{\phi\}$, etc., tous « finis ». Mais dans l'ordre du *concept*, le fini est second. Ce n'est que dans la rétroaction de l'existence de l'ordinal limite ω_0 que nous qualifions de finis les ensembles ϕ, $\{\phi\}$, etc., qui sinon n'ont d'autre attribut que d'être des uns-multiples existants. Le mathème du fini, soit $Fin(\alpha) \leftrightarrow \alpha \in \omega_0$, suspend le critère de la finitude à la décision d'existence frappant les ordinaux limites. Si les Grecs ont pu identifier le fini à l'être, c'est qu'en l'absence d'une décision sur l'infini ce qui est se trouve en effet être fini. L'essence du fini est alors seulement l'être-multiple comme tel. Dès qu'advient la décision historique de faire être les multiples naturels infinis, le fini est qualifié comme *région* de l'être, forme mineure de sa présence. De là que le concept de finitude n'est pleinement élucidé qu'à partir de la nature intime de l'infini. Ce fut une des grandes intuitions de Cantor que de poser que le règne mathématique de la Pensée avait pour « Paradis » — comme le disait Hilbert — la prolifération des présentations infinies, et que le fini venait en second lieu.

L'arithmétique, reine de la pensée grecque avant la révolution géométrisante d'Eudoxe, n'est en vérité la science que du premier ordinal limite, ω_0, dont elle ignore la fonction d'Autre, se tenant *dans* l'immanence élémentaire de ce qui lui appartient, soit les ordinaux finis. Sa force est la domination calculatrice qu'on obtient par la forclusion de la limite, et l'exercice pur de l'enchaînement des autres-mêmes. Sa faiblesse est d'ignorer l'essence présentative des multiples sur lesquels elle calcule, laquelle ne s'éclaircit qu'en décidant qu'il n'y a la suite des autres qu'au lieu de l'Autre, et que toute répétition suppose le point où, s'interrompant en abîme, elle convoque au-delà d'elle-même le nom de l'un-multiple qu'elle est. Infini est ce nom.

MÉDITATION QUINZE

Hegel

« L'infinité est en elle l'autre de l'être-autre vide. »
Logique.

L'impasse ontologique propre à Hegel revient ultimement à tenir qu'il y a un être de l'Un, ou, plus précisément, que *la présentation génère la structure*, que le multiple pur détient en soi-même le compte-pour-un. On peut aussi dire que Hegel ne cesse d'écrire l'in-différence de l'autre et de l'Autre. Ce faisant, il renonce à ce que l'ontologie puisse être une situation. Cela s'avère par deux conséquences qui valent preuve :

— Puisque c'est l'infini qui articule l'autre, la règle, et l'Autre, il est calculable que l'impasse éclate à propos de ce concept. La disjonction entre l'autre et l'Autre, que Hegel cherche à éliminer, réapparaît dans son texte sous les espèces de deux développements à la fois disjoints et identiques (qualité et quantité).

— Puisque ce sont les mathématiques qui constituent la *situation* ontologique, il est nécessaire à Hegel de les abaisser. Aussi le chapitre sur l'infini quantitatif est-il suivi d'une gigantesque « remarque » sur l'infini mathématique, où Hegel se propose d'établir qu'au regard du concept, les mathématiques représentent un état de la pensée « défectueuse en et pour-soi », et que leur « procédé est non scientifique ».

1. LE MATHÈME DE L'INFINI REVISITÉ

La matrice hégélienne du concept d'infini s'énonce : « A propos de l'infinité qualitative et quantitative, il est essentiel de remarquer que

le fini n'est pas outrepassé par un tiers, mais que c'est la déterminité en tant que se dissolvant en elle-même qui s'outrepasse. »

Les notions qui architecturent le concept sont donc la déterminité *(Bestimmtheit)*, point de départ de toute la dialectique, et l'outrepassement *(hinausgehen über)*. On y reconnaîtra aisément (*cf.* méditation 13) le point d'être initial d'une part, l'opérateur de parcours de l'autre, soit ce que j'avais aussi appelé le « déjà » et le « encore ». Il n'est pas exagéré de dire que tout Hegel tient en ceci que le « encore » est immanent au « déjà », que tout ce qui est est déjà encore.

« Quelque chose » — un pur terme présenté — n'est pour Hegel déterminé qu'autant qu'il se laisse penser comme autre qu'un autre : « L'extériorité de l'être-autre est l'intériorité propre du quelque chose. » Ceci signifie que la loi du compte-pour-un est que le terme compté possède *en lui-même* la marque-autre de son être. Ou encore : l'un ne se dit de l'être qu'autant que l'être est son propre non-être, est ce qu'il n'est pas. Il y a pour Hegel une identité en devenir du « il y a » (présentation pure) et du « il y a de l'un » (structure), dont *la médiation est l'intériorité du négatif*. Hegel pose que « quelque chose » doit détenir la marque de son identité. Il en résulte que tout point d'être est « entre » lui-même et sa marque. La déterminité, c'est que, pour fonder le Même, il est requis qu'il y ait de l'Autre dans l'autre. Là s'origine l'infini.

L'analytique est ici très fine. Si l'un du point d'être — le compte-pour-un d'un terme présenté —, c'est-à-dire sa limite ou ce qui le discerne, résulte de ce qu'il détient sa marque-autre en intériorité — qu'il est ce qu'il n'est pas —, l'être de ce point, en tant qu'une-chose, est de franchir la limite : « La limite, qui constitue la détermination du quelque chose, mais de telle sorte qu'elle est déterminée en même temps comme son non-être, est borne. »

Le passage de la pure limite *(Grenze)* à la borne *(Schranke)* est le ressort d'une infinité directement *requise* par le point d'être.

Dire d'une chose qu'elle est marquée en elle-même comme une, cela a deux sens, car la chose devient du coup l'écart entre son être et l'un-de-son-être. Sur un des bords de cet écart, c'est bien elle, la chose, qui est une, donc limitée par ce qui n'est pas elle. Nous avons là le résultat statique du marquage, *Grenze*, la limite. Mais sur l'autre bord de l'écart, l'un de la chose n'est pas son être, la chose est en elle-même autre qu'elle-même. Ceci est *Schranke*, sa borne. Mais la borne est

un résultat dynamique du marquage, car la chose, de toute nécessité, outrepasse sa borne. En effet, la borne est le non-être par lequel advient la limite. Or, la chose *est*. Son être s'accomplit par le franchissement du non-être, c'est-à-dire l'outrepassement de la borne. La racine profonde de ce mouvement est que l'un, s'il marque l'être *en lui-même*, est outrepassé par l'être qu'il marque. Hegel a l'intuition profonde de ce que le compte-pour-un est une loi. Mais comme il veut à tout prix que cette loi soit une loi *de l'être*, il la transforme en devoir. L'être-de-l'un consiste en ceci qu'il *faut* outrepasser la borne. La chose est déterminité en tant que devoir-être cet un qu'elle est en ne l'étant pas : « L'être-en-soi de la détermination, dans ce rapport à la limite, je veux dire à soi comme borne, est *devoir-être*. »

L'un, pour autant qu'il est, est outrepassement de son non-être. Donc l'être-un (la déterminité) s'accomplit comme franchissement de la borne. Mais du coup, il est pur devoir-être, son être est l'impératif de l'outrepassement de son un. De ce que le point d'être, toujours discernable, possède l'un en lui-même, résulte directement l'outrepassement de soi, et donc la dialectique du fini et de l'infini : « Dans le devoir-être s'inaugure en général le concept de la finité et par là en même temps l'acte de la transgresser, l'infinité. Le devoir-être contient cela même qui se présente comme le progrès à l'infini. »

L'essence de la thèse hégélienne sur l'infini est, au moment où nous en sommes, que le point d'être, parce que toujours intrinsèquement discernable, *génère* à partir de soi l'opérateur d'infini, soit l'outrepassement, qui combine, comme tout opérateur de ce genre, le pas-en-plus (le encore) — ici, la borne — et l'automatisme de répétition — ici, le devoir-être.

Dans une ontologie soustractive on tolère, et même on exige, qu'il y ait de l'extrinsèque, puisque le compte-pour-un ne s'infère pas de la présentation inconsistante. Dans la doctrine hégélienne, qui est une ontologie générative, tout est intrinsèque, puisque l'être-autre est l'un-de-l'être, et tout détient une marque identitaire, sous les espèces de l'intériorité du non-être. Il en résulte que pour l'ontologie soustractive l'infini est une *décision* (de l'ontologie), tandis que pour Hegel c'est une *loi*. De ce que l'être-de-l'un est intérieur à l'être en général s'ensuit, dans l'analyse hégélienne, qu'il est de l'essence-une de l'être d'être infini.

Hegel, avec un génie spécial, s'emploie à coengendrer le fini et

l'infini à partir du seul point d'être. L'infini devient une raison interne du fini lui-même, un attribut simple de l'expérience en général, parce qu'il est une conséquence du régime de l'un, de l'entre-deux où gît la chose, à la suture de son être-un et de son être. L'être *doit* être infini : « Le fini est donc lui-même cette relève de soi, il est lui-même le fait d'être *infini.* »

2. COMMENT UN INFINI PEUT-IL ÊTRE MAUVAIS ?

Toutefois, de quel infini disposons-nous ? La scission limite/borne fonde l'insistance du fini à s'outrepasser, son devoir-être. Ce devoir-être résulte de ce que l'opérateur de parcours (l'outrepassement) dérive directement du point d'être (la déterminité). Mais y a-t-il là seulement un infini ? N'y a-t-il pas seulement *répétition* du fini, sous la loi de l'un ? Dans ce que j'ai appelé le mathème de l'infini, la répétition du terme comme autre-même n'est pas encore l'infini. Pour que l'infini soit, il faut qu'existe le *lieu* Autre ou l'autre insiste. J'ai appelé ce réquisit celui du deuxième sceau existentiel, par quoi le point d'être initial est convoqué à inscrire sa répétition au lieu de l'Autre. Seule cette *deuxième* existence mérite le nom d'infini. Or on voit bien comment Hegel, sous l'hypothèse d'une identité fixe et interne du « quelque chose », engendre l'opérateur de parcours. Mais comment pourrait-il *sauter* jusqu'à la récollection du parcours achevé ?

Cette difficulté est évidemment tout à fait consciente. Le devoir-être, ou progrès à l'infini, n'est pour Hegel qu'une transition médiocre, qu'il appelle — symptôme frappant — le mauvais infini. Dès lors en effet que l'outrepassement est une loi intérieure du point d'être, l'infini qui en résulte n'a pas d'autre être que celui de ce point. Pour le coup, ce n'est plus le fini qui est infini, c'est bien plutôt l'infini qui est fini. Ou précisément — très forte description — l'infini n'est que le vide où opère la répétition du fini. Chaque pas-de-plus convoque le vide où il peut se répéter : « Dans ce vide, qu'est-ce qui surgit ? [...] cette nouvelle limite n'est elle-même que quelque chose qui est à relever, ou à outrepasser. Ainsi de nouveau a surgi le vide, le néant ; mais

en lui peut être posée cette détermination, une nouvelle limite, *et ainsi de suite à l'infini.* »

Nous n'avons donc que la pure alternance de la limite et du vide, où se succèdent en devoir-être, comme « la monotonie d'une répétition ennuyeuse et toujours identique », les énoncés « le fini est infini » et « l'infini est fini ». Cet ennui est celui du mauvais infini. Il exige un plus haut devoir : que l'outrepassement soit outrepassé, que s'affirme *globalement* la loi de la répétition. Bref : que l'Autre advienne.

Mais la tâche est cette fois de la plus grande difficulté. Le mauvais infini, après tout, est mauvais de cela même qui le rend hégéliennement bon : de ne pas rompre l'immanence ontologique de l'un, mieux, d'en dériver. Son caractère limité, ou fini, vient de ce qu'il n'est défini que localement, par l'encore de ce déjà qu'est la déterminité. Cependant, ce statut local assure la prise de l'un, puisque c'est toujours localement qu'un terme est compté, ou discerné. Le passage au global, donc au « bon infini », n'impose-t-il pas une décision disjonctive où va défaillir l'être de l'un ? L'artifice hégélien est ici à son comble.

3. LE RETOURNEMENT ET LA NOMINATION

Puisqu'il faut résoudre le problème sans disjoindre la continuité dialectique, nous nous tournons derechef avec Hegel vers le « quelque chose ». Outre son être, son être-un, sa limite, sa borne, et finalement le devoir-être où il insiste, de quelle ressource dispose-t-il qui nous autoriserait, en outrepassant l'outrepassement, à conquérir la plénitude non vide d'un infini global ? Le coup de génie de Hegel, à moins qu'il ne s'agisse d'un suprême talent, est de se retourner brusquement vers la pure présentation, vers l'inconsistance comme telle, et de déclarer que ce qui constitue le bon infini est la *présence* du mauvais. Que le mauvais infini soit *effectif*, voilà ce dont sa mauvaiseté ne peut rendre compte. Outre qu'il se répète, le quelque chose détient, qui excède cette répétition, la capacité essentielle, et présentifiable, à se répéter.

L'infinité objective, ou mauvaise, est le battement répétitif, le vis-à-vis ennuyeux du fini en devoir-être et de l'infini vide. L'infinité véri-

table est subjective en ceci qu'elle est la virtualité contenue dans la pure présence du fini. L'objectivité de la répétition objective est ainsi une infinité affirmative, une présence : « L'unité du fini et de l'infini [...] est elle-même *présente*. » Considéré comme présence du procès répétitif, le « quelque chose » a rompu son rapport extérieur à l'autre, d'où il tenait sa détermination. Il est maintenant rapport-à-soi, pure immanence, puisque l'autre est devenu effectif *dans le mode du vide infini où le quelque chose se répète*. Le bon infini est finalement ceci : le répétitionnel de la répétition, en tant qu'autre du vide : « L'infinité est [...] comme autre de l'être-autre vide [...] retour à soi et rapport à soi-même. »

Cette infinité subjective, ou pour-soi, qui est la bonne présence de la mauvaise opération, n'est plus représentable, car ce qui la représente est la répétition du fini. Ce qu'une répétition ne peut répéter, c'est sa propre présence, elle s'*y* répète sans répétition. On voit donc se dessiner une ligne de scission entre :

— le mauvais infini : processus objectif, transcendance (devoir-être), représentation,

— le bon infini : virtualité subjective, immanence, irreprésentable.

Le second terme est comme la doublure du premier. Et il est saisissant que, pour le penser, Hegel en appelle aux catégories fondatrices de l'ontologie que sont la pure présence et le vide.

Reste à se demander pourquoi ici la présence, ou la virtualité, persiste à s'appeler « infini », fût-ce dans le monde du *bon* infini. Le mauvais infini, on en voit bien la liaison au mathème : on reconnaît le point d'être initial (déterminité) et l'opérateur de répétition (l'outrepassement). Mais le bon ?

En réalité, cette nomination est le résultat même de toute la procédure, laquelle peut se résumer en six étapes :

a. Le quelque chose est posé comme un à partir d'une différence extérieure (il est autre que l'autre).

b. Mais comme il doit être intrinsèquement discernable, il faut penser qu'il a cette marque-autre de son un en lui-même. Introjectant la différence extérieure, il *vide* l'autre quelque chose, qui devient, non plus *un* autre terme, mais un espace vide, un autre-vide.

c. Ayant son non-être en lui-même, le quelque chose, qui est, voit sa limite être aussi une borne, que tout son être est d'outrepasser (être comme devoir-être).

d. L'outrepassement, à raison du point *b*, se fait dans le vide. Il y a alternance de ce vide et de la répétition du quelque chose (qui redéploie sa limite, puis derechef l'outrepasse en tant que borne). C'est le mauvais infini.

e. Cette répétition est présente. La pure présence du quelque chose détient virtuellement la présence et la loi de la répétition. Elle est le global de ce dont chaque battement de l'alternance fini (déterminé)/infini (vide) est le local.

f. Pour nommer cette virtualité, je dois *tirer le nom du vide*, puisque la pure présence comme rapport à soi est, au point où nous en sommes, le vide lui-même. Et comme le vide est la polarité trans-finie du mauvais infini, il est nécessaire que ce nom soit : infini, le bon infini.

L'infini est donc la contraction en virtualité de la répétition dans la présence de ce qui se répète, contraction nommée « infini » à partir du vide où s'exténue la répétition. Le bon infini est le nom de ce qui advient au répétable du mauvais, nom tiré du vide que borde un processus certes ennuyeux, mais qu'à le traiter comme présence on sait aussi devoir déclarer subjectivement infini.

Il semble que la dialectique de l'infini soit parfaitement achevée. D'où vient dès lors qu'elle recommence ?

4. LES ARCANES DE LA QUANTITÉ

L'infini était scindé en bon et mauvais. Mais voici qu'il se scinde à nouveau en infini qualitatif (celui dont nous venons d'étudier le principe) et en infini quantitatif.

La clé de ce tourniquet réside dans les chicanes de l'Un. S'il faut reprendre la question de l'infini, c'est que l'être-de-l'un n'opère pas de la même façon dans la quantité que dans la qualité. Ou encore : le point d'être — la déterminité — est quantitativement construit à l'envers au regard de sa structure qualitative.

J'ai déjà indiqué que, au terme de la première dialectique, le quelque chose n'avait plus rapport qu'à lui-même. Dans le bon infini, l'être est pour-soi, il a « vidé » son autre. Comment peut-il détenir la marque de l'un-qu'il-est ? Le « quelque chose » qualitatif est, lui, discer-

nable de ce qu'il a son autre en lui-même. Le « quelque chose » quantitatif est en revanche sans autre, et par conséquent *sa déterminité est indifférente*. Comprenons que le Un quantitatif est l'être du pur Un, qui ne diffère de rien. Ce n'est pas qu'il soit indiscernable : *il est discernable entre tous, d'être l'indiscernable de l'Un.*

Ce qui fonde la quantité, ce qui la discerne, est proprement l'indifférence de la différence, le Un anonyme. Mais si l'être-un quantitatif est sans différence, c'est forcément que sa limite n'en est pas une, car toute limite, on l'a vu, résulte de l'introjection d'un autre. Hegel parlera de « la déterminité qui est devenue indifférente à l'être, une limite qui tout aussi bien n'en est pas une ». Seulement, une limite qui n'en est pas une est poreuse. Le Un quantitatif, le Un indifférent, qui est le nombre, est aussi bien de multiples-uns, puisque son in-différence est aussi bien de faire proliférer le même-que-soi en dehors de soi : le Un, dont la limite est aussitôt non-limite, se réalise « dans la multiplicité extérieure à soi, laquelle pour son principe ou unité a le Un indifférent ».

On saisit dès lors la différence des mouvements où s'engendrent respectivement l'infini qualitatif et l'infini quantitatif. Si le temps essentiel du quelque chose qualitatif est *l'introjection de l'altérité* (la limite y devenant borne), celui du quelque chose quantitatif est *l'extériorisation de l'identité*. Dans le premier cas, l'un joue avec l'être, entre-deux où le devoir est d'outrepasser la borne. Dans le second cas, l'Un se fait être multiples-Uns, unité où le repos est de se répandre hors de soi. La qualité est infinie selon une dialectique *d'identification*, où l'un procède de l'autre. La quantité est infinie selon une dialectique de *prolifération*, où le même procède de l'Un.

L'extérieur du nombre n'est donc pas le vide où insiste une répétition. L'extérieur du nombre, c'est lui-même en tant que prolifération multiple. On peut dire aussi que les opérateurs ne sont pas les mêmes dans la qualité et la quantité. L'opérateur d'infini qualitatif est l'outrepassement. L'opérateur quantitatif est la duplication. L'un re-pose le quelque chose (encore), l'autre l'im-pose (toujours). Dans la qualité, ce qui est répété est que l'autre soit cet intérieur qui doit franchir sa limite. Dans la quantité, ce qui est répété est que le même soit cet extérieur qui doit se répandre.

Une conséquence capitale de ces différences est que le bon infini quantitatif ne peut être la pure présence, la virtualité intérieure, le subjectif. Car en soi-même aussi le même de l'Un quantitatif prolifère. Si à l'extérieur de soi il est incessamment nombre (l'infiniment grand), à l'intérieur, il reste extérieur : c'est l'infiniment petit. La dissémination de l'Un en soi-même balance sa prolifération. Il n'y a nulle présence en intériorité du quantitatif. Partout le même dis-pose de la limite, puisqu'elle est indifférente. Le nombre, agencement de l'infinité quantitative, semble être universellement mauvais.

Confronté à cette impasse de la présence (et c'est pour nous joie de voir comment le nombre impose le péril du soustractif, de l'imprésence), Hegel propose la ligne de résolution suivante : penser que la limite indifférente produit finalement de la différence réelle. L'infini quantitatif vrai — ou bon — sera *la mise en différence de l'indifférence*. On peut par exemple penser que l'infinité du nombre, c'est, au-delà du Un qui prolifère, et compose tel ou tel nombre, d'*être* un nombre. L'infinité quantitative, c'est la quantité en tant que quantité, le proliférant de la prolifération, c'est-à-dire, tout simplement, la qualité de la quantité, le quantitatif tel qu'on le discerne qualitativement de toute autre détermination.

Mais à mon sens, ça ne marche pas. Qu'est-ce qui ne marche pas ? C'est la nomination. Qu'il y ait une essence qualitative de la quantité, je le veux bien, mais pourquoi la nommer « infini » ? Le nom convenait à l'infini qualitatif *parce qu'il était tiré du vide*, et que le vide était bien la polarité transfinie du processus. Dans la prolifération numérique, il n'y a pas de vide car l'extérieur de l'Un *est* son intérieur, la pure loi qui fait se répandre le même-que-l'Un. La radicale absence d'autre, l'indifférence, illégitime ici qu'on déclare que l'essence du nombre fini, sa numéricité, est infinie.

Autrement dit, *Hegel échoue à intervenir sur le nombre*. Il échoue, parce que l'équivalence nominale qu'il propose entre la pure présence de l'outrepassement dans le vide (bon infini qualitatif) et le concept qualitatif de la quantité (bon infini quantitatif) est un trompe-l'œil, une scène illusoire du théâtre spéculatif. Il n'y a pas de symétrie entre le même et l'autre, entre la prolifération et l'identification. Si héroïque que soit l'effort, il est de fait *interrompu* par l'extériorité même du multiple pur. La mathématique vient ici en discontinuité de la dialectique. C'est cette leçon que Hegel veut masquer en suturant du même vocable — infini — deux ordres discursifs disjoints.

5. LA DISJONCTION

L'entreprise hégélienne rencontre ici, comme son réel, l'impossible de la disjonction pure. A partir des prémisses mêmes de Hegel, on doit constater que la répétition de l'Un dans le nombre ne se laisse pas relever par l'intériorité du négatif. Ce que Hegel ne peut penser, c'est la différence du même au même, soit la pure position de deux lettres. Dans le qualitatif, tout s'origine de cette impureté qui veut que l'autre marque d'un le point d'être. Dans le quantitatif, l'expression de l'Un n'est pas marquable, en sorte que tout nombre est à la fois disjoint de tout autre et composé du même. Rien ne peut ici préserver, si l'on veut l'infini, d'une décision qui d'un seul coup disjoint le lieu de l'Autre de toute l'insistance des autres-mêmes. A vouloir tenir jusque dans les chicanes du multiple pur la continuité dialectique, et la faire procéder du seul point d'être, Hegel ne peut rejoindre l'infini. On ne peut toujours se dispenser du deuxième sceau existentiel.

Congédiée de la représentation et de l'expérience, la décision disjoignante fait retour dans le texte même, par une refente entre deux dialectiques si semblables, qualité et quantité, que ne dispense de sonder l'abîme de leur gémellité, et d'y trouver le paradoxe de leur inappariement, que la fragile passerelle verbale jetée de l'une à l'autre et qui se prononce : infini.

Le « bon infini » quantitatif est proprement une hallucination hégélienne. C'est d'une tout autre psychose, où Dieu inconsiste, que Cantor devait tirer de quoi nommer légitimement les multiplicités infinies, au prix toutefois d'y porter la prolifération dont Hegel s'imaginait que, mauvaise, on la réduirait par l'artifice de sa différenciable indifférence.

IV

L'événement : Histoire et ultra-un

MÉDITATION SEIZE

Sites événementiels et situations historiques

Les catégories de l'être-en-tant-qu'être, telles que, guidées par l'invention de Cantor, nous les avons spécifiées, sont pour l'instant les suivantes : le multiple, forme générale de la présentation ; le vide, nom propre de l'être ; l'excès, ou état de la situation, réduplication représentative de la structure (ou compte-pour-un) de la présentation ; la nature, forme de stabilité et d'homogénéité du se-tenir-là multiple ; l'infini, qui décide l'expansion du multiple naturel au-delà de sa limite grecque.

C'est dans le cadre ainsi constitué que je vais aborder la question du « ce qui n'est pas l'être-en-tant-qu'être », dont il serait sans précaution de dire tout de go qu'il s'agit du non-être.

Il est frappant que, pour Heidegger, le ce-qui-n'est-pas-l'être soit distingué par contraposition négative à l'art. Pour lui en effet, la $\varphi\acute{\upsilon}\sigma\iota\varsigma$ est ce dont l'œuvre d'art, et elle seule, met en œuvre l'épanouissement. Par l'œuvre d'art, nous savons que « tout ce qui apparaît d'autre » — d'autre que l'apparaître même, qui est la nature — n'est confirmé et accessible que « comme ne comptant pas, comme un rien ». Le rien est ainsi ce dont le « se tenir là » n'est pas coextensif à l'auroral de l'être, au geste naturel de l'apparition. C'est ce qui est mort d'être séparé. Heidegger fonde la position du rien, du ce-qui-n'est-pas-l'être, dans la perdominance de la $\varphi\acute{\upsilon}\sigma\iota\varsigma$. Le rien est la retombée inerte de l'apparaître, la non-nature, dont l'apogée, à l'époque du nihilisme, est la résiliation de tout apparaître naturel dans le règne violent et abstrait de la technique moderne.

Je retiendrai de Heidegger la racine de sa proposition : que le *lieu* de pensée du ce-qui-n'est-pas-l'être est la non-nature, ce qui se présente *d'autre* que les multiplicités naturelles, ou stables, ou normales. Le lieu de l'autre-que-l'être est l'a-normal, l'instable, l'antinature.

J'appellerai *historique* ce qui est ainsi déterminé comme l'opposé de la nature.

Qu'est-ce que l'a-normal ? Dans l'analytique de la méditation 8, le premier opposé des multiplicités normales (qui sont présentées et représentées), ce sont les multiplicités singulières, qui sont présentées, mais non représentées. Il s'agit là de multiples qui appartiennent à la situation sans y être inclus, qui sont des éléments mais non des parties.

Qu'un multiple présenté ne soit pas en même temps une partie de la situation veut nécessairement dire que certains des multiples dont ce multiple se compose ne sont pas, eux, des termes de la situation. Si en effet *tous* les termes d'un multiple présenté sont eux-mêmes présentés dans la situation, la collection de ces termes, c'est-à-dire le multiple lui-même, est une *partie* de la situation, et est donc comptée par l'état. Ou encore : la condition nécessaire et suffisante pour qu'un multiple soit à la fois présenté et représenté est que tous ses termes soient à leur tour présentés. Je donne une image (à vrai dire approximative) : une famille de gens est un multiple présenté de la situation sociale (au sens où elle cohabite dans un même appartement, où elle part en vacances, etc.), et c'est aussi un multiple représenté, une partie, au sens où *chacun* de ses membres est déclaré à l'état civil, a la nationalité française, etc. Toutefois, si un des membres de la famille, physiquement lié à elle, n'est pas déclaré, reste clandestin et, de ce fait même, ne sort jamais seul, ou se déguise, etc., on peut dire que cette famille, quoique présentée, n'est pas représentée. Elle est donc *singulière*. En fait, un des membres du multiple présenté qu'elle est demeure, lui, imprésenté *dans la situation*.

C'est qu'un terme peut n'être présenté dans la situation que par un multiple auquel il appartient, sans être lui-même directement un multiple de cette situation. Ce terme tombe sous le compte-pour-un de la présentation (puisqu'il est selon le multiple-un auquel il appartient), mais il n'est pas compté-pour-un de façon séparée. L'appartenance de tels termes à un multiple les singularise.

Il est rationnel de penser l'a-normal, l'antinature, donc l'histoire, comme omniprésence de la singularité — tout comme nous avons pensé la nature comme omniprésence de la normalité. La forme-multiple de l'historicité est ce qui est entièrement dans l'instable du singulier, ce sur quoi la métastructure étatique n'a pas de prise. C'est un point de soustraction à la réassurance du compte par l'état.

J'appellerai *site événementiel* un tel multiple totalement a-normal, c'est-à-dire tel qu'aucun de ses éléments n'est présenté dans la situation. Le site, lui, est présenté, mais « en dessous » de lui, rien de ce qui le compose ne l'est, si bien que le site n'est pas une partie de la situation. Je dirai aussi d'un tel multiple (le site événementiel) qu'il est *au bord du vide*, ou *fondateur* (j'expliquerai ces désignations).

Pour reprendre l'image de tout à l'heure, il s'agirait là d'une famille concrète dont *tous* les membres sont clandestins, ou non déclarés, et qui ne se présente — ne se manifeste publiquement — *que* sous la forme groupée des sorties familiales. Un tel multiple n'est en somme présenté *que* comme le multiple-qu'il-est. Aucun de ses termes comme tel n'est compté-pour-un, seul le multiple de ces termes fait un.

Qu'un site événementiel puisse être dit « au bord du vide » s'éclaire si l'on songe que, du point de la situation, ce multiple n'est composé que de multiples non présentés. Juste « en dessous » de ce multiple, c'est-à-dire si l'on considère les termes-multiples dont il se compose, il n'y a *rien*, puisque aucun de ses termes n'est, lui, compté-pour-un. Un site est donc le *minimum* concevable de l'effet de la structure, celui qui est tel qu'il appartient à la situation, mais que ce qui lui appartient n'y appartient plus. L'effet de bord par lequel ce multiple touche au vide provient de ce que la consistance (l'un-multiple) ne se compose que de ce qui, au regard de la situation, étant soustrait au compte, in-consiste. Dans la situation, ce multiple est, mais *ce dont* il est multiple n'est pas.

Que maintenant on puisse dire qu'un site événementiel (ou au bord du vide) est fondateur, s'éclaire de ce que justement un tel multiple est minimal pour l'effet du compte. Ce multiple peut naturellement entrer ensuite dans des combinaisons consistantes, il peut à son tour *appartenir* à des multiples comptés-pour-un dans la situation. Mais lui-même, étant purement présenté de telle sorte que rien de ce qui lui appartient ne l'est, ne peut résulter d'une combinaison interne à la situation. Il est, si l'on veut, un premier-un de cette situation, un multiple « admis » au compte sans pouvoir résulter de comptes « antérieurs ». C'est en ce sens qu'on peut dire qu'au regard de la structure, il est un terme indécomposable. Il s'ensuit que les sites événementiels bloquent la régression à l'infini des combinaisons de multiples. Comme ils sont au bord du vide, on ne peut penser l'en-deçà de leur être-présenté. Il est donc juste de dire que les sites *fondent* la situation,

puisqu'ils y sont des termes absolument premiers, qui interrompent le questionnement selon la provenance combinatoire.

On remarquera qu'à la différence du concept de multiplicité naturelle, celui de site événementiel n'est ni intrinsèque ni absolu. Car un multiple peut fort bien être singulier dans une situation (ses éléments n'y sont pas présentés, quoique lui-même le soit), mais normal dans une autre (ses éléments viennent à être présentés dans cette nouvelle situation). Alors qu'un multiple naturel, qui est normal et dont tous les termes sont normaux, conserve ces qualités où qu'il apparaisse. La nature est absolue, l'historicité est relative. C'est une profonde caractéristique des singularités qu'elles puissent toujours être *normalisées*. Comme du reste l'Histoire politico-sociale le montre, tout site événementiel peut à la fin subir une normalisation étatique. Mais il est impossible de singulariser la normalité naturelle. Si l'on admet que les sites événementiels sont requis pour qu'il y ait de l'historicité, on constatera ceci : l'histoire est naturalisable, mais la nature n'est pas historicisable. Il y a là une frappante dissymétrie, qui interdit — hors le cadre de la pensée ontologique du multiple pur — toute unité de plan entre nature et histoire.

Pour le dire autrement : ce qu'il y a de *négatif* (ne pas être représenté) dans la définition des sites événementiels interdit qu'on parle d'un site « en soi ». C'est relativement à la situation où il est présenté (compté pour un) qu'un multiple est un site. Un multiple n'est un site qu'*en* situation. En revanche, une situation naturelle, normalisatrice de tous ses termes, est intrinsèquement définissable, et si même elle devient une sous-situation (un sous-multiple) dans une présentation plus vaste, elle conserve sa qualité.

Il est donc essentiel de retenir que la définition des sites événementiels est *locale*, tandis que la définition des situations naturelles est globale. On peut soutenir qu'il n'y a que des *points*-sites, à l'intérieur d'une situation, où certains multiples (mais d'autres non) sont au bord du vide. Par contre, il y a des situations globalement naturelles.

Dans *Théorie du sujet*, j'avais introduit la thèse que l'Histoire n'existe pas. Il s'agissait de réfuter la conception marxiste vulgaire du sens de l'Histoire. Dans le cadre abstrait qui est celui de ce livre, je retrouve cette idée sous la forme suivante : il y a des sites événementiels en situation, mais pas de situation événementielle. Nous pouvons penser *l'historicité* de certains multiples, mais nous ne pouvons pas

penser *une* Histoire. Les conséquences pratiques — politiques — de cette conception sont considérables, parce qu'elles engagent une topologie différentielle de l'action. L'idée d'un bouleversement dont l'origine serait un état de la totalité est imaginaire. Toute action transformatrice radicale s'origine *en un point*, qui est, à l'intérieur d'une situation, un site événementiel.

Est-ce à dire que le concept de situation est indifférent à l'historicité ? Pas exactement. Il est évident en effet que toutes les situations pensables ne comportent pas nécessairement de sites événementiels. Cette remarque ouvrirait à une typologie des situations, qui serait le point de départ de ce qui, pour Heidegger, est une doctrine, non de l'être-de-l'étant, mais de l'étant « en totalité ». Je la laisse pour plus tard : elle seule peut mettre de l'ordre dans la classification des savoirs, et légitimer le statut de ce conglomérat qu'on a un temps appelé les « sciences humaines ».

Il nous suffit pour l'instant de distinguer les situations dans lesquelles il y a des sites événementiels de celles dans lesquelles il n'y en a pas. Par exemple dans une situation naturelle, il n'y a pas de site. Mais le régime de la présentation a bien d'autres états, en particulier des états où la distribution des termes singuliers, normaux ou des excroissances ne comporte ni multiple naturel ni site événementiel. C'est le gigantesque réservoir dont notre existence est tissée, de situations *neutres*, où il n'est question ni de la vie (nature), ni de l'action (histoire).

Je nommerai *historiques* les situations dans lesquelles figure au moins un site événementiel. Je choisis le mot « historique » par opposition à la stabilité intrinsèque des situations naturelles. J'insiste sur le fait que l'historicité est un critère local : un (au moins) des multiples que présente et compte la situation est un site, c'est-à-dire tel qu'aucun de ses propres éléments (les multiples dont il fait l'un-multiple) n'est présenté dans la situation. Une situation historique est donc, en un de ses points au moins, au bord du vide.

Ainsi l'historicité est-elle la présentation aux limites ponctuelles de son être. A l'inverse de Heidegger, je soutiens que la localisation historique est ce par quoi l'être ad-vient à la proximité présentative, parce que quelque chose est soustrait à la représentation, ou à l'état. Et que la nature, stabilité structurelle, équilibre de la présentation et de la représentation, est bien plutôt ce dont l'être-là trame le plus grand oubli. Excès compact de la présence et du compte, la nature enfouit

l'inconsistance et se détourne du vide. Elle est trop globale, trop normale, pour ouvrir à la convocation événementielle de son être. Ce n'est que dans le point de l'histoire, la précarité représentative des sites événementiels, que va s'avérer, au hasard d'un supplément, que l'être-multiple inconsiste.

MEDITATION DIX-SEPT

Le mathème de l'événement

Je vais ici procéder par voie constructive. L'événement n'est pas en effet interne à l'analytique du multiple. En particulier, s'il est toujours *localisable* dans la présentation, il n'est pas comme tel présenté ni présentable. Il est — n'étant pas — surnuméraire.

D'ordinaire, on rejette l'événement dans l'empirie pure du ce-qui-advient, et on réserve la construction conceptuelle aux structures. Ma méthode est inverse. Le compte-pour-un est pour moi l'évidence de la présentation. C'est l'événement qui relève d'une construction de concept, au double sens où on ne peut le *penser* qu'en anticipant sa forme abstraite, et où on ne peut l'*avérer* que dans la rétroaction d'une pratique intervenante elle-même entièrement réfléchie.

Un événement est toujours localisable. Qu'est-ce à dire ? D'abord, que nul événement ne concerne immédiatement la situation dans son ensemble. Un événement est toujours en un point de la situation, ce qui veut dire qu'il « concerne » *un* multiple présenté dans la situation, quoi que puisse vouloir dire le mot « concerner ». Il est possible de caractériser de façon générale le type de multiple que *peut* « concerner » un événement, dans une situation quelconque. Comme on s'en doute, il s'agit de ce que j'ai prénommé un site événementiel (ou au bord du vide, ou fondateur). Nous poserons une fois pour toutes qu'il n'y a pas d'événement naturel, ni non plus d'événement neutre. Dans les situations naturelles ou neutres, il n'y a que des *faits*. La distinction du fait et de l'événement renvoie en dernière instance à la distinction des situations naturelles, ou neutres, dont le critère est global, et des situations historiques, dont le critère (existence d'un site) est local. Il n'y a d'événement que dans une situation qui présente au moins un site. L'événement est attaché, dans sa définition même, au lieu, au point, qui concentre l'historicité de la situation.

Tout événement a un site singularisable dans une situation historique.

Le site désigne le type local de la multiplicité « concernée » par un événement. Ce n'est pas parce que le site existe dans la situation qu'il y a événement. Mais *pour* qu'il y ait événement, il faut la détermination locale du site, donc une situation où est présenté au moins un multiple au bord du vide.

La confusion de l'existence du site (par exemple : la classe ouvrière, ou un état donné des tendances artistiques, ou une impasse de la science...) et de la nécessité de l'événement est la croix des pensées déterministes, ou globalisantes. Le site n'est jamais qu'une *condition d'être* de l'événement. Certes, si la situation est naturelle, compacte ou neutre, l'événement est impossible. Mais l'existence d'un multiple au bord du vide ne fait advenir que la possibilité de l'événement. Il se peut toujours qu'il ne s'en produise aucun. Un site n'est « événementiel » au sens strict que dans sa qualification rétroactive par l'événement. Toutefois, nous en connaissons une caractéristique ontologique, liée à la forme de la présentation : il est toujours un multiple a-normal, un multiple au bord du vide. Il n'y a donc d'événement que relativement à une situation historique, même si une situation historique ne produit pas *nécessairement* d'événement.

Et maintenant, *hic Rhodus, hic salta.*

Soit, dans une situation historique, un site événementiel X.

J'appelle événement de site X un multiple tel qu'il est composé d'une part des éléments du site, d'autre part de lui-même.

L'inscription d'un *mathème de l'événement* n'est pas ici un luxe. Soit S la situation, et $X \in S$ (X appartient à S, X est présenté par S) le site événementiel. Je noterai e_X l'événement (à lire : « événement de site X »). Ma définition s'écrit alors :

$$e_X = \{x \in X, e_X\}$$

Soit : l'événement fait un-multiple d'une part de tous les multiples qui appartiennent à son site, d'autre part de l'événement lui-même.

Deux questions sont immédiates. La première est de savoir dans quelle mesure cette définition correspond peu ou prou à l'idée « intuitive » d'un événement. La deuxième est de déterminer les conséquences de la définition quant à la place de l'événement dans la situation dont il est événement, au sens où son site est un multiple absolument singulier de cette situation.

Je répondrai à la première par une image. Soit le syntagme « Révolution française ». Que faut-il entendre sous ces mots ? On peut certainement dire que l'événement « Révolution française » fait un de tout ce qui compose son site, soit la France entre 1789 et, disons, 1794. Vous trouvez là les électeurs des États généraux, les paysans de la Grande Peur, les sans-culottes des villes, le personnel de la Convention, les clubs des jacobins, les soldats de la levée en masse, mais aussi, le prix des subsistances, la guillotine, les effets de tribune, les massacres, les espions anglais, les Vendéens, les assignats, le théâtre, *la Marseillaise*, etc. L'historien finit par inclure dans l'événement « Révolution française » tout ce que l'époque livre de traces et de faits. Dans cette voie — qui est l'inventaire de tous les éléments du site —, il se peut toutefois que l'un de l'événement se décompose jusqu'à n'être plus, justement, que le dénombrement toujours infini des gestes, des choses et des mots qui lui coexistent. Ce qui fait point d'arrêt à cette dissémination est *le mode sur lequel la Révolution est un terme axial de la Révolution elle-même*, c'est-à-dire la façon dont la conscience du temps — et l'intervention rétroactive de la nôtre — filtre tout le site par l'un de sa qualification événementielle. Quand par exemple Saint-Just déclare en 1794 que « la Révolution est glacée », il désigne certes une infinité d'indices de la lassitude et de la contrainte générales, mais il y ajoute ce *trait-d'un* qu'est la Révolution elle-même, comme ce signifiant de l'événement qui, pouvant être qualifié (la Révolution est « glacée »), atteste qu'il est lui-même un *terme* de l'événement qu'il est. De la Révolution française comme événement il faut à la fois dire qu'elle présente le multiple infini de la séquence des faits situés entre 1789 et 1794, et *en outre* qu'elle se présente elle-même comme résumé immanent et trait-d'un de son propre multiple. La Révolution, si même elle est interprétée comme telle par la rétroaction historique, n'en est pas moins en elle-même surnuméraire au seul dénombrement des termes de son site, quoiqu'elle présente ce dénombrement. L'événement est donc bien ce multiple qui à la fois présente tout son site, et, par le signifiant pur de lui-même immanent à son propre multiple, en vient à présenter la présentation elle-même, soit l'un du multiple infini qu'il est. Cette évidence empirique correspond bien à notre mathème, qui pose qu'au multiple événementiel appartient, outre les termes de son site, la marque e_X de lui-même.

Maintenant, quelles sont les conséquences de tout cela pour ce qui

concerne le rapport de l'événement à la situation ? Et d'abord, l'événement est-il oui ou non un *terme* de la situation où il a son site ?

Je touche ici au roc de tout mon édifice. Car il se trouve qu'à cette question simple il est — au point où nous en sommes — impossible de répondre. S'il existe un événement, *son appartenance à la situation de son site est indécidable du point de la situation elle-même*. En effet, le signifiant de l'événement (notre e_X) est nécessairement surnuméraire au site. Correspond-il à un multiple effectivement présenté dans la situation ? Et quel est ce multiple ?

Examinons attentivement le mathème $e_X = \{x \,/\, x \in X,\ e_X\}$. Puisque X, le site, est au bord du vide, ses éléments x, en tout cas, ne sont *pas* présentés dans la situation, seul X lui-même l'est (ainsi par exemple « les paysans » sont certes présentés dans la situation française de 1789-1790, mais non pas *ces* paysans de la Grande Peur qui s'emparent des châteaux). Si on veut vérifier que l'événement est présenté, reste l'autre élément de l'événement, qui est le signifiant e_X de l'événement lui-même. On voit donc clairement la racine de l'indécidabilité : c'est que la question est circulaire. Pour vérifier que l'événement est présenté dans la situation, il faudrait pouvoir vérifier qu'il est présenté comme élément de lui-même. Pour savoir si la Révolution est bien *un* événement de l'Histoire française, il faut établir qu'elle est bien un terme immanent d'elle-même. Nous verrons au chapitre suivant que seule une *intervention interprétante* peut prononcer que l'événement *est* présenté dans la situation, en tant qu'advenue à l'être du non-être, advenue au visible de l'invisible.

Nous ne pouvons pour l'instant qu'examiner les conséquences des deux hypothèses possibles, hypothèses en fait séparées par toute l'étendue d'une intervention interprétante, d'une *coupure* : ou bien l'événement appartient à la situation, ou bien il ne lui appartient pas.

— *Première hypothèse :* l'événement appartient à la situation. Du point de la situation, il *est*, étant présenté. Ses caractéristiques sont cependant tout à fait spéciales. Remarquons d'abord que l'événement est un multiple *singulier* (dans la situation à laquelle nous supposons qu'il appartient). Si en effet il était normal, et pouvait donc être représenté, l'événement serait une *partie* de la situation. Or, c'est impossible, puisque lui appartiennent les éléments de son site, lesquels — le site étant au bord du vide — ne sont, eux, pas présentés. L'événement (comme du reste l'intuition le saisit aisément) ne peut donc pas être

pensé étatiquement, en termes de partie de la situation. L'état ne compte nul événement.

Toutefois, l'événement, *s'il appartient à la situation* — s'il y est présenté —, n'est pas lui-même au bord du vide. Car ayant cette caractéristique essentielle de s'appartenir à lui-même, $e_X \in e_X$, il présente, en tant que multiple, au moins un multiple qui est présenté, à savoir lui-même. Dans notre hypothèse, l'événement fait barrage à sa *totale* singularisation par l'appartenance de son signifiant au multiple qu'il est. Disons-le ainsi : un événement n'est pas (ne coïncide pas avec) un site événementiel. Il « mobilise » les éléments de son site, mais il y ajoute sa propre présentation.

Du point de la situation, s'il lui appartient, comme je l'ai supposé, l'événement est séparé du vide par lui-même. C'est ce que nous appellerons son être d'ultra-un. Pourquoi « ultra-un » ? Parce que le seul et unique terme de l'événement qui assure qu'il n'est pas, comme l'est son site, au bord du vide, est l'un-qu'il-est. Et il *est* un, puisque nous supposons que la situation le présente, donc qu'il tombe sous le compte-pour-un.

Déclarer que l'événement appartient à la situation revient à dire qu'il se distingue conceptuellement de son site par l'interposition de lui-même entre le vide et lui. Cette interposition, liée à l'appartenance à soi-même, est l'ultra-un, parce qu'elle compte pour un *deux fois* le même, comme multiple présenté, et comme multiple présenté dans sa présentation.

— *Deuxième hypothèse :* l'événement n'appartient *pas* à la situation. Il en résulte que « rien n'a eu lieu que le lieu ». Car, outre lui-même, l'événement ne présente que les éléments de son site, lesquels ne sont pas présentés dans la situation. Si lui-même ne l'est pas non plus, *rien* n'est par lui présenté, du point de la situation. Il en résulte que, pour autant que le signifiant e_X « s'ajoute », par quelque opération encore mystérieuse, aux parages d'un site, à une situation qui ne le présente pas, ce n'est *que le vide* qui peut s'y subsumer, puisque nul multiple présentable ne répond à l'appel de ce nom. Et de fait, si vous commencez à poser que « Révolution française » n'est qu'un pur mot, vous *démontrerez* sans peine, au vu de l'infini des faits présentés, et non présentés, que *rien* de tel n'a jamais eu lieu.

Ou bien, donc, l'événement est dans la situation, et il rompt l'au-bord-du-vide du site en s'interposant entre lui-même et le vide, ou bien

il n'y est pas, et son pouvoir de nomination ne s'adresse, s'il s'adresse à « quelque chose », qu'au vide lui-même.

L'indécidabilité de l'appartenance de l'événement à la situation peut s'interpréter comme double fonction. D'une part, l'événement connoterait le vide, d'autre part, il s'interposerait entre le vide et lui-même. Il serait à la fois un nom du vide et l'ultra-un de la structure présentative. Et c'est cet ultra-un-nommant-le-vide qui déploierait, à l'intérieur-extérieur d'une situation historique, en torsion de son ordre, l'être du non-être, c'est-à-dire *l'exister*.

C'est ce point même que l'intervention interprétante doit à la fois détenir et trancher. Par la prononciation de l'appartenance de l'événement à la situation, elle barre l'irruption du vide. Mais ce n'est que pour forcer la situation elle-même à confesser son vide, et faire ainsi surgir, de l'être inconsistant et du compte interrompu, l'éclat non-étant d'une existence.

MÉDITATION DIX-HUIT

L'interdiction portée par l'être sur l'événement

Le schème ontologique (ou mathématique) d'une situation naturelle est un ordinal (méditation 12). Quel peut bien être le schème ontologique d'un site événementiel (ou au bord du vide, ou fondé) et par là même d'une situation historique ? L'examen de cette question va conduire aux résultats surprenants que voici : d'une part, en un certain sens, *tout* multiple pur, toute instance pensable de l'être-en-tant-qu'être, est « historique », mais à condition que l'on admette que le nom du vide, la marque ϕ, puisse « valoir » comme multiplicité historique (ce qui est tout à fait impossible dans les situations autres que l'ontologie elle-même). D'autre part, l'événement est interdit, l'ontologie le rejette dans le ce-qui-n'est-pas-l'être-en-tant-qu'être. Nous allons constater une fois de plus que le vide, nom propre de l'être, supporte soustractivement des déterminations contradictoires, puisque nous l'avons traité dans la méditation 12 comme un multiple naturel, et que nous le traiterons cette fois comme un site. Mais nous allons aussi voir que la symétrie entre nature et histoire s'arrête à cette indifférence du vide, car si l'ontologie admet une doctrine complète des multiples naturels ou normaux — la théorie des ordinaux —, elle n'admet pas de doctrine de l'événement, et donc de l'historicité proprement dite. Avec l'événement, nous avons le premier concept *extérieur* au champ de l'ontologie mathématicienne. C'est là, comme toujours, un point qu'elle décide, par un axiome spécial, l'« axiome de fondation ».

1. LE SCHÈME ONTOLOGIQUE DE L'HISTORICITÉ ET DE L'INSTABILITÉ

La méditation 12 nous a permis de trouver, dans les ensembles transitifs (tout élément est aussi une partie, l'appartenance implique l'inclusion), les corrélats ontologiques des multiples normaux. L'historicité se fonde au contraire sur la singularité, sur le « au bord du vide », sur ce qui appartient sans être inclus.

Comment formaliser cette notion ?

Prenons un exemple. Soit α un multiple non vide soumis à la seule règle qu'il n'est pas élément de lui-même (on a : $\sim(\alpha \in \alpha)$). Considérons l'ensemble $\{\alpha\}$ qui est la mise-en-un de α, ou son singleton, soit l'ensemble dont l'unique élément est α. Nous constatons que α est au bord du vide pour la « situation » formalisée par $\{\alpha\}$. En effet, $\{\alpha\}$ n'a que α comme élément. Or, α n'est pas élément de lui-même. Donc $\{\alpha\}$, qui présente uniquement α, ne présente certainement aucun élément de α, puisqu'ils sont tous différents de α. Ainsi, dans la situation $\{\alpha\}$, le multiple α est un site événementiel, il est présenté, mais rien de ce qui lui appartient ne l'est (dans la situation $\{\alpha\}$).

Que α soit un site dans $\{\alpha\}$, et que donc $\{\alpha\}$ formalise une situation historique (puisqu'elle a un site comme élément) peut — ce qui fait apparaître le vide — s'exprimer ainsi : l'intersection de $\{\alpha\}$ (la situation) et de α (le site) est vide, puisque $\{\alpha\}$ ne présente aucun élément de α. Que α soit site pour $\{\alpha\}$ veut dire que seul le vide nomme ce qu'il y a de commun à α et à $\{\alpha\}$: $\{\alpha\} \cap \alpha = \phi$.

En toute généralité : le schème ontologique d'une situation historique est un multiple tel que lui appartient au moins un multiple dont l'intersection avec le multiple initial est vide. Dans α, il y a un β tel que $\alpha \cap \beta = \phi$. On voit clairement en quel sens β peut être dit au bord du vide relativement à α : le vide nomme ce que β présente *dans* α, à savoir : rien. Ce multiple β formalise un site événementiel dans α. Son existence qualifie α comme situation historique. On dira aussi que β *fonde* α, car l'appartenance à α trouve son point d'arrêt dans ce que présente β.

2. L'AXIOME DE FONDATION

Or, et voici le pas capital, il se trouve que cette fondation, cet au-bord-du-vide, ce site, constitue en un certain sens une loi générale de l'ontologie. Une Idée du multiple (un axiome) introduit par Zermelo assez tardivement, axiome appelé très justement axiome de fondation, pose qu'en fait tout multiple pur est historique, ou contient au moins un site. Selon cet axiome il existe toujours, dans un multiple-un existant, un multiple par lui présenté tel qu'il est au bord du vide relativement au multiple initial.

Commençons par la présentation technique de cette nouvelle Idée du multiple.

Soit un ensemble quelconque α, et soit β un élément de α, ($\beta \in \alpha$). Si β est au bord du vide selon α, c'est qu'aucun élément de β n'est lui-même un élément de α : le multiple α présente β, mais ne présente de façon séparée aucun des multiples que β présente.

Cela signifie que β et α n'ont *aucun élément commun* : nul multiple présenté par l'un-multiple β ne l'est par α, quoique β lui-même, en tant qu'un, soit présenté par α. Que deux ensembles n'aient *aucun* élément commun se résume ainsi : l'intersection de ces deux ensembles ne se laisse nommer que par le nom propre du vide : $\alpha \cap \beta = \phi$.

Cette relation de disjonction totale est un concept de l'altérité. L'axiome d'extensionalité énonçait qu'un ensemble était autre qu'un autre si au moins un élément de l'un ne l'était pas de l'autre. La relation de disjonction est plus forte, puisqu'elle dit qu'*aucun* élément appartenant à l'un n'appartient à l'autre. En tant que multiples, ils n'ont *rien* à voir l'un avec l'autre, ce sont deux présentations absolument hétérogènes, et c'est pourquoi cette relation, étant la non-relation, n'est pensable que sous le signifiant de l'être (du vide), lequel indique que les multiples considérés n'ont en commun que d'*être* des multiples. En somme l'axiome d'extensionalité est l'Idée de l'autre, et la disjonction totale est l'idée de l'Autre.

On voit qu'un élément β qui est un site dans α est un élément de α qui est Autre que α. Certes, β appartient à α, mais les multiples dont β fait-un sont hétérogènes à ceux dont l'un est α.

L'axiome de fondation dit alors ceci : Étant donné un multiple quel-

conque existant (donc, compté pour un en conformité aux Idées du multiple et à l'existence du nom du vide), lui appartient toujours, si naturellement il n'est pas lui-même le nom du vide (car dans ce cas rien ne lui appartient), un multiple au bord du vide dans la présentation qu'il est. Ou encore : tout multiple non vide contient de l'Autre :

$$(\forall\alpha)\ [(\alpha \neq \phi) \rightarrow (\exists\beta)\ [(\beta \in \alpha)\ \&\ (\beta \cap \alpha = \phi)]]$$

La connexion conceptuelle remarquable ici affirmée est celle de l'Autre et de la fondation. Un ensemble non vide est prescrit, par cette nouvelle Idée du multiple, à être fondé, en ceci que lui appartient toujours un multiple qui est Autre que lui. Étant Autre que lui, il en gage la fondation immanente, car, « en deçà » du multiple fondateur, il n'y a rien qui appartienne à l'ensemble initial. L'appartenance ne peut donc régresser à l'infini, et ce point d'arrêt établit une sorte de finitude originelle « vers le bas » de tout multiple présenté, au regard du signe primitif du multiple, le signe $\in$.

L'axiome de fondation est cette proposition ontologique que tout multiple existant — hormis le nom du vide — advient selon une origine immanente, que disposent les Autres qui lui appartiennent. Elle équivaut à l'historicité de tout multiple.

Ainsi, par la médiation de l'Autre, l'ontologie ensembliste affirme que, si bien entendu la présentation peut être infinie (*cf.* méditations 13 et 14), elle est cependant toujours marquée de finitude *quant à son origine*. C'est cette finitude qui est ici existence d'un site, au bord du vide, historicité.

J'en viens maintenant à l'examen critique de cette Idée.

3. L'AXIOME DE FONDATION EST UNE THÈSE MÉTAONTOLOGIQUE DE L'ONTOLOGIE

En effet, les multiples *pratiqués* par la mathématique courante, nombres entiers, nombres réels, nombres complexes, espaces fonctionnels, etc., sont tous fondés de façon évidente, sans avoir besoin du recours à l'axiome de fondation. Cet axiome est donc (comme, par certains côtés, l'axiome de remplacement) surnuméraire au regard des besoins

du *working mathematician* donc de l'ontologie historique. Sa portée est de ce fait plutôt réflexive, ou conceptuelle. L'axiome indique une structure essentielle de la théorie de l'être, plutôt qu'il n'est requis pour des résultats particuliers de cette théorie. Il se prononce plutôt sur le rapport entre la science de l'être, et les grandes catégories de situations qui classent l'étant-en-totalité. Son usage est largement métathéorique.

4. NATURE ET HISTOIRE

A peine ai-je dit cela qu'on peut m'objecter que l'axiome de fondation fait tout le contraire. Si en effet, hormis le vide, tout ensemble admet de l'Autre, donc présente un multiple qui est, dans la présentation, le schème d'un site, c'est que, en termes de matrice ontologique, *toute situation est historique*, et qu'il y a *partout* des multiples historiques. Que devient alors la classification de l'étant-en-totalité ? Que deviennent en particulier les situations stables naturelles, les ordinaux ?

Nous touchons ici à rien moins que *la différence ontologique entre l'être et l'étant*, entre la présentation de la présentation — le multiple pur — et la présentation — le multiple présenté. Cette différence revient à ceci que la situation ontologique nomme originairement le vide comme multiple existant, alors que toute autre situation ne consiste que de garantir l'in-appartenance du vide, in-appartenance du reste contrôlée par l'état de la situation. Il en résulte que la matrice ontologique d'une situation naturelle, c'est-à-dire un ordinal, est bien fondée, mais qu'elle l'est uniquement *par le vide*. Dans un ordinal, l'Autre *est* le nom du vide, et lui seul. On admettra donc qu'une situation naturelle stable est ontologiquement réfléchie comme multiple dont le terme historique ou fondateur est le nom du vide, et qu'une situation historique l'est par un multiple qui possède en tout cas *d'autres* termes fondateurs, des termes non vides.

Reprenons quelques exemples.

Soit le Deux, l'ensemble $\{\phi,\{\phi\}\}$, qui est un ordinal (méditation 12). Quel est l'Autre en lui ? Certainement pas $\{\phi\}$, car ϕ lui appartient, qui appartient aussi au Deux. C'est donc ϕ, le vide, auquel rien

n'appartient, et qui donc n'a certainement nul élément en commun avec le Deux. Il en résulte que le vide fonde le Deux.

De façon générale *seul le vide fonde un ordinal*, et même, plus généralement, un ensemble transitif (c'est un exercice facile, lié à la définition de la transitivité).

Soit maintenant notre exemple de tout à l'heure, le singleton $\{\alpha\}$, où α est non vide. Nous avons vu que α y était le schème d'un site, et que $\{\alpha\}$ est le schème d'une situation historique (à un seul élément !). On a bien $\alpha \cap \{\alpha\} = \phi$. Mais cette fois, l'élément fondateur (le site), qui est α, n'est pas vide, par hypothèse. Le schème $\{\alpha\}$, n'étant pas fondé par le vide, se distingue des ordinaux, ou schèmes des situations naturelles, qui ne sont fondées *que* par le vide.

Dans les situations *non ontologiques*, la fondation par le vide est impossible. Seule *l'ontologie mathématicienne* admet la pensée de la suture à l'être sous la marque ϕ.

On aperçoit pour la première fois un décalage entre l'ontologie mathématicienne et la pensée des présentations autres, ou étantes, ou non ontologiques, décalage qui tient à la position du vide. En général, est naturel ce qui est stable ou normal, est historique ce qui contient de l'au-bord-du-vide. Mais dans l'ontologie, est naturel ce qui est fondé par le seul vide, et tout le reste schématise de l'historique. Le recours au vide est ce qui institue, dans la pensée du couple nature/histoire, une *différence ontico-ontologique*. Elle se déploie ainsi :

a. Une situation-étante est naturelle si elle ne présente aucun terme singulier (si tous ses termes sont normaux), et si nul de ses termes, considéré à son tour comme situation, n'en présente non plus (si la normalité est récurrente vers le bas). C'est une *stabilité de stabilités*.

— Dans la situation ontologique, un multiple pur est naturel (est un ordinal) si seul le vide le fonde, et si également seul le vide fonde tout ce qui lui appartient (puisque, je le rappelle, tout ce qui appartient à un ordinal est un ordinal). C'est *une fondation-vide de fondations-vides*.

b. Une situation-étante est historique si elle comporte au moins un site événementiel ou au bord du vide, ou fondateur.

— Dans la situation ontologique, à un multiple pur, d'après l'axiome de fondation, appartient *toujours* au moins un multiple Autre, donc un site. Toutefois, on dira qu'un ensemble formalise une situation historique si lui appartient au moins un multiple Autre *qui*

ne soit pas le nom du vide. C'est donc cette fois une fondation simple par de l'autre-que-le-vide.

De ce que l'ontologie n'admet que des multiples fondés, qui contiennent des schèmes de site événementiel, fussent-ils vides, on pourrait hâtivement conclure qu'elle est tout entière orientée vers la pensée d'un être de l'événement. Nous allons voir que c'est tout le contraire.

5. L'ÉVÉNEMENT RELÈVE DU CE-QUI-N'EST-PAS-L'ÊTRE-EN-TANT-QU'ÊTRE

Dans la construction du concept d'événement (méditation 17) l'appartenance de l'événement à lui-même ou peut-être, plutôt, l'appartenance du signifiant de l'événement à sa signification a joué un rôle crucial. Considéré comme un multiple, l'événement contient, outre les éléments de son site, lui-même, ainsi présenté par la présentation qu'il est.

S'il existait une formalisation ontologique de l'événement, il faudrait donc que soit admis à l'existence, c'est-à-dire au compte-pour-un dans le cadre de la théorie des ensembles, un multiple α tel qu'il s'appartient à lui-même : $\alpha \in \alpha$.

C'est ainsi du reste que l'on formaliserait l'idée que l'événement résulte d'un excès-d'un, qu'il est, ai-je dit, ultra-un. En effet, la *différence* de cet ensemble α, d'après l'axiome d'extensionalité, doit s'établir par l'examen de ses éléments, donc, si α s'appartient, par l'examen de α lui-même. Ainsi, l'identité de α n'est spécifiable qu'à partir d'elle-même. L'ensemble α ne se laisse reconnaître que pour autant qu'il a déjà été reconnu. Cette espèce d'antécédence à soi dans l'identification indique l'effet d'ultra-un en ceci que l'ensemble α, tel que $\alpha \in \alpha$, n'est identique à soi qu'en tant qu'il *aura été* identique à soi.

Les ensembles tels qu'ils s'appartiennent à eux-mêmes furent baptisés par le logicien Mirimanoff des ensembles *extraordinaires*. On pourrait donc dire ceci : un événement est ontologiquement formalisé par un ensemble extraordinaire.

On pourrait. Mais *l'axiome de fondation forclôt de toute existence*

les ensembles extraordinaires, et ruine toute possibilité de nommer un être-multiple de l'événement. C'est là un geste essentiel, par lequel l'ontologie déclare que l'événement n'est pas.

Supposons en effet qu'existe un ensemble α tel qu'il s'appartient à lui-même, un multiple qui présente la présentation qu'il est : $\alpha \in \alpha$. Si cet α existe, son singleton $\{\alpha\}$ existe aussi, car la mise-en-un est une opération générale (*cf.* méditation 7). Or, ce singleton n'obéirait pas à l'Idée du multiple qu'énonce l'axiome de fondation : $\{\alpha\}$ n'aurait pas d'Autre en lui-même, nul *élément* de $\{\alpha\}$ tel que son intersection avec $\{\alpha\}$ soit vide.

En effet, à $\{\alpha\}$ n'appartient que α. Or, α appartient à α. Donc l'intersection de $\{\alpha\}$ et de son unique élément α *n'est pas vide*, elle est égale à α : $[\alpha \in \{\alpha\} \;\&\; (\alpha \in \alpha)] \rightarrow (\alpha \cap \{\alpha\} = \alpha)$. Donc, $\{\alpha\}$ n'est pas fondé comme l'axiome de fondation exige qu'il le soit.

L'ontologie n'admet pas que puissent exister, c'est-à-dire être comptés pour un comme ensembles par son axiomatique, des multiples qui s'appartiennent à eux-mêmes. Il n'y a aucune matrice ontologique recevable de l'événement.

Que signifie ce point, qui est la conséquence d'une loi du discours sur l'être-en-tant-qu'être ? Il faut le prendre au pied de la lettre : de l'événement, l'ontologie n'a rien à dire. Ou plus exactement, elle démontre qu'il n'est pas, au sens où c'est un théorème de l'ontologie que toute auto-appartenance contredit une Idée fondamentale du multiple, celle qui prescrit la finitude fondatrice de l'origine pour toute présentation.

L'axiome de fondation dé-limite l'être par l'interdit de l'événement. Il fait donc advenir le ce-qui-n'est-pas l'être, comme point d'impossible du discours sur l'être-en-tant-qu'être, et exhibe son emblème signifiant, qui est le multiple tel qu'il se présente, dans l'éclat, où l'être s'abolit, du trait-d'un.

MÉDITATION DIX-NEUF

Mallarmé

« ... ou se fût l'événement accompli en vue de tout résultat nul... » *Un coup de dés...*

Un poème de Mallarmé fixe toujours le lieu d'un événement aléatoire, qu'il convient d'interpréter à partir de ses traces. Nulle poésie n'est plus soumise à l'action, car le sens (univoque) du texte dépend de ce qu'on déclare s'y être produit. Il y a quelque chose de policier dans l'énigme mallarméenne : ce salon vide, ce vase, cette mer sombre, de quel crime, de quelle catastrophe, de quel manquement majeur, sont-ils les indices ? Gardner Davies a raison de titrer l'un de ses livres *Mallarmé et le Drame solaire*, car si le coucher du soleil est en effet un exemple de ces événements défunts dont au cœur de la nuit il faut reconstruire le « il-y-a-eu », c'est très généralement que la structure des poèmes est *dramatique*. L'extrême condensation des figures — quelques objets — vise à isoler, sur une scène fortement circonscrite, et telle qu'à l'interprétant (le lecteur) rien n'est dissimulé, un système d'indices dont une seule hypothèse quant à ce qui s'est passé permet d'unifier la disposition, et dont une seule conséquence autorise d'annoncer comment, étant aboli, l'événement va cependant *fixer* son décor dans l'éternité d'une « notion pure ». Mallarmé est un penseur de l'événement-drame, au double sens de la mise en scène de son apparition-disparition (« ... on n'en a pas l'idée, à l'état de lueur seulement, car il est résolu tout de suite... »), et de son interprétation qui lui confère le statut d'une « acquisition pour toujours ». Le « il y a » non-étant, l'advenue pure et résiliée du geste sont justement ce que la pensée se propose d'éterniser. Car pour le reste, la massive réalité, elle n'est que de l'imaginaire, de la fausse liaison, et ne prescrit au langage que des tâches commerciales. Si la poésie est un usage essen-

tiel du langage, ce n'est pas qu'elle puisse le vouer à la Présence, c'est au contraire qu'elle le plie à la fonction paradoxale de la maintenance de ce qui, radicalement singulier, action pure, serait sans lui retombé dans la nullité du lieu. La poésie est l'assomption stellaire de ce pur indécidable qu'est, sur fond de vide, une action dont on ne peut *savoir* qu'elle a eu lieu qu'autant qu'on *parie* sur sa vérité.

Dans *Un coup de dés...* la métaphore de ce que tout site événementiel est au bord du vide est bâtie à partir d'un horizon désert sur une mer orageuse. Ce sont là, parce que ramenées à la pure imminence du rien — de l'imprésentation — ce que Mallarmé nomme les « circonstances éternelles » de l'action. Le vocable par lequel Mallarmé désigne toujours un multiple présenté aux confins de l'imprésentation est l'Abîme, lequel, dans *Un coup de dés...*, est « étale », « blanchi », et récuse d'avance toute sortie de soi, « l'aile » de sa propre écume étant « retombée d'un mal à dresser le vol ».

Le paradoxe d'un site événementiel est de ne se laisser reconnaître qu'à partir de ce qu'il ne présente pas dans la situation où lui-même est présenté. Ce n'est en effet que de faire-un de multiples inexistants dans la situation qu'un multiple est singulier, soustrait à la réassurance étatique. Mallarmé présente génialement ce paradoxe en composant, à partir du site — l'Océan désert — un multiple *fantôme*, qui métaphorise l'inexistence dont le site est la présentation. Dans le cadre scénique vous n'avez que l'Abîme, mer et ciel indistinguables. Mais de « l'inclinaison plane » du ciel et de la « béante profondeur » des flots, voici que se compose l'image d'un navire, voile et coque, révoqué aussitôt qu'allégué, en sorte que le désert du site « très à l'intérieur résume [...] un bâtiment » qui, lui, n'existe pas, étant l'intériorité figurative dont la scène vide indique, par ses seules ressources, la probable absence. Ainsi l'événement va-t-il, non seulement se produire *dans* le site, mais à partir de la suscitation de ce que le site contient d'imprésentable : le navire « enfoui dans la profondeur », et dont la plénitude abolie — puisque seul l'Océan est présenté — autorise d'annoncer que l'action se déroulera « du fond d'un naufrage ». Car tout événement, outre qu'il est localisé par son site, en opère la ruine *au regard de la situation*, puisqu'il en nomme rétroactivement le vide intérieur. Le « naufrage » seul nous donne ces débris allusifs dont se compose, dans l'un du site, le multiple indécidable de l'événement.

Aussi bien le *nom* de l'événement, dont j'ai dit que tout le problème

était de penser qu'il appartient à l'événement lui-même, va-t-il se disposer à partir d'un de ces débris : le capitaine du navire naufragé, le « maître », dont le bras élevé au-dessus des flots serre entre ses doigts les deux dés qu'il s'agit de jeter sur la surface de la mer. Dans ce « poing qui l'étreindrait », se « prépare s'agite et mêle [...] l'unique Nombre qui ne peut pas être un autre ».

Pourquoi l'événement, tel qu'il advient à l'un du site à partir des multiples « naufragés » que cet un ne présente que dans leur résultat-un, est-il ici un coup de dés ? Parce que ce geste symbolise l'événement en général, soit ce qui, purement hasardeux, ininférable de la situation, n'en est pas moins un multiple fixe, un nombre, que rien ne peut modifier dès lors qu'il a étalé — « reployé la division » — la somme de ses faces visibles. Un coup de dés conjoint l'emblème du hasard à celui de la nécessité, le multiple erratique de l'événement à la rétroaction lisible du compte. L'événement dont il s'agit dans *Un coup de dés...* est donc la production d'un symbole absolu de l'événement. L'enjeu du lancer des dés « du fond d'un naufrage » est de faire événement de la pensée de l'événement.

Seulement voilà : l'essence de l'événement étant d'être indécidable quant à son appartenance effective à la situation, un événement dont le contenu est l'événementialité de l'événement (et tel est bien le coup de dés lancé « dans des circonstances éternelles »), ne peut à son tour avoir pour *forme* que l'indécision. Puisque le maître doit produire l'événement absolu (celui, dit Mallarmé, qui abolira le hasard, étant le concept actif, réalisé, du « il y a »), il doit suspendre cette production à une hésitation elle-même absolue, où s'indique que l'événement est ce multiple dont on ne peut savoir, ni voir, s'il appartient à la situation de son site. Nous ne verrons jamais le maître lancer les dés car, sur la scène de l'action, nous ne pouvons avoir accès qu'à une hésitation tout aussi éternelle que ses circonstances : « Le maître [...] hésite [...] plutôt que de jouer en maniaque chenu la partie au nom des flots [...] à n'ouvrir pas la main crispée par-delà l'inutile tête... » « Jouer la partie », ou « n'ouvrir pas la main » ? Dans le premier cas, on manque l'essence de l'événement, puisqu'on *décide* de façon anticipante qu'il va se produire. Dans le second cas, de même, puisque « rien n'aura eu lieu que le lieu ». Entre l'événement annulé par la réalité de son appartenance visible à la situation, et l'événement annulé par sa totale invisibilité, la seule

figure représentable du concept de l'événement est la mise en scène de son indécidabilité.

Aussi bien, toute la partie centrale de *Un coup de dés...* organise une stupéfiante série de transformations métaphoriques autour du thème de l'indécidable. A partir de ce bras levé qui — peut-être — détient le « secret » du nombre, se déplie, selon la technique qui déjà suscitait l'imprésentable du site océanique en y surimposant l'image d'un vaisseau fantôme, un éventail d'analogies où, peu à peu, s'obtient l'équivalence du jet des dés et de leur retenue, donc un traitement métaphorique du *concept* d'indécidabilité.

La « conjonction suprême avec la probabilité » que représente le vieillard hésitant à jeter les dés sur la surface de la mer est d'abord en écho des écumes initiales dont se tissait la voile du navire noyé, transformée en voile de fiançailles (les fiançailles de l'événement et de la situation), frêle tissu aux confins de l'engloutissement, qui « chancellera / s'affalera », littéralement aspiré par le néant de présentation où se dispersent les imprésentables du site.

Puis ce voile, au moment de disparaître, devient une « plume solitaire », laquelle « voltige autour du gouffre ». Quelle plus belle image de l'événement, à la fois impalpable et crucial, que cette plume blanche sur la mer, dont on ne peut décider raisonnablement si elle va « joncher » ou « fuir » la situation ?

La plume, au terme possible de son errance, s'ajuste au socle marin comme à une toque de velours, et sous ce couvre-chef où se jouxtent une hésitation *fixée* (« cette blancheur rigide ») et « l'esclaffement sombre » de la massivité du lieu, on voit surgir, miracle du texte, qui donc, sinon Hamlet, le « prince amer de l'écueil », c'est-à-dire, exemplairement, ce sujet de théâtre qui lui-même ne trouve pas de raison recevable de décider s'il convient, ou non, et quand, de tuer le meurtrier de son père ?

La « seigneuriale aigrette » du chapeau romantique dont le Danois se couvre jette les derniers feux de l'indécidabilité événementielle, elle « scintille puis ombrage », et dans cette ombre où à nouveau tout risque de se perdre, surgissent une sirène et un roc — tentation poétique du geste et massivité du lieu — qui vont cette fois conjointement s'évanouir. Car les « impatientes squames ultimes » de la tentatrice ne servent qu'à faire « s'évaporer en brumes » le roc, le « faux manoir », qui prétendait imposer « une borne à l'infini ». Comprenons : l'équi-

valence indécidable du geste et du lieu est à ce point raffinée, sur la scène des analogies, par ses transformations successives, qu'une seule image supplémentaire anéantit l'image corrélative : l'impatient geste de la queue d'une sirène, invite à jeter les dés, ne peut que faire disparaître la limite à l'infinité de l'indécision, c'est-à-dire la visibilité locale de l'événement, et ramener le site originel, qui congédie les deux termes du dilemme, faute d'avoir pu établir entre eux une dissymétrie tenable, d'où puisse s'énoncer la raison d'un choix. Sur aucun roc discernable de la situation n'est plus disposée la chance mythologique d'un appel. Ce retour en arrière est admirablement stylisé par la réapparition d'une image antérieure, celle de la plume, qui cette fois va « s'ensevelir aux écumes originelles », son « délire » (soit le pari de pouvoir décider un événement absolu) étant allé au plus haut de lui-même, jusqu'à une « cime » d'où, figurée l'essence indécidable de l'événement, elle retombe, « flétrie par la neutralité identique du gouffre ». Elle n'aura pu, ce gouffre, ni le joncher (jeter les dés) ni le fuir (éviter le geste), elle aura exemplifié l'impossibilité du choix rationnel — de l'abolition du hasard — et se sera, dans cette identité neutre, simplement abolie.

En incise de ce développement figuratif Mallarmé donne sa leçon abstraite, qui s'annonce au feuillet 8, entre Hamlet et la sirène, par un « Si » mystérieux. Le feuillet 9 en résout le suspens : « Si [...] c'était le nombre, ce serait le hasard. » Si l'événement délivrait la finitude fixe de l'un-multiple qu'il est, il ne s'ensuivrait nullement qu'on puisse avoir décidé rationnellement de son lien à la situation.

La fixité de l'événement comme résultat, soit son compte-pour-un, est soigneusement détaillée par Mallarmé : il viendrait à *l'existence* (« existât-il autrement qu'hallucination ») ; il serait enserré dans ses *limites* (« commençât-il et cessât-il »), ayant surgi dans sa disparition (« sourdant que nié ») et s'étant fermé dans son apparition (« clos quand apparu »), il serait *multiple* (« se chiffrât-il ») ; mais il serait aussi *compté pour un* (« évidence de la somme pour peu qu'une »). Bref, l'événement serait en situation, il aurait été présenté. Mais cette présentation, ou l'engloutirait dans le régime neutre de la présentation quelconque (« la neutralité identique du gouffre »), laissant échapper son essence d'événement, ou, n'ayant avec ce régime nul lien saisissable, serait « pire / non / davantage ni moins / indifféremment mais autant / le hasard », et par conséquent n'aurait pas non plus repré-

senté, à travers l'événement de l'événement, la notion absolue du « il y a ».

Faut-il donc conclure, de façon nihiliste, que le « il y a » est pour toujours in-fondé, et que la pensée, se vouant aux structures et aux essences, laisse hors de son champ la vitalité interruptrice de l'événement ? Que la puissance du lieu est telle qu'au point indécidable du hors-lieu, la raison vacille et cède le pas à l'irrationnel ? C'est ce que le feuillet 10 pourrait laisser entendre, où s'énonce que « rien n'aura eu lieu que le lieu ». La « mémorable crise » qu'aurait représentée l'événement absolu symbolisé dans le coup de dés aurait eu ce privilège d'échapper à la logique du résultat, l'événement se serait accompli « en vue de tout résultat nul humain », ce qui veut dire : l'ultra-un du nombre aurait transcendé la loi humaine, trop humaine, du compte-pour-un, qui veut que le multiple — puisque l'un n'est pas — ne puisse exister que comme résultat d'une structure. Par l'absoluité d'un geste, une interruption autofondatrice aurait fusionné l'aléa et le compte, le hasard se serait affirmé et aboli dans l'excès-d'un, « issu stellaire » d'un événement où se déchiffre l'essence de l'événement. Mais non. « L'inférieur clapotis quelconque » de la surface marine, le pur site cette fois dépourvu de toute intériorité, même fantomatique, vient « disperser l'acte vide ». Sinon, nous dit Mallarmé, si d'aventure l'événement absolu avait pu se produire, le « mensonge » de cet acte (mensonge qui est la fiction d'une vérité) aurait provoqué la ruine de l'indifférence du lieu, « la perdition [...] du vague ». Puisqu'il n'a pu s'engendrer, il faut, semble-t-il, convenir que « le vague » l'emporte, que le lieu est souverain, que « rien » est le vrai nom de ce qui arrive, et que la poésie, langage ajusté à la fixation éternelle du ce-qui-arrive, ne se distingue pas des usages commerciaux où les noms ont pour vil office de faire s'échanger l'imaginaire des liens, la prospère et vaine réalité.

Or, tel n'est pas le dernier mot. Le feuillet 11, ouvert par un « excepté peut-être » où se lit une promesse, inscrit subitement, à la fois hors de tout calcul possible — donc, dans une structure qui est elle-même celle de l'événement —, et en synthèse de tout ce qui précède, le double stellaire du coup de dés suspendu : la Grande Ourse (la constellation « vers [...] le Septentrion ») énumère ses sept étoiles, effectue « le heurt successif sidéralement d'un compte total en formation ». Au « rien » du feuillet précédent répond, hors lieu (« aussi loin qu'un endroit fusionne avec un au-delà »), la figure essentielle du nom-

bre, et donc le concept de l'événement. Cet événement est bien à la fois *advenue* de lui-même (« veillant / doutant / roulant / brillant et méditant ») et *résultat*, point d'arrêt (« avant de s'arrêter à quelque point dernier qui le sacre »).

Comment est-ce possible ? Pour le comprendre il faut se souvenir qu'au terme des métamorphoses où s'inscrivait l'indécision (bras du maître, voile, plume, Hamlet, sirène), ce n'est pas au non-geste que nous parvenions, mais à l'équivalence du geste (lancer les dés) et du non-geste (ne pas les lancer). La plume qui retournait aux « écumes originelles » était ainsi le symbole purifié de l'indécidable, elle ne signifiait pas le renoncement à l'action. Que « rien » n'ait eu lieu voulait donc seulement dire que rien de *décidable dans la situation* ne pouvait figurer l'événement en tant que tel. En faisant prévaloir le lieu sur l'idée qu'un événement puisse y être calculé, le poème accomplit l'essence de l'événement lui-même, qui est justement d'être, de ce point de vue, incalculable. Le « il y a » pur est simultanément hasard et nombre, multiple et excès-d'un, en sorte que la présentation scénique de son être délivre seulement du non-être, puisque tout existant se réclame, lui, de la nécessité structurée de l'un. En tant que multiple in-fondé, auto-appartenance, signature indivise de soi, l'événement ne peut que s'indiquer au-delà de la situation, quoiqu'il faille parier qu'il s'y est manifesté.

Aussi le courage qu'il y a à tenir le geste dans son équivalence au non-geste, et de risquer ainsi l'abolition dans le site, est-il récompensé par le surgissement surnuméraire de la constellation, qui fixe au ciel des Idées l'excès-d'un de l'événement.

Certes, la Grande Ourse — ce chiffrage arbitraire, qui est total d'un quatre et d'un trois, et n'a donc rien à voir avec la Parousie du compte suprême que symboliserait, par exemple, le double six — est « froide d'oubli et de désuétude », car l'événementialité de l'événement est tout sauf une chaleureuse présence. Cependant la constellation équivaut soustractivement, « sur quelque surface vacante et supérieure », à tout l'être dont est capable ce qui advient, et qui nous fixe pour tâche de l'interpréter, puisqu'il nous est impossible de le vouloir.

Aussi la conclusion de ce prodigieux texte, le plus ramassé qui soit sur le sérieux limpide d'un drame conceptuel, est-elle une maxime, dont je donnais naguère une autre version dans ma *Théorie du sujet*. L'éthique, disais-je, revient à l'impératif : « Décide, du point de l'indécida-

ble. » Mallarmé l'écrit : « Toute pensée émet un coup de dés. » De ce que « un coup de dés jamais n'abolira le hasard », il ne faut pas conclure au nihilisme, à l'inutilité de l'action, encore moins au culte gestionnaire de la réalité et des liens fictifs qui y pullulent. Car si l'événement est erratique, et que du point des situations on ne peut décider s'il existe ou n'existe pas, il nous est imparti de parier, c'est-à-dire de légiférer sans loi quant à cette existence. L'indécidabilité étant un attribut rationnel de l'événement, la garantie salvatrice de son non-être, il n'est d'autre vigilance que d'en devenir à la fois, par l'angoisse de l'hésitation comme par le courage du hors-lieu, et la plume, qui « voltige autour du gouffre », et l'étoile, « à l'altitude peut-être ».

V

L'événement : intervention et fidélité. Pascal / Choix; Hölderlin / Déduction

MÉDITATION VINGT

L'intervention : choix illégal d'un nom de l'événement, logique du Deux, fondation temporelle

J'ai laissé la question de l'événement (méditation 17) au point où la situation ne donne nul appui pour décider si l'événement lui appartient ou non. Cette indécidabilité est un attribut intrinsèque de l'événement, déductible du mathème où s'inscrit sa forme-multiple. J'ai montré les conséquences des deux décisions possibles : si l'événement n'appartient pas à la situation, rien n'a eu lieu, puisque par ailleurs les termes de son site ne sont pas présentés ; s'il lui appartient, il s'interpose entre le vide et lui-même, et se trouve ainsi déterminé comme ultra-un.

Puisque c'est par essence que l'événement est un multiple dont l'appartenance à la situation est indécidable, décider qu'il lui appartient est un pari dont on ne peut espérer qu'il soit jamais légitime, pour autant que toute légitimité renvoie à la structure de la situation. On connaîtra sans doute les conséquences de la décision, mais on ne pourra remonter en deçà de l'événement pour lier ces conséquences à quelque origine fondée. Comme le dit Mallarmé, parier que quelque chose a eu lieu ne peut abolir le hasard de cet avoir-eu-lieu.

En outre, la procédure de décision requiert un certain degré de séparation préalable d'avec la situation, un coefficient d'imprésentable. Car la situation elle-même, dans la plénitude des multiples qu'elle présente comme résultats-uns, ne peut fournir de quoi disposer intégralement une telle procédure. Si elle le pouvait, c'est que l'événement n'y serait pas indécidable.

Pour le dire autrement : il ne saurait *exister* de procédure réglée nécessaire ajustée à la décision concernant l'événementialité d'un multiple. J'ai en particulier montré que l'état d'une situation ne garantit

aucune règle de cet ordre, car l'événement, se produisant dans un site, c'est-à-dire un multiple au bord du vide, n'est jamais réassuré comme partie par l'état. On ne peut donc s'appuyer sur une supposée *inclusion* de l'événement pour conclure à son *appartenance*.

J'appelle *intervention* toute procédure par laquelle un multiple est reconnu comme événement.

« Reconnaissance » implique en apparence ici deux choses, que l'unicité du geste intervenant cumule. D'abord, que la forme du multiple soit désignée comme événementielle, c'est-à-dire conforme au mathème de l'événement : ce multiple est tel qu'il se compose — qu'il fait un — d'une part des éléments représentés de son site, d'autre part de lui-même. Ensuite, que de ce multiple, ainsi repéré quant à sa forme, on décide qu'il est un terme de la situation, qu'il lui appartient. L'intervention consiste, semble-t-il, à pointer qu'il y a eu de l'indécidable, et à décider son appartenance à la situation.

Or, le deuxième sens de l'intervention supprime le premier. Car si l'essence de l'événement est d'être indécidable, la décision l'annule comme événement. Vous n'avez plus, du point de la décision, qu'un terme de la situation. L'intervention paraît donc — comme Mallarmé le perçoit dans la métaphore du geste évanouissant — une autorésiliation de son sens. A peine la décision prise, ce qui faisait qu'il y avait lieu à décision disparaît dans l'uniformité de la présentation-multiple. Ce serait un des paradoxes de l'action, dont la décision est la clé, que ce à quoi elle s'applique, et qui est l'exception d'un hasard, se trouve, par le geste même qui le désigne, ramené au lot commun et soumis à l'effet de la structure. L'action échouerait nécessairement à *détenir* le trait-d'un exceptionnel où elle se fonde. C'est certainement un des sens possibles de la maxime de Nietzsche concernant l'Eternel Retour du Même. La volonté de puissance, qui est la capacité interprétante de la décision, porterait en elle-même la certitude que sa conséquence inéluctable est la répétition étendue des lois de la situation. Elle aurait pour destin de ne vouloir l'Autre qu'en tant que nouveau support du Même. L'être-multiple, rompu dans le hasard d'une imprésentation que seul un vouloir illégal légalise, reviendrait, avec la loi du compte, infliger le résultat-un à l'inouï illusoire des conséquences. On sait assez quelles conclusions politiques pessimistes, et quel culte nihiliste de l'art le nietzschéisme « modéré » (disons : non nazi) tire de cette évaluation du vouloir. Car la métaphorique du

Surhomme elle-même ne ferait que capter, au plus extrême de la revanche maladive des faibles, de l'omniprésence de leur ressentiment, le retour décidé du règne présocratique de la puissance. L'homme, malade de l'homme, trouverait la Grande Santé dans l'événement de sa propre mort, dont il déciderait qu'elle annonce que « l'homme est ce qui doit être surmonté ». Mais ce « surmonter » est aussi bien le retour de l'origine, et guérir, fût-ce de soi-même, n'est que se réidentifier selon la force immanente de la vie.

En vérité, le paradoxe de l'intervention est plus complexe, et cela parce qu'il est impossible d'en disjoindre les deux aspects : reconnaissance de la forme événementielle d'un multiple, et décision relative à son appartenance à la situation.

Un événement de site X s'appartient à lui-même, $e_X \in e_X$. Le reconnaître comme multiple suppose qu'il a été *déjà* nommé, pour que ce signifiant surnuméraire, e_X, puisse être considéré comme un élément de l'un-multiple qu'il est. L'acte de nomination de l'événement est ce qui le constitue, non comme réel — on posera toujours que ce multiple est advenu —, mais comme susceptible d'une décision quant à son appartenance à la situation. L'essence de l'intervention consiste, dans le champ ouvert par une hypothèse interprétative, dont l'objet *présenté* est le site — donc un multiple au bord du vide —, hypothèse qui concerne le « il y a » de l'événement, à nommer ce « il y a », et à déployer les conséquences de cette nomination dans l'espace de la situation à laquelle appartient le site.

Qu'entendons-nous ici par « nomination » ? Une autre forme de la question est : sur quelles ressources connexes à la situation pouvons-nous compter pour épingler au signifiant le multiple paradoxal qu'est l'événement, et avoir ainsi la possibilité de son appartenance, antérieurement indicible, à la situation ? Nul terme présenté de la situation ne peut y pourvoir, car l'effet d'homonymie effacerait aussitôt tout ce que l'événement contient d'imprésentable, outre qu'on introduirait dans la situation une équivoque où s'abolirait toute capacité intervenante. Le site lui-même ne peut nommer l'événement, même s'il sert à le circonvenir, à le qualifier. Car le site *est* un terme de la situation, et son être-au-bord-du-vide, s'il convient à la possibilité de l'événement, n'en produit nullement la nécessité. La révolution de 1789 est certes « française », la France n'est pas ce qui en engendre et en nomme l'événementialité. C'est bien plutôt, depuis, la révolution qui

donne rétroactivement sens, de s'y être, par décision, inscrite, à cette situation historique qu'on appelle la France. De même la relative impasse où se trouve, vers 1840, le problème de la résolution par radicaux des équations du degré 5 ou plus, définit — comme toute impasse théorique — un site événementiel pour les mathématiques (pour l'ontologie), elle ne détermine pas la révolution conceptuelle d'Evariste Galois, lequel, du reste, voyait avec une spéciale acuité que tout son office était d'obéir à l'injonction contenue dans les ouvrages de ceux qui l'avaient précédé, car on y trouvait des « idées prescrites à l'insu de leurs auteurs ». Galois repérait ainsi la fonction du vide dans l'intervention. Aussi bien, c'est la théorie des extensions galoisiennes qui assigna rétroactivement son vrai sens à la situation « résolution par radicaux ».

Si donc c'est — comme le dit Galois — l'inaperçu du site qui fonde la nomination événementielle, on peut convenir que ce que la situation propose comme appui pour cette nomination n'est pas ce qu'elle présente, mais ce qu'elle imprésente.

L'intervention a pour opération initiale de *faire nom d'un élément imprésenté du site pour qualifier l'événement dont ce site est le site.* Le x dont s'indice l'événement e_x ne sera désormais plus le X, qui nomme ce terme existant de la situation qu'est le site, mais un $x \in X$, que X, qui est au bord du vide, compte pour un dans la situation sans que cet x soit par lui-même présenté — ou existant, ou un — dans cette situation. Le nom de l'événement est tiré du vide au bord duquel se tient la présentation intrasituationnelle de son site.

Comment est-ce possible ? Avant de répondre à cette question — réponse qui ne s'élaborera qu'au fil des méditations à venir —, explorons-en les conséquences.

a. Il ne faut pas confondre l'élément imprésenté « lui-même », c'est-à-dire son appartenance élémentaire au site de l'événement, et sa fonction de nomination du multiple-événement, multiple auquel, par ailleurs, il appartient. Si nous réécrivons le mathème de l'événement (méditation 17) :

$$e_x = \{x \in X, e_x\}$$

nous voyons que, si e_x devait être *identifié* à un élément x du site, ce mathème serait redondant. En effet, e_x désignerait tout simplement l'ensemble des éléments (représentés) du site, y compris lui-même. La

mention de e_x serait inutile. Il faut donc entendre que le terme x a une double fonction. D'un côté, il est $x \in X$, élément imprésenté de l'un présenté du site, « contenu » dans le vide au bord duquel se tient le site. D'un autre côté, il indexe l'événement à l'arbitraire du signifiant, arbitraire toutefois limité par cette seule loi que c'est du vide que doit émerger le nom de l'événement. C'est à cette double fonction que s'arrime la capacité intervenante, d'où se décide que l'événement appartient à la situation. L'intervention touche au vide, et donc se soustrait à la loi du compte-pour-un qui régit la situation, précisément parce que son axiome inaugural *n'est pas lié à l'un, mais au deux.* En tant qu'un, l'élément du site qui indexe l'événement n'existe pas, étant imprésenté. Ce qui en induit l'existence est la décision par laquelle il advient au deux, en tant que lui-même absent *et* en tant que nom surnuméraire.

b. Il est sans doute déjà trompeur de parler *du* terme x qui sert de nom à l'événement. Comment en effet se laisserait-il distinguer dans le vide ? La loi du vide est l'in-différence (méditation 5). « Le » terme qui sert de nom à l'événement est par lui-même anonyme. L'événement a pour nom le sans-nom, et c'est de tout ce qui advient qu'on ne peut dire ce qu'il est qu'en le référant à son Soldat inconnu. Car si le terme qui indexe l'événement était prélevé par l'intervention dans des nominations existantes, référées à des termes différenciables dans la situation, il faudrait admettre que le compte-pour-un structure de part en part l'intervention elle-même, et que, donc, « rien n'a eu lieu que le lieu ». Du terme qui sert d'index à l'événement on peut seulement dire, bien qu'il soit l'un de sa double fonction, qu'il appartient au site. Son nom propre est ainsi le nom commun, « appartenir au site ». Il est *un* indistinguable du site, projeté par l'intervention dans le deux de la désignation événementielle.

c. Cette nomination est essentiellement illégale, en ceci qu'elle ne peut se conformer à aucune *loi* de la représentation. J'ai montré que l'état d'une situation — sa métastructure — sert à faire-un de toute partie dans l'espace de la présentation. Ainsi est assurée la représentation. Etant donné un multiple de multiples présentés, son nom, corrélat de son un, est une *affaire d'état.* Mais puisque l'intervention prélève le signifiant surnuméraire dans le vide que borde le site, la loi étatique s'y interrompt. Le *choix* qu'opère l'intervention est, pour l'état, donc pour la situation, un non-choix, puisque aucune règle exis-

tante ne peut spécifier *le* terme imprésenté qui est ainsi choisi comme nom du pur « il y a » événementiel. On dira aussi : certes, le terme du site qui nomme l'événement est bien, si l'on veut, un *représentant* du site. Il l'est d'autant plus que son nom anonyme est : « appartient au site ». Toutefois, cette représentation n'est jamais reconnaissable du point de la situation — ou de son état —, puisque justement aucune loi de représentation n'autorise ainsi à déterminer un anonyme de chaque partie, un pur terme quelconque, encore moins d'étendre cette illégale procédure, par laquelle de chaque multiple inclus sortirait — par quel miracle d'un choix sans règle ? — un représentant dépourvu de toute autre qualité que son appartenance à ce multiple, au vide lui-même, tel que la singularité absolue du site en signale le bord. Le choix du représentant ne peut, dans la situation, être admis comme représentation. A la différence — par exemple — du « suffrage universel », qui fixe étatiquement une procédure uniforme de désignation des représentants, le choix intervenant projette dans l'indexation signifiante un terme que rien dans la situation n'autorise, par quelque règle que ce soit, à se distinguer de tout autre.

d. Une telle interruption de la loi représentative inhérente à toute situation n'est évidemment pas possible en elle-même. Aussi bien le choix intervenant n'est-il effectif qu'au péril de l'un. Ce n'est que *pour l'événement*, donc pour la nomination d'un multiple paradoxal, que le terme choisi par l'intervenant représente le vide. Ce nom — qui circule ensuite dans la situation selon les conséquences réglées de la décision intervenante qui l'y inscrit — n'est jamais le nom d'*un* terme, mais de l'événement. On peut aussi dire qu'à la différence de la loi du compte, l'intervention n'établit l'un de l'événement que comme un-non-un, dès lors que sa nomination choisie, illégale, surnuméraire, et tirée du vide n'obéit qu'en éclipse au principe « il y a de l'un ». Pour autant qu'il est nommé, e_x, l'événement est bien *cet* événement ; pour autant que son nom est un représentant sans représentation, l'événement reste anonyme et incertain. L'excès d'un est aussi en deçà de l'un. L'événement qu'épingle à l'être-présenté la capacité intervenante reste suturé à l'imprésentable. C'est que l'essence de l'ultra-un est le Deux. Considéré, non dans son être-multiple, mais dans sa position, ou sa situation, un événement est un *intervalle* plutôt qu'un terme, il s'établit, dans la rétroaction intervenante, entre l'anonymat vide que borde le site et l'en-plus d'un nom. Le mathème inscrit du reste cette

scission originaire, puisqu'il ne détermine la composition-une de l'événement e_x qu'en y distinguant de lui-même les éléments représentés du site, d'où provient par ailleurs le nom.

L'événement est ultra-un, outre qu'il s'interpose entre le vide et lui-même, parce qu'il est ce dont se fonde la maxime « il y a du Deux ». Le Deux ainsi allégué n'est pas la réduplication de l'un du compte, la répétition des effets de la loi. Il est un Deux originaire, un intervalle de suspens, l'effet scindé d'une décision.

e. On remarquera qu'ainsi assignée à un double effet de bord — bord du vide et bord du nom —, l'intervention, d'où procède que l'événement nommé circule dans la situation, si elle est décision quant à l'appartenance à la situation, reste elle-même indécidable. Elle n'est reconnue dans la situation que par ses conséquences. En effet, ce qui finalement est présenté est e_x, le nom de l'événement. Mais ce dont il se soutient, étant illégal, ne peut advenir tel quel à la présentation. Il restera donc toujours douteux qu'il y a eu l'événement, sauf pour l'intervenant, qui décide son appartenance à la situation. Ce qu'il y aura, ce sont les conséquences d'un multiple particulier, comptées pour un dans la situation, et dont il apparaît qu'elles n'étaient pas calculables. Bref, il y aura eu du hasard dans la situation, mais l'intervenant n'est jamais légitimé à prétendre que le point d'interruption de la loi où s'origine ce hasard relève d'une décision d'appartenance concernant les abords d'un site défini. Certes, on pourra toujours affirmer que de l'indécidable a été décidé, au prix d'avoir à avouer qu'il reste indécidable que cette décision sur l'indécidable a été prise par quiconque. Ainsi l'intervenant peut-il être à la fois entièrement comptable des conséquences réglées de l'événement, et entièrement incapable de se targuer d'avoir joué un rôle décisif dans l'événement lui-même. L'intervention génère une discipline, elle ne délivre aucune originalité. Il n'y a pas de héros de l'événement.

f. Si nous nous tournons maintenant vers l'état de la situation, nous voyons qu'il ne peut réassurer l'appartenance de ce nom surnuméraire, qui circule au hasard, qu'au prix du pointage du vide qu'il a pour fonction de forclore. Quelles sont en effet les *parties* de l'événement ? Qu'est-ce qui y est inclus ? A l'événement appartiennent, et les éléments de son site, et lui-même. Les éléments du site sont imprésentés. La seule « partie » qu'ils composent pour l'état est donc le site lui-même. Par ailleurs, le nom surnuméraire, e_x, désormais circulant par

l'effet de l'intervention, a la propriété de s'appartenir à lui-même. Sa partie reconnaissable est donc sa propre unicité, ou (méditation 7) le singleton $\{e_x\}$. Les termes qu'enregistre l'état, garant du compte-pour-un des parties, sont finalement le site, et la mise-en-un du nom de l'événement, soit X et $\{e_x\}$. L'état fixe donc, en aval de l'intervention, le terme $\{X,\{e_x\}\}$ comme forme canonique de l'événement. Il s'agit bien d'un Deux (le site tel que compté pour un, et un multiple mis en un), mais le problème est qu'entre ces deux termes *il n'y a aucun rapport*. Le mathème de l'événement, et la logique de l'intervention, montrent qu'entre le site X et l'événement interprété e_x, il a une double connexion : d'une part, les éléments du site appartiennent à l'événement, considéré comme multiple, c'est-à-dire dans son être ; d'autre part, l'index nominal x est choisi comme représentant illégal dans l'imprésenté du site. Mais de tout cela, l'état ne peut rien connaître puisque l'imprésentable et l'illégal sont ce qu'il congédie. L'état fixe certes qu'il y a eu du nouveau, dans la situation, sous les espèces de la représentation d'un Deux qui juxtapose le site (déjà repéré) et le singleton de l'événement (mis en circulation par l'intervention). Ce qui est ainsi juxtaposé demeure toutefois essentiellement dé-lié. Le nom n'a nul rapport étatiquement discernable au site. Entre les deux, *il n'y a que le vide*. Ou encore : le Deux que forment le site et l'événement mis en un est pour l'état un multiple présenté, et incohérent. L'événement advient à l'état comme l'être d'une énigme. Pourquoi faut-il (et il le faut) enregistrer comme partie de la situation ce couple dont *rien* ne marque la pertinence ? Pourquoi ce multiple e_x, errant au hasard, se trouve-t-il essentiellement connecté au respectable X qu'est le site ? Le péril de dysfonctionnement du compte est ici que la représentation de l'événement inscrit à l'aveuglette son essence d'intervalle, en l'étatisant sous la forme d'une connexion disconnectée, d'un couple irrationnel, d'un un-multiple dont l'un est sans loi.

C'est du reste une énigme empiriquement classique. A chaque fois qu'un site est le théâtre d'un événement réel, l'état — au sens politique, par exemple — voit bien qu'il faut désigner le couple du site (l'usine, la rue, l'Université) et du singleton de l'événement (la grève, l'émeute, le désordre), mais ne peut parvenir à fixer la rationalité du lien. Aussi bien est-ce une loi de l'état que de voir dans l'anomie de ce Deux — et c'est l'aveu d'un dysfonctionnement du compte — la *main de l'étranger* (l'agitateur extérieur, le terroriste, le professeur pervers). Il est sans importance que les agents de l'état croient ou non à ce qu'ils disent. Ce qui compte est la nécessité de l'énoncé. Car cette métaphore est en réalité celle du vide lui-même : de l'imprésenté *opère*, voilà ce que l'état en vient à dire, par la désignation d'une cause extérieure à la situation. L'état colmate l'apparition de l'immanence du vide par la transcendance du coupable.

En vérité, la structure d'intervalle de l'événement a été projetée dans une excroissance étatique nécessairement incohérente. Qu'elle soit incohérente, je l'ai dit, et le vide y transpire au joint impensable des termes hétérogènes qui le composent. Que ce soit une excroissance est déductible. Je rappelle (méditation 8) qu'une excroissance est un terme représenté (par l'état de la situation) mais non présenté (par la structure de la situation). Ce qui est présenté en l'occurrence est l'événement lui-même, e_x, et lui seul. Le couple représentatif $\{X,\{e_x\}\}$, appariement hétéroclite du site et de la mise-en-un de l'événement, n'est que l'effet mécanique de l'état, qui inventorie les parties de la situation. Il n'est nulle part présenté. Tout événement se donne donc, à la surface étatique de la situation, par une excroissance dont la structure est un Deux sans concept.

g. Dans quelles conditions l'intervention est-elle possible ? Il s'agit ici d'engager un long procès critique de la réalité de l'action et de fonder la thèse : il y a du nouveau dans l'être, thèse antagonique à la maxime de l'Ecclésiaste : « *Nihil novi sub sole.* »

J'ai dit que l'intervention exigeait une sorte de préséparation d'avec la loi immédiate. Puisque son référent est le vide, tel qu'attesté par la fracture de son bord — le site —, et que son choix est illégal — représentant sans représentation —, elle n'est pas saisissable comme effet-d'un, ou structure. Mais comme ce qui est un-non-un est justement l'événement lui-même, il semble qu'il y ait un cercle. L'événement, comme mise en circulation intervenante de son nom, paraît ne pouvoir s'autoriser que de cet autre événement, également vide pour la structure, qu'est l'intervention elle-même.

Il n'y a en effet d'autre recours contre ce cercle que d'en scinder le point de recollement. Il est certain que seul l'événement, figure aléatoire du non-être, fonde la possibilité de l'intervention. Il l'est tout autant que si nulle intervention ne le fait circuler dans la situation à partir d'un prélèvement d'éléments du site, l'événement, dépourvu de tout être, radicalement soustrait au compte-pour-un, n'existe pas. Pour

éviter le curieux renvoi en miroir de l'événement et de l'intervention — du fait et de l'interprétation —, *il faut assigner la possibilité de l'intervention aux conséquences d'un autre événement*. La récurrence événementielle est ce qui fonde l'intervention, ou : il n'y a de capacité intervenante, constitutive de l'appartenance d'un multiple événementiel à une situation, que dans le réseau des conséquences d'une appartenance antérieurement décidée. L'intervention est ce qui présente un événement pour l'advenue d'un autre. Elle est un entre-deux événementiel.

C'est dire que la théorie de l'intervention est le nœud de toute théorie du temps. Le temps, s'il n'est pas coextensif à la structure, s'il n'est pas la *forme sensible de la Loi*, est l'intervention elle-même, pensée comme écart de deux événements. L'essentielle historicité de l'intervention ne renvoie pas au temps comme à un milieu mesurable. Elle s'établit de ce que la capacité intervenante ne se sépare de la situation qu'en prenant appui sur la circulation, déjà décidée, d'un multiple événementiel. Seul cet appui, combiné à la fréquentation du site, peut introduire entre l'intervention et la situation une part suffisante de non-être pour que l'être même, en tant qu'être, y soit parié sous les espèces de l'imprésentable et de l'illégal, donc, en dernier ressort, de la multiplicité inconsistante. Le temps est ici, à nouveau, l'exigence du Deux : pour qu'il y ait événement, il est requis qu'on puisse être au point des conséquences d'un autre. L'intervention est le trait tiré d'un multiple paradoxal déjà circulant à la circulation d'un autre. Elle est une *diagonale* de la situation.

Un important effet de la récurrence événementielle est que nulle intervention n'opère légitimement sous l'idée du premier événement, ou du commencement radical. On peut appeler *gauchisme spéculatif* toute pensée de l'être qui se soutient du thème d'un commencement absolu. Le gauchisme spéculatif imagine que l'intervention ne s'autorise que d'elle-même, et brise avec la situation sans autre appui que son propre vouloir négatif. Ce pari imaginaire sur une nouveauté absolue — « casser en deux l'histoire du monde » — méconnaît que le réel des conditions de possibilité de l'intervention est toujours la circulation d'un événement déjà décidé, et par conséquent le présupposé, fût-il implicite, qu'il y a déjà eu une intervention. Le gauchisme spéculatif est fasciné par l'ultra-un événementiel, et croit pouvoir, en son nom, récuser toute immanence au régime structuré du compte-pour-un. Et

comme l'ultra-un a pour structure le Deux, c'est à une hypostase manichéenne que conduit inéluctablement, dans tous les ordres de la pensée, l'imaginaire du commencement radical. La violence de cette fausse pensée s'enracine dans la représentation d'un Deux imaginaire, dont l'ultra-un de l'événement, Révolution ou Apocalypse, signe, par l'excès d'un, la parousie temporelle. C'est ignorer que l'événement lui-même n'existe qu'autant qu'il s'est *soumis*, par une intervention dont la possibilité exige la récurrence — et donc le non-commencement —, à la structure réglée de la situation, et qu'ainsi toute nouveauté est relative, n'étant lisible après coup que comme le hasard d'un ordre. Ce que nous enseigne la doctrine de l'événement est plutôt que tout l'effort est d'en suivre les conséquences, non d'en exalter l'occurrence. Pas plus qu'il n'y a de héros de l'événement, il n'y en a d'annonciateur angélique. L'être ne commence pas.

La vraie difficulté réside en ceci que les conséquences d'un événement, étant soumises à la structure, ne sont pas discernables comme telles. J'ai pointé cette indécidabilité, par quoi l'événement n'est possible que si se conserve, par des procédures spéciales, que les conséquences d'un événement sont événementielles. C'est pourquoi elle ne se fonde que d'une *discipline* du temps, qui contrôle de bout en bout les conséquences de la mise en circulation du multiple paradoxal, et sait à tout moment en discerner la connexion au hasard. J'appellerai *fidélité* ce contrôle organisé du temps.

Intervenir, c'est effectuer, au bord du vide, l'être-fidèle à son bord antérieur.

MÉDITATION VINGT ET UN

Pascal

« L'histoire de l'Église doit être proprement appelée l'histoire de la vérité. » *Pensées.*

Lacan avait coutume de dire que, si nulle religion n'était vraie, le christianisme n'en était pas moins la religion qui touchait de plus près à la question de la vérité. On peut entendre de bien des façons ce propos. Ma propre écoute est la suivante : dans le christianisme, et lui seul, se dit que l'essence de la vérité suppose l'ultra-un événementiel, et que s'y rapporter ne relève pas de la contemplation — ou connaissance immobile — mais de l'intervention. Car au cœur du christianisme il y a cet événement, situé et exemplaire, qu'est la mort du fils de Dieu sur la croix. Et du même coup la croyance ne se rapporte pas centralement à l'être-un de Dieu, à sa puissance infinie, elle a pour noyau intervenant le sens à constituer de cette mort, et l'organisation de la fidélité à ce sens. Comme le dit Pascal : « Hors de Jésus-Christ nous ne savons ce que c'est ni que notre vie, ni que notre mort, ni que Dieu, ni que nous-mêmes. »

Tous les paramètres de la doctrine de l'événement sont ainsi disposés dans le christianisme, à l'intérieur toutefois des restes d'une ontologie de la présence, dont j'ai en particulier montré (méditation 13) qu'elle diminuait le concept de l'infini.

a. Le multiple événementiel se produit dans ce site spécial qu'est, pour Dieu, la vie humaine, convoquée à son bord, à la pression de son vide, c'est-à-dire dans le symbole de la mort, et de la mort souffrante, suppliciée, cruelle. La Croix est la figure de ce multiple insensé.

b. Nommé progressivement par les apôtres — corps collectif de l'intervention — « mort de Dieu », cet événement s'appartient à lui-même, car son événementialité véritable n'est pas qu'il y ait eu mort,

ou supplice, mais qu'il s'agisse de Dieu. Tous les épisodes concrets de l'événement (la flagellation, les épines, le chemin de croix, etc.) ne sont l'ultra-un d'un événement que pour autant que le Dieu incarné et souffrant les endure. L'hypothèse intervenante que tel est bien le cas s'interpose entre la nullité commune de ces détails, elle-même au bord du vide (de la mort), et l'unicité glorieuse de l'événement.

c. L'essence dernière de l'ultra-un événementiel est le Deux, sous la forme particulièrement frappante d'une scission de l'Un divin, le Père et le Fils, qui ruine en vérité durablement toute récollection de la transcendance divine dans la simplicité d'une Présence.

d. La métastructure de la situation, spécialement la puissance publique romaine, enregistre ce Deux sous la forme de la juxtaposition hétéroclite d'un site (la province palestinienne et ses phénomènes religieux) et d'un singleton sans portée (l'exécution d'un agitateur), tout en pressentant qu'un vide est ici convoqué, qui embarrassera durablement l'État. De cet embarras, ou de cette conviction latente qu'il y a là de la folie, témoignent, au niveau du récit, la distance conservée par Pilate (que ces juifs se débrouillent avec leurs obscures histoires) et, plus tard, au niveau du document, les instructions demandées par Pline le Jeune à Trajan concernant le traitement à réserver aux chrétiens, clairement désignés comme une exception subjective ennuyeuse.

e. L'intervention s'appuie sur la circulation, en milieu juif, d'un autre événement, la faute originelle d'Adam, dont la mort du Christ est la relève. La connexion du péché originel et de la rédemption fonde bien le temps chrétien comme temps de l'exil et du salut. Il y a une historicité essentielle du christianisme, liée à l'intervention des apôtres comme mise en circulation de l'événement de la mort de Dieu, elle-même étayée sur la promesse d'un Messie, laquelle organisait la fidélité à l'exil initial. Le christianisme est de bout en bout structuré par la récurrence événementielle, et se prépare du reste au hasard divin du troisième événement, le Jugement dernier, où s'accomplira la ruine de la situation terrestre, et l'établissement d'un nouveau régime de l'existence.

f. Ce temps périodisé organise une diagonale de situation, où le rattachement au hasard de l'événement des conséquences réglées qu'il entraîne reste discernable par l'effet d'une *fidélité institutionnelle*. Chez les juifs, les prophètes sont les agents spéciaux du discernable. Ils interprètent sans relâche, dans la trame dense des multiples présentés, ce

qui relève des conséquences de la faute, ce qui rend lisible la promesse, et ce qui n'est que le train du monde. Chez les chrétiens, l'Église, première institution de l'histoire humaine à prétendre à l'universalité, organise la fidélité à l'événement-Christ, et désigne expressément ceux qui la soutiennent dans cette tâche comme « les fidèles ».

Le génie particulier de Pascal est d'avoir entrepris de rénover et de maintenir le noyau événementiel de la conviction chrétienne dans les conditions absolument modernes, et inouïes, créées par l'avènement du sujet de la science. Pascal a fort bien vu qu'à terme ces conditions allaient ruiner l'édifice démonstratif, ou rationnel, dont les Pères médiévaux avaient architecturé la croyance. Il a illuminé ce paradoxe qu'au moment même où la science légiférait enfin démonstrativement sur la nature, le Dieu chrétien ne pouvait demeurer au centre de l'expérience subjective que s'il relevait d'une tout autre logique, si l'on abandonnait les « preuves de l'existence de Dieu », et si l'on restituait la pure force événementielle de la foi. On aurait pu croire en effet que, avec l'avènement d'une mathématique de l'infini et d'une mécanique rationnelle, la question qui s'imposait aux chrétiens était soit de rénover leurs preuves en les alimentant à l'expansion scientifique (ce qu'entreprendront au XVIII^e^ siècle des gens comme l'abbé Pluche, avec leur apologétique des merveilles de la nature, tradition qui persévère jusqu'à Teilhard de Chardin), soit de séparer complètement les genres, et d'établir que la sphère religieuse est hors d'atteinte, ou indifférente, au regard du déploiement de la pensée scientifique (sous sa forme forte, c'est la doctrine de Kant, avec la radicale séparation des facultés, et sous sa forme faible, c'est le « supplément d'âme »). Pascal est dialecticien de ne se satisfaire d'aucune de ces deux voies. La première lui paraît — justement — ne conduire qu'à un Dieu abstrait, une sorte d'ultramécanicien, le Dieu de Descartes (« inutile et incertain »), qui deviendra le Dieu-horloger de Voltaire, tout à fait compatible avec la haine du christianisme. La seconde ne satisfait pas sa propre volonté, contemporaine de l'élan mathématicien, d'une doctrine unifiée et totale, où la distinction ferme des ordres (raison et charité ne sont en effet pas sur le même plan, par où Pascal, tout de même, anticipe Kant) ne doit pas entraver l'unité existentielle du chrétien et la mobilisation de toutes ses capacités dans le seul vouloir religieux, car « le Dieu des chrétiens [...] est un Dieu qui remplit l'âme et le cœur de ceux qu'il possède [...] ; qui les rend incapables d'autre fin que lui-même ». Ainsi

la question pascalienne n'est-elle pas celle d'une connaissance de Dieu contemporaine de la nouvelle étape de la rationalité. Ce qu'il demande est ceci : qu'est-ce aujourd'hui qu'un sujet chrétien ? Et c'est la raison pour laquelle Pascal recentre toute son apologétique sur un point très précis : qu'est-ce qui peut faire *passer* un athée, un libertin, de l'incroyance au christianisme ? Il n'est pas exagéré de dire que la modernité, aujourd'hui encore déroutante, de Pascal tient à ce qu'il préfère de beaucoup un incroyant résolu (« athéisme : preuve de force d'âme ») à un jésuite, à un croyant tiède ou à un déiste cartésien. Et pourquoi, sinon parce que le nihiliste libertin lui paraît autrement significatif et moderne que les amateurs de compromis, qui *s'accommodent* et de l'autorité sociale de la religion, et des ruptures du dispositif rationnel ? Pour Pascal le christianisme joue son existence, dans les nouvelles conditions de la pensée, non par sa capacité flexible de maintenance institutionnelle au cœur d'une cité bouleversée, mais par son pouvoir de captation subjective sur ces représentants typiques du nouveau monde que sont les matérialistes jouisseurs et désespérés. C'est à eux que Pascal s'adresse avec tendresse et subtilité, n'ayant en revanche, pour les chrétiens convenables, qu'un terrible mépris sectaire, au service duquel il met — dans *les Provinciales* par exemple — un style violent et retors, un goût immodéré du sarcasme, et pas mal de mauvaise foi. Du reste, ce qui singularise la prose de Pascal, jusqu'à l'extraire de son temps et la rapprocher, par sa limpide vitesse, du Rimbaud de *Une saison en enfer*, est une sorte d'urgence où le travail du texte (Pascal récrit dix fois le même passage) est ordonné à un interlocuteur défini et coriace, dans l'angoisse de ne pas faire, pour le convaincre, tout ce qu'il faut. Ainsi le style de Pascal est-il le comble du style intervenant. Cet immense écrivain a transcendé son temps par la vocation militante, dont on prétend pourtant qu'au contraire elle vous y enfonce jusqu'à vous faire dater du jour au lendemain.

Le paradoxe d'où appréhender ce que je tiens pour le cœur même de la *provocation* pascalienne est le suivant : pourquoi ce scientifique ouvert, cet esprit tout moderne, tient-il absolument à justifier le christianisme par sa partie à l'évidence la plus faible pour le dispositif rationnel postgaliléen, soit la doctrine des miracles ? N'y a-t-il pas quelque chose de proprement *fou* à choisir pour interlocuteur privilégié le libertin nihiliste, formé à l'atomistique de Gassendi, lecteur des dia-

tribes de Lucrèce contre le surnaturel, et à tenter de le convaincre précisément par un recours maniaque à l'historicité des miracles ?

Pascal tient cependant ferme sur le point que « toute la créance est sur les miracles », s'appuie sur saint Augustin déclarant qu'il ne serait pas chrétien sans les miracles, pose en axiome qu'« on n'aurait point péché en ne croyant pas Jésus-Christ, sans les miracles ». Mieux même : alors que Pascal exalte le Dieu chrétien comme Dieu de consolation, il excommunie ceux qui, se satisfaisant de cet emplissement de l'âme par Dieu, ne prêtent aux miracles qu'une attention de pure forme. Ceux-là, dit-il, « déshonorent ses [du Christ] miracles ». Et ainsi « ceux qui refusent de croire les miracles d'aujourd'hui, pour une prétendue contradiction chimérique, ne sont pas excusés ». Et ce cri : « Que je hais ceux qui font les douteurs de miracles ! »

Disons sans plus attendre que le miracle — comme le hasard de Mallarmé — est l'emblème de l'événement pur comme ressource de la vérité. Sa fonction d'excès sur la preuve ponctualise, factualise, ce dont s'origine qu'on puisse croire *en vérité*, et que Dieu ne soit pas rabaissé à ce pur objet de savoir dont se contente le déiste. Le miracle est symbole d'une interruption de la loi où s'annonce la capacité intervenante.

La doctrine de Pascal sur ce point est très complexe car elle articule à partir de l'événement-Christ et sa récurrence, et son hasard. La dialectique centrale est celle de la prophétie et du miracle.

Puisque la mort du Christ ne se laisse interpréter comme incarnation de Dieu qu'au regard du péché originel, dont elle est la relève, il faut en légitimer le sens par l'exploration de la diagonale de la fidélité qui unit le premier événement (la chute, origine de notre misère) au second (la rédemption, comme rappel humilié et cruel de notre grandeur). Les prophéties, je l'ai dit, organisent ce lien. Pascal élabore à leur sujet toute une théorie de l'interprétation. L'entre-deux événementiel qu'elles désignent est *nécessairement* le lieu d'une équivoque, ce que Pascal appelle l'obligation des figures. D'une part, si le Christ est l'événement que seule peut nommer une intervention fondée sur un fidèle discernement des effets du péché, il faut que cet événement soit prédit, « prédiction » désignant ici la capacité interprétative elle-même, transmise au long des siècles par les prophètes juifs. D'autre part, pour que le Christ soit un événement, il faut que même la règle de fidélité qui autorise l'intervention donatrice de sens soit *surprise*

par le paradoxe du multiple. La seule issue est que le sens de la prophétie soit simultanément obscur dans le temps de son énonciation, et rétroactivement clair dès que l'événement-Christ, interprété par l'intervention croyante, en établit la vérité. La fidélité, qui prépare l'intervention fondatrice des apôtres, est largement énigmatique, ou double : « Toute la question est de savoir si elles [les prophéties] ont deux sens. » Le sens matériel, ou grossier, fait clarté immédiate et obscurité essentielle. Le sens proprement prophétique, illuminé par l'interprétation intervenante du Christ et des apôtres, fait clarté essentielle et *figure* immédiate : « Chiffre à double sens : un clair et où il est dit que le sens est caché. » Pascal invente la lecture symptomale. Les prophéties sont continûment obscures au regard de leur sens spirituel, lequel ne s'avère que du Christ, mais elles le sont inégalement : certains passages ne sont interprétables qu'à partir de l'hypothèse chrétienne, et hors de cette hypothèse ne fonctionnent, au régime du sens grossier, que de façon incohérente et bizarre : « Ce sens [le vrai, le spirituel chrétien] est couvert d'un autre en une infinité d'endroits, et découvert en quelques-uns, rarement, mais en telle sorte néanmoins que les lieux où il est caché sont équivoques, et ne peuvent convenir aux deux ; au lieu que les lieux où il est découvert sont univoques, et ne peuvent convenir qu'au sens spirituel. » Ainsi, dans la trame textuelle prophétique de l'Ancien Testament, l'événement-Christ découpe de rares symptômes univoques, à partir desquels s'illumine, par des associations successives, la cohérence générale d'un des deux sens de l'obscurité prophétique, au détriment de ce que ces « figuratifs » semblaient charrier d'évidence grossière.

Cette cohérence, qui fonde au futur antérieur la fidélité juive dans l'entre-deux du péché originel et de la rédemption, ne permet toutefois pas de reconnaître ce qui, en deçà de sa fonction de vérité, constitue l'être même de l'événement-Christ, c'est-à-dire l'événementialité de l'événement, le multiple qui, dans le site de la vie et de la mort, s'appartient à lui-même. Certes, le Christ est prédit, mais le « Il-a-été-prédit » ne se démontre que de l'intervention qui décide que cet homme supplicié, Jésus, est bien le Messie-Dieu. A peine cette décision intervenante prise, tout est clair, et la vérité circule dans toute l'étendue de la situation, sous l'emblème qui la nomme, et qui est la Croix. Toutefois, pour la prendre, le double sens figuratif des prophéties ne peut suffire. Il faut se confier à l'événement dont on prélève, au cœur de

son vide — la scandaleuse mort du Christ, qui contredit toutes les figures de la gloire du Messie —, le nom provocateur. Et ce qui soutient cette confiance ne saurait être la clarté répandue sur le double sens du texte juif, laquelle au contraire en dépend. Le miracle est alors seul ce qui atteste, par la créance qu'on lui accorde, qu'on se rend au hasard accompli de l'événement, et non à la nécessité de la prédiction. Encore faut-il que le miracle même ne soit pas à ce point foudroyant, et adressé à tous, que s'y plier ne soit encore qu'une évidence nécessaire. Pascal est attentif à sauver le caractère vulnérable de l'événement, sa quasi-obscurité, dont dépend que le sujet chrétien soit celui qui décide du point de l'indécidable (« Impossible que Dieu soit, impossible qu'il ne soit pas »), non celui qu'écrase la puissance soit d'une démonstration (« Le Dieu des chrétiens ne consiste pas en un Dieu simplement auteur des vérités géométriques »), soit d'une occurrence prodigieuse, laquelle est réservée au troisième événement, le dernier jour, quand Dieu paraîtra « avec un tel éclat de foudres et un tel renversement de la nature, que les morts ressusciteront et que les plus aveugles verront ». Les miracles où s'indique que l'événement-Christ a lieu sont destinés, par leur modération, à ceux dont la fidélité juive s'exerce au-delà d'elle-même, car Dieu « voulant paraître à découvert à ceux qui le cherchent de tout leur cœur, et caché à ceux qui le fuient de tout leur cœur [...] tempère sa connaissance ».

L'intervention est donc une opération subjective exactement calibrée.

1. Quant à sa *possibilité*, elle dépend de la récurrence événementielle, de la diagonale de fidélité qu'organisent les prophètes juifs : le site du Christ est nécessairement la Palestine ; là seulement peuvent se trouver les témoins, les enquêteurs, les intervenants, dont dépend que le multiple paradoxal soit nommé « incarnation et mort de Dieu ».

2. Elle n'est cependant jamais *nécessaire*. Car l'événement n'est pas en situation de vérifier la prophétie, il est en discontinuité avec la fidèle diagonale qui en réfléchit la récurrence. Cette réflexion n'est en effet donnée que dans une équivoque figurative, où les symptômes eux-mêmes ne sont isolables que rétroactivement. *Aussi est-il de l'essence des fidèles de se diviser :* « Au temps du Messie, ce peuple se partage [...]. Les juifs le refusent, mais non pas tous. » L'intervention est par conséquent toujours le fait d'une avant-garde : « Les spirituels ont embrassé le Messie ; les grossiers sont demeurés pour lui servir de témoins. »

3. La créance de l'avant-garde intervenante porte sur l'événementialité de l'événement, dont elle *décide* l'appartenance à la situation. « Miracle » nomme cette créance, donc cette décision. En particulier, la vie et la mort du Christ — l'événement proprement dit — ne sont pas légitimables par l'accomplissement des prophéties, sinon l'événement n'interromprait pas la loi : « Jésus-Christ a vérifié qu'il était le Messie, jamais en vérifiant sa doctrine sur l'Écriture ou les prophéties, et toujours par ses miracles. » Quoique rétroactivement rationnelle, la décision intervenante de l'avant-garde des apôtres n'est jamais déductible.

4. Cependant, dans *l'après-coup* de l'intervention, la forme figurative de la fidélité antérieure s'élucide entièrement, à partir des points clés que sont les symptômes, c'est-à-dire ce que le texte juif avait de plus erratique. « Les prophéties étaient équivoques : elles ne le sont plus. » L'intervention ne parie sur la discontinuité avec la fidélité antérieure que pour instaurer une continuité univoque. En ce sens, c'est par le risque minoritaire de l'intervention, au site de l'événement, que passe en dernier ressort la *fidélité à la fidélité*.

Tout le but de Pascal est que le libertin réintervienne, et dans l'effet de ce pari accède à la cohérence qui le fonde. Ce qu'ont fait contre la loi les apôtres, l'athée nihiliste, qui a l'avantage de n'avoir passé avec le monde aucun accord conservateur, peut le refaire. Aussi les trois grands volets des *Pensées* se distinguent nettement.

a. Une grande *analytique* du monde moderne, qui est la partie la plus achevée, la plus connue, mais aussi la plus propice à confondre Pascal avec l'un de ces « moralistes français », pessimistes et aigus, dont se nourrit la philosophie des collèges. C'est qu'il s'agit de se tenir aussi près que possible du sujet nihiliste, et de partager avec lui une vision noire et scindée de l'expérience. Nous avons dans ces textes la « ligne de masse » de Pascal, ce par quoi il coappartient à la vision du monde des désespérés et à leurs railleries contre les maigres fastes de l'imaginaire quotidien. Le ressort le plus nouveau de ces maximes que chacun récite est d'en appeler à la grande décision ontologique moderne concernant l'infinité de la nature (*cf.* méditation 13). Nul plus que Pascal n'est habité de la conviction que toute situation est infinie. Par un spectaculaire renversement de la tendance antique, il énonce clairement que c'est le fini qui *résulte*, découpage imaginaire où l'homme se rassure, et que c'est l'infini qui structure la présentation : « Rien ne peut fixer le fini entre les deux infinis qui l'informent et le fuient. » Cette convocation de l'infini de l'être justifie l'humiliation de l'être *naturel* de l'homme, puisque sa finitude existentielle ne délivre, au regard des multiples où se présente l'être, que le « désespoir éternel de connaître ni leur principe ni leur fin ». Elle prépare, par la médiation de l'événement-Christ, que raison soit rendue de cette humiliation par le salut de l'être *spirituel*. Mais cet être spirituel n'est plus corrélé à la situation infinie de la nature, il est un sujet que la charité raccorde intérieurement à l'infinité divine, laquelle est d'un autre ordre. Pascal pense donc simultanément l'infinité naturelle, la relativité « infixable » du fini, et la hiérarchie-multiple des ordres d'infinité.

b. Le deuxième temps est une *exégétique* de l'événement-Christ, prise dans les quatre dimensions de la capacité intervenante : la récurrence événementielle, c'est-à-dire l'examen des prophéties de l'Ancien Testament, et la doctrine du double sens ; l'événement-Christ auquel Pascal, dans le fameux « mystère de Jésus », parvient à s'identifier ; la doctrine des miracles ; la rétroaction donatrice de sens univoque.

Cette exégèse est le point central du dispositif des *Pensées*, car elle seule fonde la vérité du christianisme, et parce que Pascal n'a pas pour stratégie de « prouver Dieu », son intérêt n'allant qu'à unifier, par une réintervention, le libertin à la figure subjective chrétienne. Du reste, seule cette démarche est à ses yeux compatible avec la situation moderne, et spécialement avec les effets de la décision historique concernant l'infinité de la nature.

c. Le troisième temps est une *axiologie*, une doctrine formelle de l'intervention. Une fois décrite la misère existentielle de l'homme dans l'infinité des situations, et donnée, du point de l'événement-Christ, l'interprétation cohérente où le sujet chrétien se raccorde à *l'autre* infinité, celle du Dieu vivant, il reste, par une adresse directe au libertin moderne, à le pousser à réintervenir, sur les pas du Christ et des apôtres. Rien en effet, pas même l'illumination interprétante des symptômes, ne peut rendre nécessaire cette réintervention. Le fameux texte sur le pari — dont le vrai titre est : « infini-rien » — indique seulement que, puisque le cœur de la vérité est que l'événement où elle s'origine est indécidable, le choix, au regard de cet événement, est inéluctable. Dès lors qu'une avant-garde d'intervenants — les vrais chrétiens — a décidé que le Christ était la raison du monde, vous ne

pouvez pas faire comme s'il n'y avait pas lieu de choisir. La véritable essence du pari est qu'il faut parier, non qu'une fois convaincu qu'il le faut on choisisse l'infini plutôt que le rien, ce qui va de soi.

Pour déblayer le terrain, Pascal s'appuie directement sur l'absence de preuve, ici changée, par un coup de génie, en force quant au point crucial : il faut choisir : « C'est en manquant de preuve qu'ils [les chrétiens] ne manquent pas de sens. » Car le sens, accordé à l'intervention, se soustrait en effet à la loi des « lumières naturelles ». Entre Dieu et nous « il y a un chaos infini qui nous sépare ». Et puisque le sens n'est lisible qu'au défaut de la règle, opter à son propos « n'est pas volontaire », le pari a *toujours eu lieu*, comme l'attestent les vrais chrétiens. Le libertin n'est donc pas fondé, selon ses propres principes, à dire : « [...] je les blâmerai d'avoir fait, non ce choix, mais un choix [...] le juste est de ne point parier ». Il le serait, s'il y avait des preuves examinables, toujours suspectes, et s'il fallait parier sur leur convenance. Mais il n'y en a pas tant que la décision concernant l'événement-Christ n'a pas été prise. Le libertin est au moins acculé à reconnaître qu'il est requis de se prononcer sur ce point.

Toutefois, la faiblesse de la logique intervenante est de trouver ici sa limite ultime : si le choix est nécessaire, il faut admettre que je peux déclarer nul l'événement lui-même, opter pour son inappartenance à la situation. Le libertin peut toujours dire : « [...] on me force à parier [...] et je suis fait d'une telle sorte que je ne puis croire ». La conception intervenante de la vérité admet qu'on en récuse la totalité des effets. L'avant-garde, par sa seule existence, impose le choix, non *son* choix.

Aussi faut-il revenir aux conséquences. Au libertin, désespéré d'être ainsi fait qu'il ne peut croire, et qui, au-delà de la logique du pari — celle même que, dans *Théorie du sujet*, j'avais appelée la « confiance dans la confiance » — demande encore au Christ des « signes de sa volonté », il n'y a plus à répondre que : « Ainsi a-t-il fait ; mais vous les négligez. » Sur le roc nihiliste, tout peut échouer, et le mieux qu'on puisse espérer est cet entre-deux fugitif entre la conviction qu'il faut choisir et la cohérence de l'univers des signes que, le choix fait, on cesse de négliger, et qu'on découvre suffisante pour établir que ce choix était bien celui de la vérité.

De Voltaire à Valéry, une tradition laïque française a regretté qu'un aussi grand génie que Pascal ait en somme perdu son temps et ses forces à vouloir sauver le galimatias chrétien. Que ne s'est-il voué aux mathématiques, et à ces foudroyantes considérations sur les misères de l'imagination, où il excellait ? Peu suspect de zèle chrétien, je n'ai cependant jamais goûté ces nostalgies intéressées d'un Pascal savant et moraliste. Je vois trop qu'au-delà du christianisme, ce qui est ici visé est le dispositif militant de la vérité, l'assurance que c'est de l'intervention interprétante qu'elle se soutient, et de l'événement qu'elle s'origine, la volonté d'en *tendre* la dialectique, et de proposer aux hommes de consacrer ce qu'ils ont de meilleur à l'essentiel. Ce que j'admire plus que tout en Pascal, c'est au contraire l'effort, dans des circonstances difficiles, d'aller *à contre-courant*, non au sens réactif du terme, mais pour inventer les formes modernes d'une ancienne conviction, plutôt que de suivre le train du monde, et d'adopter le scepticisme portatif que toutes les époques de transition ressuscitent à l'usage des âmes trop faibles pour tenir qu'aucune *vitesse* historique n'est incompatible avec la tranquille volonté de changer le monde et d'en universaliser la forme.

MÉDITATION VINGT-DEUX

La forme-multiple de l'intervention : y a-t-il un être du choix ?

Concentré dans l'axiome de fondation, le rejet par la théorie des ensembles de tout être de l'événement semble impliquer aussitôt que l'intervention ne puisse non plus en être un concept. C'est pourtant autour d'une Idée mathématique où l'on reconnaît sans trop de mal la *forme* intervenante, et dont le nom courant, fort significatif, est « axiome de choix », que se déroula, atteignant sa pleine fureur entre 1905 et 1908, une des plus sévères batailles entre mathématiciens qu'on ait jamais vue. Comme le conflit portait sur l'essence de la pensée mathématique elle-même, sur ce qu'il était licite d'y tolérer comme opérations constituantes, il semblait n'admettre nulle autre issue que la scission. En un certain sens, c'est ce qui se produisit, quoique la petite minorité dite « intuitionniste » ait organisé sa propre voie autour de considérations beaucoup plus vastes que celles qui étaient immédiatement en jeu dans l'axiome de choix. Mais n'est-ce pas toujours le cas dans les scissions qui ont une réelle portée historique ? Quant à l'écrasante majorité, qui en vint finalement à admettre l'axiome incriminé, elle ne le fit au bout du compte que pour des raisons pragmatiques. On s'aperçut en effet progressivement que ledit axiome, s'il impliquait des énoncés auxquels « l'intuition » répugne — comme l'existence d'un bon ordre sur les nombres réels —, était par ailleurs indispensable pour établir d'autres énoncés dont peu de mathématiciens acceptaient la disparition, énoncés aussi bien algébriques (« tout espace vectoriel admet une base ») que topologiques (« le produit d'une famille quelconque d'espaces compacts est un espace compact »). La clarté sur cette affaire ne fut jamais totale, les uns n'ayant affiné leur critique qu'au prix d'une vision restreinte et sectaire des mathématiques, les autres s'étant accordés pour sauver les meubles et conti-

nuer sous la règle de la « preuve » par les bénéfiques conséquences.

De quoi s'agit-il ? Sous sa forme ultime, l'axiome de choix pose qu'étant donné un multiple de multiples il *existe* un multiple composé d'*un* « représentant » de chacun des multiples non vides dont le premier multiple assure la présentation. Autrement dit qu'on peut « choisir » un élément de chacun des multiples dont se compose un multiple, et « mettre ensemble » les éléments ainsi choisis : le multiple obtenu est consistant, c'est-à-dire existant.

Ce dont en fait l'existence est affirmée est une *fonction*, qui, à chaque multiple qui appartient à un ensemble, fait correspondre un de ses éléments. Une fois cette fonction supposée existante, le multiple qui en résulte existe, car il suffit d'invoquer l'axiome de remplacement. C'est cette fonction que l'on appelle « fonction de choix ». L'axiome pose qu'à tout multiple existant α, correspond une fonction existante f, qui « choisit » un représentant dans chacun des multiples dont α se compose :

$$(\forall\alpha)\ (\exists f)\ [(\beta \in \alpha) \rightarrow f(\beta) \in \beta]$$

Par l'axiome de remplacement, la fonction de choix garantit l'existence d'un ensemble γ composé d'*un* représentant de chaque élément non vide de α. (Dans le vide il est clair que f ne peut rien « choisir » : elle redonne le vide, $f(\phi) = \phi$.) Appartenir à γ — que j'appellerai une *délégation* de α — veut dire : être l'élément d'un élément de α que la fonction f a sélectionné :

$$\partial \in \gamma \leftrightarrow (\exists\beta)\ [(\beta \in \alpha)\ \&\ f(\beta) = \partial]$$

Une délégation de α fait un-multiple des représentants-uns de chaque multiple dont α fait l'un. La « fonction de choix » f sélectionne un délégué de chaque multiple appartenant à α, et tous ces délégués constituent une délégation existante — comme chaque circonscription, dans un scrutin majoritaire, envoie un député à la chambre des représentants.

Où est le problème ?

Si l'ensemble α est *fini*, il n'y en a aucun, et c'est du reste pourquoi il n'y en a en effet aucun dans les élections, où le nombre des circonscriptions est assurément fini. On entrevoit cependant que, s'il était infini, il y en aurait des problèmes, et spécialement celui de ce qu'est exactement une majorité...

Qu'il n'y ait nul problème dans le cas de α fini se montre par récurrence : on établit que la fonction de choix *existe* dans le cadre des Idées du multiple déjà présentées. Nul besoin donc d'une Idée supplémentaire (d'un axiome) pour en garantir l'être.

Si maintenant je considère un ensemble infini, les Idées du multiple ne me permettent pas d'établir en toute généralité l'existence d'une fonction de choix, et donc de garantir l'être d'une délégation. Il y a, intuitivement, quelque chose d'*indélégable* dans la multiplicité infinie. C'est qu'une fonction de choix opérant sur un multiple infini doit « choisir » simultanément un représentant pour une infinité de « représentés ». Mais l'on sait que la maîtrise conceptuelle de l'infini suppose une règle de parcours (méditation 13). Si une telle règle me permettait de *construire* la fonction, on pourrait à la rigueur en assumer l'existence, par exemple comme limite d'une suite de fonctions partielles. Dans le cas général, rien de tel n'est en vue. On ne voit pas du tout *comment* procéder pour définir explicitement une fonction qui sélectionne *un* représentant de *chaque* multiple d'une multiplicité infinie de multiples non vides. L'excès de l'infini sur le fini s'avère au point où la représentation du premier — sa délégation — paraît en général impraticable, alors que celle du second, nous l'avons vu, est déductible. Dès les années 1890-1892, quand on commença à repérer que l'on avait *déjà* utilisé, sans la rendre explicite, l'idée de l'existence d'une fonction de choix pour des multiples infinis, des mathématiciens comme Peano ou Bettazzi objectèrent qu'il y avait là quelque chose d'arbitraire, et d'irreprésentable. Bettazzi écrivait déjà : « [...] on doit choisir un objet arbitrairement dans chacun des ensembles infinis, ce qui ne semble pas rigoureux ; à moins qu'on souhaite accepter comme un postulat qu'un tel choix soit possible — quelque chose, toutefois, qui nous semble mal avisé ». Les termes où allaient s'organiser, un peu plus tard, le conflit, sont tous présents dans cette remarque : puisque le choix est « arbitraire », c'est-à-dire inexplicitable sous la forme d'une règle de parcours définie, il exige un axiome, lequel, n'ayant aucune valeur intuitive, est lui-même arbitraire. Seize ans plus tard, le grand mathématicien français Borel écrivait qu'admettre « la légitimité d'une infinité non dénombrable de choix (successifs ou simultanés) » lui semblait « une notion entièrement dépourvue de sens ».

L'obstacle était en fait le suivant : d'un côté, admettre *l'existence*

d'une fonction de choix sur des ensembles infinis est requis pour de nombreux théorèmes utiles, voire fondamentaux, de l'algèbre et de l'analyse, pour ne rien dire de la théorie des ensembles elle-même, dont nous verrons (méditation 26) que l'axiome de choix y clarifie de façon décisive la question de la hiérarchie des multiples purs, et de la connexion entre l'être-en-tant-qu'être et la forme naturelle de sa présentation (les ordinaux). D'un autre côté, il est, dans le cas général, tout à fait impossible de *définir* une telle fonction, d'en indiquer l'effectuation, et cela même en assumant qu'il en existe une. Nous sommes ici au rouet d'avoir à postuler l'existence d'un type de multiple particulier (une fonction) sans que cette postulation nous permette d'en exhiber un seul cas, d'en construire un seul exemple. Dans leur livre sur les fondements de la théorie des ensembles, Fraenkel, Bar-Hillel et A. Levy indiquent en toute clarté que l'axiome de choix — l'Idée qui postule l'existence, pour tout multiple, d'une fonction de choix — n'a trait qu'à l'existence en général, et ne promet nulle effectuation singulière de cette assertion d'existence : « L'axiome n'affirme pas la possibilité (avec les ressources scientifiques disponibles aujourd'hui ou dans l'avenir) de *construire* un ensemble-sélection [ce que j'appelle une délégation] ; c'est-à-dire de fournir une règle par laquelle, dans chaque membre β de α, un certain membre de β puisse être nommé [...]. L'axiome ne fait que maintenir *l'existence* d'un ensemble-sélection. » Et les auteurs appellent cette particularité de l'axiome son « caractère purement existentiel ».

Mais Fraenkel, Bar-Hillel et Levy ont tort de poser qu'une fois reconnu le « caractère purement existentiel » de l'axiome de choix les attaques dont il fut l'objet cessent d'être convaincantes. C'est méconnaître qu'au regard de l'ontologie l'existence est une question clé et qu'à cet égard l'axiome de choix demeure une Idée fondamentalement *différente* de toutes celles où nous avons jusqu'ici reconnu les lois de la présentation du multiple en tant que pur multiple.

J'ai dit que l'axiome de choix pouvait se formaliser ainsi :

$$(\forall\alpha)\,(\exists f)\,[(\forall\beta)\,[(\beta \in \alpha \;\&\; \beta \neq \phi) \rightarrow f(\beta) \in \beta]]$$

L'écriture déployée de cette formule exigerait seulement qu'on y adjoigne que f est ce type de multiple particulier qu'on appelle une fonction, ce qui ne pose aucun problème.

Nous reconnaissons, en apparence, la forme « légale » des axiomes

étudiés dans la méditation 5 : sous la supposition de l'existence déjà donnée d'un multiple α quelconque, affirmer l'existence d'un autre multiple — ici, la fonction de choix f. Mais la similitude s'arrête là. Car, dans les autres axiomes, *le type de connexion entre le premier multiple et le second est explicite*. Par exemple, l'axiome de l'ensemble des parties nous dit que tout élément de $p(\alpha)$ est une partie de α. Il en résulte du reste que l'ensemble ainsi obtenu est *unique*. Pour un α donné, $p(\alpha)$ est *un* ensemble. De même, pour une propriété $\Psi(\beta)$ définie, l'ensemble des éléments de α qui ont cette propriété, dont l'existence est garantie par l'axiome de séparation, est *une* partie fixe de α. Dans le cas de l'axiome de choix, l'assertion d'existence est beaucoup plus évasive. Car la fonction dont on affirme l'existence n'est soumise qu'à une condition intrinsèque ($f(\beta) \in \beta$) qui n'autorise ni à penser que sa connexion à la structure interne du multiple α est explicitable, ni que cette fonction est unique. Ainsi le multiple « f » n'est-il associé à la singularité de α que par des liens très lâches, et il est tout à fait normal qu'étant donné l'existence d'un α donné on ne puisse pas, en général, en « tirer » la construction d'*une* fonction f déterminée. L'axiome de choix juxtapose à l'existence d'un multiple la possibilité de sa délégation, sans inscrire aucune règle de cette possibilité qu'on puisse appliquer à la forme particulière du multiple initial. L'existence dont il affirme l'universalité est *indistinguable* en ceci que la condition à laquelle elle obéit (choisir des représentants) ne nous dit rien sur le « comment » de son effectuation. C'est ainsi une existence *sans-un*, puisque à défaut de toute effectuation la fonction f reste suspendue à une existence dont on ne sait comment la présenter.

La fonction de choix est soustraite au compte, et si elle est déclarée présentable (puisque existante), il n'y a nulle voie générale de sa présentation. Il s'agit d'une présentabilité sans présentation.

Il y a donc bien une énigme conceptuelle de l'axiome de choix, qui est celle de sa différence avec les autres Idées du multiple, et qui gît là même où Fraenkel, Bar-Hillel et Lévy voyaient de l'innocence : son « caractère purement existentiel ». Car cette « pureté » est bien plutôt l'impureté d'un mixte entre l'assertion du présentable (l'existence) et le caractère ineffectif de la présentation, la soustraction au compte-pour-un.

L'hypothèse que j'avance est la suivante : *l'axiome de choix formalise dans l'ontologie les prédicats de l'intervention*. Il s'agit de penser

l'intervention *dans son être*, c'est-à-dire au défaut de l'événement, dont on sait que l'ontologie n'a pas à connaître. Le point de fuite qu'est l'indécidabilité d'appartenance de l'événement laisse dans l'Idée ontologique où s'inscrit l'intervention-étante une trace, qui est précisément le caractère inassignable, où quasi-non-un, de la fonction de choix. Ou encore : l'axiome de choix pense la forme d'être de l'intervention dans le vide de tout événement. Et ce qu'elle y trouve est marqué de ce vide sous les espèces de l'inconstructibilité de la fonction. L'ontologie prononce que l'intervention *est*, nomme « choix » cet être (et le choix signifiant du mot « choix » est tout à fait rationnel). Elle ne le peut toutefois qu'au péril de l'un, soit en suspendant cet être à sa généralité pure, nommant ainsi, par défaut, le non-un de l'intervention.

Que l'axiome de choix commande ensuite des résultats stratégiques de l'ontologie — des mathématiques — est l'exercice de la fidélité déductive à la forme intervenante épinglée à la généralité de son être. La conscience aiguë qu'a le mathématicien de la singularité de l'axiome se manifeste par le marquage, pratiqué jusqu'à aujourd'hui, des théorèmes qui dépendent de l'axiome de choix, ainsi distingués de ceux qui n'en dépendent pas. On ne saurait mieux indiquer que par ce marquage le *discernement* où, nous le verrons, s'effectue tout le zèle de la fidélité : discernement des *effets* du multiple surnuméraire dont on a, par l'intervention, décidé l'appartenance à la situation. Sinon que dans le cas de l'ontologie, il s'agit des effets de l'appartenance aux Idées du multiple d'un axiome surnuméraire, qui *est* l'intervention-dans-son-être. Le conflit des mathématiciens au début du siècle fut bien — au sens large — un conflit politique, puisqu'il avait pour enjeu de décider d'admettre un être de l'intervention, ce qu'aucune intuition, aucune procédure connue, ne justifiait. Les mathématiciens — en l'occurrence sous le nom de Zermelo — ont dû intervenir pour que l'intervention soit ajoutée aux Idées de l'être. Et, comme c'est la loi de l'intervention, ils se sont aussitôt divisés. Ceux-là même qui — implicitement — se servaient *en fait* de cet axiome (comme Borel, Lebesgue, etc.) n'avaient aucune raison à leurs yeux recevable de valider *en droit* son appartenance à la situation ontologique. Rien ne permettait ni d'éviter le pari intervenant, ni d'avoir à soutenir ensuite sa validité dans le discernement rétroactif de ses effets. L'un des grands utilisateurs de l'axiome, Steinitz, ayant établi que le théorème : « Tout corps admet une clôture algébrique » — théorème vraiment décisif —

dépendait de l'axiome de choix, résumait ainsi dès 1910 la doctrine des fidèles : « Beaucoup de mathématiciens s'opposent encore à l'axiome de choix. Avec la reconnaissance grandissante qu'il y a des questions mathématiques qui ne peuvent être décidées sans cet axiome, la résistance dont il est l'objet doit progressivement disparaître. D'un autre côté, dans l'intérêt de la pureté de la méthode, il semble utile d'éviter l'axiome ci-dessus nommé autant que la nature de la question n'exige pas son utilisation. J'ai résolu de marquer nettement ces limites. »

Tenir le pari intervenant, s'organiser pour en discerner les effets, ne pas abuser de la puissance d'une Idée surnuméraire et attendre des décisions subséquentes le ralliement à la décision initiale : telle est, selon Steinitz, l'éthique raisonnable des partisans de l'axiome de choix.

Elle ne saurait pourtant, cette éthique, dissimuler l'abrupt de l'intervention sur l'intervention que formalise l'existence d'une fonction de choix.

Premièrement, l'assertion d'existence de la fonction de choix n'étant accompagnée d'aucune procédure qui permette en général d'en exhiber réellement une seule, il s'agit de déclarer qu'existent des représentants — une délégation — sans loi de représentation. En ce sens, la fonction de choix est essentiellement illégale, au regard de ce qui prescrit qu'un multiple puisse être déclaré existant. Car son existence est affirmée en dépit de ce que nul être ne puisse venir avérer, en tant qu'*un* être, le caractère effectif et singulier de ce qu'elle subsume. La fonction de choix est prononcée comme un *être* qui n'est pas vraiment *un* être, et se dérobe ainsi à la législation leibnizienne du compte-pour-un. Elle existe *hors situation*.

Deuxièmement, *ce* que choisit la fonction de choix reste innommable. On sait que, pour tout multiple non vide β qu'un multiple α présente, la fonction sélectionne un représentant — un multiple qui appartient à β : $f(\beta) \in \beta$. Mais le caractère ineffectif du choix — le fait qu'on ne peut en général construire et nommer ce multiple qu'est la fonction de choix — interdit de doter le représentant $f(\beta)$ d'une singularité quelconque. *Il y a* un représentant, mais il est impossible de savoir lequel. En sorte que ce représentant n'a pas d'autre identité que d'avoir à représenter le multiple auquel il appartient. Illégale, la représentation par choix est tout aussi bien anonyme. Car aucun nom propre n'isole le représentant sélectionné par la fonction parmi les

autres multiples présentés. Le nom du représentant est en fait un nom commun : « appartenir au multiple β et y être indistinctement sélectionné par f ». Le représentant est certes mis en circulation dans la situation, de ce que je peux toujours dire qu'il existe une fonction f telle que, pour β donné, elle sélectionne un $f(\beta)$ qui appartient à β. Ou : pour un multiple α existant, je déclare qu'existe l'ensemble des représentants des multiples qui le composent, la délégation de α. Et je raisonne ensuite sur cette existence. Mais je ne puis en général *désigner* un seul de ces représentants, en sorte que la délégation elle-même est un multiple aux contours indistincts. En particulier, déterminer sa *différence* avec un autre multiple (par l'axiome d'extensionalité) est pour l'essentiel impraticable, puisqu'il faudrait que j'isole au moins un élément qui ne figure pas dans l'autre multiple, et que je ne suis nullement assuré d'y parvenir. Cette sorte d'inextensionalité oblique de la délégation indique l'anonymat de principe des représentants.

Or, ces deux caractéristiques — illégalité et anonymat —, nous y reconnaissons aussitôt les attributs de l'intervention, qui doit en effet tirer du vide, hors la loi du compte, le nom anonyme de l'événement. La clé du sens spécial de l'axiome de choix — et des controverses qu'il suscita — tient en dernier ressort à ce que ce n'est *pas* des multiples en situation que cet axiome garantit l'existence, mais de l'intervention, toutefois saisie dans son être pur (le type de multiple qu'elle est), abstraction faite de tout événement. L'axiome de choix est l'énoncé ontologique relatif à cette forme particulière de présentation qu'est l'activité intervenante. Comme il en supprime l'historicité événementielle il est tout à fait compréhensible qu'il ne puisse spécifier en général l'un-multiple qu'elle est (au regard d'une situation donnée, c'est-à-dire, en ontologie, d'un ensemble supposé existant), mais seulement la forme-multiple : celle d'une fonction, dont *l'existence*, quoique proclamée, ne s'effectue en général dans aucun *existant*. L'axiome de choix nous dit : « Il y a de l'intervention. » Le pointage existentiel de cet « il y a » ne peut s'outrepasser vers un être, puisque ce dont une intervention tire sa singularité est *cet* excès-d'un — l'événement — dont l'ontologie déclare le non-être.

La conséquence de cette stylisation « à vide » de l'être de l'intervention est que, par un admirable renversement où l'ontologie manifeste sa puissance, cet axiome où anonymat et illégalité provoquent l'apparence du plus grand désordre — comme les mathématiciens en

eurent l'intuition — a pour effet ultime *le comble de l'ordre*. Il y a là une métaphore ontologique saisissante du thème, devenu banal, selon lequel les immenses désordres révolutionnaires engendrent l'ordre étatique le plus rigoureux. L'axiome de choix est en effet requis pour établir que toute multiplicité admet un bon ordre, autrement dit que tout multiple se laisse « énumérer » en sorte que, à chaque étape de cette énumération, on sache distinguer l'élément qui vient « après ». Et comme les noms-nombres que sont les multiples naturels (les ordinaux) sont la mesure de toute énumération — de tout bon ordre —, c'est de l'axiome de choix que se tire finalement que tout multiple se laisse penser selon une connexion définie à l'ordre de la nature.

Cette connexion sera démontrée dans la méditation 26. Ce qui nous importe ici est de saisir les effets, dans le texte ontologique, du caractère anhistorique où est assignée la forme-multiple de l'intervention. Si l'Idée de l'intervention — c'est-à-dire l'intervention sur l'être de l'intervention — détient encore la « sauvagerie » de l'illégal et de l'anonyme, et si ces traits furent assez marqués pour qu'à leur propos les mathématiciens, qui n'ont cure de l'être et de l'événement, s'empoignent à l'aveuglette, l'ordre de l'être revient sur eux d'autant plus aisément que ce dont se soutiennent les interventions réelles — les événements —, indécidable quant à l'appartenance, reste en dehors du champ de l'ontologie, et que la pure forme intervenante — la fonction de choix — se trouve ainsi livrée, dans le suspens de son existence, à la règle où l'un-multiple est prononcé dans son être. C'est pourquoi l'interruption apparente de la loi que désigne l'axiome se change aussitôt, dans ses principaux équivalents, ou dans ses conséquences, en la fermeté naturelle d'un ordre.

Ce que l'axiome de choix nous enseigne de plus profond est donc que c'est bien du *couple* de l'événement indécidable et de la décision intervenante que résultent le temps et la nouveauté historique. Saisie dans la forme isolée de son être pur, l'intervention, en dépit de l'apparence illégale qu'elle revêt, d'être ineffective, fonctionne ultimement au service de l'ordre, et même, nous le verrons, de la hiérarchie.

Pour le dire autrement : ce n'est pas de son être que l'intervention tire la force d'un désordre, ou d'un dérèglement de la structure. C'est de son effectivité, laquelle exige bien plutôt ce premier dérèglement, ce premier dysfonctionnement du compte qu'est le multiple événementiel paradoxal, dont tout ce qui est dicible de l'être exclut qu'il soit.

MEDITATION VINGT-TROIS

La fidélité, la connexion

J'appelle *fidélité* l'ensemble des procédures par lesquelles on discerne, dans une situation, les multiples dont l'existence dépend de la mise en circulation — sous le nom surnuméraire que lui a conféré une intervention — d'un multiple événementiel. Une fidélité est en somme le dispositif qui sépare, dans l'ensemble des multiples présentés, ceux qui dépendent d'un événement. Être fidèle, c'est rassembler et distinguer le devenir légal d'un hasard.

Le mot « fidélité » renvoie nettement à la relation amoureuse, mais je dirais que c'est plutôt la relation amoureuse qui renvoie, au point le plus sensible de l'expérience individuelle, à la dialectique de l'être et de l'événement, dont la fidélité propose une ordination temporelle. Il est hors de doute en effet que l'amour, ce qui s'appelle l'amour, se fonde d'une intervention, et donc d'une nomination, aux parages d'un vide convoqué par une *rencontre*. Tout le théâtre d'un Marivaux est consacré précisément à la délicate question de savoir *qui* intervient, dès lors qu'est à l'évidence institué, au seul hasard de la rencontre, le malaise d'un multiple excessif. La fidélité amoureuse est bien la mesure à prendre, dans un retour à la situation dont longtemps le mariage fut l'emblème, de ce qui subsiste jour après jour de connexion entre les multiples réglés de la vie et l'intervention où se délivra l'un de la rencontre. Comment, du point de l'événement-amour, séparer, dans la loi du temps, ce qui organise, au-delà de sa simple occurrence, le *monde* de l'amour ? Tel est l'emploi de la fidélité, et il y faut l'accord presque impossible d'un homme et d'une femme sur le critère qui distingue, dans tout ce qui se présente, les effets de l'amour du train ordinaire des choses.

Ainsi justifié qu'on utilise ce vieux mot, trois remarques préliminaires s'imposent.

Premièrement, une fidélité est toujours particulière, en ceci qu'elle dépend d'un événement. Il n'y a pas de disposition fidèle en général. Il ne faut nullement entendre la fidélité comme une capacité, un trait subjectif, une vertu. La fidélité est une opération située, qui relève de l'examen des situations. La fidélité est un rapport fonctionnel à l'événement.

Deuxièmement, une fidélité n'est pas un terme-multiple de la situation, mais, comme le compte-pour-un, une opération, une structure. Ce qui permet d'évaluer la fidélité est son résultat : le compte-pour-un des effets réglés d'un événement. Rigoureusement parlant, la fidélité *n'est pas*. Ce qui existe ce sont les regroupements qu'elle constitue des uns-multiples qui sont *marqués*, d'une façon ou d'une autre, par l'occurrence événementielle.

Troisièmement, puisqu'une fidélité discerne et regroupe des multiples présentés, elle compte des parties de la situation. Le résultat des procédures fidèles est *inclus* dans la situation. Par conséquent, c'est en un certain sens sur le terrain de *l'état* de la situation que la fidélité opère. Une fidélité peut apparaître, selon la nature de ses opérations, comme un contre-état, ou comme un sous-état. Il y a toujours quelque chose d'institutionnel dans une fidélité, si on entend ici par institution, de façon très générale, ce qui est dans l'espace de la représentation, de l'état, du compte-du-compte ; ce qui touche aux inclusions plutôt qu'aux appartenances.

Il convient toutefois de nuancer aussitôt ces trois remarques.

Premièrement, s'il est vrai que toute fidélité est particulière, il est pourtant nécessaire de penser philosophiquement la *forme* universelle des procédures qui la constituent. Supposé mis en circulation (en aval de la rétroaction interprétante d'une intervention) le signifiant e_x d'un événement, une procédure de fidélité revient à disposer d'un critère relatif à la connexion ou à la non-connexion d'un multiple présenté quelconque à cet élément surnuméraire $e_\setminus$. La particularité d'une fidélité, outre qu'elle s'attache évidemment à l'ultra-un qu'est l'événement — lequel cependant n'est plus pour elle qu'un multiple existant parmi les autres —, dépend aussi du critère de connexion retenu. Dans une même situation, et pour un même événement, il peut exister des critères différents, qui définissent des fidélités différentes, en ceci que leurs résultats, soit les multiples regroupés comme connectés à l'événement, ne composent pas forcément des parties identiques

(« identiques » voulant ici dire : des parties tenues pour identiques par l'état de la situation). On sait empiriquement qu'il y a bien des façons d'être fidèle à un événement : staliniens et trotskistes proclamaient leur fidélité à Octobre 17, mais les uns massacraient les autres. Intuitionnistes et axiomaticiens ensemblistes se déclaraient fidèles à l'événement-crise des paradoxes logiques découverts au début du siècle, mais les mathématiques qu'ils développaient étaient fort différentes. Les conséquences tirées de l'effilochage chromatique du système tonal par les sérialistes ou par les néo-classiques étaient diamétralement opposées, etc.

Ce qu'il faut conceptuellement retenir et fixer, c'est qu'une fidélité est définie conjointement par une *situation* — celle où s'enchaînent selon la loi du compte les effets de l'intervention —, par un *multiple* particulier — l'événement tel que nommé et mis en circulation — et par une *règle de connexion* qui permet d'évaluer la dépendance d'un multiple existant quelconque au regard de l'événement, tel que l'intervention a décidé son apartenance à la situation.

Je noterai désormais $\alpha \,\square\, e_x$ (à lire : « connexe pour une fidélité ») le critère par lequel un multiple présenté est déclaré dépendre de l'événement. Le signe formel $\square$ renvoie, dans une situation donnée et pour un événement particulier, à des procédures diverses. Ce qui nous importe ici est d'isoler un atome, ou séquence minimale, de l'opération de fidélité. L'écriture $\alpha \,\square\, e_x$ désigne un tel atome. Elle inscrit que le multiple α est connexe à l'événement e_x pour une fidélité. L'écriture $\sim(\alpha \,\square\, e_x)$ est un atome négatif : elle inscrit que, pour une fidélité, le multiple α est considéré comme non connexe à l'événement, ce qui veut dire indifférent à son occurrence hasardeuse, telle que rétroactivement fixée par l'intervention. Une fidélité, dans son être-non-étant réel, est une chaîne d'atomes positifs ou négatifs, c'est-à-dire le constat que tels ou tels multiples existants sont ou ne sont pas connectés à l'événement. Pour des raisons qui seront peu à peu évidentes, et qui trouveront leur plein exercice dans la méditation sur la vérité, j'appellerai *enquête* toute suite *finie* d'atomes de connexion pour une fidélité. Une enquête est au fond un état donné — fini — du processus fidèle.

Ces conventions nous induisent aussitôt aux nuances qu'appelle la deuxième remarque préliminaire. Certes, la fidélité, en tant que procédure, n'est pas. A chaque instant toutefois, une fidélité événemen-

tielle est saisissable dans un résultat provisoire, lequel se compose des enquêtes effectives où s'est inscrit que des multiples sont, ou ne sont pas, connexes à l'événement. Il est toujours admissible de poser que *l'être* d'une fidélité se constitue du multiple des multiples qu'elle a discernés, selon son opérateur propre de connexion, comme dépendants de l'événement dont elle procède. Ces multiples composent toujours, du point de vue de l'état, une partie de la situation — un multiple dont l'un est d'inclusion —, la partie « connectée » à l'événement. On peut appeler *être instantané* d'une fidélité cette partie de la situation. On notera à nouveau qu'il s'agit d'un concept étatique.

Il demeure cependant très approximatif de considérer cette projection étatique de la procédure comme un fondement ontologique de la fidélité elle-même. A tout instant en effet, les enquêtes où s'inscrit le résultat provisoire d'une fidélité forment un ensemble fini. Or, ce point doit entrer en dialectique avec la décision ontologique fondamentale que nous avons étudiée dans les méditations 13 et 14, et qui prononce qu'en dernier ressort toute situation est infinie. La finesse complète de cette dialectique supposerait que nous établissions en quel sens toute situation relève quant à son être d'une connexion avec les multiples *naturels*. Car à proprement parler, nous n'avons parié l'infini de l'être qu'à propos des multiplicités dont le schème ontologique est un ordinal, donc des multiplicités naturelles. La méditation 26 établira que tout multiple pur, donc toute présentation, se laisse, en un sens précis, « nombrer » par un ordinal. Il nous suffit pour l'instant d'anticiper une conséquence de cette corrélation, qui est que presque toutes les situations sont infinies. Il en résulte que la projection étatique d'une fidélité, qui regroupe un nombre fini de multiples connexes à l'événement, est incommensurable à la situation, et donc à la fidélité elle-même : pensée comme procédure non étante, une fidélité en effet est ce qui ouvre au discernement *général* des uns-multiples présentés dans la situation, selon qu'ils sont connexes ou non à l'événement. Une fidélité est donc, elle, en tant que procédure, à la mesure de la situation, et elle est infinie si la situation l'est. Aucun multiple particulier ne borne en droit l'exercice d'une fidélité. Par conséquent la projection étatique instantanée, qui regroupe dans une partie de la situation les multiples *déjà* discernés comme connexes à l'événement, n'est qu'une approximation grossière, à vrai dire presque nulle, de ce dont la fidélité est capable.

D'un autre côté, il faut bien reconnaître que cette capacité infinie n'est pas effective, puisque à tout instant son résultat se laisse étatiquement projeter comme partie finie. Il faut donc dire ceci : pensée dans son être — ou selon l'être —, une fidélité est un élément fini de l'état, une représentation; pensée dans son non-être — comme opération — une fidélité est une procédure infinie adjacente à la présentation. Une fidélité est donc toujours en excès non étant sur son être. Elle existe en deçà d'elle-même, elle inexiste au-delà d'elle-même. Il est toujours possible de dire qu'elle est un presque-rien de l'état, ou qu'elle est un quasi-tout de la situation. Le fameux « nous ne sommes rien, soyons tout », si on en détermine le concept, touche à ce point. Il signifie en dernier ressort : soyons fidèles à l'événement que nous sommes.

A l'ultra-un de l'événement correspond le Deux où se résout l'intervention. A la situation, où se jouent les conséquences de l'événement, correspond, pour une fidélité, d'une part l'un-fini d'une représentation effective, d'autre part l'infini d'une présentation virtuelle.

A partir de quoi s'impose de restreindre le champ d'application de ma troisième remarque préliminaire. Si le résultat d'une fidélité est étatique en ceci qu'il regroupe des multiples connexes à l'événement, la fidélité *outrepasse* (comme dit Hegel, *cf.* méditation 15) tous les résultats où se dispose son être-fini. La pensée de la fidélité comme contre-état (ou sous-état) est elle-même tout à fait approximative. La fidélité touche certes à l'état, pour autant qu'on le pense dans la catégorie du résultat. Mais prise au ras de la présentation, elle reste cette procédure inexistante pour laquelle *tous* les multiples présentés sont disponibles, chacun pouvant advenir à la place de cet α dont s'inscrira, dans une enquête effective de la procédure fidèle, soit $\alpha \,\square\, e_x$, soit $\sim(\alpha \,\square\, e_x)$, selon que le critère $\square$ détermine que α est, ou n'est pas, dans la dépendance marquée de l'événement.

Il y a en réalité une raison plus profonde encore à la désétatisation, à la désinstitutionnalisation, du concept de fidélité. L'état est un opérateur de compte qui renvoie aux liaisons ontologiques fondamentales, l'appartenance et l'inclusion. Il assure le compte-pour-un des parties, donc des multiples qui se composent de multiples présentés dans la situation. Qu'un multiple α soit compté par l'état signifie essentiellement que tout multiple β qui lui appartient est, lui, présenté dans la situation, et qu'ainsi α est une partie de cette situation, y est inclus.

Une fidélité en revanche discerne la connexion des multiples présentés à un multiple particulier, qui est l'événement tel que son nom illégal le fait circuler dans la situation. L'opérateur de connexion, $\square$, n'a nul lien de principe avec l'appartenance ou l'inclusion. Il est lui-même *sui generis*, propre à la fidélité, et par conséquent rattaché à la singularité événementielle. Evidemment, l'opérateur de connexion, dont j'ai dit qu'il caractérisait une fidélité singulière, peut avoir des rapports de plus ou moins grande proximité avec les grandes connexions ontologiques que sont l'appartenance et l'inclusion. Une *typologie* des fidélités s'attacherait précisément à cette proximité. La règle en serait la suivante : plus une fidélité, par son opérateur $\square$, se rapproche des connexions ontologiques — appartenance et inclusion, présentation et représentation, $\in$ et $\subset$ — plus elle est étatique. Il est certain que poser qu'un multiple n'est connecté à l'événement que *s'il lui appartient* est le comble de la redondance étatique. Car, dans la situation, en toute rigueur, l'événement est le seul multiple *présenté* qui appartienne à l'événement, $e_x \in e_x$. Si la connexion de fidélité $\square$ est identique à l'appartenance $\in$, il s'ensuit que l'unique *résultat* de la fidélité est cette partie de la situation qu'est le singleton de l'événement $\{e_x\}$. Or j'ai précisément montré (méditation 20) qu'un tel singleton était l'élément constitutif du rapport sans concept de l'état à l'événement. On notera au passage que la thèse *spontanéiste* (en gros : ne peuvent se prévaloir d'un événement que ceux qui l'ont fait) est en vérité la thèse *étatique*. On s'éloigne de cette coïncidence avec l'état de la situation au fur et à mesure que l'opérateur de fidélité se distingue de l'appartenance au multiple événementiel lui-même. Une fidélité non institutionnelle est une fidélité qui est apte à discerner des marques de l'événement au plus loin de l'événement lui-même. La borne ultime et triviale est cette fois constituée par une connexion universelle, qui prétendrait que *tout* multiple présenté est en fait dépendant de l'événement. Ce type de fidélité, inversion du spontanéisme, n'en est pas moins lui-même absolument étatique : son résultat est en effet la situation dans son tout, c'est-à-dire la partie maximale nombrée par l'état. Une telle connexion, qui ne sépare rien, qui n'admet aucun atome négatif — aucun $\sim(\alpha \square e_x)$, où s'inscrit l'indifférence d'un multiple à l'irruption événementielle — est une fidélité *dogmatique*. En matière de fidélité à un événement, l'unité d'être du spontanéisme (seul l'événement est connexe à lui-même), et du dogmatisme

(tout multiple dépend de l'événement) est la coïncidence de leur résultat avec des fonctions spéciales de l'état. Une fidélité est fortement distincte de l'état si elle est en quelque sorte *inassignable* à une fonction définie de l'état, si son résultat est une partie qui, du point de vue de l'état, est particulièrement dépourvue de sens. Je bâtirai dans la méditation 31 le schème ontologique d'un tel résultat, et je montrerai qu'il s'agit dès lors d'une fidélité *générique*.

Que la fidélité soit aussi peu étatique que possible se joue donc dans l'écart entre son opérateur de connexion et l'appartenance (ou l'inclusion) d'une part, sa capacité réellement séparative de l'autre. Une fidélité réelle établit des dépendances qui pour l'état sont sans concept, et scinde — par des états finis successifs — la situation en deux, parce qu'elle discerne aussi une masse de multiples indifférents à l'événement.

C'est du reste en ce point qu'à nouveau on peut penser une fidélité comme un contre-état : elle organise en effet *dans* la situation une autre légitimité des inclusions. Elle bâtit, selon le devenir infini de résultats provisoires finis, une sorte d'*autre* situation, obtenue par division en deux de la situation primitive. Cette autre situation est celle des multiples marqués par l'événement, et il a toujours été tentant, pour une fidélité, de considérer l'ensemble de ces multiples, dans sa figure provisoire, comme son corps même, comme l'effectivité agissante de l'événement, comme la *vraie* situation, ou comme le troupeau des Fidèles. Cette version ecclésiale de la fidélité (les multiples connexes sont l'Église de l'événement) est une ontologisation dont j'ai montré l'erreur. Elle n'en est pas moins une tendance nécessaire, qui est à nouveau la tendance à se satisfaire de la projection d'un non-existant — d'une procédure errante — sur la surface étatique où sont lisibles ses résultats.

Une des plus considérables questions de la philosophie, reconnaissable sous des noms très divers dans toute son histoire, est de savoir dans quelle mesure la constitution événementielle elle-même, c'est-à-dire le Deux de l'anonymat vide que borde le site et du nom que fait circuler l'intervention, *prescrit* le type de connexion où se règle une fidélité. Y a-t-il par exemple des événements, donc des interventions, tels que la fidélité qui s'y noue est *nécessairement* spontanéiste, ou dogmatique, ou générique ? Et s'il existe de telles prescriptions, quel rôle y joue le site événementiel ? Se peut-il que la nature des sites influe sur la fidélité aux événements qui sont épinglés à leur vide central ? Le christianisme a été l'enjeu de débats interminables sur le point de

savoir si l'événement-Christ commandait, et jusqu'à quel détail, l'organisation de l'Église. Et on sait assez à quel point la question du site juif de l'événement travaille d'un bout à l'autre ces débats. De même, la figure démocratique ou républicaine de l'État a toujours cherché à se légitimer à partir des maximes où se prononçait la révolution de 1789. Même en mathématiques pures — donc dans la situation ontologique — un point aussi obscur et décisif que de savoir quelles branches, quelles parties de la discipline sont à tel ou tel moment actives, ou à la mode, est en général référé aux conséquences, qu'il faut fidèlement explorer, d'une mutation théorique, elle-même concentrée dans un événement-théorème ou dans l'irruption d'un nouveau dispositif conceptuel. Philosophiquement, le « topos » de cette question est celui de la Sagesse, ou de l'Ethique, dans leurs rapports avec une illumination centrale obtenue sans concept au terme d'un déblayage initiatique, quel qu'en soit le ressort (ascension platonicienne, doute cartésien, ἐποχή husserlienne...). Il s'agit toujours de savoir si de la *conversion* événementielle on peut déduire les règles de la fidélité infinie.

Pour ce qui me concerne, j'appellerai *sujet* le processus même de la liaison entre l'événement (donc l'intervention) et la procédure de fidélité (donc son opérateur de connexion). Dans *Théorie du sujet*, où l'approche est logique et historique plutôt qu'ontologique, j'anticipais quelque peu les actuels développements. On peut en effet reconnaître dans ce que je nommais *subjectivation* le groupe des concepts rattachés à l'intervention, et, dans ce que je nommais *procès subjectif*, les concepts rattachés à la fidélité. Toutefois, l'ordre des raisons est cette fois celui d'une fondation, et c'est pourquoi la catégorie de sujet, qui dans mon précédent livre suivait immédiatement l'élucidation de la logique dialectique, vient cette fois, au sens strict, *en dernier*.

On éclairerait beaucoup l'histoire de la philosophie si on y prenait pour fil conducteur le sujet ainsi conçu, au plus loin de toute psychologie, comme ce qui désigne la *jointure* d'une intervention et d'une règle de connexion fidèle. L'hypothèse que je propose est qu'en l'absence même de tout concept explicite du sujet, un système philosophique (sauf peut-être ceux d'Aristote et de Hegel) a toujours pour clé de voûte une proposition théorique concernant cette jointure. C'est en vérité le problème qui reste à la philosophie, quand on lui soustrait, pour en désigner le règlement dans les mathématiques, la fameuse interrogation sur l'être-en-tant-qu'être.

Il n'est pas possible pour l'instant d'aller plus loin dans l'investigation du mode sur lequel l'événement prescrit — ou non — les façons de lui être fidèle. Si l'on suppose toutefois qu'il n'y a *aucun lien* entre l'intervention et la fidélité, il faudra admettre que l'opérateur de connexion $\square$ surgit en fait *comme un deuxième événement*. En effet, entre e_x tel que l'intervention le fait circuler dans la situation, et le discernement fidèle, par des atomes de type $(\alpha \square e_x)$, ou $\sim(\alpha \square e_x)$, de ce qui lui est connecté, si le hiatus est total, il faut convenir qu'outre l'événement proprement dit il y a cet *autre* supplément à la situation qu'est l'opérateur de fidélité. Et cela sera d'autant plus vrai que la fidélité est plus réelle, donc moins proche de l'état, moins institutionnelle. Plus en effet l'opérateur de connexion $\square$ est éloigné des grandes liaisons ontologiques, plus il fait figure d'innovation, la ressource de la situation et de son état semblant moins apte à en prodiguer le sens.

MÉDITATION VINGT-QUATRE

La déduction comme opérateur de la fidélité ontologique

J'ai montré dans la méditation 18 que l'ontologie, doctrine du multiple pur, procédait à l'interdiction de l'appartenance d'un multiple à lui-même, et posait en conséquence que l'événement n'est pas. C'est tout l'office de l'axiome de fondation. Il ne saurait donc y avoir de problème intra-ontologique, donc intramathématique, de la fidélité, puisque le type de multiple « paradoxal » qui donne le schème de l'événement est forclos de toute mise en circulation dans la situation ontologique. C'est *une fois pour toutes* qu'il a été décidé que de tels multiples n'appartiendraient pas à cette situation. En quoi l'ontologie reste fidèle à l'impératif initialement formulé par Parménide : il faut s'écarter de toute voie qui autoriserait qu'on prononce un être du non-être.

Mais de ce qu'il n'existe pas de concept mathématique de l'événement ne s'infère nullement que n'existent pas non plus des événements mathématiques. Le contraire est bien plutôt évident. L'historicité des mathématiques indique que la fonction de fondation temporelle de l'événement et de l'intervention y joue pleinement. Un grand mathématicien n'est rien d'autre qu'un intervenant aux abords d'un site de la situation mathématique que dévaste, au péril de l'un, la précaire convocation de son vide, et j'ai du reste mentionné, dans la méditation 20, la claire conscience qu'avait à cet égard, de sa propre fonction, un génie mathématique comme Evariste Galois.

Si aucun énoncé ontologique, aucun théorème, ne porte sur un événement, ni n'évalue la proximité de ses effets, si donc l'onto-logie proprement dite ne légifère pas sur la fidélité, il est également vrai qu'il y a tout au long du déploiement historique de l'ontologie des événements-théorèmes, et par conséquent la nécessité subséquente de

leur être fidèle. Cela nous rappelle avec force que l'ontologie, qui est la présentation de la présentation, n'est elle-même présentée dans le temps que comme situation, et que ce sont les énoncés nouveaux qui périodisent cette présentation. Le texte mathématique est certes intrinsèquement égalitaire, il ne classe pas les énoncés selon leur degré de proximité ou de connexion à un énoncé-événement, à une *découverte* où tel ou tel site du dispositif théorique s'est trouvé acculé à faire advenir de l'imprésentable. Les énoncés sont vrais ou faux, démontrés ou réfutés, et tous, en dernier ressort, parlent du multiple pur, donc de la forme dans laquelle s'effectue le « il y a » de l'être-en-tant-qu'être. C'est tout de même un symptôme, sans doute extérieur à l'essenc du texte, mais flagrant, que le souci où sont toujours les rédacteurs d'ouvrages mathématiques de classer, justement, les énoncés, selon une hiérarchie d'importance (théorèmes fondamentaux, théorèmes simples, propositions, lemmes, etc.), et, souvent, d'indiquer l'occurrence de l'énoncé, sous les espèces de sa date et du mathématicien qui en est l'auteur. Symptôme aussi ces féroces querelles de priorité, où les mathématiciens se disputent l'honneur d'avoir été, au regard de telle mutation théorique, l'intervenant principal — ce que l'universalisme égalitaire du texte devrait conduire à tenir pour indifférent. La disposition empirique de l'écrit mathématique porte ainsi la trace de ce que, abolie dans son résultat explicite, l'événementialité ontologique régit cependant que l'édifice théorique soit, à tel instant, ce qu'il est.

Comme un auteur de théâtre qui, sachant que seules les répliques constituent pour le metteur en scène le référent stable de la représentation, essaie désespérément d'en anticiper le détail par ces didascalies qui décrivent le décor, les costumes, les âges et les gestes, l'écrivain-mathématicien met d'avance en scène le texte pur, où l'être est prononcé en tant qu'être, par des indications de préséance et d'origine, où est évoquée en quelque sorte *du dehors* la situation ontologique. Ces noms propres, ces dates, ces appellations sont les didascalies événementielles d'un texte qui forclôt l'événement.

L'interprétation centrale de ces symptômes concerne — à l'intérieur cette fois du texte mathématique — le repérage des opérateurs de fidélité par lesquels on évalue que des énoncés sont compatibles avec, dépendants de, ou influencés par le surgissement d'un théorème nouveau, d'une nouvelle axiomatique, de nouveaux dispositifs de l'investigation. La thèse que je vais formuler est simple : la *déduction*,

c'est-à-dire l'exigence démonstrative, le principe de cohérence, la règle d'enchaînement, est ce par quoi s'effectue à tout instant la fidélité ontologique à son événementialité extrinsèque. Le double impératif est qu'un énoncé nouveau atteste sa cohérence avec la situation — donc avec les énoncés existants —, c'est l'impératif de la démonstration, et que les conséquences qui en sont tirées soient elles-mêmes réglées par une loi explicite, c'est l'impératif de la fidélité déductive proprement dite.

1. LE CONCEPT FORMEL DE LA DÉDUCTION

Comment décrire cet opérateur de fidélité, dont les mathématiques, et elles seules, ont constitué l'usage ? D'un point de vue formel — et relativement tardif dans sa forme totalement déployée —, une déduction est un enchaînement d'énoncés explicites qui, partant des axiomes (pour nous, des Idées du multiple et des axiomes de la logique du premier ordre avec égalité), aboutit à l'énoncé déduit par des intermédiaires tels que le passage de ceux qui précèdent à celui qui suit se conforme à des règles définies.

La *présentation* de ces règles dépend du vocabulaire logique utilisé, mais elles sont en substance toujours identiques. Si l'on admet par exemple, comme signes logiques primitifs, la négation $\sim$, l'implication $\rightarrow$, et le quantificateur universel $\forall$, ce qui suffit aux besoins, les règles sont au nombre de deux :

— *La séparation*, ou « *modus ponens* » : si j'ai déjà déduit $A \rightarrow B$, et que j'ai aussi déduit A, alors, je considère que j'ai déduit B. Soit, en notant $\vdash$ le fait que j'ai démontré un énoncé :

$$\frac{\vdash A \rightarrow B \qquad \vdash A}{\vdash \quad B}$$

— *La généralisation*. Si α est une variable, et que j'ai déduit un énoncé de type $B\,[\alpha]$ où α n'est pas quantifiée dans B, alors je considère que j'ai déduit $(\forall\alpha)\,B$.

Le *modus ponens* correspond à l'idée « intuitive » de l'implication : si A entraîne B et que A est « vrai », B doit être vrai aussi.

La généralisation correspond aussi à l'idée « intuitive » de l'universalité d'un énoncé : si A est vrai pour un α *quelconque* (puisque α est une variable), c'est qu'il est vrai pour tout α.

L'extrême pauvreté de ces règles fait un vif contraste avec la richesse et la complexité de l'univers des démonstrations mathématiques. Mais il est en somme conforme à l'essence ontologique de cet univers que *le difficile de la fidélité soit son exercice, et non son critère*. Les multiples que présente l'ontologie sont tous tissés du vide, ils sont *qualitativement* très indistincts. Le discernement de la connexion déductive d'un énoncé qui les concerne à un autre ne saurait donc mettre en jeu des *lois* très nombreuses, très bigarrées. En revanche, distinguer effectivement dans ces proximités qualitatives exige une finesse et une expérience extrêmes.

On peut radicaliser cette vue encore très formelle des choses. Puisque « l'objet » des mathématiques est l'être-en-tant-qu'être, on peut s'attendre à une exceptionnelle uniformité des énoncés qui en constituent la présentation. L'apparente prolifération des dispositifs conceptuels et des théorèmes doit bien renvoyer à quelque indifférence, dont la fonction fondatrice du vide est l'arrière-plan. La fidélité déductive, qui trame l'incorporation d'un énoncé nouveau à l'édifice général, est certainement marquée de *monotonie*, dès lors que la diversité présentative des multiples est épurée jusqu'à ne retenir du multiple que sa multiplicité. Empiriquement du reste, on sent bien, dans la pratique mathématique, que la complexité et la subtilité des concepts et des démonstrations se laisse morceler en séquences brèves, dont, quand elles sont mises à plat, on perçoit le caractère répétitif, et qu'elles ne mettent en jeu que quelques « trucs » tirés d'un stock très restreint. Tout l'art est celui de l'agencement général, de la *stratégie* démonstrative. La tactique est en revanche rigide et presque squelettique. Les grands mathématiciens, au demeurant, « enjambent » souvent ce détail, et, visionnaires de l'événement, vont droit aux dispositions conceptuelles d'ensemble, à charge pour les fidèles de vérifier les calculs. C'est particulièrement net chez des intervenants dont ce qu'ils mettent en circulation sera encore exploité, voire problématique, très longtemps après eux, comme Fermat, Desargues, Galois ou Riemann.

La décevante vérité formelle est que tous les énoncés mathématiques, dès que démontrés dans le cadre axiomatique, sont, au regard de la syntaxe déductive, *équivalents*. Parmi les axiomes purement logiques dont se soutient l'édifice, il y a en effet la tautologie : $A \rightarrow (B \rightarrow A)$, vieil adage scolastique qui pose qu'un énoncé vrai est impliqué par n'importe quel énoncé, *ex quodlibet sequitur verum*, en sorte que si vous avez l'énoncé A, il s'ensuit que vous avez l'énoncé $B \rightarrow A$, où B est un énoncé quelconque.

Maintenant, supposez que vous ayez déduit et l'énoncé A, et l'énoncé B. De B et de la tautologie $B \rightarrow (A \rightarrow B)$, vous tirez aussi bien $(A \rightarrow B)$. Mais si $(B \rightarrow A)$ et $(A \rightarrow B)$ sont l'un et l'autre vrais, c'est que A est équivalent à B : $A \leftrightarrow B$.

Cette équivalence marque formellement la monotonie de la fidélité ontologique, laquelle se fonde en dernier ressort sur l'uniformité latente des multiples dont elle évalue, *via* les énoncés, la connexion au surgissement novateur.

Il s'en faut toutefois de beaucoup que cette ingrate identité formelle de tous les énoncés de l'ontologie fasse barrage à de subtiles hiérarchies, et finalement, par des biais plus retors, à leur foncière inéquivalence.

Il faut bien voir que la résonance stratégique de la fidélité démonstrative n'a sa rigidité tactique que comme garantie formelle, et que le texte réel ne la rejoint que rarement. De même que l'écriture stricte de l'ontologie, fondée sur le seul signe d'appartenance, n'est que la loi où prend son essor une fécondité oublieuse, de même le formalisme logique et ses deux opérateurs de connexion fidèle — le *modus ponens* et la généralisation — laissent rapidement place à des procédures de repérage et d'inférence dont la portée est beaucoup plus vaste. J'en examinerai deux, pour tester l'écart, propre à l'ontologie, entre l'uniformité des équivalences et l'audace des inférences : l'usage des hypothèses, et le raisonnement par l'absurde.

2. LE RAISONNEMENT HYPOTHÉTIQUE

N'importe quel élève de mathématiques sait que, pour démontrer une proposition du type « A implique B », on peut procéder ainsi :

on suppose que A est vrai, et on en déduit B. Notons au passage qu'un énoncé « $A \rightarrow B$ » ne prend position ni sur la vérité de A ni sur celle de B. Il ordonne seulement cette connexion entre A et B, que l'un implique l'autre. On peut ainsi démontrer, en théorie des ensembles, l'énoncé : « S'il existe un cardinal de Ramsey (qui est une espèce de "très grand" multiple), alors l'ensemble des nombres réels constructibles (sur "constructible", voir la méditation 29) est dénombrable (c'est-à-dire du type d'infinité le plus petit, celui de ω_0, voir méditation 14). » Cependant, l'énoncé « il existe un cardinal de Ramsey » n'est pas, lui, démontrable, ou du moins il ne s'infère pas des Idées du multiple telles que je les ai présentées. Ce théorème, démontré par Rowbottom en 1970 — je donne les indices événementiels... —, inscrit donc une implication, et laisse simultanément en suspens les deux questions ontologiques dont il assure la connexion : « Existe-t-il un cardinal de Ramsey ? » et « L'ensemble des nombres réels constructibles est-il dénombrable ? »

Dans quelle mesure les opérateurs de fidélité initiaux — le *modus ponens* et la généralisation — autorisent-ils qu'on « fasse l'hypothèse » d'un énoncé A, pour en tirer la conséquence B, et conclure à la vérité de l'implication $A \rightarrow B$, laquelle ne confirme nullement, je viens de la dire, l'hypothèse de la vérité de A ? N'est-on pas ainsi indûment *passé par le non-être*, sous la forme d'une assertion, A, qui pourrait bien être tout à fait fausse, et dont on a soutenu la vérité ? Ce problème de la médiation du faux dans l'établissement fidèle d'une connexion vraie, nous le retrouverons, plus aigu encore, dans l'examen du raisonnement par l'absurde. Il signale à mon avis l'écart entre la stricte *loi* de la présentation des énoncés ontologiques, qui est l'équivalence monotone des énoncés vrais, et les stratégies de fidélité qui bâtissent les connexions effectives, temporellement assignables, entre ces énoncés, du point de l'événement et de l'intervention, c'est-à-dire de ce que mettent en circulation, aux points faibles du dispositif antérieur, les grands mathématiciens.

Mais bien entendu, si visiblement et stratégiquement distinctes que soient les connexions *à longue portée* de la monotonie tactique des atomes d'inférence (le *modus ponens* et la généralisation), elles doivent en un certain sens s'y résoudre, car la loi est la loi. On voit clairement ici comment la fidélité ontologique, si inventive soit-elle, ne peut, évaluant des connexions, *rompre* avec le compte-pour-un,

s'excepter de la structure. Elle en est toujours plutôt une diagonale, un assouplissement extrême, une abréviation méconnaissable.

Par exemple, que signifie qu'on puisse « faire l'hypothèse » qu'un énoncé A est vrai ? Cela revient à dire qu'étant donné la situation (les axiomes de la théorie) — appelons T ce dispositif — et ses règles de déduction, on se place provisoirement dans la situation fictive dont les axiomes sont ceux de T, plus l'énoncé A. Appelons $T + A$ cette situation fictive. Les règles de déduction restant inchangées, on déduit, dans la situation $T + A$, l'énoncé B. Rien là que de mécanique, d'usuel, puisque les règles sont fixes. On s'autorise seulement ce *supplément* qu'est l'usage, dans la séquence démonstrative, de « l'axiome » A.

C'est ici qu'intervient un théorème de logique, dit « théorème de la déduction », dont j'avais il y a dix-huit ans, dans *le Concept de modèle*, pointé la valeur stratégique. Ce théorème dit en substance que, admis les axiomes purement logiques usuels et les règles de déduction que j'ai rappelées, on a la situation suivante : si un énoncé B est déductible dans la théorie $T + A$, alors l'énoncé $(A \rightarrow B)$ est déductible dans la théorie T. Et cela sans égard à ce que *vaut* la théorie fictive $T + A$, qui peut fort bien être incohérente. Et voilà pourquoi je peux « faire l'hypothèse » de la vérité de A, c'est-à-dire *supplémenter* la situation par la fiction d'une théorie où A est un axiome : je suis assuré en retour de ce que, dans la « vraie » situation, celle que commandent les axiomes de T — les Idées du multiple —, l'énoncé A implique tout énoncé B déductible dans la situation fictive.

Un des plus puissants ressorts de la fidélité ontologique se trouve ainsi être la capacité à se mouvoir dans des situations adjacentes fictives, obtenues par supplémentation axiomatique. Il est clair cependant qu'une fois inscrit l'énoncé $(A \rightarrow B)$ comme conséquence fidèle des axiomes de la situation, rien ne subsiste plus de la fiction médiatrice. Le mathématicien ne cesse ainsi de hanter, pour évaluer les connexions, des univers fallacieux ou incohérents. Il y réside sans doute plus souvent que dans la plaine égale des énoncés que leur vérité quant à l'être-en-tant-qu'être fait s'équivaloir, bien qu'il n'ait d'autre but que d'en élargir encore la surface.

Le théorème de la déduction permet en outre un des repérages possibles de ce qu'est un site événementiel des mathématiques. Convenons qu'un énoncé est singulier, ou au bord du vide, si, dans une

situation mathématique historiquement structurée, il implique quantité d'autres énoncés significatifs, sans qu'on parvienne, lui, à le déduire des axiomes qui organisent la situation. Cet énoncé est en somme présenté dans ses conséquences, mais nul discernement fidèle n'arrive à le connecter. Disons que si A est cet énoncé, on peut déduire toutes sortes d'énoncés du type $A \rightarrow B$, mais non pas A lui-même. Notons que, dans la situation fictive $T + A$, tous ces énoncés B seraient déduits. En effet, puisque A est un axiome de $T + A$, et que l'on a $A \rightarrow B$, le *modus ponens* autorise dans $T + A$ la déduction de B. Et de même, tout ce qui, dans $T + A$, est impliqué par B, y serait aussi déduit. Car si l'on a $B \rightarrow C$, comme B est déduit, on a aussi C, toujours par *modus ponens*. Mais le théorème de la déduction nous garantit que si un tel C est déduit dans $T + A$, l'énoncé $A \rightarrow C$ est déductible dans T. Si bien que la théorie fictive $T + A$ commande une considérable ressource supplémentaire d'énoncés du type $A \rightarrow C$, où C est une conséquence, dans $T + A$, d'un énoncé B tel que $A \rightarrow B$ a été, lui, démontré dans T. On voit comment l'énoncé A apparaît comme une sorte de source, saturée de conséquences possibles, sous la forme d'énoncés de type $A \rightarrow x$ déductibles dans T.

Un événement, nommé par une intervention, est dès lors, au site théorique qu'indexe l'énoncé A, un nouveau dispositif, démonstratif ou axiomatique, tel que A est désormais clairement admissible comme énoncé de la *situation*, donc en fait un protocole d'où est *décidé* que l'énoncé A, jusqu'ici suspendu entre sa non-déductibilité et l'ampleur de ses effets, appartient à la situation ontologique. Il en résulte par *modus ponens*, et d'un seul coup, que tous les B, tous les C, que cet énoncé A impliquait, font eux aussi partie de la situation. L'intervention se signale, comme on le voit à chaque invention mathématique réelle, par un brutal *déversement* de résultats nouveaux, qui étaient tous suspendus, ou gelés, dans une forme implicative dont on ne pouvait *séparer* les composantes. Ces moments de la fidélité sont paroxystiques : on déduit sans relâche, on sépare, on trouve des connexions tout à fait incalculables dans l'état antérieur des choses. C'est qu'à la situation fictive — et parfois même carrément inaperçue — où A n'était qu'une hypothèse a été substitué un remaniement événementiel de la situation effective, tel que A y fut décidé.

3. LE RAISONNEMENT PAR L'ABSURDE

Là encore, et sans y penser, l'apprenti postule que, pour prouver la vérité de A, on suppose celle de non-A, et que tirant de cette supposition quelque absurdité, quelque contradiction avec des vérités déjà établies on conclut que, décidément, c'est A qu'il nous faut.

Dans sa forme apparente, le schéma du raisonnement par l'absurde — ou raisonnement apagogique — est identique à celui du raisonnement hypothétique : je m'installe dans la situation fictive obtenue par adjonction de « l'axiome » non-A, et je déduis, dans cette situation, des énoncés. Toutefois, le ressort ultime de la fonction de connexion fidèle de cet artifice est différent, et l'on sait que le raisonnement apagogique a été longuement discuté, avant d'être catégoriquement rejeté par l'école intuitionniste. Il faut ici mettre en lumière le noyau de cette résistance, qui est qu'en raisonnant par l'absurde, on suppose que c'est tout un de démontrer l'énoncé A et de démontrer la négation de la négation de A. Or, l'équivalence stricte de A et de $\sim\sim A$, que je tiens pour directement liée à ce qu'il s'agit dans les mathématiques, de l'être-en-tant-qu'être — et non du temps sensible —, est si éloignée de notre expérience dialectique, de tout ce que proclament l'histoire et la vie, qu'en ce point l'ontologie est simultanément vulnérable à la critique empiriste et à la critique spéculative. Elle disconvient aussi bien à Hume qu'à Hegel. Voyons le détail.

Soit A l'énoncé dont je veux établir la connexion déductive — et donc, finalement, l'équivalence — aux énoncés déjà établis dans la situation. Je m'installe dans la situation fictive $T + \sim A$. La stratégie est d'y déduire un énoncé B formellement contradictoire avec un énoncé déjà déduit dans T. C'est dire que j'obtiens dans $T + \sim A$ un B tel que sa négation, $\sim B$, est déjà prouvée dans T. J'en conclurai que A est déductible dans T (comme on dit : je *rejetterai*, au profit de A, l'hypothèse $\sim A$). Mais pourquoi ?

Si dans $T + \sim A$, je déduis l'énoncé B, le théorème de la déduction me garantit que l'énoncé $\sim A \rightarrow B$ est déductible dans T. Sur ce point, nulle différence avec le cas du raisonnement hypothétique.

Or, c'est un axiome logique — encore un vieil adage scolastique — que la *contraposition* soit l'affirmation que, si un énoncé C entraîne

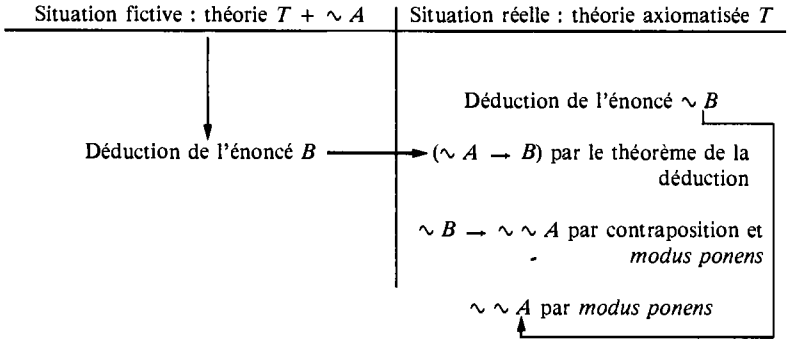
un énoncé D, je ne peux nier D sans nier C qui l'entraîne. Soit la tautologie :

$$(C \rightarrow D) \rightarrow (\sim D \rightarrow \sim C)$$

Appliquée à l'énoncé $(\sim A \rightarrow B)$, que j'ai obtenu dans T à partir de la situation fictive $T + \sim A$ et du théorème de la déduction, cette tautologie scolastique donne :

$$(\sim A \rightarrow B) \rightarrow (\sim B \rightarrow \sim\sim A)$$

Si $(\sim A \rightarrow B)$ est déduit, il en résulte, par *modus ponens*, q e $(\sim B \rightarrow \sim\sim A)$ est déduit. Or je rappelle que B, déduit dans $(T + \sim A)$, est expressément contradictoire à l'énoncé $\sim B$ déduit dans T. Mais si $\sim B$ est déduit dans T, et que $(\sim B \rightarrow \sim\sim A)$ l'est aussi, alors, par *modus ponens*, $\sim\sim A$ est un théorème de T. Je récapitule dans un tableau :



En toute rigueur, la procédure aboutit au résultat suivant : si, de l'hypothèse supplémentaire $\sim A$, je déduis un énoncé incohérent avec quelque énoncé déjà établi, alors la négation de la négation de A est déductible. Pour conclure à la déductibilité de A, il faut un coup de pouce supplémentaire — par exemple l'implication $\sim\sim A \rightarrow A$ — auquel les intuitionnistes se refusent sans rémission. Pour eux, le raisonnement par l'absurde ne permet pas de conclure au-delà de la vérité de $\sim\sim A$, lequel est un énoncé de la situation tout à fait distinct de

l'énoncé A. Ici, deux régimes de la fidélité bifurquent, ce qui est en soi compatible avec la théorie abstraite de la fidélité : il n'est pas assuré que l'événement prescrive le critère de connexion. Pour un classique, l'énoncé A est absolument substituable à l'énoncé $\sim\sim A$, pour un intuitionniste, il ne l'est pas.

Ma conviction sur ce point est que l'intuitionnisme s'égare, en tentant de rabattre sur l'ontologie des critères de connexion *venus d'ailleurs*, et spécialement d'une doctrine des opérations mentales effectives. L'intuitionnisme est en particulier prisonnier de la représentation empiriste et illusoire des *objets* mathématiques. Or, si complexe que soit un énoncé mathématique, il revient en définitive, s'il s'agit d'un énoncé affirmatif, à déclarer l'existence d'une forme pure du multiple. Tous les « objets » de la pensée mathématique, structures, relations, fonctions, etc., ne sont en dernière instance que des espèces du multiple. La fameuse « intuition » mathématique ne saurait aller plus loin qu'à contrôler, *via* les énoncés, des connexions-multiples entre multiples. Aussi un énoncé A, supposé affirmatif, et même s'il enveloppe l'apparence de rapports et d'objets très singuliers, considéré dans son essence onto-logique, n'a d'autre sens que de poser que tel multiple se laisse effectivement poser comme existant, dans le cadre que constituent les Idées du multiple, y compris les assertions existentielles relatives au nom du vide et aux ordinaux limites (aux multiples infinis). Même les énoncés implicatifs sont en dernier ressort de cette espèce. Ainsi le théorème de Rowbottom, que je mentionnais tout à l'heure, revient à affirmer que, dans la situation — éventuellement fictive — constituée par les Idées « classiques » du multiple que supplémente l'énoncé « il existe un cardinal de Ramsey », existe ce multiple qu'est une correspondance bi-univoque entre les nombres réels constructibles et l'ordinal ω_0 (sur ces concepts, voir les méditations 26 et 29). Une telle correspondance, qui est une fonction, donc une espèce particulière de relation, *est* un multiple.

Maintenant, la négation d'un énoncé qui affirme l'existence d'un multiple pur est une déclaration d'inexistence. Tout le point concernant la double négation $\sim\sim A$ est donc de savoir ce que peut bien signifier de nier qu'un multiple — au sens de l'ontologie — n'existe pas. On conviendra qu'il est raisonnable de penser que cela signifie qu'il existe, si l'on admet que *l'ontologie n'attribue aux multiples aucune autre propriété que l'existence*, puisque toute « propriété » est

elle-même un multiple. On ne saurait donc déterminer, « entre » l'existence et l'inexistence, de propriété spécifique intermédiaire, fondant l'écart entre la négation de l'inexistence et l'existence. Car cette propriété supposée devrait se présenter à son tour comme un multiple existant, sauf à être inexistante. Ainsi, de la vocation ontologique des mathématiques s'infère à mon avis la légitimité de l'équivalence entre l'affirmation et la double négation, entre A et $\sim\sim A$, et par voie de conséquence le caractère conclusif du raisonnement par l'absurde.

Mieux même : je considère, en accord avec l'historien des mathématiques Szabo, que l'usage du raisonnement apagogique signe l'appartenance originaire de la fidélité déductive mathématique au souci ontologique. Szabo remarque que l'on trouve chez Parménide, à propos de l'être et du non-être, une forme typique de raisonnement par l'absurde, et il en tire argument pour disposer les mathématiques déductibles dans une filiation éléatique. Quoi qu'il en soit de la connexion historique, la connexion conceptuelle est convaincante. Car c'est bien qu'on y traite de l'être-en-tant-qu'être qui autorise en mathématiques cette forme audacieuse de fidélité qu'est la déduction apagogique. A peine plus *déterminé*, le référent contraindrait aussitôt à admettre qu'il n'est pas licite d'identifier l'affirmation et la négation de la négation. Sa pure indétermination-multiple seule permet de tenir ce critère de connexion entre énoncés.

Ce qui me frappe plutôt, dans le raisonnement par l'absurde, est le caractère *aventureux* de la procédure de fidélité, sa liberté, l'incertitude extrême du critère de connexion. Dans le raisonnement hypothétique simple, le but stratégique est clairement fixé. Vous voulez démontrer un énoncé de type $A \rightarrow B$, vous vous installez dans la situation adjacente $T + A$, et *vous cherchez à démontrer B*. Vous savez où vous allez, si même savoir *comment* n'est pas forcément trivial. En outre, il se peut tout à fait que $T + A$, quoique momentanément fictif, soit un dispositif cohérent. Il n'y a pas cette obligation à l'infidélité que constituent des enchaînements pseudo-déductifs dans un univers incohérent, univers où *n'importe quel* énoncé est déductible. Cette obligation, vous l'assumez en revanche volontairement dans le cas du raisonnement par l'absurde. Car si vous supposez que l'énoncé A est vrai — qu'il est discernable par la fidélité déductive comme conséquence des théorèmes antérieurs de T —, alors le dispositif $T + \sim A$ est certainement incohérent, puisque, de T, s'infère A, et que ce dis-

positif contient à la fois A et $\sim A$. Or, c'est dans ce dispositif que vous vous installez. Et pour y déduire quoi ? Un énoncé contredisant l'un de ceux que vous avez établis. Mais lequel ? N'importe lequel. Le but est donc indistinct, et il se peut que vous cherchiez longtemps, à l'aveuglette, la contradiction d'où inférer la vérité de l'énoncé A.

Il y a indubitablement une différence importante entre le raisonnement constructif et le raisonnement non constructif, ou apagogique. Le premier va d'énoncés déduits en énoncés déduits vers un énoncé qu'il s'est fixé pour but d'établir. Il teste ainsi des connexions fidèles sans se soustraire à la loi de la présentation. Le second installe d'emblée la fiction d'une situation qu'il suppose incohérente, jusqu'à ce que cette incohérence se manifeste, au hasard d'un énoncé qui contredit un résultat déjà établi. Cette différence s'attache moins à l'emploi de la double négation qu'à la qualité stratégique, faite d'assurance et de prudence interne à l'ordre d'un côté, d'aventureuse pérégrination dans le désordre de l'autre. Mesurons bien en effet le paradoxe qu'*il* y a à *déduire* avec rigueur, donc à utiliser les tactiques fidèles de connexion entre énoncés, au lieu même où vous supposez, par l'hypothèse $\sim A$, que règne l'incohérence, c'est-à-dire la vanité de ces tactiques. L'exercice tatillon d'une règle n'a pas d'autre usage ici que d'en établir, par la *rencontre* d'une contradiction singulière, la totale inanité. Cette combinaison du zèle de la fidélité et du hasard de la rencontre, de la précision de la règle et de la conscience de la nullité de son lieu d'exercice, est le trait le plus frappant de la procédure. Le raisonnement par l'absurde est ce qu'il y a de plus *militant* dans les stratégies conceptuelles de la science de l'être-en-tant-qu'être.

4. TRIPLE DÉTERMINATION DE LA FIDÉLITÉ DÉDUCTIVE

Que la déduction, qui est le repérage d'une connexion *contrainte* des énoncés, et finalement de leur équivalence syntaxique, soit le critère de la fidélité ontologique, pouvait en un certain sens être prouvé *a priori*. Dès lors en effet que ces énoncés portent tous sur la présentation en général, et n'envisagent le multiple que dans sa pure multiplicité — donc dans son armature vide —, on ne voit pas qu'une autre

règle de « voisinage » entre énoncés déjà établis et énoncé nouveau puisse être disponible, que d'en contrôler l'équivalence. Quand un énoncé affirme qu'un multiple pur existe, il est assuré que cette existence, étant celle d'une *ressource de l'être*, ne peut se payer du prix qu'une autre de ces ressources, dont on a affirmé — déduit — l'existence, n'existe pas. L'être, en tant qu'être, ne se prodigue pas dans le dire onto-logique au détriment de lui-même, car il est indifférent à la vie comme à la mort. Il faut qu'il soit également dans toute la ressource présentative des multiples purs, et nul d'entre eux ne peut voir son existence prononcée si celle-ci n'équivaut pas à l'existence de tout autre.

Il résulte de tout cela que la fidélité ontologique, qui reste extérieure à l'ontologie elle-même, car elle concerne des événements *du discours* sur l'être, et non des événements *de l'être*, et qui est donc en un certain sens seulement une quasi-fidélité, reçoit les trois déterminations possibles de toute fidélité, dont j'ai esquissé la doctrine dans la méditation 23.

— En un premier sens, la fidélité ontologique, ou déductive, est *dogmatique*. Si en effet son critère de connexion est la cohérence démonstrative, c'est à *tout* énoncé déjà établi qu'un énoncé nouveau est connecté. S'il en contredit un seul, il faut en rejeter la supposition. Ainsi le nom de l'événement (le « théorème de Rowbottom ») est-il déclaré soumettre à sa dépendance tout terme de la situation : tout énoncé du discours.

— Mais en un deuxième sens, la fidélité ontologique est *spontanéiste*. Ce qui caractérise en effet un nouveau théorème ne peut être son équivalence syntaxique à n'importe quel énoncé démontré. A ce compte, n'importe qui — n'importe quelle *machine* —, produisant un énoncé déductible interminable et vain, serait crédité du statut d'intervenant, et on ne saurait plus ce qu'est un mathématicien. C'est bien plutôt l'absolue singularité d'un énoncé, son irréductible puissance, la façon dont il se soumet, et lui seul, des parties autrefois disparates du discours, qui le constitue comme le nom circulant d'un événement de l'ontologie. Ainsi conçue, la fidélité s'exerce plutôt à montrer que, n'étant que ses conséquences secondaires, un grand nombre d'énoncés ne sauraient en vérité prétendre équivaloir *conceptuellement* au nouveau théorème, même s'ils lui sont *formellement* équivalents. Et du coup le « grand théorème », clé de voûte de tout un dispositif

théorique, n'est véritablement connexe que de lui-même. C'est ce que signalera de l'extérieur son accolement au nom propre de l'intervenant-mathématicien qui l'a mis en circulation, dans l'élément requis de sa preuve.

— Et en un troisième sens, la fidélité ontologique est *générique*. Car ce qu'elle essaie de tramer à partir des inventions, des remaniements, des calculs, et dans l'aventureux usage de l'absurde, ce sont ces énoncés polymorphes et généraux, situés au carrefour de plusieurs branches, et dont le statut est de concentrer en eux-mêmes, en diagonale des spécialités établies (algèbre, topologie, etc.), la *mathématicité* elle-même. A un résultat brillant et subtil, mais très singulier, le mathématicien préférera une conception novatrice ouverte, un androgyne conceptuel, dont on peut tester que toutes sortes d'énoncés extérieurement disparates y sont subsumables, non par le jeu de l'équivalence formelle, mais parce qu'il est en lui-même détenteur de la variance de l'être, de sa prodigalité en formes du multiple pur. Il ne devra donc pas non plus s'agir d'un de ces énoncés dont l'extension est certes immense, mais seulement parce qu'ils ont la pauvreté des premiers principes, des Idées du multiple — comme les axiomes de la théorie des ensembles. Il faudra *aussi* que ces énoncés, quoique polymorphes, soient non connectés à beaucoup d'autres, et cumulent la puissance de la généralité à la force séparatrice. C'est bien ce qui met les « grands théorèmes », noms-preuves de ce qu'il y eut, en quelque site du discours, la convocation de son silence possible, en position générale, ou générique, quant à ce que la fidélité déductive explore et distingue de leurs effets dans la situation mathématique.

Cette triple détermination fait de la fidélité déductive l'équivoque *paradigme* de toute fidélité : preuves d'amour, rigueur éthique, cohérence d'une œuvre d'art, conformité d'une politique aux principes dont elle se réclame : partout se propage l'exigence d'une fidélité commensurable à celle, proprement implacable, qui régit le discours sur l'être. Mais on ne peut que défaillir à cette exigence, puisque c'est de l'être directement que procède, quoiqu'il y soit indifférent, que ce type de connexion se soutienne dans le texte mathématique. Ce qu'il faut savoir à temps requérir en soi-même est plutôt la capacité d'aventure dont, au cœur de sa rationalité transparente, témoigne l'ontologie, par le recours à la procédure de l'absurde, détour d'où restituer aux équivalences l'extension de leur fermeté : « Il brise son propre bonheur, son excès de bonheur, et à l'Élément qui le magnifiait, il rend, mais plus pur, ce qu'il a possédé. »

MÉDITATION VINGT-CINQ

Hölderlin

« Et la fidélité n'a pas été donnée comme un vain présent à notre âme. » *A la source du Danube.*

Le tourment propre de Hölderlin, mais aussi ce qui fonde la sérénité ultime, l'*innocence* de ses poèmes, est que l'appropriation de la Présence soit médiée dans un événement, dans une paradoxale échappée du site à lui-même. Le nom générique du site où advient l'événement est pour Hölderlin la patrie : « Et vraiment, oui ! c'est bien le pays natal, le sol de la patrie ; / Ce que tu cherches, cela est proche et vient déjà à ta rencontre. » La patrie est le site que hante le poète, et nous savons la fortune heideggérienne de la maxime « poétiquement toujours sur terre habite l'homme ».

J'en profite pour déclarer que, bien entendu, toute exégèse de Hölderlin est désormais dépendante de celle de Heidegger. Celle que je propose ici sur un point particulier forme, avec les orientations que le maître a fixées, une sorte de tresse. On y trouvera quelques différences d'accentuation.

Il y a un paradoxe de la patrie, au sens de Hölderlin, paradoxe qui en fait un site événementiel. Il se trouve en effet que la conformité à la présentation du site, ce que Hölderlin appelle « savoir user librement du national », suppose qu'on en partage la dévastation par le départ et l'errance. De même que les grands fleuves ont pour être de briser impétueusement tout obstacle à leur échappée vers la plaine, et qu'ainsi le site de leur source est aussi bien le vide, dont nous ne sommes séparés que par l'excès-d'un de leur élan (« Enigme, ce qui naît d'un jaillissement pur ! »), de même la patrie est d'abord ce qu'on quitte, non parce qu'on s'en sépare, mais au contraire par cette fidélité supérieure qui consiste à comprendre que l'*être* même de la patrie est de se fuir. Dans le poème « L'errance » Hölderlin indique que sa

patrie, la « Souabe fortunée », se propose comme site parce qu'on y entend « bruire la source », et que « les neigeux sommets font ruisseler au sol l'eau la plus pure ». Ce signe d'une échappée fluviale est justement ce qui enchaîne à la patrie. De ce qu'on gîte « près du jaillissement originel » procède, explicitement, une « native fidélité ». La fidélité au site est donc dans son essence fidélité à l'événement par quoi, étant source et fuite de soi-même, le site est migration, errance, immédiate proximité du lointain. Quand, toujours dans « L'errance », juste après avoir évoqué sa « native fidélité » à la patrie souabe, Hölderlin s'écrie : « Mais moi, c'est le Caucase où je prétends ! » cette irruption prométhéenne, loin de contredire à la fidélité, en est la procédure effective, de même que le Rhin, impatient de partir, entraîné « vers l'Asie [...] par son âme royale », réalise en fait son appropriation à l'Allemagne et à la pacifique et paternelle fondation de ses cités.

Dans ces conditions, c'est tout un de dire que le poète, par son départ et son voyage aveugle — aveugle, car la liberté de l'événement-départ consiste en ce *défaut*, pour les demi-dieux que sont les fleuves et les poètes, « dans leur âme toute naïve de ne savoir *vers* où ils vont » —, est fidèle à la patrie, qu'il en prend la mesure, ou de dire que la patrie est restée fidèle à l'errant, dans la maintenance du site lui-même où il s'est échappé de soi. Dans le poème qui a ce titre — « L'errant » — on dira : « Fidèle aussi tu fus toujours, fidèle aussi au fugitif tu es resté / En ami, ciel de la patrie, comme autrefois tu m'accueilles. » Mais réciproquement, dans « A la source du Danube », c'est au poète que « la fidélité n'a pas été donnée comme un vain présent », et c'est lui qui garde le « trésor même ». Site et intervenant, patrie et poète échangent dans le « jaillissement originel » de l'événement leurs règles de fidélité, et chacun est ainsi disposé à accueillir l'autre dans ce mouvement de retour où l'on mesure chose à chose — quand « la lumière d'or joue autour des fenêtres », et que « Là me reçoivent la maison et du jardin la secrète pénombre / Où autrefois avec les plantes un père aimant m'a élevé » — la distance où chaque chose se tient de l'ombre qu'y porta l'essentiel départ.

Et certes on peut s'extasier de ce que cette distance est en vérité une connexion primitive : « Oui ! l'ancien est encore là ! Cela croît et mûrit et pourtant rien / De ce qui là vit et aime ne renonce la fidélité. » Mais plus profondément, on peut avoir la joie de penser qu'on apporte la fidélité, qu'instruit du proche par l'exercice, avec lui partagé, du lointain vers quoi il était source, on évalue pour toujours la véritable

essence de ce qui est là : « O lumière de la jeunesse, ô joie ! Tu es bien celle / D'autrefois, mais quel esprit plus pur tu verses, / Fontaine d'or de ce sacre jaillie ! » Voyageant avec le départ lui-même, intervenant frappé par le dieu, le poète ramène au site le sens de sa proximité : « Dieux éternels ! [...] / Sorti de vous, avec vous aussi j'ai voyagé, / Vous, ô joyeux, vous je ramène, moins novice, au retour. / C'est pourquoi tends-moi maintenant, remplie jusques au bord, du vin / Des chaudes collines du Rhin, tends-moi la coupe pleine ! »

Catégorie centrale de la poésie de Hölderlin, la fidélité désigne ainsi, au point du retour, la capacité poétique d'habiter le site. Elle est la science acquise de la proximité à l'arrachement fluvial, natif, furieux, où l'interprétant a dû se risquer, de ce qui compose le site, de tout ce qui en fait la tranquille lumière. Elle nomme, au plus placide de l'Allemagne, tirée du vide de cette placidité même, la vocation étrangère, errante, « caucasienne » qui en est l'événement paradoxal.

Ce qui autorise le poète à interpréter ainsi l'Allemagne, non dans sa disposition, mais dans son événement — c'est-à-dire à penser le Rhin, ce « lent voyage / A travers les campagnes allemandes », selon sa source, implorante et coléreuse —, est une diagonale fidèle tracée d'un *autre* événement, qui est l'événement grec.

Que penser l'Allemagne à partir de l'informe et de la source exige qu'on soit fidèle à la formation grecque, et plus encore peut-être à cet événement crucial que fut sa disparition — la fuite des dieux —, Hölderlin n'est certes pas le seul penseur allemand à le croire. Ce qu'il faut comprendre est que, pour lui, le rapport grec entre l'événement — la sauvagerie du multiple pur, qu'il appelle l'Asie — et la fermeture réglée du site est exactement l'inverse du rapport allemand.

Dans des textes souvent commentés, Hölderlin s'exprime avec une rigoureuse précision sur l'antisymétrie de l'Allemagne et de la Grèce. Tout est dit quand il écrit que « la clarté de l'exposé nous est à l'origine aussi naturelle que le feu du ciel aux Grecs ». La disposition originaire apparente du monde grec est caucasienne, informe, violente, et la beauté close du Temple est conquise par un *excès de forme*. En revanche, la disposition visible de l'Allemagne est la forme policée, plate, sereine, et ce qu'on doit conquérir est l'événement asiatique, ce vers quoi le Rhin veut aller et dont la stylisation artistique est le « pathétisme sacré ». L'intervenant poétique n'est pas, en Grèce ou en Allemagne, sur le même *bord* : voué à nommer comme clôture lumi-

neuse l'événement illégal et fondateur, chez les Grecs, à déployer la mesure d'une irruption asiatique et furieuse *vers* le tranquille accueil de la patrie, chez les Allemands. Aussi bien l'interprétation est-elle ce qui est complexe pour un Grec, cependant que la fidélité est le point d'achoppement pour un Allemand. Le poète sera d'autant mieux armé pour l'exercice d'une fidélité allemande qu'il aura discerné et pratiqué que l'interprétation grecque, si brillante soit-elle, n'a pas su garder les dieux, les ayant assignés à une clôture trop stricte, à la vulnérabilité d'un excès de forme.

La fidélité aux Grecs, telle que disposée *vers* l'intervention aux abords du site allemand, n'interdit pas, exige bien plutôt, qu'on sache discerner dans les effets de l'excellence formelle des Grecs le reniement d'un excès fondateur, l'oubli de l'événement asiatique, et qu'on soit ainsi plus fidèle à l'essence événementielle de la vérité grecque que ne purent l'être les artistes grecs eux-mêmes. C'est pourquoi Hölderlin exerce une fidélité supérieure en traduisant Sophocle sans se soumettre à la loi de l'exactitude littérale : « Par conformisme national et par certains défauts dont il a toujours su s'arranger, l'art grec nous est étranger ; j'espère en donner au public une idée plus vivante qu'à l'ordinaire, en accentuant le caractère oriental qu'il a toujours renié et en rectifiant, quand il y a lieu, ses défauts esthétiques. » La Grèce a eu la force de *placer* les dieux, la Germanie doit avoir celle de les *maintenir*, une fois assuré, par l'entremise du Retour poétique, qu'ils redescendront sur terre.

La diagonale de fidélité où le poète fonde son intervention sur le site allemand est donc la capacité à distinguer, dans le monde grec, ce qui est connexe à l'événement primordial, à la Puissance asiatique des dieux, et ce qui n'est que la poudre d'or, élégante et vaine, de la légende. Quand « Seule alors, comme d'un bûcher funèbre, monte / La légende, une fumée d'or, et elle baigne / De sa lueur nos têtes, nous qui doutons, et nul / Ne saisit ce qui lui advient », il faut avoir recours à la norme de fidélité dont le poète, gardien de l'événement grec aux abords du site allemand, est le détenteur. Car « bonnes / Sont certes les légendes, car de ce qu'il y a de plus haut / Elles sont une mémoire, mais encore faut-il / Celui qui en déchiffre le message sacré ».

Nous retrouvons ici cette connexion entre la capacité intervenante et la fidélité à *l'autre* événement que j'avais relevée chez Pascal, à propos du déchiffrement du double sens des prophéties. Le poète pourra

nommer la source allemande, puis à partir d'elle établir la règle de fidélité où se gagne la paix de la proximité d'une patrie, pour autant qu'il a eu la clé du double sens du monde grec, qu'il est un déchiffreur déjà fidèle des légendes sacrées. Hölderlin est parfois tout proche d'une conception prophétique de ce lien, exposé au péril d'imaginer que l'Allemagne *vérifie* la promesse grecque. Il évoque volontiers « le très antique / Signe qui retentit au loin, frappe et féconde ! ». Plus dangereusement encore, il s'exalte à penser que « Ce qu'ont prédit des enfants de Dieu les chants des Anciens, / Vois ! nous le sommes, *nous* ! [...] / Magnifique et rigoureux en des hommes le dire semble s'être accompli. » Mais ce n'est que l'exploration d'un risque, un excès de la procédure poétique. Car aussitôt, le poète énonce le contraire : « [...] rien, quoi qu'il advienne, rien n'a force / D'agir, car nous sommes sans cœur. » Hölderlin garde toujours la mesure de sa propre fonction : compagnon, instruit par la fidélité, au double sens grec, de l'événement germanique, il tente d'en disposer, en retour, la règle fondatrice, la fidélité durable, la « fête de paix ».

Je voudrais montrer comment ces significations se nouent dans un groupe de vers isolé, dont les experts disputent encore s'il était véritablement indépendant, ou s'il convient de le rattacher à l'hymne *Mnémosyne*, mais peu importe. Voici :

« Les fruits sont mûrs, baignés de feu, recuits,
Et mis à l'épreuve sur la terre. Et une loi veut
Que toute chose s'insinue, pareille aux serpents,
Prophétique et rêvant
Sur les collines du ciel. Et beaucoup
Comme sur les épaules
Une charge de bois
Est à maintenir. Mais perfides
Sont les sentiers. Oui, du droit chemin
Comme des coursiers s'écartent les éléments captifs
Et les antiques lois de la terre. Et toujours
Un désir va vers le dé-lié. Mais beaucoup
Est à maintenir. Et requise la fidélité.
Mais en avant et en arrière nous ne voulons
Pas regarder, nous laissant bercer comme
Sur la tremblante barque de la mer. »

Le site est décrit dans le comble de sa maturité, passé au feu de la présence. Les indices, ordinaires chez Hölderlin, de cette éclosion du multiple dans la gloire calme de son nombre, sont ici la terre et les fruits. Qu'une telle parousie en appelle à la Loi s'infère de ce que toute présentation est aussi la prescription de l'un. Mais un étrange malaise affecte cette Loi. En excès sur le simple ordonnancement de la présentation, elle l'est deux fois : parce qu'elle enjoint à toute chose de s'insinuer, comme si la maturité (le goût des fruits de la terre) dissimulait son essence, comme si quelque tentation du vide latent s'exerçait à travers elle, que délivre l'inquiétante image du serpent, et parce que, au-delà de ce qui s'expose, la loi est « prophétique », rêveuse, comme si les « collines du ciel » ne comblaient pas son attente, ou son exercice. Tout cela, il n'en faut pas douter, métaphorise la singularité du site allemand, son au-bord-du-vide, le fait que sa placidité terrestre est vulnérable à une irruption seconde, celle du Caucase que détient, dans sa présentation familière, bourgeoise, la maternelle Souabe. Aussi, ce qui devrait être lié de soi-même, tranquillement rassemblé, ce n'est que d'un effort fidèle qu'en résulte la maintenance. La maturité des fruits, dès que déchiffrée au péril de l'un par le poète, devient un fardeau, une « charge de bois », dans le devoir d'en maintenir la consistance. Car c'est de cela qu'il s'agit : alors que la Grèce accomplit son être dans l'excellence de la forme, parce que son site natif est violent et asiatique, l'Allemagne accomplira son être dans une fidélité seconde, fondée sur l'orage, parce que son site est celui des campagnes dorées, de l'Occident restreint. Le destin de la loi allemande est de *s'arracher* à ce qu'elle régit de multiplicités conciliantes. Le chemin allemand est trompeur (« perfides sont les sentiers »). Le grand appel à quoi répond la paix du soir est le « désir qui va vers le dé-lié ». Ce dé-liement événementiel — cet écart des « éléments captifs » et des « antiques lois » — interdit qu'on fréquente le site dans l'assurance d'un « droit chemin ». D'abord serpent de sa tentation intérieure, le site est maintenant le « coursier » de son exil. Le multiple inconsistant *demande à être* jusque dans la Loi qui régit la consistance. Dans une lettre, Hölderlin, après avoir déclaré que « la nature de ma patrie m'émeut puissamment », cite comme premier appui de cette émotion « l'orage [...] précisément en tant que puissance et comme figure parmi les autres formes du ciel ».

Le devoir du poète — de l'intervenant — ne saurait être toutefois de céder purement et simplement à cette orageuse disposition. Ce qu'en définitive il s'agit de sauver est bien la paix du site : « Beaucoup est à maintenir. » Mesure prise de ce que le site n'a tant de saveur que parce qu'il est le serpent et le coursier de lui-même, de ce que son désir, inéluctablement avéré dans quelque arrachement, dans quelque départ, n'est pas sa forme liée mais le dé-lié, le devoir est d'anticiper cette joie seconde, cette liaison conquise, que donnera, au plus extrême de l'arrachement, le retour ouvert dans le site, cette fois dans la précaution d'un savoir, d'une norme, d'une capacité de maintien et de discernement. L'impératif se dit : requise est la fidélité. Ou encore : examinons toute chose dans la transparente lumière d'après l'orage.

Mais, on le voit, la fidélité ne saurait être le faible vouloir d'une conservation. Je l'ai déjà indiqué : la disposition prophétique, qui ne voit dans l'événement, et dans ses effets, qu'une vérification, tout comme la disposition canonique, qui enjoint au site de rester fidèle à son originarité pacifique — qui voudrait forcer la loi à ne pas s'écarter, à ne plus rêver sur les collines du ciel —, est stérile. L'intervenant ne fondera sa fidélité seconde qu'en se confiant au présent de l'orage, en s'abolissant lui-même dans le vide où il convoquera le nom de ce qui est advenu — ce nom, pour Hölderlin, est en général le retour des dieux. Aussi est-il requis, pour que ce ne soit pas en vain que la maturité du site soit dévastée par un rêve d'Asie, de ne regarder ni en avant ni en arrière, et d'être, au plus près de l'imprésentable, « comme dans la tremblante barque de la mer ». Tel est l'intervenant, tel est celui qui sait qu'il est requis d'être fidèle : apte à fréquenter le site, partageant les fruits de la terre, mais aussi, tenu par la fidélité à l'autre événement, apte à discerner les fractures, les singularités, l'au-bord-du-vide qui rend possible la vacillation de la loi, son dysfonctionnement, son écart ; mais aussi protégé contre la tentation prophétique, contre la morgue canonique ; mais aussi confiant dans l'événement, dans le nom qu'il lui confère. Et finalement, passé ainsi de la terre à la mer, embarqué, capable de mettre à l'épreuve les fruits, et de séparer de leur apparence la saveur latente qu'ils tenaient, au futur antérieur, de leur désir de n'être pas liés.

VI

Quantité et savoir. Le discernable (ou constructible) : Leibniz / Gödel

MÉDITATION VINGT-SIX

Le concept de la quantité et l'impasse de l'ontologie

La pensée de l'être comme multiple *pur* — ou sans-un — peut sembler lier cette pensée à celle d'une quantité. D'où la question : l'être est-il intrinsèquement quantifiable ? Ou plus précisément : puisque la forme de la présentation est le multiple, n'y a-t-il pas un lien originaire entre ce qui est présenté et une extension quantitative ? On sait que, pour Kant, le principe clé de ce qu'il appelle « les axiomes de l'intuition » s'énonce : « Toutes les intuitions sont des grandeurs extensives. » En reconnaissant dans le multiple pur ce qui de la présentation est son être, ne posons-nous pas, en symétrie à l'axiome de Kant, que toute présentation est intrinsèquement quantitative ? Tout multiple n'est-il pas *nombrable* ?

Comme le dit encore Kant, « le *schème* pur de la *grandeur* (*quantitatis*) [...] est le *nombre* [...]. Le nombre n'est donc autre chose que l'unité de la synthèse du divers d'une intuition homogène en général ». Or, en tant que pur multiple de multiples, le schème ontologique de la présentation est pour nous aussi homogène. Et pour autant qu'il est soumis à l'effet-d'un, il est aussi synthèse du divers. Y a-t-il donc une numéricité essentielle de l'être ?

Bien entendu, le fondement d'une « quantité d'être » ne peut être pour nous celui que propose Kant pour la quantité des objets de l'intuition. Car, ce fondement, Kant le trouve dans la prégnance transcendantale du temps et de l'espace, alors que nous nous efforçons de penser mathématiquement la présentation-multiple *en deçà* du temps (lequel est fondé par l'intervention) et de l'espace (lequel est une construction singulière, relative à certains types de présentation). Il s'ensuit du reste que le concept même de la grandeur (ou du nombre) ne peut, pour nous, être celui de Kant. Pour lui, en effet, une gran-

deur extensive est « celle dans laquelle la représentation des parties rend possible la représentation du tout ». Or j'ai suffisamment insisté, en particulier dans les méditations 3, 5 et 7, sur le fait que l'Idée cantorienne du multiple, que cristallise le signe $\in$ de l'appartenance, ne se laisse nullement subsumer sous le rapport tout/parties. Il est exclu que le nombre de l'être, s'il existe, soit pensable du point de ce rapport.

Mais peut-être l'obstacle majeur n'est-il pas encore là. L'obstacle — il nous sépare de Kant, de toute la profondeur de la révolution cantorienne — réside en ceci que (méditations 13 et 14) la forme-multiple de la présentation est généralement infinie. Or, que l'être se donne comme multiplicités infinies semble s'opposer à ce qu'il soit nombrable. Il serait bien plutôt innombrable. Comme le dit Kant, « un tel concept de la grandeur [l'infinité, qu'elle soit spatiale ou temporelle], comme d'une infinité donnée, est impossible empiriquement ». L'infinité est, au mieux, une Idée limite de l'expérience, mais elle ne peut être un enjeu de la connaissance.

La difficulté est en fait la suivante : le caractère extensif, ou quantitatif, de la présentation, suppose la mise en rapport de multiplicités commensurables. Il faut pouvoir dire qu'un multiple est « plus grand » qu'un autre pour que s'inaugure une connaissance de la quantité. Mais que signifie au juste qu'un multiple infini est plus grand qu'un autre ? Certes, on peut bien voir qu'un multiple infini *en présente* un autre : ainsi ω_0, le premier ordinal infini (*cf.* méditation 14), appartient — par exemple — à son successeur, le multiple $\omega_0 \cup \{\omega_0\}$, obtenu par adjonction aux multiples (finis) qui composent ω_0 du nom « ω_0 » lui-même. A-t-on pour autant obtenu un multiple « plus grand » ? On sait depuis longtemps (Pascal utilise fréquemment ce point) qu'ajouter du fini à de l'infini ne change pas la quantité infinie, si on cherche à déterminer cette quantité *comme telle*. Galilée remarquait déjà qu'en toute rigueur il n'y a pas « plus » de nombres carrés — de la forme n^2 — que de nombres tout court, puisque, précisément, à *chaque* nombre entier n on peut faire « correspondre » son carré, n^2. Il en concluait du reste sagement que les notions de « plus » et de « moins » n'étaient pas pertinentes pour l'infini, ou que les totalités infinies n'étaient *pas* des quantités.

Finalement, l'impasse apparente de toute doctrine ontologique de la quantité s'exprime ainsi : le schème ontologique de la présentation, soutenu par la décision sur l'infini naturel (« il existe un ordinal

limite »), admet des multiplicités *existantes* infinies. Or, celles-ci semblent difficilement comparables, ou difficilement relever d'une unité de compte qui leur soit uniformément applicable. Donc, l'être n'est pas quantifiable en général.

La levée de cette impasse, il n'est pas excessif de le dire, commande le destin de la pensée.

1. COMPARAISON QUANTITATIVE DES ENSEMBLES INFINIS

Ce fut une idée axiale de Cantor que de proposer un protocole de comparaison des multiples infinis — car, pour les finis, on savait recourir depuis toujours à ces ordinaux particuliers que sont les membres de ω_0, les ordinaux finis, ou nombres entiers naturels (*cf.* méditation 14) : on savait *compter*. Mais que pouvait bien signifier le compte pour des multiples infinis ?

En fait, Cantor a eu l'idée de génie de traiter positivement les remarques de Galilée, de Pascal — et avant eux, de l'école jésuite portugaise —, là où ces auteurs concluaient à l'impossibilité du nombre infini. Comme souvent, l'invention consiste ici à transformer un paradoxe en concept. Puisqu'il y a correspondance, terme à terme, entre les nombres entiers et les nombres carrés, entre les n et les n^2, pourquoi ne pas poser intrépidement qu'il y a en effet *autant* de nombres carrés que de nombres ? Ce qui fait obstacle (intuitivement) à cette thèse est que les nombres carrés forment une *partie* des nombres tout court et que si l'on dit qu'il y a « autant » des uns que des autres, on met à mal le vieil axiome euclidien « le tout est plus grand que la partie ». Mais justement : la doctrine ensembliste du multiple, parce qu'elle ne définit pas le multiple (méditation 3), n'a pas à passer sous les fourches de l'intuition du tout et des parties, et c'est du reste pourquoi sa doctrine de la quantité peut être antikantienne. On admettra sans sourciller que, s'agissant de multiples infinis, il se peut que ce qui est *inclus* (comme les nombres carrés dans les nombres entiers) soit « aussi nombreux » que ce en quoi c'est inclus. Au lieu d'être un obstacle infranchissable pour toute comparaison des quantités infinies, cela deviendra une propriété particulière de ces quantités. Qu'il

y ait là une subversion de la vieille intuition de la quantité, que subsume le couple tout/parties, achèvera la novation de pensée, et la ruine de cette intuition.

La remarque de Galilée oriente Cantor d'une autre façon : s'il y a « autant » de nombres carrés que de nombres, c'est qu'on peut faire correspondre à tout entier n son carré n^2. Ce concept de la « correspondance » terme à terme entre un multiple, fût-il infini, et un autre, fournit la clé d'une *procédure* de comparaison : on dira que deux multiples sont « aussi nombreux » (ou, convention cantorienne, *de même puissance*) l'un que l'autre s'il *existe* une telle correspondance. On remarquera que le concept de quantité est ainsi renvoyé à celui d'existence, ce qui convient à la vocation ontologique de la théorie des ensembles.

L'idée générale de « correspondance » a pour formalisation mathématique celle de fonction. Une fonction f fait « correspondre » aux éléments d'un multiple les éléments d'un autre. Quand on écrit $f(\alpha) = \beta$, on veut dire qu'à l'élément α « correspond » l'élément β.

Un lecteur soupçonneux nous dira : vous introduisez un concept *supplémentaire*, celui de fonction, qui excède le pur multiple, et rompt l'homogénéité ontologique de la théorie des ensembles. Eh bien, non : une fonction est parfaitement représentable comme pur multiple, comme l'établit l'appendice 2. Quand je dis « il existe une fonction » je dis seulement : « Il existe un multiple ayant telle et telle caractéristique », et tout cela se laisse définir à partir des seules Idées du multiple.

Une fonction a pour caractéristique essentielle de ne faire correspondre à un élément qu'*un seul* élément : si j'ai $f(\alpha) = \beta$ et $f(\alpha) = \gamma$, c'est que β est *le même multiple* que γ.

Pour épuiser l'idée de correspondance « terme à terme », comme dans la remarque de Galilée, je dois toutefois améliorer mon concept fonctionnel de la correspondance. Car pour conclure que les carrés sont « aussi nombreux » que les nombres, non seulement à tout nombre doit correspondre un carré, mais aussi, inversement, à tout carré doit correspondre un nombre (et un seul). Sinon, je n'ai pas pratiqué *l'exhaustion* comparative des *deux* multiples concernés. Cela nous conduit à la définition, où se fonde la comparaison quantitative des multiples, d'une fonction bi-univoque (ou correspondance bi-univoque).

Soit α et β deux ensembles. La fonction f de α vers β sera une *correspondance bi-univoque* entre α et β si :

— à tout élément de α correspond, par f, un élément de β,

— à deux éléments différents de α correspondent deux éléments différents de β,

— tout élément de β est le correspondant par f d'un élément de α.

On voit qu'ainsi l'usage de f permet de « remplacer » *tous* les éléments de α, par *tous* les éléments de β, en substituant à un élément ∂ de α le $f(\partial)$ de β, unique et différent de tout autre, qui lui correspond. La troisième condition pose qu'on utilise, ce faisant, *tous* les éléments de β. C'est un concept tout à fait honorable pour penser que l'un-multiple β ne fait pas un de « plus » de multiples que ne le fait α, et qu'ainsi α et β sont égaux en nombre, ou en extension, quant à ce qu'ils présentent.

Si deux multiples sont tels qu'existe entre eux une correspondance bi-univoque, on dira qu'ils ont *même puissance*, ou qu'ils sont extensivement semblables.

Ce concept est proprement celui de l'identité quantitative de deux multiples, et concerne aussi bien ceux qui sont infinis.

2. CORRÉLAT QUANTITATIF NATUREL D'UN MULTIPLE : CARDINALITÉ ET CARDINAUX

Nous disposons désormais d'une procédure existentielle de comparaison entre deux multiples ; au moins savons-nous ce que veut dire qu'ils soient quantitativement semblables. Les multiples « stables », ou naturels, que sont les ordinaux, deviennent ainsi comparables aux multiples quelconques. Le rabattement comparatif du multiple en général sur la suite des ordinaux va nous permettre de construire ce qui est essentiel pour toute pensée de la quantité : une échelle de mesure.

Nous avons vu (méditation 12) qu'un ordinal, schème ontologique du multiple naturel, constitue un nom-nombre, en ceci que l'un-multiple qu'il est, totalement ordonné par l'Idée fondamentale de la présentation — l'appartenance —, désigne aussi bien la longue chaîne, énumérable, de tous les ordinaux antérieurs. Un ordinal est ainsi un multiple-outil, un instrument potentiel de mesure de la « longueur » des ensembles quelconques, une fois garanti, par l'axiome de choix

— ou axiome de l'intervention abstraite (*cf.* méditation 22) — que tout multiple se laisse bien ordonner. Nous allons déployer cette valeur instrumentale des ordinaux, dont la signification ontologique sous-jacente est que tout multiple se laisse connecter à un multiple naturel, ou encore que *l'être est universellement déployé comme nature*. Non que toute présentation soit naturelle, nous savons qu'il n'en est rien : il existe des multiples historiques (sur le fondement de cette distinction, voir les méditations 16 et 17). Mais tout multiple est référable à une présentation naturelle, pour ce qui concerne précisément son nombre ou sa quantité.

Un énoncé crucial de l'ontologie est en effet le suivant : tout multiple a même puissance qu'un ordinal au moins. Autrement dit, la « classe » des multiples tels qu'ils ont la même quantité contient toujours au moins un multiple naturel. Il n'y a pas de « grandeur » telle qu'on n'en puisse trouver un *exemple* dans les multiples naturels. Ou : la nature contient tous les ordres de grandeur pensables.

Or, en vertu des propriétés de minimalité des ordinaux, s'il existe un ordinal attaché à telle classe de grandeur de multiples, il en existe un plus petit (au sens de la suite des ordinaux). Je veux dire que parmi tous les ordinaux tels qu'existent entre eux une correspondance bi-univoque, il y en a un, unique, qui appartient à tous les autres, ou qui est $\in$-minimal pour la propriété « avoir telle grandeur intrinsèque ». Cet ordinal sera évidemment tel qu'il ne pourra pas exister de correspondance bi-univoque entre lui et un ordinal plus petit que lui. Il marquera, parmi les ordinaux, la *lisière* où commence un autre ordre de la grandeur intrinsèque. On peut parfaitement définir ainsi ces ordinaux : ils ont la propriété de ne tolérer aucune correspondance bi-univoque avec un quelconque des ordinaux qui les précèdent. On appellera ces ordinaux, frontaliers pour la puissance, des *cardinaux*. La propriété d'être un cardinal peut s'écrire :

$Card(\alpha) \leftrightarrow$ « α est un ordinal, et il n'existe pas de correspondance bi-univoque entre α et un ordinal β tel que $\beta \in \alpha$ ».

Je rappelle qu'une fonction, donc une correspondance bi-univoque, est une relation, *donc un multiple* (appendice 2). Cette définition ne sort nullement du cadre général de l'ontologie.

L'idée est alors de représenter la classe des multiples de même grandeur, ceux entre lesquels existe une correspondance bi-univoque, donc de nommer un *ordre* de grandeur, par le cardinal présent dans cette

classe. Qu'il y en ait toujours un, dépend du point crucial laissé en suspens, à savoir que tout multiple a même puissance qu'au moins un ordinal, et par conséquent même puissance que le plus petit des ordinaux de même puissance que lui, lequel est forcément un cardinal. Comme les ordinaux, donc les cardinaux, sont totalement ordonnés, on obtiendra ainsi une échelle de la mesure des grandeurs intrinsèques. Plus le cardinal-nom d'un type de grandeur, ou de puissance, sera placé loin dans la suite des ordinaux, plus ce type sera élevé. Tel est le principe d'une échelle de mesure de la quantité des multiples purs, donc de l'instance quantitative de l'être.

Reste à établir la connexion majeure entre multiples quelconques et multiples naturels qu'est l'existence, pour chacun des premiers, d'un représentant des seconds de même puissance, soit le fait que *la nature mesure l'être*.

Je procéderai de plus en plus, dans le reste de ce livre, à ce que j'appellerai des *récits de démonstration*, substitués aux démonstrations proprement dites. On voit mon motif : au fur et à mesure qu'on s'enfonce dans le texte ontologique, la stratégie de fidélité se complique, et elle le fait souvent bien au-delà de l'intérêt méta-ontologique, ou philosophique qu'il y a à la suivre. Le récit de la preuve qui nous occupe est le suivant : Étant donné un multiple λ quelconque, on considère une *fonction de choix* sur $p(\lambda)$, telle que l'axiome de choix (méditation 22) nous en garantit l'existence. On va ensuite *construire* un ordinal tel qu'il soit en correspondance bi-univoque avec λ. Pour ce faire on va d'abord faire correspondre à l'ensemble vide, plus petit élément de tout ordinal, l'élément λ_0 qui correspond, par la fonction de choix, à λ lui-même. Puis, à l'ordinal suivant — qui est en fait le nombre *1* — on va faire correspondre l'élément que la fonction de choix singularise dans la partie $[\lambda - \lambda_0]$; soit λ_1 cet élément. Puis à l'ordinal suivant, l'élément choisi dans la partie $[\lambda - \{\lambda_0,\lambda_1\}]$. Et ainsi de suite : à un ordinal α on fait correspondre l'élément que la fonction de choix singularise dans la partie obtenue en retirant de λ tout ce qu'on a *déjà* obtenu comme correspondants des ordinaux qui précèdent α. Cela jusqu'à ce qu'il n'y ait plus rien dans λ, c'est-à-dire jusqu'à ce que ce qu'on doit enlever soit égal à λ, en sorte que le « reste » est vide, et que la fonction de choix n'y peut plus rien choisir. Soit γ l'ordinal sur lequel on s'arrête (le premier auquel ne correspond plus rien, faute de choix possible). Il est

assez clair que notre correspondance est bi-univoque entre cet ordinal γ et le multiple initial λ, car *tous* les éléments de λ ont été épuisés, et chacun correspond à *un* ordinal antérieur à γ. Or, tous les ordinaux antérieurs à γ, ce n'est rien d'autre, comme un-multiple, que γ lui-même. CQFD.

Étant de même grandeur qu'un ordinal le multiple λ est aussi à coup sûr de même grandeur qu'un cardinal. Si en effet l'ordinal γ que nous avons construit n'est pas un cardinal, c'est qu'il a même puissance qu'un ordinal qui le précède. Prenons l'ordinal $\in$-minimal parmi les ordinaux qui ont même puissance que γ. C'est certainement un cardinal, et il a même puissance que λ, car ce qui a même puissance que ce qui a même puissance a aussi même puissance (je vous le laisse).

Il est donc assuré que les cardinaux peuvent servir d'échelle de mesure à la grandeur des ensembles. Remarquons en ce point que c'est de l'axiome intervenant — l'existence de la fonction du choix illégal, du représentant sans procédure de représentation — que dépend cette seconde victoire de la nature : sa capacité à *fixer* sur une échelle ordonnée, celle des cardinaux, le type de grandeur intrinsèque des multiples. Cette dialectique de l'illégal et du comble de l'ordre est caractéristique du style de l'ontologie.

3. LE PROBLÈME DES CARDINAUX INFINIS

La théorie des cardinaux — et spécialement des cardinaux infinis, c'est-à-dire égaux ou supérieur à ω_0 — est le cœur même de la théorie des ensembles, le point où, parvenu à l'apparente maîtrise, *via* ces noms-nombres que sont les multiples naturels, de la quantité des multiples purs, le mathématicien peut déployer le raffinement technique où s'oublie ce dont il est le gardien — l'être-en-tant-qu'être. Un grand spécialiste de la théorie des ensembles peut écrire que « la plus grande part de la théorie des ensembles est, pratiquement, l'étude des cardinaux infinis ».

Le paradoxe est que le monde immense de ces cardinaux n'apparaît « pratiquement » pas dans les mathématiques « effectives », celles qui sont aux prises avec les nombres réels et complexes, les fonctions,

les structures algébriques, les variétés, la géométrie différentielle, l'algèbre topologique, etc. Et cela pour une raison majeure, où gît l'impasse annoncée de l'ontologie elle-même, et que nous allons rencontrer.

Certains résultats de la théorie des cardinaux sont immédiats :

— Tout ordinal fini (tout élément de ω_0) est un cardinal. Il est assez clair en effet qu'on ne peut établir nulle correspondance bi-univoque entre deux nombres entiers différents. Le monde du fini est donc disposé, quant aux grandeurs intrinsèques, selon l'échelle même des ordinaux finis : il y a ω_0 « types » de grandeur finie, autant que de nombres entiers naturels.

— On peut du coup sans problème élargir enfin aux multiples quelconques la distinction infini/fini jusqu'ici réservée aux multiples naturels : est infini (resp. fini) un multiple dont la quantité est nommée par un cardinal égal ou supérieur (resp. inférieur) à ω_0.

— Que ω_0 lui-même soit un cardinal — le premier cardinal infini — est assuré : s'il ne l'était pas, il y aurait correspondance bi-univoque entre lui et un ordinal plus petit que lui, donc entre lui et un nombre fini. C'est certainement impossible (montrez-le !).

— Mais peut-on « dépasser » ω_0 ? Y a-t-il des quantités infinies plus grandes que d'autres quantités infinies ? Nous touchons à une des inventions majeures de Cantor : la prolifération infinie des quantités infinies *différentes*. Non seulement la quantité, nombrée ici par un cardinal, est pertinente pour l'être-infini, mais elle distingue, dans l'infini, des quantités infinies « plus grandes », ou « plus petites ». A la millénaire opposition spéculative entre le fini, quantitativement varié et nombrable, et l'infini, inquantifiable et unique, la révolution cantorienne fait succéder une échelle uniforme de quantités qui va du multiple vide (lequel ne nombre rien) à une suite illimitée de cardinaux infinis, qui nombrent des multiples infinis quantitativement distincts. Ainsi s'achève, dans la prolifération des infinis, la ruine de tout être de l'Un.

Le cœur de cette révolution est le constat qu'existent bien, autorisées par les Idées du multiple (axiomes de la théorie des ensembles), des quantités infinies distinctes. Ce qui conduit à ce résultat est un théorème dont la portée de pensée est immense : le théorème de Cantor.

4. L'ÉTAT D'UNE SITUATION EST QUANTITATIVEMENT PLUS GRAND QUE LA SITUATION ELLE-MÊME

C'est une idée naturelle, dans tous les ordres de la pensée, que d'examiner le rapport « quantitatif », ou de puissance, entre une situation et son état. Une situation présente des uns-multiples, l'état re-présente les parties, ou compositions, de ces multiples. L'état présente-t-il « plus », ou « moins », ou « autant » de multiples-parties que la situation ne présente d'uns-multiples ? Le théorème du point d'excès (méditation 7) nous indique déjà que l'état ne saurait être *le même* multiple que la situation dont il est l'état. Mais cette altérité n'exclut pas que la quantité intrinsèque — le cardinal — de l'état soit identique à celui de la situation. L'état peut être différent tout en restant « aussi nombreux », mais pas plus.

Remarquons cependant que l'état est en tout cas *au moins* aussi nombreux que la situation — que le cardinal de l'ensemble des parties d'un ensemble ne saurait être inférieur à celui de cet ensemble. Car, étant donné un élément d'un ensemble, son singleton est une partie. Et comme à chaque élément présenté « correspond » un singleton, il y a au moins autant de parties que d'éléments.

La seule question qui subsiste est finalement de savoir si le cardinal de l'ensemble des parties est égal ou supérieur à celui de l'ensemble initial. Le théorème dit de Cantor établit qu'il est toujours supérieur. La démonstration utilise un ressort qui l'apparente au paradoxe de Russell et au théorème du point d'excès. Il s'agit du raisonnement « diagonal », qui met en évidence un en-plus (ou un reste) pour une procédure supposée exhaustive, et en ruine ainsi la prétention. Disons que cette procédure est typique de tout ce qui, dans l'ontologie, se rattache précisément au problème de l'excès, du « ne-pas-être-selon-telle-instance-de-l'un ».

Supposons qu'existe une correspondance bi-univoque f entre un ensemble α et l'ensemble de ses parties $p(\alpha)$, donc que l'état ait le même cardinal que l'ensemble (ou plus exactement : qu'il appartienne à la même classe quantitative dont le représentant est un cardinal).

A tout *élément* β de α correspond donc une *partie* de α, qui est un

élément de $p(\alpha)$. Puisque cette partie correspond par f à l'élément β, on la notera $f(\beta)$. On peut alors distinguer deux cas :

— ou bien l'élément β est *dans* la partie $f(\beta)$ qui lui correspond, soit $\beta \in f(\beta)$,

— ou bien ce n'est pas le cas : $\sim(\beta \in f(\beta))$.

On peut aussi dire que la — supposée — correspondance bi-univoque f entre α et $p(\alpha)$ *classe* les éléments de α en deux groupes, ceux qui sont internes à la partie (ou élément de $p(\alpha)$) qui leur correspond, et ceux qui y sont extérieurs. Convenons d'appeler f-internes les premiers et f-externes les seconds. L'axiome de séparation nous garantit l'existence de la partie de l'ensemble α composée de tous les éléments qui sont f-externes : elle correspond à la propriété « β n'appartient pas à $f(\beta)$ ». Cette partie, puisque f est une correspondance bi-univoque entre α et *l'ensemble* de ses parties, correspond par f à un élément que nous appellerons ∂ (pour « diagonal »). On a : $f(\partial)$ = « l'ensemble de tous les éléments f-externes de α ». Le point de butée, où l'existence supposée de f s'abolit (on reconnaît ici la portée du raisonnement par l'absurde, *cf.* méditation 24) est que cet élément ∂ ne peut quant à lui être ni f-interne, ni f-externe.

S'il est f-interne, cela veut dire que $\partial \in f(\partial)$. Mais $f(\partial)$ est l'ensemble des éléments f-externes, donc ∂, s'il appartient à $f(\partial)$, ne peut être f-interne. Contradiction.

S'il est f-externe, on a $\sim(\partial \in f(\partial))$, donc ∂ ne fait pas partie des éléments qui sont f-externes, donc il ne peut l'être. Contradiction.

Force est donc de conclure que la supposition initiale d'une correspondance bi-univoque entre α et $p(\alpha)$ est intenable. L'ensemble des parties ne peut avoir le même cardinal que l'ensemble initial. Il l'excède absolument, étant d'un ordre quantitatif supérieur.

Le théorème du point d'excès donnait une réponse locale à la question du rapport entre une situation et son état : l'état compte au moins un multiple qui n'appartient pas à la situation. Et par conséquent, l'état est *différent* de la situation dont il est l'état. Le théorème de Cantor donne, lui, une réponse globale : la puissance de l'état est — en termes de quantité pure — supérieure à celle de la situation. Ce qui — soit dit en passant — congédie l'idée que l'état pourrait n'être qu'un « reflet » de la situation. Qu'il en soit séparé, le théorème du point d'excès nous l'indiquait déjà. Nous savons maintenant qu'il la domine.

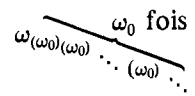
5. PREMIER EXAMEN DU THÉORÈME DE CANTOR : L'ÉCHELLE DE MESURE DES MULTIPLES INFINIS, OU SUITE DES ALEPHS

Puisque la quantité de l'ensemble des parties d'un ensemble est supérieure à celle de l'ensemble même, le problème que nous soulevions plus haut est résolu : il existe nécessairement au moins un cardinal plus grand que ω_0 (premier cardinal infini), à savoir le cardinal qui nombre la quantité du multiple $p(\omega_0)$. L'infini est quantitativement multiple. Cette considération ouvre aussitôt à une échelle infinie de quantités infinies distinctes.

Il convient ici d'appliquer le principe de minimalité (méditation 12) caractéristique des ordinaux. Nous venons de voir qu'il existe un ordinal qui a la propriété : « être un cardinal et être supérieur à ω_0 » (« supérieur » veut dire ici : qui présente, ou auquel ω_0 appartient, puisque l'ordre sur les ordinaux est l'appartenance elle-même). Il existe donc un *plus petit* ordinal ayant cette propriété. C'est donc le plus petit cardinal supérieur à ω_0, la quantité infinie qui vient juste après ω_0. On le notera ω_1, et on l'appellera le cardinal *successeur* de ω_0. Comme derechef, par le théorème de Cantor, le multiple $p(\omega_1)$ est quantitativement supérieur à ω_1, il existe le cardinal successeur de ω_1, soit ω_2. Et ainsi de suite. Tous ces cardinaux infinis ω_0, ω_1, ω_2... désignent des types distincts, et croissants, de quantités infinies.

L'opération successeur — le passage d'un cardinal ω_n au cardinal ω_{n+1} — n'est pas la seule opération de l'échelle des grandeurs. Nous retrouvons ici la faille entre l'idée générale de succession et celle de limite, caractéristique de l'univers naturel. Nous voyons bien, par exemple, que la suite ω_0, ω_1, ... ω_n, ω_{n+1}, ... est une première échelle de cardinaux différents qui se succèdent. Mais considérons *l'ensemble* $\{\omega_0, \omega_1, \ldots \omega_n \ldots\}$: il existe, car il est obtenu en *remplaçant*, dans ω_0, qui existe, chaque ordinal fini par le cardinal infini qu'il indexe (la fonction de remplacement est tout simplement : $n \rightarrow \omega_n$). Et par conséquent existe aussi l'ensemble-union de cet ensemble, soit $\omega_{(\omega_0)} = \cup \{\omega_0, \omega_1, \ldots \omega_n \ldots\}$. Je dis que cet ensemble $\omega_{(\omega_0)}$ est un cardinal, le premier *cardinal limite* plus grand que ω_0. Cela résulte, intuitivement, de ce que les éléments de $\omega_{(\omega_0)}$, dissémination de *tous* les ω_0, $\omega_1, \ldots \omega_n \ldots$, ne peuvent être mis en correspondance bi-univoque avec *aucun* ω_n particulier, il y en a « trop » pour cela. Le multiple $\omega_{(\omega_0)}$ est donc quantitativement supérieur à tous les membres de la suite ω_0, $\omega_1, \ldots \omega_n \ldots$ parce qu'il se compose de tous les éléments de tous ces cardinaux. Il est le cardinal qui vient juste « après » cette suite, la limite de cette suite (la mise en forme rigoureuse de cette intuition est un bon exercice pour le lecteur).

Il est clair qu'on peut ensuite continuer : nous aurons le cardinal successeur de $\omega_{(\omega_0)}$, soit $\omega_{S(\omega_0)}$, et ainsi de suite. Puis on reprendra à la limite, et on obtiendra $\omega_{(\omega_0)(\omega_0)}$. On parvient ainsi à des multiplicités gigantesques, comme par exemple



qui elles-mêmes ne fixent aucune limite à l'itération des processus.

La vérité est qu'à *chaque* ordinal α correspond ainsi un cardinal infini ω_α, depuis ω_0 jusqu'aux plus irreprésentables infinités quantitatives.

Cette échelle des multiples infinis — appelée suite des alephs parce que souvent notée par la lettre hébraïque aleph ($\aleph$) suivie d'indices — accomplit la double promesse du nombrement des infinis, et de l'infinité de leurs types ainsi nombrés. Elle parachève le projet cantorien d'une dissémination totale, d'une désunification, du concept d'infini.

Si la suite des ordinaux désignait, au-delà du fini, une infinité d'infinis *naturels*, que distingue qu'ils ordonnent ce qui leur appartient, la suite des alephs nomme une infinité d'infinis quelconques, pris, tout ordre mis à part, dans leur dimension brute, leur nombre d'éléments, donc l'extension quantitative de ce qu'ils présentent. Et comme la suite des alephs est indexée sur les ordinaux, on peut dire qu'il y a « autant » de types d'infinité quantitative qu'il y a de multiples naturels infinis.

Toutefois, cet « autant » est illusoire, de ce qu'il lie deux totalités non pas seulement inconsistantes, mais inexistantes. Pas plus en effet que ne peut exister l'ensemble de tous les ordinaux — ce qui se dit :

la Nature n'existe pas — pas plus ne peut exister l'ensemble de tous les cardinaux, soit l'Infini absolument infini, l'infini de toutes les infinités intrinsèques pensables. Ce qui se dit cette fois : Dieu n'existe pas.

6. DEUXIÈME EXAMEN DU THÉORÈME DE CANTOR : QUELLE MESURE DE L'EXCÈS ?

L'ensemble des parties d'un ensemble est « plus nombreux » que ne l'est cet ensemble. Mais de combien ? Que *vaut* cet excès, et comment se laisse-t-il mesurer ? Puisque nous disposons d'une échelle complète des cardinaux finis (les nombres entiers naturels) et infinis (les alephs), il y a sens à demander, si l'on connaît le cardinal qui correspond à la classe quantitative d'un multiple α, quel est celui qui correspond à la classe quantitative du multiple $p(\alpha)$. On sait qu'il est supérieur, qu'il vient « après » dans l'échelle. Mais où exactement ?

Dans le fini, le problème est simple : si un ensemble possède n éléments, l'ensemble de ses parties en possède 2^n, qui est un nombre entier défini et calculable. Cet exercice de combinatoire finie est laissé au lecteur un peu habile.

Mais si l'ensemble considéré est infini ? Le cardinal correspondant est alors un aleph, mettons ω_β. Quel est l'aleph qui correspond à l'ensemble de ses parties ? L'acuité du problème résulte de ce qu'il y en a certainement un, et un seul. Car *tout* multiple existant est de même puissance qu'un cardinal, et une fois celui-ci déterminé, il est exclu qu'il soit *aussi* de même puissance qu'un autre cardinal, puisque entre deux cardinaux différents, il ne peut — par définition — exister nulle correspondance bi-univoque.

Or, l'impasse est ici que, dans le cadre des Idées du multiple actuellement supposées — et de pas mal d'autres qu'on a tenté de leur adjoindre —, il est *impossible* de déterminer où se situe l'ensemble des parties d'un ensemble infini dans l'échelle des alephs. Plus précisément : il est cohérent avec ces Idées de supposer que cette place est « à peu près » celle qu'on convient de décider.

Avant de donner une expression plus précise de cette errance, de cette dé-mesure de l'état d'une situation, prenons conscience de sa portée. Elle signifie que, si exacte que puisse être la connaissance quantitative d'une situation, on ne peut, sinon par une décision arbitraire, estimer « de combien » son état l'excède. Tout se passe comme si la doctrine du multiple, dans le cas des situations infinies, ou postgaliléennes, devait admettre deux régimes de la présentation, non suturables dans l'ordre de la quantité. Le régime immédiat, celui des éléments et de l'appartenance (la situation et sa structure), et le régime second, celui des parties et de l'inclusion (l'état). La question de l'état — et donc, en politique, celle de l'État — avère ici sa redoutable complexité. Elle s'articule à ce hiatus que l'ontologie décèle dans la modalité d'un impossible, et qui est que *l'échelle de mesure naturelle des présentations-multiples ne convient pas aux représentations*. Elle ne leur convient pas, quoique les représentations y soient certainement situées. Le problème est qu'elles n'y sont pas *situables*. Cette intrication paradoxale de la certitude et de l'impossibilité met l'évaluation de la puissance de l'état en perspective de fuite. Qu'il faille en fin de compte *décider* de cette puissance introduit l'aléatoire au cœur du dicible de l'être. L'action reçoit de l'ontologie l'avertissement que c'est en vain qu'elle s'efforcerait de calculer au plus juste l'état de la situation où elle dispose ses ressorts. Le pari qu'elle doit faire là, on sait, ce qui s'appelle savoir, qu'il ne peut qu'osciller entre la surestimation et la sous-estimation. L'état n'est commensurable à la situation que par hasard.

7. COMPLÈTE ERRANCE DE L'ÉTAT D'UNE SITUATION : LE THÉORÈME DE EASTON

Convenons de quelques facilités d'écriture. Pour ne pas traîner plus longtemps les indices des alephs, nous noterons désormais un cardinal par les lettres λ et π. Nous utiliserons la notation $|\ \alpha\ |$ pour indiquer la quantité du multiple α, soit le cardinal π qui a même puissance que α. Pour indiquer qu'un cardinal λ est plus petit qu'un cardinal π, nous écrirons $\lambda < \pi$ (qui en fait signifie : λ et π sont des cardinaux différents), et $\lambda \in \pi$.

L'impasse de l'ontologie s'énonce alors de la façon suivante : Étant

donné un cardinal λ, quelle est la cardinalité de son état, de l'ensemble de ses parties? Quel est le rapport entre λ et $|\, p(\lambda)\,|$?

C'est ce rapport qui se démontre être plutôt un dé-rapport, de ce que « presque » tout rapport que l'on choisit d'avance est consistant avec les Idées du multiple. Examinons le sens de ce « presque », puis ce que signifie la consistance du choix.

On ne sait pas *rien* sur le rapport de grandeur entre un multiple et son état, entre la présentation par l'appartenance et la représentation par l'inclusion. On sait que $|\, p(\alpha)\,|$ est plus grand que $|\, \alpha\,|$, quel que soit le multiple α considéré. Cet excès quantitatif absolu de l'état sur la situation est le contenu du théorème de Cantor.

On connaît aussi une autre relation, dont le sens est élucidé dans l'appendice 3 (elle s'énonce : la cofinalité de l'ensemble des parties est quantitativement supérieure à l'ensemble lui-même).

A quel point nous ne savons en vérité rien d'autre, dans le cadre des Idées du multiple actuellement formulables, c'est là ce que nous enseigne — l'extrême science s'y montre science de l'ignorance — le théorème de Easton.

Ce théorème dit à peu près la chose suivante : Étant donné un cardinal λ qui est soit ω_0, soit un cardinal successeur, il est cohérent avec les Idées du multiple de « choisir », pour valeur de $|\, p(\lambda)\,|$, donc pour quantité de l'état dont la situation est le multiple, n'importe quel cardinal π, pourvu qu'il soit supérieur à λ et qu'il soit un cardinal successeur.

Quel est le sens exact de ce théorème impressionnant, dont la démonstration générale est au-delà des ressources de ce livre, mais dont un cas particulier est traité dans la méditation 36? « Cohérent avec les Idées du multiple » veut dire : *si* ces Idées sont cohérentes entre elles (donc, si les mathématiques sont une langue où la fidélité déductive est réellement séparatrice, donc consistante), *alors* elles le resteront si vous convenez, à votre guise, que le multiple $p(\lambda)$ a pour grandeur intrinsèque tel cardinal successeur π quelconque, pourvu qu'il soit supérieur à λ.

Par exemple l'ensemble des parties de ω_0, dont Cantor s'échina à établir, au péril de sa pensée, qu'il était égal au successeur de ω_0 — à ω_1 —, le théorème de Easton nous dit qu'il est déductivement acceptable de poser qu'il est aussi bien ω_{347}, ou $\omega_{(\omega_0)+18}$, ou n'importe quel cardinal aussi immense que vous voudrez, pourvu qu'il soit succes-

seur. Aussi le théorème de Easton établit-il l'errance quasi totale de l'excès de l'état sur la situation. Tout se passe comme si, entre la structure où se délivre l'immédiat de l'appartenance, et la métastructure qui compte pour un les parties et régit les inclusions, s'ouvrait une béance, dont le comblement ne relève que d'un choix sans concept.

L'être, tel que dicible, est infidèle à soi, au point où ne se laisse plus déduire ce que vaut, en extension infinie, le soin mis dans toute présentation à compter pour un ses parties. La dé-mesure de l'état fait errer dans la quantité cela même dont on attendait la réassurance et la fixité des situations. L'opérateur de congédiement du vide, voici qu'il le laisse reparaître au joint de soi-même (la prise des parties) et de la situation. Qu'il faille tolérer là l'arbitraire presque complet d'un choix, que la quantité, ce paradigme de l'objectivité, mène à la subjectivité pure, tel est ce que j'appellerai volontiers le symptôme de Cantor-Gödel-Cohen-Easton. L'ontologie dévoile en son impasse un point où depuis toujours, inconscientes de ce que l'être les y convoquait, les pensées avaient à se distribuer.

MÉDITATION VINGT-SEPT

Destin ontologique de l'orientation dans la pensée

C'est depuis ses origines que la philosophie, anticipant la butée cantorienne, a scruté l'abîme qui sépare la discrétion numérique du continu géométrique. Cet abîme n'est autre que celui qui sépare ω_0, domaine infini dénombrable des nombres finis, de l'ensemble de ses parties, $p(\omega_0)$, seul apte à fixer la quantité des points dans l'espace. Qu'il y ait là un mystère de l'être, où le discours spéculatif se tresse à la doctrine mathématique du nombre et de la mesure, d'innombrables concepts et métaphores l'attestent. Il n'était certes pas clair qu'en dernier ressort il s'agisse du rapport entre un ensemble infini et l'ensemble de ses parties. Mais de Platon à Husserl, en passant par les magnifiques développements de la *Logique* de Hegel, on constate le caractère proprement inépuisable du thème de la dialectique continu/discontinu. Nous pouvons maintenant dire que c'est l'être même, tel que flagrant dans l'impasse de l'ontologie, qui organise l'inexhaustion de sa pensée, dès lors que nulle mesure ne se laisse prendre du lien quantitatif entre une situation et son état, entre l'appartenance et l'inclusion. Il y a tout lieu de croire que c'est *pour toujours* qu'est ouverte dans l'être cette provocation au concept qu'est le dé-rapport entre présentation et représentation. Puisque le continu — ou $p(\omega_0)$ — est pur principe errant au regard du dénombrable — de ω_0 — le colmatage, ou l'arrêt, de cette errance peut indéfiniment requérir l'ingéniosité du savoir. Que cette activité ne soit pas vaine résulte de ce que si l'impossible-à-dire de l'être est précisément le lien quantitatif d'un multiple au multiple de ses parties, si cet imprononçable déliement ouvre la perspective de choix infinis, on peut penser que c'est cette fois de l'Etre qu'il s'agit, au défaut de la science de l'être. Si le réel c'est l'impossible, le réel de l'être, soit l'Etre, sera

précisément ce que détient l'énigme d'un anonymat de la quantité.

Toute orientation particulière de la pensée reçoit ainsi sa cause de ce dont le plus souvent elle n'a cure, et que l'ontologie seule déclare dans la dignité déductive du concept : cet Etre évanouissant qui soutient l'éclipse de l'être « entre » la présentation et la représentation. L'ontologie en établit l'errance. La métaontologie, qui sert d'armature inconsciente à toute orientation dans la pensée, veut en fixer le mirage, ou s'abandonner toute à la jouissance de sa disparition. Une pensée n'est rien d'autre que le désir d'en finir avec l'exorbitant excès de l'état. Rien ne fera jamais qu'on puisse prendre son parti de l'innombrable des parties. La pensée est là pour que cesse, fût-ce le temps d'indiquer que cette cessation n'est pas, en vérité, obtenue, le désancrage quantitatif de l'être. Il s'agit toujours que mesure soit prise de ce par quoi l'état excède l'immédiat. La pensée est, proprement, ce que la dé-mesure, ontologiquement attestée, ne peut satisfaire.

L'insatisfaction, cette loi historique de la pensée dont la cause gît où l'être n'est plus *exactement* dicible, se donne communément dans trois grandes tentatives de parer à l'excès, cette ὕβρις dont les tragiques grecs firent avec raison le déterminant majeur de ce qui advient à la créature humaine, et dont le plus grand d'entre eux, Eschyle, proposait sur scène l'endiguement subjectif par le recours immédiatement politique à une nouvelle symbolique de la justice. Car c'est bien, dans le désir qu'est la pensée, de l'injustice innombrable de l'état qu'il est question, et qu'au défi de l'être il faille répondre par la politique est une inspiration grecque qui nous régit encore : l'invention conjointe des mathématiques et de la « forme délibérative » de l'État fait, chez ce peuple étonnant, le constat que dire l'être n'aurait guère sens si aussitôt on ne puisait dans les affaires de la Cité et les événements de l'histoire de quoi pourvoir aussi au besoin du « ce-qui-n'est-pas-l'être ».

La première tentative, que je dirai tour à tour grammairienne ou programmatique, tient que le défaut où s'origine la dé-mesure est dans la langue. Elle demande que l'état distingue expressément ce qu'il est licite de tenir pour une partie de la situation, et ce qui, quoique y formant des « regroupements », doit cependant être tenu pour informe et innommable. Il s'agit en somme de restreindre sévèrement la dignité reconnaissable de l'inclusion à ce qu'une langue bien faite tolère d'en nommer. Dans cette vision des choses, l'état ne compte pas pour un « toutes » les parties. Qu'est-ce du reste qu'une partie ? L'état légifère

sur ce qu'il compte, la métastructure ne tient dans son champ que les représentations « raisonnables ». L'état est programmé à ne reconnaître comme partie, dont il assure le compte, que ce que les ressources elles-mêmes de la situation permettent de *distinguer*. Ce qui n'est pas distinguable par une langue bien faite n'est pas. Le principe central de ce type de pensée est donc le principe leibnizien des indiscernables : il ne peut exister deux choses dont on ne pourrait marquer la différence. La langue vaut loi de l'être en ceci qu'elle tiendra pour identique ce qu'elle ne peut discerner. Ainsi ramené à ne compter que les parties communément nommables, l'état, espère-t-on, redeviendra convenable à la situation.

La deuxième tentative obéit au principe inverse : elle tient que l'excès de l'état n'est impensable que parce qu'on exige le discernement des parties. On se propose cette fois, par une doctrine déployée des indiscernables, de montrer que ce sont eux qui composent l'essentiel du champ où opère l'état, et que toute pensée authentique doit d'abord forger les moyens de l'appréhension du quelconque, du multiplement-pareil, de l'indifférencié. On scrute la représentation du côté de ce qu'elle nombre sans jamais le discerner, des parties sans bord, des conglomérats hasardeux. On tient que ce qui est représentatif d'une situation n'est pas ce qui y appartient distinctement, mais ce qui y est évasivement inclus. Tout l'effort rationnel est de disposer d'un mathème de l'indiscernable, qui fasse advenir à la pensée ces parties innombrables que rien ne permet de nommer dans leur séparation d'avec la foule de celles qui leur sont, aux yeux myopes de la langue, absolument identiques. Dans cette voie, le mystère de l'excès sera non pas réduit, mais rejoint. On connaîtra son origine, qui est que l'anonymat des parties est forcément au-delà de la distinction des appartenances.

La troisième tentative cherche à fixer un point d'arrêt de l'errance par la pensée d'un multiple dont l'extension soit telle qu'elle ordonne ce qui le précède, et donc y dispose à sa place le multiple représentatif, l'état lié à une situation. Il s'agit cette fois d'une logique de la transcendance. On va droit à la prodigalité de l'être en présentations infinies. On soupçonne que le défaut de la pensée est d'avoir sous-estimé cette puissance, en la bridant soit par la langue, soit par le seul recours à l'indifférencié. Il convient plutôt de différencier un infini gigantesque qui prescrive une disposition hiérarchique où rien ne sau-

rait plus errer. L'effort est cette fois d'endiguer la dé-mesure, non par le renforcement des règles et l'interdit sur l'indiscernable, mais directement par le haut, par la fréquentation conceptuelle des présentations possiblement maximales. On espère que ces multiplicités transcendantes dévoileront la loi même de l'excès-multiple, et proposeront à la pensée une vertigineuse fermeture.

Ces trois tentatives ont leurs répondants dans l'ontologie elle-même. Pourquoi ? Parce que chacune d'entre elles implique que soit intelligible un certain *type d'être*. L'ontologie mathématicienne ne constitue par elle-même aucune orientation dans la pensée, mais elle doit être compatible avec toutes, discernant et proposant l'être-multiple dont elles ont besoin.

A la première orientation correspond la doctrine des ensembles *constructibles*, créée par Gödel et raffinée par Jensen. A la seconde, la doctrine des ensembles *génériques*, créée par Cohen. A la troisième, la doctrine des *grands cardinaux*, à laquelle ont contribué tous les spécialistes de la théorie des ensembles. L'ontologie propose ce faisant le schème des multiples adéquats comme *substructure d'être* de chaque orientation. Le constructible déplie l'être des configurations du savoir. Le générique, avec le concept du multiple indiscernable, rend possible que soit pensé l'être d'une vérité. Les grands cardinaux approximent l'être virtuel que requièrent les théologies.

Les trois orientations ont évidemment aussi leurs répondants philosophiques. J'ai nommé Leibniz pour la première. La théorie de la volonté générale chez Rousseau cherche le point générique, ou quelconque, où fonder l'autorité politique. Toute la métaphysique classique conspire pour le troisième, fût-ce sous le mode de l'eschatologie communiste.

Mais une quatrième voie, discernable dès Marx, prise d'un autre biais chez Freud, est transversale aux trois autres. Elle soutient en effet que la *vérité* de l'impasse ontologique ne se laisse ni saisir ni penser, dans l'immanence à l'ontologie elle-même ou à la métaontologie spéculative. Elle assigne la dé-mesure de l'état à la limitation historiale de l'être telle que, sans le savoir, la philosophie ne la réfléchit que pour la répéter. Son hypothèse consiste a dire qu'on ne peut que du biais de l'événement et de l'intervention *rendre justice* à l'injustice. Il n'y a pas lieu dès lors de s'effrayer d'une dé-liaison de l'être, puisque c'est dans l'occurrence indécidable d'un non-étant surnuméraire que s'origine toute procédure de vérité, y compris d'une vérité dont l'enjeu serait cette dé-liaison.

Elle énonce, cette voie, qu'à l'envers de l'ontologie, au rebours de l'être, et n'étant discernable de lui que point par point — car, globalement, ils sont versés l'un dans l'autre comme la surface d'un ruban de Möbius — se tient la procédure imprésentée du vrai, seul reste laissé par l'ontologie mathématicienne à qui s'anime du désir de penser, et auquel convient le nom de Sujet.

MEDITATION VINGT-HUIT

La pensée constructiviste et le savoir de l'être

Sous la réquisition des hiatus de l'être, il est tentant de réduire l'extension de l'état, en ne tolérant comme parties de la situation que ce que la situation elle-même permet d'en nommer. Que signifie « la situation elle-même » ?

Une première possibilité est de n'accepter comme un-multiple inclus que ce qui est déjà un un-multiple en position d'appartenance. On convient alors que le représentable est aussi toujours déjà présenté. Cette orientation est particulièrement adaptée aux situations stables, ou naturelles (*cf.* méditations 11 et 12), puisque, dans ces situations, toute multiplicité présentée est réassurée à sa place par l'état. Elle est malheureusement impraticable, car elle revient à annuler la différence fondatrice de l'état : si en effet la représentation n'est qu'un double de la présentation, l'état est inutile. Or, le théorème du point d'excès (méditation 7) nous indique qu'il est impossible d'abolir tout écart entre une situation et son état.

Il subsiste toutefois, dans toute orientation de pensée de type constructiviste, une nostalgie de cette issue. C'est un thème récurrent dans cette pensée que la valorisation des équilibres, l'idée que la nature est un artifice qui doit être imité volontairement dans son architecture normalisante — les ordinaux étant, nous le savons, des intrications transitives —, la méfiance pour l'errance et l'excès, et, au cœur de ce dispositif, la recherche systématique de la double fonction, du terme qui peut être pensé deux fois sans avoir à changer de place ou de statut.

Mais le biais fondamental par lequel obtenir, sans se soustraire à ce minimum d'excès qu'impose l'état, une restriction sévère de l'errance, et une lisibilité maximale du concept de « partie », est de

prendre appui sur les contraintes de la langue. Dans son essence, la pensée constructiviste est une grammaire logique. Ou, plus précisément, elle fait prévaloir la langue comme norme quant à ce qu'il est tolérable de tenir, dans les représentations, pour des uns-multiples. La philosophie spontanée de toute pensée constructiviste est le nominalisme radical.

Qu'entendons-nous ici par « langue » ? Il s'agit en fait d'une médiation d'intériorité complète à la situation. Supposons que les multiples présentés ne soient tels que d'avoir des noms, ou que « être-présenté » et « être nommé » soit la même chose. Par ailleurs, on dispose d'un arsenal de propriétés, ou termes de liaison, qui désignent sans ambiguïté que telle chose nommée soutient avec telle autre tel rapport, ou possède telle qualification. *La pensée constructiviste ne reconnaîtra comme « partie » qu'un regroupement de multiples présentés qui ont en commun une propriété, ou qui soutiennent tous un rapport défini à des termes de la situation eux-mêmes univoquement nommés.* Si par exemple vous disposez d'une échelle de grandeur, il y aura sens à considérer comme une partie de la situation, premièrement tous les multiples de la situation qui ont *telle* grandeur fixée, deuxièmement tous les multiples qui sont « plus grands » qu'un multiple fixe, c'est-à-dire effectivement nommé. De la même façon, si on dit « il existe... », cela doit s'entendre : « il existe un terme nommé dans la situation » ; et si vous dites « pour tout... », cela doit s'entendre : « pour tous les termes nommés de la situation ».

Pourquoi la langue est-elle ici le médium d'une intériorité ? Parce que toute *partie* est assignable sans ambiguïté à un repérage effectif de *termes* de la situation. Il n'est pas question d'évoquer une partie « en général ». Vous devez préciser

— de quelle propriété ou relation de la langue vous faites usage, et ces propriétés ou relations, vous devez pouvoir justifier qu'elles sont applicables aux termes de la situation,

— quels termes fixes nommés — ou paramètres — de la situation vous impliquez.

Autrement dit, le concept de partie est *sous condition*. L'état, simultanément, opère le compte-pour-un des parties, et code ce qui tombe sous ce compte, étant ainsi, outre le maître de la représentation en général, le maître de la langue. La langue — ou tout appareil de repérage comparable — est le filtre légal des regroupements de multiples

présentés. Elle s'interpose entre la présentation et la représentation.

On voit en quel sens n'est ici *comptée* qu'une partie qui est *construite*. Si le multiple α est *inclus* dans la situation, ce n'est qu'autant qu'on peut établir — par exemple — qu'il rassemble tous les multiples immédiatement présentés qui soutiennent avec un multiple dont l'appartenance à la situation est elle-même établie une relation elle-même licite dans la situation. La partie résulte ici de la prise en compte, par étapes, de multiples fixes, de relations admissibles, et du regroupement de tous les termes reliables aux premiers par les secondes. Il y a donc toujours un lien perceptible entre une partie et des termes repérables dans la situation. C'est ce lien, cette procédure de construction, cette *proximité* que la langue alimente entre présentation et représentation, qui autorise la conviction que l'état n'excède pas *trop* la situation, ou qu'il lui demeure commensurable. J'appelle « langue de la situation » le médium de cette commensurabilité. On notera que la langue de la situation est asservie à la présentation, en ce qu'elle ne peut alléguer nul terme, fût-ce dans la généralité du « il existe... » dont on ne puisse contrôler qu'il lui appartient. Ainsi, par le médium de la langue, et sans s'y résoudre, l'inclusion demeure *au plus près* de l'appartenance. L'idée leibnizienne d'une « langue bien faite » n'avait pas d'autre ambition que de *serrer* le plus possible la bride à l'errance des parties par le codage échelonné de leur lien dicible à la situation dont elles sont les parties.

Ce que pourchasse la vision constructiviste de l'être et de la présentation, c'est le « quelconque », la partie innommable, le lien sans concept. L'ambiguïté de son rapport à l'état est de ce fait remarquable. D'un côté, en restreignant le compte-pour-un de la métastructure étatique aux parties nommables, elle semble diminuer sa puissance, tenir en lisière la capacité d'excès de la représentation sur la présentation, mais, d'un autre côté, elle en précise la police et en majore l'autorité, par la connexion qu'elle établit entre la maîtrise de l'un-multiple inclus et la maîtrise de la langue. Il faut en effet comprendre que, pour cette orientation dans la pensée, un regroupement de multiples présentés qui serait indiscernable par une relation immanente *n'existe pas*. De ce point de vue, l'état légifère sur l'existence. Ce qu'il perd du côté de l'excès, il le gagne du côté du « droit sur l'être ». Ce gain est d'autant plus appréciable que le nominalisme, ici investi dans la mesure de l'état, est irréfutable. C'est ce qui, des sophistes grecs aux empiristes logi-

ques anglo-saxons, voire à Foucault, en a fait de façon invariante la philosophie critique — ou antiphilosophique — par excellence. Pour réfuter qu'une partie de la situation n'existe que si elle est construite à partir de propriétés et de termes discernables dans la langue, ne faudrait-il pas *indiquer* une partie absolument indifférenciable, anonyme, quelconque ? Mais comment l'indiquer, sinon en *construisant* justement cette indication ? Le nominaliste est toujours fondé à dire que *ce* contre-exemple, d'avoir pu être isolé et décrit, est en réalité un exemple. Toute eau va à son moulin, si elle se laisse montrer dans la procédure qui en prélève l'inclusion à partir des appartenances et de la langue. L'indiscernable n'est pas. Voilà la thèse dont le nominalisme fait sa fortification, et où il peut à loisir restreindre toute prétention à déployer l'excès dans le monde des in-différences.

Par ailleurs, dans la vision constructiviste de l'être, et c'est un point capital, *il n'y a nul lieu pour l'avoir lieu d'un événement*. On serait tenté de dire qu'elle coïncide sur ce point avec l'ontologie, qui forclôt l'événement, et déclare ainsi son appartenance au ce-qui-n'est-pas-l'être (méditation 18). Ce serait toutefois une conclusion trop étroite. Le constructivisme n'a nul besoin de *décider* du non-être de l'événement, car il n'a pas à connaître de son indécidabilité. Rien ne sollicite ici une décision relativement à un multiple paradoxal. Il est en effet de l'essence du constructivisme — c'est son immanence *totale* à la situation — de ne concevoir ni l'auto-appartenance, ni le surnuméraire, et donc de tenir hors de la pensée toute la dialectique de l'événement et de l'intervention.

Un multiple qui se présente lui-même dans la présentation qu'il est — et c'est la caractéristique majeure de l'ultra-un événementiel — ne saurait être rencontré par l'orientation de pensée constructiviste, pour la raison que, si l'on voulait « construire » ce multiple, il faudrait l'avoir *déjà* examiné. Ce cercle, noté par Poincaré comme relevant des définitions « imprédicatives », rompt la procédure de construction et de dépendance à la langue. La nomination licite est impossible. Si vous pouvez nommer le multiple, c'est que vous le discernez, selon ses éléments. Mais s'il est élément de lui-même, vous auriez dû l'avoir antérieurement discerné.

Le cas de l'ultra-un pur, soit le multiple qui n'a que lui-même pour élément, met de surcroît en impasse la mise-en-un, telle qu'elle fonctionne dans ce type de pensée. Le singleton d'un tel multiple, qui est

une partie de la situation, devrait isoler *le* multiple qui possède une propriété explicitement formulable dans la langue. Mais ce n'est pas possible, car la partie ainsi obtenue a *elle-même*, de toute nécessité, la propriété en question. En effet, le singleton, tout comme le multiple, n'a que ce même multiple pour élément. Il ne peut s'en différencier, ni extensionnellement, ni par quelque propriété que ce soit. Ce cas d'indiscernabilité entre un élément (une présentation) et la mise-en-un représentative n'est pas constructivement admissible. Il déroge à la double différenciation de l'état, par le compte, et par la langue. Dans le cas où la situation est naturelle, un multiple peut bien être à la fois élément et partie, la partie que représente l'opération de sa mise-en-un n'en est pas moins absolument distincte de lui-même, de ce « lui-même » nommé deux fois, tel quel, par la structure et la métastructure. Dans le cas de l'ultra-un événementiel, l'opération n'opère pas, et c'est bien assez pour que la pensée constructiviste dénie tout être à ce qui met ainsi en impasse l'autorité de la langue.

Quant à la nomination surnuméraire tirée du vide, en quoi gît le secret de l'intervention, elle déroge absolument aux règles constructives de la langue, qui ne prélève les noms où elle soutient la reconnaissance des parties que dans la situation elle-même.

Inconstructible, l'événement n'est pas. Excédant l'immanence de la langue à la situation, l'intervention est impensable. L'orientation constructive *édifie* une pensée immanente de la situation, elle n'en *décide pas* l'occurrence.

Mais s'il n'y a ni événement ni intervention, comment la situation peut-elle changer ? Le nominalisme radical enveloppé par l'orientation de pensée constructiviste ne s'émeut nullement d'avoir à déclarer qu'une situation ne change pas. Ou plutôt : ce qu'on appelle « changement » d'une situation n'est que le déploiement constructif de ses parties. La *pensée* de la situation évolue, de ce que l'exploration des effets de l'état amène au jour de nouvelles connexions, linguistiquement contrôlables, antérieurement inaperçues. *Ce qui soutient l'idée de changement est en réalité l'infinité de la langue*. Une nouvelle nomination fait office de nouveau multiple, mais cette nouveauté est relative, puisque le multiple ainsi validé est toujours constructible à partir de ceux qui ont été reconnus.

Que signifie dès lors qu'il y ait des situations différentes ? *Cela signifie purement et simplement qu'il y a des langues différentes*. Non pas

seulement au sens empirique des langues « étrangères », mais au sens, promu par Wittgenstein, des « jeux de langage ». Tout système de repérage et de liaison constitue un univers de multiples constructibles, un filtre distinct entre présentation et représentation. Et comme la langue légifère sur *l'existence* des parties, c'est bien dans l'être même de la présentation qu'il y a différence, certains multiples étant validables — donc existants — selon une langue, qui ne le sont pas selon une autre. L'hétérogénéité des jeux de langage est au fondement d'une diversité des situations. L'être est multiplement déployé, parce que son déploiement n'est présenté que dans le multiple des langues.

En fin de compte, la doctrine du multiple se ramène à la double thèse de l'infinité de chaque langue (raison du changement apparent) et de l'hétérogénéité des langues (raison de la diversité des situations). Et comme l'état est le maître de la langue, il faut convenir que, pour le constructiviste, changement et diversité ne relèvent pas de l'originarité présentative, mais des fonctions représentatives. La clé des mutations et des différences réside dans l'état. Il se pourrait donc que l'être, en tant qu'être, soit Un et Immobile. Toutefois, le constructiviste s'interdit cet énoncé, lequel ne se laisse pas construire à partir de paramètres et de relations contrôlables dans une situation. Une pareille thèse relève de ce que, selon Wittgenstein, on est contraint de « taire, puisqu'on ne peut en parler ». Etant entendu que « pouvoir en parler » a le sens constructiviste.

L'orientation de pensée constructiviste — qui, je le rappelle, répond, fût-ce inconsciemment, au défi que représente l'impasse de l'ontologie, l'errance de l'excès — est la substructure de multiples conceptions particulières. Il s'en faut de beaucoup qu'elle n'exerce son empire que sous la forme explicite d'une philosophie nominaliste. En réalité, elle régit universellement les conceptions dominantes. L'interdit dont elle frappe les conglomérats hasardeux, les multiples indistincts ou quelconques, les formes inconstructibles, convient à la conservation. Le non-lieu de l'événement repose la pensée, et que l'intervention soit impensable détend l'action. C'est ainsi que l'orientation constructiviste sous-tend les normes *néo-classiques* de l'art, les épistémologies *positivistes*, et les politiques *programmatiques*.

Dans le premier cas, on considère que la « langue » d'une situation artistique — son système propre de repérage et d'articulation — est parvenue à un état de perfection tel qu'à vouloir la modifier, ou la

rompre, on perdra entièrement le fil de la construction reconnaissable. Le néo-classique considère les figures « modernes » de l'art comme des promotions de l'indistinct et du chaos. Il a raison en ceci que dans les *passes* événementielles et intervenantes de l'art (mettons : peinture non figurative, musique non tonale, etc.), il y a nécessairement une période de barbarie apparente, de valorisation intrinsèque des complexités du désordre, de rejet de la répétition et des configurations trop discernables, dont le sens profond est que *n'a pas encore été décidé quel est exactement l'opérateur de connexion fidèle* (*cf.* méditation 23). L'orientation constructiviste commande ici de s'en tenir — jusqu'à ce que cet opérateur se stabilise — à la continuité des engendrements de parties régies par la langue antérieure. Le néo-classique n'est pas un réactionnaire, c'est un partisan du sens. J'ai montré que l'illégalité intervenante ne générait du sens *dans* la situation que quand elle dispose d'une mesure de la proximité entre les multiples de la situation et le nom surnuméraire de l'événement qu'elle a mis en circulation. Cette nouvelle fondation temporelle s'établit dans le temps antérieur. La période « obscure » est celle du chevauchement des temps, et il est vrai que, distribuées dans des temps hétérogènes, les premières productions artistiques de la nouvelle époque ne délivrent qu'un sens éclaté ou confus, lequel n'est perceptible qu'à une avant-garde transitoire. Le néo-classique remplit cette précieuse fonction d'un gardiennage du sens à échelle globale. Il atteste qu'il *faut* qu'il y ait du sens. Quand il déclare s'opposer aux « excès », il faut entendre qu'il avertit que nul ne peut se soustraire à la réquisition de l'impasse ontologique.

Dans le second cas, on considère que la langue de la science positive est définitivement la seule langue « bien faite », et qu'elle doit nommer les procédures de construction, autant que faire se peut, dans tous les domaines de l'expérience. Le positivisme considère que la présentation est un multiple de multiples *factuels*, dont le repérage est expérimental, et que les liaisons constructibles, prises dans le langage de la science, c'est-à-dire dans une langue précise, y discernent des lois. L'utilisation du mot « loi » montre à quel point la vision positiviste étatise la science. La chasse à l'indistinct a dès lors deux faces. D'une part, il faut s'en tenir aux faits contrôlables : le positiviste recoupe les indices et les témoignages, les expériences et les statistiques, pour s'assurer des appartenances. D'autre part, il faut veiller à la transpa-

rence de la langue. La plupart des « faux problèmes » résultent en effet de ce que l'on s'imagine l'existence d'un multiple, alors que la procédure de sa construction sous le contrôle de la langue, et sous la loi des faits, est incomplète ou incohérente. Sous l'injonction d'être de la pensée constructiviste, le positivisme se dévoue aux tâches, ingrates et utiles, de repérage systématique des multiples présentés, et de précision mesurable des langues. Il est le professionnel de l'entretien des appareils de discernement.

Dans le troisième cas, on pose qu'une proposition politique a nécessairement la forme d'un programme, dont l'agent de réalisation est l'État — lequel n'est évidemment rien d'autre que *l'état de la situation politico-historique* (*cf.* méditation 9). Un programme est très exactement une procédure de construction de parties, dont les partis politiques s'efforcent de montrer qu'elle est compatible avec les règles admises de la langue qui leur est commune (la langue parlementaire, par exemple). L'interminable débat contradictoire sur la « possibilité » (financière, sociale, nationale...) des mesures préconisées par tel ou tel a pour centre de gravité le caractère constructif des multiples dont on annonce le discernement. Du reste, chacun s'exclamera que son opposition n'est pas « systématique », mais « constructive ». Que l'État soit l'enjeu de cette querelle sur le possible est conforme à l'orientation de pensée constructiviste, qui étatise son propos, pour mieux saisir la commensurabilité entre l'état et la situation. Le programme, concentré de la proposition politique, est bien une formule de la langue, qui propose une nouvelle configuration définie par son lien strict à des paramètres de la situation (budgétaires, statistiques, etc.), et le déclare *constructivement* réalisable — c'est-à-dire reconnaissable — dans le champ métastructurel de l'État.

La vision programmatique tient le rôle nécessaire, dans le champ de la politique, de la modération réformatrice. Elle est une médiation de l'État, en ceci qu'elle s'efforce de formuler, dans une langue admise, ce dont l'État est capable. Elle protège ainsi, par temps calme, les esprits d'avoir à reconnaître que ce dont il est capable excède précisément les ressources de cette langue, et qu'il vaudrait mieux s'interroger — mais c'est une sollicitation complexe et aride — sur ce dont eux — les esprits — sont capables, en matière politique, au regard de la surcapacité de l'État. Le programmatique, en fait, met le citoyen à l'abri de la politique.

En définitive, l'orientation de pensée constructiviste subsume le rapport à l'être *dans la dimension du savoir*. Le principe des indiscernables, qui est son axiome central, revient à ceci que ce qui n'est pas susceptible d'être classé dans un savoir n'est pas. « Savoir » désigne ici la capacité à inscrire des nominations contrôlables dans des liaisons licites. A l'opposé du radicalisme de l'ontologie, qui supprime la relation au profit du pur multiple (*cf.* appendice 2), le constructivisme tire des liaisons explicitables dans une langue la garantie d'être des uns-multiples dont l'état entérine l'existence. C'est pourquoi, là où l'ontologie révoque le lien savant et enchaîne fidèlement ses énoncés à partir du pointage paradoxal du vide, la pensée constructiviste avance par étapes sous le contrôle des connexions formulables, proposant ainsi un *savoir de l'être*. C'est la raison pour laquelle elle peut espérer dominer tout excès, c'est-à-dire toute déraisonnable trouée dans le tissu de la langue.

Or il faut bien reconnaître qu'il s'agit là d'une position forte, et que nul ne peut éluder. Le savoir, sa règle modérée, son immanence suivie aux situations, son caractère transmissible, est le régime ordinaire du rapport à l'être dans les circonstances où n'est pas à l'ordre du jour une nouvelle fondation temporelle, et où les diagonales de fidélité ont cette usure de ne plus trop croire à l'événement qu'elles prophétisent.

Plutôt qu'une orientation distincte et agressive, la pensée constructiviste est la philosophie latente du sédimentaire humain, la strate cumulative où l'oubli de l'être est versé au profit de la langue et du consensus de reconnaissance qu'elle véhicule.

Le savoir calme la passion de l'être. Mesure prise de l'excès, il apprivoise l'état, et dispose l'infini de la situation à l'horizon d'une procédure constructive étayée sur le déjà-connu.

Nul ne veut en permanence l'aventure où du vide surgissent des noms improbables. Au demeurant, c'est de l'exercice des savoirs que se tirent la surprise et la motivation subjective de leur improbabilité.

Même à celui qui erre aux abords des sites événementiels, jouant sa vie sur l'occurrence et sur la promptitude de l'intervention, il convient, somme toute, d'être savant.

MÉDITATION VINGT-NEUF

Pliage de l'être et souveraineté de la langue

L'impasse de l'ontologie — la dé-mesure quantitative de l'ensemble des parties d'un ensemble — tourmenta Cantor au point même de son désir fondateur. Avec quelques doutes, et un acharnement que retracent des lettres où se dit au petit matin la dure veille de la pensée et du calcul, il croyait qu'on devait pouvoir démontrer que la quantité de l'ensemble des parties est le cardinal qui vient tout de suite après celui de l'ensemble lui-même, son successeur. Il croyait tout spécialement que $p(\omega_0)$, les parties de l'infini dénombrable (donc, tous les sous-ensembles constitués de nombres entiers), devait être égal en quantité à ω_1, le premier cardinal qui mesure une quantité infinie supérieure au dénombrable. Cette équation, qui s'écrit $| p(\omega_0) | = \omega_1$, est connue sous le nom d'*hypothèse du continu*, parce que le multiple $p(\omega_0)$ est le schème ontologique du continu géométrique, ou spatial. Démontrer l'hypothèse du continu, ou (quand le doute le poignait) la réfuter, fut une obsession terminale de Cantor. Cas où l'individu est en proie, sur un point qu'il pense être local, voire technique, à un défi de pensée dont le sens, aujourd'hui lisible, est exorbitant. Car ce qui tissait ici la déréliction de l'inventeur Cantor n'était rien moins qu'une errance de l'être.

On peut donner un sens global à l'équation $| p(\omega_0) | = \omega_1$. L'hypothèse du continu généralisée soutient que, pour tout cardinal ω_α, on a $| p(\omega_\alpha) | = \omega_{S(\alpha)}$. Ces hypothèses normalisent radicalement l'excès étatique, en lui attribuant une mesure minimale. Puisque nous savons (théorème de Cantor) que $| p(\omega_\alpha) |$ est en tout cas un cardinal supérieur à ω_α, le déclarer égal à $\omega_{S(\alpha)}$, donc au cardinal qui suit ω_α dans la succession des alephs, est, proprement, *le moins qu'on puisse faire*.

Le théorème de Easton (méditation 26) montre que ces « hypothè-

ses » sont en réalité de pures décisions. Rien en effet ne permet, ni de les vérifier ni de les infirmer, puisqu'il est cohérent avec les Idées du multiple que $| p(\omega_\alpha) |$ prenne à peu près n'importe quelle valeur supérieure à ω_α.

Cantor n'avait donc aucune chance dans ses tentatives désespérées d'établir, ou de réfuter, « l'hypothèse du continu ». Le défi ontologique sous-jacent dépassait son intime conviction.

Mais le théorème de Easton est publié en 1970. Entre l'échec de Cantor et lui, s'interposent les résultats de K. Gödel, à la fin des années trente. Ces résultats, forme ontologisée de la pensée constructiviste, établissent déjà que décider d'accepter l'hypothèse du continu ne peut en tout cas rompre la fidélité aux Idées du multiple : cette décision est cohérente avec les axiomes fondamentaux de la science du multiple pur.

Ce qui est remarquable, c'est que la normalisation que représente l'hypothèse du continu — le minimum d'excès étatique — ne voit sa cohérence garantie que dans le cadre d'une doctrine du multiple qui en asservit l'existence aux pouvoirs de la langue (en l'occurrence : la langue formalisée de la logique). Dans ce cadre, en outre, il se trouve que l'axiome de choix n'est plus une décision, car il devient, d'axiome qu'il était dans la théorie de Zermelo, un théorème, fidèlement déductible. Ainsi, l'orientation constructiviste, rétroactivement appliquée à l'ontologie à partir de ses propres impasses, a-t-elle pour effet de conforter l'axiome de l'intervention, au prix, si je puis dire, de le priver de sa valeur intervenante, puisqu'il devient une nécessité qui se tire logiquement des autres axiomes. Il n'y a plus lieu d'intervenir sur l'intervention.

On comprend que Gödel ait fait choix, pour nommer la version volontairement restreinte qu'il agençait de la doctrine du multiple, de l'expression « univers constructible », et que les multiples ainsi soumis à la langue soient appelés « ensembles constructibles ».

1. CONSTRUCTION DU CONCEPT D'ENSEMBLE CONSTRUCTIBLE

Soit un ensemble α. La notion générale de l'ensemble des parties de α, $p(\alpha)$, désigne *tout* ce qui est inclus dans α. Là s'origine l'excès.

L'ontologie constructiviste entreprend de le restreindre, en envisageant de n'admettre comme *parties* de α que ce qui peut être séparé (au sens de l'axiome de séparation) par des propriétés elles-mêmes énoncées dans des formules explicites dont le champ d'application, les paramètres et les quantificateurs sont uniquement rapportés à α lui-même.

Les quantificateurs : si par exemple je veux séparer (et constituer en partie de α) tous les éléments β de α qui ont la propriété « il existe γ tel que β a avec γ la relation R », soit $(\exists\ \gamma)\ [R(\beta,\gamma)]$, il faudra comprendre que le γ en question, allégué par le quantificateur existentiel, doit être un élément de α, et non un multiple existant quelconque, tiré de « tout » l'univers des multiples. Autrement dit, l'énoncé $(\exists\ \gamma)\ [R(\beta,\gamma)]$ doit être lu, dans le cas qui nous occupe, comme : $(\exists\ \gamma)\ [\gamma \in \alpha\ \&\ R(\beta,\gamma)]$.

Il en va de même du quantificateur universel. Si je veux séparer comme partie, mettons, tous les éléments β de α qui sont « universellement » liés à tout multiple par une relation, soit : $(\forall\ \gamma)\ [R(\beta,\gamma)]$, il faut comprendre que $(\forall\ \gamma)$ veut dire : pour tout γ *qui appartient à* α : $(\forall\ \gamma)\ [\gamma \in \alpha \rightarrow R(\beta,\gamma)]$.

Pour ce qui est des paramètres : un paramètre est un nom propre de multiple qui apparaît dans une formule. Prenons par exemple la formule $\lambda(\beta, \beta_1)$, où β est une variable libre, et où β_1 est un nom de multiple spécifié. Cette formule « signifie » que β entretient avec le multiple β_1 une relation définie (dont le sens est fixé par λ). Je peux donc séparer comme partie tous les éléments β de α qui soutiennent effectivement avec le multiple que nomme β_1 la relation en question. Toutefois, dans la vision constructiviste, qui postule une immanence radicale au multiple de départ α, ceci ne sera licite que si le multiple désigné par β_1 appartient lui-même à α. Pour chaque valeur fixe attribuée *dans* α à ce nom β_1, j'aurai une partie — au sens constructif — composée des éléments de α qui ont avec ce « collègue » en appartenance à α la relation exprimée par la formule λ.

Finalement, on considérera comme *partie définissable* de α un regroupement d'éléments de α qu'on peut séparer au moyen d'une formule dont on dira qu'elle est une formule *restreinte à* α, c'est-à-dire une formule où « il existe » s'entend : « il existe dans α », où « pour tout » s'entend : « pour tout élément de α », et où tous les noms d'ensembles doivent être interprétés comme des noms d'éléments de α. On voit comment le concept de partie est ici sévèrement restreint,

sous le concept de partie définissable, par la double autorité de la langue (l'existence d'une formule séparatrice explicite) et de la référence unique à l'ensemble de départ.

On appellera $D(\alpha)$ — « ensemble des parties définissables de α » — l'ensemble des parties qui se laissent ainsi construire. Il est clair que $D(\alpha)$ est un sous-ensemble de $p(\alpha)$, de l'ensemble des parties au sens général. Il ne retient que les parties « constructibles ».

La langue et l'immanence des interprétations filtrent ici le concept de partie : une partie définissable de α est en effet *nommée* par la formule λ, que doivent satisfaire les éléments de cette partie, et *articulée sur* α, en ceci que quantificateurs et paramètres n'importent rien qui lui soit extérieur. $D(\alpha)$ est ce sous-ensemble de $p(\alpha)$ dont on peut discerner les composantes, et désigner explicitement la procédure de dérivation, de regroupement, à partir de l'ensemble α lui-même. L'inclusion est, par le filtre logico-immanent, *serrée* sur l'appartenance.

Avec cet instrument, nous pouvons proposer une hiérarchie de l'être, la hiérarchie constructible.

L'idée est de constituer le vide en « premier » niveau de l'être, et de passer à un niveau suivant en « tirant » du précédent toutes les parties constructibles, c'est-à-dire toutes celles qui sont définissables par une propriété explicite de la langue dans le niveau qui précède. La langue enrichit ainsi progressivement le nombre de multiples purs admis à l'existence, sans rien laisser échapper à son contrôle.

Pour nombrer les niveaux, on aura recours à l'outil-nature : la suite des ordinaux. On note L le concept de niveau constructible, et un index ordinal indique où on en est de la procédure. L_α signifiera : le α-ième niveau constructible. Ainsi, le premier niveau est vide, on posera : $L_0 = \phi$, le signe L_0 indiquant qu'on amorce la hiérarchie. Le second niveau sera constitué de toutes les parties *définissables* de ϕ, dans L_0, donc dans ϕ. En fait, il n'y en a qu'une, qui est $\{\phi\}$. On posera donc : $L_1 = \{\phi\}$. De façon générale, quand on arrive à un niveau L_α, on « passe » au niveau $L_{S(\alpha)}$ en prenant toutes les parties explicitement définissables de L_α (et non toutes les parties, au sens de l'ontologie proprement dite). Donc, $L_{S(\alpha)} = D(L_\alpha)$. Quand on parvient à un ordinal limite, mettons ω_0, on se contente de rassembler tout ce qui est admis aux niveaux antérieurs. On prend *l'union* de ces niveaux, soit : $L_{\omega_0} = \bigcup L_n$, pour tout $n \in \omega_0$. Ou :

$$L_{\omega_0} = \bigcup \{L_0, L_1, \ldots L_n, L_{n+1}, \ldots\}.$$

La hiérarchie constructible se définit ainsi par récurrence de la façon suivante :

$L_0 = \phi$

$L_{S(\alpha)} = D(L_\alpha)$ quand on a affaire à un ordinal successeur,

$L_\alpha = \bigcup_{\beta \in \alpha} L_\beta$ quand on a affaire à un ordinal limite.

Chaque niveau de la hiérarchie constructible norme en fait une « distance » au vide, donc, une complexité croissante. Mais ne sont admis à l'existence que les multiples qui se tirent du niveau inférieur par des constructions explicitables dans la langue formelle, et non « toutes » les parties, y compris les indifférenciées, les innommables, les quelconques.

On dira qu'un multiple γ est *constructible* s'il appartient à un des niveaux de la hiérarchie constructible. On note $L(\gamma)$ la propriété d'être un ensemble constructible : $L(\gamma) \leftrightarrow (\exists\, \alpha)\, [\gamma \in L_\alpha]$, où α est un ordinal.

Notons que si γ appartient à un niveau, il appartient forcément à un niveau successeur, $L_{S(\beta)}$ (montrez-le, en pointant qu'un niveau limite n'est jamais que l'union des niveaux inférieurs). Or, $L_{S(\beta)} = D(L_\beta)$, ce qui veut dire que γ est une partie définissable du niveau L_β. Par conséquent, à tout ensemble constructible est associée une formule λ, qui le sépare dans son niveau d'extraction (ici, L_β), et éventuellement des paramètres, qui sont tous des éléments de ce niveau. Son *appartenance* à $L_{S(\beta)}$, qui signifie son *inclusion* (définissable) dans L_β, est construite à partir du serrage, dans le niveau L_β, et sous le contrôle logico-immanent d'une formule, de l'inclusion sur l'appartenance. On avance à pas comptés, c'est-à-dire nommables.

2. L'HYPOTHÈSE DE CONSTRUCTIBILITÉ

Au point où nous en sommes, « être constructible » n'est qu'une propriété *possible* pour un multiple. Cette propriété — par des moyens techniques de manipulation de la langue formelle que je ne peux ici

restituer — est exprimable dans le langage de la théorie des ensembles, le langage de l'ontologie, dont le seul signe spécifique est $\in$. Dans le cadre de l'ontologie proprement dite, on pourrait considérer qu'il y a des ensembles constructibles, et d'autres qui ne le sont pas. On disposerait ainsi d'un critère négatif du multiple innommable, ou quelconque, ce serait un multiple qui n'est pas constructible, et qui donc appartient à ce que l'ontologie admet comme multiples, sans appartenir à aucun niveau de la hiérarchie L.

Il y a cependant une frappante butée de cette conception qui ramène la restriction constructiviste à n'être que l'examen d'une propriété particulière. En effet, s'il est tout à fait possible de démontrer que des ensembles sont constructibles, *il est impossible de démontrer que des ensembles ne le sont pas*. L'argument, dans sa portée conceptuelle, est celui du nominalisme, dont le triomphe est assuré : si vous démontrez que *tel* ensemble n'est pas constructible, c'est que vous avez su le construire. Comment en effet définir explicitement un tel multiple sans le manifester du même coup comme constructible, justement? Cette aporie du quelconque, ou de l'indiscernable, nous verrons certes — c'est tout le point de la pensée du générique — qu'elle se laisse contourner. Mais il faut en prendre préalablement la mesure.

Tout revient à ceci que l'énoncé « tout multiple est constructible » est *irréfutable* dans le cadre des Idées du multiple que nous avons jusqu'ici avancées — si, bien entendu, ces Idées sont elles-mêmes cohérentes. Il est donc totalement vain d'espérer exhiber démonstrativement un contre-exemple. On peut, sans déroger à la fidélité déductive de l'ontologie, décider de n'accepter comme existants que les ensembles constructibles.

Cette décision est connue dans la littérature sous le nom d'« axiome de constructibilité ». Elle s'écrit : « Pour tout multiple γ, il existe un niveau de la hiérarchie constructible auquel il appartient », soit : $(\forall\, \gamma)\ (\exists\, \alpha)\ [\gamma \in L_\alpha]$, où α est un ordinal.

La démonstration du caractère irréfutable de cette décision — qui n'est nullement considérée par la majorité des mathématiciens comme un axiome, comme une « véritable » Idée du multiple — est d'une subtilité instructive, dont le détail technique excède l'enjeu de ce livre. Elle se fait par autolimitation de l'énoncé « tout multiple est constructible » à l'univers constructible lui-même. La démarche est en gros la suivante :

a. On commence par établir que les sept principaux axiomes de la théorie des ensembles (extensionalité, parties, union, séparation, remplacement, vide et infini) restent « vrais » si on restreint la notion d'ensemble à celle d'ensemble constructible. Autrement dit : l'ensemble des parties constructibles d'un ensemble constructible est constructible; l'union d'un ensemble constructible est constructible, etc. Ce qui revient à dire que l'univers constructible est un *modèle* de ces axiomes, en ceci que l'application des constructions et des garanties d'existence que soutiennent les Idées du multiple, si on en restreint le domaine d'application à l'univers constructible, redonne du constructible. On peut dire aussi qu'à ne considérer *que* les multiples constructibles, on reste dans le cadre des Idées du multiple, car l'effectuation de ces Idées dans cet univers restreint ne nous donnera jamais du non-constructible.

Il est donc clair que toute démonstration tirée des Idées du multiple peut se voir « relativisée », car il est possible de la restreindre à une démonstration qui ne concerne que des ensembles constructibles : il suffit d'adjoindre à chacun des emplois démonstratifs d'un axiome que vous le prenez au sens constructible. Quand vous écrivez « il existe α », cela veut dire « il existe α constructible », et ainsi de suite. On pressent alors — bien que ce pressentiment soit encore un peu inexact — qu'il est impossible de démontrer l'existence d'un ensemble non constructible, car la relativisation de cette démonstration reviendrait en gros à soutenir qu'il existe un ensemble constructible non constructible : la cohérence supposée de l'ontologie, c'est-à-dire la valeur de son opérateur de fidélité — la déduction — n'y survivrait pas.

b. En fait, une fois démontré que l'univers du constructible est un modèle des axiomes fondamentaux de la doctrine du multiple, Gödel complète directement l'irréfutabilité de l'hypothèse « tout multiple est constructible » en montrant que cet énoncé est vrai dans l'univers constructible, qu'il y est une conséquence des axiomes « relativisés ». Le bon sens porte à dire que c'est trivial : si on est dans l'univers constructible, il est assuré que tout multiple y est constructible ! Mais le bon sens s'égare dans le labyrinthe que tissent la souveraineté de la langue et que l'être y soit plié. Ce qu'il s'agit d'établir est que l'énoncé : $(\forall\, \alpha)\ [(\exists\, \beta)\ (\alpha \in L_\beta)]$, est un théorème de l'univers constructible. Autrement dit, que *si* les quantificateurs $(\forall\, \alpha)$ et $(\exists\, \beta)$ sont restreints à cet univers (« pour tout α constructible », et « il existe un β constructible »), et *si* l'écriture « $\alpha \in L_\beta$ » — donc, le *concept*

de niveau — peut être explicitement présentée comme une *formule* restreinte, au sens constructible, *alors* cet énoncé sera déductible dans l'ontologie. Pour lever un coin du voile, remarquons que la relativisation à l'univers constructible des deux quantificateurs donne :

$$(\forall \alpha)\,[(\exists \gamma)\,(\alpha \in L_\gamma) \rightarrow (\exists \beta)\,[(\exists \partial)\,(\beta \in L_\partial)\ \&\ (\alpha \in L_\beta)]$$

pour tout α... il existe un ordinal β... tel que $\alpha \in L_\beta$
constructible... constructible...

L'examen de cette formule nous montre ses deux points d'achoppement :

— Il faut être sûr que les niveaux L_β peuvent être indexés par des ordinaux constructibles. Mais en vérité *tout* ordinal est constructible comme le lecteur en trouvera l'intéressante preuve dans l'appendice 4. Intéressante, parce que pour la pensée elle revient à ceci que la nature est universellement nommable (ou constructible). Cette démonstration, qui n'est pas entièrement triviale, fait déjà partie du résultat de Gödel.

— Il faut être sûr que des écritures comme $\alpha \in L_\gamma$ ont un sens constructible. Autrement dit que le concept de niveau constructible est lui-même constructible. On le fera en montrant que la fonction qui à tout ordinal α fait correspondre le niveau L_α — donc, la définition par récurrence des niveaux L_α — n'est pas modifiée dans son résultat si on la relativise à l'univers constructible. Car cette définition du constructible nous l'avons donnée *dans l'ontologie* et non dans l'univers constructible. Il n'est pas assuré que les niveaux L_α soient « les mêmes » si on les définit à l'intérieur de leur propre empire.

3. ABSOLUITÉ

Il est caractéristique que pour désigner une propriété, ou une fonction, qui reste « la même » dans l'ontologie proprement dite et dans sa relativisation, les mathématiciens emploient l'adjectif « absolu ». Ce symptôme est d'importance.

Soit une formule quelconque $\lambda(\beta)$, où β est une variable libre de

la formule (s'il y en a). On définira la *restriction à l'univers constructible* de cette formule en utilisant les procédures qui nous ont servi à construire le concept de constructibilité, c'est-à-dire en considérant que, dans λ, un quantificateur $(\exists \beta)$ signifie : « il existe β constructible » — ou : $(\exists \beta)\,[L(\beta)\ \&\ldots]$ —, un quantificateur $(\forall \beta)$, « pour tout β constructible » — ou : $(\forall \beta)\,[L(\beta) \rightarrow \ldots]$ —, et que la variable β n'est autorisée à prendre que des valeurs constructibles. La formule ainsi obtenue se note $\lambda^L(\beta)$, à lire : « restriction de la formule λ à l'univers constructible ». Nous avons précédemment indiqué, par exemple, que la restriction à l'univers constructible des axiomes de la théorie des ensembles était déductible.

On dira qu'une formule $\lambda(\beta)$ est *absolue pour l'univers constructible* si l'on peut démontrer que sa restriction est équivalente à elle-même, pour des valeurs constructibles fixées des variables. Autrement dit si l'on a : $L(\beta) \rightarrow [\lambda(\beta) \leftrightarrow \lambda^L(\beta)]$.

L'absoluité signifie que la formule, dès qu'elle est testée *dans* l'univers constructible, a la même valeur de vérité que sa restriction à cet univers. Si la formule est absolue, la restriction ne restreint donc pas sa vérité, dès qu'on est en position d'immanence à l'univers constructible. On peut montrer par exemple que l'opération « union » est absolue pour l'univers constructible, en ceci que si $L(\alpha)$, alors $\cup\ \alpha = (\cup\ \alpha)^L$: l'union (au sens général) d'un α constructible est *la même chose*, le même être, que l'union au sens constructible.

L'absolu est ici l'équivalence de la vérité générale et de la vérité restreinte. L'absolu est un prédicat de ces énoncés que leur restriction n'atteint pas dans leur valeur de vérité.

Si l'on revient maintenant à notre problème, le point est d'établir que le concept de hiérarchie constructible est absolu pour l'univers constructible, donc en quelque sorte absolu pour lui-même. Soit que : $L(\alpha) \rightarrow [L(\alpha) \leftrightarrow L^L(\alpha)]$, où $L^L(\alpha)$ signifie le *concept constructible de la constructibilité*.

Pour traiter ce point il faut bien plus de rigueur dans la manipulation de la langue formelle que nous n'en avons introduit jusqu'ici. Il est requis de scruter ce qu'est exactement une formule restreinte, et de la « décomposer » en opérations ensemblistes élémentaires *en nombre fini* (les « opérations de Gödel »), puis de démontrer que chacune de ces opérations est absolue pour l'univers constructible. On établit alors qu'en effet la fonction qui à chaque ordinal α fait corres-

pondre le niveau L_α est absolue pour l'univers constructible. On peut conclure que l'énoncé « tout multiple est constructible » est vrai, relativisé à l'univers constructible, ou : que tout ensemble constructible est constructiblement constructible.

Ainsi *l'hypothèse* que tout ensemble est constructible est un *théorème* de l'univers constructible.

L'effet de cette inférence est immédiat : si l'énoncé « tout multiple est constructible » est vrai dans l'univers constructible, on ne peut en produire aucune réfutation dans l'ontologie proprement dite. Une telle réfutation serait en effet relativisable (puisque tous les axiomes le sont), et on pourrait réfuter, *dans* l'univers constructible, la relativisation de cet énoncé. Ce qui ne se peut, puisque au contraire cette relativisation y est déductible.

La décision de n'accepter l'existence que des multiples constructibles est ainsi sans risque. Aucun contre-exemple ne peut, à s'en tenir aux Idées classiques du multiple, venir en ruiner la rationalité. L'hypothèse d'une ontologie soumise à la langue — donc d'un nominalisme ontologique — est irréfutable.

Un aspect empirique de la question est que, bien entendu, aucun mathématicien ne pourra jamais exhiber un multiple non constructible. Les grands ensembles de la mathématique active (nombres entiers, nombres réels et complexes, espaces fonctionnels, etc.) sont tous constructibles.

Est-ce assez pour convaincre celui dont le désir n'est pas seulement de faire avancer l'ontologie (donc, d'être mathématicien), mais de penser la pensée ontologique ? Faut-il avoir la sagesse de plier l'être aux réquisits de la langue formelle ? Le mathématicien, qui ne *rencontre* jamais que des ensembles constructibles, a sans doute aussi, latent, cet *autre* désir, et j'en vois le signe dans ce qu'en général il répugne à tenir l'hypothèse de la constructibilité — pourtant homogène à toute réalité qu'il manie — pour un axiome au même sens que les autres.

C'est que les conséquences normalisatrices de ce pliage de l'être, de cette souveraineté de la langue, sont telles qu'elles proposent un univers aplati et correct, où l'excès et ramené à la plus stricte des mesures, et où les situations persévèrent indéfiniment dans leur être réglé. Nous allons voir successivement que, si on assume que tout multiple est constructible, l'événement n'est pas, l'intervention est non intervenante (ou légale), et la dé-mesure de l'état est exactement mesurable.

4. LE NON-ÊTRE ABSOLU DE L'ÉVÉNEMENT

Le non-être de l'événement est, dans l'ontologie proprement dite, une décision. Pour forclore de l'existence les multiples qui s'appartiennent à eux-mêmes — les ultra-uns —, il faut un axiome spécial, l'axiome de fondation (méditation 14). La délimitation du non-être résulte d'un énoncé explicite et inaugural.

Avec l'hypothèse de constructibilité tout change. On peut en effet cette fois *démontrer* qu'aucun multiple (constructible) n'est événementiel. Ou encore : l'hypothèse de constructibilité réduit l'axiome de fondation au rang de théorème, de conséquence fidèle des autres Idées du multiple.

Soit en effet un ensemble α constructible. Supposons qu'il soit élément de lui-même, que l'on ait $\alpha \in \alpha$. L'ensemble α, qui est constructible, *apparaît* dans la hiérarchie à un certain niveau, mettons $L_{S(\beta)}$. Il apparaît comme *partie* définissable du niveau précédent. On a donc $\alpha \subset L_\beta$. Mais puisque $\alpha \in \alpha$, on a aussi $\alpha \in L_\beta$, si α est partie de L_β. Donc α était *déjà* apparu au niveau L_β, alors que nous avons supposé que son premier niveau d'apparition était $L_{S(\beta)}$. Cette antécédence à soi est constructiblement impossible. On voit comment l'engendrement hiérarchique barre ici la possibilité de l'auto-appartenance. Entre la construction cumulative par niveaux et l'événement, il faut choisir. Si donc tout multiple est constructible, aucun multiple n'est événementiel. Nous n'avons ici nul besoin de l'axiome de fondation : l'hypothèse de constructibilité pourvoit à l'élimination déductible de toute multiplicité « anormale », de tout ultra-un.

Dans l'univers constructible, il est nécessaire (et non pas décidé) que l'événement n'existe pas. C'est une différence de principe. La reconnaissance intervenante de l'événement contrevient à une thèse spéciale, et originaire, de l'ontologie générale. Elle *réfute* en revanche la cohérence de l'univers constructible. Dans le premier cas, elle suspend un axiome. Dans le second, elle ruine une fidélité. Entre l'hypothèse de constructibilité et l'événement, il faut choisir. Et la discordance se maintient jusque dans le sens du mot « choix » : l'hypo-

thèse de constructibilité n'a pas plus d'égard pour l'intervention que pour l'événement.

5. LA LÉGALISATION DE L'INTERVENTION

Pas plus que l'axiome de fondation, l'axiome de choix n'est un axiome, dans l'univers constructible. Cette décision inouïe, qui entraîna tant de tumulte, s'y trouve également réduite à n'être qu'un effet des autres Idées du multiple. Non seulement on peut démontrer qu'il existe une fonction de choix (constructible) sur tout ensemble constructible, mais encore qu'il en existe une, toujours identique, et définissable, qui est capable d'opérer sur n'importe quel multiple (constructible), ce qu'on appelle une fonction de choix *globale*. L'illégalité du choix, l'anonymat des représentants, l'insaisissable de la délégation (sur tout cela, voir méditation 22) sont rabattus sur l'uniformité procédurière d'un ordre.

J'avais mis en évidence la duplicité de l'axiome de choix. Procédure sauvage du représentant sans loi de représentation, il ne conduisait pas moins à concevoir tout multiple comme susceptible d'être bien ordonné. Le comble du désordre s'inversait en comble de l'ordre. Ce deuxième aspect est central dans l'univers constructible. On y démontre directement, sans aucune hypothèse supplémentaire, sans aucun pari sur l'intervention, que tout multiple est bien ordonné. Esquissons le cheminement de ce triomphe ordonnateur de la langue. Il vaut la peine — sans souci d'une rigueur achevée — de jeter un œil sur les techniques de l'ordre, telles que la vision constructiviste les dispose dans un jour sans ombre.

En fait, tout, ou à peu près, se tire du caractère *fini* des écritures explicites de la langue (les formules). Tout ensemble constructible est une partie définissable d'un niveau L_β. La formule λ qui le définit ne comporte qu'un nombre fini de signes. Il est donc possible de ranger, ou d'ordonner, toutes les formules, à partir de leur « longueur » (de leur nombre de signes). On conviendra ensuite, et il suffit de quelques bricolages techniques pour réaliser cette convention, d'ordonner *tous* les multiples constructibles à partir de l'ordre des formules

qui les définissent. En somme, puisque tout multiple constructible a un *nom* (une phrase, une formule, le désigne), l'ordre des noms induit un ordre total de ces multiples. C'est la puissance de tout dictionnaire que d'exhiber une liste des multiplicités nommables. Les choses sont certes un peu plus compliquées, car il faudra aussi tenir compte de ce que c'est *à un certain niveau* L_β qu'un multiple constructible est définissable. On combinera en fait l'ordre des mots, ou formules, et l'ordre supposé antérieurement obtenu sur les éléments du niveau L_β. Mais le cœur de la procédure relève bien de ce que tout ensemble de phrases finies peut être bien ordonné.

Il en résulte que tout niveau L_β est bien ordonné, et que la hiérarchie constructible tout entière l'est.

L'axiome de choix n'est plus qu'une sinécure : étant donné un multiple constructible quelconque, la « fonction de choix » n'aura qu'à sélectionner, par exemple, le plus petit élément de ce multiple, dans le bon ordre qu'induit son inclusion dans le niveau L_α dont il est une partie définissable. C'est une procédure uniforme, déterminée, et, si je puis dire, sans choix.

Nous avons ainsi indiqué que se *démontre* l'existence d'une fonction de choix sur tout ensemble constructible, et nous sommes en état, de fait, de construire, d'exhiber, cette fonction. Il convient donc d'abandonner, dans l'univers constructible, l'expression « axiome de choix » et de lui substituer celle de « théorème du bon ordre universel ».

L'avantage métathéorique de cette démonstration est qu'il est désormais assuré que l'axiome de choix est (dans l'ontologie générale) cohérent avec les autres Idées du multiple. Car si on pouvait le réfuter à partir de ces Idées, c'est-à-dire démontrer qu'il existe un ensemble sans fonction de choix, il existerait de cette démonstration une version *relativisée*. On pourrait démontrer quelque chose comme : « Il existe un ensemble constructible qui n'admet pas de fonction de choix constructible. » Mais nous venons de démontrer le contraire.

Si l'ontologie sans l'axiome de choix est cohérente, il faut qu'elle le soit aussi avec l'axiome de choix, car, dans la version restreinte de l'ontologie qu'est l'univers constructible, l'axiome de choix est une conséquence fidèle des autres axiomes.

L'inconvénient est que l'hypothèse de constructibilité ne délivre du « choix » qu'une version nécessaire et explicite. Conséquence déductive, cet « axiome » perd tout ce qui en faisait la forme-multiple de

l'intervention : illégalité, anonymat, existence sans existant. Il n'est plus qu'une formule où se déchiffre l'ordre total auquel la langue plie l'être, quand on admet qu'elle légifère sur ce qu'il est admissible de recevoir comme un-multiple.

6. NORMALISATION DE L'EXCÈS

L'impasse de l'ontologie est changée en passe par l'hypothèse de constructibilité. Non seulement la grandeur intrinsèque de l'ensemble des parties est parfaitement fixée, mais en outre elle est, je l'ai déjà annoncé, la plus petite possible. Nulle décision là non plus n'est requise pour mettre fin à l'errance excessive de l'état. On *démontre* que si ω_α est un cardinal constructible, l'ensemble de ses parties constructibles a pour cardinalité $\omega_{S(\alpha)}$. L'hypothèse généralisée du continu est vraie dans l'univers constructible. Ce qui, attention, doit être lu :
$\mathrm{L}(\omega_\alpha) \rightarrow [\ |\ p(\omega_\alpha)\ |\ = \omega_{S(\alpha)}]^{\mathrm{L}}$, écriture où tout est restreint à l'univers constructible.

Je me contenterai cette fois d'encadrer la démonstration, afin d'en pointer l'obstacle.

La première remarque à faire est que désormais quand nous parlerons d'un cardinal ω_α, il faudra entendre : le α-ième aleph *constructible*. Le point est délicat, mais tout à fait éclairant sur le « relativisme » qu'induit toute orientation de pensée constructiviste. Car le concept de cardinal, à la différence de celui d'ordinal, *n'est pas absolu*. Qu'est-ce, en effet, qu'un cardinal ? C'est un ordinal tel qu'il n'y a pas de correspondance bi-univoque entre lui et un ordinal qui le précède (un ordinal plus petit). Mais une correspondance bi-univoque, comme toute relation, n'est jamais qu'un multiple. Dans l'univers constructible, un ordinal est un cardinal s'il n'existe pas, entre lui et un ordinal plus petit, de correspondance bi-univoque *constructible*. Il se peut donc qu'étant donné un ordinal α, il soit un cardinal dans l'univers constructible, et ne le soit *pas* dans l'univers de l'ontologie. Il suffit pour cela qu'existe entre α et un ordinal plus petit une correspondance bi-univoque non constructible, mais pas de correspondance bi-univoque constructible.

J'ai dit « il se peut ». Tout le sel de l'affaire est que ce « il se peut » ne sera jamais un « c'est sûr ». Car pour cela il faudrait montrer l'existence d'un ensemble (la correspondance bi-univoque) non constructible, ce qui est impossible. L'existence *possible* suffit cependant à désabsolutiser le concept de cardinal. Quoique indémontrable, rôde sur la suite des cardinaux constructibles le risque qu'ils soient « plus nombreux » que les cardinaux au sens de l'ontologie. Il se peut qu'il y ait des cardinaux créés par la contrainte de la langue et la restriction qu'elle opère sur les correspondances bi-univoques mises en jeu. Ce risque se rattache en profondeur à ceci, que la cardinalité est définie en terme d'inexistence (pas de correspondance bi-univoque). Or, rien n'est moins absolu que l'inexistence.

Venons-en au récit de la preuve.

On commence par montrer que la quantité intrinsèque — le cardinal — d'un niveau infini de la hiérarchie constructible est égale à celle de son indice ordinal. Soit que $|\ \mathrm{L}_\alpha\ | = |\ \alpha\ |$. Cette démonstration est un exercice un peu subtil auquel le lecteur habile peut s'attaquer à partir des méthodes de l'appendice 4.

Ce résultat acquis, la stratégie déductive est la suivante :

Soit un cardinal (au sens constructible) ω_α. Ce que nous savons c'est que $|\ \mathrm{L}_{\omega_\alpha}\ | = \omega_\alpha$ et que $|\ \mathrm{L}_{\omega_{S(\alpha)}}\ | = \omega_{S(\alpha)}$: deux niveaux dont les indices sont deux cardinaux successifs ont chacun pour cardinalité ces deux cardinaux. Naturellement, entre $\mathrm{L}_{\omega_\alpha}$ et $\mathrm{L}_{\omega_{S(\alpha)}}$, il y a une foule gigantesque de niveaux, tous ceux qui sont indexés par les innombrables *ordinaux* situés « entre » ces deux ordinaux très particuliers, qui sont des cardinaux, des alephs. Ainsi, entre L_{ω_0} et L_{ω_1}, nous avons $\mathrm{L}_{S(\omega_0)}$, $\mathrm{L}_{S(S(\omega_0))}$,..., $\mathrm{L}_{\omega_0 + \omega_0}$,... $\mathrm{L}_{\omega_0^2}$,... $\mathrm{L}_{\omega_0^n}$...

Que dire des *parties* du cardinal ω_α ? « Partie » doit être pris au sens constructible, naturellement. Il va y avoir des parties de ω_α qui seront définissables dans $\mathrm{L}_{S(\omega_\alpha)}$, et qui vont apparaître au niveau suivant, $\mathrm{L}_{S(S(\omega_\alpha))}$, puis d'autres au niveau suivant, etc. L'idée fondamentale de la démonstration est d'établir que *toutes* les parties constructibles de ω_α seront « épuisées » *avant* d'arriver au niveau $\mathrm{L}_{\omega_{S(\alpha)}}$. Il en résultera que toutes ces parties se retrouvent dans le niveau $\mathrm{L}_{\omega_{S(\alpha)}}$, qui, nous l'avons vu, conserve ce qui a été précédemment construit. Si toutes les parties constructibles de ω_α sont éléments de $\mathrm{L}_{\omega_{S(\alpha)}}$, alors $p(\omega_\alpha)$ *au sens constructible*, soit si vous voulez $p^{\mathrm{L}}(\omega_\alpha)$, est lui-même une partie de ce niveau. Mais si $p^{\mathrm{L}}(\omega_\alpha) \subset \mathrm{L}_{\omega_{S(\alpha)}}$, sa car-

dinalité étant au plus égale à celle de l'ensemble dans lequel il est inclus, on a (puisque $| \coprod_{\omega_{S(\alpha)}} | = \omega_{S(\alpha)}$) : $| p(\omega_\alpha) | < \omega_{S(\alpha)}$. Et comme le théorème de Cantor nous dit que $\omega_\alpha < | p(\omega_\alpha) |$, on voit que $| p(\omega_\alpha) |$ est forcément égal à $\omega_{S(\alpha)}$, car « entre » ω_α et $\omega_{S(\alpha)}$, il n'y a aucun cardinal.

Tout revient donc à montrer qu'une partie constructible de ω_α apparaît dans la hiérarchie avant le niveau $\coprod_{\omega_{S(\alpha)}}$. Le lemme fondamental s'écrit ainsi : Pour toute partie constructible $\beta \subset \omega_\alpha$, il existe un ordinal γ tel que $\gamma \in \omega_{S(\alpha)}$, avec $\beta \in \coprod_\gamma$.

C'est ce lemme, roc de la démonstration, qui est au-dessus des moyens que je veux engager dans ce livre. Lui aussi requiert une analyse très serrée de la langue formelle.

Sous sa condition, nous obtenons cette totale domination de l'excès étatique qui s'exprime par la formule : $| p(\omega_\alpha) | = \omega_{S(\alpha)}$, soit le placement, dans l'univers constructible, de l'ensemble des parties d'un aleph *juste après lui*, selon la puissance que définit l'aleph successeur.

Au fond, la souveraineté de la langue, si on adopte la vision constructiviste, produit cet énoncé où je court-circuite l'explicitation quantitative et dont le charme ne peut échapper : *l'état succède à la situation*.

7. L'ASCÈSE SAVANTE ET SA LIMITATION

Cette longue, cette sinueuse méditation à travers le scrupule du constructible, ce soin technique toujours inachevable, ce retour incessant à l'explicite de la langue, cette connexion lourde entre l'existence et la grammaire, ne croyez pas qu'il faille y lire, avec ennui, l'abandon incontrôlé aux artifices formels. Chacun peut voir que l'univers constructible, dans sa fine procédure plus encore que dans son résultat, est le symbole ontologique du savoir. L'ambition qui anime ce genre de pensée est de tenir le multiple sous la prise de ce qui se laisse écrire et vérifier. L'être n'est admis à l'être que dans la transparence des signes qui enchaînent sa dérivation, à partir de ce que, déjà, on sut inscrire. J'ai désiré transmettre, plus encore que l'esprit général d'une ontologie ordonnée au savoir, l'ascèse de ses moyens, la minu-

tie horlogère du filtre disposé entre présentation et représentation, entre appartenance et inclusion, entre l'immédiat du multiple et la construction des regroupements licites où il transite vers la juridiction de l'état. Le nominalisme règne, je l'ai dit, dans notre monde, il en est la philosophie spontanée. L'universelle valorisation de la « compétence », y compris dans la sphère politique, en est la mouture la plus basse, dont tout le propos est d'assurer qu'est compétent celui qui sait nommer les réalités telles qu'elles sont. Mais il s'agit là d'un nominalisme paresseux, car notre temps n'a pas non plus le temps de l'authentique savoir. L'exaltation de la compétence est bien plutôt le désir, pour faire l'économie de la vérité, de glorifier le savoir sans savoir.

Au pied du mur de l'être, l'ontologie savante, ou constructible, est en revanche ascétique et acharnée. Le gigantesque travail par lequel elle raffine la langue et fait passer dans ses filtres subtils la présentation de la présentation, travail auquel, après Gödel, Jensen a attaché son nom, est proprement admirable. Nous avons là la vue la plus claire, parce que la plus complexe et la plus précise, de ce qui est prononçable de l'être-en-tant-qu'être sous la condition de la langue et du discernable. L'examen des conséquences de l'hypothèse de constructibilité nous donne le paradigme ontologique de la pensée constructiviste, et nous enseigne ce dont le savoir est capable. Les résultats sont là : le maladif excès de l'état d'une situation se trouve, sous l'œil savant qui instruit l'être selon la langue, ramené à une prééminence quantitative minimale et mesurable.

Nous savons aussi que le prix à payer — mais en est-il un pour le savoir lui-même ? — est la révocation absolue et nécessaire de toute pensée de l'événement, et le rabaissement de la forme-multiple de l'intervention à une figure définissable de l'ordre universel.

C'est que, assurément, l'univers constructible est étroit. Il contient, si l'on peut dire, le moins possible de multiples. Il compte pour un avec parcimonie, la langue réelle, discontinue, étant une puissance infinie, mais qui ne dépasse pas le dénombrable.

J'ai dit que toute évaluation directe de cette étroitesse était impossible. Faute de pouvoir exhiber ne fût-ce qu'un ensemble non constructible, on ne peut savoir de combien de multiples, de quelle richesse de l'être, nous prive la pensée du constructible. Le sacrifice ici demandé, pour prix de la mesure et de l'ordre, est à la fois intuitivement énorme et rationnellement inchiffrable.

Toutefois, si l'on élargit le cadre des Idées du multiple, par l'admission axiomatique de multiples « très grands », de cardinaux dont on ne peut inférer qu'ils existent par les seules ressources des axiomes classiques, on peut, de cet observatoire où l'être est d'emblée magnifié dans sa puissance d'excès infini, constater que la limitation introduite dans la pensée de l'être par l'hypothèse de constructibilité est véritablement draconienne, et que le sacrifice est, littéralement, démesuré. Ainsi ce que j'ai appelé dans la méditation 27 la troisième orientation de la pensée, celle qui s'exerce à la nomination de multiples si transcendants qu'on en attend qu'ils ordonnent ce qui les précède, quoiqu'elle échoue le plus souvent dans son ambition propre, peut servir à juger les effets réels de l'orientation constructiviste. De mon point de vue, qui n'est ni celui du pouvoir de la langue (dont je reconnais l'indispensable ascèse), ni celui de la transcendance (dont je reconnais l'héroïsme), il y a quelque plaisir à voir comment chacune de ces voies permet un diagnostic sur l'autre.

Dans l'appendice 3, je parle des « grands cardinaux », dont l'axiomatique ensembliste classique ne permet pas de déduire l'existence, mais dont on peut, par confiance en la prodigalité de la présentation, déclarer qu'ils sont, quitte à étudier si ce faisant on ne ruine pas la cohérence de la langue. Par exemple, un cardinal à la fois limite et « régulier » autre que ω_0 existe-t-il ? On montre que c'est affaire de décision. De tels cardinaux sont dits « faiblement inaccessibles ». Des cardinaux « fortement inaccessibles » ont la propriété d'être « réguliers », et d'être en outre tels qu'ils surpassent en grandeur intrinsèque l'ensemble des parties de tout ensemble qui est plus petit qu'eux. Si π est inaccessible, et si $\alpha < \pi$, on a aussi $| p(\alpha) | < \pi$. Ainsi, ces cardinaux ne se laissent pas atteindre par la réitération de l'excès étatique sur ce qui leur est inférieur.

Mais il y a la possibilité de définir des cardinaux bien plus gigantesques que le premier cardinal fortement inaccessible. Par exemple, les cardinaux de Mahlo sont encore plus grands que le premier cardinal inaccessible π qui a la propriété d'être lui-même le π-ième cardinal inaccessible (donc qui est tel que l'ensemble des cardinaux inaccessibles plus petits que lui a pour cardinalité π).

La théorie des « grands cardinaux » s'est constamment enrichie de nouveaux monstres. Tous doivent faire l'objet, si on veut en assurer l'existence, d'axiomes spéciaux. Tous cherchent à constituer dans

l'infini un abîme comparable à celui qui distingue le premier infini, ω_0, des multiples finis. Aucun n'y parvient exactement.

Les moyens techniques pour définir un très grand cardinal sont très variés. Ils peuvent avoir des propriétés d'inaccessibilité (telle ou telle opération appliquée aux cardinaux plus petits ne permet pas de les construire), mais aussi des propriétés positives, qui n'ont pas de rapport immédiatement visible avec la grandeur intrinsèque, mais qui cependant l'exigent. L'exemple classique est celui des cardinaux mesurables, dont la propriété spécifique, que je laisse à son mystère apparent est la suivante : un cardinal π est mesurable s'il existe sur π un ultrafiltre non principal π-complet. On voit que cet énoncé est une assertion d'existence, et non une procédure d'inaccessibilité. On démontre cependant, par exemple, qu'un cardinal mesurable est un cardinal de Mahlo. Et jetant déjà une certaine lumière sur l'effet limitant de l'hypothèse de constructibilité, on démontre (Scott, 1961) que, si on admet cette hypothèse, il n'y a pas de cardinal mesurable. L'univers constructible *décide*, lui, de l'impossibilité d'être pour certaines multiplicités transcendantes. Il restreint la prodigalité infinie de la présentation.

Diverses propriétés concernant les « partitions » des ensembles introduisent aussi à la supposition d'existence de très grands cardinaux. On peut voir (appendice 3) que la « singularité » d'un cardinal est, en somme, une propriété partitive : il se laisse découper en un nombre plus petit que lui de morceaux plus petits que lui.

Considérons la propriété de partition que voici. Etant donné un cardinal π, soit, pour chaque nombre entier n, les n-uplets d'éléments de π. L'ensemble de ces n-uplets sera noté $[\pi]^n$, à lire : l'ensemble dont les éléments sont tous les ensembles de type $\{\beta_1, \beta_2, \ldots \beta_n\}$ où β_1, $\beta_2, \ldots \beta_n$ sont n éléments de π. Vous considérez maintenant l'union de tous les $[\pi]^n$, *pour* $n \to \omega_0$. Autrement dit l'ensemble constitué par *toutes* les suites finies d'éléments de π. Soit une partition en deux de cet ensemble : d'un côté, certains n-uplets, de l'autre les autres. Notez que cette partition coupe chaque $[\pi]^n$: il y a probablement, par exemple, d'un côté des triplets $\{\beta_1, \beta_2, \beta_3\}$ d'éléments de π, de l'autre d'autres triplets $\{\beta'_1, \beta'_2, \beta'_3\}$, et il en est ainsi pour tout n. On dit qu'un sous-ensemble $\gamma \subset \pi$ de π est *n-homogène* pour la partition si tous les n-uplets d'éléments de γ sont dans la même moitié. Ainsi, γ est *2*-homogène pour la partition si *toutes* les paires $\{\beta_1, \beta_2\}$ avec $\beta_1 \in \gamma$ et $\beta_2 \in \gamma$ sont dans la même moitié.

On dira que $\gamma \subset \pi$ est *globalement homogène* pour la partition s'il est n-homogène pour tout n. Ça ne signifie *pas* que tous les n-uplets, pour n quelconque, sont dans la même moitié. Ça signifie que, n étant fixé, pour cet n, ils sont tous dans une des moitiés. Par exemple, toutes les paires $\{\beta_1, \beta_2\}$ d'éléments de γ doivent être dans la même moitié. Tous les triplets $\{\beta_1, \beta_2, \beta_3\}$ doivent aussi être dans la même moitié (mais ce peut être l'autre moitié que celle où sont les paires), etc.

Un cardinal π est un *cardinal de Ramsey* si, pour *toute* partition ainsi définie — donc, une partition en deux de l'ensemble $\bigcup_{n \in \omega_0} [\pi]^n$ —, il existe un sous-ensemble $\gamma \subset \pi$, qui est de cardinalité π, et qui est globalement homogène pour la partition.

On ne voit pas très bien le lien avec la grandeur intrinsèque. On démontre cependant que tout cardinal de Ramsey est inaccessible, qu'il est faiblement compact (autre espèce de monstre), etc. Bref, un cardinal de Ramsey est fort grand.

Or, Rowbottom publie en 1971 le remarquable résultat que voici : s'il existe un cardinal de Ramsey, pour tout cardinal plus petit que lui, l'ensemble des parties *constructibles* de ce cardinal a une puissance égale à ce cardinal. Autrement dit : si π est un cardinal de Ramsey, et si $\omega_\alpha < \pi$, on a $| p^{\llcorner}(\omega_\alpha) | = \omega_\alpha$. En particulier, on a $| p^{\llcorner}(\omega_0) | = \omega_0$, ce qui signifie que l'ensemble des parties constructibles du dénombrable — c'est-à-dire les nombres réels constructibles, le continu constructible — n'excède *pas* le dénombrable lui-même.

Le lecteur peut sursauter : le théorème de Cantor, dont il existe certainement une relativisation constructible, ne dit-il pas que, toujours et partout, $| p(\omega_\alpha) | > \omega_\alpha$? Oui, mais le théorème de Rowbottom est un théorème *de l'ontologie générale*, et non un théorème immanent à l'univers constructible. *Dans* l'univers constructible, on a évidemment ceci : « L'ensemble des parties (constructibles) d'un ensemble (constructible) a une puissance (au sens constructible) supérieure (au sens constructible) à celle (au sens constructible) de l'ensemble initial. » Avec cette restriction, on a bien *dans* l'univers constructible, $\omega_\alpha < | p(\omega_\alpha) |$, ce qui veut dire : il n'existe pas de correspondance bi-univoque *constructible* entre l'ensemble des parties constructibles de ω_α et ω_α lui-même.

Le théorème de Rowbottom, lui, traite des cardinalités dans l'ontologie générale. Il déclare que, s'il existe un cardinal de Ramsey, alors

il y a bel et bien une correspondance bi-univoque entre ω_α (au sens général) et l'ensemble de ses parties constructibles. Il en résulte en particulier que le ω_1 *constructible*, qui est constructiblement égal à $| p(\omega_0) |$ n'est, dans l'ontologie générale avec cardinal de Ramsey, pas du tout un cardinal (au sens général).

Si le point de vue de la vérité, excédant la loi stricte de la langue, est celui de l'ontologie générale, et si la confiance en la prodigalité de l'être pousse à admettre l'existence d'un cardinal de Ramsey, alors le théorème de Rowbottom nous donne la mesure du sacrifice auquel nous convie l'hypothèse de constructibilité : elle n'autorise à exister pas plus de parties qu'il n'y a d'éléments dans la situation, et elle crée de « faux cardinaux ». L'excès, pour le coup, n'est pas mesuré, mais annulé.

La situation, caractéristique de la position du savoir, est finalement la suivante. *De l'intérieur* de règles qui codent l'admission à l'existence des multiples dans la vision constructiviste on a un univers complet intégralement ordonné, où l'excès est minimal, et où événement et intervention sont réduits à n'être que des conséquences nécessaires de la situation. *De l'extérieur*, soit du point où l'on ne tolère aucune restriction sur les parties, où l'inclusion excède radicalement l'appartenance, où l'on assume l'existence du quelconque et de l'innommable (et l'assumer signifie seulement qu'on ne l'interdit pas, puisque par ailleurs on ne peut le *montrer*), l'univers constructible apparaît d'une stupéfiante pauvreté, en ce qu'il a réduit à rien la fonction de l'excès, et ne fait que la mettre en scène par des cardinaux fictifs.

Cette pauvreté du savoir — ou cette dignité des procédures, puisque ladite pauvreté ne se voit que du dehors, et sous des hypothèses risquées — résulte en fin de compte de ce que sa loi propre, outre le discernable, est le décidable. Le savoir exclut l'ignorance. Cette tautologie est profonde : elle désigne l'ascèse savante, et l'univers qui lui correspond, comme captés par le désir de la décision. Nous avons vu comment, avec l'hypothèse de constructibilité, on tranchait positivement sur l'axiome de choix ou l'hypothèse du continu. Comme le dit A. Levy : « L'axiome de constructibilité donne une description si exacte de ce que sont tous les ensembles qu'un des problèmes ouverts les plus profonds en théorie des ensembles est de trouver un énoncé naturel de la théorie des ensembles qui ne se réfère pas directement ou indi-

rectement à de très grands ordinaux [...] et qui ne soit ni prouvé ni réfuté par l'axiome de constructibilité. » Et à propos de l'épineuse question de savoir quels ordinaux réguliers ont ou n'ont pas la « propriété de l'arbre », le même Levy constate : « Notez que si nous assumons l'axiome de constructibilité, alors nous savons exactement quels ordinaux ont la propriété de l'arbre ; il est typique de cet axiome de décider les questions, dans un sens ou dans un autre. »

Au-delà même de l'indiscernable, ce que le savoir patient désire, et qu'il sollicite par le biais d'un amour de la langue exacte, fût-ce au prix d'une raréfaction de l'être, c'est que rien ne soit indécidable.

L'éthique du savoir a pour maxime : agis en sorte, et parle de façon que tout soit clairement décidable.

MEDITATION TRENTE

Leibniz

« Tout événement a préalablement ses conditions, réquisits, dispositions convenables, dont l'existence en fait la raison suffisante. »
Cinquième écrit en réponse à Clarke.

On a souvent noté que la pensée de Leibniz était prodigieusement moderne, en dépit de son erreur entêtée sur la Mécanique, de son hostilité à Newton, de sa prudence diplomatique à l'égard des puissances établies, de sa faconde conciliante en direction de la scolastique, de son goût des « causes finales », de sa restauration des formes singulières ou entéléchies, et de sa théologie papelarde. Si les sarcasmes de Voltaire ont pu un temps faire croire à un optimisme béat que récusait aussitôt tout engagement temporel, qui, aujourd'hui, désirerait philosophiquement le petit potager de Candide, plutôt que le monde de Leibniz, où « chaque portion de la matière peut être conçue comme un jardin plein de plantes, et comme un étang plein de poissons », et où derechef « chaque rameau de la plante, chaque membre de l'animal, chaque goutte de ses humeurs est encore un tel jardin ou un tel étang » ?

A quoi tient ce paradoxe d'une pensée que sa consciente volonté conservatrice pousse aux anticipations les plus radicales, et qui, comme Dieu fait des monades dans le système, « fulgure » à tout moment d'intrépides intuitions ?

La thèse que je propose est que Leibniz peut montrer la plus implacable liberté inventive dès lors qu'il a *assuré* le fondement ontologique le plus sûr, le plus maîtrisé, soit celui qui accomplit jusqu'au détail l'orientation constructiviste.

Au regard de l'être en général, Leibniz pose en effet que deux principes, ou axiomes, garantissent sa soumission à la langue.

Le premier principe concerne l'être-possible, lequel, du reste, est, puisqu'il réside comme Idée dans l'entendement infini de Dieu. Ce principe, qui régit les essences, est celui de la non-contradiction : a le droit d'être selon le mode du possible, tout ce dont le contraire enveloppe une contradiction. La pure logique — la langue idéale et transparente à laquelle Leibniz travailla dès l'âge de vingt ans — se subordonne donc l'être-possible. Cet être, contenant par sa convenance au principe formel de l'identité une possibilité effective, n'est pas inerte, ou abstrait. Il tend vers l'existence, autant que sa perfection intrinsèque — c'est-à-dire sa cohérence nominale — l'y autorise : « Il y a dans les choses possibles, c'est-à-dire dans la possibilité même, ou essence, quelque exigence d'existence, ou, pour ainsi dire, quelque prétention à l'existence. » Le logicisme de Leibniz est une postulation ontologique : tout multiple non contradictoire désire exister.

Le second principe concerne l'être-existant, le monde, tel qu'entre les différentes combinaisons-multiples possibles, il a été effectivement présenté. Ce principe, qui régit l'apparente contingence du « il-y-a », est le principe de raison suffisante. Il énonce que ce qui est présenté doit pouvoir être pensé selon une raison convenable de sa présentation : « Aucun fait ne saurait se trouver vrai ou existant, aucune énonciation véritable sans qu'il y ait une raison suffisante pourquoi il en soit ainsi et pas autrement. » Ce que Leibniz récuse absolument est le hasard — ce qu'il appelle le « hasard aveugle », dont il voit à juste titre l'exemple type dans le clinamen d'Epicure —, si on entend par là un événement dont il faudrait parier le sens, parce que toute raison le concernant serait en droit insuffisante. Une pareille interruption des nominations conséquentes est inadmissible. Non seulement « rien n'arrive sans qu'il soit possible à celui qui connaîtrait assez les choses de rendre une raison qui suffise pour déterminer pourquoi il en est ainsi et pas autrement », mais l'analyse peut et doit se poursuivre jusqu'à ce qu'on rende raison *aussi* des raisons elles-mêmes : « Toutes les fois qu'on a des raisons suffisantes pour une action singulière, on en a pour ses réquisits. » Un multiple et l'infinité multiple des multiples qui le composent se laissent circonscrire et penser dans l'absolue légitimité construite de leur être.

Ainsi l'être-en-tant-qu'être est-il doublement soumis aux nominations et explicitations :

— comme esssence, ou possible, on en peut toujours examiner, de

façon réglée, la cohérence logique. Sa « vérité nécessaire » est telle qu'on doit en trouver la raison « par l'analyse, la résolvant en idées et en vérités plus simples jusqu'à ce qu'on en arrive aux primitives », lesquelles primitives sont des tautologies, des « *énonciations identiques*, dont l'opposé contient une contradiction expresse » ;

— comme existence, il est tel que la « résolution en raisons particulières » est toujours possible. Le seul obstacle est qu'elle va à l'infini. Mais cela ne relève que du calcul des séries : l'être-présenté, infiniment multiple, a sa raison ultime dans un terme limite qui est Dieu, lequel, dans l'origine même des choses, exerce « une certaine mathématique divine », et se trouve être ainsi la « raison » — au sens du calcul — « de la suite ou *séries* de ce détail des contingences ». Les multiples présentés sont à la fois *localement* constructibles (on en trouve nécessairement les « conditions, réquisits et dispositions convenables »), et *globalement* (Dieu est raison de leur série, selon un principe rationnel simple, qui est de produire le maximum d'être avec le minimum de moyens, ou de lois).

L'étant-en-totalité, ou monde, se trouve ainsi intrinsèquement nommable, dans son tout comme dans son détail, selon une loi d'être qui relève soit de la langue logique, ou caractéristique universelle, soit de l'analyse empirique locale, soit enfin du calcul global des maxima. Dieu ne désigne que le *lieu de ces lois du nommable*, il est « la région des vérités éternelles », car il détient le principe non seulement de l'existant, mais du possible, ou plutôt, dit Leibniz, « de ce qu'il y a de réel dans la possibilité », donc du possible comme régime de l'être, ou « prétention à l'existence ». Dieu est la constructibilité du constructible, le programme du Monde. Leibniz est le principal philosophe pour qui Dieu soit la langue supposée complète. Il n'est que l'être de la langue à quoi l'être est plié, et il se laisse résoudre, ou dissoudre, dans deux *énoncés* : le principe de contradiction, et le principe de raison suffisante.

Mais ce qu'il y a de plus remarquable encore, c'est que le régime entier de l'être puisse s'inférer de la confrontation à ces deux axiomes d'une seule question, qui est : « Pourquoi il y a plutôt quelque chose que rien ? » Car — remarque Leibniz — « le rien est plus simple et plus facile que quelque chose ». Autrement dit, Leibniz se propose de tirer les lois, ou raisons, des situations, *de cela seul qu'il y a du multiple présenté*. Il y a là un schéma en torsion. Car de ce qu'il y a quelque

chose plutôt que rien s'infère *déjà* qu'il y a de l'être dans le pur possible, ou que la logique désire l'être de ce qui s'y conforme. C'est « par cela même qu'il existe quelque chose plutôt que rien » qu'on est contraint d'admettre que « l'essence tend d'elle-même à l'existence ». Sinon, nous devrions penser un abîme *sans raison* entre la possibilité (régime logique de l'être) et l'existence (régime de la présentation), ce que l'orientation constructiviste ne peut tolérer. Mais en outre, de ce qu'il y a quelque chose plutôt que rien s'infère qu'il y a nécessité à rendre raison de « pourquoi elles [les choses] doivent exister ainsi et non autrement », et donc à élucider le deuxième régime de l'être, la contingence de la présentation. Sinon, nous devrions penser qu'il y a un abîme sans raison entre l'existence (le monde de la présentation) et les possibles inexistants, ou Idées, ce qui n'est pas non plus tenable.

La question « Pourquoi y a-t-il quelque chose plutôt que rien ? » fonctionne comme un carrefour de toutes les significations constructibles de l'univers leibnizien. Les axiomes imposent la question, et réciproquement la réponse complète à la question — qui suppose les axiomes —, validant qu'elle ait été posée, confirme les axiomes qu'elle utilise. Que le monde soit identité, connexion locale continue, et série globale convergente, ou calculable, résulte bien de ce que le pur « il-y-a », d'être questionné au regard de la simplicité du néant, avère le pouvoir achevé de la langue.

De ce pouvoir auquel rien de pensable ne peut se soustraire, l'exemple pour nous le plus frappant est le principe des indiscernables. Quand Leibniz pose « qu'il n'y a point dans la nature deux êtres réels absolus *indiscernables* », ou, plus fortement encore, que (Dieu) « ne choisira jamais entre des indiscernables », il a une conscience aiguë de l'enjeu. L'indiscernable est le prédicat ontologique d'une butée de la langue. Les « philosophes vulgaires », dont Leibniz répète qu'ils pensent avec des « notions incomplètes », donc selon une langue ouverte et mal faite, s'égarent, quand ils croient qu'il y a des choses différentes « seulement parce qu'elles sont *deux* ». Si deux êtres sont indiscernables, la langue ne peut les séparer. Désappariement à la raison, qu'elle soit logique ou suffisante, le « deux » pur introduirait le néant dans l'être, puisque l'un-des-deux, restant in-différent de l'autre pour toute langue pensable, ne pourrait se voir qualifier quant à sa raison d'être. Il serait surnuméraire au regard des axiomes, contingence effective, « de trop » au sens du Sartre de *la Nausée*. Et puisque Dieu est en réa-

lité la langue complète, il ne peut supporter cet en-trop innommable, ce qui revient à dire qu'il n'a pu ni penser ni créer un « deux » pur : s'il y avait deux êtres indiscernables, « Dieu et la nature agiraient sans raison en traitant l'un autrement que l'autre ». Dieu ne peut tolérer le néant qu'est l'action qui n'a point de nom. Il ne peut s'abaisser à « *agendo nihil agere* à cause de l'indiscernabilité ».

C'est que l'indiscernable, le quelconque, l'imprédicable, est proprement ce autour de l'exclusion de quoi s'édifie l'orientation de pensée constructiviste. Si toute différence s'attribue de la langue et non de l'être, l'in-différence *présentée* est impossible.

Remarquons qu'en un certain sens, la thèse leibnizienne est vraie. J'ai montré (méditation 20) que la logique du Deux s'originait de l'événement et de l'intervention, et non de l'être-multiple comme tel. Il est par conséquent certain que la position du Deux pur requiert une opération non étante, et que seule la production d'un nom surnuméraire engage la pensée de termes indiscernables, ou génériques. Mais pour Leibniz l'impasse est ici double :

— D'une part, il n'y a pas d'événement, puisque tout ce qui advient est localement calculable, et globalement placé dans la série dont Dieu est la raison. Localement, la présentation est continue, et ne tolère pas l'interruption ou l'ultra-un : « *Le présent est toujours gros de l'avenir* et aucun état donné n'est explicable naturellement qu'au moyen de celui dont il a été précédé immédiatement. Si on le nie, le monde aura des *hiatus* qui renversent le grand principe de la raison suffisante et qui obligeront à recourir aux miracles ou au pur hasard dans l'explication des phénomènes. » Globalement, la « courbe » de l'être, soit le système complet de sa multiplicité insondable, relève d'une nomination certes transcendante (ou relevant de la langue complète qu'est Dieu), mais représentable : « Si on pouvait exprimer, par une formule d'une caractéristique supérieure, quelque propriété essentielle de l'Univers, on y pourrait lire quels sont les états successifs de toutes ses parties dans tous les temps assignés. »

L'événement est donc exclu, de ce que la langue complète est *calcul intégral* de la présentation-multiple, cependant que déjà une approximation locale en autorise le *calcul différentiel*.

— Mais en outre, puisqu'on suppose une langue complète — et c'est une hypothèse requise pour toute orientation constructiviste : la langue de Gödel ou Jensen est également complète, c'est la langue *for-*

melle de la théorie des ensembles —, il est exclu qu'il y ait sens à parler d'un nom surnuméraire. L'intervention n'est donc pas possible, car si l'être est coextensif à une langue complète, c'est qu'il est soumis à des dénominations *intrinsèques*, et non à une errance où il s'accolerait à un nom par l'effet d'un pari. Leibniz a là-dessus une géniale lucidité. S'il pourchasse — par exemple — tout ce qui ressemble à une doctrine des atomes (supposés indiscernables), c'est finalement parce que les nominations atomistiques sont arbitraires. Le texte est ici admirable : « Il suivra manifestement de cette perpétuelle substitution d'éléments indiscernables qu'aucune discrimination ne sera possible entre les états des divers moments dans le monde corporel. Il n'y aura plus en effet qu'une *dénomination extrinsèque* par où distinguer une partie de matière d'une autre. »

Le nominalisme logique de Leibniz est d'essence supérieure : il ne fait coïncider l'être et le nom qu'autant que le nom est, au lieu de la langue complète nommée Dieu, la *construction* effective de la chose. Ce n'est pas d'une superposition extrinsèque qu'il s'agit, mais d'une marque ontologique, d'une signature légale. En définitive, s'il n'y a pas d'indiscernable, si l'on doit raisonnablement révoquer le quelconque, c'est qu'un être est nommable *en intériorité* : « Il n'y a jamais dans la nature deux êtres qui soient parfaitement l'un comme l'autre et où il ne soit possible de trouver une différence interne, ou fondée sur une dénomination intrinsèque. »

Si vous supposez une langue complète, vous supposez du même coup que l'un-de-l'être est l'être même, et que le symbole, loin d'être « le meurtre de la chose », est ce qui en soutient et en perpétue la présentation.

Une des grandes forces de Leibniz est d'avoir enraciné son orientation constructiviste dans ce qui est réellement l'origine de toute orientation de la pensée : le problème du continu. Assumant sans concession la divisibilité à l'infini de l'être naturel, il a compensé et restreint ce qu'il libérait ainsi d'excès dans l'état du monde — dans la situation naturelle — par l'hypothèse d'un contrôle des singularités, par des « dénominations intrinsèques ». Cette exacte balance de la prolifération sans mesure des parties et de l'exactitude de la langue nous offre le paradigme d'une pensée constructiviste au travail. D'un côté, bien que l'imagination n'aperçoive que des sauts et des discontinuités — donc, du dénombrable — dans les ordres et espèces naturels, il faut

audacieusement y supposer une continuité rigoureuse, laquelle suppose qu'une foule exactement innombrable — un infini en radical excès sur la numération — d'espèces intermédiaires, ou « équivoques », peuple ce que Leibniz appelle « les régions d'inflexion ou de rehaussement ». Mais d'un autre côté, ce débordement d'infinité, si on le rapporte à la langue complète, est commensurable, et dominé par un unique principe de parcours qui en intègre l'unité nominale, car « toutes les différentes classes des êtres dont l'assemblage forme l'univers ne sont, dans les idées de Dieu — qui connaît distinctement leurs gradations essentielles —, que comme autant d'ordonnées d'une même courbe ». Par la médiation de la langue, et des opérateurs de la « mathématique divine » (série, courbe, ordonnées...), le continu est serré sur l'un, et loin d'être l'errance et l'indéterminé, son expansion quantitative assure la gloire de la langue bien faite selon laquelle Dieu construit l'univers maximal.

Le revers de cet équilibre, où les « dénominations intrinsèques » chassent l'indiscernable, est qu'il est infondé, en ceci que nul vide n'opère la suture des multiples à leur être comme tel. Leibniz pourchasse le vide avec la même insistance qu'il met à réfuter les atomes, et pour la même raison : le vide, si on le suppose réel, est indiscernable, sa différence est — comme je l'ai indiqué dans la méditation 5 — bâtie sur l'in-différence. Le fond de l'affaire — typique de ce nominalisme supérieur qu'est le constructivisme — est que la différence est ontologiquement supérieure à l'indifférence, ce que Leibniz métaphorise en déclarant que « la matière est plus parfaite que le vide ». En écho à Aristote (*cf.* méditation 6), mais sous une hypothèse beaucoup plus forte (celle du contrôle constructiviste de l'infini), Leibniz prononce en fait que *si le vide existe, la langue est incomplète*, car une différence lui fait défaut, de ce qu'elle laisse être de l'indifférence : « Figurons-nous un espace entièrement vide ; Dieu y pouvait mettre quelque matière sans déroger en rien à toutes les autres choses : donc il l'y a mise : donc il n'y a point d'espace entièrement vide : donc tout est plein. »

Mais si le vide n'est pas la butée régressive de l'être naturel, l'univers est infondé : la divisibilité à l'infini admet des chaînes d'appartenance sans dernier terme, ce que l'axiome de fondation (méditation 18) a pour fonction expresse d'interdire. C'est ce qu'apparemment Leibniz assume quand il déclare que « chaque portion de la matière

n'est pas seulement divisible à l'infini [...], mais encore sous-divisée actuellement sans fin ». N'est-on pas ici exposé à ce que, contrôlé « par le haut » dans les nominations intrinsèques de la langue intégrale, l'être-présenté se dissémine *sans raison* « vers le bas » ? Si l'on récuse que le nom du vide soit en quelque manière l'origine absolue du référentiel de la langue, et qu'ainsi les multiples présentés soient hiérarchisables à partir de leur « distance au vide » (*cf.* là-dessus la méditation 29), ne finit-on pas par dissoudre la langue dans l'indiscernabilité régressive de ce qui, sans cesse, inconsiste en sous-multiplicités ?

Aussi Leibniz fixe-t-il des points d'arrêt. Il admet que « la multitude ne peut avoir sa réalité que des *unités véritables* », et que donc il existe des « atomes de substance [...] absolument destitués de parties ». Ce sont les fameuses monades, mieux nommées par Leibniz des « points métaphysiques ». Ces points n'arrêtent pas la régression à l'infini du continu matériel, ils constituent tout le réel de ce continu et autorisent, par leur infinité, qu'il soit infiniment divisible. La dissémination *naturelle* est architecturée par un réseau de ponctualités *spirituelles* que Dieu « fulgure » continûment. Le grand problème est évidemment de savoir comment ces « points métaphysiques » sont discernables. Comprenons en effet qu'il ne s'agit pas de parties du réel, mais d'unités substantielles absolument indécomposables. S'il n'y a pas entre elles de différence extensionnelle (par des éléments présents dans une et pas dans l'autre), ne s'agit-il pas, tout simplement, d'une *collection infinie de noms du vide* ? Il se pourrait qu'à penser les choses selon l'ontologie on ne voie dans la construction leibnizienne que le pressentiment de ces théories des ensembles avec atomes, qui disséminent le vide lui-même sous une prolifération nominale, et dans l'artifice desquelles Mostowski et Fraenkel démontrèrent l'indépendance de l'axiome de choix (car, et c'est intuitivement raisonnable, on ne pouvait pas bien ordonner l'ensemble des atomes, trop « identiques » les uns aux autres, n'étant que des différences indifférentes). Les « points métaphysiques », requis pour fonder le discernement dans la division à l'infini de l'être-présenté, ne sont-ils pas, quant à eux, indiscernables ? On voit ici à nouveau une entreprise constructiviste radicale aux prises avec les limites de la langue. Leibniz va devoir distinguer les différences « par figures », dont les monades sont incapables (puisqu'elles n'ont pas de partie), et les différences « par les qualités et actions internes », qui seules permettent de poser que « chaque

monade est différente de chaque autre ». Ainsi les « points métaphysiques » sont-ils à la fois quantitativement vides et qualitativement pleins. Si les monades étaient sans qualité, elles « seraient indistinguables l'une de l'autre, puisque aussi bien elles ne diffèrent point en quantité ». Et comme le principe des indiscernables est la loi absolue de toute orientation constructiviste, il faut que les monades soient qualitativement discernables. Ce qui revient à dire qu'elles sont des unités de qualité, c'est-à-dire — à mon sens — de purs *noms*.

Le cercle est ici bouclé, en même temps que cette « boucle » tend et limite le propos : si la domination de l'infini par une langue supposée complète est possible, c'est que les unités primitives où l'être advient à la présentation sont elles-mêmes nominales, ou constituent des unités réelles de sens indécomposables et disjointes. La phrase du monde, dont Dieu nomme la syntaxe, s'écrit avec ces unités.

Mais on peut dire aussi : puisque les « points métaphysiques » ne sont discernables que par leurs qualités internes, on doit les penser comme des intériorités pures — c'est l'aphorisme : « Les monades n'ont point de fenêtre » —, et par conséquent comme des *sujets*. L'être est une phrase écrite en sujets. Toutefois ce sujet, qu'aucun excentrement de la Loi ne fissure, et dont nul objet ne cause le désir, est en vérité un pur sujet logique. Ce qui semble lui advenir n'est que le déploiement de ses prédicats qualitatifs. Il est une tautologie pratique, une réitération de sa différence.

Or, nous devons bien voir là l'instance du sujet telle que la pensée constructiviste a pour limite de ne pouvoir l'excéder : ce sujet grammatical, intériorité tautologique au nom-de-soi-même qu'il est, requis par l'absence d'événement, l'impossibilité de l'intervention, et ultimement l'atomistique qualitative, il est difficile de n'y pas reconnaître le *singleton*, tel que — par exemple — il est convoqué, au défaut du sujet véritable, dans les élections parlementaires. Singleton dont nous savons qu'il n'est pas le multiple-présenté, mais sa représentation par l'état. Ce que les conclusions morales et politiques de Leibniz ont de conciliateur et de mou, on ne peut, tout de même, en innocenter absolument l'audace et l'anticipation de son intellectualité mathématique et spéculative. Quelque génie qu'on manifeste à déplier la figure constructible d'un ordre, et cet ordre fût-il celui de l'être même, le sujet dont à la fin on propose le concept n'est pas celui qui peut, évasif et scindé, parier le vrai. Il ne peut que savoir la forme de son Moi.

VII

Le générique : indiscernable et vérité. L'événement - P.J. Cohen

MÉDITATION TRENTE ET UN

La pensée du générique et l'être en vérité

Nous voici au seuil d'une avancée décisive, où le concept de « générique », dont je disais dans l'introduction de ce livre que je le tenais pour crucial, va être défini, et articulé de telle sorte qu'il va fonder l'être même de toute vérité.

« Générique » et « indiscernable » sont des concepts à peu près substituables. Pourquoi jouer d'une synonymie ? C'est que « indiscernable » conserve une connotation négative, qui indique seulement, par la non-discernabilité, que ce dont il s'agit est soustrait au savoir, ou à la nomination exacte. « Générique » désignera positivement que ce qui ne se laisse pas discerner est en réalité la vérité générale d'une situation, vérité de son être propre, considérée comme fondement de tout savoir à venir. « Générique » met en évidence la fonction de vérité de l'indiscernable. La négation impliquée dans « indiscernable » retient cependant ceci d'essentiel, qu'une vérité est toujours ce qui fait trou dans un savoir.

C'est dire que tout se joue dans la pensée du couple vérité/savoir. Ce qui revient en fait à penser le rapport — qui est plutôt un dé-rapport — entre, d'une part une fidélité postévénementielle, d'autre part un état fixe du savoir, ou ce que je nommerai ci-dessous l'encyclopédie d'une situation. La clé du problème est le mode sur lequel une procédure de fidélité *traverse* le savoir existant, à partir de ce point surnuméraire qu'est le nom de l'événement. Les grandes étapes de la pensée — ici nécessairement tendue — sont les suivantes :

— étude des formes locales, ou finies, d'une procédure de fidélité (les enquêtes),

— distinction du vrai et du véridique, et démonstration que toute vérité est nécessairement infinie,

— question de l'existence du générique donc des vérités,

— examen de la façon dont une procédure de fidélité se soustrait à telle ou telle juridiction du savoir (évitement),
— définition d'une procédure de fidélité générique.

1. LE SAVOIR REVISITÉ

L'orientation de pensée constructiviste, je l'ai souligné dans la méditation 28, est celle qui prévaut naturellement dans les situations établies, parce qu'elle mesure l'être au langage tel qu'il est. Nous supposerons désormais l'existence, dans toute situation, d'un langage de la situation. Le *savoir* est la capacité à discerner dans la situation les multiples qui ont telle ou telle propriété qu'une phrase explicite de la langue, ou un ensemble de phrases, peut indiquer. La règle du savoir est toujours un critère de nomination exacte. En dernière analyse, les opérations constitutives de tout domaine de savoir sont le *discernement* (tel multiple présenté, ou pensable, a telle ou telle propriété) et le *classement* (je peux regrouper, et désigner par leur propriété commune, les multiples dont je discerne qu'ils ont en commun un trait nommable). Le discernement concerne la connexion de la langue et des réalités présentées, ou présentables. Il est tourné vers la présentation. Le classement concerne la connexion de la langue et des parties de la situation, les multiples de multiples. Il est tourné vers la représentation.

On posera que la capacité de jugement (dire les propriétés) fonde le discernement, et que la capacité de lier entre eux les jugements (dire les parties) fonde le classement. Le savoir se réalise comme encyclopédie. Une encyclopédie doit être ici entendue comme une sommation de jugements sous un déterminant commun. Le savoir peut donc — dans ses innombrables domaines cloisonnés et enchevêtrés — être pensé, quant à son être, comme affectant à tel ou tel multiple un déterminant encyclopédique par quoi ce multiple se trouve appartenir à un ensemble de multiples, donc à une partie. En règle générale, un multiple (et ses sous-multiples) tombe sous de nombreux déterminants. Ces déterminants sont souvent analytiquement contradictoires, mais cela importe peu.

L'encyclopédie contient finalement un classement de parties de la situation qui regroupent des termes ayant telle ou telle propriété explicite. On peut « désigner » chacune de ces parties par la propriété en question, et ainsi la déterminer dans la langue. C'est cette désignation qui est appelée un déterminant de l'encyclopédie.

Rappelons enfin que le savoir ignore l'événement, puisque le nom de l'événement est surnuméraire, et donc n'appartient pas au langage de la situation. Quand je dis qu'il n'y appartient pas, ce n'est pas forcément au sens matériel, au sens où ce nom serait barbare, incompréhensible, non répertorié. Ce qui qualifie le nom de l'événement, c'est qu'il soit tiré du vide. Il s'agit d'une qualité événementielle (ou historique), et non d'une qualité signifiante. Mais même si le nom de l'événement est très simple, tout à fait répertorié dans le langage de la situation, il est surnuméraire *en tant que nom de l'événement*, signature de l'ultra-un, et donc forclos du savoir. On dira aussi que l'événement ne tombe sous aucun déterminant de l'encyclopédie.

2. LES ENQUÊTES

Puisque l'encyclopédie ne contient nul déterminant dont la partie de référence soit assignable à quelque chose comme un événement, repérer les multiples connectés — ou disconnectés — au nom surnuméraire que l'intervention fait circuler ne peut être un travail qui s'appuie sur l'encyclopédie. Une fidélité (méditation 23) ne peut relever du savoir. Ce n'est pas un travail savant : c'est un travail militant. « Militant » désigne aussi bien l'exploration fébrile des effets d'un nouveau théorème, la précipitation cubiste du tandem Braque-Picasso en 1912-1913 (effet d'une intervention rétroactive sur l'événement-Cézanne), l'activité de saint Paul, ou celle des militants d'une Organisation Politique. L'opérateur de connexion fidèle désigne *l'autre mode du discernement* : celui qui, hors savoir, mais dans l'effet d'une nomination intervenante, explore les connexions au nom surnuméraire de l'événement.

Quand je constate qu'*un* multiple qui appartient à la situation (qui y est compté pour un) est connecté — ou pas — au nom de l'événe-

ment, je procède au geste *minimal* de la fidélité : l'observation d'*une* connexion (ou disconnexion). Le sens effectif de ce geste — qui est le fondement d'être de tout le processus qui constitue une fidélité — dépend naturellement et du nom de l'événement (qui est lui-même un multiple), et de l'opérateur de connexion fidèle, et du multiple ainsi rencontré, et finalement de la situation, de la position du site événementiel, etc. Il y a d'infinies nuances dans la phénoménologie de la procédure de fidélité. Mais mon but n'est pas une phénoménologie, c'est une Grande Logique (pour rester dans la canonique hégélienne). Je me placerai donc dans la situation abstraite que voici : on ne discerne avec l'opérateur de fidélité que *deux* valeurs, la connexion et la disconnexion. Cette abstraction est légitime, de ce que, *ultimement*, comme la phénoménologie le montre (et tel est le sens des mots « conversion », « ralliement », « grâce », « conviction », « enthousiasme », « persuasion », « admiration »... selon le type d'événement), un multiple est, ou n'est pas, dans le champ des effets qu'entraîne la mise en circulation d'un nom surnuméraire.

Ce geste minimal d'une fidélité, lié à la *rencontre* d'un multiple de la situation avec un vecteur de l'opérateur de fidélité — et on imagine que d'abord cela se passe aux abords du site événementiel —, a deux sens : il s'agit d'une connexion (le multiple est dans les effets du nom surnuméraire) ou d'une disconnexion (il n'y est pas).

Utilisant une algèbre transparente, nous noterons $x(+)$ le fait que le multiple x est reconnu comme connecté au nom de l'événement, $x(-)$ qu'il est reconnu comme disconnecté. Un constat de type $x(+)$ ou $x(-)$ est précisément le geste minimal de fidélité dont nous parlions.

On appellera *enquête* tout ensemble fini de tels constats minimaux.

Une enquête est donc un « état fini » du processus de la fidélité. Le processus a « milité » auprès d'une suite rencontrée de multiples, $(x_1, x_2, \ldots x_n)$, et déployé leurs connexions ou disconnexions au nom surnuméraire de l'événement. L'algèbre de l'enquête la note : $(x_1(+), x_2(+), x_3(-), \ldots x_n(+))$, par exemple. Une telle enquête discerne (dans mon exemple arbitraire) que x_1, x_2 sont pris positivement dans les effets du nom surnuméraire, que x_3 n'y est pas pris, etc. Dans les circonstances réelles, une telle enquête est déjà tout un réseau de multiples de la situation, combinés au nom surnuméraire par l'opérateur. J'en donne ici l'ultime noyau de sens, le squelette ontologique. On peut aussi dire qu'une enquête discerne deux multiples finis : le premier, mettons $(x_1, x_2,\ldots)$, regroupe les multiples présentés, ou termes de la situation, qui sont connectés au nom de l'événement. Le second, mettons $(x_3\ldots)$, regroupe ceux qui ne le sont pas. Une enquête est donc elle aussi le complexe d'un discernement : tel multiple de la situation a la propriété d'être connecté à l'événement (à son nom), et d'un classement : voici la classe des multiples connectés, et celle des multiples non connectés. Il est donc légitime de traiter ultimement l'enquête, suite finie de constats minimaux, comme la véritable unité de base de la procédure de fidélité, car elle combine l'un du discernement et le plusieurs du classement. L'enquête est ce qui fait que la procédure de fidélité *ressemble à un savoir*.

3. VÉRITÉ ET VÉRIDICITÉ

Nous voici confrontés à la subtile dialectique des savoirs et de la fidélité postévénementielle, qui est le noyau d'être de la dialectique savoir/vérité.

Notons tout d'abord ceci : les classes qui résultent du discernement militant de la fidélité, telle qu'elles sont détenues par *une* enquête, sont des parties *finies* de la situation. Phénoménologiquement, cela veut dire qu'un état donné de la procédure fidèle — donc une séquence finie de discernements en connexion ou non-connexion — s'accomplit dans deux classes finies, une positive, une négative, qui regroupent les gestes minimaux de type $x(+)$ d'une part, $x(-)$ de l'autre. Or, *toute partie finie de la situation est classée par un savoir au moins* : les résultats d'une enquête *coïncident* avec un déterminant encyclopédique. Cela résulte de ce que, dans le langage de la situation, tout multiple présenté est nommable. On sait que le langage n'admet pas de « trou » dans son espace référentiel, et que ainsi on doit reconnaître la valeur empirique du principe des indiscernables : il n'y a pas d'innommable strict. Même si la nomination est évasive, ou relève d'un déterminant très général, comme « c'est une montagne », ou « c'est une bataille navale », rien de la situation n'est radicalement soustrait aux noms. C'est du reste la raison pour laquelle le monde est plein, et, si bizarre que d'abord il puisse paraître dans certaines circonstan-

ces, peut toujours être en droit tenu pour linguistiquement *familier*. Or, un ensemble fini de multiples présentés peut toujours être en droit énuméré. On peut le penser sous la classe de « celui qui a tel nom, et celui qui a tel nom, et... ». Le total de ces discernements constitue un déterminant encyclopédique. Donc, tout multiple *fini* de multiples présentés est une partie qui tombe sous le savoir, ne serait-ce que par son énumération.

On pourrait objecter que ce n'est pas selon ce principe de classement (l'énumération) que la procédure de fidélité regroupe — par exemple — une suite finie de multiples connectés au nom de l'événement. Certes ; mais *le savoir n'en sait rien*, en sorte qu'il est toujours fondé à dire que tel regroupement fini, même si de fait il résulte d'une enquête, n'est que le référent d'un déterminant encyclopédique bien connu (ou en droit connaissable). C'est pourquoi j'ai dit que les résultats d'une enquête coïncident nécessairement avec un déterminant encyclopédique. Où et comment va s'affirmer la différence de la procédure, si le résultat-multiple est en tout état de cause *déjà* classé par un savoir ?

Pour clarifier la situation, appelons *véridique* l'énoncé suivant, contrôlable par un savoir : « Telle partie de la situation relève de tel déterminant de l'encyclopédie. » Appelons *vrai* l'énoncé que contrôle la procédure de fidélité et qui est donc rattaché à l'événement et à l'intervention : « Telle partie de la situation regroupe des multiples connectés (ou non connectés) au nom surnuméraire de l'événement. » Le choix de l'adjectif « vrai » est tout l'enjeu du présent développement.

Pour l'instant, ce que nous voyons est ceci : pour une enquête donnée, les classes correspondantes, positive et négative, étant finies, relèvent d'un déterminant encyclopédique. Elles valident par conséquent un énoncé véridique.

Quoique le savoir ne veuille rien savoir de l'événement, de l'intervention, du nom surnuméraire ou de l'opérateur qui règle la fidélité, tous ingrédients supposés dans l'être d'une enquête, il n'en reste pas moins qu'une enquête *ne peut discerner le vrai du véridique* : son résultat-vrai est aussi déjà constitué comme relevant d'un énoncé véridique.

Pourtant, ce n'est nullement *parce que* les multiples qui figurent dans l'enquête, avec leurs indices + ou leurs indices −, tombaient sous un déterminant de l'encyclopédie, qu'ils sont regroupés comme

constituant le résultat-vrai de cette enquête, mais uniquement parce que la procédure de fidélité les a *rencontrés*, dans le cadre de son insistance temporelle, et a « milité » auprès d'eux, éprouvant, grâce à l'opérateur de connexion fidèle, leur degré de proximité au nom surnuméraire de l'événement. Nous avons là le paradoxe d'un multiple — tel résultat fini d'une enquête — qui est hasardeux et soustrait à tout savoir, qui trame une diagonale de la situation, et qui pourtant est toujours déjà répertorié dans l'encyclopédie. Tout se passe comme si le savoir avait puissance d'effacer l'événement, dans ses effets supposés, que compte pour un la fidélité, par un « déjà-compté ! » péremptoire.

Cela toutefois quand ces effets sont *finis*. D'où une loi, de portée considérable : *le vrai n'a chance d'être distinguable du véridique que s'il est infini. Une* vérité (si elle existe) est une partie infinie de la situation. Car de toute partie finie on pourra toujours dire que le savoir l'a *déjà* discernée et classée.

On voit en quel sens c'est de *l'être* de la vérité que nous nous soucions ici. « Qualitativement », ou comme réalité-en-situation, un résultat fini d'enquête est bien distinct d'une partie que nomme un déterminant de l'encyclopédie, puisque les procédures qui conduisent au premier, le second les ignore. Seulement, en tant que purs multiples, donc selon leur être, ils sont indistinguables, puisque toute partie finie tombe sous un déterminant. Ce que nous cherchons est une différenciation ontologique entre vrai et véridique, donc entre vérité et savoir. La caractérisation qualitative externe des procédures (événement - intervention - fidélité d'un côté, nominations exactes dans la langue établie de l'autre) ne peut y suffire, si les multiples-présentés qui en résultent sont *les mêmes*. On exigera donc que l'un-multiple d'une vérité — le résultat de jugements vrais — soit indiscernable et inclassable pour l'encyclopédie. Cette condition fonde *dans l'être* la différence du vrai et du véridique. Nous venons de voir qu'une condition de cette condition est qu'une vérité soit infinie.

Cette condition est-elle suffisante ? Certainement pas. Il existe évidemment de très nombreux déterminants de l'encyclopédie qui désignent des parties infinies de la situation. Depuis la grande décision ontologique concernant l'infini (*cf.* méditation 13), le savoir lui-même se meut aisément dans des classes infinies de multiples qui tombent sous un déterminant de l'encyclopédie. Des énoncés comme « les nom-

bres entiers forment un ensemble infini », ou « les infinies nuances du sentiment amoureux » peuvent sans difficulté être tenus pour véridiques dans tel ou tel domaine du savoir. Qu'une vérité soit infinie ne la rend pas du même coup indiscernable de toute chose déjà comptée par le savoir.

Examinons le problème dans sa figure abstraite. Dire qu'une vérité est infinie, c'est dire que sa procédure contient une infinité d'enquêtes. Chacune de ces enquêtes contient, en nombre fini, des indications positives $x(+)$, soit : le multiple x est connecté au nom de l'événement, et des indications négatives $y(-)$. La procédure « totale », c'est-à-dire un certain état infini de la fidélité, est donc, dans son résultat, composée de deux classes infinies : celle des multiples à connexion positive, mettons $(x_1, x_2, \ldots x_n \ldots)$ et celle des multiples à connexion négative, mettons $(y_1, y_2, \ldots y_n \ldots)$. Mais il se peut tout à fait que ces deux classes coïncident toujours avec des parties qui tombent sous un déterminant de l'encyclopédie. Il peut exister un domaine du savoir pour lequel $x_1, x_2, \ldots x_n \ldots$ sont précisément les multiples qu'on peut discerner comme ayant en commun une propriété explicitement formulable dans le langage de la situation.

Le marxisme vulgaire et le freudisme vulgaire n'ont jamais pu se tirer de cette équivoque. Le premier prétendait que la vérité était historiquement déployée, à partir des événements révolutionnaires, par la classe ouvrière. Mais il pensait la classe ouvrière comme la classe des ouvriers. Naturellement, « les ouvriers », en termes de multiples purs, constituaient une classe infinie, ce n'était pas la somme des ouvriers empiriques. Ceci n'empêchait pas que le savoir (et, paradoxe, le savoir marxiste lui-même, ou marxien) pouvait toujours considérer que « les ouvriers » tombaient sous un déterminant encyclopédique (sociologique, économique, etc.), que l'événement n'avait rien à voir dans ce toujours-déjà-compté, et que la prétendue vérité n'était qu'une véridicité soumise au langage de la situation, et par surcroît résiliable (le fameux : c'est dépassé), puisque l'encyclopédie est toujours incohérente. De cette coïncidence, qu'il prétendait assumer à l'intérieur de lui-même, puisqu'il se déclarait simultanément vérité politique — combattante, fidèle — et savoir de l'Histoire, ou de la Société, le marxisme a fini par mourir, parce qu'il suivait les fluctuations de l'encyclopédie à l'épreuve du rapport entre la langue et l'État. Quant au freudisme américain, il prétendait être une section du savoir psycho-

logique, assignant la vérité à tout ce qui était connexe d'une classe stable, le « noyau génital adulte ». Ce freudisme a aujourd'hui l'apparence d'un cadavre étatique, et ce n'est pas pour rien que Lacan, pour sauver la fidélité à Freud — qui avait nommé « inconscient » les paradoxes événementiels de l'hystérie —, a dû mettre au centre de sa pensée la distinction du savoir et de la vérité, et disjoindre sévèrement le discours de l'analyste de ce qu'il a appelé le discours de l'Université.

L'infini, quoique nécessaire, ne saurait donc valoir comme critère unique de l'indiscernabilité des vérités fidèles. Sommes-nous en état de proposer un critère suffisant ?

4. PROCÉDURE GÉNÉRIQUE

Si nous considérons un déterminant quelconque de l'encyclopédie, il existe aussi dans l'encyclopédie le déterminant contradictoire. Cela résulte de ce que le langage d'une situation contient la négation (notez que nous introduisons ce réquisit : « Il n'y a pas de langage sans négation. »). Si en effet on regroupe dans une classe tous les multiples qui ont une certaine propriété, il y a aussitôt une autre classe, disjointe : celles des multiples qui ne l'ont pas. J'ai dit par ailleurs que toutes les parties finies de la situation étaient enregistrées dans les classifications encyclopédiques. En particulier, le sont des parties finies qui contiennent des multiples appartenant, les uns à une classe, les autres à la classe contradictoire. Si x possède une propriété, et si y ne la possède pas, la partie finie (x, y) composée de x et de y est, comme toute partie finie, l'objet d'un savoir. Cependant, elle est indifférente à la propriété, puisque l'un de ses termes la possède, et l'autre non. Le savoir considère que *cette* partie finie, prise comme un tout, n'est pas pertinente pour le discernement par la propriété initiale.

On dira qu'une partie finie *évite* un déterminant encyclopédique si elle contient des multiples qui appartiennent à ce déterminant *et* d'autres qui appartiennent au déterminant contradictoire. Toutes les parties finies tombent par ailleurs sous un déterminant encyclopédique. Donc, toutes les parties finies qui évitent un déterminant sont

elles-mêmes déterminées par un domaine du savoir. L'évitement est une structure du savoir fini.

Notre but est alors de fonder sur cette structure du savoir (référée au caractère fini des enquêtes) une caractérisation de la vérité comme partie infinie de la situation.

L'idée générale est de considérer qu'*une vérité regroupe tous les termes de la situation qui sont connectés positivement au nom de l'événement*. Pourquoi ce privilège de la connexion positive, de l'$x(+)$? C'est que ce qui est connecté négativement ne fait que répéter la situation préévénementielle. Du point de la procédure de fidélité, un terme rencontré et enquêté négativement, un $x(-)$, n'a aucun lien avec le nom de l'événement, et donc n'est en rien « concerné » par cet événement. Il n'entrera pas dans la *nouveauté-multiple* qu'est une vérité postévénementielle, puisque, au regard de la fidélité, il s'avère sans connexion aucune avec le nom surnuméraire. Il est donc cohérent de considérer qu'une vérité, en tant que résultat total d'une procédure de fidélité, se compose de tous les termes rencontrés qui ont été enquêtés positivement, c'est-à-dire que l'opérateur de connexion fidèle déclare liés, d'une façon ou d'une autre, au nom de l'événement. Les termes $x(-)$ restent *indifférents*, et ne marquent que la répétition de l'ordre préévénementiel de la situation. Mais pour qu'une vérité (infinie) ainsi conçue (total des termes déclarés $x(+)$ dans une enquête au moins de la procédure fidèle) soit réellement une production, une nouveauté, il faut que la partie de la situation qu'on obtient ainsi par récollection des $x(+)$ ne coïncide pas avec un déterminant encyclopédique. Sinon, dans son être, elle répéterait elle aussi une configuration *déjà* classée par le savoir. Elle ne serait pas véritablement postévénementielle.

Notre problème est finalement le suivant : à quelle condition peut-on être sûr que l'ensemble des termes de la situation qui sont connectés positivement au nom de l'événement n'est nulle part déjà classé dans l'encyclopédie de la situation ? Nous ne pouvons formuler directement cette éventuelle condition par un « examen » de l'ensemble infini de ces termes, car cet ensemble est toujours à-venir (étant infini) et qu'en outre il est composé aléatoirement par le trajet des enquêtes : un terme est *rencontré* par la procédure, et l'enquête finie où il figure atteste qu'il est positivement connecté, qu'il est un $x(+)$. Notre condition doit nécessairement porter *sur les enquêtes* dont se trame la procédure de fidélité.

La remarque cruciale est alors la suivante. Soit une enquête telle que les termes qu'elle constate connectés positivement à l'événement (les $x(+)$ en nombre fini qui figurent dans l'enquête) forment une partie finie qui évite un déterminant du savoir au sens ci-dessus défini de l'évitement. Soit alors une procédure fidèle dans laquelle figure cette enquête : le total infini des termes connectés positivement à l'événement par cette procédure ne peut en tout cas coïncider avec le déterminant évité par les $x(+)$ de l'enquête considérée.

C'est évident. Si l'enquête est telle que $x_{n_1}(+)$, $x_{n_2}(+)$,...$x_{n_q}(+)$, soit tous les termes rencontrés par cette enquête qui sont connectés au nom de l'événement, forment, regroupés, une partie finie qui évite le déterminant, cela veut dire qu'il y a, parmi les x_n, des termes qui appartiennent à ce déterminant (qui ont une propriété) et d'autres qui n'y appartiennent pas (qui n'ont pas la propriété). Il en résulte que la classe infinie $(x_1, x_2, \ldots x_n, \ldots)$ qui totalise les enquêtes selon le positif ne peut coïncider avec la classe que subsume le déterminant encyclopédique considéré. Car, dans cette classe, figurent les x_{n_1}, x_{n_2},...x_{n_q} de l'enquête ci-dessus, puisque tous ont été enquêtés positivement. Donc il y a là des éléments qui ont la propriété et d'autres qui ne l'ont pas. Donc cette classe n'est pas celle définie dans le langage par le classement « tous les multiples dont on discerne qu'ils ont cette propriété ».

Ainsi, pour qu'une procédure fidèle infinie donne comme résultat-multiple positif — comme vérité postévénementielle — un total des connectés $(+)$ au nom de l'événement qui « diagonalise » un déterminant de l'encyclopédie, il suffit que, dans cette procédure, il y ait au moins *une* enquête qui évite ce déterminant. La présence de cette enquête finie suffit pour qu'on soit assuré que la procédure fidèle infinie ne coïncide pas avec le déterminant considéré.

Est-ce un réquisit raisonnable ? Oui, parce que la procédure fidèle est hasardeuse, et nullement prédéterminée par le savoir. Son origine est l'événement, que le savoir ignore, et sa texture l'opérateur de connexion fidèle, qui est lui aussi une production temporelle. Les multiples rencontrés par la procédure ne dépendent d'aucun savoir. Ils résultent du hasard de la trajectoire « militante » à partir du site événementiel. Il n'y a aucune raison, en tout cas, pour que n'existe pas une enquête telle que les multiples qui y sont évalués positivement par l'opérateur de connexion fidèle forment une partie finie qui évite un

déterminant, puisqu'en elle-même l'enquête n'a rien à voir avec quelque déterminant que ce soit. Il est donc tout à fait raisonnable que la procédure fidèle, dans un de ses états finis, ait rencontré un tel groupe de multiples. Par extension à la procédure-vraie de son usage dans le savoir, on dira qu'une enquête de ce type *évite* le déterminant encyclopédique considéré. Donc : si une procédure fidèle infinie contient au moins une enquête finie qui évite un déterminant encyclopédique, le résultat infini positif de cette procédure (la classe des $x(+)$) ne coïncide pas avec la partie de la situation dont ce déterminant désigne le savoir. C'est dire qu'en tout cas la propriété, exprimée par le langage de la situation qui fonde ce déterminant, ne peut servir à discerner le résultat infini positif de la procédure fidèle.

Nous avons donc bien formulé une condition pour que le résultat infini et positif d'une procédure fidèle (la partie qui totalise les $x(+)$) évite — ne coïncide pas avec — *un* déterminant de l'encyclopédie. Et cette condition porte sur les enquêtes, donc sur les états finis de la procédure : il suffit que les $x(+)$ d'*une* enquête de la procédure forment un ensemble fini qui évite le déterminant considéré.

Imaginons maintenant que la procédure soit telle que la condition ci-dessus soit satisfaite pour *tout* déterminant encyclopédique. Autrement dit, que, pour *chaque* déterminant, figure dans la procédure au moins une enquête dont les $x(+)$ évitent ce déterminant. Je ne m'interroge pas pour l'instant sur la *possibilité* d'une telle procédure. Je constate seulement que *si* une procédure fidèle contient, pour tout déterminant de l'encyclopédie, une enquête qui l'évite, *alors* le résultat positif de cette procédure ne coïncidera avec *aucune* partie subsumable sous un déterminant. Ainsi, la classe des multiples qui sont connectés au nom de l'événement ne sera-t-elle déterminée par aucune des propriétés explicitables dans le langage de la situation. Elle sera donc *indiscernable et inclassable* pour le savoir. Dans ce cas, la vérité est irréductible à la véridicité.

Nous dirons donc : *une vérité est le total infini positif — la récollection des* $x(+)$ *— d'une procédure de fidélité qui, pour tout déterminant de l'encyclopédie, contient au moins une enquête qui l'évite.*

Une telle procédure sera dite *générique* (pour la situation).

Notre tâche est de justifier ce mot : générique, d'où s'infère la justification du mot vérité.

5. LE GÉNÉRIQUE EST L'ÊTRE-MULTIPLE D'UNE VÉRITÉ

S'il existe un complexe événement-intervention-opérateur de fidélité, tel qu'un état positif infini de la fidélité soit générique (au sens de la définition), donc s'il existe une vérité, le référent-multiple de cette fidélité (soit *l'une-vérité*) est une *partie* de la situation : celle qui regroupe tous les termes positivement connectés au nom de l'événement, soit les $x(+)$ qui figurent dans au moins une enquête de la procédure (dans un de ses états finis). Le fait que la procédure soit générique entraîne que cette partie ne coïncide avec rien de ce que classe un déterminant encyclopédique. Par conséquent, cette partie est innommable par les seules ressources du langage de la situation. Elle est soustraite à tout savoir, elle n'a été, par aucun des domaines du savoir, déjà-comptée, ni ne le sera, si le langage reste en l'état — ou reste *à* l'État. Cette partie, où une vérité inscrit sa procédure comme résultat infini, est un *indiscernable de la situation.*

Cependant, c'est bien une partie : elle est comptée pour un par l'état de la situation. Que peut bien être cet « un » qui, soustractif de la langue, et constitué du point de l'ultra-un événementiel, est indiscernable ? Puisque cette partie n'a aucune propriété dicible particulière, tout son être se résout en ceci qu'elle est une partie, c'est-à-dire qu'elle se compose de multiples effectivement présentés dans la situation. Une *inclusion* indiscernable — et telle est, pour faire court, une vérité — n'a d'autre « propriété » que de renvoyer à *l'appartenance*. Cette partie est anonymement ce qui n'a pas d'autre marque que de relever de la présentation, d'être composé de termes n'ayant entre eux rien de commun qu'on puisse noter, sinon d'appartenir à *cette* situation, ce qui, proprement, est son être, en tant qu'être. Mais cette « propriété » — être, tout simplement —, il est clair qu'elle est partagée par *tous* les termes de la situation, et qu'elle est coexistante à toute partie qui regroupe ces termes. Aussi la partie indiscernable n'a-t-elle en définitive que les « propriétés » de n'importe quelle partie. C'est à bon droit qu'on la déclare *générique*, puisque, si l'on veut la qualifier, on dira seulement que ses éléments *sont* : la partie relève du genre suprême, le genre de l'être de la situation comme tel — car, *dans* une situation,

« être » et « être-compté-pour-un-dans-la-situation » sont une seule et même chose.

Il va dès lors de soi qu'on tienne une telle partie pour accolable à la vérité. Car ce que la procédure fidèle rejoint ainsi n'est autre que la vérité *de la situation tout entière*, puisque le sens de l'indiscernable est d'exhiber comme un-multiple l'être même de ce qui appartient, en tant qu'il appartient. Toute partie nommable, discernée et classée par le savoir, renvoie non à l'être-en-situation comme tel, mais à ce que la langue y découpe de particularités repérables. La procédure fidèle, précisément parce qu'elle s'origine d'un événement où le vide est convoqué, et non du rapport établi de la langue à l'état, dispose, dans ses états infinis, de l'être de la situation. Elle est une-vérité de la situation, quand un déterminant du savoir ne spécifie que des véridicités.

Le discernable est véridique. Mais l'indiscernable seul est vrai. Ou, il n'y a de vérité que générique, parce que seule une procédure fidèle générique vise l'un de l'être situationnel. Une procédure fidèle a pour horizon infini l'être-en-vérité.

6. EXISTE-T-IL DES VÉRITÉS?

Évidemment, tout est suspendu à la possibilité qu'existe une procédure fidèle générique. Cette question est de fait, et de droit.

De fait, je considère que dans la sphère situationnelle de *l'individu*, telle que la présente et la pense, par exemple, la psychanalyse, l'amour (s'il existe, mais divers indices empiriques attestent que oui) est une procédure fidèle générique, dont l'événement est une rencontre, dont l'opérateur est variable, dont la production infinie est indiscernable, et dont les enquêtes sont les épisodes existentiels que le couple amoureux rattache expressément à l'amour. L'amour est donc une-vérité de cette situation. Je l'appelle « individuelle », parce qu'elle *n'intéresse personne*, que les individus concernés. Notons, point capital, que c'est donc *pour eux* que l'une-vérité que leur amour produit est une partie indiscernable de leur existence. Car les autres ne partagent pas la situation dont je parle. Une-vérité amoureuse est in-sue de ceux qui s'aiment. Ils ne font que la produire.

Dans les situations « mixtes », où le ressort est individuel, mais où transmissions et effets concernent le collectif — il y est *intéressé* —, l'art et la science constituent des réseaux de procédures fidèles, dont les événements sont les grandes mutations esthétiques et conceptuelles, dont les opérateurs sont variables (j'ai montré, méditation 24, que celui des mathématiques, science de l'être-en-tant-qu'être, était la déduction ; ce n'est pas le même que celui de la biologie ou de la peinture), dont la production infinie est indiscernable — il n'y a pas de « savoir de l'art », ni, paradoxe purement apparent, de « savoir de la science », car ici la science *est son être infini*, c'est-à-dire la procédure d'invention, et non l'exposition transmissible de ses résultats fragmentaires, lesquels sont *finis* —, et dont les enquêtes sont les œuvres d'art et les inventions scientifiques.

Dans les situations collectives — où le collectif s'intéresse à lui-même —, la politique (si elle existe *comme politique générique* : c'est celle qu'on a appelée, pendant longtemps, la politique révolutionnaire, et pour laquelle il faut aujourd'hui trouver un autre mot) est aussi une procédure de fidélité dont les événements sont des césures historiques où est convoqué le vide du social au défaut de l'État, dont les opérateurs sont variables, dont les productions infinies sont indiscernables (en particulier : elles ne coïncident avec *aucune partie nommable selon l'État*), n'étant que des « changements » de la subjectivité politique dans la situation, et dont les enquêtes sont l'activité militante organisée.

Ainsi l'amour, l'art, la science et la politique génèrent à l'infini des vérités sur les situations, vérités soustraites au savoir, et comptées par l'état seulement dans l'anonymat de leur être. Toutes sortes d'autres pratiques, éventuellement respectables, comme par exemple le commerce et toutes les formes du « service des biens », intriquées à des degrés variables au savoir, ne génèrent aucune vérité. Je dois dire que la philosophie non plus, si pénible que soit cet aveu. Au mieux, la philosophie est *conditionnée* par les procédures fidèles de son temps. Elle peut aider la procédure qui la conditionne, justement parce qu'elle en dépend, et se rattache donc médiatement aux événements fondateurs du temps. Mais elle ne constitue pas une procédure générique. Sa fonction propre est de disposer les multiples à la rencontre hasardeuse de cette procédure. Il ne dépend cependant pas d'elle que cette rencontre ait lieu, ni que les multiples ainsi disposés s'avèrent connectés au nom surnuméraire de l'événement. Une philosophie digne de

ce nom — celle qui commence avec Parménide — est toutefois antinomique au service des biens, pour autant qu'elle s'efforce d'être au service des vérités, car on peut toujours s'efforcer d'être au service de ce qu'on ne constitue pas. La philosophie est donc au service de l'art, de la science et de la politique. Qu'elle soit capable d'être au service de l'amour est plus douteux (en revanche, l'art, procédure mixte, soutient les vérités de l'amour). En tout cas, il n'y a pas de philosophie commerçante.

Comme question de droit, l'existence de procédures fidèles génériques est une question scientifique, une question de l'ontologie, puisque ce n'est pas une question que puisse traiter un simple savoir, et que l'indiscernable est au lieu de l'être de la situation *en tant qu'être*. Ce sont les mathématiques qui doivent dire s'il y a sens à parler d'une partie indiscernable d'un multiple quelconque. Bien entendu, les mathématiques ne peuvent penser aucune procédure de vérité, puisqu'elles éliminent l'événement. Mais elles doivent décider s'il est compatible avec l'ontologie que la vérité soit. Tranchée de fait par toute l'histoire des hommes, parce qu'*il y a* des vérités, la question de l'être de la vérité n'a été résolue en droit que tout récemment (en 1963, trouvaille de Cohen), sans que du reste les mathématiciens, absorbés qu'ils sont dans l'oubli du destin de leur discipline par la nécessité technique de son déploiement, sachent nommer ce qui là se passait (point où l'aide philosophique dont je parlais entre en scène). Je consacre à cet événement mathématique la méditation 33. J'ai délibérément affaibli les liens explicites entre le présent développement conceptuel et la doctrine mathématique des multiplicités génériques, pour laisser « parler », éloquemment, l'ontologie elle-même. Comme le signifiant trahit toujours, l'apparence technique des découvertes de Cohen, et leur investissement dans un domaine problématique apparemment étroit (les « modèles de la théorie des ensembles ») sont aussitôt relevés par le choix que firent les fondateurs de cette doctrine des mots « générique », pour désigner les multiples non constructibles, et « conditions » pour désigner les états finis de la procédure (« conditions » = « enquêtes »).

Les conclusions de l'ontologie mathématicienne sont à la fois claires et mesurées. En très gros :

a. si la situation de base est *dénombrable* (infinie, mais comme le sont les nombres entiers), il existe une procédure générique ;

b. mais cette procédure, quoique *incluse* dans la situation (elle en est une partie), ne lui *appartient* pas (elle n'y est pas présentée, mais seulement représentée : elle est une excroissance — *cf.* méditation 8) ;

c. cependant, on peut « forcer » à exister une nouvelle situation — une « extension générique » —, qui contient toute l'ancienne, et à laquelle cette fois la procédure générique appartient (elle est à la fois présentée et représentée : elle est normale). Ce point (le forçage) est le pas du Sujet (*cf.* méditation 35) ;

d. dans cette nouvelle situation, si le langage reste le même — donc si les données primitives du savoir restent stables —, la procédure générique produit toujours de l'indiscernable. Appartenant cette fois à la situation, le générique y est un indiscernable intrinsèque.

Si l'on tente de conjoindre les conclusions empiriques et les conclusions scientifiques, on fera l'hypothèse suivante : le fait qu'une procédure fidèle générique aille à l'infini entraîne un remaniement de la situation, lequel, conservant tous les multiples de l'ancienne, en présente d'autres. L'effet ultime d'une césure événementielle, et d'une intervention d'où procède la mise en circulation d'un nom surnuméraire, serait donc que la vérité d'une situation, telle que cette césure est à son principe, *force la situation à l'accueillir* : à s'étendre jusqu'au point où cette vérité, qui primitivement n'était qu'une partie, donc une représentation, accède à l'appartenance, devenant ainsi une présentation. Le trajet de la procédure fidèle générique, et son passage à l'infini, changerait le statut ontologique d'une vérité, en changeant « de force » la situation : excroissance anonyme au départ, elle serait enfin normalisée. Cependant, elle resterait soustraite au savoir, si le langage de la situation n'est pas radicalement transformé. Non seulement une vérité est indiscernable, mais sa procédure exige que cet indiscernable *soit*. Une vérité forcerait la situation à se disposer de telle sorte que cette vérité, d'abord anonymement comptée pour un par le seul état, pur excès indistinct sur les multiples présentés, soit finalement reconnue comme un terme, et interne. Une procédure fidèle générique immanentise l'indiscernable.

Ainsi l'art, la science et la politique changent-ils le monde, non par ce qu'ils y discernent, mais par ce qu'ils y indiscernent. Et la toute-puissance d'une vérité n'est que de changer ce qui est, afin que puisse être cet être innommable, qui est l'être même du ce-qui-est.

MÉDITATION TRENTE-DEUX

Rousseau

« Otez de ces [...] volontés [particulières] les plus et les moins qui s'entre-détruisent, reste pour somme des différences la volonté générale. »
Du contrat social.

Prenons garde que Rousseau ne prétend pas résoudre le fameux problème qu'il se pose : « L'homme est né libre, et partout il est dans les fers. » Si l'on entend par résolution l'examen des procédures réelles de passage d'un état (la liberté naturelle) à un autre (l'obéissance civile), Rousseau indique expressément qu'il n'en dispose pas : « Comment ce changement s'est-il fait ? Je l'ignore. » Là comme ailleurs, sa méthode est d'écarter tous les faits, et de fonder ainsi les opérations de la pensée. Il s'agit d'établir à quelles conditions le « changement » considéré est *légitime*. Mais la « légitimité » désigne ici l'existence, en fait l'existence de la politique. Le but de Rousseau est d'examiner les réquisits conceptuels de la politique, de penser *l'être de la politique*. La vérité de cet être gît dans « l'acte par lequel un peuple est un peuple ».

Que la légitimité soit l'existence elle-même est démontré par ceci que la réalité empirique des États et de l'obéissance civile ne prouve nullement qu'il y a de la politique. C'est une idée très forte de Rousseau qu'il ne suffit pas qu'il y ait l'apparence factuelle d'une souveraineté pour qu'on puisse parler de politique. La plupart des grands États sont a-politiques, car ils sont parvenus au terme de leur dissolution. En eux, « le pacte social est rompu ». Il est observable que « très peu de nations ont des lois ». La politique est rare, parce que la fidélité à ce qui la fonde est précaire, et qu'il y a un « vice inhérent et inévitable qui, dès la naissance du corps politique, tend sans relâche à le détruire ».

On imagine assez que si la politique dans son être-multiple (le « corps politique », ou « peuple ») est toujours au bord de sa dissolution, c'est qu'elle n'a aucune assise structurelle. Si Rousseau établit pour toujours le concept moderne de la politique, c'est qu'il pose, de la façon la plus radicale, que la politique est une procédure qui s'origine dans un événement, et non une structure soutenue dans l'être. L'homme n'est pas un animal politique, car le hasard de la politique est un événement supranaturel. C'est le sens de la maxime : « Il faut toujours remonter à une première convention. » Le pacte social n'est pas un fait historiquement attestable, et les références de Rousseau à la Grèce et à Rome ne sont que l'ornement classique de cette absence temporelle. Le pacte social est la *forme événementielle* que l'on doit supposer si l'on veut penser la vérité de cet être aléatoire qu'est le corps politique. En lui, nous atteignons l'événementialité de l'événement où toute procédure politique trouve sa vérité. En outre, que rien ne nécessite le pacte commande la polémique contre Hobbes. Supposer que la convention politique résulte de la nécessité de sortir d'un état de guerre de tous contre tous, subordonner l'événement aux effets de la force, c'est soumettre son événementialité à une détermination extrinsèque. Il faut au contraire assumer le caractère « en trop » du pacte social originaire, son absolue non-nécessité, le hasard rationnel, pensable rétroactivement, de son advenue. La politique est une *création*, locale et fragile, de l'humanité collective, elle n'est jamais le traitement d'une nécessité vitale. La nécessité est toujours a-politique, soit en amont (état de nature), soit en aval (État dissous). La politique n'est, dans son être, commensurable qu'à l'événement qui l'institue.

Si l'on examine la *formule* du pacte social, soit l'énoncé par quoi se trouvent constitués en peuple des individus naturels antérieurement dispersés, on voit qu'elle discerne un terme absolument nouveau, qui s'appelle la volonté générale : « Chacun de nous met en commun sa personne et toute sa puissance sous la suprême direction de la volonté générale. » Ce terme a supporté à bon droit toutes les critiques contre Rousseau. Car, dans le *Contrat*, il est à la fois présupposé et constitué. Avant le contrat, il n'y a que des volontés particulières. Après le contrat, le référent pur de la politique est la volonté générale. Mais le contrat lui-même articule la soumission de la volonté particulière à la volonté générale. On reconnaît une structure de torsion : la volonté

générale est bien, *une fois* constituée, ce dont l'être était présupposé dans cette constitution.

On ne peut éclairer cette torsion que du point où l'on considère que le corps politique est un multiple surnuméraire, l'ultra-un de l'événement qu'est le pacte. Le pacte n'est en vérité rien d'autre que *l'auto-appartenance du corps politique au multiple qu'il est*, en tant qu'événement fondateur. « Volonté générale » nomme la vérité durable de cette auto-appartenance : « Le corps politique [...] ne tirant son être que de la sainteté du contrat ne peut jamais s'obliger [...] à rien qui déroge à cet acte primitif [...]. Violer l'acte par lequel il existe serait s'anéantir, et ce qui n'est rien ne produit rien. » On voit que l'être de la politique s'origine d'un rapport immanent à soi. La « non-dérogation » à ce rapport — la fidélité politique — soutient seule le déploiement de la vérité de « l'acte primitif ». En somme :

— le pacte est l'événement qui supplémente au hasard l'état de nature,

— le corps politique, ou peuple, est l'ultra-un événementiel qui s'interpose entre le vide (car, pour la politique, la nature est le vide) et lui-même,

— la volonté générale est l'opérateur de fidélité qui commande une procédure générique.

Les difficultés se concentrent sur le dernier point. Je soutiendrai ici que Rousseau désigne bien la nécessité, pour toute politique vraie, de s'articuler à un sous-ensemble générique (indiscernable) du corps collectif. Mais qu'il ne règle pas la question de la procédure politique elle-même, parce qu'il soumet encore cette procédure à la loi du nombre (à la majorité).

Nous savons (méditation 20) que l'événement, dès que nommé par l'intervention, fonde le temps sur un Deux originaire. Rousseau formalise exactement ce point en posant que la volonté est scindée par l'événement-contrat. Le *citoyen* désigne en chacun sa participation à la souveraineté de la volonté générale, le *sujet* désigne la soumission aux lois de l'État. La durée de la politique a pour mesure l'insistance de ce Deux. Il y a politique quand un opérateur collectif intériorisé scinde les volontés particulières. Bien entendu, le Deux est l'essence de l'ultra-un qu'est le peuple, corps réel de la politique. L'obéissance à la volonté générale est le mode sur lequel se réalise la liberté civile. Comme le dit Rousseau, dans une formule très tendue, « ces mots de

sujet et de *souverain* sont des corrélations identiques ». Cette « corrélation identique » désigne le citoyen comme support du devenir générique de la politique, militant, au sens strict, de la cause politique, laquelle désigne purement et simplement l'existence de la politique. Dans le citoyen (le militant), qui divise en deux la volonté de l'individu, s'effectue la politique en tant que tenue dans la fondation événementielle (contractuelle) du temps.

Ce que Rousseau perçoit aussi avec acuité, c'est que la norme de la volonté générale est *l'égalité*. Ce point est fondamental. La volonté générale est un rapport de coappartenance du peuple à lui-même. Elle n'est donc effective que de tout le peuple à tout le peuple. Ses formes de manifestation, qui sont les lois, sont « un rapport [...] de l'objet entier sous un point de vue à l'objet entier sous un autre point de vue, sans aucune division du tout ». Toute décision dont l'objet est particulier est un décret, et non une loi. Elle n'est pas une opération de la volonté générale. La volonté générale ne considère jamais ni un individu ni une action particulière. *Elle est donc liée à l'indiscernable.* Ce sur quoi elle se prononce n'est pas séparable par des énoncés du savoir. Un décret est fondé sur le savoir, mais une loi ne l'est pas : elle n'a trait qu'à la vérité. Il en résulte évidemment que la volonté générale est intrinsèquement égalitaire, ne pouvant faire acception ni des personnes ni des biens. Il y a là une qualification intrinsèque de la scission de la volonté : « La volonté particulière tend, par sa nature, aux préférences, et la volonté générale à l'égalité. » Rousseau pense le lien moderne essentiel entre l'existence de la politique et la norme égalitaire. Encore est-ce inexact de parler de norme. Qualification intrinsèque de la volonté générale, l'égalité *est* la politique, de sorte qu'*a contrario* tout énoncé inégalitaire, quel qu'il soit, est antipolitique. Ce qu'il y a de plus remarquable dans *Du contrat social* est d'avoir établi la connexion intime entre politique et égalité par le recours articulé à une fondation événementielle et à une procédure de l'indiscernable. C'est parce que la volonté générale indiscerne son objet, l'excepte des encyclopédies savantes, qu'elle est ordonnée à l'égalité. Et cet indiscernable renvoie à son tour au caractère événementiel de la création politique.

Enfin Rousseau prouve avec rigueur que la volonté générale ne saurait être représentée, fût-ce par l'État : « Le souverain, qui n'est qu'un être collectif, ne peut être représenté que par lui-même : le pouvoir

peut bien se transmettre, mais non pas la volonté. » Cette distinction entre le pouvoir (transmissible) et la volonté (irreprésentable) est très profonde. Elle désétatise la politique. En tant que procédure fidèle à l'événement-contrat, la politique ne peut supporter la délégation ni la représentation. Elle est tout entière dans « l'être collectif » de ses citoyens-militants. Le pouvoir est en effet induit de l'existence de la politique, il n'en est pas la manifestation adéquate.

De là du reste s'infèrent deux attributs, souvent suspectés de « totalitarisme », de la volonté générale : son indivisibilité, et son infaillibilité. Rousseau ne peut admettre la logique de la « division » ou de « l'équilibre » des pouvoirs, si l'on entend par « pouvoir » l'essence du phénomène politique, que Rousseau nommera plutôt volonté. En tant que procédure générique, la politique est indécomposable, et ce n'est qu'en la dissolvant dans la multiplicité secondaire des décrets gouvernementaux qu'on croit penser son articulation. La trace de l'ultra-un événementiel dans la politique, c'est qu'il n'y en a qu'une, que nulle instance de pouvoir ne peut représenter ou fragmenter. Car la politique, c'est, ultimement, l'existence du peuple. Pareillement, « la volonté générale est toujours droite et tend toujours à l'utilité publique ». Car de quelle norme *extérieure* pourrions-nous disposer pour juger qu'il n'en est pas ainsi ? Si la politique « reflétait » le lien social, on pourrait, à partir de la pensée de ce lien, se demander si le reflet est adéquat ou non. Mais comme elle est une création intervenante, elle est à elle-même sa propre norme, la norme égalitaire, et tout ce qu'on peut supposer est qu'une volonté politique qui erre, ou fait le malheur d'un peuple, n'est en fait *pas* une volonté politique — ou générale —, mais une volonté particulière usurpatrice. Saisie dans son essence, la volonté générale est infaillible, d'être soustraite à tout savoir particulier, et de n'avoir affaire qu'à l'existence générique du peuple.

L'hostilité de Rousseau aux partis et aux factions — donc à toute forme de représentativité parlementaire — se déduit du caractère générique de la politique. L'axiome majeur est que « pour avoir bien l'énoncé de la volonté générale, [il faut qu'] il n'y ait pas de société partielle dans l'État ». Ce qui caractérise une « société partielle », c'est qu'elle est discernable, ou séparable, et que donc elle n'est pas fidèle à l'événement-pacte. Comme le note Rousseau, le pacte originel est le résultat d'un « comportement unanime ». S'il y a des opposants, ils sont purement et simplement extérieurs au corps politique, ce sont

« des étrangers parmi les citoyens ». Car l'ultra-un événementiel ne peut évidemment être dans la forme d'une « majorité ». La fidélité à l'événement requiert que toute décision réellement politique soit conforme à cet effet-d'un, et donc ne soit jamais subordonnée à la volonté, séparable et discernable, d'un sous-ensemble du peuple. Tout sous-ensemble, fût-il cimenté par le plus réel des intérêts, est a-politique, de ce qu'il se laisse nommer dans une encyclopédie. Il relève du savoir, non de la vérité.

Il est de même exclu que la politique puisse s'accomplir dans l'élection de représentants car « la volonté ne se représente point ». Les députés peuvent avoir des fonctions exécutives particulières, ils ne peuvent avoir aucune fonction législative, car « les députés du peuple ne sont ni ne peuvent être ses représentants », et « toute loi que le peuple en personne n'a pas ratifiée est nulle; ce n'est point une loi ». Le parlementarisme anglais n'impressionne pas Rousseau. Pour lui, il n'y a nulle politique là-dedans. Sitôt les députés élus, le peuple anglais « est esclave, il n'est rien ». Si la critique du parlementarisme est radicale chez Rousseau, c'est que au plus loin de le considérer comme une forme, bonne ou mauvaise, de la politique, il lui dénie tout être politique.

Il faut bien comprendre en effet que la volonté générale, comme tout opérateur de connexion fidèle, sert à évaluer la proximité, ou conformité, de tel ou tel énoncé à l'événement-pacte. Il s'agit non de savoir si cet énoncé est de bonne ou de mauvaise politique, de droite ou de gauche, mais s'il *est* ou n'est pas politique : « Quand on propose une loi dans l'assemblée du peuple, ce qu'on leur demande n'est pas précisément s'ils approuvent la proposition ou s'ils la rejettent, mais si elle est conforme ou non à la volonté générale, qui est la leur. » Il est très remarquable que, pour Rousseau, la décision politique revienne à décider si un énoncé est politique, et nullement à savoir si on est pour ou contre. Il y a là une disjonction radicale de la politique et de l'opinion, par quoi Rousseau anticipe sur la doctrine moderne de la politique comme processus militant, plutôt que comme alternance au pouvoir des opinions et des consensus. L'ultime fondement de cette anticipation est la conscience que la politique, étant la procédure générique où insiste la vérité du peuple, ne peut renvoyer au discernement savant des composantes sociales ou idéologiques d'une nation. L'auto-appartenance événementielle qui, sous le nom de contrat social, la régit,

fait de la volonté générale un terme soustrait à tout discernement de ce genre.

Toutefois, deux difficultés subsistent.

— Il n'y a événement que nommé par une intervention. Qui est l'intervenant dans la doctrine de Rousseau ? C'est l'épineuse question du législateur.

— Si le pacte est nécessairement unanime, il n'en va pas de même du vote des lois subséquentes, ou de la désignation des magistrats. Comment le caractère générique de la politique peut-il subsister quand l'unanimité défaille ? C'est l'impasse de Rousseau.

En la personne du législateur, l'unanimité générique de l'événement pris dans son être-multiple s'inverse en absolue singularité. Le législateur est celui qui, intervenant dans le site d'un peuple rassemblé, nomme, par des lois constitutionnelles ou fondatrices, l'événement-pacte. Que cette nomination soit surnuméraire s'écrit : « Cet emploi [celui de législateur], qui constitue la république, n'entre point dans sa constitution. » Le législateur n'est pas de l'état de nature, puisqu'il intervient sur l'événement fondateur de la politique. Il n'est pas non plus de l'état politique, puisqu'il n'est pas soumis aux lois, ayant à les prononcer. Son action est « particulière et supérieure », et ce que Rousseau cherche à penser dans la métaphore du caractère quasi divin du législateur est en fait la convocation du vide : le législateur tire du vide naturel, rétroactivement créé par le rassemblement populaire, une sagesse de nomination légale que le suffrage entérine. Le législateur est tourné vers l'événement, et soustrait à ses effets : « Celui qui rédige les lois n'a donc ou ne doit avoir aucun droit législatif. » N'ayant aucun pouvoir, il ne peut que se réclamer d'une fidélité antérieure, la fidélité prépolitique aux dieux de la Nature. Le législateur « met les décisions dans la bouche des immortels », parce que c'est la loi de toute intervention que d'avoir à se réclamer d'une fidélité antérieure pour nommer l'inouï de l'événement, et créer pour ce faire les noms qui conviennent (en l'occurrence : des lois, pour nommer qu'un peuple se constitue, que la politique advient). On reconnaîtra aisément une avant-garde intervenante dans l'énoncé par quoi Rousseau qualifie le paradoxe du législateur : « Une entreprise au-dessus de la force humaine et, pour l'exécuter, une autorité qui n'est rien. » Le législateur est celui par quoi, reconnu dans son ultra-un, l'événement collectif du contrat est nommé en sorte que la politique, désormais, existe

comme fidélité, ou volonté générale. Il est celui qui change l'occurrence collective en durée politique. Il est l'intervenant aux parages des rassemblements populaires.

Reste à savoir quelle est, dans la durée, la nature exacte de la procédure politique. Comment s'avère et s'exerce la volonté générale? Quelle est la pratique du repérage des connexions positives (les lois politiques) entre tel ou tel énoncé et le nom de l'événement que le législateur, soutenu par l'unanimité contractuelle du peuple, a mis en circulation? C'est le problème du sens politique de la *majorité*.

Dans une note, Rousseau indique ceci : « Pour qu'une volonté soit générale, il n'est pas toujours nécessaire qu'elle soit unanime, mais il est nécessaire que toutes les voix soient comptées; toute exclusion formelle rompt la généralité. » Ce genre de considération a connu la fortune historique que l'on sait : le fétichisme du suffrage universel. Toutefois, au regard de l'essence générique de la politique, elle ne nous dit pas grand-chose, sinon qu'un sous-ensemble indiscernable — et telle est la forme *existante* de la volonté générale — du corps politique doit être réellement un sous-ensemble de ce corps tout entier, et non d'une fraction de ce corps. C'est la trace, dans une étape donnée de la fidélité politique, de ce que l'événement, lui, est unanime, ou rapport du peuple à soi-même en totalité.

Plus loin, Rousseau écrit que « la voix du plus grand nombre oblige toujours tous les autres », et que « du calcul des voix se tire la déclaration de la volonté générale ». Quel rapport peut-il exister entre le « calcul des voix » et le caractère général de la volonté? L'hypothèse sous-jacente est évidemment que la majorité des suffrages exprime matériellement un sous-ensemble quelconque, ou indiscernable, du corps collectif. La seule justification que Rousseau en donne est la destruction symétrique des volontés particulières de sens contraire : « [la volonté de tous] n'est qu'une somme de volontés particulières : mais ôtez de ces mêmes volontés les plus et les moins qui s'entre-détruisent, reste pour somme des différences la volonté générale ». Mais on ne voit pas pourquoi ladite « somme des différences », supposée désigner le caractère indiscernable, ou non particulier, de la volonté politique, apparaîtrait empiriquement comme majorité. Car les quelques voix de différence sont finalement, comme on le voit en régime parlementaire, ce qui force le choix. Pourquoi ces suffrages indécis, en excès sur l'annulation réciproque des volontés particulières,

exprimeraient-ils le caractère générique de la politique, ou la fidélité à l'unanime événement fondateur?

L'embarras de Rousseau quand il s'agit de passer du principe (la politique ne trouve sa vérité que dans une partie générique du peuple, toute partie discernable exprimant un intérêt particulier) à l'effectuation (la majorité absolue est censée être signe adéquat du générique) l'amène à distinguer les décisions *importantes* et les décisions *urgentes* : « Deux maximes générales peuvent servir à régler ces rapports : l'une, que, plus les délibérations sont importantes et graves, plus l'avis qui l'emporte doit approcher de l'unanimité; l'autre, que, plus l'affaire agitée exige de célérité, plus on doit resserrer la différence prescrite dans le partage des avis : dans les délibérations qu'il faut terminer sur-le-champ, l'excédent d'une seule voix doit suffire. »

On voit que Rousseau n'absolutise pas la majorité absolue stricte. Il envisage des degrés, et introduit ce qui deviendra le concept de « majorité qualifiée ». On sait que, aujourd'hui encore, on demande des majorités des deux tiers pour certaines décisions, comme les révisions constitutionnelles. Mais ces nuances dérogent au principe du caractère générique de la volonté. Car *qui* décide qu'une affaire est importante, ou urgente? Et à quelle majorité? Il est paradoxal que l'expression (quantitative) de la volonté générale soit subitement dépendante du caractère empirique des contenus abordés. L'indiscernabilité est ici limitée, et corrompue, par la discernabilité des occurrences, par une casuistique qui suppose une encyclopédie classifiante des circonstances politiques. Si le mode d'exercice de la fidélité politique est lié à des déterminants encyclopédiques, affectés à la particularité des situations, il perd son caractère générique, et devient une technique d'évaluation conjoncturelle, dont on ne voit pas comment une loi — au sens de Rousseau — pourrait ordonner *politiquement* les effets.

On mettra mieux encore en évidence cette impasse par l'examen d'une complexité en apparence voisine, mais que Rousseau parvient à dominer. Il s'agit de la désignation du gouvernement (de l'exécutif). Une telle désignation, concernant des personnes particulières, ne peut être un acte de la volonté générale. Le paradoxe est que le peuple doit ainsi accomplir un acte gouvernemental, ou exécutif (nommer des personnes) alors qu'il n'y a pas encore de gouvernement. Rousseau se tire de la difficulté en posant que le peuple, de souverain (législatif) qu'il était, se change en organe exécutif *démocratique*, car, pour lui,

la démocratie est le gouvernement par tous (ce qui, entre parenthèses, indique que le contrat fondateur n'est pas démocratique, puisque la démocratie est une forme de l'exécutif. Le contrat est un événement collectif unanime, et non un décret gouvernemental démocratique). Il y a ainsi, quelle que soit la forme du gouvernement, un moment démocratique obligé, qui est celui où le peuple, « par une conversion subite de la souveraineté en démocratie », est habilité à prendre des décisions particulières, comme la désignation du personnel gouvernemental. On se demandera comment sont prises ces décisions. Mais dans ce cas, qu'elles soient prises à la majorité des suffrages n'introduit aucune contradiction, puisqu'il s'agit d'un décret et non d'une loi, et que la volonté n'est pas générale, mais particulière. Que le nombre règle une décision dont l'objet est discernable (des personnes, des candidats, etc.) n'est pas une objection, parce que cette décision n'est pas politique, étant gouvernementale. Le générique n'étant pas en cause, l'impasse de son expression majoritaire est levée.

Elle subsiste, entière, lorsqu'il s'agit de politique, donc des décisions qui rapportent le peuple à lui-même, et qui engagent la généricité de la procédure, sa soustraction à tout déterminant encyclopédique. La volonté générale, qualifiée par l'indiscernable, qui seul la rattache à l'événement fondateur et institue la politique comme vérité, ne peut se laisser déterminer par le nombre. Rousseau en a finalement une si vive conscience qu'il admet qu'une *interruption des lois* exige la concentration de la volonté générale dans la dictature d'un seul. Quand il s'agit « du salut de la patrie », et que « l'appareil des lois [est alors] un obstacle », il est licite de nommer (mais comment ?) « un chef suprême, qui fasse taire toutes les lois ». L'autorité souveraine du corps collectif est alors suspendue, non que la volonté générale soit absentée, mais au contraire parce qu'elle n'est « pas douteuse », car « il est évident que la première intention du peuple est que l'État ne périsse pas ». On retrouve ici la torsion constituante qui est que le but de la volonté politique est la politique elle-même. La dictature est la forme adéquate de la volonté générale dès lors qu'elle est le seul moyen de maintenir les conditions d'existence de la politique.

Il est du reste frappant que l'exigence d'une interruption dictatoriale des lois surgisse de la confrontation de la volonté générale aux événements : « L'inflexibilité des lois, qui les empêche de se plier aux événements, peut, en certains cas, les rendre pernicieuses. » Une fois

encore, nous voyons aux prises l'ultra-un événementiel et la fixité des opérateurs de fidélité. Une casuistique est requise, qui seule détermine la forme matérielle de la volonté générale : de l'unanimité (requise pour le contrat initial) à la dictature d'un seul (requise quand la politique *existante* est menacée dans son être). Cette plasticité de l'expression renvoie à l'indiscernabilité de la volonté politique. Si elle était déterminée par un énoncé explicite de la situation, la politique aurait une forme canonique. Vérité générique suspendue à un événement, elle est une partie de la situation soustraite à la langue établie, et sa forme est aléatoire, car elle n'est qu'un *index* d'existence, et non une nomination savante. Ce qui en soutient la procédure est uniquement le zèle des citoyens-militants, dont la fidélité engendre une vérité infinie que nulle forme, constitutionnelle ou organisationnelle, n'exprime adéquatement.

Le génie de Rousseau a été de circonscrire abstraitement que la politique est une procédure générique. Pris tout de même dans l'approche classique, qui concerne la forme légitime de la souveraineté, il a — avec des précautions paradoxales — considéré que la majorité des suffrages était ultimement la forme empirique de cette légitimité. Il ne pouvait fonder ce point sur l'essence de la politique elle-même, et il nous lègue la question : qu'est-ce qui *distingue*, à la surface présentable de la situation, la procédure politique ?

L'essentiel toutefois est de conjoindre la politique non à la légitimité, mais à la vérité. Avec cet obstacle que ceux qui s'en tiendraient à ces principes « auront tristement dit la vérité, et n'auront fait leur cour qu'au peuple ». Or, remarque Rousseau avec une pointe de mélancolie réaliste, « la vérité ne mène point à la fortune, et le peuple ne donne ni ambassades, ni chaires, ni pensions ».

Déliée du pouvoir, anonyme, forçage patient d'une partie indiscernable de la situation, la politique ne fait pas même de vous l'ambassadeur d'un peuple. On y est le servant d'une vérité dont l'accueil, en un monde transformé, n'est pas tel que vous puissiez vous en prévaloir. Le nombre même n'y peut suffire.

La politique est à elle-même sa propre fin, dans le mode de ce qu'en fait d'énoncés vrais, quoique toujours in-sus, une volonté collective est à même de produire.

MÉDITATION TRENTE-TROIS

Le mathème de l'indiscernable : la stratégie de P.J. Cohen

Il est impossible que l'ontologie mathématicienne dispose du concept de vérité, puisque toute vérité est postévénementielle, et que le multiple paradoxal qu'est l'événement est interdit d'être par cette ontologie. Le processus d'une vérité échappe donc entièrement à l'ontologie. A cet égard, la thèse heideggérienne d'une coappartenance originaire de l'être (comme $\varphi\acute{\upsilon}\sigma\iota\varsigma$) et de la vérité (comme $\grave{\alpha}\lambda\acute{\eta}\theta\epsilon\iota\alpha$, ou non-latence) doit être abandonnée. Le dicible de l'être est disjoint du dicible de la vérité. C'est pourquoi seule la philosophie pense la vérité, dans ce qu'elle a de soustrait au soustractif de l'être : l'événement, l'ultra-un, la procédure hasardeuse et son résultat générique.

Toutefois, si la pensée de l'être n'ouvre à nulle pensée de la vérité — parce qu'une vérité n'est pas, mais ad-vient du point d'une supplémentation indécidable —, il y a bien un *être de la vérité*, qui n'est *pas* la vérité, qui est, justement, son être. Le multiple générique et indiscernable est en situation, il est présenté, quoiqu'il soit soustrait au savoir. La *compatibilité* de l'ontologie avec la vérité implique que l'être de la vérité, comme multiplicité générique, soit ontologiquement pensable, même si une vérité ne l'est pas. Tout revient donc à ceci : l'ontologie peut-elle produire le concept d'un multiple générique, c'est-à-dire innommable, inconstructible, indiscernable? La révolution introduite en 1963 par Cohen répond positivement : il existe un concept ontologique du multiple indiscernable. Et par conséquent, l'ontologie est compatible avec la philosophie de la vérité. Elle *autorise* que le résultat-multiple de la procédure générique suspendue à l'événement existe, bien qu'il soit, dans la situation où il s'inscrit, indiscernable. L'ontologie, après avoir pu penser, avec Gödel, la pensée de Leibniz (hiérarchie constructible et souveraineté de la langue), pense aussi, avec

Cohen, sa réfutation. Elle montre que le principe des indiscernables est une limitation volontariste, et que l'indiscernable *est*.

Certes, on ne peut parler d'un multiple indiscernable « en soi ». Outre que (méditation 30) les Idées du multiple tolèrent qu'on suppose tout multiple constructible, l'indiscernabilité est forcément relative à un critère du discernable, c'est-à-dire à une situation et à une langue.

Notre stratégie (c'est proprement dans ce mouvement que consiste l'invention de Cohen) va donc être la suivante : nous allons nous installer dans un multiple fixé une fois pour toutes, multiple à la fois très riche en propriétés (il « réfléchit » une partie importante de l'ontologie générale) et très pauvre en quantité (il est dénombrable). La langue sera celle de la théorie des ensembles, mais restreinte au multiple choisi. Nous appellerons ce multiple une *situation fondamentale quasi complète* (les Américains disent *ground model*). A l'intérieur de la situation fondamentale, nous allons définir une procédure d'approximation d'un supposé multiple indiscernable. Puisqu'un tel multiple ne se laisse nommer par aucune phrase, nous serons bien obligés d'anticiper sa nomination par une lettre supplémentaire. Ce signifiant en plus, auquel ne correspond au départ rien qui soit présenté dans la situation fondamentale, est la transcription ontologique de la nomination surnuméraire de l'événement. Toutefois l'ontologie ne reconnaît nul événement, puisqu'elle forclôt l'auto-appartenance. Ce qui tient lieu d'événement-sans-événement est la lettre surnuméraire elle-même, et il est donc cohérent qu'elle ne désigne rien. Par une dilection dont je laisse au lecteur le soin de sonder l'origine, je choisirai pour cette inscription le symbole ♀. On lira ce symbole « multiple générique », « générique » étant l'adjectif retenu par les mathématiciens pour désigner l'indiscernable, l'absolument quelconque, soit un multiple qui, dans une situation donnée, n'a que les propriétés plus ou moins « communes » à tous les multiples de la situation. Dans la littérature, ce que je note ici ♀ est noté *G* (pour générique).

Un multiple ♀ n'étant pas nommable, le remplissement éventuel de son absence, c'est-à-dire la construction de son concept, ne peut qu'être une procédure, laquelle doit opérer à l'intérieur du nommable de la situation fondamentale. Cette procédure désigne des multiples discernables qui ont un certain rapport à l'indiscernable supposé. On reconnaît là une version intra-ontologique de la procédure des

enquêtes, telle que, explorant par séquences finies les connexions fidèles au nom d'un événement, elle s'illimite dans l'indiscernable d'une vérité. Mais il n'y a, dans l'ontologie, aucune procédure, seulement une structure. Il n'y a pas une-vérité, mais construction du concept de l'être-multiple de toute vérité.

On partira donc d'un multiple supposé existant *dans* la situation initiale (la situation quasi complète), c'est-à-dire d'un multiple qui appartient à cette situation. Ce multiple va, dans la construction de l'indiscernable, fonctionner de deux façons différentes. D'une part, ses éléments fourniront la substance-multiple de l'indiscernable, car celui-ci sera une *partie* du multiple choisi. D'autre part, ils conditionneront l'indiscernable en ceci qu'ils véhiculeront des « renseignements » sur lui. Ce multiple sera à la fois le *matériau* de base de la construction de l'indiscernable (dont les éléments seront prélevés sur lui) et le lieu de son *intelligibilité* (puisque les conditions auxquelles l'indiscernable doit obéir pour être indiscernable seront matérialisées par certaines structures du multiple choisi). Qu'un multiple puisse à la fois fonctionner comme simple terme de la présentation (tel terme appartient à l'indiscernable) et comme vecteur d'information sur ce à quoi il appartient est la clé du problème. C'est aussi un *topos* intellectuel quant à la connexion du pur multiple et du sens.

A raison de leur deuxième fonction, les éléments du multiple de base choisi dans la situation fondamentale quasi complète seront appelés des *conditions* (pour l'indiscernable ♀).

L'espoir est que certains regroupements de conditions, des conditions elles-mêmes conditionnées *dans la langue de la situation*, nous autorisent à penser qu'un multiple qui compte pour un ces conditions ne peut pas être discernable. Autrement dit, les conditions nous donneront à la fois une description approximative et une composition-une suffisantes pour qu'on puisse en tout cas conclure que le multiple ainsi décrit et composé ne se laisse ni nommer ni discerner dans la situation quasi complète de départ. C'est à ce multiple conditionné que nous appliquerons le symbole ♀.

En général, le ♀ en question n'appartiendra même pas à la situation. Tout comme le symbole qui l'épingle, il y sera surnuméraire, quoique *toutes* les conditions qui en remplissent l'absence initiale appartiennent, elles, à la situation. L'idée est alors de voir ce qui se passe si, de force, on « adjoint » cet indiscernable à la situation. On

voit qu'ici, par une rétrogradation caractéristique de l'ontologie, la supplémentation d'être qu'est l'événement (dans les situations non ontologiques) vient *après* la supplémentation signifiante, laquelle, dans les situations non ontologiques, relève de l'intervention sur le site événementiel. L'ontologie va explorer comment on peut, d'une situation donnée, construire une autre situation par « adjonction » d'un multiple indiscernable de la première. Cette formalisation est clairement celle de la politique, qui, nommant à partir de l'événement un imprésenté du site, remanie la situation par sa tenace fidélité à cette nomination. Mais c'est une politique sans futur antérieur, un *être* de la politique.

Il en résulte que, dans l'ontologie, la question est très délicate. Car « adjoindre » l'indiscernable, une fois qu'on l'a conditionné (et non construit, ou nommé), qu'est-ce que ça veut dire? Puisque vous ne pouvez pas discerner ♀ dans la situation fondamentale, quelle procédure explicite peut bien le surajouter aux multiples de cette situation? La solution de ce problème consiste à construire, dans la situation, des multiples qui fonctionnent comme *noms* pour tout élément éventuel de la situation obtenue par adjonction de l'indiscernable ♀. Naturellement, on ne saura pas, en général, *quel* multiple de $S(♀)$ (appelons comme ça cette adjonction) est nommé par tel nom. Du reste, ce référent change selon que l'indiscernable est tel ou tel, et on ne sait pas penser ou nommer ce « tel ou tel ». Mais on saura qu'il y a des noms pour tous. On posera alors que $S(♀)$ est l'ensemble des valeurs des noms *pour un indiscernable supposé fixé*. La manipulation des noms nous permettra de penser de multiples propriétés de la situation $S(♀)$. Les propriétés dépendront de ce que ♀ est indiscernable, ou générique. C'est pourquoi $S(♀)$ sera appelé une extension générique de S. Pour un ensemble fixé de conditions, on parlera, de façon tout à fait générale, de « l'extension générique de S », l'indiscernable laissant cette trace qu'on n'est pas en mesure de discerner « une » extension obtenue à partir d'un indiscernable « distinct » (la pensée de ce « distinct » étant, nous le verrons, sévèrement limitée par l'indiscernabilité des indiscernables).

Reste à voir dans quelle mesure ce programme est compatible avec les Idées du multiple. Donc dans quelle mesure — et ce problème est de portée capitale — il existe un concept ontologique du multiple pur indiscernable.

1. SITUATION FONDAMENTALE QUASI COMPLÈTE

Le concept ontologique d'une situation est un multiple quelconque. Toutefois, on imagine que l'approximation intrasituationnelle d'un indiscernable exige des opérations assez complexes. Un multiple simple (un multiple fini, par exemple) ne propose sûrement pas les ressources opératoires exigibles, ni la « quantité » d'ensembles qu'elles supposent, puisque nous savons qu'une opération n'est, dans son être, qu'un multiple particulier.

En vérité, la situation propice doit, autant que faire se peut, être aussi voisine que possible des ressources de l'ontologie elle-même. Elle doit *réfléchir* les Idées du multiple, au sens où les axiomes, ou du moins un grand nombre d'entre eux, y sont véridiques. Que veut dire qu'un axiome est véridique (ou réfléchi) dans un multiple particulier? Cela veut dire que la relativisation à ce multiple de la formule qui exprime l'axiome y est véridique, ou que, dans le vocabulaire de la méditation 29, cette formule est *absolue* pour le multiple considéré. Donnons un exemple typique. Soit S un multiple et $\alpha \in S$ un élément quelconque de S. L'axiome de fondation sera véridique dans S s'il existe de l'Autre dans α, autrement dit s'il y a $\beta \in \alpha$ avec $\beta \cap \alpha = \phi$, étant entendu que ce β doit exister pour un habitant de S, autrement dit être lui-même un élément de S, car, dans l'univers S, « exister » veut dire : appartenir à S. Supposons maintenant que S est un ensemble transitif (méditation 12). Cela veut dire que $(\alpha \in S) \rightarrow (\alpha \subset S)$. Donc, tout élément de α est aussi un élément de S. Comme l'axiome de fondation est vrai *dans l'ontologie générale*, il y a (pour l'ontologue) au moins un β tel que $\beta \in \alpha$ et $\beta \cap \alpha = \phi$. Mais par la transitivité de S, ce β est aussi un élément de S. Donc, pour un habitant de S, il est également véridique qu'il existe un β avec $\beta \cap \alpha = \phi$. Finalement, nous savons qu'un multiple transitif S réfléchit toujours l'axiome de fondation. De l'intérieur d'un tel multiple, il y a toujours de l'Autre dans un multiple existant, c'est-à-dire appartenant à la situation transitive considérée.

Cette capacité réflexive, par quoi des Idées du multiple sont « rabat-

tues » sur un multiple particulier, et y sont véridiques pour un regard immanent, caractérise la théorie ontologique.

L'hypothèse maximale que nous pouvons faire quant à cette capacité, pour un multiple S fixé, est la suivante :

— S vérifie tous les axiomes de la théorie des ensembles qui sont exprimables en une seule formule soit : l'extensionalité, l'union, les parties, le vide, l'infini, le choix et la fondation ;

— S vérifie au moins un nombre fini d'instances des axiomes qui ne sont exprimables que par une suite infinie de formules, soit la séparation et le remplacement (car il y a en fait un axiome de séparation distinct pour toute formule $\lambda(\alpha)$, et un axiome de remplacement pour toute formule $\lambda(\alpha, \beta)$ qui indique qu'on « remplace » α par β : voir là-dessus la méditation 5) ;

— S est transitif (sinon, on en « sort » très facilement, puisque l'on peut avoir $\alpha \in S$, mais $\beta \in \alpha$ et $\sim(\beta \in S)$). La transitivité garantit que ce qui est présenté par ce que présente S est aussi présenté par S. Le compte-pour-un est homogène vers le bas.

Pour des raisons qui s'avéreront plus loin décisives, nous ajouterons :

— S est infini, mais dénombrable (sa cardinalité est ω_0).

Un multiple S qui a ces quatre propriétés sera dit une *situation quasi complète*. La littérature le désigne, un peu abusivement, comme un *modèle* de la théorie des ensembles.

Existe-t-il une situation quasi complète ? C'est un problème profond. Une telle situation « réfléchit » une grande partie de l'ontologie dans un seul de ses termes : il y a un multiple tel que les Idées du multiple y sont véridiques, dans une large mesure. On sait qu'une réflexion totale est impossible, car elle reviendrait à dire qu'on peut fixer *dans* la théorie un « modèle » de tous ses axiomes, et par conséquent, d'après le théorème de complétude de Gödel, qu'on peut démontrer dans la théorie la cohérence de cette théorie. Le théorème d'incomplétude du même Gödel nous assure que, alors, la théorie est en vérité incohérente : toute théorie telle que s'infère de ses axiomes l'énoncé « la théorie est cohérente » est incohérente. La cohérence de l'ontologie — la vertu de sa fidélité déductive — est en excès sur ce que l'ontologie démontre. Je montrerai dans la méditation 35 qu'il s'agit là d'une torsion constitutive du sujet : la loi d'une fidélité n'est pas fidèlement discernable.

On démontre toutefois — dans le cadre de théorèmes que les mathématiciens ont justement nommés des « théorèmes de réflexion » — qu'il existe des situations quasi complètes dénombrables. Les mathématiciens disent : des modèles transitifs dénombrables de la théorie des ensembles. Ces théorèmes montrent que l'ontologie est apte à se réfléchir autant qu'on veut (c'est-à-dire à réfléchir autant d'axiomes qu'on veut en nombre fini) dans *un* multiple dénombrable. Comme tout théorème *actuel* est démontré avec un nombre fini d'axiomes, l'état actuel de l'ontologie se laisse réfléchir dans un univers dénombrable, au sens où tous les énoncés que les mathématiques ont à ce jour démontrés sont véridiques pour un habitant de cet univers, aux yeux duquel n'existent que les multiples qui appartiennent à son univers.

On peut donc soutenir que ce que nous *savons* de l'être en tant que tel — donc, de l'être d'une situation quelconque — est toujours présentable sous les espèces d'une situation quasi complète dénombrable. Aucun énoncé ne peut s'y soustraire quant à sa véridicité actuellement établie.

Tout le développement qui va suivre suppose qu'on a fait choix d'une situation fondamentale quasi complète. C'est de l'intérieur d'une telle situation que nous allons forcer l'adjonction d'un indiscernable.

La précaution principale à prendre est de distinguer avec soin ce qui est absolu pour S et ce qui ne l'est pas. Deux exemples caractéristiques :

— Si $\alpha \in S$, $\cup\ \alpha$, la dissémination de α *au sens de l'ontologie générale*, appartient aussi à S. Cela résulte de ce que les éléments des éléments de α (au sens de la situation S) sont les mêmes que les éléments des éléments de α au sens de l'ontologie générale, du fait que S est une situation transitive. Comme l'axiome de l'union est supposé véridique dans S, situation quasi complète, le compte-pour-un des éléments de ses éléments y existe. C'est *le même multiple* que $\cup\ \alpha$ au sens de l'ontologie générale. L'union est donc absolue pour S, au sens où si $\alpha \in S$, on a $\cup\ \alpha \in S$.

— En revanche, $p(\alpha)$ n'est pas absolu pour S. Car pour un $\alpha \in S$, si $\beta \subset \alpha$ (au sens de l'ontologie générale), il n'est nullement évident que $\beta \in S$, donc que la partie β existe pour un habitant de S. La véridicité de l'axiome de l'ensemble des parties dans S signifie seulement que quand $\alpha \in S$, l'ensemble des parties de α *qui appartiennent à* S est compté pour un dans S. Mais de l'extérieur, l'ontologue peut fort bien distinguer une partie de α qui, n'existant pas *dans* S (parce qu'elle

n'appartient pas à S), fait partie de $p(\alpha)$ au sens de l'ontologie générale sans faire partie de $p(\alpha)$ au sens que lui donne un habitant de S. Par conséquent, $p(\alpha)$ n'est pas absolu pour S.

On trouvera dans l'appendice 5 une liste de termes et d'opérations dont on peut démontrer l'absoluité pour une situation quasi complète. Cette démonstration (que je ne donne pas) est intéressante, eu égard au caractère suspect, tant en mathématique qu'en philosophie, du concept d'absoluité.

Retenons seulement trois résultats révélateurs. Dans une situation quasi complète sont absolus :

— « être un ordinal », au sens suivant : les ordinaux pour un habitant de S sont exactement les ordinaux au sens de l'ontologie générale qui appartiennent à S;

— ω_0, le premier ordinal limite, et donc aussi tous ses éléments : les ordinaux finis, ou nombres entiers;

— l'ensemble des parties *finies* de α, au sens où si $\alpha \in S$, l'ensemble des parties finies de α est compté pour un dans S.

En revanche, $p(\alpha)$ au sens général, ω_α pour $\alpha > 0$, $|\alpha|$ (la cardinalité de α), ne sont *pas* absolus.

On voit que l'absoluité ne convient pas à la quantité pure (sauf si elle est finie), ni à l'état. Il y a quelque chose d'évasif, de relatif, dans ce que pourtant on tient intuitivement pour la plus objective des données : la quantité d'un multiple. Cela fait un vif contraste avec la solidité absolue des ordinaux, la rigidité du schème ontologique des multiples naturels.

La nature, même infinie, est absolue, la quantité infinie est relative.

2. LES CONDITIONS : MATÉRIAU ET SENS

A quoi peut bien ressembler un ensemble de conditions? Une condition est un multiple π de la situation fondamentale S qui est destiné, éventuellement à appartenir à l'indiscernable φ (fonction de matériau), en tout cas à véhiculer un « renseignement » sur cet indiscernable (lequel sera une partie de la situation S). Comment un pur multiple peut-il servir de support à un renseignement ? Car « en soi »,

un multiple pur est un schème de la présentation en général, et n'indique rien d'autre que ce qui lui appartient.

En fait, nous n'allons pas travailler — dans la direction du renseignement, ou du sens — sur le multiple « en-soi ». La notion de renseignement, comme celle de code d'information, est différentielle. Ce que nous allons plutôt avoir est ceci : une condition π_2 sera tenue pour plus contraignante, ou plus précise, ou plus forte, qu'une condition π_1, dès lors — par exemple — que π_1 est incluse dans π_2. C'est très naturel : puisque *tous* les éléments de π_1 sont dans π_2, et qu'un multiple ne détient que l'appartenance, on peut dire que π_2 donne tous les renseignements que donne π_1, plus d'autres. Le concept de *l'ordre* est ici central, car il nous autorise à distinguer des multiples « plus riches » en sens que d'autres, même si, quant à l'appartenance, ils sont tous éléments de l'indiscernable supposé, φ.

Donnons un exemple qui s'avérera très utile par la suite. Supposons que nos conditions soient les suites finies de 0 et de 1 (où 0 est en fait le multiple ϕ, et 1 le multiple $\{\phi\}$, lesquels, par absoluité — appendice 5 — appartiennent certainement à S). Une condition serait, par exemple, $<0,1,0>$. L'indiscernable supposé sera un multiple dont les éléments sont tous de ce type. On aura par exemple $<0,1,0> \in \varphi$. Supposons que $<0,1,0>$ donne par ailleurs des renseignements sur ce qu'est — en tant que multiple — φ, au-delà du fait qu'il lui appartient. Il est certain que tous ces renseignements sont aussi contenus dans la condition $<0,1,0,0>$, puisque le « segment » $<0,1,0>$, qui constitue le tout de la première condition, est intégralement reproduit aux mêmes places (les trois premières), dans la condition $<0,1,0,0>$. Et cette dernière nous donne, en plus, le renseignement (quel qu'il soit) véhiculé par le fait qu'il y a un zéro en quatrième position.

On écrira : $<0,1,0> \subset <0,1,0,0>$, et on pensera que la deuxième condition domine la première, qu'elle précise un peu plus ce qu'est l'indiscernable. Tel est le principe d'ordre sous-jacent à la notion du renseignement.

Une autre caractéristique requise, pour des renseignements, est qu'ils soient compatibles entre eux. Sans un critère du compatible et de l'incompatible, on ne peut que cumuler à l'aveugle des renseignements dont rien ne garantit qu'ils préservent la consistance ontologique du multiple sur lequel on se renseigne. Or, pour que l'indiscernable existe, il faut qu'il soit cohérent avec les Idées du multiple. Puisqu'on vise

la description d'*un* multiple indiscernable, on ne peut tolérer, sur le même point, des renseignements contradictoires. Ainsi, les conditions $<0,1>$ et $<0,1,0>$ sont compatibles, car, concernant les deux premières places, elles disent la même chose. En revanche, les conditions $<0,1>$ et $<0,0>$ sont incompatibles, puisque l'une donne le renseignement codé par « *1* est à la deuxième place », et l'autre le renseignement codé, contradictoirement, par « *0* est à la deuxième place ». Ces conditions ne peuvent valoir *ensemble* pour un même indiscernable ♀.

Remarquons que si deux conditions sont compatibles, c'est toujours qu'on peut les mettre « ensemble », sans contradiction, dans une condition plus forte qui les contient l'une et l'autre, et qui cumule les renseignements. Ainsi la condition $<0,1,0,1>$ « contient » à la fois les conditions $<0,1>$ et $<0,1,0>$, lesquelles sont obligatoirement, de ce fait même, compatibles. A l'inverse, aucune condition ne peut contenir à la fois les conditions $<0,1>$ et $<0,0>$, puisqu'elles divergent sur la marque qui occupe la deuxième place. Tel est le principe de compatibilité sous-jacent à la notion du renseignement.

Enfin, une condition est inutile si elle prescrit déjà par elle-même une condition plus forte, autrement dit si elle ne tolère aucun progrès *hasardeux* dans le conditionnement. Cette idée est très importante, car elle formalise la liberté de conditionnement, laquelle seule conduit à un indiscernable. Prenons par exemple la condition $<0,1>$. La condition $<0,1,0>$ en est un renforcement (elle dit à la fois la même chose et plus). Il en va de même de la condition $<0,1,1>$. Cependant, ces deux « extensions » de $<0,1>$ sont incompatibles entre elles, puisqu'elles donnent des renseignements contradictoires sur la marque qui occupe la troisième place. La situation est donc la suivante : la condition $<0,1>$ admet deux extensions incompatibles. Le cheminement du conditionnement de ♀, à partir de la condition $<0,1>$, n'est pas prescrit par cette condition. Ce peut être $<0,1,0>$, ce peut être $<0,1,1>$, mais ces choix désignent des indiscernables *différents*. La précision grandissante du conditionnement se fait par choix réels, c'est-à-dire choix entre conditions incompatibles. Tel est le principe de choix sous-jacent à la notion de renseignement.

Sans avoir à entrer dans la façon dont un multiple donne des renseignements, nous avons déterminé trois principes sans lesquels il n'en donne aucun qui vaille. Ordre, compatibilité et choix doivent en tout cas *structurer* tout ensemble de conditions.

Cela nous permet de formaliser sans difficulté ce qu'est un *ensemble de conditions*, que nous noterons ©.

a. Un ensemble © de conditions, avec $© \in S$, est un ensemble d'ensembles notés $\pi_1, \pi_2, \ldots, \pi_n \ldots$ L'indiscernable ♀ aura des conditions pour éléments. Il sera donc une partie de © : $♀ \subset ©$, et donc une partie de S : $♀ \subset S$. Notons que puisque la situation S est transitive, $© \in S \rightarrow © \subset S$, et comme $\pi \in ©$, on a aussi $\pi \in S$.

b. Il y a sur ces conditions un ordre, que nous noterons $\subset$ (parce qu'en général il coïncide avec l'inclusion, ou en est une variante). Si $\pi_1 \subset \pi_2$, on dira que la condition π_2 *domine* la condition π_1 (elle en est une extension, elle dit plus).

c. Deux conditions sont *compatibles* si elles sont dominées par une même troisième. « π_1 est compatible avec π_2 » veut donc dire : $(\exists \pi_3)\ [\pi_1 \subset \pi_3\ \&\ \pi_2 \subset \pi_3]$. Si ce n'est pas le cas, elles sont incompatibles.

d. Toute condition est dominée par deux conditions incompatibles entre elles : $(\forall \pi_1)\ (\exists \pi_2)\ (\exists \pi_3)\ [\pi_1 \subset \pi_2\ \&\ \pi_1 \subset \pi_3\ \&$ « π_2 et π_3 sont incompatibles »].

L'énoncé *a* formalise que toute condition est un matériau pour l'indiscernable ; l'énoncé *b* qu'on sait distinguer des conditions plus précises ; l'énoncé *c* que la description de l'indiscernable admet un critère de cohérence ; l'énoncé *d* qu'il y a des choix réels dans la poursuite de la description.

3. SOUS-ENSEMBLE (OU PARTIE) CORRECT(E) DE L'ENSEMBLE DES CONDITIONS

Les conditions ont, je l'ai dit, une double fonction : matériau pour un sous-ensemble indiscernable, renseignements sur ce sous-ensemble. L'intersection de ces deux fonctions se lit dans un énoncé comme $\pi_1 \in ♀$. Cet énoncé « dit » à la fois que la condition π_1 est présentée par ♀, et — même chose lue autrement — que ♀ est tel que π_1 lui appartient, ou peut lui appartenir, ce qui est un renseignement sur ♀, mais un renseignement « minimal », ou atomique. Ce qui nous intéresse est de savoir comment certaines conditions peuvent être réglées

de telle sorte qu'elles constituent bien un sous-ensemble cohérent de l'ensemble © des conditions. Ce conditionnement « collectif » est étroitement lié aux principes d'ordre, de compatibilité et de choix qui structurent l'ensemble ©. Il suture la fonction de matériau à celle de renseignement, car il indique ce qui peut ou doit appartenir *à partir* de la structure d'information des conditions.

Laissons de côté pour l'instant le caractère indiscernable de la partie qu'on veut conditionner. Nous n'avons pas encore besoin du signe surnuméraire ♀. Demandons-nous, de façon générale, ceci : quelles conditions faut-il imposer aux conditions pour qu'elles visent l'un d'un multiple, ou une partie ∂ de ©, qu'on soit capable ou non de décider, ultimement, si ce ∂ existe dans la situation ?

Ce qui est certain, c'est que si une condition π_1 figure dans le conditionnement d'une partie ∂ de la situation, et que $\pi_2 \subset \pi_1$ (π_1 domine π_2), la condition π_2 y figure aussi, puisque tout ce qu'elle nous donne comme renseignements sur ce supposé multiple est *déjà* dans π_1.

Appelons *ensemble correct* un ensemble de conditions qui vise l'un-multiple d'une partie ∂ de ©. Nous venons de voir, et ce sera la première règle pour un ensemble correct de conditions, que, si une condition lui appartient, lui appartiennent aussi toutes les conditions que la première domine. Notons *Rd* ces règles de correction. On a :

$$Rd_1 : [\pi_1 \in \partial \;\&\; \pi_2 \subset \pi_1] \rightarrow \pi_2 \in \partial$$

En somme, nous cherchons à caractériser axiomatiquement une partie correcte des conditions. Pour l'instant, le fait que ∂ est indiscernable n'entre nullement en ligne de compte. La variable ∂ suffit, pour un habitant de *S*, à construire le *concept* de sous-ensemble correct.

Une conséquence de la règle est que ϕ, l'ensemble vide, appartient à toute partie correcte. Étant en effet en position d'inclusion universelle (méditation 7), ϕ est inclus dans toute condition π, ou est dominé par toute condition. Que dire de ϕ ? Que c'est la condition *minimale*, celle qui ne nous apprend rien sur ce qu'est le sous-ensemble ∂. Ce degré zéro du conditionnement est une pièce de toute partie correcte, parce que nulle caractéristique de ∂ ne peut empêcher ϕ d'y figurer, aucune n'étant ni affirmée ni contredite par aucun élément de ϕ (il n'y en a pas).

Il est par ailleurs certain qu'une partie correcte doit être cohérente,

puisqu'elle vise l'un d'un multiple. Elle ne peut contenir des conditions incompatibles. Notre deuxième règle posera que si deux conditions appartiennent à une partie correcte, elles sont compatibles, c'est-à-dire dominées par une même troisième. Mais comme cette troisième « cumule » les renseignements contenus dans les deux premières, il est raisonnable de poser qu'elle appartient aussi à la partie correcte. Notre règle devient : étant donné deux conditions de ∂, il existe une condition de ∂ qui les domine l'une et l'autre. C'est la deuxième règle de correction, Rd_2 :

$$Rd_2 : [(\pi_1 \in \partial) \;\&\; (\pi_2 \in \partial)] \rightarrow (\exists \pi_3)[(\pi_3 \in \partial) \;\&\; (\pi_1 \subset \pi_3) \;\&\; (\pi_2 \subset \pi_3)]$$

Notons que le concept de partie correcte, tel que les deux règles Rd_1 et Rd_2 le fondent, est parfaitement clair pour un habitant de *S*. Il voit qu'une partie correcte est un certain sous-ensemble de © qui doit obéir à deux règles exprimées dans le langage de la situation. Bien entendu, nous ne savons pas encore exactement si des parties correctes existent dans *S*. Pour cela il faut qu'elles soient des parties de © qui sont connues dans *S*. Or le fait que © soit élément de la situation *S* garantit, par transitivité, qu'un *élément* de © est aussi élément de *S*, mais ne garantit nullement qu'une *partie* de © le soit automatiquement. Toutefois le concept — éventuellement vide — d'un ensemble correct de conditions est pensable dans *S*. C'est une définition correcte pour un habitant de *S*.

Reste à savoir comment décrire une partie correcte qui serait une partie *indiscernable* de ©, donc de *S*.

4. SOUS-ENSEMBLE INDISCERNABLE, OU GÉNÉRIQUE

Supposons qu'un sous-ensemble ∂ de © soit correct, c'est-à-dire obéisse aux règles Rd_1 et Rd_2. Que faut-il de plus pour qu'il soit indiscernable, que, donc, ce ∂ soit un ♀ ?

Un ensemble ∂ est discernable *pour un habitant de S* (la situation fondamentale quasi complète) s'il existe une propriété explicite de la langue de la situation qui le nomme complètement. Autrement dit, il doit exister une formule $\lambda(\alpha)$ explicite, compréhensible pour un habi-

tant de S, telle que « appartenir à ∂ » et « avoir la propriété exprimée par $\lambda(\alpha)$ » coïncident : $\alpha \in \partial \leftrightarrow \lambda(\alpha)$. *Tous* les éléments de ∂ ont la propriété explicitée par λ, et *eux seuls* la possèdent, ce qui veut dire que si α n'appartient *pas* à ∂, alors, α n'a pas la propriété λ : $\sim(\alpha \in \partial) \leftrightarrow \sim\lambda(\alpha)$. On peut bien dire, dans ce cas, que λ « nomme » l'ensemble ∂, ou (méditation 3) qu'il le *sépare*.

Soit maintenant ∂ un ensemble correct de conditions. Il est une partie de ©, il obéit aux règles Rd_1 et Rd_2. En outre il est discernable, et il coïncide avec ce que sépare dans © une formule λ. On a : $\pi \in \partial \leftrightarrow \lambda(\pi)$. Remarquons alors ceci : en vertu du principe d des conditions (le principe de choix), toute condition est dominée par deux conditions incompatibles. En particulier, pour une condition $\pi_1 \in \partial$, on a deux conditions dominantes, π_2 et π_3, incompatibles entre elles. La règle Rd_2 des parties correctes interdit que deux conditions incompatibles appartiennent ensemble à une même partie correcte. Il faut donc que ou π_2, ou π_3, n'appartienne *pas* à ∂. Mettons que ce soit π_2. Comme la propriété λ discerne ∂, et que π_2 n'appartient pas à ∂, il s'ensuit que π_2 *n'a pas* la propriété exprimée par λ. On a donc : $\sim\lambda(\pi_2)$.

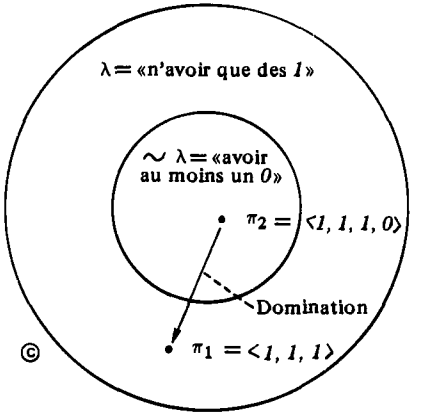
Nous parvenons au résultat suivant, décisif pour la caractérisation d'un indiscernable : si une partie correcte ∂ est discernée par une propriété λ, tout élément de ∂ (tout $\pi \in \partial$) est dominé par une condition π_2 telle que $\sim\lambda(\pi_2)$.

Pour illustrer ce point, revenons à l'exemple des suites finies de *0* et de *1*.

La propriété « ne comporter que la marque *1* » sépare dans © l'ensemble des conditions $<1>$, $<1,1>$, $<1,1,1>$, etc. Elle discerne clairement ce sous-ensemble. Or, ce sous-ensemble est correct. Il obéit à la règle Rd_1 (car toute condition dominée par une suite de *1* est elle-même une suite de *1*). Il obéit à la règle Rd_2 (car deux suites de *1* sont dominées par une suite de *1* plus « longue » que les deux). Voici donc un exemple de partie correcte discernable.

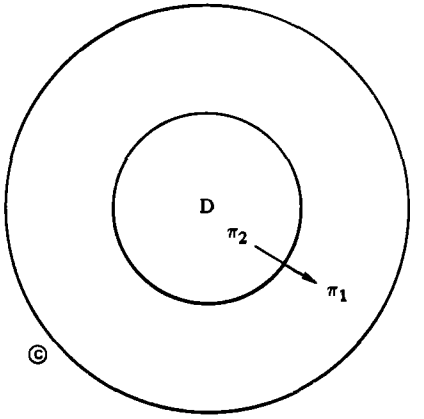
Maintenant, la négation de la propriété discernante « ne comporter que la marque *1* » se dit : « comporter au moins une fois la marque *0* ». Considérons l'ensemble des conditions qui satisfont cette négation : ce sont les conditions qui ont au moins un *0*. Or, il est clair qu'étant donné une condition qui n'a aucun *0*, elle est toujours dominée par une condition qui a un *0* : $<1,1,1>$ est dominée par

$<1,1,1,0>$. Il suffit de rajouter le *0* à la fin. Ainsi, la partie correcte discernable définie par « toutes les suites qui ne comportent que des *1* » est telle que dans son *extérieur* dans ©, défini par la propriété contraire « comporter au moins un *0* », il y a toujours une condition qui domine une condition donnée dans son intérieur.



Nous pouvons donc spécifier la discernabilité d'une partie correcte en disant : si λ discerne la partie correcte ∂, (ici λ est « n'avoir que des *1* »), alors, pour tout élément de ∂ (ici par exemple $<1,1,1>$) il existe dans l'extérieur de ∂, soit les éléments qui vérifient $\sim\lambda$ (ici $\sim\lambda$ est « avoir au moins un *0* »), au moins un élément (ici par exemple $<1,1,1,0>$) qui domine l'élément choisi de ∂.

Cela nous permet une caractérisation *structurale*, sans référence à la langue, de la discernabilité d'une partie correcte.



Appelons *domination* un ensemble de conditions tel que toute condition extérieure à la domination est dominée par au moins une condition intérieure à la domination. Soit, si l'on note D la domination (voir le schéma) :
$\sim(\pi_1 \in D) \rightarrow (\exists\pi_2)[(\pi_2 \in D) \;\&\; (\pi_1 \subset \pi_2)]$
Cette définition axiomatique d'une domination ne fait plus mention de la langue, des propriétés λ, etc.

Nous venons de voir que, si une propriété λ discerne un sous-ensemble correct ∂, alors les conditions qui satisfont $\sim\lambda$ (qui ne sont

pas dans ∂) sont une domination. Dans l'exemple donné, les suites qui nient la propriété « n'avoir que des *1* », donc toutes les suites qui ont au moins un *0*, forment une domination, etc.

Une propriété d'un ensemble ∂ correct *et discernable* (par λ), c'est que son extérieur dans © (discerné, lui, par $\sim\lambda$) est une domination. *Tout ensemble correct et discernable est donc totalement disjoint d'au moins une domination*, à savoir la domination constituée des conditions qui *n'ont pas* la propriété discernante. Si ∂ est discerné par λ, (© − ∂), extérieur de ∂, discerné par $\sim\lambda$, est une domination. Et bien sûr, l'intersection de ∂ et de ce qui reste dans © quand on enlève ∂ est forcément vide.

A contrario, si un ensemble correct ∂ intersecte *toute* domination — a au moins un élément en commun avec toute domination —, c'est certainement qu'il est indiscernable, car sinon, il n'intersecterait *pas* la domination qui correspond à la négation de la propriété discernante. Or, la définition axiomatique d'une domination est intrinsèque, sans mention de la langue, et compréhensible par un habitant de *S*. Nous voici au bord d'un *concept* de l'indiscernable, donné strictement dans la langue de l'ontologie. On posera que ♀ *doit* intersecter (avoir au moins un élément en commun avec) *toutes* les dominations, entendons : toutes celles qui existent pour un habitant de *S*, c'est-à-dire qui appartiennent à la situation quasi complète *S*. Rappelons en effet qu'une domination est une *partie D* de l'ensemble © des conditions. Or, p(©) n'est *pas* absolu. Il y a donc peut-être des dominations qui existent (au sens de l'ontologie générale) mais qui n'existent pas pour un habitant de *S*. L'indiscernabilité étant relative à *S*, la domination, qui en soutient le concept, l'est aussi. L'idée est que, *dans* S, la partie correcte ♀, intersectant toutes les dominations, contient, pour toute propriété supposée la discerner, une condition (au moins) qui ne la possède pas. Elle est ainsi le lieu complet du vague, ou du quelconque, tel qu'il est pensable dans *S*, puisqu'elle se soustrait, au moins en un de ses points, au discernement par une propriété quelle qu'elle soit.

D'où la définition capitale : *un ensemble correct* ♀ *sera générique pour* S *si, pour toute domination* D *qui appartient à* S, *on a* $D \cap ♀ \neq \phi$ (l'intersection de ♀ et de *D* n'est pas vide).

Cette définition, quoique donnée dans la langue de l'ontologie générale (car *S* n'appartient *pas* à *S*), est parfaitement intelligible pour un

habitant de *S*. Il sait ce que c'est qu'une domination, car ce qui la définit, la formule $\sim(\pi_1 \in D) \rightarrow (\exists \pi_2)\,[(\pi_2 \in D)\ \&\ (\pi_1 \subset \pi_2)]$ porte sur des conditions, lesquelles appartiennent à *S*. Il sait ce qu'est un ensemble correct de conditions. Il comprend la phrase « un ensemble correct est générique s'il intersecte toute domination », étant entendu que justement, pour lui, « toute domination » veut dire : « toute domination qui appartient à *S* », puisqu'il quantifie *dans son univers*, qui est *S*. Or cette phrase définit le concept de généricité pour une partie correcte. Ce concept est donc accessible à un habitant de *S*. C'est proprement le concept, à l'intérieur de la situation fondamentale, d'un multiple indiscernable dans cette situation.

Pour soutenir l'intuition du générique, considérons à nouveau nos suites finies de *0* et de *1*. La propriété « avoir au moins un *1* » discerne une domination, car toute suite qui n'a que des *0* est dominée par une suite qui a un *1* (on ajoute *1* à la suite considérée). Par conséquent, si un ensemble de suites finies de *0* et de *1* est générique, son intersection avec cette domination n'est pas vide : il contient au moins une suite qui a un *1*. Mais on montrerait tout aussi bien que « avoir au moins deux *1* », ou « avoir au moins quatre mille *1* » discernent des dominations (on ajoute autant de *1* qu'il faut aux suites qui n'en ont pas assez). Derechef, l'ensemble générique contiendra forcément des suites qui ont deux fois, ou quatre mille fois le signe *1*. On pourrait faire la même remarque pour les propriétés « avoir au moins un *0* », ou « avoir au moins quatre millions de *0* ». L'ensemble générique contiendra donc des suites qui comportent autant de fois qu'on veut la marque *1*, ou la marque *0*. On peut recommencer avec des propriétés plus complexes, comme « se terminer par *1* » (mais *pas*, notez-le, « commencer par *1* », qui ne discerne pas une domination : voyez vous-mêmes pourquoi), ou « se terminer par dix milliards de *1* ». Mais aussi : « avoir au moins dix-sept *0* et quarante-sept *1* », etc. L'ensemble générique, astreint à intersecter toutes les dominations définies par ces propriétés, devra contenir, pour chaque propriété, au moins une suite qui la possède. On saisit bien la racine de l'indétermination, du caractère quelconque et indiscernable de ♀ : il contient « un peu de tout », au sens où un nombre immense de propriétés sont supportées par au moins un terme (une condition) qui lui appartient. La seule limite est ici la consistance : l'ensemble indiscernable ♀ ne peut contenir deux conditions que deux propriétés rendraient incompatibles, comme « commen-

cer par *1*» *et* «commencer par *0*». Finalement, l'ensemble indiscernable n'a *que* les propriétés nécessaires à sa pure existence comme multiple dans son matériau (ici, les suites de *0* et de *1*). Il n'a aucune propriété particulière, discernante, séparatrice. Il est un représentant anonyme des parties de l'ensemble des conditions. Au fond, il n'a que la propriété de consister comme pur multiple, c'est-à-dire d'être. Soustrait à la langue, il se contente de son être.

MÉDITATION TRENTE-QUATRE

L'existence de l'indiscernable : le pouvoir des noms

1. AU PÉRIL DE L'INEXISTENCE

Nous disposons, au terme de la méditation 33, d'un *concept* du multiple indiscernable. Mais par quel « argument ontologique » allons-nous passer du concept à l'existence ? Exister voulant dire : *appartenir* à une situation.

Un habitant de l'univers *S*, qui dispose du concept de généricité, peut se poser la question suivante : ce multiple de conditions, que je peux *penser*, existe-t-il ? Ça ne va pas de soi, pour la raison évoquée ci-dessus : $p(©)$ n'étant pas absolu, il se peut que, *dans S*, à supposer même que *pour l'ontologue* il existe une partie correcte générique, il n'existe aucun sous-ensemble de *S* répondant aux critères d'une telle partie.

La réponse à cette question, extrêmement décevante, est négative.

Si ♀ est une partie correcte, qui *appartient* à *S* (or, « appartenir à *S* » est le concept ontologique de l'existence pour un habitant de l'univers *S*), son extérieur dans ©, © − ♀, appartient aussi à *S*, pour des raisons d'absoluité (appendice 5). Le malheur est que cet extérieur *est une domination*, comme en fait nous l'avons déjà vu : toute condition qui appartient à ♀ est dominée par deux conditions incompatibles, il y en a donc au moins une qui est extérieure à ♀. Donc © − ♀ domine ♀. Mais ♀ étant générique devrait intersecter toute domination qui appartient à *S*, donc intersecter son extérieur, ce qui est absurde.

Par conséquent, il est impossible que ♀ appartienne à *S* si ♀ est générique. Pour un habitant de *S*, il n'existe aucune partie générique.

Il semble que nous échouions près du port. Certes, nous avons construit *dans* la situation fondamentale un concept du sous-ensemble correct générique qu'aucune formule ne distingue, et qui est, en ce sens, indiscernable pour un habitant de S. Mais comme aucun sous-ensemble générique n'existe dans cette situation, l'indiscernabilité reste un concept vide : l'indiscernable est *sans être*. Un habitant de S ne peut en vérité que *croire* qu'il existe un indiscernable, pour la raison que, s'il existe, c'est hors du monde. De ce qu'on manie un clair concept de l'indiscernable peut bien résulter une telle foi, par quoi le vide d'être de ce concept est rempli. Mais l'existence change ici de sens, puisqu'elle n'est pas assignable à la situation. Faut-il donc conclure que la pensée d'un indiscernable reste vacante, ou suspendue au pur concept, si on ne la remplit pas d'une transcendance ? Pour un habitant de S en tout cas, il semble que seul Dieu puisse être indiscernable.

2. COUP DE THÉÂTRE ONTOLOGIQUE : L'INDISCERNABLE EXISTE

Cette impasse va être franchie en force par l'ontologue opérant *de l'extérieur* de la situation. Je demande au lecteur de suivre avec concentration ce moment où l'ontologie assure ses pouvoirs, par la domination de pensée qu'elle exerce sur le pur multiple, et donc sur le *concept* de situation.

Pour l'ontologue, la situation S est un multiple, lequel a des propriétés. Beaucoup de ces propriétés ne sont pas observables du dedans de la situation, mais évidentes du dehors. Une propriété typique de ce genre est la cardinalité de la situation. Dire par exemple que S est dénombrable — ce que nous avons postulé au tout début — signifie qu'il y a une correspondance bi-univoque entre S et ω_0. Mais cette correspondance n'est sûrement pas un multiple de S, ne serait-ce que parce que S, impliqué dans cette correspondance, n'est *pas* un élément de S. C'est donc seulement de l'extérieur de S que peut s'avérer la cardinalité de S.

Or, de ce dehors où règne le maître des multiples purs (la pensée de l'être-en-tant-qu'être, la mathématique), on voit — c'est l'œil de Dieu — que les dominations de © qui appartiennent à S forment un

ensemble dénombrable. Évidemment ! S est dénombrable. Or les dominations qui lui appartiennent forment une partie de S, laquelle ne saurait excéder la cardinalité de ce en quoi elle est incluse. On peut donc parler de la liste dénombrable $D_1, D_2, \ldots D_n, \ldots$ des dominations de © qui appartiennent à S.

Nous allons alors construire une partie correcte générique de la façon suivante (par récurrence) :

— π_0 est une condition quelconque.

— Si π_n est défini, de deux choses l'une :

- ou bien $\pi_n \in D_{n+1}$, la domination de rang $n + 1$. Alors, je pose $\pi_{n+1} = \pi_n$.
- ou bien $\sim(\pi_n \in D_{n+1})$. Alors, par définition d'une domination, il existe $\pi_{n+1} \in D_{n+1}$ qui domine π_n. Je prends ce π_{n+1}.

Cette construction me donne une suite de conditions « emboîtées » : $\pi_0 \subset \pi_1 \subset \pi_2 \subset \ldots \subset \pi_n \subset \ldots$

Je définis ♀ comme l'ensemble des conditions dominées par au moins un π_n de la suite ci-dessus. Ou : $\pi \in ♀ \leftrightarrow [(\exists \pi_n)\ \pi \subset \pi_n]$.

Je constate alors que :

a. ♀ est un ensemble correct de conditions.

— Cet ensemble obéit à la règle Rd_1. Car si $\pi_1 \in ♀$, il y a π_n tel que $\pi_1 \subset \pi_n$. Mais alors, $\pi_2 \subset \pi_1 \rightarrow \pi_2 \subset \pi_n$, donc $\pi_2 \in ♀$. Toute condition dominée par une condition de ♀ appartient bien à ♀.

— Cet ensemble obéit à la règle Rd_2. Car si $\pi_1 \in ♀$ et $\pi_2 \in ♀$, on a $\pi_1 \subset \pi_n$ et $\pi_2 \subset \pi_{n'}$. Soit par exemple $n < n'$. Par construction de la suite, on a $\pi_n \subset \pi_{n'}$, donc $(\pi_1 \cup \pi_2) \subset \pi_{n'}$, et donc $(\pi_1 \cup \pi_2) \in ♀$. Or $\pi_1 \subset (\pi_1 \cup \pi_2)$ et $\pi_2 \subset (\pi_1 \cup \pi_2)$. Donc il y a bien dans ♀ un dominant commun à π_1 et π_2.

b. ♀ est générique.

Pour toute domination D_n appartenant à S, il existe, par construction de la suite, un π_n tel que $\pi_n \in ♀$ et $\pi_n \in D_n$. Donc, pour tout D_n, on a $♀ \cap D_n \neq \phi$.

Pour l'ontologie générale, il ne fait ainsi aucun doute qu'il *existe* une partie générique de S. L'ontologue est évidemment d'accord avec un habitant de S pour dire que cette *partie de S* n'est pas un *élément* de S. Pour cet habitant, cela veut dire qu'elle n'existe pas. Pour l'onto-

logue, cela veut seulement dire que $\varphi \subset S$, mais que $\sim(\varphi \in S)$.

Pour l'ontologue, étant donné une situation quasi complète S, *il existe un sous-ensemble de cette situation indiscernable dans cette situation*. C'est une loi de l'être que dans toute situation dénombrable, l'état compte pour un une partie indiscernable dans la situation, mais dont on a cependant le concept : celui de partie correcte générique.

Mais nous ne sommes pas au bout de nos peines. Certes, un indiscernable pour S existe en dehors de S. Mais où est le paradoxe ? Ce que nous voulons est un indiscernable *interne à une situation*. Ou, précisément, un ensemble : *a*. indiscernable dans une situation ; *b*. qui appartienne à cette situation. Nous voulons que l'ensemble *existe* là même où il est indiscernable.

Toute la question est de savoir *à quelle situation appartient* φ. Son extériorité flottante à S ne peut nous satisfaire, car il se pourrait qu'il appartienne à une extension de la situation encore inconnue, mais où il serait, par exemple, constructible avec des énoncés de la situation, et donc tout à fait discernable.

L'idée la plus simple pour étudier cette question est d'ajouter φ à la situation fondamentale S. On aurait ainsi une nouvelle situation, à laquelle φ appartiendrait. La situation obtenue par adjonction de l'indiscernable sera appelée une *extension générique* de S, et sera notée $S(\varphi)$. L'extrême difficulté de la question vient de ce que cette « adjonction » devrait se faire *avec les ressources de S*, sauf à être inintelligible pour un habitant de S. Or, $\sim(\varphi \in S)$. Comment donner sens à cette extension de S par la production au jour de l'appartenance de ce qu'il inclut d'indiscernable ? Et qu'est-ce qui nous garantit, à supposer que nous résolvions ce problème, que φ sera indiscernable dans l'extension générique $S(\varphi)$?

La solution consiste à modifier, à enrichir, non pas d'abord la situation elle-même, mais sa langue, de façon à être capable de nommer *dans S* les éléments hypothétiques de son extension par l'indiscernable, et d'anticiper ainsi — sans présupposition d'existence — les propriétés de l'extension. Dans cette langue, un habitant de S pourra dire : « S'il existe une extension générique, alors tel nom, qui existe dans S, y désigne telle chose. » Cet énoncé hypothétique ne lui posera pas de problème, puisqu'il dispose du concept (vide pour lui) de généricité. Du dehors, l'ontologue réalisera l'hypothèse, puisqu'il sait, lui, qu'un ensemble générique existe. Pour lui, les référents des noms, qui

ne sont pour un habitant de S que des articles de foi, seront des termes réels. La *logique* du développement sera la même pour celui qui habite S et pour nous, mais le *statut ontologique* de ces inférences sera entièrement différent : foi dans la transcendance pour l'un (puisque φ est « hors du monde »), position d'être pour l'autre.

3. LA NOMINATION DE L'INDISCERNABLE

Le paradoxe saisissant de notre entreprise est que nous allons tenter de *nommer* cela même qu'il est impossible de *discerner*. Nous cherchons une langue pour l'innommable. Elle devra le nommer sans le nommer, elle instruira sa vague existence sans spécifier en lui quoi que ce soit. La réalisation intra-ontologique de ce programme, avec pour secours le seul multiple, est une performance spectaculaire.

Les noms doivent pouvoir désigner *hypothétiquement*, avec les seules ressources de S, des éléments de $S(\varphi)$ (étant entendu que $S(\varphi)$ existe pour l'ontologue extérieur, et inexiste pour l'habitant de S, ou n'est qu'un objet transcendant de la foi). La seule chose *existante* qui touche à $S(\varphi)$ dans S, ce sont les conditions. Un nom va donc combiner un multiple de S avec une condition. L'idée la plus « serrée » est de faire en sorte qu'un nom soit lui-même composé de couples d'autres noms et de conditions.

La définition d'un tel nom est celle-ci : un nom est un multiple dont les éléments sont des paires de noms et de conditions. Soit, si μ_1 est un nom $(\alpha \in \mu_1) \rightarrow (\alpha = <\mu_2, \pi>)$, où μ_2 est un nom, et π une condition.

Le lecteur peut évidemment s'indigner du caractère circulaire de la définition : je définis un nom en supposant que je sais ce qu'est un nom. Cette aporie est bien connue des linguistes : comment définir, par exemple, le nom « nom » sans commencer par dire que c'est un nom ? Le point de réel de cette affaire a été isolé par Lacan sous la forme de la thèse : il n'y a pas de métalangage. Nous sommes immergés dans la « lalangue » sans pouvoir nous tordre jusqu'à la pensée séparée de cette immersion.

Dans le cadre de l'ontologie, toutefois, la circularité peut se défaire,

et se déployer comme hiérarchie, ou stratification. C'est du reste une des particularités les plus profondes de cette région de la pensée que de toujours, à partir du point du vide, stratifier ses constructions successives.

L'instrument essentiel de cet étalement stratifié d'un cercle apparent, nous le trouvons une fois encore dans la suite des ordinaux. La nature est outil universel de la mise en ordre — ici, de la mise en ordre des noms.

On commence par définir des noms élémentaires, ou noms de rang nominal *0*. Ces noms sont exclusivement composés de paires du type $<\phi,\pi>$, où ϕ est la condition minimale (nous avons vu que ϕ est une condition, celle qui ne conditionne rien), et π une condition quelconque. Soit, si μ est un nom (et en simplifiant) :

$$\text{« } \mu \text{ est de rang nominal } 0\text{»} \leftrightarrow [(\gamma \in \mu) \rightarrow \gamma = <\phi,\pi>]$$

On suppose ensuite qu'on a réussi à définir tous les noms de rang nominal β, où β est un ordinal plus petit qu'un ordinal α (donc : $\beta \in \alpha$). Notre but est alors de définir un nom de rang nominal α. On posera qu'un tel nom est composé de paires du type $<\mu_1,\pi>$, où μ_1 est un nom de rang nominal *inférieur à* α, et où π est une condition.

$$\text{« } \mu \text{ est de rang nominal } \alpha\text{»} \leftrightarrow [(\gamma \in \mu) \rightarrow [\gamma = <\mu_1,\pi>, \ \& \ \text{« } \mu_1 \text{ est de rang nominal } \beta \text{ plus petit que } \alpha\text{»}]$$

La définition cesse alors d'être circulaire pour la raison suivante : un nom est toujours attaché à un rang nominal nommé par un ordinal, mettons α. Il est alors composé de paires $<\mu,\pi>$, mais où μ est d'un rang nominal inférieur à α, donc précédemment défini. On « redescend » ainsi jusqu'aux noms de rang nominal *0*, qui sont, eux, explicitement définis (ensemble de paires de type $<\phi,\pi>$). Les noms sont déployés à partir du rang *0* par constructions successives n'engageant que des matériaux définis aux étapes précédentes. Ainsi, un nom de rang *1* sera composé de paires de noms de rang *0* et de conditions. Mais les paires de rang *0* sont définies : un élément d'un nom de rang *1* est donc aussi défini, il ne contient que des paires du type : $<<\phi,\pi_1>,\pi_2>$. Et ainsi de suite.

Notre première tâche est d'examiner si ce concept du nom est intelligible pour un habitant de *S*, et quels noms sont dans cette situation

fondamentale. Il est en effet certain qu'ils n'y sont pas tous (du reste, si © n'est pas vide, la hiérarchie des noms *n'est pas un ensemble*, elle inconsiste, tout comme la hiérarchie L du constructible — méditation 29).

Remarquons tout d'abord que nous ne pouvons espérer que les rangs nominaux « existent » dans *S* pour des ordinaux qui n'appartiennent pas à *S*. Or, *S* étant transitif et dénombrable ne contient que des ordinaux dénombrables. Car $\alpha \in S \rightarrow \alpha \subset S$, et la cardinalité de α ne peut excéder celle de *S*, qui est égale à ω_0. Comme « être un ordinal » est absolu, on peut parler du *premier* ordinal ∂ qui n'appartient pas à *S*. N'existent, pour un habitant de *S*, que les ordinaux inférieurs à ∂, et donc la récurrence sur les rangs nominaux n'a de sens que jusqu'à ∂ exclu.

L'immanence à la situation fondamentale *S* restreint donc sûrement beaucoup le nombre de noms qui « existent », par rapport aux noms dont l'existence est affirmée par l'ontologie générale.

Mais ce qui nous importe est de savoir si un habitant de *S* dispose du concept de nom, en sorte qu'il reconnaît comme nom tous les noms (au sens de l'ontologie générale) qui appartiennent à sa situation, et réciproquement ne baptise pas « noms » des multiples de sa situation qui, pour l'ontologie générale — c'est-à-dire la hiérarchie des rangs nominaux — ne sont pas des noms. Bref, nous voulons vérifier que le *concept* de nom est absolu, que « être un nom » *dans S* coïncide avec « être un nom qui appartient à *S* » au sens de l'ontologie générale.

Le résultat de cette investigation est positif : on montre en fait que tous les termes et toutes les opérations engagés dans le concept de nom (ordinaux, paires, ensembles de paires, etc.) sont absolus pour la situation quasi complète *S*. Ils spécifient donc « le même multiple » — s'il appartient à *S* — pour l'ontologue que pour l'habitant de *S*.

On peut donc considérer sans ambages les noms de *S*, ou noms qui existent dans *S*, qui appartiennent à *S*. Bien sûr, *S* ne contient pas forcément tous les noms d'un rang α donné. Mais tous les noms qu'il contient, et eux seuls, sont reconnus comme noms par l'habitant de *S*. Désormais, quand nous parlerons d'un nom, il faudra comprendre qu'il s'agit d'un nom dans *S*. C'est avec ces noms que nous allons édifier une situation $S(\varphi)$ à laquelle appartient l'indiscernable φ. Cas où c'est proprement le nom qui crée la chose.

4. ♀-RÉFÉRENT D'UN NOM ET EXTENSION PAR L'INDISCERNABLE

Supposons qu'existe une partie générique ♀. Je rappelle que cette « supposition » est pour l'ontologue une certitude (on démontre que si S est dénombrable, il existe une partie générique), pour l'habitant de S une foi théologique (car ♀ n'appartient pas à l'univers S).

Nous allons donner aux noms une *valeur référentielle* liée à l'indiscernable ♀. Le but est qu'un nom « désigne » un multiple qui appartienne à une situation où l'on a forcé l'indiscernable ♀ à s'adjoindre à la situation fondamentale. On ne se servira que des noms connus dans S. On notera $R_♀(\mu)$ la valeur référentielle d'un nom telle que l'induit la supposition d'une partie générique ♀. C'est là qu'on commence à utiliser pleinement le symbole surnuméraire et formel ♀.

Un nom a pour éléments des paires $<\mu_1,\pi>$ où μ_1 est un nom et π une condition. Sa valeur référentielle ne peut être définie qu'à partir de ces deux types de multiples (noms et conditions), car un multiple pur ne peut donner que ce qu'il possède, c'est-à-dire ce qui lui appartient. Nous aurons la définition simple que voici : la valeur référentielle d'un nom pour un ♀ supposé existant est l'ensemble des valeurs référentielles des noms qui entrent dans sa composition et qui sont appariés à une condition *qui appartient à* ♀. Vous constatez par exemple que la paire $<\mu_1,\pi>$ est un élément du nom μ. *Si* π appartient à ♀, *alors* la valeur référentielle de μ_1, soit $R_♀(\mu_1)$, est un élément de la valeur référentielle de μ. En résumé :

$$R_♀(\mu) = \{R_♀(\mu_1) \,/\, <\mu_1,\pi> \in \mu \;\&\; \pi \in ♀\}$$

Cette définition est tout aussi circulaire que celle du nom : vous définissez la valeur référentielle de μ en supposant que vous savez déterminer celle de μ_1. On étale le cercle en hiérarchie par l'utilisation du rang nominal des noms. Puisque les noms sont stratifiés, on peut aussi stratifier la définition de leur valeur référentielle.

— Pour les noms de rang nominal *0*, qui sont composés de paires $<\phi,\pi>$, on posera :

- $R_♀(\mu) = \{\phi\}$, s'il existe comme élément de μ une paire $<\phi, \pi>$ avec $\pi \in ♀$. Autrement dit, si le nom μ est « connecté » à la partie générique en ceci qu'une des paires $<\phi,\pi>$ qui le composent contient une condition qui est dans cette partie. Formellement : $(\exists\mu)\,[<\phi,\pi> \in \mu \;\&\; \pi \in ♀] \leftrightarrow R_♀(\mu) = \{\phi\}$.
- $R_♀(\mu) = \phi$, si ce n'est pas le cas (si aucune condition figurant dans les paires qui composent μ n'appartient à la partie générique).

On remarquera que l'assignation de valeur est explicite, et dépend uniquement de l'appartenance ou non des conditions à la partie générique supposée. Par exemple le nom $\{<\phi,\pi>\}$ a la valeur référentielle $\{\phi\}$ si π appartient à ♀, la valeur ϕ si π n'y appartient pas. Tout ceci est clair pour un habitant de S, lequel dispose du concept (vide) de partie générique, et peut donc inscrire des implications intelligibles du genre :

$$\pi \in ♀ \rightarrow R_♀(\mu) = \{\phi\}$$

lesquelles sont du type « si... alors... », et n'exigent nullement qu'une partie générique *existe* (pour lui).

— Supposons que la valeur référentielle des noms ait été définie pour tous les noms de rang nominal inférieur à l'ordinal α. Soit μ_1 un nom de rang α. On définira ainsi sa valeur référentielle :

$$R_♀(\mu_1) = \{R_♀(\mu_2) \,/\, (\exists\pi)\,(<\mu_2,\pi> \in \mu_1 \;\&\; \pi \in ♀\}$$

Le ♀-référent d'un nom de rang α est l'ensemble des ♀-référents des noms qui participent à sa composition nominale, s'ils sont appariés à une condition qui appartient à la partie générique. C'est une définition correcte, car tout élément d'un nom μ_1 est bien de type $<\mu_2,\pi>$, et il y a sens à se demander si $\pi \in ♀$ ou non. Si oui, on prend la valeur de μ_2, laquelle est définie (pour ♀), puisque μ_2 est de rang nominal inférieur.

On constituera alors d'un seul coup une autre situation que la situation fondamentale en prenant toutes les valeurs de tous les noms qui appartiennent à S. Cette nouvelle situation est constituée à partir des noms, c'est l'extension générique de la situation S. Comme annoncé nous la noterons $S(♀)$.

Elle se définit ainsi : $S(♀) = \{R_♀(\mu) \,/\, \mu \in S\}$

Autrement dit : l'extension générique par l'indiscernable ♀ est obtenue en prenant le ♀-référent de tous les noms qui existent dans S. Inversement, « être un élément de l'extension » veut dire : être la valeur d'un nom de S.

Cette définition est compréhensible pour un habitant de S, pour autant que ♀ n'est qu'un symbole formel désignant une transcendance inconnue, que le concept d'une description générique est clair pour lui, que les noms considérés appartiennent à S, et que donc la définition par récurrence de la fonction référentielle $R_{♀}(\mu)$ est elle-même intelligible.

Reste à considérer trois problèmes cruciaux. D'abord, est-ce qu'il s'agit bien d'une *extension* de S? Autrement dit, est-ce que les éléments de S appartiennent aussi à l'extension $S(♀)$? Sinon, il s'agit d'une planète disjointe, et non d'une extension. On n'a pas adjoint l'indiscernable à la situation fondamentale. Ensuite, est-ce que l'indiscernable ♀ appartient bien à l'extension? Enfin, est-ce qu'il reste indiscernable, devenant ainsi, dans $S(♀)$ un indiscernable intrinsèque?

5. LA SITUATION FONDAMENTALE EST UNE PARTIE DE TOUTE EXTENSION GÉNÉRIQUE, ET L'INDISCERNABLE ♀ EN EST TOUJOURS UN ÉLÉMENT

a. Noms canoniques d'éléments de S.

La singularité « nominaliste » de l'extension générique est que ses éléments ne sont accessibles *que* par leurs noms. C'est une des raisons pour lesquelles l'invention de Cohen est un « topos » philosophique passionnant. L'être y soutient avec les noms un rapport d'autant plus étonnant que l'un, comme les autres, y sont pensés dans leur être, c'est-à-dire comme purs multiples. Car un nom n'est qu'un élément de la situation fondamentale. L'extension $S(♀)$, quoique pour l'ontologie elle existe — puisque ♀ existe si la situation fondamentale est dénombrable —, apparaît ainsi comme le fantôme aléatoire dont les noms sont la seule certitude.

Si par exemple nous voulons montrer que la situation fondamentale est incluse dans l'extension générique, que $S \subset S(♀)$ — ce qui seul garantit le sens du mot extension — nous devons montrer que tout élément de S est aussi un élément de $S(♀)$. Mais l'extension générique est produite comme ensemble des valeurs — des ♀-référents — des noms. Il nous faut donc montrer qu'il existe pour tout élément

de S un nom tel que la valeur de ce nom dans l'extension soit cet élément lui-même. On voit la torsion : soit $\alpha \in S$, nous voulons un nom μ tel que $R_{♀}(\mu) = \alpha$. S'il existe un tel μ, α, valeur de ce nom, est élément de l'extension générique.

Nous aimerions bien avoir cette torsion de façon générale. Soit pouvoir dire : « Pour *toute* extension générique, la situation fondamentale est incluse dans l'extension. » L'ennui est que la valeur des noms, la fonction R, dépend de la partie générique supposée, puisqu'elle est très étroitement liée à la question de savoir quelles conditions y sont impliquées.

Nous pouvons lever cet obstacle en montrant qu'il existe, pour tout élément α de S, un nom tel que sa valeur référentielle est α *quelle que soit la partie générique*.

Cela suppose le repérage de quelque chose d'invariant dans la généricité d'une partie, voire dans les sous-ensembles corrects en général. Or, cet invariant existe : c'est une fois de plus la condition minimale, la condition ϕ. Elle appartient à toute partie correcte non vide, par la règle Rd_1 qui veut que si $\pi \in ♀$, toute condition dominée par π y appartient aussi. Or, ϕ est dominée par n'importe quelle condition. Il s'ensuit que la valeur référentielle d'une paire nominale de type $<\mu,\phi>$ est *toujours*, quel que soit ♀, la valeur référentielle de μ, puisque $\phi \in ♀$ dans tous les cas.

On posera donc la définition que voici du *nom canonique* d'un élément α de la situation fondamentale S : ce nom est composé de toutes les paires $<\mu(\beta),\phi>$, où $\mu(\beta)$ est le nom canonique d'un élément de α.

Nous retrouvons notre désormais classique circularité : le nom canonique de α est défini à partir du nom canonique de ses éléments. On rompt ce cercle par une récurrence directe *sur l'appartenance*, en se rappelant que tout multiple est tissé du vide. Plus précisément, en notant de façon systématique $\mu(\alpha)$ le nom canonique de α :

— si α est l'ensemble vide, on posera : $\mu(\phi) = \phi$;

— dans le cas général, on posera : $\mu(\alpha) = \{<\mu(\beta),\phi> / \beta \in \alpha\}$.

Le nom canonique de α est donc l'ensemble des paires ordonnées constituées par les noms canoniques des éléments de α et par la condition minimale ϕ. Cette définition est correcte; d'une part parce que $\mu(\alpha)$ est bien un nom, étant composé de paires qui intriquent des noms et une condition; d'autre part parce que si $\beta \in \alpha$, le nom $\mu(\beta)$ a été

précédemment défini, d'après l'hypothèse de récurrence. En outre, $\mu(\alpha)$ est bien un nom connu dans S, par absoluité des opérations mises en jeu.

Or, et c'est là tout le sel, la valeur référentielle du nom canonique $\mu(\alpha)$ est α lui-même, *quelle que soit la partie générique supposée.* On a toujours $R_{♀}(\mu(\alpha)) = \alpha$. Ces noms canoniques nomment invariablement le multiple de S auquel nous les avons constructiblement associés.

Qu'est-ce en effet que la valeur référentielle $R_{♀}(\mu(\alpha))$ du nom canonique de α? Par définition de la valeur référentielle, et comme les éléments de $\mu(\alpha)$ sont des paires $<\mu(\beta),\phi>$, c'est l'ensemble des valeurs référentielles des $\mu(\beta)$ quand la condition ϕ appartient à ♀. Mais $\phi \in$ ♀ quelle que soit la partie générique. Donc, $R_{♀}(\mu(\alpha))$ est égal à l'ensemble des valeurs référentielles des $\mu(\beta)$, pour $\beta \in \alpha$. L'hypothèse de récurrence suppose que, pour tout $\beta \in \alpha$, on a bien $R_{♀}(\mu(\beta)) = \beta$. Finalement, la valeur référentielle de $\mu(\alpha)$ est égale à tous les β qui appartiennent à α, c'est-à-dire à α lui-même, lequel n'est que le compte-pour-un de tous ses éléments.

La récurrence est complète : pour $\alpha \in S$, il existe un nom canonique $\mu(\alpha)$ tel que la valeur de $\mu(\alpha)$ (son référent) dans une extension générique *quelconque* est le multiple α lui-même. Étant le ♀-référent d'un nom pour toute ♀-extension de S, tout élément de S appartient à cette extension. Donc $S \subset S(♀)$, quel que soit l'indiscernable ♀. Nous parlons à bon droit d'une *extension* de la situation fondamentale, laquelle est incluse dans toute extension par un indiscernable quel qu'il soit.

b. Nom canonique d'une partie indiscernable.

Reste à montrer que l'indiscernable appartient à l'extension (on sait qu'il n'appartient *pas* à S). Le lecteur peut s'étonner de ce que nous posions la question de l'existence de ♀ dans l'extension $S(♀)$, laquelle a été justement bâtie — par projection nominale — à partir de ♀. Mais que ♀ soit *pour l'ontologue* un opérateur essentiel du passage de S à $S(♀)$ ne signifie pas que ♀ appartient nécessairement à $S(♀)$, donc qu'il existe pour un habitant de $S(♀)$. L'indiscernable pourrait n'opérer qu'en éclipse « entre » S et $S(♀)$, sans que l'on ait ♀ $\in S(♀)$, qui seul atteste l'existence *locale* de l'indiscernable.

Pour savoir si ♀ appartient à $S(♀)$, il faut démontrer que ♀ *a un*

nom dans S. Pas d'autre ressource là encore que de bricoler les noms (Kunen dit joliment : « cuisiner les noms »).

Les conditions π sont des éléments de la situation fondamentale. Elles ont donc un nom canonique $\mu(\pi)$. Considérons l'ensemble : $\mu_{♀} = \{<\mu(\pi),\pi> / \pi \in ©\}$. C'est-à-dire l'ensemble de toutes les paires ordonnées constituées par un nom canonique de condition, suivi par cette condition. Cet ensemble est un nom, par définition des noms, et c'est un nom de S, comme on le montrerait par des arguments d'absoluité. Quel peut bien être son référent ? Il va certainement dépendre de la partie générique ♀ qui fixe la valeur des noms. Soit donc un ♀ fixe. Par définition de la valeur référentielle $R_{♀}$, $\mu_{♀}$ est l'ensemble des valeurs des noms $\mu(\pi)$ quand $\pi \in$ ♀. Mais $\mu(\pi)$ étant un nom canonique, sa valeur est toujours π. Donc, $\mu_{♀}$ a pour valeur l'ensemble des π qui appartiennent à ♀, soit ♀ lui-même. On a : $R_{♀}(\mu_{♀}) =$ ♀. On peut donc bien dire que $\mu_{♀}$ est le nom canonique de la partie générique, quoique sa valeur dépende tout spécialement de ♀, puisqu'elle lui est égale. Le nom *fixe* $\mu_{♀}$ désignera invariablement, dans une extension générique, la partie ♀ d'où s'origine cette extension. Nous voici en possession d'un nom de l'indiscernable, nom qui, cependant, ne le discerne pas ! Car cette nomination est exécutée par un nom identique quel que soit l'indiscernable. C'est le nom de *l'indiscernabilité*, non le discernement d'un indiscernable.

Le point fondamental est que, ayant un nom fixe, la partie générique appartient *toujours* à l'extension. C'est le résultat capital que nous cherchions : l'indiscernable appartient à l'extension obtenue à partir de lui. La nouvelle situation $S(♀)$ est bien telle que d'une part S en fait partie, d'autre part que ♀ en est un élément. Nous avons réellement, par la médiation des noms, *adjoint un indiscernable à la situation où il est indiscernable.*

6. EXPLORATION DE L'EXTENSION GÉNÉRIQUE

Nous voici à même de « parler » dans S — *via* les noms — d'une situation élargie, où *existe* un multiple générique. Rappelons les deux résultats fondamentaux de la partie qui précède :

— $S \subset S(♀)$, il s'agit bien d'une extension ;

— $♀ \in S(♀)$, il s'agit d'une extension *stricte*, puisque $\sim(♀ \in S)$.

Il y a du nouveau dans la situation, nommément, un indiscernable de la première situation. Mais cette nouveauté n'empêche pas que $S(♀)$ partage nombre de traits avec la situation fondamentale S. Quoique très distincte, de ce qu'un indiscernable inexistant de cette situation y existe, elle en est par ailleurs très proche. Donnons-en un exemple frappant : l'extension $S(♀)$ ne contient aucun ordinal supplémentaire par rapport à S.

Ce point indique la « proximité » de $S(♀)$ à S. Il signifie que la partie *naturelle* d'une extension générique reste celle de la situation fondamentale : l'extension par l'indiscernable laisse invariants les multiples naturels. Ou, l'indiscernable est typiquement le schème ontologique d'un opérateur *artificiel*. Et l'artifice est ici la trace intra-ontologique de l'événement forclos. Si les ordinaux sont ce qu'il y a de plus naturel dans l'être tel que dit par l'ontologie, les multiples génériques sont ce qu'il y a de moins naturel, de plus éloigné de la *stabilité* de l'être.

Comment démontre-t-on qu'en adjoignant à S l'indiscernable ♀, et en autorisant que ce ♀ opère dans la nouvelle situation (on aura donc aussi dans $S(♀)$ des multiples « supplémentaires » comme $\omega_0 \cap ♀$, ou ce qu'une formule λ sépare dans ♀, etc.), on n'ajoute finalement aucun ordinal, que la partie naturelle de S n'est pas affectée par l'appartenance de ♀ à $S(♀)$? Bien entendu, il faut passer par les noms.

S'il y avait un ordinal qui appartienne à $S(♀)$ sans appartenir à S, il y aurait (principe de minimalité, méditation 12 et appendice 2) un plus petit ordinal qui a cette propriété. Soit α ce minimum : il appartient à $S(♀)$, il n'appartient pas à S, mais tout ordinal β plus petit que lui — soit $\beta \in \alpha$ — appartient, lui, à S.

Puisque α appartient à $S(♀)$, il a un nom dans S. Mais en fait, nous connaissons un tel nom. Car les éléments de α sont les ordinaux β *qui appartiennent à* S. Ils ont donc tous un nom canonique $\mu(\beta)$, dont la valeur référentielle est β lui-même. Considérons le nom : $\mu = \{<\mu(\beta),\phi> / \beta \in \alpha\}$. Il a pour valeur référentielle l'ordinal α, car, comme la condition minimale ϕ appartient toujours à ♀, la valeur de μ est l'ensemble des valeurs des $\mu(\beta)$, c'est-à-dire l'ensemble des β, c'est-à-dire α lui-même.

Quel peut bien être le rang nominal de ce nom μ (je rappelle

que le rang nominal est un ordinal) ? Il dépend du rang nominal des noms canoniques $\mu(\beta)$. Or, *le rang nominal de* $\mu(\beta)$ *est supérieur ou égal à* β. *Montrons-le par récurrence.*

— Le rang nominal de $\mu(\phi)$ est ϕ par définition.

— Supposons que, pour tout ordinal $\gamma \in \partial$, on ait la propriété considérée (le rang nominal de $\mu(\gamma)$ est supérieur ou égal à γ). Montrons que ∂ a aussi la propriété. Le nom canonique $\mu(\partial)$ est égal à $\{<\mu(\gamma),\phi> / \gamma \in \partial\}$. Il implique dans sa construction tous les noms $\mu(\gamma)$, et par conséquent son rang nominal est supérieur à celui de tous ces noms (caractère stratifié de la définition des noms). Il est donc supérieur à tous les ordinaux γ, puisqu'on a supposé que le rang nominal de $\mu(\gamma)$ est supérieur à γ. Un ordinal supérieur à tous les ordinaux γ tels que $\gamma \in \partial$ est au moins égal à ∂. Donc le rang nominal de $\mu(\partial)$ est au moins égal à ∂. La récurrence est complète.

Si l'on revient au nom $\mu = \{<\mu(\beta),\phi> / \beta \in \alpha\}$, on voit que son rang nominal est supérieur à celui de tous les noms canoniques $\mu(\beta)$. Mais nous venons d'établir que le rang nominal d'un $\mu(\beta)$ est lui-même supérieur ou égal à β. Donc, le rang de μ est supérieur ou égal à tous les β. Il est conséquemment au moins égal à α, qui est l'ordinal qui vient après tous les β.

Mais nous avons supposé que l'ordinal α n'appartient *pas* à la situation S. Il n'y a donc, dans S, aucun nom de rang nominal α. Le nom μ n'appartient pas à S, et ainsi l'ordinal α *n'est pas nommé dans* S. N'étant pas nommé dans S, il ne peut appartenir à $S(♀)$, puisque « appartenir à $S(♀)$ » veut exactement dire « être la valeur référentielle d'un nom qui est dans S ».

L'extension générique ne contient aucun ordinal qui ne soit déjà dans la situation fondamentale.

D'un autre côté, *tous* les ordinaux de S sont dans l'extension générique, puisque $S \subset S(♀)$. Donc, les ordinaux de l'extension générique sont exactement *les mêmes* que ceux de la situation fondamentale. L'extension n'est finalement ni plus complexe ni plus naturelle que la situation. L'adjonction d'un indiscernable la modifie « peu », parce que justement un indiscernable n'ajoute pas de renseignements explicites à la situation où il est indiscernable.

7. INDISCERNABILITÉ INTRINSÈQUE, OU EN SITUATION

J'ai indiqué — démontré — que ♀, qui aux yeux de l'ontologue est une partie de S indiscernable pour un habitant de S, n'existait pas dans S (au sens où $\sim(♀ \in S)$, mais existait dans $S(♀)$ (au sens où $♀ \in S(♀)$). Ce multiple existant — pour un habitant de $S(♀)$ — reste-t-il bien indiscernable pour ce même habitant ? La question est cruciale, puisque nous cherchons un concept de l'indiscernabilité *intrinsèque*, soit un multiple effectivement présenté dans une situation, mais radicalement soustrait à la langue de la situation.

La réponse est positive. Le multiple ♀ est indiscernable pour un habitant de $S(♀)$: aucune formule explicite de la langue ne le sépare.

Nous allons donner de ce point une démonstration purement indicative.

Dire que ♀, qui existe dans l'extension générique $S(♀)$, y demeure indiscernable, c'est dire qu'aucune formule ne spécifie le multiple ♀ dans l'univers que constitue cette extension.

Supposons le contraire, c'est-à-dire la discernabilité de ♀. Il existe alors une formule $\lambda(\pi, \alpha_1,...\alpha_n)$, avec les paramètres $\alpha_1,...\alpha_n$ appartenant à $S(♀)$, telle que, pour un habitant de $S(♀)$, elle *définit* le multiple ♀. Soit :

$$\pi \in ♀ \leftrightarrow \lambda(\pi, \alpha_1,...\alpha_n)$$

Mais il est alors impossible que les paramètres $\alpha_1,...\alpha_n$ appartiennent à la situation fondamentale S. En effet, ♀ est une partie de ©, l'ensemble des conditions, lequel appartient à S. Si la formule $\lambda(\pi, \alpha_1,...\alpha_n)$ était paramétrée dans S, comme S est une situation quasi complète, et que l'axiome de séparation y est véridique, cette formule séparerait, pour un habitant de S, la partie ♀ de l'ensemble existant ©. Il en résulterait que ♀ existe dans S (appartient à S) et en outre y est discernable. Or nous savons que ♀, partie générique, ne peut appartenir à S.

Par conséquent, le n-uplet $<\alpha_1,...\alpha_n>$ appartient à $S(♀)$, sans appartenir à S. Il fait partie des multiples *supplémentaires* introduits par la nomination, laquelle est elle-même fondée sur la partie ♀. On

voit qu'il y a cercle dans la prétendue discernabilité de ♀ : la formule $\lambda(\pi, \alpha_1,...\alpha_n)$ implique *déjà*, pour l'intelligence des multiples $\alpha_1,...\alpha_n$, qu'on sache quelles conditions appartiennent à ♀.

Ou, plus explicitement, dire que dans les paramètres $\alpha_1,...\alpha_n$, il y en a qui appartiennent à $S(♀)$ sans appartenir à S, c'est dire que les noms $\mu_1,...\mu_n$ auxquels ces éléments correspondent ne sont pas tous des noms canoniques d'éléments de S. Or, si un nom canonique ne dépend pas (pour sa valeur référentielle) de la description considérée (car $R_♀(\mu(\alpha)) = \alpha$ quel que soit ♀), un nom quelconque en dépend tout à fait. La formule supposée définir ♀ dans $S(♀)$ peut s'écrire :

$$\pi \in ♀ \leftrightarrow \lambda(\pi, R_♀(\mu_1),... R_♀(\mu_n))$$

puisque tous les éléments de $S(♀)$ sont des valeurs de noms. Mais précisément, pour un nom μ_n non canonique, la valeur $R_♀(\mu_n)$ dépend expressément du fait de savoir quelles conditions, parmi celles qui figurent dans le nom μ_n, figurent aussi dans la partie générique. Si bien que nous « définissons » $\pi \in ♀$ à partir du savoir de $\pi \in ♀$. Une telle « définition » n'a aucune chance de fonder le discernement de ♀, puisqu'elle le présuppose.

Il n'existe donc, pour un habitant de $S(♀)$, aucune formule intelligible dans son univers qui puisse servir à discerner ♀. Quoique ce multiple existe dans $S(♀)$, il y est indiscernable. Nous avons obtenu un indiscernable *en situation*, c'est-à-dire existant. Dans $S(♀)$, il y a au moins un multiple qui a un être, mais pas de nom. Résultat décisif : l'ontologie reconnaît l'existence d'indiscernables *en situation*. Qu'elle les ait appelés « génériques », vieil adjectif avec lequel le jeune Marx tentait de caractériser l'humanité entièrement soustractive dont était porteur le prolétariat, est une de ces plaisanteries inconscientes, dont les mathématiciens savent orner leur propos technique.

L'indiscernable, qui se soustrait à toute nomination explicite dans la situation dont pourtant il est l'opérateur — l'ayant induite en excès de la fondamentale, où l'on pense son manque —, il faut y reconnaître, quand dans la première situation il inexiste sous le signe surnuméraire ♀, rien moins que la marque purement formelle de l'événement dont l'être est sans être, et quand dans la seconde on indiscerne son existence, rien moins que la reconnaissance aveugle, par l'ontologie, d'un être possible de la vérité.

VIII

Le forçage : vérité et sujet. Au-delà de Lacan

MÉDITATION TRENTE-CINQ

Théorie du sujet

J'appelle *sujet* toute configuration locale d'une procédure générique dont une vérité se soutient.

Au regard de ce qui s'attache encore de métaphysique moderne au concept de sujet, je ferai six remarques préliminaires.

a. Un sujet n'est pas une substance. Si le mot substance a un sens, il désigne un multiple compté pour un dans une situation. J'ai établi que la partie de la situation que constitue la récollection-vraie d'une procédure générique ne tombe pas sous la loi de compte de la situation, et, de façon générale, est soustraite à tout déterminant encyclopédique du langage. L'indiscernabilité intrinsèque où se résout une procédure générique exclut qu'un sujet soit substantiel.

b. Un sujet n'est pas non plus un point vide. Le nom propre de l'être qu'est le vide est inhumain, et a-subjectif. C'est un concept de l'ontologie. En outre, il est clair qu'une procédure générique se réalise comme multiplicité, et non comme ponctualité.

c. Un sujet n'est en rien l'organisation d'un sens de l'expérience. Il n'est pas une fonction transcendantale. Si le mot « expérience » est signifiant, il désigne la présentation comme telle. Or, issue de l'ultra-un événementiel que qualifie un nom surnuméraire, une procédure générique ne coïncide nullement avec la présentation. Il convient également de différencier le sens et la vérité. Une procédure générique réalise la vérité postévénementielle d'une situation, mais ce multiple indiscernable qu'est une vérité ne délivre aucun sens.

d. Un sujet n'est pas un invariant de la présentation. Le sujet est *rare*, en ceci que la procédure générique est une diagonale de la situation. On peut dire aussi : chaque sujet est rigoureusement singulier, procédure générique d'une situation elle-même singulière. L'énoncé « il y a du sujet » est aléatoire, il n'est pas transitif à l'être.

e. Tout sujet est qualifié. Si l'on admet la typologie de la méditation 31, on dira qu'il y a du sujet individuel pour autant qu'il y a de l'amour, du sujet mixte pour autant qu'il y a de l'art ou de la science, du sujet collectif pour autant qu'il y a de la politique. Rien de tout cela n'est une nécessité structurelle des situations. *La loi n'enjoint pas qu'il y ait du sujet.*

f. Un sujet n'est pas un résultat — pas plus qu'il n'est une origine. Il est le statut *local* de la procédure, une configuration excédentaire de la situation.

Examinons maintenant les chicanes du sujet.

1. LA SUBJECTIVATION : INTERVENTION ET OPÉRATEUR DE CONNEXION FIDÈLE

J'ai indiqué, dans la méditation 23, l'existence d'un problème de « double origine » quant aux procédures de fidélité. Il y a le nom de l'événement, résultat de l'intervention, il y a l'opérateur de connexion fidèle, qui règle la procédure et institue la vérité. Dans quelle mesure l'opérateur dépend-il du nom ? Et le surgissement de cet opérateur n'est-il pas un deuxième événement ? Prenons un exemple. Dans le christianisme, l'Église est ce à travers quoi sont évaluées les connexions et disconnexions à l'événement-Christ, originellement nommé « mort de Dieu » (*cf.* méditation 21). Comme le dit Pascal, l'Église est donc proprement « l'histoire de la vérité », puisqu'elle est l'opérateur de connexion fidèle, et soutient la procédure générique « religieuse ». Mais quel est le lien entre l'Église et le Christ — ou la mort de Dieu ? Ce point est en débat perpétuel et a (tout comme le débat sur le lien entre Parti et Révolution) donné lieu à tous les schismes, à toutes les hérésies. On soupçonne toujours l'opérateur de connexion fidèle d'être lui-même originellement infidèle à l'événement dont il se prévaut.

J'appelle *subjectivation* l'émergence d'un opérateur, consécutive à une nomination intervenante. La subjectivation est dans la forme du Deux. Elle est tournée vers l'intervention aux parages du site événementiel. Mais elle est aussi tournée vers la situation, par sa coïncidence avec la règle d'évaluation et de proximité qui fonde la procédure générique. La subjectivation est la nomination intervenante *du point*

de la situation, soit la règle des effets intrasituationnels de la mise en circulation d'un nom surnuméraire. On dira que la subjectivation est un *compte spécial*, distinct du compte-pour-un où s'ordonne la présentation, comme de la réduplication étatique. Car elle compte ce qui est fidèlement connecté au nom de l'événement.

La subjectivation, configuration singulière d'une règle, subsume le Deux qu'elle est dans l'absence de signification d'un nom propre. Saint Paul pour l'Église, Lénine pour le Parti, Cantor pour l'ontologie, Schoenberg pour la musique, mais aussi Simon, Bernard ou Claire, s'ils déclarent un amour : autant de désignations, par l'un d'un nom propre, de la scission subjectivante entre le nom d'un événement (mort de Dieu, révolution, multiples infinis, destruction du système tonal, rencontre) et la mise en route d'une procédure générique (Eglise chrétienne, bolchevisme, théorie des ensembles, sérialisme, amour singulier). Le nom propre désigne ici que le sujet, en tant que configuration située et locale, n'est ni l'intervention ni l'opérateur de fidélité, mais l'avènement de leur Deux, soit l'incorporation de l'événement à la situation dans le mode d'une procédure générique. L'absolue singularité, soustraite au sens, de ce Deux est *montrée* par l'in-signifiance du nom propre. Mais il est clair que cette in-signifiance rappelle aussi que ce qui fut convoqué par la nomination intervenante est le vide, qui est lui-même le nom propre de l'être. La subjectivation est le nom propre en situation de ce nom propre général. Elle est une occurrence du vide.

L'ouverture d'une procédure générique fonde, en horizon, la récollection d'une vérité. La subjectivation est ainsi ce par quoi une vérité est possible. Elle tourne l'événement vers la vérité de la situation pour laquelle cet événement est événement. Elle ouvre à ce que l'ultra-un événementiel se dispose selon cette multiplicité indiscernable, ou soustraite à l'encyclopédie savante, qu'est une vérité. Aussi le nom propre porte-t-il trace, et de l'ultra-un, et du multiple, étant ce par quoi l'un advient à l'autre, en tant que trajectoire générique d'une vérité. Lénine, c'est à la fois la révolution d'Octobre (versant événementiel) et le léninisme, multiplicité-vraie de la politique révolutionnaire pendant un demi-siècle. De même Cantor, c'est à la fois une folie qui requiert la pensée du multiple pur et articule à son vide l'infinie prodigalité de l'être-en-tant-qu'être, et le processus de reconstruction intégrale de la discursivité mathématique, jusqu'à Bourbaki et au-delà. C'est que le

nom propre contient à la fois la nomination intervenante et la règle de connexion fidèle.

La subjectivation, nœud aporétique d'un nom en trop et d'une opération in-sue, est ce qui *trace* en situation le devenir multiple du vrai, à partir du point non étant où l'événement a convoqué le vide, et s'est interposé entre le vide et lui-même.

2. LE HASARD, DONT SE TISSE TOUTE VÉRITÉ, EST LA MATIÈRE DU SUJET

Si l'on considère le statut local d'une procédure générique, on constate qu'il est tributaire de la simple rencontre. Le nom e_x de l'événement étant fixé, les gestes minimaux de la procédure fidèle, positifs ($e_x \,\square\, y$) ou négatifs ($\sim(e_x \,\square\, y)$), et les enquêtes, ensembles finis de tels gestes, dépendent des termes de la situation que la procédure rencontre à partir du site événementiel, qui est le lieu des premières évaluations de proximité (ce site peut être la Palestine pour les premiers chrétiens, ou l'univers symphonique de Mahler pour Schoenberg). L'opérateur de connexion fidèle prescrit bien si tel ou tel terme de la situation est lié, ou n'est pas lié, au nom surnuméraire de l'événement. Il ne prescrit nullement en revanche qu'il faille examiner tel terme avant, ou plutôt que, tel autre. Ainsi la procédure est-elle réglée dans ses effets, mais entièrement hasardeuse dans sa trajectoire. La seule évidence empirique en la matière est que ce trajet commence aux abords du site événementiel. Tout le reste est sans loi. Il y a donc, dans le parcours de la procédure, un hasard essentiel. Ce hasard *n'est pas lisible dans son résultat*, qui est une vérité, car une vérité est la récollection idéale de « toutes » les évaluations, elle est une partie *complète* de la situation. Mais le sujet ne coïncide pas avec ce résultat. Localement, il n'y a que des rencontres illégales, car rien ne commande, ni dans le nom de l'événement ni dans l'opérateur de connexion, que tel terme soit enquêté à tel moment et en tel lieu. Si l'on appelle *matière du sujet* les termes soumis à enquête à un moment donné de la procédure générique, cette matière, en tant que multiple, est sans rapport assignable avec la règle qui répartit les indices positifs (connexion établie) et les indices négatifs (disconnexion). Pensé dans son opération, le sujet est qualifiable, quoique singulier : il se résout en un nom (e_x) et un opérateur ($\square$). Pensé dans son être-multiple, soit les termes qui figurent, avec leurs indices, dans des enquêtes effectives, le sujet est inqualifiable, de ce que ces termes sont arbitraires au regard de la double qualification qui est la sienne.

On pourrait faire l'objection suivante : j'ai dit (méditation 31) que toute présentation finie tombe sous un déterminant encyclopédique. En ce sens, tout état *local* de la procédure — donc tout sujet —, se réalisant comme suite finie d'enquêtes finies, est un objet du savoir. N'y a-t-il pas là une qualification, celle que nous manions sous le nom propre quand nous parlons du théorème de Cantor, ou du *Pierrot lunaire* de Schoenberg ? Car œuvres et énoncés sont en fait les enquêtes de certaines procédures génériques. Si le sujet est purement local, il est fini, et si même sa matière est hasardeuse, elle est dominée par un savoir. Cette aporie est celle, classique, de la finitude des entreprises humaines. Seule une vérité est infinie, mais le sujet n'y est pas coextensif. C'est de toutes parts que la vérité du christianisme — ou de la musique contemporaine, ou des « mathématiques modernes » — outrepasse le support fini des subjectivations nommées saint Paul, Schoenberg ou Cantor, quoique cette vérité ne procède que de la récollection des enquêtes, sermons, œuvres, énoncés, où s'effectuent ces noms.

Cette objection nous permet de saisir au plus près ce dont il s'agit sous le nom de sujet. Certes, une enquête est un objet possible du savoir. Mais *l'effectuation* de l'enquête, l'enquêtant de l'enquête, ne l'est pas, puisque c'est par hasard que les termes qui y sont évalués par l'opérateur de connexion fidèle se trouvent présentés dans le multiple fini qu'est l'enquête. Le savoir peut bien, après coup, énumérer les composantes de l'enquête, puisqu'elles sont en nombre fini. Comme il ne peut, au moment même, anticiper aucun sens de leur regroupement singulier, il ne saurait coïncider avec le sujet, dont tout l'être est de rencontrer les termes dans un trajet militant aléatoire. Le savoir, tel que disposé dans l'encyclopédie, ne rencontre jamais rien. Il présuppose la présentation, et la représente dans la langue par discernement et jugement. Ce qui en revanche constitue le sujet est de rencontrer sa matière (les termes de l'enquête) sans que rien dans sa forme (le nom de l'événement et l'opérateur de fidélité) n'ordonne cette

matière. Si le sujet n'a pas d'autre être-en-situation que les termes-multiples qu'il rencontre et évalue, son essence, d'avoir à inclure le hasard de ces rencontres, est bien plutôt le trajet qui les lie. Or ce trajet, incalculable, ne tombe sous aucun déterminant de l'encyclopédie.

Il y a, entre le savoir des regroupements finis, leur discernabilité de principe, et le sujet de la procédure fidèle, cette différence-indifférente qui distingue le résultat (des multiples finis de la situation) et la trajectoire partielle dont ce résultat est une configuration locale. Le sujet est « entre » les termes que la procédure regroupe, alors que le savoir en est la totalisation rétrospective.

Le sujet est proprement séparé du savoir par le hasard. Il est le hasard vaincu terme à terme, mais cette victoire, soustraite à la langue, s'accomplit seulement comme vérité.

3. SUJET ET VÉRITÉ : INDISCERNABILITÉ ET NOMINATION

L'une-vérité, qui rassemble à l'infini les termes enquêtés positivement par la procédure fidèle, est indiscernable dans le langage de la situation (méditation 31). C'est une partie générique de cette situation, en ceci qu'elle est une excroissance immuable, dont tout l'être est de regrouper des termes présentés. Elle est justement vérité de faire un sous le seul prédicat de l'appartenance, et ainsi de n'avoir rapport qu'à l'être de la situation.

Puisque le sujet est une configuration *locale* de la procédure, il est clair que la vérité est également indiscernable « pour lui ». Car la vérité est globale. « Pour lui » veut exactement dire ceci : un sujet, qui effectue une vérité, ne lui est cependant pas commensurable, car il est fini, et la vérité est infinie. En outre, le sujet, étant interne à la situation, ne peut connaître, c'est-à-dire rencontrer, que des termes ou multiples présentés (comptés pour un) dans cette situation. Or, une vérité est une partie imprésentée de la situation. Enfin, le sujet ne peut *faire langue* que de combinaisons entre le nom surnuméraire de l'événement et le langage de la situation. Il n'est nullement assuré que cette langue suffise à discerner une vérité, laquelle est en tout cas indiscernable par les seules ressources du langage de la situation. Il faut absolument

abandonner toute définition du sujet qui supposerait qu'il connaît la vérité, ou qu'il lui est ajusté. Étant le moment local de la vérité, le sujet défaille à en soutenir l'adjonction globale. Toute vérité est transcendante au sujet, précisément parce que tout son être est d'en supporter l'effectuation. Le sujet n'est pas conscience, ni inconscience, du vrai.

Le rapport singulier d'un sujet à la vérité dont il supporte la procédure est le suivant : le sujet croit qu'il y a une vérité, et cette croyance est dans la forme d'un savoir. J'appelle *confiance* cette croyance savante.

Que signifie la confiance ? L'opérateur de fidélité discerne localement, par enquêtes finies, les connexions et disconnexions des multiples de la situation avec le nom de l'événement. Ce discernement est une *vérité approximative*, car les termes enquêtés positivement sont à venir dans une vérité. Cet « à venir » est le propre du sujet qui juge. La croyance est ici l'à-venir sous le *nom* de vérité. Sa légitimité procède de ce que le nom de l'événement qui a supplémenté la situation d'un multiple paradoxal circule dans les enquêtes comme ce à partir de quoi le vide, être latent et errant de la situation, a été convoqué. Une enquête finie détient donc, de façon à la fois effective et fragmentaire, l'être-en-situation de la situation elle-même. Ce fragment prononce matériellement l'à-venir, car il est, quoique repérable par le savoir, le fragment d'un trajet indiscernable. La croyance est seulement ceci que le hasard des rencontres n'est pas en vain rassemblé par l'opérateur de connexion fidèle. Promesse gagée par l'ultra-un événementiel, la croyance représente la généricité du vrai comme détenue dans la finitude locale des étapes de son trajet. En ce sens, le sujet est confiance en lui-même, c'est-à-dire en ce qu'il ne coïncide pas avec la discernabilité après coup de ses résultats fragmentaires. Une vérité est posée comme détermination infinie d'un indiscernable de la situation, qui est le résultat global intrasituationnel de l'événement.

Que cette croyance soit dans la forme d'un savoir résulte de ce que *tout sujet génère des nominations*. Empiriquement, ce point est avéré. Ce qu'on peut le plus explicitement rattacher aux noms propres qui désignent une subjectivation est un arsenal de mots, qui composent la matrice déployée des repérages fidèles. Pensons à « foi », « charité », « sacrifice », « salut » (saint Paul), ou à « parti », « révolution », « politique » (Lénine), ou à « ensembles », « ordinaux », « cardinaux » (Can-

tor), et à tout ce qui ensuite articule, ramifie, stratifie ces vocables. Quelle est la fonction propre de ces vocables ? Désignent-ils seulement des termes présentés dans la situation ? Ils seraient alors redondants, au regard du langage établi de la situation. On peut du reste distinguer la secte idéologique de la procédure générique d'une vérité, en ceci que les vocables de la première ne font que se substituer, par des décalages sans significations, à ceux que la situation déclare convenir. En revanche, les noms qu'utilise un sujet, qui supporte la configuration locale d'une vérité générique, *n'ont en général pas de référent dans la situation*. Ils ne redoublent donc pas le langage établi. Mais alors, à quoi servent-ils ? Ce sont des mots qui désignent bien des termes, mais des termes qui « auront été » présentés dans une *nouvelle* situation, celle qui résulte de l'adjonction à la situation d'une vérité (indiscernable) de cette situation.

La croyance se soutient de ce qu'avec les ressources de la situation, de ses multiples, de son langage, un sujet génère des noms dont le référent est au futur antérieur. De tels noms « auront été » affectés d'un référent, ou d'une signification, quand sera advenue la situation où l'indiscernable, qui est seulement représenté (ou inclus), est enfin présenté, comme une vérité de la situation première.

A la surface de la situation, une procédure générique se signale surtout par cette *aura* nominale qui entoure ses configurations finies, c'est-à-dire le sujet. Celui qui n'est pas pris dans l'extension du trajet fini de la procédure — qui n'a pas été enquêté positivement quant à sa connexion à l'événement — considère en général que ces noms sont vides. Certes, il les *reconnaît*, puisque ces noms sont fabriqués à partir de termes de la situation. Les noms dont un sujet s'entoure ne sont pas indiscernables. Mais le témoin extérieur, constatant que ces noms sont pour la plupart dépourvus de référent dans la situation telle qu'elle est, considère qu'ils composent une langue arbitraire et sans contenu. De là que toute politique révolutionnaire est considérée comme tenant un discours utopique (non réaliste) ; qu'une révolution scientifique est reçue avec scepticisme, ou tenue pour une abstraction sans expérience ; que le babil des amoureux est écarté comme une enfantine folie par les gens sages. Or, ces témoins ont en un sens raison. Les noms que génère — ou plutôt compose — un sujet sont suspendus, quant à leur signification, à l'à-venir d'une vérité. Leur usage local est de soutenir la croyance en ceci que les termes enquêtés positivement désignent,

ou décrivent, une approximation d'une nouvelle situation, où aura été présentée la vérité de la situation effective. Tout sujet est ainsi repérable par l'émergence d'une langue, interne à la situation, mais dont les référents-multiples sont *sous la condition* d'une partie générique non encore achevée.

Or, un sujet est séparé de cette partie générique (de cette vérité) par une suite infinie de rencontres hasardeuses. Il est tout à fait impossible d'anticiper, ou de représenter, une vérité, puisqu'elle n'advient qu'au fil des enquêtes, lesquelles ne sont pas calculables, étant régies quant à leur succession par la seule rencontre des termes de la situation. Il s'ensuit que, du point du sujet, le référentiel des noms reste à jamais suspendu à la condition inachevable d'une vérité. Il est seulement possible de dire que *si* tel ou tel terme, quand il aura été rencontré, s'avère positivement connecté au nom de l'événement, *alors* tel ou tel nom aura vraisemblablement tel référent, car la partie générique, qui reste indiscernable dans la situation, aura telle ou telle configuration, ou propriété partielle. Un sujet est ce qui se sert des noms pour faire des hypothèses sur la vérité. Mais, comme il est *lui-même* une configuration finie de la procédure générique d'où une vérité résulte, on peut aussi bien soutenir qu'un sujet se sert des noms pour faire des hypothèses sur lui-même, « lui-même » voulant dire : l'infini dont il est le fini. La langue est ici l'ordre fixe où une finitude s'exerce à supposer, sous la condition de l'infini qu'elle effectue, un référentiel à-venir. Elle est l'être même de la vérité, dans la combinaison des enquêtes finies actuelles et du futur antérieur d'une infinité générique.

Que tel soit le statut des noms du genre « foi », « salut », « communisme », « transfini », « sérialisme », ou des noms qu'utilise une déclaration d'amour, se vérifierait aisément. On constatera que ces noms peuvent supporter le futur antérieur d'une vérité (religieuse, politique, mathématique, musicale, existentielle) en ce qu'ils combinent des enquêtes locales (des prédications, des énoncés, des œuvres, des adresses) et des noms détournés, ou refondus, disponibles dans la situation. Ils *décalent* les significations établies, pour laisser vide le référent, lequel aura été rempli si la vérité advient comme situation nouvelle (le règne de Dieu, la société émancipée, la mathématique absolue, un nouvel ordre musical d'amplitude comparable à l'ordre tonal, la vie tout entière amoureuse, etc.).

Un sujet est ce qui pare à l'indiscernabilité générique d'une vérité, qu'il effectue dans la finitude discernable, par une nomination dont le référent est au futur antérieur d'une condition. Un sujet est ainsi, par la grâce des noms, à la fois le *réel* de la procédure (l'enquêtant des enquêtes) et *l'hypothèse* de ce que son inachevable résultat introduirait de nouveauté dans la présentation. Un sujet nomme à vide l'univers à-venir qui s'obtient de ce qu'une vérité indiscernable supplémente la situation. En même temps, il est le réel fini, l'étape locale, de cette supplémentation. La nomination n'est vide que d'être pleine de ce qu'esquisse sa propre possibilité. Un sujet est l'autonymie d'une langue vide.

4. VÉRIDICITÉ ET VÉRITÉ DU POINT DE LA PROCÉDURE FIDÈLE : LE FORÇAGE

La langue dont s'entoure un sujet étant séparée de son univers réel par des hasards illimités, quel sens peut-il y avoir à déclarer véridique tel ou tel énoncé prononcé dans cette langue ? Le témoin extérieur, l'homme du savoir, déclare nécessairement que ces énoncés sont dépourvus de sens (« hermétisme d'une langue poétique », « langue de bois » pour une procédure politique, etc.). Signifiant sans nul signifié. Glissement sans point de capiton. De fait, le sens d'une langue-sujet est *sous condition*. Astreint à ne se référer qu'à ce que la situation présente, et cependant lié au futur antérieur de l'existence d'un indiscernable, un énoncé que composent les noms de la langue-sujet n'a qu'une valeur signifiante hypothétique. De l'intérieur de la procédure fidèle, il résonne ainsi : « *Si* je suppose que l'indiscernable vérité contient, ou présente, tel ou tel terme hasardeusement soumis à l'enquête, *alors* tel énoncé de la langue-sujet aura eu tel sens, et aura été (ou non) véridique. » Je dis « aura été », car la véridicité en question est relative à cette *autre* situation à-venir où une vérité de la première (une partie indiscernable) aura été présentée.

Un sujet prononce toujours le sens au futur antérieur. Ce qui est *présent*, ce sont les termes de la situation d'une part, et les noms de la langue-sujet d'autre part. Encore cette distinction est-elle artificielle,

puisque les noms, étant eux-mêmes présentés (quoique vides), *sont* des termes de la situation. Ce qui excède la situation est le sens référentiel des noms, lequel n'existe que dans la rétroaction de *l'existence* (donc de la présentation) d'une partie indiscernable de la situation. On peut donc dire : tel énoncé de la langue-sujet aura été véridique, si la vérité est telle ou telle.

Mais de ce « telle ou telle » d'une vérité, le sujet ne contrôle, parce qu'il l'est, que le fragment fini que constitue l'état présent des enquêtes. Tout le reste relève de la confiance, ou croyance savante. Est-ce suffisant pour formuler à bon droit une hypothèse de connexion entre ce qu'une *vérité* présente et la *véridicité* d'un énoncé portant sur les noms de la langue-sujet ? L'inachèvement infini d'une vérité ne bloque-t-il pas qu'on puisse, *de l'intérieur* de la situation, évaluer la véridicité à-venir d'un énoncé dont l'univers référentiel est suspendu au hasard, lui-même à-venir, des rencontres, et donc des enquêtes ?

Quand Galilée énonce le principe d'inertie, il est encore séparé de la vérité de la nouvelle physique par tous ces hasards qui se nomment en sujets Descartes ou Newton. Comment peut-il, avec les noms qu'il fabrique ou décale, parce qu'il les a sous la main (« mouvement », « proportions égales », etc.), supposer la véridicité de son principe *pour* cette situation à-venir qui est l'établissement de la science moderne, soit la supplémentation de sa situation par cette partie indiscernable et inachevable qu'on doit nommer « physique rationnelle » ? Et de même, quand il suspend radicalement les fonctions tonales, de quelle véridicité *musicale* Schoenberg peut-il bien affecter les notes et timbres qu'il prescrit dans sa partition, au regard de cette partie encore aujourd'hui quasi indiscernable de la situation qu'on nomme « musique contemporaine » ? Si les noms sont vides, et le référentiel suspendu, quel est le critère, du point des configurations finies de la procédure générique, de la véridicité ?

C'est là que joue ce qu'il faut bien appeler une *loi fondamentale du sujet*, et qui est aussi une loi du futur antérieur. Cette loi est la suivante : si un énoncé de la langue-sujet est tel qu'il aura été véridique pour une situation dont est advenue une vérité, c'est qu'il existe *un* terme de la situation qui tout à la fois appartient à cette vérité (appartient à la partie générique qui *est* cette vérité), et soutient avec les noms mis en jeu dans l'énoncé une relation particulière. Cette relation relève des déterminants encyclopédiques de la situation (du savoir).

La loi revient donc à dire que l'on peut *savoir*, dans la situation où se déploie la procédure générique postévénementielle, si un énoncé de la langue-sujet a chance ou non d'être véridique dans la situation qui ajoute à la première une vérité de celle-ci. Il suffit de vérifier l'existence d'*un* terme relié à l'énoncé en question par une relation qui est en elle-même discernable dans la situation. Si un tel terme existe, alors son appartenance à la vérité (à la partie indiscernable qui est l'être-multiple d'une vérité) imposera dans la *nouvelle* situation la véridicité de l'énoncé initial.

De cette loi, il existe une version ontologique, découverte par Cohen, et dont les linéaments seront exposés dans la méditation 36. Mais son importance est telle qu'il faut en détailler le concept, et l'illustrer d'exemples, autant que faire se peut.

Commençons par une caricature. Dans le cadre de la procédure scientifique qu'est l'astronomie newtonienne, je peux, au vu des perturbations observables de la trajectoire de certaines planètes, énoncer : « Une planète encore inobservée infléchit par attraction les trajectoires. » L'opérateur de connexion est ici le pur *calcul*, combiné aux observations existantes. Il est certain que *si* cette planète existe (au sens où l'observation, parce qu'elle se perfectionne, finit par rencontrer un objet qu'elle classe bien dans les planètes), *alors* l'énoncé « il existe une planète supplémentaire » aura été véridique dans l'univers que constitue le système solaire supplémenté par l'astronomie scientifique. Il y a deux autres cas possibles :

— qu'il soit impossible de justifier les aberrations de trajectoire par la supposition de l'appartenance d'une planète supplémentaire au système solaire (cela, *avant* les calculs), et qu'on ne sache pas quelle autre hypothèse faire quant à leur cause ;

— que la planète supposée n'existe pas.

Dans ces deux cas que se passe-t-il ? Dans le premier, je n'ai pas à ma disposition le *savoir* d'une relation fixe (calculable) entre l'énoncé « quelque chose infléchit les trajectoires », composé des noms de la science (mais « quelque chose » veut dire qu'un de ces noms est vide), et *un* terme de la situation, spécifiable (une planète dotée d'une masse calculable), dont l'existence dans le système solaire tel que scientifiquement observable (donc, ce système, plus sa vérité) donnerait sens et véridicité à mon énoncé. Dans le second cas, cette relation existe (les calculs savants permettent de conclure que ce « quelque chose »

doit être une planète), mais je ne *rencontre* pas dans la situation un terme qui la valide. Il s'ensuit que mon énoncé n'est « pas encore » véridique au regard de l'astronomie.

Cette image illustre deux traits de la loi fondamentale du sujet :

— La relation savante entre *un* terme et un énoncé de la langue-sujet devant exister dans l'encyclopédie de la situation, il se peut qu'*aucun* terme ne valide cette relation, pour un énoncé donné. Dans ce cas, je n'ai aucun moyen d'anticiper la véridicité, du point de la procédure générique.

— Il se peut aussi qu'il existe bien un terme de la situation qui soutienne avec un énoncé de la langue-sujet la relation savante en question, mais que je ne l'aie pas encore enquêté, en sorte que j'ignore s'il appartient, ou non, à la partie indiscernable qu'est la vérité qui résulte, à l'infini, de la procédure générique. Dans ce cas, la véridicité de l'énoncé est *suspendue*. J'en demeure séparé par le hasard du trajet des enquêtes. Toutefois, je peux anticiper ceci : *si* je le rencontre, et qu'il s'avère être connexe au nom de l'événement, donc appartenir à l'être-multiple indiscernable d'une vérité, *alors*, dans la situation à-venir où existe cette vérité, l'énoncé aura été véridique.

Fixons le vocabulaire. J'appellerai *forçage* la relation impliquée dans la loi fondamentale du sujet. Qu'un terme de la situation *force* un énoncé de la langue-sujet veut dire que la véridicité de cet énoncé dans la situation à-venir équivaut à l'appartenance de ce terme à la partie indiscernable qui résulte de la procédure générique. Donc que ce terme, lié à l'énoncé par la relation de forçage, appartient à la vérité. Ou que, rencontré par le trajet aléatoire du sujet, ce terme a été enquêté *positivement* quant à sa connexion au nom de l'événement. Un terme force un énoncé si sa connexion positive à l'événement force l'énoncé à être véridique dans la nouvelle situation (la situation supplémentée par une vérité indiscernable). Le forçage est une relation *vérifiable par le savoir*, puisqu'elle porte sur un terme de la situation (qui est donc présenté, et nommé dans le langage de la situation) et un énoncé de la langue-sujet (dont les noms sont « bricolés » avec des multiples de la situation). Ce qui n'est *pas* vérifiable par le savoir, c'est si le terme qui force un énoncé appartient ou non à l'indiscernable. Cela relève uniquement du hasard des enquêtes.

Au regard des énoncés qui sont formulables dans la langue-sujet, et dont le référent, je le rappelle, donc l'univers de sens, est suspendu

à l'infini (et c'est *pour* ce sens suspendu qu'il y a forçage de la véridicité), on peut répertorier trois possibilités, toutes discernables par le savoir à l'intérieur de la situation, et donc sans aucune présupposition quant à la partie indiscernable (à la vérité) :

a. l'énoncé n'est pas forçable : il ne soutient la relation de forçage avec *aucun* terme de la situation. Il est dès lors exclu qu'il puisse être véridique, quelle que soit la vérité ;

b. l'énoncé est universellement forçable : il soutient la relation de forçage avec *tous* les termes de la situation. Comme certains de ces termes (une infinité) figureront dans la vérité, quelle qu'elle soit, l'énoncé sera toujours véridique dans toute situation à-venir ;

c. l'énoncé est forçable par certains termes, mais pas par d'autres. Tout dépend, quant au futur antérieur de la véridicité, du hasard des enquêtes. Si et quand *un* terme qui force l'énoncé aura été enquêté positivement, alors l'énoncé sera véridique dans la situation à-venir où l'indiscernable, auquel ce terme appartient, supplémente la situation pour laquelle il est indiscernable. Mais ce cas n'est pas assuré *factuellement* (car je peux être encore séparé d'une telle enquête par d'innombrables hasards), ni *principiellement* (car les termes forçants peuvent être enquêtés négativement, et donc ne pas figurer dans la vérité). L'énoncé n'est alors pas forcé à être véridique.

Un sujet est un évaluateur local d'énoncés autonymes, dont il *sait* qu'ils sont, au regard de la situation à-venir, donc du point de l'indiscernable, soit certainement erronés, soit possiblement véridiques, mais suspendus à l'aura-eu-lieu d'*une* enquête positive.

Essayons de rendre sensible le forçage et la distribution des évaluations.

L'énoncé de Mallarmé : « L'acte poétique consiste à voir soudain qu'une idée se fractionne en un nombre de motifs égaux par valeur et à les grouper », est un énoncé de la langue-sujet, autonyme de l'état d'une configuration finie de la procédure générique poétique. L'univers référentiel de cet énoncé, en particulier la valeur signifiante des mots « idée » et « motifs », est suspendu à cet indiscernable de la situation littéraire qu'est un état de la poésie qui aura été au-delà de la « crise de vers ». Les proses et poèmes de Mallarmé — et d'autres — sont des enquêtes dont la récollection définit cet indiscernable comme vérité de la poésie française après Hugo. Une configuration locale de cette procédure est un sujet (par exemple, ce que désigne en pure présentation le signifiant « Mallarmé »). Le forçage est ce qu'un savoir peut discerner du rapport entre l'énoncé ci-dessus et tel ou tel poème (ou recueil), dont s'induit que si ce poème est bien « représentatif » de la vérité poétique posthugolienne, l'énoncé concernant l'acte poétique sera vérifiable en savoir, donc véridique, dans la situation à-venir où cette vérité existe (donc, dans un univers où la « nouvelle poésie », postérieure à la crise de vers, est effectivement présentée, et non plus annoncée). Il est clair qu'un tel poème doit être le vecteur de rapports discernables dans la situation entre lui-même et, par exemple, les mots, originellement vides, comme « idée » ou « motif ». L'existence de cet *unique* poème, dont ce qu'il détient de rencontre, évalué positivement, garantirait la véridicité de l'énoncé « l'acte poétique, etc. » dans toute situation poétique à-venir qui le contient, Mallarmé l'appelle « le Livre ». Mais en somme, l'étude savante de *Un coup de dés...*, dans la méditation 19, vaut démonstration de ce que l'enquête qu'est ce texte rencontre bien un terme qui, au moins, force à être véridique que l'enjeu d'un poème moderne soit le motif d'une idée (ultimement, l'idée même d'événement). La relation de forçage est ici détenue par l'analyse du texte.

Considérons maintenant l'énoncé : « L'usine est un lieu politique. » Cet énoncé est dans la langue-sujet de la procédure politique post-marxiste-léniniste. L'univers référentiel de cet énoncé exige l'avènement de cet indiscernable de la situation qu'est la politique dans un mode non parlementaire et non stalinien. Les enquêtes sont les enquêtes et interventions militantes d'usine. On peut déterminer *a priori* (dans la connaissance) que des ouvriers, des sites-usines, des sous-situations forcent l'énoncé ci-dessus à être véridique dans tout univers ou aura été établie l'existence d'un mode politique actuellement indiscernable. Il se peut que la procédure en soit au point où des ouvriers ont été positivement enquêtés, et où la véridicité à-venir de l'énoncé est garantie. Il se peut que non, mais la conclusion à en tirer est seulement qu'il faut poursuivre le hasard des rencontres, et tenir la procédure. La véridicité est seulement suspendue.

A contrario, si l'on examine la réaction musicale néo-classique entre les deux guerres, on peut constater qu'aucun terme de la situation musicale définie dans sa propre langue par ce courant ne peut forcer la véridicité de l'énoncé « la musique est essentiellement tonale ». Les enquêtes (les œuvres néo-classiques) peuvent se succéder à l'infini :

aucune ne rencontre rien dont, Schoenberg ayant existé, on puisse savoir qu'il est en relation de forçage avec cet énoncé. Le seul savoir tranche ici la question, ce qui se dit aussi : la procédure néo-classique *n'est pas générique* (de fait, voir méditation 29, elle est constructiviste).

Finalement, un sujet est au croisement, par sa langue, du savoir et de la vérité. Configuration locale d'une procédure générique, il est au suspens de l'indiscernable. Capable de forcer conditionnellement la véridicité d'un énoncé de sa langue pour une situation à-venir, celle où la vérité existe, il est le savant de lui-même. Un sujet est un savoir suspendu par une vérité dont il est le moment fini.

5. LA PRODUCTION SUBJECTIVE : DÉCISION D'UN INDÉCIDABLE, DÉQUALIFICATION, PRINCIPE DES INEXISTANTS

Saisi dans son être, le sujet n'est que la finitude de la procédure générique, les effets locaux d'une fidélité événementielle. Ce qu'il « produit » est la vérité elle-même, partie indiscernable de la situation, mais l'infinité de cette vérité le transcende. Il est abusif de dire qu'une vérité est une production subjective. Un sujet est bien plutôt *pris* dans la fidélité à l'événement, et *suspendu* à la vérité, dont le hasard le sépare pour toujours.

Cependant, le forçage autorise des descriptions partielles de l'univers à-venir où une vérité supplémente la situation, puisque l'on peut savoir, sous condition, quels énoncés ont chance d'être véridiques dans cette situation. Un sujet prend mesure de la *nouveauté* de la situation à-venir, s'il ne peut prendre mesure de son être. Donnons trois exemples de cette capacité, et aussi de sa limite.

a. Supposons qu'un énoncé de la langue-sujet soit tel que certains termes le forcent, et que d'autres forcent sa négation. On peut savoir que cet énoncé est indécidable dans la situation. Si en effet il était véridique (ou erroné) pour l'encyclopédie dans son état actuel, cela voudrait dire qu'en tout cas nul terme *de la situation* ne peut intelligiblement le rendre erroné (ou véridique). Or, ce devrait être le cas, s'il est forçable aussi bien positivement que négativement. On peut dire aussi qu'on n'a aucune chance de faire varier la véridicité établie

d'un énoncé en ajoutant à une situation une vérité de cette situation, car cela voudrait dire qu'*en vérité* cet énoncé n'était *pas* véridique dans la situation. Or la vérité est soustraite au savoir, elle ne le contredit pas. Il s'ensuit que cet énoncé est indécidable dans l'encyclopédie de la situation : il est impossible, par les seules ressources existantes du savoir, de trancher s'il est véridique ou erroné. Il est alors possible que le hasard des enquêtes, la nature de l'événement, celle de l'opérateur de fidélité aboutissent à ce que l'énoncé aura été véridique dans la situation à-venir (si on a enquêté positivement un terme qui force son affirmation) ou qu'il aura été erroné (si on a enquêté positivement un terme qui force sa négation) ou qu'il sera resté indécidable (si les termes qui le forcent, négativement ou positivement, sont tous enquêtés comme disconnectés du nom de l'événement, et que donc *rien* ne le force dans la vérité qui résulte d'une telle procédure). Les cas productifs sont évidemment les deux premiers, où un énoncé indécidable de la situation aura été décidé pour la situation à-venir où l'indiscernable vérité est présentée.

De cette décision, le sujet peut prendre la mesure. Il suffit que dans la configuration finie de la procédure, qui est son être, figure une enquête où un terme qui force l'énoncé, dans un sens ou dans un autre, est constaté connexe au nom de l'événement. Ce terme appartient donc à l'indiscernable vérité, et comme il force l'énoncé, on *sait* que cet énoncé aura été véridique (ou erroné) dans la situation qui résulte de l'adjonction de cet indiscernable. Dans cette situation, c'est-à-dire *en vérité*, l'énoncé indécidable aura été décidé. Il est remarquable, parce que cela concentre l'historicité hasardeuse de la vérité, que cette décision puisse, sans inconséquence, être positive (véridique) ou négative (erroné). Cela dépend en effet de la trajectoire des enquêtes, et du principe d'évaluation que concentre l'opérateur de connexion fidèle. Il *arrive* que tel énoncé indécidable est décidé dans tel sens.

Cette capacité est si importante qu'il est possible de donner d'un sujet la définition suivante : ce qui décide un indécidable, du point d'un indiscernable. Ou, ce qui force une véridicité, selon le suspens d'une vérité.

b. Puisque la situation à-venir s'obtient par supplémentation (une vérité, qui était une excroissance indiscernable représentée et non présentée, advient à la présentation), tous les multiples de la situation fondamentale sont aussi présentés dans la nouvelle situation. Ils ne

peuvent disparaître *de ce que la situation nouvelle est nouvelle*. S'ils disparaissent, c'est *selon* l'ancienne situation. Je m'étais, je dois le dire, un peu égaré dans *Théorie du sujet*, dans le thème de la destruction. Je soutenais encore l'idée d'un lien essentiel entre destruction et nouveauté. Empiriquement, la nouveauté (politique, par exemple) s'accompagne de destructions. Mais il faut bien voir que cet accompagnement n'est pas lié à la nouveauté intrinsèque, laquelle est toujours au contraire une supplémentation par une vérité. *La destruction est l'effet ancien de la supplémentation nouvelle dans l'ancien*. On peut bien savoir la destruction, y suffit l'encyclopédie de la situation première. Une destruction n'est pas vraie, elle est savante. Tuer quelqu'un relève toujours de l'état (ancien) des choses, ce ne peut être un réquisit de la nouveauté. Une procédure générique circonscrit une partie indiscernable, ou soustraite au savoir, et ce n'est qu'à fusionner avec l'encyclopédie qu'elle se croit autorisée à réfléchir cette opération comme celle du non-être. Si on confond indiscernabilité et pouvoir de la mort, on défaille à soutenir le procès de la vérité. L'autonomie de la procédure générique exclut toute pensée en termes de « rapports de force ». Un « rapport de force » est un jugement de l'encyclopédie. Ce qui autorise un sujet est l'indiscernable, le générique, dont l'advenue supplémentaire signe l'effet global d'un événement. Il n'y a nul lien entre décider un indécidable et supprimer une présentation.

Pensée selon sa nouveauté, la situation à-venir présente tout ce que présente la situation actuelle, mais *en outre* elle en présente une vérité, et, par voie de conséquence, elle présente d'innombrables nouveaux multiples.

Ce qui peut toutefois survenir est la *déqualification* d'un terme. Il n'est pas exclu que soient véridiques dans la nouvelle situation, *l'être* de chaque terme étant sauf, des énoncés comme « les premiers seront les derniers » ou « tel théorème d'abord important sera un simple cas particulier », ou « le thème ne sera plus l'élément organisateur du discours musical ». Car *l'encyclopédie*, elle, n'est pas invariable. En particulier (comme l'ontologie l'établit, *cf.* méditation 36), les évaluations quantitatives, les hiérarchies peuvent être bouleversées dans la nouvelle situation. Ce qui joue là est l'interférence de la procédure générique et des déterminants encyclopédiques auxquels elle se soustrait. Les énoncés qui qualifient tel ou tel terme le disposent dans une hiérarchie, nomment sa place, sont susceptibles de variation. On distinguera du reste des énoncés « absolus », qu'une procédure générique ne peut déplacer, et des énoncés qui, parce qu'ils s'attachent à des discernements artificiels, hiérarchiques, et sont liés à l'instabilité du quantitatif, peuvent être forcés dans le sens d'une déqualification. Au fond, les *contradictions* manifestes de l'encyclopédie ne sont pas inaltérables. Ce qui apparaît, c'est qu'*en vérité* ces placements et ces différenciations n'avaient pas d'enracinement légitime dans l'être de la situation.

Un sujet est donc aussi ce qui prend mesure de la possible déqualification d'un multiple présenté. Et c'est très raisonnable, puisque le générique, ou une-vérité, étant une partie indiscernable, est soustrait aux déterminants du savoir, et spécialement rebelle aux qualifications les plus artificielles. Le générique est *égalitaire*, et tout sujet, ultimement, est ordonné à l'égalité.

c. Remarquons enfin que ce dont la qualification *dans la nouvelle situation* est lié à une inexistence était *déjà* ainsi qualifié dans la situation ancienne. C'est ce que j'appellerai *le principe des inexistants*. J'ai dit en effet qu'une vérité, en tant que nouvelle, ou supplémentaire, ne supprimait rien. Si une qualification est négative, c'est qu'on constate que tel multiple n'existe pas dans la nouvelle situation. Par exemple, si sont véridiques dans la nouvelle situation les énoncés « être indépassable dans son genre », ou « être absolument singulier », dont l'essence est que nul terme n'est présenté qui « dépasse » le premier, ou est identique au second, alors l'inexistence de ces termes devait *déjà* être avérée dans la première situation, puisque la supplémentation par une vérité ne peut procéder d'une destruction. Autrement dit : l'inexistence est rétroactive. Si je la constate dans la situation à-venir, c'est que *ça inexistait déjà* dans la situation première.

Le versant positif du principe des inexistants se dit : un sujet peut porter une déqualification, mais jamais une désingularisation. Ce qui est singulier en vérité l'était en situation.

Un sujet est ce qui, instance finie d'une vérité, effectuation discernée d'un indiscernable, langue autonyme, force la décision, déqualifie l'inégal, et sauve le singulier. Par ces trois opérations, dont seule la rareté nous obsède, l'événement vient à l'être, dont il avait supplémenté l'insistance.

MÉDITATION TRENTE-SIX

Le forçage : de l'indiscernable à l'indécidable

Pas plus qu'elle ne peut soutenir le concept de vérité (par défaut d'événement), pas plus l'ontologie ne peut formaliser celui de sujet. Ce qu'elle peut en revanche servir à penser, c'est le type d'être auquel correspond la loi fondamentale du sujet, c'est-à-dire le forçage. C'est le deuxième versant (après l'indiscernable) de la révolution intellectuelle in-sue introduite par Cohen. Il s'agit cette fois de connecter l'être de la vérité (les multiples génériques) au statut des énoncés (démontrables ou indémontrables). En l'absence de toute temporalité, donc de tout futur antérieur, Cohen établit le schème ontologique du rapport entre l'indiscernable et l'indécidable. Il nous montre ainsi que l'existence d'un sujet est compatible avec l'ontologie. Il ruine toutes les prétentions du sujet à se déclarer « contradictoire » au régime général de l'être. Quoique soustrait au dire de l'être (la mathématique), le sujet est en possibilité d'être.

Le résultat majeur de Cohen sur ce point est le suivant : il est possible, dans une situation fondamentale quasi complète, de déterminer à quelles conditions tel ou tel énoncé est véridique dans l'extension générique obtenue par adjonction d'une partie indiscernable de la situation. L'outil de cette détermination est l'étude de certaines propriétés des noms, et c'est inévitable, puisque les noms sont tout ce que les habitants de la situation connaissent de l'extension générique, qui, dans leur univers, n'existe pas. Prenons bien la mesure du problème : si l'on a un énoncé $\lambda(\alpha)$, la supposition que α appartient à l'extension générique est irreprésentable dans la situation fondamentale. Ce qui en revanche a sens est l'énoncé $\lambda(\mu_1)$, où μ_1 est un nom pour un hypothétique élément α de cette extension, élément qui du coup s'écrit $R_{\varphi}(\mu_1)$, étant la valeur référentielle du nom μ_1. Il n'y a évidemment aucune raison pour que la véridicité de $\lambda(\alpha)$ — $\lambda(R_{\varphi}(\mu_1))$ — dans

l'extension entraîne celle de $\lambda(\mu_1)$ dans la situation. Ce que l'on peut tout au plus espérer est une implication du genre : « Si l'extension obéit à tel réquisit, alors à $\lambda(\mu_1)$, formule qui a sens dans la situation, doit correspondre un $\lambda(\alpha)$ véridique dans cette extension, α étant la valeur référentielle du nom μ_1 dans cette extension. » Mais il faut que le réquisit soit exprimable *dans* la situation. Or, qu'est-ce qu'un habitant de la situation peut supposer concernant une extension générique ? Tout au plus que telle ou telle condition figure dans la partie générique φ correspondante. Car dans la situation, on connaît les conditions, et on a le concept (vide) de cet ensemble particulier de conditions qu'est une partie générique. Ce que nous cherchons est donc un énoncé du genre : « Si, dans la situation, il y a telle relation entre des conditions et l'énoncé $\lambda(\mu_1)$, alors, l'appartenance de ces conditions à la partie φ entraîne, dans l'extension générique correspondante, la véridicité de $\lambda(R_\varphi(\mu_1))$. »

Cela revient à dire que, de l'extérieur de la situation, l'ontologue va établir l'équivalence entre d'une part une relation contrôlable dans la situation (relation entre une condition π et un énoncé $\lambda(\mu_1)$ du langage de la situation), d'autre part la véridicité de l'énoncé $\lambda(R_\varphi(\mu_1))$ dans l'extension générique. Ainsi, toute véridicité dans l'extension se laissera *conditionner* dans la situation. Le résultat tout à fait capital sera le suivant : bien qu'un habitant de la situation ne connaisse rien de l'indiscernable, donc de l'extension, il est en état de penser que l'appartenance de telle condition à une description générique équivaut à la véridicité de tel énoncé dans cette extension. On reconnaîtra que cet habitant est en position de sujet d'une vérité : il *force* la véridicité au point de l'indiscernable. Il le fait avec les seules ressources nominales de la situation, sans avoir à représenter cette vérité (sans avoir à connaître l'existence de l'extension générique).

Ajoutons que « habitant de S » est une métaphore, qui ne correspond à aucun concept mathématique : l'ontologie pense la loi du sujet, non le sujet. C'est cette loi qui trouve sa garantie d'être dans la grande découverte de Cohen : le forçage. Le forçage de Cohen est précisément la détermination du rapport cherché entre une formule $\lambda(\mu_1)$, appliquée aux noms, une condition π, et la véridicité de la formule $\lambda(R_\varphi(\mu_1))$ dans l'extension générique, quand on a $\pi \in \varphi$.

1. LA TECHNIQUE DU FORÇAGE

La présentation du forçage de Cohen est trop « calculatrice » pour être ici déployée. Je n'en indiquerai que la stratégie.

Supposons notre problème résolu. Nous avons une relation, notée $\Vdash$, qui se lit « force », et qui est telle que :

— si une condition π force un énoncé sur les noms, alors, pour toute partie générique φ telle que $\pi \in \varphi$, le même énoncé, portant cette fois sur la valeur référentielle des noms, est véridique dans l'extension générique $S(\varphi)$;

— réciproquement, si un énoncé est véridique dans une extension générique $S(\varphi)$, il existe une condition π telle que $\pi \in \varphi$, et π force l'énoncé appliqué aux noms dont les valeurs figurent dans l'énoncé véridique considéré.

Autrement dit : la relation de forçage entre π et l'énoncé λ appliqué aux noms *équivaut* à la véridicité de l'énoncé λ dans toute extension générique $S(\varphi)$ telle que $\pi \in \varphi$. Comme la relation « π *force* λ » est vérifiable *dans la situation S*, nous devenons maîtres de la véridicité possible d'une formule dans l'extension $S(\varphi)$ sans « sortir » de la situation fondamentale, où est définie la relation $\Vdash$ (force). L'habitant de S peut forcer cette véridicité sans avoir à discerner quoi que ce soit dans l'extension générique, où gît l'indiscernable.

Il s'agit donc d'établir qu'existe une relation $\Vdash$ vérifiant l'équivalence ci-dessus, soit :

$$\lambda(R_\varphi(\mu_1),\ldots\ R_\varphi(\mu_n)) \leftrightarrow (\exists\,\pi)\ [(\pi \in \varphi\ \&\ (\pi \Vdash \lambda(\mu_1,\ldots\ \mu_n)))]$$

véridicité d'une formule dans l'extension générique

véridicité d'une relation de forçage entre une condition et la formule appliquée aux noms (dans la situation fondamentale)

appartenance de la condition forçante à l'indiscernable φ

La relation $\Vdash$ opère entre les conditions et les formules. Sa défini-

tion est donc tributaire du formalisme de la langue de la théorie des ensembles. Un examen attentif de ce formalisme — tel que donné dans la note technique de la méditation 3 — montre ceci : les signes d'une formule peuvent ultimement se ramener à quatre signes logiques ($\sim$, $\rightarrow$, $\exists$, $=$) et un signe spécifique ($\in$). Car les autres signes logiques ($\&$, *ou*, $\leftrightarrow$, $\forall$) sont définissables à partir des signes ci-dessus (*cf.* appendice 6). Une réflexion simple sur l'écriture des formules appliquées aux noms montre qu'elles sont alors de l'un des cinq types suivants :

a. $\mu_1 = \mu_2$ (formule atomique égalitaire)

b. $\mu_1 \in \mu_2$ (formule atomique d'appartenance)

c. $\sim\lambda$ (où λ est une formule « déjà » construite)

d. $\lambda_1 \rightarrow \lambda_2$ (où λ_1 et λ_2 sont « déjà » construites)

e. $(\exists\mu)\,\lambda(\mu)$ (où λ est une formule qui contient μ comme variable libre).

Si nous définissons clairement la valeur de la relation $\pi \Vdash \lambda$ (la condition π force la formule λ) pour ces cinq types, nous aurons une définition générale par le procédé dit de récurrence sur la longueur des écritures, qui est exposé dans l'appendice 6.

C'est l'égalité qui pose le plus de problèmes. Il n'est en effet pas évident de voir comment une condition peut forcer, par son appartenance à une partie générique, deux noms μ_1 et μ_2 à avoir la même valeur référentielle dans une extension générique. Car ce que nous voulons est bien :

$$[\pi \Vdash (\mu_1 = \mu_2)] \leftrightarrow [\pi \in \varphi \rightarrow [R_\varphi(\mu_1) = R_\varphi(\mu_2)]]$$

Avec cette obligation *sine qua non* que l'écriture à gauche de l'équivalence soit définie, quant à sa véridicité, strictement dans la situation fondamentale.

On investit la difficulté en travaillant sur les rangs nominaux (*cf.* méditation 34). On commence par les formules $\mu_1 = \mu_2$ où μ_1 et μ_2 sont de rang nominal *0*, et on définit $\pi \Vdash (\mu_1 = \mu_2)$ pour de tels noms.

Une fois explicité le forçage sur les noms de rang nominal *0*, on passera au cas général en se souvenant qu'un nom est composé de conditions et de noms *de rang nominal inférieur* (stratification des noms). En supposant que le forçage a été défini pour ces rangs inférieurs, on le définira pour le rang suivant.

Je donne le forçage de l'égalité pour les noms de rang nominal *0* dans l'appendice 7. L'achèvement de la récurrence est, pour les curieux, un exercice de généralisation des méthodes mises en jeu dans cet appendice.

Notons seulement qu'on parvient à définir trois possibilités, au terme de ces laborieux calculs :

— $\mu_1 = \mu_2$ est forcé par la condition minimale ϕ. Comme cette condition appartient à *toute* partie générique, $R_\varphi(\mu_1) = R_\varphi(\mu_2)$ est toujours véridique, quel que soit φ ;

— $\mu_1 = \mu_2$ est forcé par une condition π_1 particulière. Alors $R_\varphi(\mu_1) = R_\varphi(\mu_2)$ est véridique dans certaines extensions génériques (celles telles que $\pi_1 \in \varphi$), erroné dans d'autres (quand $\sim(\pi_1 \in \varphi)$).

— $\mu_1 = \mu_2$ n'est pas forçable. Alors $R_\varphi(\mu_1) = R_\varphi(\mu_2)$ n'est véridique dans aucune extension générique.

Ces trois cas dessinent, entre leurs bornes (énoncés toujours ou jamais véridiques), un champ aléatoire, où l'on peut forcer certaines véridicités, *sans qu'elles soient absolues*, au sens où l'appartenance de telle ou telle condition à la description entraîne seule ces véridicités dans les extensions génériques correspondantes. C'est en ce point que des énoncés λ de la théorie des ensembles (de l'ontologie générale) vont s'avérer *indécidables*, étant véridiques dans certaines situations, et erronés dans d'autres, selon qu'une condition appartient ou non à une partie générique. Lien essentiel, où gît la loi du Sujet, entre l'indiscernable et l'indécidable.

Une fois réglé le problème du forçage des formules de type $\mu_1 = \mu_2$, on passe aux autres formules élémentaires, celles de type $\mu_1 \in \mu_2$. Les choses vont beaucoup plus vite, pour la raison suivante : on va forcer une égalité $\mu_3 = \mu_1$ (puisqu'on sait le faire) en s'arrangeant d'abord pour que $R_\varphi(\mu_3) \in R_\varphi(\mu_2)$. Cette technique repose sur l'interdépendance entre appartenance et égalité, telle que la fonde la grande Idée du même et de l'autre qu'est l'axiome d'extensionalité (méditation 5).

Comment procéder pour les formules complexes de type $\sim\lambda$, $\lambda_1 \rightarrow \lambda_2$ ou $(\exists\alpha)\,\lambda(\alpha)$? Peut-on aussi les forcer ?

La réponse, positive, s'édifie par récurrence sur la longueur des écritures (sur ce point, *cf.* appendice 6). Je n'examinerai que le cas, philosophiquement passionnant, de la négation.

On suppose que le forçage est défini pour la formule λ, et que

$\pi_1 \Vdash \lambda$ vérifie l'équivalence fondamentale entre forçage (dans S) et véridicité (dans $S(\varphi)$). Comment « passer » au forçage de la formule $\sim(\lambda)$?

Remarquons que si π_1 force λ et que π_2 domine π_1, il est exclu que π_2 force $\sim(\lambda)$. Si en effet π_2 force $\sim(\lambda)$, cela veut dire que, quand $\pi_2 \in \varphi$, alors $\sim(\lambda)$ est véridique dans $S(\varphi)$ (équivalence fondamentale entre forçage et véridicité, dès que la condition forçante appartient à φ). Mais si $\pi_2 \in \varphi$ et que π_2 domine π_1, on a aussi $\pi_1 \in \varphi$ (règle Rd_1 des parties correctes, *cf.* méditation 33). Or, si π_1 force λ, et que $\pi_1 \in \varphi$, la formule λ est véridique dans $S(\varphi)$. Il se produirait alors ceci : dans $S(\varphi)$, seraient véridiques simultanément λ (forcé par π_1) et $\sim(\lambda)$ (forcé par π_2), ce qui est impossible si la théorie est cohérente.

D'où l'idée suivante : on dira que π force $\sim(\lambda)$ si *aucune* condition dominant π ne force λ :

$$[\pi \Vdash \sim(\lambda)] \leftrightarrow [(\pi \subset \pi_1) \rightarrow \sim(\pi_1 \Vdash \lambda)]$$

La négation est ici renvoyée à ce qu'aucune condition plus forte (plus précise) de l'indiscernable ne force l'affirmation à être véridique. Elle est donc, en substance, l'inforçabilité de l'affirmation. Elle est un peu évasive, étant suspendue, non à la nécessité de la négation, mais à la *non-nécessité* de l'affirmation. Le concept de la négation, dans le forçage, a quelque chose de modal : il est possible de nier, dès que l'on n'est pas contraint d'affirmer. Cette modalité du négatif est caractéristique de la négation subjective, ou postévénementielle.

Des considérations de pure logique permettent de définir, après la négation, le forçage de $\lambda_1 \rightarrow \lambda_2$, sous la supposition du forçage de λ_1 et λ_2 ; et de même pour $(\exists\alpha)\lambda$, sous la supposition qu'a été défini le forçage de λ. On va ainsi, par analyse combinatoire, des formules les plus simples aux plus complexes, ou des plus courtes aux plus longues.

Une fois cette construction achevée, on vérifie que, pour *toute* formule λ, on dispose du moyen de démontrer *dans* S s'il existe, ou n'existe pas, une condition π qui la force. S'il en existe une, alors son appartenance à la partie générique φ implique que la formule λ est véridique dans l'extension $S(\varphi)$. Et inversement, si une formule λ est véridique dans une extension générique $S(\varphi)$, alors il existe une condition π qui appartient à φ et qui force la formule. Les différentes hypothèses possibles sont dans ces conditions au nombre de trois, comme nous l'avons vu pour l'égalité $\mu_1 = \mu_2$:

— la formule λ, forcée par ϕ, est véridique dans *toute* extension $S(\varphi)$;

— la formule λ, qui n'est pas forçable (il n'existe aucun π tel que $\pi \Vdash \lambda$), n'est véridique dans *aucune* extension $S(\varphi)$;

— la formule λ, forcée par une condition π, est véridique dans certaines extensions $S(\varphi)$, celles où $\pi \in \varphi$, et ne l'est pas dans d'autres. Cela conduira à *l'indécidabilité* ontologique de cette formule.

Il résulte de ces considérations qu'étant donné une formule λ dans la langue de la théorie des ensembles, nous pouvons nous demander s'il est nécessaire, impossible, ou possible, qu'elle soit véridique dans une extension générique. Ce problème a sens pour un habitant de S : il revient en effet à examiner si la formule λ, appliquée à des noms, est forcée par ϕ, non forçable, ou forçable par une condition particulière π non vide.

Le cas à examiner en premier est celui des axiomes de la théorie des ensembles ou grandes Idées du multiple. Puisque S, situation quasi complète, « réfléchit » l'ontologie, ces axiomes y sont tous véridiques. Le restent-ils dans $S(\varphi)$? La réponse est catégorique : ces axiomes sont tous forcés par ϕ, ils sont donc véridiques dans *toute* extension générique. D'où :

2. UNE EXTENSION GÉNÉRIQUE D'UNE SITUATION QUASI COMPLÈTE EST ELLE AUSSI QUASI COMPLÈTE

C'est le résultat le plus important de la technique du forçage, et il formalise dans l'ontologie une propriété cruciale des effets de sujet : une vérité, quelque nouveauté véridique qu'elle supporte, reste homogène aux caractéristiques majeures de la situation dont elle est vérité. Les mathématiciens l'énoncent : si S est un modèle transitif dénombrable de la théorie des ensembles, une extension générique $S(\varphi)$ l'est aussi. Cohen lui-même déclare que « l'intuition de pourquoi il en est ainsi est difficile à expliquer. Grossièrement, [c'est parce que] nulle information ne peut être extraite de l'ensemble [indiscernable] α qui

n'était pas déjà présente dans *M* [la situation fondamentale] ». Nous savons penser cette difficulté : puisque l'extension générique s'obtient par adjonction d'une partie indiscernable, générique, anonyme, elle n'est pas telle qu'on puisse, à partir d'elle, discerner des caractéristiques invisibles de la situation fondamentale. Une vérité, forcée selon l'indiscernable que produit une procédure générique de fidélité, peut bien soutenir des énoncés véridiques *supplémentaires*, ce qui reflète que l'événement où s'origine la procédure a été nommé en excès sur la langue de la situation. Ce supplément toutefois, puisque la fidélité est intérieure à la situation, ne peut en révoquer les grands principes de consistance. C'est du reste pourquoi elle est vérité *de* la situation, et non commencement absolu d'une autre. Le sujet, qui est la production forçante d'un indiscernable inclus dans la situation, ne peut ruiner celle-ci. Ce qu'il peut, c'est engendrer des énoncés véridiques qui étaient antérieurement indécidables. On retrouve là notre définition du sujet : support d'un forçage fidèle, il articule l'indiscernable à la décision d'un indécidable. Mais il faut d'abord établir que la supplémentation qu'il opère est adéquate aux lois de la situation. Ou que l'extension générique est elle aussi une situation quasi complète.

Il s'agit en fait de vérifications, cas par cas, de l'existence d'un forçage pour tous les axiomes de la théorie des ensembles supposés véridiques dans la situation *S*. J'en donne quelques exemples simples et typiques dans l'appendice 8.

Le sens général de ces vérifications est clair : la conformité de la situation *S* aux Idées du multiple implique, par la médiation du forçage, la conformité de l'extension générique $S(\varphi)$. La généricité conserve les lois de la consistance. Ce qui se dit aussi : une vérité consiste, de ce que la situation dont elle est vérité est consistante.

3. STATUT DES ÉNONCÉS VÉRIDIQUES DANS UNE EXTENSION GÉNÉRIQUE $S(\varphi)$: L'INDÉCIDABLE

De tout ce qui précède s'infère l'examen de la connexion, où s'initie que le Sujet puisse être, entre une partie indiscernable d'une situation et le forçage d'un énoncé dont la véridicité est indécidable dans

cette situation. Nous voici aux lisières d'une pensée possible de la substructure ontologique d'un sujet.

Remarquons d'abord ceci : si l'on suppose que l'ontologie est consistante — que l'on ne peut déduire aucune contradiction formelle des axiomes de la théorie du multiple pur —, aucun énoncé véridique dans une extension générique $S(\varphi)$ d'une situation quasi complète ne peut ruiner cette consistance. Ou, si un énoncé λ est véridique dans $S(\varphi)$, la théorie des ensembles (notons-la *TE*), supplémentée par la formule λ, est consistante, dès lors que *TE* l'est. On peut toujours supplémenter l'ontologie par un énoncé dont la véridicité est forcée du point d'un indiscernable φ.

Supposons en effet que $TE + \lambda$ ne soit pas consistante, bien que *TE* seule le soit. Cela veut dire que $\sim\lambda$ est un théorème de *TE*. En effet, si une contradiction, mettons $(\sim\lambda_1 \,\&\, \lambda_1)$, est déductible de $TE + \lambda$, cela veut dire, en raison du théorème de la déduction (*cf. méditation 22*), que l'implication $\lambda \rightarrow (\sim\lambda_1 \,\&\, \lambda_1)$ est déductible dans *TE* seule. Mais de $\lambda \rightarrow (\sim\lambda_1 \,\&\, \lambda_1)$ se déduit l'énoncé $\sim\lambda$, par des manipulations logiques simples. Donc $\sim\lambda$ est un théorème de *TE*, un énoncé fidèle de l'ontologie.

La démonstration de $\sim\lambda$ n'utilise qu'un nombre fini d'axiomes, comme toute démonstration. Il existe par conséquent une situation dénombrable quasi complète *S* où tous ces axiomes sont véridiques. Ils restent véridiques dans une extension générique $S(\varphi)$ de cette situation. Et par suite, $\sim\lambda$, conséquence de ces axiomes véridiques, est aussi véridique dans $S(\varphi)$. Mais alors, λ ne peut y être véridique.

On peut remonter à la consistance de la situation *S* de façon plus précise : si à la fois λ et $\sim\lambda$ sont véridiques dans $S(\varphi)$, il existe une condition π_1 qui force λ, et une condition π_2 qui force $\sim\lambda$ (λ étant cette fois appliquée à des noms). On a donc, *dans S*, les deux énoncés véridiques : $\pi_1 \Vdash \lambda$ et $\pi_2 \Vdash \sim\lambda$. Comme $\pi_1 \in \varphi$ et $\pi_2 \in \varphi$, puisque λ et $\sim\lambda$ sont véridiques dans $S(\varphi)$, il existe une condition $\pi_3 \in \varphi$ qui domine et π_1 et π_2 (règle Rd_2 des ensembles corrects). Cette condition π_3 force à la fois λ et $\sim\lambda$. Or, d'après la définition du forçage de la négation (voir ci-dessus), on a :
$\pi_3 \Vdash \sim\lambda \rightarrow \sim(\pi_3 \Vdash \lambda)$, puisque $\pi_3 \subset \pi_3$.

Si l'on a aussi $\pi_3 \Vdash \lambda$, on a en réalité la contradiction formelle : $(\pi_3 \Vdash \lambda) \,\&\, \sim(\pi_3 \Vdash \lambda)$ qui est une contradiction exprimée dans le langage de la situation *S*. C'est dire que si $S(\varphi)$ validait des énoncés

contradictoires, S le ferait aussi. Inversement, si S est consistant, $S(\varphi)$ doit l'être. Il est donc exclu qu'un énoncé véridique dans $S(\varphi)$ ruine la consistance supposée de S, et finalement de *TE*. On supposera désormais que l'ontologie est consistante, et que, si λ est véridique dans $S(\varphi)$, cet énoncé est *compatible* avec les axiomes de *TE*. Il n'y a en définitive que deux statuts possibles pour un énoncé λ que le forçage avère véridique dans une extension générique $S(\varphi)$:

— ou bien λ est un théorème de l'ontologie, une conséquence déductive fidèle des Idées du multiple (des axiomes de *TE*) ;

— ou bien λ n'est pas un théorème de *TE*. Mais alors, étant cependant compatible avec *TE*, c'est un *énoncé indécidable* de l'ontologie : on peut supplémenter aussi bien avec λ qu'avec $\sim\lambda$, la consistance demeure. En ce sens, les Idées du multiple sont impuissantes à *décider* la véridicité ontologique de cet énoncé.

En effet, si λ est compatible avec *TE* c'est que la théorie $TE + \lambda$ est consistante. Mais si λ n'est pas un théorème de *TE*, la théorie $TE + \sim\lambda$ est également consistante. Si elle ne l'était pas, on pourrait y déduire une contradiction, mettons $(\lambda_1 \,\&\, \sim\lambda_1)$. Mais on aurait alors dans *TE* seule, d'après le théorème de la déduction, le théorème déductible : $\sim\lambda \rightarrow (\lambda_1 \,\&\, \sim\lambda_1)$. Une manipulation logique simple permet alors de déduire λ, ce qui contredit l'hypothèse selon laquelle λ n'est pas un théorème de *TE*.

La situation est finalement la suivante : un énoncé λ véridique dans une extension générique $S(\varphi)$ est soit un théorème de l'ontologie, soit un énoncé indécidable par l'ontologie. En particulier, si on sait que λ n'est pas un théorème de l'ontologie, et que λ est véridique dans $S(\varphi)$, on sait que λ est indécidable.

Le point décisif pour nous concerne les énoncés relatifs à la cardinalité de l'ensemble des parties d'un ensemble, donc à l'excès étatique. Ce problème commande les orientations de la pensée en général (*cf.* méditations 26 et 27). Nous savons déjà que l'énoncé « l'excès étatique est sans mesure » n'est pas un théorème de l'ontologie. En effet, dans l'univers constructible (méditation 29), cet excès est mesuré et minimal : on a $\mid p(\omega_\alpha) \mid = \omega_{S(\alpha)}$. La mesure quantitative de l'excès étatique y est précise : l'ensemble des parties a pour cardinalité le cardinal successeur de celui qui mesure la quantité de la situation. Il est donc compatible avec les axiomes de *TE* que telle soit la vérité de cet excès. Si nous trouvons des extensions génériques $S(\varphi)$ où au contraire

il est véridique que $p(\omega_\alpha)$ a pour cardinalité d'autres valeurs, voire des valeurs à peu près quelconques, nous saurons que le problème de l'excès étatique est indécidable dans l'ontologie.

En ce qui concerne la mesure de l'excès, le forçage par l'indiscernable va établir l'indécidabilité de ce que vaut cette mesure. Il y a errance de la quantité, et le Sujet, qui force l'indécidable au lieu de l'indiscernable, est le processus fidèle de cette errance. La démonstration qui suit établit qu'un tel processus est compatible avec la pensée de l'être-en-tant-qu'être. Elle requiert qu'on ait présents à l'esprit les principaux concepts des méditations 33 et 34.

4. ERRANCE DE L'EXCÈS (1)

Nous allons montrer que $\mid p(\omega_0) \mid$ peut, dans une extension générique $S(\varphi)$, surpasser un cardinal ∂ donné d'avance absolument quelconque (rappelons que dans l'univers constructible L, on a $\mid p(\omega_0) \mid = \omega_1$).

Soit une situation quasi complète dénombrable S. *Dans* cette situation, il y a nécessairement ω_0, car ω_0, le premier ordinal limite, est un terme absolu. Soit maintenant un cardinal ∂ de la situation S. « Être un cardinal » n'est en général *pas* une propriété absolue. Cela signifie seulement que ∂ est un ordinal, et qu'entre ∂ et les ordinaux plus petits il n'y a pas de correspondance bi-univoque *qui soit elle-même dans la situation S*. Nous prenons un tel cardinal quelconque de S, et nous le prenons supérieur à ω_0 (dans S).

Le but est de montrer que, dans une extension générique $S(\varphi)$ que nous allons bricoler, il y a au moins autant de parties de ω_0 que d'éléments dans le cardinal ∂. Et que par conséquent, pour un habitant de $S(\varphi)$, on a : $\mid p(\omega_0) \mid \geq \partial$. Comme ∂ est un cardinal quelconque supérieur à ω_0, on aura démontré ainsi l'errance de l'excès étatique, qui est quantitativement aussi grand qu'on veut.

Le tout est de bâtir l'indiscernable φ de façon adéquate. Le lecteur se rappelle que, pour soutenir l'intuition du générique, nous avions pris des suites finies de *0* et de *1*. Nous allons cette fois utiliser des suites finies de *triplets* du type $<\alpha,n,0>$ ou $<\alpha,n,1>$, où α

est un élément du cardinal ∂, où n est un nombre entier, donc un élément de ω_0, et où vient ensuite l'une des marques *0* ou *1*. Le renseignement véhiculé par un tel triplet est implicitement du genre : si $<\alpha,n,1> \in$ ♀, cela veut dire que α est « apparié » à n. Si c'est $<\alpha,n,0>$ qui appartient à ♀, cela veut dire que α n'est pas apparié à n. On ne pourra donc pas avoir, dans une même suite finie, le triplet $<\alpha,n,0>$ *et* le triplet $<\alpha,n,1>$, qui donnent des renseignements contradictoires. Nous poserons que notre ensemble de conditions © est ainsi construit :

— Un élément de © est un ensemble fini de triplets $<\alpha,n,0>$ ou $<\alpha,n,1>$, avec $\alpha \in \partial$ et $n \in \omega_0$, étant entendu qu'aucun de ces ensembles ne peut contenir simultanément, pour α et n fixés, les triplets $<\alpha,n,1>$ et $<\alpha,n,0>$.

Par exemple, $\{<\alpha,5,1>,<\beta,4,0>\}$ est une condition. Mais $\{<\alpha,5,1>,<\alpha,5,0>\}$ n'en est pas une.

— Une condition en domine une autre si elle contient tous les triplets de la première, donc si la première est incluse dans la seconde. Par exemple :

$$\{<\alpha,5,1>,<\beta,4,0>\} \subset \{<\alpha,5,1>,<\beta,4,0>,<\beta,3,1>\}$$

C'est le principe d'ordre.

— Deux conditions sont compatibles si elles sont dominées par une même troisième. Cela exclut qu'elles contiennent des triplets contradictoires, comme $<\alpha,5,1>$ et $<\alpha,5,0>$, car la troisième devrait contenir les deux, et ne serait donc pas une condition. C'est le principe de cohérence.

— Il est clair qu'une condition est dominée par deux conditions incompatibles entre elles. Par exemple, $\{<\alpha,5,1>,<\beta,4,0>\}$ est dominée par $\{<\alpha,5,1>,<\beta,4,0>,<\beta,3,1>\}$, mais aussi par $\{<\alpha,5,1>,<\beta,4,0>,<\beta,3,0>\}$. Les deux conditions dominantes sont incompatibles. C'est le principe de choix.

On notera π_1, π_2, etc., les conditions (les ensembles de triplets convenables).

Un sous-ensemble correct de © est défini, exactement comme dans la méditation 33, par les règles Rd_1 et Rd_2 : si une condition appartient à l'ensemble correct, toute condition qu'elle domine y appartient aussi (et donc, toujours, la condition vide ϕ). Si deux conditions appartiennent à l'ensemble correct, lui appartient aussi une condition qui

les domine toutes les deux (et donc, ces deux conditions sont compatibles).

On définit une partie correcte générique ♀ par le fait que, pour toute domination D qui appartient à S, on a ♀ $\cap D \neq \phi$.

Il est suggestif de « visualiser » ce qu'est une domination dans l'exemple proposé. Ainsi « contenir une condition de type $<\alpha,5,0>$ ou $<\alpha,5,1>$ » (où l'on a fixé le nombre *5*) définit un sous-ensemble de conditions qui est une domination, car si une condition π n'en contient pas, on peut lui en rajouter sans contradiction. De même « contenir une condition de type $<\alpha_1,n,1>$ ou $<\alpha_1,n,0>$ », où α_1, est un élément fixé du cardinal ∂, etc. On voit que ♀ est astreint à contenir, dans les conditions qui le composent, « tous les n », et « tous les α », en ce qu'intersectant les dominations qui correspondent à un n fixe, ou à un α fixe, par exemple *5* et ω_0 (puisque ∂ est un cardinal infini supérieur à ω_0, ou $\omega_0 \in \partial$), il y a toujours dans ses éléments au moins un triplet de type $<\beta,5,0>$ ou $<\beta,5,1>$, et toujours aussi un triplet du type $<\omega_0,n,0>$ ou $<\omega_0,n,1>$. Ceci à la fois nous indique la généricité de ♀, son caractère quelconque, et laisse prévoir qu'il y aura dans $S(♀)$ une sorte de correspondance entre « tous les éléments n de ω_0 » et « tous les éléments α de ∂ ». Là s'enracinera l'arbitraire quantitatif de l'excès.

On force l'adjonction à S de l'indiscernable ♀ par nomination (méditation 34), et on obtient ainsi la situation $S(♀)$, dont ♀ est cette fois un élément. On sait, par forçage (début de cette méditation), que $S(♀)$ est aussi une situation quasi complète : tous les axiomes « actuellement utilisés » de la théorie des ensembles sont vrais pour un habitant de $S(♀)$.

Considérons maintenant, dans l'extension générique $S(♀)$, les ensembles $\gamma(n)$ ainsi définis, pour chaque γ qui est un élément du cardinal ∂.

$\gamma(n) = \{n \,/\, \{<\gamma,n,1>\} \in ♀\}$, soit l'ensemble des entiers n qui figurent dans un triplet $<\gamma,n,1>$ tel que $\{<\gamma,n,1>\}$ est élément de la partie générique ♀. Notez que, si une condition π de ♀ a pour élément un tel triplet, le singleton de ce triplet, soit justement $\{<\gamma,n,1>\}$ est inclus dans π, donc dominé par π, donc appartient à ♀ si π lui appartient (règle Rd_1 des parties correctes).

Ces ensembles, qui sont des parties de ω_0 (des ensembles d'entiers), appartiennent à $S(♀)$, car leur définition est claire pour un habitant

de $S(♀)$, situation quasi complète (ils sont obtenus par séparations successives en partant de ♀, et ♀ $\in S(♀)$). Par ailleurs, puisque $\partial \in S$, $\partial \in S(♀)$, qui est une extension de S. Or, on peut montrer que, dans $S(♀)$, *il y a au moins autant de parties de* ω_0 *de type* $\gamma(n)$ *que d'éléments dans le cardinal* ∂. Et par conséquent, dans $S(♀)$, $|\, p(\omega_0)\,|$ est certainement au moins égal à ∂, lequel est, dans S, un cardinal arbitraire, supérieur à ω_0. De là que la valeur de $|\, p(\omega_0)\,|$ — la quantité de l'état du dénombrable ω_0 — peut être dite excéder d'autant qu'on veut celle de ω_0 lui-même.

La démonstration détaillée se trouve dans l'appendice 9. Sa stratégie est la suivante :

— on montre que, pour tout γ qui est élément de ∂, la partie de ω_0 de type $\gamma(n)$ n'est jamais vide ;

— on montre ensuite que si γ_1 et γ_2 sont des éléments *différents* de ∂, alors les ensembles $\gamma_1(n)$ et $\gamma_2(n)$ sont aussi différents.

On obtient bien ainsi autant de parties $\gamma(n)$ non vides de ω_0 qu'il y a d'éléments γ dans le cardinal ∂.

Le ressort de la démonstration consiste à mettre en évidence des dominations dans S, qui *doivent* par conséquent être « coupées » par la partie générique ♀. C'est ainsi qu'on obtient du non-vide, et des différences. La généricité s'avère ici prodigue en existences et en distinctions : cela vient de ce que rien de particulier, nul prédicat restrictif, ne discerne la partie ♀.

Puisque finalement, pour *chaque* $\gamma \in \partial$, nous avons défini une partie $\gamma(n)$ de ω_0, aucune de ces parties n'étant vide, et toutes étant deux à deux différentes, il y a comme je l'ai dit dans $S(♀)$ *au moins* ∂ parties différentes de ω_0. Ainsi, pour l'habitant de l'extension générique $S(♀)$, il est certainement véridique que $|\, p(\omega_0)\,| \geq |\, \partial\,|$.

On serait tenté de dire : ça y est ! Nous avons trouvé une situation quasi complète où il est véridique que l'excès étatique vaut n'importe quoi, puisque ∂ est un cardinal quelconque. Nous avons *démontré l'errance*.

Oui. Mais ∂ est un cardinal *dans la situation* S, et notre énoncé $|\, p(\omega_0)\,| \geq |\, \partial\,|$ est un énoncé véridique *dans la situation* $S(♀)$. Est-il sûr que ∂ est encore un cardinal dans l'extension générique ? Une correspondance bi-univoque peut apparaître, dans $S(♀)$, entre ∂ et un ordinal plus petit, correspondance absente dans S. Auquel cas, notre énoncé pourrait être trivial. Si par exemple il s'avérait que dans $S(♀)$

on a en réalité $|\, \partial\,| = \omega_0$, nous aurions obtenu pour tout potage $|\, p(\omega_0)\,| \geq \omega_0$, ce qui est encore plus faible que le théorème de Cantor, lequel est sûrement démontrable dans n'importe quelle situation quasi complète !

Or, la possibilité qu'un cardinal soit ainsi *absenté* (« *collapsed* », disent les Américains) par le passage à l'extension générique est tout à fait sérieuse.

5. ABSENTEMENT ET MAINTENANCE DE LA QUANTITÉ INTRINSÈQUE

Que la quantité, ce fétiche de l'objectivité, soit en fait évasive, et spécialement dépendante des procédures où gît l'être de l'effet de sujet, on peut le montrer de façon spectaculaire, en réduisant à ω_0 dans $S(♀)$ un cardinal ∂ quelconque de la situation S. Cette opération générique absente le cardinal ∂. Comme ω_0 est un cardinal absolu, elle ne vaut que pour les infinis supérieurs, lesquels manifestent ici leur instabilité, et leur soumission à des forçages qui peuvent, selon le système de conditions adopté, assurer soit leur maintenance, soit leur absentement. On va voir qu'un « petit » changement dans les conditions aboutit à des résultats catastrophiques pour les cardinaux, donc pour la quantité telle qu'elle est pensable de l'intérieur des situations S et $S(♀)$.

Prenons par exemple pour matériau des conditions des triplets du type $<n,\alpha,0>$ ou $<n,\alpha,1>$, avec toujours $n \in \omega_0$ et $\alpha \in \partial$, où ∂ est un cardinal de S. L'entier n vient cette fois en tête. Une condition est une suite finie de tels triplets, mais avec cette fois deux (et non une seule) règles restrictives :

— si une condition, pour n et α fixés, contient le triplet $<n,\alpha,1>$, elle ne peut contenir le triplet $<n,\alpha,0>$. C'est la même règle que précédemment ;

— si une condition, pour n et α fixés, contient le triplet $<n,\alpha,1>$, elle ne peut contenir un triplet $<n,\beta,1>$, avec β différent de α. C'est la règle supplémentaire.

Le renseignement sous-jacent est que $<n,\alpha,1>$ est un atome d'une *fonction*, qui, à n, fait correspondre l'élément α. Elle ne peut donc en même temps lui faire correspondre l'élément β différent.

Eh bien ! ce « petit » changement — par rapport au développement de la section 4 — dans la législation des triplets qui composent les conditions entraîne, dans une extension $S(\varphi)$ correspondant à ces nouvelles règles, que $|\partial| = \omega_0$ pour un habitant de cette extension. Alors que ∂ était un cardinal supérieur à ω_0 dans S, il est, dans $S(\varphi)$, un simple ordinal dénombrable. Qui plus est, la démonstration de ce brutal absentement d'un cardinal n'a rien de très complexe : je la reproduis entièrement dans l'appendice 10. Elle repose là encore sur la mise en évidence de dominations qui contraignent φ à contenir des conditions telles que, finalement, à chaque élément de ∂ correspond un élément de ω_0. Certes ce *multiple* ∂, qui est un cardinal supérieur à ω_0 dans S, existe toujours comme multiple pur dans $S(\varphi)$, mais il ne peut plus être un cardinal dans cette nouvelle situation : l'extension générique par les conditions choisies dans S l'a *absenté* en tant que cardinal. Comme multiple, il existe dans $S(\varphi)$. Cependant sa quantité est déchue, et ramenée au dénombrable.

L'existence de tels absentements nous impose la tâche suivante : montrer que dans l'extension de la section 4 (par les triplets $<\alpha,n,0>$ ou $<\alpha,n,1>$) le cardinal ∂ n'était *pas* absenté. Et que donc la conclusion $|p(\omega_0)| > |\partial|$ avait le sens entier d'une véridique errance de l'excès étatique. Il nous faut établir les réquisits d'une *maintenance* des cardinaux. Ces réquisits renvoient à l'espace des conditions, et à ce qui y est lisible quantitativement.

On établit en fait une condition *nécessaire* pour qu'un cardinal ∂ de S soit absenté dans l'extension générique $S(\varphi)$. Cette condition concerne la « quantité » de conditions incompatibles deux à deux qu'on peut trouver dans l'ensemble des conditions sur lequel on travaille.

Appelons *antichaîne* tout ensemble de conditions deux à deux incompatibles. Un tel ensemble, notons-le, est descriptivement incohérent, en ceci qu'il n'est adéquat pour aucune partie correcte, puisqu'il ne contient que des renseignements contradictoires. Une antichaîne est en quelque sorte le contraire d'une partie correcte. On démontre le résultat suivant : si, dans une extension générique $S(\varphi)$, un cardinal ∂ de S supérieur à ω_0 est absenté, c'est qu'il existe une antichaîne de conditions qui est non dénombrable *dans S* (donc pour l'habitant de S). La démonstration, très instructive sur le générique, est reproduite dans l'appendice 11.

Inversement, si S ne contient aucune antichaîne non dénombrable,

les cardinaux de S supérieurs à ω_0 ne sont pas absentés dans l'extension $S(\varphi)$. On dira qu'ils sont *maintenus*. On voit donc que l'absentement ou la maintenance des cardinaux dépendent uniquement d'une propriété quantitative de l'ensemble des conditions, propriété observable *dans S*. Ce dernier point est capital, puisque, pour l'ontologue, S étant quasi complète, donc dénombrable, il est certain que tout ensemble de conditions est dénombrable. Mais pour un habitant de S, il n'en va pas forcément de même, car « dénombrable » n'est pas une propriété absolue. Il peut donc exister, pour cet habitant, une antichaîne non dénombrable de conditions, et il est possible qu'un cardinal de S soit absenté dans $S(\varphi)$, au sens où, pour l'habitant de $S(\varphi)$, il ne sera plus un cardinal.

On reconnaît ici le schème ontologique de la *déqualification*, telle que peut l'opérer un effet de sujet quand les contradictions de la situation interfèrent avec la procédure générique de fidélité.

6. ERRANCE DE L'EXCÈS (2)

Nous avons montré ci-dessus (section 4) qu'il existe une extension $S(\varphi)$ telle que, dans cette extension, on a : $|p(\omega_0)| \geq |\partial|$, où ∂ est un cardinal quelconque de S. Il nous reste à vérifier que ∂ est bien un cardinal de $S(\varphi)$, qu'il est maintenu.

Pour cela, il faut appliquer le critère de l'antichaîne. Les conditions utilisées étaient de type π = « ensemble fini de triplets du type $<\alpha,n,1>$ *ou* $<\alpha,n,0>$ ». Combien peut-il y avoir de telles conditions deux à deux incompatibles ?

En fait, on démontre (voir l'appendice 12) que, quand les conditions sont constituées de tels triplets, une antichaîne de conditions incompatibles ne peut avoir, dans S, une cardinalité supérieure à ω_0 : toute antichaîne est au plus dénombrable. Avec un tel ensemble de conditions, les cardinaux sont tous maintenus.

Il en résulte que la procédure utilisée dans la section 4 aboutit bien à la véridicité, dans $S(\varphi)$, de l'énoncé : $|p(\omega_0)| \geq \partial$, ∂ étant un cardinal quelconque de S, et par conséquent un cardinal de $S(\varphi)$, puisqu'il est maintenu. L'excès étatique s'avère effectivement sans

mesure fixe, la cardinalité de l'ensemble des parties de ω_0 pouvant surpasser ω_0 de façon arbitraire. Il y a une essentielle indécidabilité, dans le cadre des Idées du multiple, de la quantité de multiples dont l'état (la métastructure) assure le compte-pour-un.

Remarquons au passage que si l'extension générique peut maintenir ou absenter des cardinaux de la situation quasi complète S, en revanche tout cardinal de $S(\varphi)$ était déjà un cardinal de S. En effet, si ∂ est un cardinal dans $S(\varphi)$, c'est qu'il n'existe pas dans $S(\varphi)$ de correspondance bi-univoque entre ∂ et un ordinal plus petit. Mais alors, il n'en existe pas non plus dans S, puisque $S(\varphi)$ est une extension, au sens où $S \subset S(\varphi)$. S'il y avait une telle correspondance bi-univoque dans S, elle existerait aussi dans $S(\varphi)$, et ∂ n'y serait pas un cardinal. On reconnaît là *le principe subjectif des inexistants* : dans une vérité (une extension générique), il y a en général des existants supplémentaires, mais ce qui inexiste (comme pur multiple) inexistait déjà dans la situation. L'effet-sujet peut *déqualifier* un terme (il était un cardinal, il ne l'est plus), il ne peut le supprimer *dans son être*, ou comme pur multiple.

Une procédure générique peut avérer l'errance de la quantité, non résilier l'être dont il y a évaluation quantitative.

7. DE L'INDISCERNABLE À L'INDÉCIDABLE

Il est temps de récapituler la stratégie ontologique parcourue par les lourdes méditations 33, 34 et 36, où vient émerger, quoique toujours latente, l'articulation d'un être possible du Sujet.

a. Étant donné une situation quasi complète dénombrable, où les Idées du multiple sont largement véridiques — donc, un multiple qui réalise le schème d'une situation où l'ontologie historique tout entière est réfléchie —, on y peut trouver un ensemble de *conditions*, dont les principes sont finalement ceux d'un ordre partiel (certaines conditions sont « plus précises » que d'autres), d'une cohérence (critère du compatible), d'une « liberté » (dominants incompatibles).

b. Des règles intelligibles pour un « habitant » de la situation permettent de désigner certains ensembles de conditions comme des parties correctes.

c. Certaines parties correctes, parce qu'elles évitent toute coïncidence avec des parties définissables, ou constructibles, ou discernables dans la situation, seront dites des *parties génériques*.

d. Généralement, une partie générique n'existe pas dans la situation, car elle ne peut appartenir à cette situation quoiqu'elle y soit incluse. Un habitant de la situation dispose du concept de partie générique, mais non point d'un multiple existant qui y correspond. Il ne peut que « croire » à une telle existence. Toutefois, pour l'ontologue (donc, du dehors), si la situation est dénombrable, il existe une partie générique.

e. Ce qui existe dans la situation, ce sont des *noms*, multiples qui intriquent des conditions et d'autres noms, de telle sorte que le concept d'une valeur référentielle de ces noms est calculable à partir d'hypothèses sur la partie générique inconnue (ces hypothèses sont du type : « Telle condition est supposée appartenir à la partie générique. »).

f. On appelle *extension générique* de la situation le multiple obtenu par la fixation d'une valeur référentielle pour tous les noms qui appartiennent à la situation. Quoique inconnus, les éléments de l'extension générique sont donc nommés.

g. Il s'agit bien d'une extension, car on montre que tous les éléments de la situation ont eux-mêmes un nom. C'est le *nom canonique*, indépendant de la particularité de la partie générique supposée. Étant nommables, tous les éléments de la situation sont aussi éléments de l'extension générique, qui contient toutes les valeurs référentielles des noms.

h. La partie générique, qui est inconnue dans la situation, est en revanche un élément de l'extension générique. Inexistante et indiscernable dans la situation, elle existe donc dans l'extension générique. Toutefois, elle y reste indiscernable. On peut dire que l'extension générique résulte de l'adjonction à la situation d'un indiscernable de cette situation.

i. On peut définir, dans la situation, une relation entre les conditions d'une part et les formules appliquées à des noms d'autre part. Cette relation s'appelle le *forçage*. Elle est telle que :

— si une formule $\lambda(\mu_1,\mu_2,\ldots\mu_n)$ portant sur des noms est *forcée* par une condition π, à chaque fois que cette condition π appartient à une

partie générique, l'énoncé $\lambda(R_{\varphi}(\mu_1), R_{\varphi}(\mu_2), \ldots R_{\varphi}(\mu_n))$ portant sur les valeurs référentielles de ces noms est véridique dans l'extension générique correspondante ;

— si un énoncé est véridique dans une extension générique, il existe une condition π, qui force l'énoncé correspondant appliqué aux noms des éléments mis en jeu dans la formule, et qui appartient à la partie générique d'où résulte cette extension.

Par conséquent, la véridicité dans une extension générique est contrôlable *dans la situation* par la relation de forçage.

j. En utilisant le forçage, on constate que l'extension générique a toutes sortes de propriétés qui sont déjà celles de la situation. C'est ainsi que les axiomes, ou Idées du multiple, véridiques dans la situation, sont aussi véridiques dans l'extension générique. Si la situation est quasi complète, l'extension générique l'est aussi : elle réfléchit à son tour toute l'ontologie historique dans le dénombrable. De même, la part de nature contenue dans la situation est la même que celle que contient l'extension générique, puisque les ordinaux de la seconde sont exactement ceux de la première.

k. Mais certains énoncés qui ne peuvent être démontrés dans l'ontologie, et dont on ne peut établir la véridicité dans la situation, sont véridiques dans l'extension générique. C'est ainsi qu'il existe des ensembles de conditions qui forcent, dans une extension générique, l'ensemble des parties de ω_0 à surpasser tout cardinal donné de cette extension.

l. Ainsi, on peut forcer un *indiscernable* à ce que l'extension où il figure soit telle qu'un énoncé *indécidable* de l'ontologie y est véridique, donc décidé.

Cette connexion ultime de l'indiscernable et de l'indécidable est proprement la trace d'être du Sujet dans l'ontologie.

Que son point d'application soit justement l'errance de l'excès étatique indique que la faille du dispositif ontologique, son incapacité à *fermer* la béance sans mesure entre l'appartenance et l'inclusion, résulte de ce qu'il y a une interférence textuelle entre le dicible de l'être-en-tant-qu'être et le non-étant où s'origine le Sujet. Cette interférence résulte de ce que le Sujet doit *pouvoir* être, quoiqu'il dépende de l'événement, lequel appartient au « ce-qui-n'est-pas-l'être-en-tant-qu'être ».

Forclos de l'ontologie, l'événement y fait retour dans le mode sur

lequel l'indécidable ne peut s'y décider qu'en forçant la véridicité du point d'un indiscernable.

Car tout l'être dont est capable une vérité revient à ces inclusions indiscernables dont rétroactivement elle permet, sans les annexer à l'encyclopédie, de dire les effets, antérieurement suspendus, tels qu'un discours les accueille.

Tout ce qui du Sujet est son être — mais *un* Sujet n'est pas son être — est repérable à sa trace au joint de l'indiscernable et de l'indécidable, que sans doute les mathématiciens furent bien inspirés de circonscrire aveuglément sous le nom de forçage.

L'impasse de l'être, qui fait errer sans mesure l'excès quantitatif de l'état, est en vérité la passe du Sujet. Que soient en ce lieu précis fixées les orientations axiales de toute pensée possible — constructiviste, générique, ou transcendante —, astreintes à parier sur la mesure ou la dé-mesure, s'éclaire si l'on songe que la *preuve* de l'indécidabilité de cette mesure, qui est la rationalité de l'errance, reproduit dans l'ontologie mathématicienne elle-même les aléas de la procédure générique, et les paradoxes corrélatifs de la quantité : absentement de cardinaux, ou, s'ils se maintiennent, arbitraire complet de l'évaluation quantitative de l'ensemble des parties d'un ensemble.

Un Sujet seul est en capacité d'indiscernement. C'est aussi pourquoi il force l'indécidable à s'exhiber comme tel, sur la substructure d'être d'une partie indiscernable. Il est donc assuré que l'impasse de l'être est le point où un Sujet se convoque lui-même à décider, parce qu'un multiple au moins, soustrait à la langue, propose à la fidélité, et aux noms qu'induit une nomination surnuméraire, la possibilité d'une décision sans concept.

Qu'il ait fallu intervenir pour que l'événement soit dans la guise d'un nom génère qu'il n'est pas impossible de décider, sans avoir à en rendre raison, tout ce qu'un trajet d'enquête et de pensée circonscrit d'indécidable.

La véridicité a ainsi deux sources : l'être, qui prodigue l'infini savoir du multiple pur. Et l'événement, d'où s'origine une vérité, elle-même prodigue en véridicités incalculables. Située dans l'être, l'advenue subjective force l'événement à décider le vrai de cette situation.

Il n'y a pas que des significations, ou des interprétations. Il y a de la vérité, aussi. Mais le trajet du vrai est pratique, et la pensée où il

se délivre est en partie soustraite à la langue (indiscernabilité), en partie soustraite à la juridiction des Idées (indécidabilité).

La vérité requiert, outre l'assise présentative du multiple, l'ultra-un de l'événement. Il en résulte qu'elle *force la décision*.

Tout Sujet passe en force, en un point où la langue défaille, et où l'Idée s'interrompt. Ce sur quoi il ouvre est une dé-mesure, où se mesurer soi-même, parce que le vide, originellement, fut convoqué.

L'être du Sujet est d'être symptôme-(*de l'*)être.

MÉDITATION TRENTE-SEPT

Descartes/Lacan

« [Le *cogito*], comme moment, est le défilé d'un rejet de tout savoir, mais pour autant prétend fonder pour le sujet un certain amarrage dans l'être. »
Écrits, « La science et la vérité ».

On ne soulignera jamais assez que le mot d'ordre lacanien d'un retour à Freud même s'est originellement doublé de ce que, selon une expression de Lacan qui remonte à 1946, « le mot d'ordre d'un retour à Descartes ne serait pas superflu ». Le biais par où s'articulent ces deux injonctions tient dans l'énoncé que le sujet de la psychanalyse n'est autre que le sujet de la science. Mais cette identité n'est saisissable qu'à tenter de penser le sujet *dans son lieu*. Ce qui localise le sujet est le point où à la fois Freud n'est intelligible que dans la descendance du geste cartésien, et où il en subvertit, par dé-localisation, la pure coïncidence avec soi, la transparence réflexive.

Ce qui rend irréfutable le *cogito* est la forme, qu'on peut lui donner, où insiste le *où* : « *Cogito ergo sum* » *ubi cogito, ibi sum*. Le point du sujet est que *là* où se pense que pensant il doit être, il est. La connexion de l'être et du lieu fonde la radicale existence de l'énonciation comme sujet.

Lacan ouvre aux chicanes du lieu, par les énoncés déroutants où il suppose que « je ne suis pas, là où je suis le jouet de ma pensée; je pense à ce que je suis, là où je ne pense pas penser ». L'inconscient désigne que « ça pense » là où je ne suis pas, mais où je dois advenir. Le sujet se trouve ainsi excentré du lieu de transparence où il s'énonce être, sans qu'il faille y lire une complète rupture avec Descartes, dont Lacan indique qu'il ne « méconnaît pas » que la certitude consciente de l'existence est, au foyer du *cogito*, non pas immanente, mais transcendante. « Transcendante », car le sujet ne peut coïncider avec la ligne

d'identification que lui propose cette certitude. Il en est bien plutôt le déchet *vide*.

Là est en vérité toute la question. Coupant court à travers ce qui s'infère de commun à Lacan, à Descartes, et à ce qu'ici je propose, et qui concerne ultimement le statut de la vérité comme trou générique dans le savoir, je dirai que le débat porte sur la localisation du vide.

Ce qui rattache *encore* Lacan (mais cet *encore* est la perpétuation moderne du sens) à l'époque cartésienne de la science est de penser qu'il faille tenir le sujet dans le pur vide de sa soustraction si l'on veut que la vérité soit sauve. Seul un tel sujet se laisse suturer dans la forme logique, intégralement transmissible, de la science.

Oui ou non, est-ce de l'être, en tant qu'être, que l'ensemble vide est le nom propre ? Ou faut-il penser que c'est au sujet que convient adéquatement ce nom, comme si son épuration de toute épaisseur qu'on puisse savoir ne délivrait la vérité, qui parle, qu'en excentrant le point nul en éclipse dans l'intervalle des multiples de ce qui, sous le vocable de « signifiant », garantit la présence matérielle ?

Le choix est ici entre une récurrence structurale, qui pense l'effet-sujet comme ensemble vide, donc décelable aux réseaux uniformes de l'expérience, et une hypothèse sur la rareté du sujet, qui en suspend l'occurrence à l'événement, à l'intervention, et aux chemins génériques de la fidélité, renvoyant et réassurant le vide dans une fonction de suture à l'être dont la mathématique seule déploie le savoir.

Ni dans un cas ni dans l'autre, le sujet n'est substance, ou conscience. Mais la première voie conserve le geste cartésien jusque dans sa dépendance excentrée au regard du langage. J'en ai la preuve, dès lors que Lacan, quand il écrit que « la pensée ne fonde l'être qu'à se nouer dans la parole où toute opération touche à l'essence du langage », maintient le propos de fondation ontologique que Descartes rencontrait dans la transparence, vide et apodictique, du *cogito*. Certes, il en organise tout autrement les défilés, puisque ce vide est pour lui délocalisé, et que nulle réflexion épurée n'y donne accès. Mais l'intrusion du tiers terme qu'est le langage ne suffit pas à renverser cet ordre qui suppose qu'il faille *du point du sujet* entrer dans l'examen de la vérité comme cause.

Je soutiens que ce n'est pas la vérité qui est cause pour la souffrance de fausse plénitude où un sujet s'angoisse (« oui ou non, ce que vous [les psychanalystes] faites, a-t-il le sens d'affirmer que la vérité de la

souffrance névrotique, c'est d'avoir la vérité comme cause ? »). Une vérité est ce multiple indiscernable dont un sujet supporte l'approximation finie, en sorte que son idéalité à-venir, corrélat sans nom de ce qu'un événement fut nommé, est ce à partir de quoi on peut désigner légitimement comme sujet cette figure aléatoire qui, sans l'indiscernable, ne serait qu'une suite incohérente de déterminants encyclopédiques.

S'il fallait pointer une cause du sujet, c'est moins à la vérité qu'il faudrait renvoyer, laquelle est plutôt son étoffe, ou l'infini dont il est le fini, qu'à l'événement. Et par conséquent, le vide n'est plus l'éclipse du sujet, étant du côté de l'être tel que l'événement en a convoqué, par une nomination intervenante, l'errance en situation.

Par une sorte d'interversion des catégories, je disposerai ainsi le sujet du côté de l'ultra-un, quoiqu'il soit lui-même le *trajet* de multiples (les enquêtes), le vide du côté de l'être, et la vérité du côté de l'indiscernable.

Ce qui est ici en jeu n'est du reste pas tant le sujet — sauf à délier ce qui, encore, par la supposition de sa permanence structurale, fait de Lacan un fondateur chez qui résonne l'époque antérieure — que l'ouverture sur une histoire de la vérité enfin *totalement* disjointe de ce qu'avec génie Lacan appelait l'exactitude, ou l'adéquation, mais que son geste, trop soudé au seul langage, laissait subsister comme au revers du vrai.

Une vérité, si on la pense n'être qu'une partie générique de la situation, est source de véridicité, dès lors qu'au futur antérieur un sujet force un indécidable. Mais si la véridicité touche au langage (au sens le plus général du terme), la vérité n'existe que d'y être indifférente, puisque sa procédure est générique pour autant qu'elle *évite* toute la prise encyclopédique des jugements.

Le caractère essentiel des noms, les noms de la langue-sujet, s'attache lui-même à la capacité subjective d'anticiper, par forçage, ce qui aura été véridique, du point d'une vérité supposée. Mais les noms ne créent en apparence la chose que dans l'ontologie, où il est vrai qu'une extension générique résulte de la mise à l'être de tout le référentiel de ces noms. Toutefois, même là, il s'agit bien d'une simple apparence. Car la référence d'un nom dépend de la partie générique, laquelle est donc impliquée dans la particularité de l'extension. Le nom ne « crée » son référent que sous l'hypothèse que l'indiscernable aura été déjà

complètement décrit par l'ensemble de conditions que par ailleurs il est. Un sujet, jusque dans sa capacité nominale, est sous la condition d'un indiscernable, donc d'une procédure générique, donc d'une fidélité, d'une intervention, et ultimement d'un événement.

Ce qui a manqué à Lacan, quoique ce manque ne nous soit lisible que d'avoir d'abord lu ce qui, dans ses textes, loin de manquer, fondait la possibilité d'un régime moderne du vrai, est de suspendre radicalement la vérité à la supplémentation d'un être-en-situation par un événement séparateur du vide.

Le « il y a » du sujet est, par l'occurrence idéale d'une vérité, le venir-à-l'être de l'événement dans ses modalités finies. Aussi bien faut-il toujours appréhender qu'il n'y en ait pas, qu'il n'y en ait plus. Ce que Lacan devait encore à Descartes, dette dont il faut fermer le compte, est qu'il y en avait toujours.

Lorsque les Américains de Chicago ont sans vergogne utilisé Freud pour substituer à la vérité dont procède un sujet les méthodes rééducatives de la « consolidation du moi », c'est à juste titre, et pour le salut de tous, que Lacan a ouvert contre eux cette guerre sans merci que ses véritables élèves et héritiers tentent de poursuivre, mais dont ils auraient tort de croire que, les choses restant ce qu'elles sont, ils peuvent la gagner.

Car il ne s'agissait pas d'une erreur ou d'une perversion idéologique. C'est évidemment ce qu'on pouvait croire, si l'on supposait qu'il y avait « toujours » de la vérité et du sujet. Plus gravement, les gens de Chicago prenaient acte à leur façon de ce que la vérité se retirait, et avec elle le sujet qu'elle autorise. Ils se situaient dans un espace, historique et géographique, où nulle fidélité aux événements dont Freud, ou Lénine, ou Cantor, ou Malevitch, ou Schoenberg, étaient les intervenants, n'était plus praticable autrement que sous les formes inopérantes de la dogmatique, ou de l'orthodoxie. Rien de générique n'était supposable dans cet espace.

Lacan a pensé qu'il *redressait* la doctrine freudienne du sujet, mais bien plutôt, nouvel intervenant aux parages du site viennois, il a reproduit un opérateur de fidélité, postulé l'horizon d'un indiscernable, et nous a persuadés à nouveau qu'il y a, dans ce monde incertain, du sujet.

Si l'on examine maintenant, en boucle avec l'introduction de ce livre, ce qui nous est permis de circulation philosophique dans le référentiel

moderne, et par conséquent quelles sont nos tâches, on fera le tableau que voici :

a. Il est possible de réinterroger toute l'histoire de la philosophie, depuis son origine grecque, sous l'hypothèse d'un règlement mathématicien de la question ontologique. On verra alors se dessiner à la fois une continuité et une périodisation bien différentes de celles que déploie Heidegger. En particulier, la généalogie de la doctrine de la vérité amènera à repérer, par des interprétations singulières, comment, innommées, les catégories d'événement et d'indiscernabilité travaillent tout du long le texte métaphysique. Je crois en avoir donné quelques exemples.

b. Une analyse serrée des procédures du logico-mathématique depuis Cantor et Frege permettra de penser ce que cette révolution intellectuelle, retournement aveugle de l'ontologie sur sa propre essence, conditionne dans la rationalité contemporaine. Ce travail permettra de défaire, en la matière, le monopole du positivisme anglo-saxon.

c. Pour ce qui est de la doctrine du sujet, l'examen particulier de chacune des procédures génériques ouvrira à une esthétique, à une théorie de la science, à une philosophie de la politique, et enfin, aux arcanes de l'amour, à un croisement sans fusion avec la psychanalyse. Tout l'art moderne, toutes les incertitudes de la science, tout ce que le marxisme ruiné prescrit de tâches militantes, tout ce qu'enfin le nom de Lacan désigne, sera rencontré, remanié, parcouru, par une philosophie rendue à son temps par des catégories clarifiées.

Et nous pourrons, dans ce voyage, dire, si du moins nous ne perdons pas la mémoire de ce que seul l'événement autorise que l'être, ce qui s'appelle l'être, fonde le lieu fini d'un sujet qui décide : « Le Néant parti, reste le château de la pureté. »

Annexes

Appendices

Les douze appendices ont des statuts assez différents. J'en distinguerai quatre espèces.

1. Les appendices qui ont pour enjeu de présenter une démonstration sautée dans le texte, mais que je juge intéressante. C'est le cas des appendices 1, 4, 9, 10, 11 et 12. Les deux premiers concernent les ordinaux. Les quatre derniers complètent la démonstration du théorème de Cohen, dont la méditation 36 ne donne que la stratégie.

2. Les appendices qui esquissent, ou exemplifient, les méthodes utilisées pour démontrer des résultats importants. C'est le cas des appendices 5 (sur l'absoluité de toute une série de notions), 6 (sur la logique et le raisonnement par récurrence), 8 (sur la véridicité des axiomes dans une extension générique).

3. L'appendice « calculateur », le 7, qui, sur un exemple (l'égalité), indique comment on procède pour définir le forçage de Cohen.

4. Des appendices qui sont par eux-mêmes des développements complets et significatifs. L'appendice 2 (sur le concept de relation et la figure heideggérienne de l'oubli en mathématiques), et l'appendice 3 (sur les cardinaux singuliers, réguliers, inaccessibles), qui enrichit l'investigation de l'ontologie de la quantité.

Appendice 1 (méditations 12 et 18)

Principe de minimalité pour les ordinaux

Il s'agit d'établir que, si un ordinal α possède une propriété, il existe un ordinal β qui est le plus petit à la posséder, donc qui est tel qu'aucun ordinal plus petit que β n'a la propriété.

Supposons qu'un ordinal α, possède une propriété Ψ. S'il n'est pas lui-même $\in$-minimal pour cette propriété, c'est que lui appartiennent un ou plusieurs éléments qui la possèdent aussi. Or, ces éléments sont eux-mêmes des ordinaux, car c'est une propriété capitale des ordinaux, emblème de l'homogénéité de la nature, que tout élément d'un ordinal est un ordinal (cela est montré dans la méditation 12). Séparons donc, dans α, *tous* ces ordinaux supposés avoir la propriété Ψ. Ils forment un ensemble, d'après l'axiome de séparation. Je la note α_Ψ :

$$\alpha_\Psi = \{\beta \,/\, (\beta \in \alpha) \,\&\, \Psi(\beta)\}$$

(Tous les β qui appartiennent à α et ont la propriété Ψ.)

D'après l'axiome de fondation, l'ensemble α_Ψ contient au moins un élément, mettons γ, tel qu'il n'a aucun élément commun avec α_Ψ lui-même. L'axiome de fondation pose en effet qu'il y a de l'Autre dans tout multiple, soit un multiple présenté par lui qui ne présente plus *rien* qui soit déjà présenté par le premier multiple (un multiple au bord du vide).

Ce multiple γ est donc tel que :

— il appartient à α_Ψ. Donc, il appartient à α, et possède la propriété Ψ (définition de α_Ψ) ;

— aucun terme ∂ lui appartenant n'appartient à α_Ψ. Notons que, cependant, ∂ appartient lui aussi à α. En effet, ∂, qui appartient à l'ordinal γ, est un ordinal. Et l'appartenance est, entre ordinaux, une relation d'ordre. Donc, $(\partial \in \gamma)$ et $(\gamma \in \alpha)$ impliquent $\partial \in \alpha$. La seule raison possible pour que ∂, qui appartient à α, n'appartienne pas à α_Ψ, est par conséquent que ∂ ne possède pas la propriété Ψ.

Il en résulte que γ est $\in$-minimal pour Ψ, puisque aucun élément de γ ne peut posséder cette propriété, que γ lui-même possède.

Cette démonstration fait un usage essentiel de l'axiome de fondation. C'est

techniquement compréhensible, car cet axiome touche à la notion de l'$\in$-minimalité. Un multiple fondateur (ou au bord du vide) est, dans un multiple donné, $\in$-minimal pour l'appartenance à ce multiple : il lui appartient, mais ce qui lui appartient n'appartient plus à ce multiple.

C'est *conceptuellement* nécessaire, car l'ordinal, schème ontologique de la nature, est lié de façon toute particulière à l'exclusion d'un être de l'événement. Si la nature propose toujours un terme ultime (ou minimal) pour une propriété donnée, c'est qu'elle est par elle-même exclusive de l'événement. La stabilité naturelle s'incarne dans le point d'arrêt « atomique » qu'elle lie à toute caractérisation explicite. Mais cette stabilité, dont le cœur est l'équilibre maximal entre appartenance et inclusion, entre structure et état, n'est accessible qu'au prix d'une révocation de l'auto-appartenance, de l'in-fondé, donc du « il y a » pur, de l'événement comme excès-d'un. S'il y a du minimal dans les multiples naturels, c'est qu'il n'y a nulle coupure ontologique, d'où s'interpréterait, indécidable quant au multiple, l'ultra-un comme convocation du vide.

Appendice 2 (méditation 26)

Une relation, ou une fonction, n'est qu'un multiple pur

Pendant plusieurs millénaires on a cru pouvoir *définir* les mathématiques par la singularité abstraite de leurs objets, nommément les nombres et les figures. Il n'est pas exagéré de dire que cette présomption d'objectivité, qui, nous le verrons, est le mode propre de l'oubli de l'être en mathématiques, a constitué l'obstacle principal à la reconnaissance de la vocation du discours mathématique à ne se soutenir que de l'être-en-tant-qu'être, à travers la présentation discursive de la présentation en général. Tout le travail des mathématiciens fondateurs au XIX^{e} siècle a précisément consisté à *détruire* les objets supposés, et à établir qu'ils se laissaient tous désigner comme des configurations spéciales du multiple pur. Ce travail, cependant, a laissé subsister l'illusion structuraliste, au point où la technique mathématique exige que soit maintenue dans l'ombre sa propre essence conceptuelle.

Qui n'a pas une fois ou l'autre parlé d'une relation « entre » éléments d'un multiple, et donc supposé qu'une différence de statut oppose l'inertie élémentaire du multiple à sa structuration ? Qui n'a pas prononcé : « Soit un ensemble doté d'une relation d'ordre... », laissant ainsi entendre que cette relation est elle-même tout autre chose qu'un ensemble ? A chaque fois cependant, ce qui est ainsi occulté par l'assomption de l'ordre est que l'être ne connaît nulle autre figure de la présentation que le multiple, et que donc la relation, pour autant qu'elle est, doit être aussi multiple que le multiple où elle opère.

Il nous faut à la fois montrer comment s'effectue, en conformité avec la nécessaire critique ontologique de la relation, la mise-en-multiple du lien structural, et comment l'oubli de ce qui se dit là de l'être est inévitable, dès lors qu'on est *pressé de conclure* — et on l'est toujours.

Quand je prononce que « α a avec β la relation R », ou que j'écris $R(\alpha,\beta)$, je prends en considération deux choses : le *couple* de α et de β, et *l'ordre* dans lequel ils interviennent. Il se peut en effet que $R(\alpha,\beta)$ soit vraie, et non pas $R(\beta,\alpha)$ — si, par exemple, R est une relation d'ordre. Les ingrédients constitutifs de cet atome relationnel $R(\alpha,\beta)$ sont donc l'idée de paire, c'est-à-dire d'un multiple composé de deux multiples, et l'idée de la dissymétrie entre ces

deux multiples, dissymétrie marquée dans l'écriture par l'antécédence de α sur β.

J'aurai donc résolu pour l'essentiel le problème critique de la réduction de toute relation au pur multiple si je parviens à inférer des Idées du multiple — les axiomes de la théorie des ensembles — qu'une paire ordonnée, ou dissymétrique, *est* réellement un multiple. Car j'appellerai « relation » un ensemble de telles paires. Ou plutôt : je reconnaîtrai qu'un multiple appartient au genre « relation » en constatant que tous ses éléments — tout ce qui lui appartient — sont des paires ordonnées. Si R est un tel multiple, et si $<\alpha,\beta>$ est une paire ordonnée, ma réduction au multiple consistera à substituer à l'énoncé « α a avec β la relation R » la pure affirmation d'appartenance de la paire ordonnée de α et de β au multiple R, soit : $<\alpha,\beta> \in R$. Dans cette écriture, et $<\alpha,\beta>$, et R, sont des multiples. Objets et relations ont disparu en tant que types conceptuels distincts. Ne demeure que le repérage de certains multiples : les paires ordonnées, et les ensembles de telles paires.

L'idée de « paire » n'est autre que le concept général du Deux, tel que nous en avons instruit l'existence (méditation 12 pour le Deux naturel). Nous savons que si α et β sont deux multiples existants, existe aussi le multiple $\{\alpha,\beta\}$, ou paire de α et β, dont les seuls éléments sont α et β.

Pour achever la mise-en-multiple de la relation, je dois maintenant rabattre sur le multiple pur l'ordre d'inscription de α et de β. Il me faut un multiple, disons $<\alpha,\beta>$, tel que $<\beta,\alpha>$ en soit clairement distinct, dès lors que α et β sont eux-mêmes distincts.

L'artifice de définition de ce multiple, souvent qualifié de « truc » par les mathématiciens eux-mêmes, n'est en vérité pas plus artificiel que ce qui, de la relation telle qu'inscrite, revient à l'ordre linéaire de l'écriture. Il s'agit seulement de penser la dissymétrie comme multiple pur. Certes, il y a bien des façons de le faire, mais il y en a tout autant, sinon plus, de marquer dans l'écriture qu'un signe occupe par rapport à un autre une position insubstituable. L'argument de l'artifice touche seulement à ceci que la pensée d'un lien implique la place des termes reliés, et que toute inscription de ce point est recevable, qui détient en effet l'ordre des places, c'est-à-dire que α et β ne soient pas substituables l'un à l'autre, s'ils sont différents. Ce n'est pas la forme-multiple de la relation qui est artificielle, c'est, bien plutôt, la relation elle-même pour autant qu'on prétend la distinguer radicalement de ce qu'elle lie.

La forme canonique de la paire ordonnée $<\alpha,\beta>$, où α et β sont des multiples supposés existants, s'inscrit comme la paire — l'ensemble à deux éléments — composée du singleton de α et de la paire $\{\alpha,\beta\}$. Soit : $<\alpha,\beta> = [\{\alpha\},\{\alpha,\beta\}]$. Cet ensemble existe, puisque l'existence de α garantit celle de sa mise-en-un $\{\alpha\}$, celle de α et de β l'existence de la paire $\{\alpha,\beta\}$, et enfin l'existence de $\{\alpha\}$ et de $\{\alpha,\beta\}$ celle de leur paire.

On montre aisément que, si α et β sont des multiples différents, $<\alpha,\beta>$ est différent de $<\beta,\alpha>$. Et, plus généralement, que si $<\alpha,\beta> = <\gamma,\delta>$, alors $\alpha = \gamma$, $\beta = \delta$. La paire ordonnée prescrit et ses termes et leur place.

Certes, aucune représentation claire n'est associée à un ensemble de type $[\{\alpha\},\{\alpha,\beta\}]$. Nous tiendrons pourtant que dans cet irreprésentable gît la *forme de l'être* telle que sous-jacente à l'idée d'une relation.

Car une fois opérée la translittération au multiple des écritures relationnelles de type $R(\alpha,\beta)$, *une* relation se définira sans problème, d'être un ensemble tel que tous ses éléments ont la forme de paires ordonnées, c'est-à-dire effectuent dans le multiple la figure de couple dissymétrisé où réside tout l'effet des relations inscrites. Dès lors, prononcer que α soutient à β la relation R voudra seulement dire que $<\alpha,\beta> \in R$, l'appartenance retrouvant enfin son rôle unique d'articulation du discours sur le multiple, et y pliant ce qui, selon l'illusion structuraliste, y fait exception. Une relation, R, n'est qu'une *espèce* du multiple, qualifiée par la nature spéciale de ce qui lui appartient, et qui est à son tour une espèce de multiple : la paire ordonnée.

Le concept classique de fonction est un embranchement du genre « relation ». Quand j'écris : $f(\alpha) = \beta$, je veux dire qu'au multiple α je fais « correspondre » β, et lui seul. Soit R_f le multiple qui est *l'être de f*. J'ai, bien entendu, $<\alpha,\beta> \in R_f$. Mais si R_f *est* une fonction, c'est que, pour α fixé en première place de la paire ordonnée, β est unique. Donc, une fonction est un multiple R_f exclusivement composé de paires ordonnées et tel que :

$$[(<\alpha,\beta> \in R_f) \,\&\, (<\alpha,\gamma> \in R_f)] \rightarrow (\beta = \gamma)$$

J'ai ainsi complètement achevé la réduction des concepts de relation et de fonction à celui de multiple d'un type spécial.

Toutefois, le mathématicien — et moi-même — ne s'encombrera pas longtemps de ce que, selon l'être de la présentation, il faille écrire, non pas $R(\beta,\gamma)$, mais $<\beta,\gamma> \in R$, avec, en outre, pour β et γ éléments de α, la considération que R « dans α » est en fait un élément de $p(p(p(\alpha)))$. Très vite, il dira : « soit la relation R définie sur α », et notera $R(\beta,\gamma)$, ou $\beta R \gamma$. Cette écriture fait aussitôt disparaître que la relation R n'est qu'un multiple, et restaure invinciblement sa différence conceptuelle d'avec les termes « reliés ». En ce point, la technique de l'abréviation, quoique inévitable, n'en est pas moins un *oubli* conceptuel, qui est la forme propre où s'accomplit, dans les mathématiques, l'oubli de l'être, c'est-à-dire l'oubli de ce que rien n'y est présenté que la présentation. L'illusion structuraliste, qui reconstitue l'autonomie opératoire de la relation, et la distingue de l'inertie du multiple, est l'emprise technique oublieuse à travers quoi la mathématique effectue le discours sur l'être-en-tant-qu'être. Il lui est nécessaire d'oublier l'être pour en poursuivre la prononciation. Car la loi de l'être, constamment tenue, interdirait à terme l'écriture, en la surchargeant sans relâche.

L'être *ne veut pas être écrit* : c'est ce qu'atteste le symptôme qu'à vouloir laisser transparente la présentation de la présentation l'embarras d'écriture est presque aussitôt infranchissable. L'illusion structuraliste est donc un impératif de la raison, qui surmonte l'interdit d'écriture que génère le poids de l'être, par l'oubli du multiple pur, et l'assomption conceptuelle du lien et de l'objet. Dans cet oubli, la mathématique est techniquement victorieuse, et prononce l'être, sans plus savoir qu'elle le prononce. On peut sans forcer convenir que le « virage », de toujours effectué, par lequel la science de l'être ne se réalise qu'en perdant toute clarté sur ce qui la fonde, est proprement la mise en scène de l'étant (l'objet et le lien) en lieu et place de l'être (la présentation de la présentation, le pur multiple). La mathématique effective est donc la métaphysique de l'ontologie qu'elle est. Elle est, dans son essence, *oubli d'elle-même.*

La différence essentielle d'avec l'interprétation heideggérienne de la métaphysique — et de son apogée technique — est que si la technique mathématicienne exige l'oubli, en droit, et par une procédure uniforme, elle autorise à tout moment la restitution formelle de son thème oublié. Même si j'ai entassé les abréviations relationnelles ou fonctionnelles, même si j'ai à tout moment parlé des « objets », même si j'ai propagé sans relâche l'illusion structuraliste, je suis assuré de pouvoir d'un seul coup, par une interprétation réglée de ma hâte technicienne, revenir aux définitions originelles, aux Idées du multiple, dissoudre à nouveau la prétention séparée des relations et fonctions, et rétablir le règne du pur multiple. Si même la mathématique effective se meut nécessairement dans l'oubli d'elle-même, car c'est le prix obligé de son avancée victorieuse, la déstratification est toujours disponible, par quoi l'illusion structuraliste est soumise à la critique, et restitué que n'est présenté que le multiple, qu'il n'y a pas d'objet, que tout est tissé du nom propre du vide. Cette disponibilité signifie en clair que si l'oubli de l'être est la loi de l'effectivité mathématique, lui est tout aussi bien interdit, au moins depuis Cantor, l'oubli de l'oubli.

C'est donc à tort que j'ai parlé de « technique », si l'on prend ce mot au sens de Heidegger. L'empire de la technique est pour lui le nihilisme, soit la perte de l'oubli lui-même, et donc la fin de la métaphysique, pour autant que la métaphysique s'anime encore de cette forme première de l'oubli qu'est le règne de l'étant suprême. En ce sens, l'ontologie mathématique n'est pas technique, car le dévoilement de l'origine n'y est pas une virtualité insondable, bien plutôt une disponibilité intrinsèque, une possibilité permanente. La mathématique règle en elle-même la possibilité de déconstruire l'ordre apparent de l'objet, de la liaison, et de retrouver le « désordre » originel où elle prononce les Idées du pur multiple et leur suture à l'être-en-tant-qu'être par le nom propre du vide. Elle est à la fois oubli d'elle-même, et critique de cet oubli. Elle est le *virage* vers l'objet, mais aussi le *retournement* vers la présentation de la présentation.

C'est pourquoi, en elle-même, la mathématique ne peut, si artificieuses en soient à la fin les procédures, cesser d'appartenir à la Pensée.

Appendice 3 (méditation 26)

Hétérogénéité des cardinaux : régularité et singularité

Nous avons vu (méditation 14) que l'homogénéité du schème ontologique des multiples naturels — les ordinaux — supportait une faille, celle qui distingue les successeurs des limites. Les multiples naturels qui forment l'échelle de mesure des grandeurs intrinsèques — les cardinaux — en supportent une plus profonde encore, qui oppose les cardinaux « indécomposables », ou réguliers, aux cardinaux « décomposables », ou singuliers. Et de même qu'il faut décider de l'existence d'un ordinal limite — c'est la substance de l'axiome de l'infini —, de même l'existence d'un cardinal limite régulier supérieur à ω_0 (au dénombrable), ininférable des Idées du multiple, suppose une nouvelle décision, qui est une sorte d'axiome de l'infini d'origine cardinale, et qui détient le concept de cardinal inaccessible. Ainsi la trouée vers l'infini est-elle inachevée si l'on s'en tient à la décision première. Dans l'ordre des quantités infinies, on peut encore parier pour des existences qui surpassent d'autant les infinis précédemment admis que le premier infini, ω_0, surpasse le fini. Dans cette voie, qui s'impose aux mathématiciens au lieu même de l'impasse où les conduit l'errance de l'état, on a successivement défini les cardinaux faiblement inaccessibles, fortement inaccessibles, de Mahlo, de Ramsey, mesurables, ineffables, compacts, supercompacts, étirables *(extendible)*, énormes *(huge)*. Ces grandioses fictions laissent apercevoir que la ressource de l'être en grandeur intrinsèque fait vaciller la pensée, et la conduit aux abords de la rupture de la langue, car, comme le dit Thomas Jech, « avec la définition des cardinaux énormes, nous approchons la brisure représentée par l'inconsistance ».

Les conditions initiales sont assez simples. Supposons que l'on découpe un cardinal donné en morceaux, donc en parties telles que leur union recouvre tout le multiple-cardinal considéré. Chacun de ces morceaux a lui-même une certaine puissance, représentée par un cardinal. Il est certain que cette puissance est *au plus* égale à celle du tout, puisqu'il s'agit d'une partie. Par ailleurs, le nombre des morceaux a lui aussi une certaine puissance. L'image finie de la chose est très simple : si vous découpez un ensemble de *17* éléments en un morceau de *2*, un de *5* et un de *10*, vous avez finalement un ensemble

de parties dont la puissance est *3* (trois morceaux), chaque partie ayant des puissances inférieures à l'ensemble initial (car *2*, *5* et *10* sont inférieurs à *17*). Le cardinal fini *17* se laisse donc décomposer en un *nombre* de *morceaux* tel que *et* ce nombre, *et* chacun des morceaux a une puissance inférieure à la sienne. Ce qui s'écrit en fait : $17 = \underbrace{2 + 5 + 10}_{3 \text{ parties}}$

Si vous considérez en revanche le premier cardinal infini, ω_0, c'est-à-dire l'ensemble des nombres entiers, il n'en va pas de même. Si un morceau de ω_0 est d'une puissance inférieure à ω_0, c'est qu'il est fini, puisque ω_0 est le *premier* cardinal infini. Et si le nombre des morceaux est également de puissance inférieure à ω_0, c'est qu'il est fini. Or, il est clair qu'un nombre fini de morceaux finis ne donne, si on « recolle » lesdits morceaux, qu'un ensemble fini. On ne peut espérer *composer* ω_0 avec des morceaux plus petits que lui (au sens de la grandeur intrinsèque, de la cardinalité) en nombre également plus petit que lui. Il faut qu'un des morceaux au moins soit infini *ou* que le nombre des morceaux le soit. Dans tous les cas, vous avez besoin du nom-nombre ω_0 pour composer ω_0. En revanche *2*, *5* et *10*, tous inférieurs à *17*, permettaient de l'atteindre, quoique leur nombre, *3*, soit aussi inférieur à *17*.

Or ce sont là des déterminations quantitatives très différentes, surtout s'agissant des cardinaux infinis. Dans le cas où vous pouvez décomposer le multiple en une suite de sous-multiples tels que chacun est plus petit que lui, et que leur nombre l'est aussi, on peut dire que ce multiple se laisse composer « par le bas », il est *accessible* en termes de combinaisons quantitatives issues de ce qui lui est inférieur. Si ce n'est pas possible (comme dans le cas de ω_0), la grandeur intrinsèque est en position de rupture, elle *commence avec elle-même*, et nul accès ne s'en propose par des décompositions qui ne l'impliquaient pas encore.

Un cardinal qui n'est pas décomposable, ou accessible par le bas, sera dit *régulier*. Un cardinal qui est ainsi accessible sera dit *singulier*.

De façon précise, on dira qu'un cardinal ω_α est singulier, s'il existe un cardinal ω_β plus petit que ω_α et une famille de ω_β parties de ω_α, chacune de ces parties ayant une puissance elle-même inférieure à ω_α, telle que l'union de cette famille recouvre ω_α.

Si nous convenons de noter $|\alpha|$ la puissance d'un multiple quelconque (c'est-à-dire le cardinal qui a même puissance que lui, donc le plus petit ordinal qui a même puissance que lui), la singularité de ω_α se notera ainsi, en nommant A_γ les morceaux :

$$\underbrace{\omega_\alpha = \bigcup_{\gamma \in \omega_\beta} A_\gamma}_{\omega_\alpha \text{ est recouvert par...}} \text{ avec } \underbrace{A_\gamma \subset \omega_\alpha}_{\text{des morceaux...}} \;\&\; \underbrace{\omega_\beta < \omega_\alpha}_{\text{en nombre inférieur à } \omega_\alpha} \;\&\; \underbrace{|A_\gamma| < \omega_\alpha}_{\text{chaque morceau étant lui-même de puissance inférieure à } \omega_\alpha}$$

Un cardinal ω_α est régulier, s'il n'est pas singulier. Donc s'il faut pour le composer, ou bien qu'un morceau ait déjà la puissance ω_α, ou que le nombre des morceaux ait la puissance ω_α.

1re question. Existe-t-il des cardinaux infinis réguliers ?

Oui. Nous l'avons vu, ω_0 est régulier. On ne peut le composer avec un nombre fini de morceaux finis.

2e question. Existe-t-il des cardinaux infinis singuliers ?

Oui. J'ai mentionné dans la méditation 26 le cardinal limite $\omega_{(\omega_0)}$, qui vient juste « après » la suite ω_0, ω_1,..., ω_n, $\omega_{S(n)}$,... Ce cardinal est immensément plus grand que ω_0. Cependant, il est singulier. Il suffit pour le voir de considérer qu'il est l'union des cardinaux ω_n, tous plus petits que lui. Or, le nombre de ces cardinaux est justement ω_0, puisqu'ils sont indexés sur les nombres entiers *0*, *1*,...*n*,... Le cardinal $\omega_{(\omega_0)}$ est donc composable à partir de ω_0 morceaux tous plus petits que lui.

3e question. Y a-t-il d'autres cardinaux infinis réguliers que ω_0 ?

Oui. On démontre que tout cardinal successeur est régulier. Nous avons vu qu'un cardinal ω_β est successeur s'il existe ω_α tel que $\omega_\alpha < \omega_\beta$, et qu'il n'y a aucun cardinal « entre eux », donc s'il n'existe pas ω_γ tel que $\omega_\alpha < \omega_\gamma < \omega_\beta$. On dit que ω_α est le successeur de ω_β. On voit que ω_0, ou $\omega_{(\omega_0)}$ ne sont pas successeurs (ils sont limites), parce que si $\omega_n < \omega_{(\omega_0)}$ — par exemple —, il y a toujours encore une infinité de cardinaux entre ω_n et $\omega_{(\omega_0)}$, soit $\omega_{S(n)}$, $\omega_{S(S(n))}$... Tout cela est conforme au concept de l'infini déployé dans la méditation 13.

Que tout cardinal successeur soit régulier n'a rien d'évident. Cette non-évidence prend la forme technique, à vrai dire inattendue, de la nécessité, pour la démontrer, d'utiliser l'axiome de choix. Ainsi la forme de l'intervention est-elle requise pour trancher que *chaque* grandeur intrinsèque obtenue par « un pas de plus » (une succession) est un pur commencement, en ceci qu'elle ne se laisse pas composer par ce qui lui est inférieur.

Ce point exhibe une connexion générale entre l'intervention et le un-pas-de-plus.

La représentation commune est que ce qui se passe « à la limite » est plus complexe que ce qui se passe dans un seul pas supplémentaire. Une des faiblesses des ontologies de la Présence est de valider cette représentation. L'effet mystérieux et captivant de ces ontologies, qui mobilisent la ressource du poème, est de nous installer dans le pressentiment de l'être, comme au-delà et hori-

zon, comme soutien et éclosion de l'étant-en-totalité. Ainsi une ontologie de la Présence soutient-elle toujours que les opérations « à la limite » sont le vrai péril de la pensée, le moment où s'ouvrir à l'éclosion de ce qui fait série dans l'expérience pointe l'inachevé et l'ouvert par quoi l'être se délivre. L'ontologie mathématique nous avertit du contraire. La limite cardinale ne contient en réalité rien d'autre que ce qui la précède, dont elle opère l'union. Elle est donc déterminée par les quantités inférieures. Le successeur en revanche est en position d'excès véritable, puisqu'il doit outrepasser localement celui qui le précède. Ainsi — et c'est un enseignement de grande valeur politique, ou esthétique —, ce n'est pas la récollection globale « à la limite » qui est novatrice et complexe, c'est bien plutôt d'effectuer, au point déterminé où l'on se trouve, l'en-plus d'un pas. L'intervention est une instance du point, non du lieu. La limite est une composition, non une intervention. Ce qui se dit, dans l'ontologie de la quantité : les cardinaux limites sont, en général, singuliers (donc composables par le bas) ; les cardinaux successeurs sont réguliers, mais pour le savoir, il faut l'axiome de choix.

4e question. Un cardinal singulier est « décomposable » en un nombre plus petit que lui de morceaux plus petits que lui. Mais ça ne peut pas descendre indéfiniment.

Évidemment. En vertu de la loi de minimalité que supportent les multiples naturels (*cf.* méditation 12 et appendice 2), donc les cardinaux, il existe forcément un plus petit cardinal ω_β tel que le cardinal ω_α se laisse décomposer en ω_β morceaux tous plus petits que lui. C'est, si l'on veut, la décomposition maximale de ω_α. On l'appelle *cofinalité* de ω_α, et nous la noterons $c\,(\omega_\alpha)$. Un cardinal est singulier si sa cofinalité est réellement plus petite que lui (il *est* décomposable), donc si $c(\omega_\alpha) < \omega_\alpha$. Un cardinal régulier, si on le recouvre avec des morceaux plus petits que lui, il faut que le nombre de ces morceaux lui soit égal. Dans ce cas, $c(\omega_\alpha) = \omega_\alpha$.

5e question. D'accord : on a par exemple $c(\omega_0) = \omega_0$ (régulier) et on a $c(\omega_{(\omega_0)}) = \omega_0$ (singulier). Si ce que vous dites sur les cardinaux successeurs est vrai — qu'ils sont tous réguliers —, on a par exemple $c(\omega_3) = \omega_3$. Mais je vous demande : y a-t-il des cardinaux limites, d'autres que ω_0, qui soient réguliers ? Car tous les cardinaux limites que je me représente, $\omega_{(\omega_0)}$, $\omega_{(\omega_0)(\omega_0)}$ et les autres, sont singuliers. Ils ont tous ω_0 comme cofinalité.

La question porte d'un seul coup dans les profondeurs de l'ontologie, et spécialement celles de l'être de l'infini. Le premier infini, le dénombrable, a pour caractéristique de combiner la limite *et* cette forme de commencement pur qu'est la régularité. Il dément ce que je soutenais plus haut, puisqu'en lui se cumulent les complexités de l'un-pas-de-plus (la régularité) et les profondeurs apparentes de la limite. C'est que le cardinal ω_0 est en vérité cet un-pas-de-plus-limite qu'est le basculement du fini dans l'infini. C'est un cardinal frontalier entre deux régimes de la présentation. Il incarne la décision ontologique sur l'infini, décision longtemps restée, en effet, à l'horizon de la pensée. Il ponctualise cette instance de l'horizon, et c'est pourquoi il est la Chimère d'une limite-point, donc d'une limite régulière, ou indécomposable.

S'il y avait un autre cardinal limite régulier, il reléguerait les cardinaux infinis, par rapport à sa suréminence, au même rang que celui qu'occupent les nombres finis par rapport à ω_0. Il opérerait une sorte de « finitisation » des infinis précédents, en ceci que, quoiqu'il en soit la limite, il les excéderait radicalement, n'étant point composable à partir d'eux.

Les Idées du multiple que nous avons jusqu'à présent disposées ne permettent pas d'établir qu'existe un cardinal limite régulier autre que ω_0. On peut *démontrer* qu'elles ne le permettent pas. L'existence d'un tel cardinal (forcément déjà très immensément nombreux) requiert par conséquent une décision axiomatique, laquelle confirme qu'il s'agit d'une réitération du geste par quoi la pensée s'ouvre à l'infini de l'être.

On appelle *faiblement inaccessible* un cardinal supérieur à ω_0 qui est limite et régulier. L'axiome dont je parle s'énonce : « Il existe un cardinal faiblement inaccessible. » C'est le premier de la longue suite possible de *nouveaux* axiomes d'infinité.

Appendice 4 (méditation 29)

Tout ordinal est constructible

Comme l'orientation de toute l'ontologie permet de le prévoir, le schème des multiples naturels se soumet à la langue. La nature est universellement *nommable*.

Examinons d'abord le cas du premier ordinal, qui est le vide.

Nous savons que $\mathrel{\llcorner}_0 = \phi$. La seule partie du vide étant le vide (méditation 8), il nous suffit d'établir que le vide est définissable, au sens constructif, dans $\mathrel{\llcorner}_0$, c'est-à-dire dans le vide, pour conclure que le vide est élément de $\mathrel{\llcorner}_1$. Cet ajustement à l'imprésentable de la juridiction du langage ne manque pas d'intérêt. Considérons par exemple la formule : $(\exists\, \beta)\ [\beta \in \gamma]$. Si on la restreint à $\mathrel{\llcorner}_0$, donc au vide, elle a pour sens « il existe un élément *du vide* qui est élément de γ ». Il est clair qu'aucun γ ne peut satisfaire cette formule dans $\mathrel{\llcorner}_0$, puisque $\mathrel{\llcorner}_0$ ne contient rien. Par conséquent, la partie de $\mathrel{\llcorner}_0$ séparée par cette formule est vide. L'ensemble vide est ainsi une partie définissable du vide. C'est l'unique élément du niveau supérieur, $\mathrel{\llcorner}_{S(\phi)}$, ou $\mathrel{\llcorner}_1$, qui est égal à $D(\mathrel{\llcorner}_0)$. Et donc, on a $\mathrel{\llcorner}_{S(\phi)} = \{\phi\}$, le singleton du vide. D'où résulte que $\phi \in \mathrel{\llcorner}_{S(\phi)}$, ce que nous voulions démontrer : le vide *appartient* à un niveau constructible. Il est donc constructible.

Maintenant, si tous les ordinaux ne sont pas constructibles, il existe, par le principe de minimalité (méditation 12 et appendice 1), un plus petit ordinal non constructible. Soit α cet ordinal. Il n'est pas le vide (nous venons de voir que le vide est constructible). Pour $\beta \in \alpha$, on sait que β, plus petit que α, est constructible. Supposons qu'il soit possible de trouver un niveau $\mathrel{\llcorner}_\gamma$ où figurent *tous* les éléments (constructibles) β de α, et aucun autre ordinal. La formule « ∂ est un ordinal », à une variable libre, va séparer dans $\mathrel{\llcorner}_\gamma$ la partie définissable constituée de tous ces ordinaux. Car « être un ordinal » veut dire (méditation 12) : « être un multiple transitif dont tous les éléments sont transitifs », et c'est une formule sans paramètres (qui ne dépend d'aucun multiple particulier, éventuellement absent de $\mathrel{\llcorner}_\gamma$). Mais l'ensemble des ordinaux inférieurs à α, c'est α lui-même, qui est ainsi une partie définissable de $\mathrel{\llcorner}_\gamma$, et est donc un élément de $\mathrel{\llcorner}_{S(\gamma)}$. Contrairement à notre hypothèse, α est constructible.

Reste a etablir qu'il y a bien *un* niveau L_γ qui contient tous les ordinaux constructibles β, pour $\beta \in \alpha$. Il suffit pour cela d'etablir que tout niveau constructible est transitif, soit que $\beta \in L_\gamma \rightarrow \beta \subset L_\gamma$. Car tout ordinal plus petit qu'un ordinal situe dans un niveau appartiendra aussi a ce niveau. Il suffira de considerer le niveau L_γ *maximum* pour tous les niveaux auxquels appartiennent les $\beta \in \alpha$: tous ces ordinaux y figurent.

D'où le lemme, qui eclaire du reste la structure de la hiérarchie constructible · tout niveau L_α de la hierarchie constructible est transitif.

On le demontre par recurrence sur les ordinaux

— $L_0 = \phi$ est transitif (meditation 12),

— supposons que tout niveau inferieur à L_α est transitif, et montrons que L_α l'est aussi.

1er cas

α est un ordinal limite Dans ce cas, L_α est l'union de tous les niveaux inferieurs, qui sont tous supposes transitifs. Il en resulte que si $\gamma \in L_\alpha$, il existe un niveau L_β, avec $\beta \in \alpha$, tel que $\gamma \in L_\beta$. Mais L_β étant suppose transitif, on a $\gamma \subset L_\beta$ Or, L_α, union des niveaux inferieurs, les admet tous comme parties · $L_\beta \subset L_\alpha$ De $\gamma \subset L_\beta$ et de $L_\beta \subset L_\alpha$, on tire $\gamma \subset L_\alpha$ Donc le niveau L_α est transitif

2e cas

α est un ordinal successeur, $L_\alpha = L_{S(\beta)}$.

Montrons d'abord que $L_\beta \subset L_{S(\beta)}$ si L_β est suppose transitif (ce qu'induit l'hypothese de recurrence)

Soit γ_1 un élément de L_β. Considérons la formule $\partial \in \gamma_1$ Puisque L_β est transitif, $\gamma_1 \in L_\beta \rightarrow \gamma_1 \subset L_\beta$. Et donc $\partial \in \gamma_1 \rightarrow \partial \in L_\beta$ Tous les élements de γ_1 sont donc des élements de L_β. La partie de L_β definie par la formule $\partial \in \gamma_1$ coincide avec γ_1, puisque tous les elements ∂ de γ_1 sont dans L_β, et que cette formule est bien restreinte a L_β. Par consequent γ_1 est *aussi* une partie definissable de L_β, d'ou il s'ensuit qu'elle est un element de $L_{S(\beta)}$ On a finalement $\gamma_1 \in L_\beta \rightarrow \gamma_1 \in L_{S(\beta)}$, soit $L_\beta \subset L_{S(\beta)}$.

Cela permet de conclure En effet, un element de $L_{S(\beta)}$ est une partie (definissable) de L_β, soit $\gamma \in L_{S(\beta)} \rightarrow \gamma \subset L_\beta$. Mais $L_\beta \subset L_{S(\beta)}$. Donc $\gamma \subset L_{S(\beta)}$, et $L_{S(\beta)}$ est transitif.

La recurrence est complete. Le premier niveau L_0 est transitif; et si tous les niveaux jusqu'a L_α exclu le sont, L_α l'est aussi Donc, tout niveau est transitif.

Appendice 5 (meditation 33)

Sur l'absoluité

Il s'agit d'etablir l'absoluite d'un certain nombre de termes et de formules pour une situation quasi complete Je rappelle que cela veut dire que la definition du terme est « la même » relativisee a la situation S que dans l'ontologie génerale, et que la formule relativisee a S equivaut a la formule generale, dès qu'on astreint les parametres à appartenir a S.

a. ϕ. Évident, car la definition de ϕ est negative (rien ne lui appartient) Elle ne peut se « modifier » dans S. Par ailleurs, $\phi \in S$, de ce que S est transitif, et satisfait l'axiome de fondation. Or (meditation 18), seul le vide peut fonder un multiple transitif.

b $\alpha \subset \beta$ est absolu, au sens où *si* α et β appartiennent à S, *alors* la formule $\alpha \subset \beta$ est vraie pour un habitant de S si et seulement si elle est vraie pour l'ontologue. Cela s'infere directement de la transitivité de S : les elements de α et de β sont aussi des elements de S Donc, si tous les elements de α (au sens de S) appartiennent à β — ce qui est la definition de l'inclusion —, il en va de même au sens de l'ontologie generale, et inversement.

c — $\alpha \cup \beta$: si α et β sont elements de S, l'ensemble $\{\alpha,\beta\}$ y existe aussi, par validite dans S de l'axiome de remplacement, applique par exemple au Deux qu'est $p(\phi)$, lequel existe dans S, puisque $\phi \in S$ et que l'axiome des parties est veridique dans S (voir cette construction dans la méditation 12) On verifie au passage que $p(\phi)$ est absolu (en general, $p(\alpha)$ n'est *pas* absolu). De même $\cup \{\alpha,\beta\}$ existe dans S, car l'axiome de l'union est veridique dans S. Or $\cup \{\alpha,\beta\} = \alpha \cup \beta$ par définition.

— $\alpha \cap \beta$ s'obtient par séparation dans $\alpha \cup \beta$ par la formule « $\gamma \in \alpha$ & $\gamma \in \beta$ ».

Il suffit que *cet* axiome de separation soit veridique dans S.

— $(\alpha - \beta)$, ensemble des elements de α qui ne sont pas elements de β, s'obtient de même, par la formule « $\gamma \in \alpha$ & $\sim(\gamma \in \beta)$ ».

d. On vient de voir la paire $\{\alpha,\beta\}$ (dans l'absoluite de $\alpha \cup \beta$). Pour la paire ordonnée, on rappelle qu'elle se definit $<\alpha,\beta> = [\{\alpha\},\{\alpha,\beta\}]$ (voir appendice 2). L'absoluite est alors triviale.

e. « Être une paire ordonnee » revient a la formule : « Être une paire sim-

ple dont le premier terme est un singleton et le second une paire simple dont un des éléments est celui qui figure dans le singleton. » Exercice : écrire cette formule dans la langue formelle, et méditer son absoluité.

f. Si α et β appartiennent à S, le produit cartésien $\alpha \times \beta$ est défini comme l'ensemble des paires ordonnées $<\gamma,\partial>$ avec $\gamma \in \alpha$ et $\partial \in \beta$. Les éléments du produit cartésien s'obtiennent par la formule : « Être une paire ordonnée dont le premier terme appartient à α et le second à β. » Cette formule sépare donc le produit cartésien dans tout ensemble où figurent tous les éléments de α et tous ceux de β. Par exemple, dans $\alpha \cup \beta$. Or, $\alpha \cup \beta$ est une opération absolue, et « être une paire ordonnée » un prédicat absolu. Il s'ensuit que le produit cartésien est absolu.

g. La formule « être un ordinal » est sans paramètres, et n'enveloppe que la transitivité (*cf.* méditation 12). C'est un exercice simple de constater son absoluité (l'appendice 4 montre l'absoluité de « être un ordinal » pour l'univers constructible).

h. ω_0 est absolu, de ce qu'il se définit « le plus petit ordinal limite », soit « le plus petit ordinal non successeur ». Il faut donc étudier le caractère absolu du prédicat « être un ordinal successeur ». Bien entendu, le fait que $\omega_0 \in S$ s'infère de ce que S vérifie l'axiome de l'infini.

i. De ce que « être une paire ordonnée » est absolu, s'infère que « être une fonction » est absolu. C'est la formule : « Avoir pour éléments des paires ordonnées $<\alpha,\beta>$ telles que si $<\alpha,\beta>$ est élément et aussi $<\alpha,\beta'>$, alors on a $\beta = \beta'$ » (*cf.* la définition ontologique d'une fonction dans l'appendice 2). De même « être une fonction bi-univoque » est absolu. Une partie finie est un ensemble qui est en correspondance bi-univoque avec un ordinal fini. Puisque $\omega_0 \in S$ et est absolu, il en va de même des ordinaux finis. Donc, si $\alpha \in S$, le prédicat « être une partie finie de α » est absolu. Si on sépare par ce prédicat dans $[p(\alpha)]^S$ — qui, lui, n'est pas absolu — on obtient bien *toutes* les parties finies de α (au sens de l'ontologie générale), bien que $[p(\alpha)]^S$ ne soit en général *pas* identique à $p(\alpha)$. Cela résulte de ce que parmi les éléments de $p(\alpha)$, seuls les multiples *infinis* peuvent ne pas être présentés dans S, en sorte que $p(\alpha) \neq [p(\alpha)]^S$. Mais pour les parties finies, de ce que « être une fonction bi-univoque d'un ordinal fini sur une partie de α » est absolu, résulte qu'elles sont toutes présentées dans S. Donc l'ensemble des parties finies de α est absolu.

Tous ces résultats autorisent à considérer que des conditions du genre « toutes les suites finies de triplets $<\alpha,n,0>$ ou $<\alpha,n,1>$, où $\alpha \in \partial$ et $n \in \omega_0$ » sont *connues* d'un habitant de S (si ∂ est connu), parce que la formule qui définit un tel multiple de conditions est absolue pour S (« suite finie », « triplet », *0*, *1*, ω_0... sont en effet absolus).

Appendice 6 (méditation 36)

Signes primitifs de la logique et récurrence sur la longueur des formules

Cet appendice complète la note technique de la méditation 3, et indique comment raisonner par récurrence sur la longueur des formules. J'en profite pour parler brièvement du raisonnement par récurrence en général.

1. DÉFINITION DE CERTAINS SIGNES LOGIQUES

La batterie complète des signes logiques (*cf.* la note technique p. 61) n'a pas à être considérée comme constituée d'autant de signes primitifs. De même que l'inclusion, $\Subset$, peut être *définie* à partir de l'appartenance, $\in$ (*cf.* méditation 5), de même on peut définir certains signes logiques à partir d'autres.

Le choix des signes primitifs est affaire de convention. Je choisis ici les signes $\sim$ (négation), $\rightarrow$ (implication), et $\exists$ (quantificateur existentiel).

Les signes dérivés sont alors introduits, par définitions, comme des *abréviations* de certaines écritures composées avec les signes primitifs.

a. la disjonction (*ou*) : A *ou* B est une écriture abrégée pour $\sim A \rightarrow B$;

b. la conjonction (*&*) : A *&* B est une écriture abrégée pour $\sim(A \rightarrow \sim B)$;

c. l'équivalence ($\leftrightarrow$) : $A \leftrightarrow B$ est une écriture abrégée pour : $\sim((A \rightarrow B) \rightarrow \sim(B \rightarrow A))$;

d. le quantificateur universel ($\forall$) : $(\forall\alpha)\lambda$ est une écriture abrégée pour $\sim(\exists\alpha) \sim\lambda$.

On peut donc considérer que toute formule logique est écrite avec seulement les signes $\sim$, $\rightarrow$ et $\exists$. Pour avoir les formules de la théorie des ensembles, il suffira d'ajouter les signes $=$ et $\in$, plus, naturellement, les variables α, β, γ, etc., qui désignent des multiples, et plus les ponctuations.

On distingue alors :

— les formules atomiques, sans signe logique, qui sont forcément du type $a = \beta$ ou $\alpha \in \beta$;

— les formules composées, qui sont du type $\sim\lambda$, $\lambda_1 \rightarrow \lambda_2$, ou $(\exists\alpha)\lambda$, où λ est soit une formule atomique, soit une formule composée « plus courte ».

2. RÉCURRENCE SUR LA LONGUEUR DES FORMULES

Remarquons qu'une formule est un ensemble fini de signes, en comptant : les variables, les signes logiques, les signes $=$ et $\in$, et les parenthèses, crochets ou accolades. Il est donc toujours possible de parler de la *longueur* d'une formule, qui est le nombre (entier) de signes qui y figurent.

Cette association, à toute formule, d'un nombre entier, permet d'appliquer aux formules le raisonnement par récurrence, dont nous avons fait dans tout ce livre un grand usage tant pour les nombres entiers, ou ordinaux finis, que pour les ordinaux en général.

Tout raisonnement par récurrence suppose qu'on puisse univoquement parler du « suivant » d'un ensemble donné de termes concernés. C'est en fait un opérateur de maîtrise rationnelle de l'infini, qui s'appuie sur la procédure du « encore » (*cf.* méditation 14). La structure sous-jacente est celle du bon ordre : puisque les termes *non encore* examinés contiennent *un* plus petit élément, ce plus petit élément *suit* immédiatement ceux que j'ai déjà examinés. Ainsi, étant donné un ordinal α, je connais son unique successeur, $S(\alpha)$. Et étant donné un ensemble d'ordinaux, même infini, je connais *celui* qui vient après (qui peut-être est un ordinal limite, mais peu importe).

Le schéma du raisonnement est alors le suivant (en trois temps) :

1. Je montre que la propriété à établir vaut pour *le plus petit* terme (ou ordinal) concerné. Le plus souvent, il s'agit de ϕ.

2. Je montre ensuite que *si* elle vaut pour tous les termes plus petits qu'un terme α quelconque, *alors* elle vaut pour α lui-même, qui est *le* suivant des précédents.

3. Je conclus qu'elle vaut pour *tous*.

Cette conclusion est valide pour la raison suivante : si la propriété ne valait pas pour tous, *il y aurait un plus petit terme qui ne la posséderait pas*. Tous les termes plus petits la possédant, ce supposé plus petit terme devrait la posséder aussi, en vertu du deuxième temps du raisonnement. Contradiction. Donc, tous la possèdent.

Revenons aux formules. Les plus « petites » formules sont les atomiques $\alpha \in \beta$ ou $\alpha = \beta$, qui ont trois signes. Supposons que j'aie démontré une certaine propriété, par exemple le forçage, pour ces formules les plus courtes (j'y consacre la partie 1 de la méditation 36, et l'appendice 7). C'est le premier temps du raisonnement par récurrence.

Supposons maintenant que j'aie montré le théorème du forçage pour toutes les formules *de longueur inférieure à* $n + 1$ (qui ont moins de $n + 1$ signes). Le deuxième temps consiste à montrer qu'il y a forçage pour les formules à

$n + 1$ signes aussi. Mais comment puis-je obtenir, à partir des formules à n signes au plus, une formule à $n + 1$ signes ? De trois façons seulement :

— si (λ) a n signes, $\sim(\lambda)$ a $n + 1$ signes ;

— si (λ_1) et (λ_2) ont *ensemble* n signes, $(\lambda_1) \rightarrow (\lambda_2)$ a $n + 1$ signes ;

— si (λ) a $n - 3$ signes, $(\exists\, \alpha)\ (\lambda)$ a $n + 1$ signes.

Je dois donc finalement montrer que *si* les formules (λ), ou le total des formules (λ_1) et (λ_2), ont moins de $n + 1$ signes, et vérifient la propriété (ici, le forçage), *alors* les formules à $n + 1$ signes que sont $\sim(\lambda)$, $(\lambda_1) \rightarrow (\lambda_2)$ et $(\exists\, \alpha)\ (\lambda)$ la vérifient aussi.

Je peux conclure alors (troisième temps) que *toutes* les formules la vérifient, que le forçage est *défini* pour toute formule de la théorie des ensembles.

Appendice 7 (méditation 36)

Forçage de l'égalité pour les noms de rang nominal 0

Il s'agit d'établir, pour les formules de type « $\mu_1 = \mu_2$ », où μ_1 et μ_2 sont des noms de rang *0* (donc des noms composés de paires $<\phi,\pi>$, où π est une condition), l'existence d'une relation de forçage, notée $\rightleftharpoons$, définie dans *S*, et telle que :

$$[\pi \rightleftharpoons (\mu_1 = \mu_2)] \leftrightarrow [(\pi \in \varphi) \rightarrow [R_\varphi(\mu_1) = R_\varphi(\mu_2)]]$$

On s'occupera d'abord de la proposition *directe* (le forçage par π de l'égalité des noms implique l'égalité des valeurs référentielles, dès que $\pi \in \varphi$), puis de la *réciproque* (si les valeurs référentielles sont égales, alors il existe $\pi \in \varphi$ et π force l'égalité des noms). Pour la réciproque toutefois, nous ne traiterons que le cas où $R_\varphi(\mu_1) = \phi$.

1. PROPOSITION DIRECTE

Supposons que μ_1 est un nom de rang nominal *0*. Il est composé de paires $<\phi,\pi>$, et sa valeur référentielle est soit $\{\phi\}$, soit ϕ, selon qu'une des conditions π qui figurent dans sa composition appartient à φ, ou aucune (*cf.* méditation 34, section 4).

Commençons par la formule $\mu_1 = \phi$ (je rappelle que ϕ est un nom). Pour avoir à coup sûr $R_\varphi(\mu_1) = R_\varphi(\phi) = \phi$, il faut qu'aucune des conditions qui figurent dans le nom μ_1 n'appartienne à la partie générique φ. Qu'est-ce qui peut bien forcer une telle interdiction d'appartenance ? C'est que la partie φ contienne une condition *incompatible* avec toutes les conditions qui figurent dans le nom μ_1. Car la règle Rd_2 des parties correctes (méditation 33, partie 3) entraîne que toutes les conditions d'une partie correcte sont compatibles.

Notons $Inc(\mu_1)$ l'ensemble des conditions incompatibles avec toutes les conditions qui figurent dans le nom μ_1 :

$$Inc(\mu_1) = \{\pi \,/\, (<\phi,\pi_1> \in \mu_1) \rightarrow \pi \text{ et } \pi_1 \text{ sont incompatibles}\}$$

Il est certain que si $\pi \in Inc(\mu_1)$, l'appartenance de π à une partie généri-

que ♀ interdit à toutes les conditions qui figurent dans μ_1 d'appartenir à ce ♀. Il en résulte que la valeur référentielle de μ_1 dans l'extension qui correspond à cette partie générique est vide.

On posera donc que π force la formule $\mu_1 = \phi$ (où μ_1 est de rang nominal *0*) si $\pi \in Inc(\mu_1)$. Il est clair que si π force $\mu_1 = \phi$, on a $R_♀(\mu_1) = R_♀(\phi) = \phi$ dans toute extension générique telle que $\pi \in ♀$.

Ainsi, pour μ_1 de rang nominal *0* nous pouvons poser :

$$[\pi \Vdash (\mu_1 = \phi)] \leftrightarrow \pi \in Inc(\mu_1)$$

L'énoncé $\pi \in Inc(\mu_1)$ est entièrement intelligible et vérifiable *dans* la situation fondamentale. Il n'en force pas moins l'énoncé $R_♀(\mu_1) = \phi$ à être véridique dans toute extension générique telle que $\pi \in ♀$.

Armés de ce tout premier résultat, nous allons nous attaquer à la formule $\mu_1 \subset \mu_2$, toujours pour des noms de rang nominal *0*. La stratégie est la suivante : nous savons que « $\mu_1 \subset \mu_2$ & $\mu_2 \subset \mu_1$ » implique $\mu_1 = \mu_2$. Si nous savons de façon générale comment forcer $\mu_1 \subset \mu_2$, nous saurons comment forcer $\mu_1 = \mu_2$.

Si μ_1 et μ_2 sont de rang nominal *0*, les valeurs référentielles de ces deux noms sont ϕ ou $\{\phi\}$. Nous voulons forcer la véridicité de $R_♀(\mu_1) \subset R_♀(\mu_2)$.

Faisons le tableau des cas possibles :

$R_♀(\mu_1)$	$R_♀(\mu_2)$	$R_♀(\mu_1) \subset R_♀(\mu_2)$	motif
ϕ	ϕ	véridique	ϕ est partie universelle
ϕ	$\{\phi\}$	véridique	$\{\phi\} \subset \{\phi\}$
$\{\phi\}$	$\{\phi\}$	véridique	
$\{\phi\}$	ϕ	erroné	$\sim(\{\phi\} \subset \phi)$

Si $R_♀(\mu_1) = \phi$, la véridicité de l'inclusion est garantie. Elle l'est aussi si $R_♀(\mu_1) = R_♀(\mu_2) = \{\phi\}$. Il nous faut seulement éliminer le quatrième cas.

Supposons d'abord que $Inc(\mu_1)$ ne soit pas vide : il existe $\pi \in Inc(\mu_1)$. Nous avons vu qu'une telle condition π force la formule $\mu_1 = \phi$, c'est-à-dire la véridicité de $R_♀(\mu_1) = \phi$ dans une extension générique telle que $\pi \in ♀$. Elle force donc aussi $\mu_1 \subset \mu_2$, puisque alors $R_♀(\mu_1) \subset R_♀(\mu_2)$, quelle que soit la valeur de $R_♀(\mu_2)$.

Si maintenant $Inc(\mu_1)$ est vide (dans la situation fondamentale, ce qui est possible), notons $Fig(\mu_1)$ l'ensemble des conditions qui figurent dans le nom μ_1.

$$Fig(\mu_1) = \{\pi \,/\, \exists\, <\phi,\pi>\, [\, <\phi,\pi> \in \mu_1]\}$$

Même chose pour $Fig(\mu_2)$. Notons que ce sont deux ensembles de conditions. Supposons qu'existe une condition π_3 qui domine au moins une condition de $Fig(\mu_1)$ et au moins une condition de $Fig(\mu_2)$. Si $\pi_3 \in ♀$, la règle Rd_1 des parties correctes entraîne que les conditions dominées y appartiennent aussi. Par conséquent, il y a au moins une condition de $Fig(\mu_1)$ et une de $Fig(\mu_2)$ qui sont dans ♀. Il s'ensuit que, pour cette description, la valeur référentielle de μ_1 et de μ_2 est $\{\phi\}$. On a alors $R_♀(\mu_1) \subset R_♀(\mu_2)$. Il est donc possible de dire que la condition π_3 force la formule $\mu_1 \subset \mu_2$, puisque $\pi_3 \in ♀$ implique $R_♀(\mu_1) \subset R_♀(\mu_2)$.

Généralisons un peu cette procédure. Nous appellerons *réserve de domination* pour une condition π_1 tout ensemble de conditions telles que s'y trouve toujours une condition dominée par π_1. Soit, si R est une réserve de domination pour π_1 :

$$(\exists\, \pi_2)\, [(\pi_2 \subset \pi_1)\ \&\ \pi_2 \in R]$$

Ce qui veut dire que si $\pi_1 \in ♀$, on trouve toujours dans R une condition qui appartient aussi à ♀, puisqu'elle est dominée par π_1. La condition π_1 étant donnée, on peut toujours vérifier *dans la situation fondamentale* (sans considérer quelque extension générique que ce soit) si R est, ou n'est pas, une réserve de domination pour π_1, car la relation $\pi_2 \subset \pi_1$ est absolue.

Revenons à $\mu_1 \subset \mu_2$, où μ_1 et μ_2 sont de rang *0*. Supposons que $Fig(\mu_1)$ et $Fig(\mu_2)$ soient des réserves de domination pour une condition π_3. C'est dire qu'il existe $\pi_1 \in Fig(\mu_1)$ avec $\pi_1 \subset \pi_3$. Et qu'il existe aussi $\pi_2 \in Fig(\mu_2)$ avec $\pi_2 \subset \pi_3$. Si maintenant π_3 appartient à ♀, π_1 et π_2 y appartiennent aussi (règle Rd_1). Comme π_1 et π_2 sont des conditions qui figurent dans les noms μ_1 et μ_2, il en résulte que la valeur référentielle de ces noms pour cette description est $\{\phi\}$. On a donc $R_♀(\mu_1) \subset R_♀(\mu_2)$. On peut ainsi dire que π_3 force $\mu_1 \subset \mu_2$.

Récapitulons :

$$\pi_3 \Vdash (\mu_1 \subset \mu_2) \leftrightarrow \begin{cases} \pi_3 \in Inc(\mu_1) \text{ si } Inc(\mu_1) \neq \phi \\ \pi_3 \in \{\pi \,/\, Fig(\mu_1) \text{ et } Fig(\mu_2) \text{ sont des réserves de} \\ \text{domination pour } \pi\} \text{ si } Inc(\mu_1) = \phi. \end{cases}$$

Étant donné deux noms μ_1 et μ_2 de rang nominal *0*, nous savons quelles conditions π_3 peuvent forcer, si elles appartiennent à ♀, la valeur référentielle

de μ_1 à être incluse dans la valeur référentielle de μ_2. Et la relation de forçage est vérifiable dans la situation fondamentale, où $Inc(\mu_1)$, $Fig(\mu_1)$, $Fig(\mu_2)$ et le concept de réserve de domination sont clairs.

On dira maintenant que π_3 force $\mu_1 = \mu_2$ si π_3 force $\mu_1 \subset \mu_2$, et force aussi $\mu_2 \subset \mu_1$.

Notons que $\mu_1 \subset \mu_2$ n'est pas *obligatoirement* forçable. Il se peut que $Inc(\mu_1)$ soit vide, et qu'il n'existe aucune condition π_3 telle que $Fig(\mu_1)$ et $Fig(\mu_2)$ soient pour π_3 des réserves de domination. Tout dépend des noms, des conditions qui y figurent. Mais *si* $\mu_1 \subset \mu_2$ est forçable par au moins une condition π_3, *alors* dans toute extension générique telle que ♀ contient π_3 l'énoncé $R_♀(\mu_1) \subset R_♀(\mu_2)$ est véridique.

Le cas général (μ_1 et μ_2 de rang nominal quelconque) sera traité par récurrence : on suppose qu'on a défini dans S l'énoncé « π force $\mu_1 = \mu_2$ » pour tous les noms de rang nominal inférieur à α. On montre alors qu'on peut le définir pour les noms de rang nominal α. Ce n'est guère étonnant, puisqu'un nom μ se compose de paires $<\mu_1,\pi>$ *où* μ_1 *est de rang nominal inférieur.* Le concept instrumental est de bout en bout celui de réserve de domination.

2. RÉCIPROQUE DU FORÇAGE DE L'ÉGALITÉ, DANS LE CAS DE LA FORMULE $R_♀(\mu_1) = \phi$, OÙ μ_1 EST DE RANG NOMINAL *0*

Nous supposons cette fois que, dans une extension générique, $R_♀(\mu_1) = \phi$ avec μ_1 de rang *0*. Il s'agit de montrer qu'il existe dans ♀ une condition π qui force $\mu_1 = \phi$. Il importe d'avoir à l'esprit les techniques et les résultats de la section qui précède (proposition directe).

Considérons l'ensemble D de conditions ainsi défini :

$$\pi \in D \leftarrow [\pi \Vdash (\mu_1 = \phi) \textit{ ou } \pi \Vdash [\mu_1 = [\{\phi\},\phi]]]$$

Notons que comme $\phi \in ♀$, ce qui est écrit à droite de *ou* revient en fait à $\pi \in ♀ \rightarrow R_♀(\mu_1) = \{\phi\}$. L'ensemble D des conditions envisagées regroupe toutes celles qui forcent μ_1 à valoir l'une de ses valeurs référentielles possibles, soit ϕ ou $\{\phi\}$. Le point clé est que cet ensemble de conditions est une domination (*cf.* méditation 33, partie 4).

En effet, soit une condition π_2 quelconque. Ou bien $\pi_2 \Vdash (\mu_1 = \phi)$, et π_2 appartient à l'ensemble D (premier réquisit). Ou bien π_2 ne force pas $\mu_1 = \phi$, mais alors, d'après la définition du forçage pour la formule $\mu_1 = \phi$ (section précédente), cela revient à dire que $\sim(\pi_2 \in Inc(\mu_1))$. Il existe par conséquent au moins une condition π_3 avec $<\phi,\pi_3> \in \mu_1$ et π_2 compatible avec π_3. Si π_2 est compatible avec π_3, il existe π_4 qui domine π_2 et π_3. Or, pour ce π_4, $Fig(\mu_1)$ est une réserve de domination, car $\pi_3 \in Fig(\mu_1)$, et $\pi_3 \in \pi_4$. Mais par ailleurs, π_4 domine aussi ϕ. Donc π_4 force $\mu_1 = [\{\phi\},\phi]$, puisque $Fig(\mu_1)$

et $Fig[\{\phi\},\phi]$ sont pour π_4 des réserves de domination. Il en résulte que $\pi_4 \in D$. Et comme $\pi_2 \subset \pi_4$, π_2 est bien dominée par une condition de D. Puisque quel que soit π_2 c'est le cas, D est une domination. Si ♀ est une partie générique, $♀ \cap D \neq \phi$.

Or, on a supposé que $R_♀(\mu_1) = \phi$. Il est donc exclu qu'existe dans ♀ une condition qui force $\mu_1 = [\{\phi\},\phi]$, car on aurait alors $R_♀(\mu_1) = \{\phi\}$. C'est donc l'autre cas qui est le bon : $\{♀ \cap [\pi / \pi \Vdash (\mu_1 = \phi)]\} \neq \phi$. Il y a bien dans ♀ une condition qui force $\mu_1 = \phi$.

Remarquons que la généricité de la partie ♀ est cette fois expressément convoquée. L'indiscernable commande que puissent s'équivaloir la véridicité de l'énoncé $R_♀(\mu_1) = \phi$ dans l'extension, et l'existence dans le multiple ♀ d'une condition qui force l'énoncé $\mu_1 = \phi$, lequel porte sur les noms.

Le cas général sera obtenu par récurrence sur les rangs nominaux. Pour obtenir une domination D on utilisera l'ensemble suivant : « Toutes les conditions qui, ou bien forcent $\mu_1 \subset \mu_2$, ou bien forcent $\sim(\mu_1 \subset \mu_2)$. »

Appendice 8 (méditation 36)

Toute extension générique d'une situation quasi complète est quasi complète

Je n'ai pas l'intention de reproduire ici toutes les démonstrations. Il s'agit en fait de vérifier les quatre points suivants :

— si S est dénombrable, $S(\varphi)$ l'est aussi ;

— si S est transitif, $S(\varphi)$ l'est aussi ;

— si un axiome de la théorie des ensembles exprimable par une formule unique (extensionalité, parties, union, fondation, infini, choix, ensemble vide) est véridique dans S, il l'est dans $S(\varphi)$;

— si pour une formule $\lambda(\alpha)$ — resp. $\lambda(\alpha,\beta)$ — l'axiome de séparation — resp. l'axiome de remplacement — correspondant est véridique dans S, il l'est dans $S(\varphi)$.

Bref, comme disent les mathématiciens : si S est un modèle dénombrable transitif de la théorie, $S(\varphi)$ l'est aussi.

Je donne quelques indications et exemples.

a. Si S est dénombrable, $S(\varphi)$ l'est aussi.

Cela va de soi, car tout élément de $S(\varphi)$ est la valeur référentielle d'un nom μ_1 qui appartient à la situation S. Il ne peut donc y avoir dans $S(\varphi)$ plus d'éléments qu'il n'y a de noms dans S, donc plus d'éléments que S n'en comporte. Pour l'ontologue — du dehors —, si S est dénombrable $S(\varphi)$ l'est aussi.

b. Transitivité de $S(\varphi)$.

Nous allons voir à l'œuvre le va-et-vient entre ce qui peut se dire de l'extension générique et la maîtrise, dans S, des noms.

Soit $\alpha \in S(\varphi)$ un élément quelconque de l'extension générique. Il est la valeur d'un nom. Autrement dit, il existe μ_1 tel que $\alpha = R_\varphi(\mu_1)$. Que signifie $\beta \in \alpha$? Cela signifie, en vertu de l'égalité ci-dessus : $\beta \in R_\varphi(\mu_1)$. Mais $R_\varphi(\mu_1) = \{R_\varphi(\mu_2) / <\mu_2,\pi> \in \mu_1 \,\&\, \pi \in \varphi\}$. Par conséquent, $\beta \in R_\varphi(\mu_1)$ veut dire : il existe μ_2 tel que $\beta = R_\varphi(\mu_2)$. Donc β est le φ-référent du nom μ_2, et appartient à l'extension générique que fonde la partie générique φ.

On a montré que $[\alpha \in S(\varphi) \,\&\, (\beta \in \alpha)] \rightarrow \beta \in S(\varphi)$, ce qui veut dire que α est aussi une partie de $S(\varphi)$: $\alpha \in S(\varphi) \rightarrow \alpha \in S(\varphi)$. L'extension générique est donc bien, comme l'est S lui-même, un ensemble transitif.

c. Les axiomes du vide, de l'infini, d'extensionalité, de fondation et de choix sont véridiques dans $S(\varphi)$.

Ce point est trivial pour le vide, car $\phi \in S \rightarrow \phi \in S(\varphi)$ (par les noms canoniques). De même, pour l'infini, si $\omega_0 \in S$, $\omega_0 \in S(\varphi)$, et en outre, ω_0 est un terme absolu car il est définissable sans paramètres comme « le plus petit ordinal limite ».

Pour l'extensionalité, cela s'infère immédiatement de ce que $S(\varphi)$ est transitif. En effet, les éléments (au sens de l'ontologie générale) de $\alpha \in S(\varphi)$ sont exactement les mêmes que ses éléments au sens de $S(\varphi)$, puisque si $S(\varphi)$ est transitif, $\beta \in \alpha \rightarrow \beta \in S(\varphi)$. Donc la comparaison de deux multiples par leurs éléments donne les mêmes identités (ou différences) dans $S(\varphi)$ que dans l'ontologie générale.

Je laisse en exercice (facile) la vérification dans $S(\varphi)$ de l'axiome de fondation, et de même (difficile) celle de l'axiome de choix.

d. L'axiome de l'union est véridique dans $S(\varphi)$.

Soit μ_1 le nom dont α est le φ-référent. Comme $S(\varphi)$ est transitif, un élément β de α a un nom, μ_2. Et un élément de β a un nom, μ_3. Le problème est de trouver un nom dont la valeur soit exactement celle de tous ces μ_3, soit l'ensemble des éléments des éléments de α.

On prendra donc toutes les paires $<\mu_3,\pi_3>$ telles que :

— il existe un μ_2 et un π_2 avec $<\mu_3,\pi_2> \in \mu_2$, lui-même tel que

— il existe une condition π_1 avec $<\mu_2,\pi_1> \in \mu_1$.

Pour que $<\mu_3,\pi_3>$ ait bien une valeur, il faut que $\pi_3 \in \varphi$. Pour que cette valeur soit une des valeurs qui composent les valeurs de μ_2, puisque $<\mu_3,\pi_2> \in \mu_2$, il faut que $\pi_2 \in \varphi$. Et enfin, pour que μ_2 soit bien une des valeurs qui composent la valeur de μ_1, puisque $<\mu_2,\pi_1> \in \mu_2$, il faut que $\pi_1 \in \varphi$. Autrement dit, μ_3 aura pour valeur un élément de l'union de α — dont le nom est μ_1 — si, dès que $\pi_3 \in \varphi$, alors π_2 et π_1 lui appartiennent aussi. Cette situation est assurée (règle Rd_1 des parties correctes) si π_3 domine et π_2, et π_1, donc si l'on a $\pi_2 \subset \pi_3$ et $\pi_1 \subset \pi_3$. L'union de α est ainsi nommée par le nom qui se compose de toutes les paires $<\mu_3,\pi_3>$ telles qu'il existe au moins une paire $<\mu_2,\pi_1>$ appartenant à μ_1, telle qu'il existe une condition π_2 avec $<\mu_3,\pi_2> \in \mu_2$, où l'on a en outre $\pi_2 \subset \pi_3$ et $\pi_1 \subset \pi_3$. On posera :

$$\mu_4 = \{<\mu_3,\pi_3> / \exists <\mu_2,\pi_1> \in \mu_1\ [(\exists \pi_2)<\mu_3,\pi_2> \in \mu_2 \,\&\, \pi_2 \subset \pi_3 \,\&\, \pi_1 \subset \pi_3]\}$$

Les considérations ci-dessus montrent que si $R_\varphi(\mu_1) = \alpha$, alors

$R_\varphi(\mu_4) = \cup \alpha$. Étant le φ-référent du nom μ_4, $\cup \alpha$ appartient à l'extension générique.

On voit le plaisir des noms.

e. Si un axiome de séparation est véridique dans S, il l'est dans $S(\varphi)$.

Dans les démonstrations données ci-dessus (transitivité, union...), on remarque qu'il n'est fait aucun usage du forçage. Il n'en va pas de même pour ce qui suit. Le forçage est cette fois essentiel.

Soit une formule $\lambda(\alpha)$ et un ensemble fixe $R_\varphi(\mu_1)$ de $S(\varphi)$. Il s'agit de montrer que, dans $S(\varphi)$ le sous-ensemble de $R_\varphi(\mu_1)$ composé des éléments qui vérifient $\lambda(\alpha)$, est lui-même un ensemble de $S(\varphi)$.

Convenons de noter $Sno(\mu_1)$ l'ensemble des noms qui figurent dans la composition du nom μ_1.

Considérons le nom μ_2 ainsi défini :

$$\mu_2 = \{<\mu_3,\pi> / \mu_3 \in Sno(\mu_1) \,\&\, \pi \Vdash [(\mu_3 \in \mu_1) \,\&\, \lambda(\mu_3)]\}$$

C'est le nom composé de toutes les paires de noms μ_3 qui figurent dans μ_1, et des conditions qui forcent à la fois $\mu_3 \in \mu_1$ et $\lambda(\mu_3)$. Il est intelligible dans la situation fondamentale S, à raison de ce que, l'axiome de séparation pour λ y étant supposé véridique, la formule « $\mu_3 \in \mu_1 \,\&\, \lambda(\mu_3)$ » désigne sans ambiguïté un multiple de S, dès lors que μ_1 est un nom dans S.

Or, il est clair que $R_\varphi(\mu_2)$ est ce que la formule λ sépare dans $R_\varphi(\mu_1)$. En effet, un élément de $R_\varphi(\mu_2)$ est de la forme $R_\varphi(\mu_3)$, avec $<\mu_3,\pi> \in \mu_2$, $\pi \in \varphi$, et $\pi \Vdash [(\mu_3 \in \mu_1) \,\&\, \lambda(\mu_3)]$. Par les théorèmes du forçage, on a $R_\varphi(\mu_3) \in R_\varphi(\mu_1)$ et $\lambda(R_\varphi(\mu_3))$. Donc $R_\varphi(\mu_2)$ ne contient que des éléments de $R_\varphi(\mu_1)$ qui vérifient la formule λ.

Inversement, soit $R_\varphi(\mu_3)$ un élément de $R_\varphi(\mu_1)$ qui vérifie la formule λ. Puisque la formule $R_\varphi(\mu_3) \in R_\varphi(\mu_1) \,\&\, \lambda(R_\varphi(\mu_3))$ est véridique dans $S(\varphi)$, il existe, par les théorèmes du forçage, une condition $\pi \in \varphi$ qui force la formule $\mu_3 \in \mu_1 \,\&\, \lambda(\mu_3)$. Il s'ensuit que $<\mu_3,\pi> \in \mu_2$, car en outre de $R_\varphi(\mu_3) \in R_\varphi(\mu_1)$, on tire que $\mu_3 \in Sno(\mu_1)$. Et comme $\pi \in \varphi$, on a $R_\varphi(\mu_3) \in R_\varphi(\mu_2)$. Donc tout élément de $R_\varphi(\mu_1)$ qui vérifie λ est un élément de $R_\varphi(\mu_2)$.

f. L'axiome de l'ensemble des parties est véridique dans $S(\varphi)$.

Cet axiome, comme on peut s'y attendre, est beaucoup plus coriace, car il concerne une notion (« ensemble des parties ») qui n'est pas absolue. Le calcul est abstrus. Je ne donne que la stratégie.

Soit $R_\varphi(\mu_1)$ un élément d'une extension générique. Nous allons faire apparaître des parties *dans le nom* μ_1, et utiliser le forçage, pour obtenir un nom μ_4 tel que $R_\varphi(\mu_4)$ a pour *éléments*, entre autres, toutes les parties de $R_\varphi(\mu_1)$. Ainsi serons-nous assurés d'avoir, dans S, assez de noms pour garantir, dans

$S(♀)$, l'existence de toutes les parties de $R_♀(\mu_1)$ (« parties » voulant dire : parties dans la situation $S(♀)$).

Le ressort principal de ce genre de calcul est de fabriquer des noms en combinant des parties du nom μ_1 et des conditions qui forcent l'appartenance de ces parties au nom d'une partie de $R_♀(\mu_1)$. Le détail révèle comment la maîtrise des énoncés dans $S(♀)$ passe par des intrications calculatrices entre la considération de l'être des noms, la valeur référentielle, et des conditions forçantes. C'est tout l'art pratique d'un Sujet que de se mouvoir selon le triangle du signifiant, du référent, et du forçage. Et ce triangle à son tour n'a sens que de la supplémentation procédurière de la situation par une partie indiscernable. Cet art permet finalement d'établir que tous les axiomes de l'ontologie exprimables par une formule unique sont véridiques dans $S(♀)$.

Pour achever ce parcours, il ne reste qu'à s'attaquer aux axiomes de remplacement véridiques dans S. Pour établir qu'ils sont véridiques dans $S(♀)$, il faut combiner la technique du forçage avec des théorèmes de réflexion. Laissons cela de côté.

Appendice 9 (méditation 36)

Achèvement de la démonstration de $|p(\omega_0)| \geq \partial$ dans une extension générique

Nous avons défini des ensembles de nombres entiers (des parties de ω_0), notées $\gamma(n)$, où $[n \in \gamma(n)] \leftrightarrow \{<\gamma,n,1>\} \in ♀$.

1. AUCUN DES ENSEMBLES $\gamma(n)$ N'EST VIDE

En effet, pour un $\gamma \in \partial$ fixé, considérons dans S l'ensemble D_γ de conditions ainsi défini :

$D_\gamma = \{\pi \,/\, (\exists n)[<\gamma,n,1> \in \pi]\}$, soit l'ensemble des conditions telles qu'il existe au moins un entier n avec $<\gamma,n,1>$ élément de la condition. Une telle condition $\pi \in D_\gamma$, si elle appartient à ♀, entraîne que $n \in \gamma(n)$, puisque alors $\{<\gamma,n,1>\} \in ♀$. Or il se trouve que D_γ est une domination. Si une condition π_1 ne contient aucun triplet du type $<\gamma,n,1>$, on lui en rajoute un, ce qui est toujours possible sans contradiction (il suffit par exemple de prendre un n qui ne figure dans aucun des triplets dont se compose π_1). Donc, π_1 est dominé par au moins une condition de D_γ.

Par ailleurs, $D_\gamma \in S$, puisque S est quasi complète, et que D_γ est obtenu par séparation dans l'ensemble des conditions, et par des opérations absolues (en particulier la quantification $(\exists n)$ qui est restreinte à ω_0, élément absolu de S). La généricité de ♀ impose : $♀ \cap D_\gamma \neq \phi$, et par suite ♀ contient au moins une condition qui contient un triplet $<\gamma,n,1>$. L'entier n qui figure dans ce triplet est tel que $n \in \gamma(n)$, et donc $\gamma(n) \neq \phi$.

2. IL Y A AU MOINS ∂ ENSEMBLES DE TYPE $\gamma(n)$

Cela résulte de ce que, si $\gamma_1 \neq \gamma_2$, alors $\gamma_1(n) \neq \gamma_2(n)$. En effet, considérons l'ensemble de conditions ainsi défini :

$$D_{\gamma_1\gamma_2} = \{\{\pi \,/\, (\exists n)\,\{<\gamma_1,n,1> \in \pi \;\&\; <\gamma_2,n,0> \in \pi\} \text{ ou } \{<\gamma_2,n,1> \in \pi \;\&\; <\gamma_1,n,0> \in \pi\}\}$$

Ce $D_{\gamma_1\gamma_2}$ rassemble toutes les conditions telles qu'il y a au moins un entier n qui figure dans des triplets $<\gamma_1,n,x>$ et $<\gamma_2,n,x>$ qui sont éléments de ces conditions, mais avec le réquisit que si $x = 1$ dans le triplet où il y a γ_1, alors $x = 0$ dans celui où il y a γ_2, et inversement. Le renseignement sous-jacent véhiculé par ces conditions est qu'il existe un n tel que s'il est « apparié » à γ_1, il ne peut pas l'être à γ_2, et inversement. Si une telle condition appartient à ♀, elle impose, pour au moins un entier n_1 :

— soit $\{<\gamma_1,n_1,1>\} \in$ ♀, mais alors $\sim [\{<\gamma_2,n_1,1>\} \in$ ♀] (puisque $<\gamma_2,n_1,0>$ lui appartient, et que $<\gamma_2,n_1,1>$ et $<\gamma_2,n_1,0>$ sont incompatibles) ;

— soit $\{<\gamma_2,n_1,1>\} \in$ ♀, mais alors $\sim [\{<\gamma_1,n_1,1>\} \in$ ♀] (mêmes raisons).

On peut donc dire dans ce cas que l'entier n_1 sépare γ_1 et γ_2 au regard de ♀, puisque le triplet terminé par 1 qu'il forme avec l'un des deux figure obligatoirement dans ♀, et que dès lors le triplet terminé par 1 qu'il forme avec l'autre en est obligatoirement absent.

Il en résulte aussi que $\gamma_1(n) \neq \gamma_2(n)$, car l'entier n_1 ne peut être simultanément élément de ces deux ensembles. Rappelons en effet que $\gamma(n)$ est justement composé de tous les n tels que $\{<\gamma,n,1>\} \in$ ♀. Or,
$\{<\gamma_1,n_1,1>\} \in$ ♀ $\rightarrow \sim [\{<\gamma_2,n_1,1>\} \in$ ♀], et inversement.

Mais l'ensemble de conditions $D_{\gamma_1\gamma_2}$ est une domination (on ajoute les $<\gamma_1,n_1,1>$ et $<\gamma_2,n_1,0>$, ou l'inverse, qu'il faut, en respectant la cohérence) et appartient à S (par les axiomes de la théorie des ensembles véridiques dans S, situation quasi complète, combinés à des arguments très simples d'absoluité). La généricité de ♀ impose donc ♀ $\cap D_{\gamma_1\gamma_2} \neq \phi$. Et par conséquent, dans $S($♀$)$, on a $\gamma_1(n) \neq \gamma_2(n)$, puisqu'il y a au moins un n_1 qui les sépare.

Comme il y a ∂ éléments γ, puisque $\gamma \in \partial$, il y a au moins ∂ ensembles de type $\gamma(n)$. On vient de voir qu'ils sont tous différents. Or, ce sont des parties de ω_0. Donc, dans $S($♀$)$, il y a au moins ∂ parties de ω_0 : $|\,p(\omega_0)\,| \geq \partial$.

Appendice 10 (méditation 36)

Absentement d'un cardinal ∂ de S dans une extension générique

On prend comme ensemble de conditions les suites finies de triplets de type $<n,\alpha,1>$ ou $<n,\alpha,0>$, avec $n \in \omega_0$ et $\alpha \in \partial$. Voir les règles concernant les triplets compatibles dans la section 5.

Soit ♀ un ensemble générique de conditions de cette espèce. Il intersecte toute domination. Or :

— La famille des conditions qui contiennent au moins un triplet du type $<n_1,\alpha,1>$, pour n_1 fixé, est une domination (ensemble des conditions π vérifiant la propriété $(\exists\,\alpha)[<n_1,\alpha,1> \in \pi]$). Exercice simple. Donc, pour tout entier $n_1 \in \omega_0$, il existe au moins un $\alpha \in \partial$ tel que $\{<n_1,\alpha,1>\} \in$ ♀.

— La famille des conditions qui contiennent au moins un triplet du type $<n,\alpha_1,1>$, pour α_1 fixé, est une domination (ensemble des conditions π vérifiant la propriété $(\exists n)[<n,\alpha_1,1> \in \pi]$. Exercice simple. Donc, pour tout ordinal $\alpha_1 \in \partial$, il existe au moins un $n \in \omega_0$ tel que $\{<n,\alpha_1,1>\} \in$ ♀.

On voit se dessiner une correspondance bi-univoque entre ω_0 et ∂, lequel va être absenté dans $S($♀$)$.

Précisément, soit f la fonction de ω_0 vers ∂ ainsi définie dans $S($♀$)$:
$[f(n) = \alpha] \leftrightarrow \{<n,\alpha,1>\} \in$ ♀.

A l'entier n, nous faisons correspondre un α tel que la condition $\{<n,\alpha,1>\}$ est élément de la partie générique ♀. Cette fonction est définie pour tout n, car nous avons vu ci-dessus que, dans ♀, pour n fixé, existe *toujours* une condition de type $\{<n,\alpha,1>\}$. Et elle « couvre » tout ∂, car pour un $\alpha \in \partial$ fixé, il existe toujours un entier n tel que la condition $\{<n,\alpha,1>\}$ est dans ♀. Il s'agit en outre bien d'une fonction, car à *un* entier ne peut correspondre qu'*un seul* élément α. En effet, les conditions $\{<n,\alpha,1>\}$ et $\{<n,\beta,1>\}$ sont incompatibles si $\alpha \neq \beta$. Et il ne peut y avoir, dans ♀, deux conditions incompatibles. Enfin, la fonction f est bien définie comme un multiple de $S($♀$)$ — connu par un habitant de $S($♀$)$ — pour la raison qu'elle est obtenue par séparation dans ♀ (« toutes les conditions de type $\{<n,\alpha,1>\}$ »), que ♀ est élément de $S($♀$)$, et que, $S($♀$)$ étant quasi complète, cet axiome de séparation y est véridique.

Finalement f est, dans $S(♀)$, une fonction de ω_0 *sur* ∂, au sens où elle fait correspondre à tout entier n un élément de ∂, et que tout élément de ∂ est atteint. Il est donc exclu que ∂ ait, dans $S(♀)$ où cette fonction existe, plus d'éléments que ω_0.

Dans $S(♀)$ par conséquent, ∂ n'est nullement un cardinal : c'est un simple ordinal dénombrable. Le cardinal ∂ de S a été *absenté* dans l'extension $S(♀)$.

Appendice 11 (méditation 36)

Condition nécessaire pour qu'un cardinal soit absenté dans une extension générique : il existe une antichaîne de conditions non dénombrable dans S (dont la cardinalité dans S est supérieure à ω_0)

Soit un multiple ∂ qui est un cardinal supérieur à ω_0 dans la situation quasi complète S. Supposons qu'il soit absenté dans une extension générique $S(♀)$. Cela veut dire qu'il existe dans $S(♀)$ une fonction d'un ordinal α plus petit que ∂ sur ∂ tout entier. Cela exclut que ∂ ait plus d'éléments que α — pour un habitant de $S(♀)$ —, et par conséquent ∂ n'est plus un cardinal.

Cette fonction f étant un élément de l'extension générique a un nom μ_1, dont elle est la valeur référentielle : $f = R_♀(\mu_1)$. Par ailleurs, nous savons que les ordinaux de $S(♀)$ sont les mêmes que ceux de S (méditation 34, partie 6). Donc l'ordinal α est un ordinal dans S. De même, le cardinal ∂ de S, s'il est absenté comme cardinal, reste un ordinal dans $S(♀)$.

Puisque l'énoncé « f est une fonction de α sur ∂ » est véridique dans $S(♀)$, son application aux noms est forcée par une condition $\pi_1 \in ♀$, d'après les théorèmes fondamentaux du forçage. On a quelque chose comme :
$\pi_1 \Vdash [\mu_1$ est une fonction de $\mu(\alpha)$ sur $\mu(\partial)]$, où $\mu(\alpha)$ et $\mu(\partial)$ sont les noms canoniques de α et de ∂ (sur les noms canoniques, voir méditation 34, partie 5).

Pour un élément γ du cardinal de S qu'est ∂, et un élément β de l'ordinal α considérons l'ensemble de conditions noté ® $(\beta\gamma)$ et ainsi défini :

$$® (\beta\gamma) = \{\pi \,/\, \pi_1 \subset \pi \;\&\; \pi \Vdash [\mu_1(\mu(\beta)) = \mu(\gamma)]\}$$

Il s'agit des conditions qui dominent π_1, et qui forcent la véridicité dans $S(♀)$ de $f(\beta) = \gamma$. Si une telle condition appartient à ♀, d'une part $\pi_1 \in ♀$, donc $R_♀(\mu_1)$ est bien une fonction de α sur ∂, d'autre part $f(\beta) = \gamma$.

Notons que pour un élément $\gamma \in \partial$ déterminé, il existe $\beta \in \alpha$ tel que ® $(\beta\gamma)$ soit non vide. En effet, par la fonction f, tout élément γ de ∂ est la valeur d'un élément de α. Il existe toujours au moins un $\beta \in \alpha$ tel que $f(\beta) = \gamma$ soit véridique dans $S(♀)$. Et il existe dans une condition π qui force $\mu_1(\mu(\beta)) = \mu(\gamma)$. Il existe alors (règle Rd_2) une condition de ♀ qui domine et π et π_1.

Cette condition appartient à ® $(\beta\gamma)$.

Par ailleurs, si $\gamma_1 \neq \gamma_2$, et que $\pi_2 \in$ ® $(\beta\gamma_1)$ et $\pi_3 \in$ ® $(\beta\gamma_2)$, π_2 et π_3 sont des conditions incompatibles.

Supposons en effet que π_2 et π_3 ne soient pas incompatibles. Alors, il existe une condition π_4 qui domine les deux. Il existe nécessairement une extension générique $S'(♀)$ telle que $\pi_4 \in ♀$, car nous avons vu (méditation 34, partie 2) que, étant donné un ensemble de conditions dans une situation dénombrable *pour l'ontologue* (donc, du dehors), on peut construire une partie générique qui contient une condition quelconque. Mais comme π_2 et π_3 dominent π_1, dans $S'(♀)$, $R_♀(\mu_1)$, c'est-à-dire f, reste une fonction de α sur ∂, cette qualité étant forcée par π_1. Finalement, la condition π_4

— force que μ_1 soit une fonction de β sur ∂

— force $\mu_1(\mu(\beta)) = \mu(\gamma_1)$, donc prescrit que $f(\beta) = \gamma_1$

— force $\mu_1(\mu(\beta)) = \mu(\gamma_2)$, donc prescrit que $f(\beta) = \gamma_2$

Mais ceci est impossible quand $\gamma_1 \neq \gamma_2$, car une fonction f n'a qu'une seule valeur pour un élément déterminé β.

Il s'ensuit donc bien que si $\pi_2 \in$ ® $(\beta\gamma_1)$ et $\pi_3 \in$ ® $(\beta\gamma_2)$, il n'existe pas de condition π_4 qui les domine toutes les deux, ce qui veut dire que π_2 et π_3 sont incompatibles.

Finalement, nous avons construit *dans S* (comme on le vérifierait par l'absoluité des opérations mises en jeu) des ensembles de conditions ® $(\beta\gamma)$ tels qu'aucun n'est vide, et que chacun ne contient que des conditions incompatibles avec les conditions que contiennent chacun des autres. Comme ces ® (β,γ) sont indexés sur $\gamma \in \partial$, cela veut dire qu'*il existe au moins ∂ conditions deux à deux incompatibles*. Mais, dans S, ∂ est un cardinal supérieur à ω_0. Il existe donc un ensemble de conditions mutuellement incompatibles qui, pour un habitant de S, n'est pas dénombrable.

Si on appelle « antichaîne » tout ensemble de conditions deux à deux incompatibles, on a donc bien ceci : une condition nécessaire pour qu'un cardinal ∂ de S soit absenté dans une extension $S(♀)$ est qu'il existe dans © une antichaîne de cardinalité supérieure à ω_0 (pour un habitant de S).

Appendice 12 (méditation 36)

Cardinalité des antichaînes de conditions

Nous prenons comme ensemble © de conditions les ensembles finis de triplets de type $<\alpha,n,0>$ ou $<\alpha,n,1>$ avec $\alpha \in \partial$ et $n \in \omega_0$, ∂ étant un cardinal dans S, avec cette restriction que, dans la même condition π, α et n étant fixés, on ne peut avoir simultanément le triplet $<\alpha,n,0>$ et le triplet $<\alpha,n,1>$. Une antichaîne de conditions est un ensemble A de conditions deux à deux incompatibles (deux conditions sont incompatibles si l'une contient un triplet $<\alpha,n,0>$ et l'autre un triplet $<\alpha,n,1>$, pour les mêmes α et n).

Supposons qu'il existe une antichaîne de cardinalité supérieure à ω_0. Alors, il en existe une de cardinalité ω_1 (car, avec l'axiome de choix, l'antichaîne contient des sous-ensembles de toutes les cardinalités inférieures ou égales à la sienne). Soit donc une antichaîne $A \in ©$, avec $|A| = \omega_1$.

On peut séparer A en morceaux disjoints de la façon suivante :

— $A_0 = \phi$

— $A_n =$ toutes les conditions de A qui ont la « longueur » n, c'est-à-dire qui ont pour éléments exactement n triplets (puisque toutes les conditions sont des ensembles *finis* de triplets).

On obtient ainsi au plus ω_0 morceaux, ou une *partition* de A en ω_0 parties disjointes : une partie correspond en effet à un nombre entier n.

Comme ω_1 est un cardinal successeur, il est régulier (*cf.* appendice 3). Il en résulte que l'une au moins de ces parties a la cardinalité ω_1, car ω_1 ne peut être obtenu avec ω_0 morceaux de cardinalité ω_0.

Nous avons donc une antichaîne dont toutes les conditions ont la même longueur. Supposons que cette longueur soit $n = p + 1$, et soit A_{p+1} cette antichaîne. On va montrer qu'alors il existe une antichaîne B de cardinalité ω_1 *dont les conditions ont la longueur p.*

Soit π une condition de A_{p+1}. Cette condition, qui a $p + 1$ éléments, a la forme :

$$\pi = \{<\alpha_1,n_1,x_1>,<\alpha_2,n_2,x_2>,\ldots\ <\alpha_{p+1},n_{p+1},x_{p+1}>\}$$

où les $x_1,\ldots\ x_{p+1}$ sont ou des *1*, ou des *0*.

On va alors obtenir une partition de A_{p+1} en $p + 2$ morceaux de la façon suivante :

$A^0_{p+1} = \{\pi\}$

A^1_{p+1} = ensemble des conditions de A_{p+1} qui contiennent un triplet de type $<\alpha_1,n_1,x_1'>$, avec $x_1' \neq x_1$ (l'un est *1* si l'autre est *0*, ou inversement), et sont de ce fait incompatibles avec π.

⋮

A^q_{p+1} = ensemble des conditions de A_{p+1} qui ne contiennent pas de triplets incompatibles avec π de type $<\alpha_1,n_1,x_1'>,\ldots <\alpha_{q-1},n_{q-1},x_{q-1}'>$, mais qui contiennent un triplet incompatible $<\alpha_q,n_q,x_q'>$.

⋮

A^{p+1}_{p+1} = ensemble des conditions de A_{p+1} qui ne contiennent aucun triplet incompatible de type $<\alpha_1,n_1,x_1'>,\ldots <\alpha_p,n_p,x_p'>$, mais en contiennent un de type $<\alpha_{p+1},n_{p+1},x_{p+1}'>$.

On obtient bien ainsi une partition de A_{p+1}, puisque *toute* condition de A_{p+1} doit être incompatible avec π — A_{p+1} étant une antichaîne — et doit donc avoir pour élément au moins un triplet $<\alpha,n,x'>$ tel qu'il existe dans π un triplet $<\alpha,n,x>$ avec $x \neq x'$.

Comme il y a $p + 2$ morceaux, l'un au moins a la cardinalité ω_1, car $|A_{p+1}| = \omega_1$, et qu'un nombre fini $(p + 2)$ de morceaux de cardinalité ω_0 donnerait un total de cardinalité ω_0 (régularité de ω_1).

Posons que A^q_{p+1} est de cardinalité ω_1. Toutes les conditions de A^q_{p+1} contiennent le triplet $<\alpha_q,n_q,x_q'>$, avec $x_q' \neq x_q$. Mais $x_q' \neq x_q$ détermine complètement x_q' (c'est *1* si $x_q = 0$, et c'est *0* si $x_q = 1$). Toutes les conditions de A^q_{p+1} contiennent donc *le même* triplet $<\alpha_q,n_q,x_q'>$. Or, elles sont incompatibles deux à deux. Elles ne peuvent l'être à cause de leur élément commun. Si on enlève à toutes cet élément, on obtient des conditions deux à deux incompatibles *de longueur p* (puisque toutes les conditions de A^q_{p+1} ont la longueur $p + 1$). Il existe ainsi un ensemble B de conditions deux à deux incompatibles, toutes de longueur p, et cet ensemble a toujours la cardinalité ω_1.

Nous avons montré ceci : s'il existe une antichaîne de cardinalité ω_1, il en existe une de cardinalité ω_1 dont toutes les conditions sont de même longueur. Et si cette longueur est $p + 1$, donc supérieure à *1*, il existe aussi une antichaîne de cardinalité ω_1 dont toutes les conditions ont la longueur p. Par le même raisonnement, si $p \neq 1$, existe alors une antichaîne de cardinalité ω_1 dont toutes les conditions sont de longueur $p - 1$, etc. Finalement, il doit exister une antichaîne de cardinalité ω_1 dont toutes les conditions sont de longueur *1*, donc identiques à des singletons de type $\{<\alpha,n,x>\}$. Mais c'est impossible. Car une condition de ce type, mettons $\{<\alpha,n,1>\}$, n'admet qu'*une seule* condition de même longueur incompatible avec elle, qui est la condition $\{<\alpha,n,0>\}$.

Il faut rejeter l'hypothèse initiale : il n'y a pas d'antichaîne de cardinalité ω_1.

On demandera : existe-t-il seulement une antichaîne de cardinalité ω_0 ? La réponse est positive. On la construira par exemple de la façon suivante :

Notons pour simplifier γ_1, γ_2, ... γ_n les triplets dont se compose une condition π : on a $\pi = \{\gamma_1, \gamma_2, \ldots \gamma_n\}$. Notons $\bar{\gamma}$ le triplet incompatible avec γ. On posera :

$\pi_0 = \{\gamma_0\}$, où γ_0 est un triplet quelconque.

$\pi_1 = \{\bar{\gamma}_0,\gamma_1\}$, où γ_1 est un triplet quelconque compatible avec $\bar{\gamma}_0$.

⋮

$\pi_n = \{\bar{\gamma}_0,\bar{\gamma}_1,\ldots \bar{\gamma}_{n-1},\gamma_n\}$, où γ_n est un triplet quelconque compatible avec les $\bar{\gamma}_0,\bar{\gamma}_1,\ldots \bar{\gamma}_{n-1}$.

⋮

$\pi_{n+1} = \{\bar{\gamma}_0,\bar{\gamma}_1,\ldots \bar{\gamma}_n,\gamma_{n+1}\}$.

Chaque condition π_n est incompatible avec toutes les autres, car pour π_q donné ou bien $q < n$, et alors π_n contient $\bar{\gamma}_q$ alors que π_q contient γ_q, ou bien $n < q$, et alors π_q contient $\bar{\gamma}_n$ alors que π_n contient γ_n.

L'ensemble constitue bien une antichaîne de cardinalité ω_0. Ce qui bloque le raisonnement qui interdisait les antichaînes de cardinalité ω_1 est le point suivant : l'antichaîne ci-dessus ne comporte qu'*une* condition de longueur n donnée, qui est π_{n-1}. On ne peut donc « descendre » selon la longueur des conditions en conservant la cardinalité ω_0, comme on le faisait pour ω_1.

Finalement, toute antichaîne de © est de cardinalité au plus égale à ω_0. Il en résulte que dans une extension générique $S(♀)$ obtenue avec cet ensemble de conditions, les cardinaux sont tous maintenus : ce sont les mêmes que ceux de S.

Notes

J'ai dit dans l'introduction que je ne faisais pas d'appel de notes. Elles sont ici indiquées à partir de la page qu'elles concernent, de sorte que si le lecteur estime qu'un renseignement lui fait défaut, il peut chercher si je le lui fournis ou non.

Les notes valent aussi bibliographie. Je l'ai sévèrement restreinte aux livres effectivement utilisés, ou dont l'usage me paraît pouvoir soutenir efficacement la compréhension de mon texte. Conformément à une règle que je dois à M.I. Finley, qui n'hésitait pas à indiquer que tel livre récent rendait inutiles ceux qui, sur tel point, l'avaient précédé, j'ai en général renvoyé, sauf naturellement pour les « classiques », aux livres disponibles les plus récents, lesquels, surtout dans l'ordre scientifique, « relèvent » (au sens hégélien) leurs prédécesseurs. De là que la majorité des références concernent des publications postérieures à 1960, voire, le plus souvent, à 1970.

La note de la page 22 cherche à me situer dans la philosophie française contemporaine.

Page 7

L'énoncé « Heidegger est le dernier philosophe universellement reconnaissable » se lit sans oblitérer les faits : l'engagement nazi de Heidegger de 33 à 45, et plus encore son silence obstiné, donc concerté, sur l'extermination des juifs d'Europe. De ce seul point s'infère que même si l'on admet que Heidegger fut le penseur de son temps, il importe au plus haut point de sortir, dans l'éclaircissement de ce qu'ils furent, et de ce temps, et de cette pensée.

Page 11

Sur la question de l'ontologie de Lacan, *cf.* ma *Théorie du sujet*, Éd. du Seuil, 1982, p. 150-157.

Page 14

Ce fut sans doute une tragédie, pour l'intellectualité philosophique française, que la disparition prématurée des trois hommes qui, entre les deux guer-

res, incarnaient la connexion entre cette intellectualité et les mathématiques postcantoriennes : Herbrand, considéré par tous comme un véritable génie en logique pure, s'est tué en montagne. Cavaillès et Lautman, résistants, ont été tués par les nazis. On peut imaginer que, eux vivants, leur œuvre se poursuivant, le paysage philosophique après la guerre aurait été fort différent.

Pages 18 et 19

Pour les positions de J. Dieudonné sur A. Lautman et sur les conditions de la philosophie des mathématiques, on se reportera à l'avant-propos de A. Lautman, *Essai sur l'unité des mathématiques*, Paris, UGE (collection 10/18), 1977. Je dois ici déclarer que les écrits de Lautman sont proprement admirables, et que ce que je leur dois, jusque dans les intuitions fondatrices de ce livre, ne se laisse pas mesurer.

Page 22

Puisque la méthode d'exposition que j'adopte ne passe pas par la discussion des thèses de mes contemporains, on pourra sans aucun doute relever, car nul n'est solitaire, ou en exception radicale à son temps, de nombreux voisinages entre ce que je déclare et ce qu'ils ont écrit. Je voudrais donner ici, d'un seul coup, la conscience sans doute partielle que j'ai de ces voisinages, m'en tenant aux auteurs français et vivants. Il ne s'agit pas des seules proximités ou filiations. Il peut s'agir au contraire du plus extrême éloignement, mais dans une dialectique qui soutient la pensée. Les auteurs ici mentionnés sont en tout cas ceux qui ont pour moi du *sens*.

— En ce qui concerne le réquisit ontologique et l'interprétation de Heidegger, il faut certainement nommer J. Derrida. Je me sens sans doute plus proche de ceux qui, après lui, ont entrepris de *délimiter* Heidegger en le questionnant aussi du point de son intolérable silence sur l'extermination nazie des juifs d'Europe, et qui cherchent au fond à lier le souci de la politique à l'ouverture de l'expérience poétique. Je nomme donc J.-L. Nancy, et P. Lacoue-Labarthe.

— En ce qui concerne la présentation comme pur multiple, c'est un thème majeur de l'époque, dont les principaux noms en France sont certainement G. Deleuze et J.-F. Lyotard. Il me semble que, pour penser nos différends, comme dirait Lyotard, il faut sans doute voir que le paradigme latent de Deleuze est « naturel » (fût-ce au sens de Spinoza), et celui de Lyotard juridique (au sens de la Critique). Le mien est mathématique.

— En ce qui concerne l'hégémonie anglo-saxonne sur les conséquences de la révolution que nomment Cantor et Frege, on sait que son héraut en France est J. Bouveresse, à lui seul constitué, dans le sarcasme conceptuel, en tribunal de la Raison. Une liaison d'un autre type, peut-être trop restrictive dans ses conclusions, est proposée, entre mathématiques et philosophie, par J.T.

Desanti. Et de la grande tradition bachelardienne survit heureusement mon maître G. Canguilhem.

— Pour tout ce qui gravite autour de la doctrine moderne du sujet, dans sa guise lacanienne, on doit évidemment désigner J.-A. Miller, qui maintient légitimement aussi sa connexion organisée avec la pratique clinique.

— J'aime, chez J. Rancière, la passion de l'égalité.

— Du repérage des procédures du sujet dans d'autres domaines, témoignent, chacun à la fois singulièrement et universellement, F. Regnault et J.-C. Milner. Le centre de gravité du premier est le théâtre, cet « art supérieur ». Le second, qui est aussi un savant, déplie les chicanes du savoir et de la lettre.

— C. Jambet et G. Lardreau tentent une rétroaction lacanienne vers ce qu'ils déchiffrent de fondateur dans le geste des grands monothéismes.

— Il faut nommer L. Althusser.

— Pour la procédure politique, cette fois selon une intimité d'idées et d'actions, je singulariserai Paul Sandevince, S. Lazarus, mon compagnon, dont l'entreprise est de formuler, à hauteur de ce que fut l'institution par Lénine de la politique moderne, les conditions d'un nouveau mode de la politique.

Page 31

Sur l'un chez Leibniz, et sa connexion au principe des indiscernables, donc à une orientation constructiviste de la pensée, se reporter à la méditation 30.

Page 32

— J'emprunte le mot « présentation », dans ce type de contexte, à J.-F. Lyotard.

— Le mot « situation » a pour nous une connotation sartrienne. Il faut ici le neutraliser. Une situation est, purement et simplement, un espace de présentation-multiple structurée.

Il est tout à fait remarquable que, récemment, l'école anglo-saxonne de logique ait utilisé le mot « situation » pour tenter d'appliquer au « monde concret » certains résultats jusqu'ici confinés dans les « sciences formelles ». La confrontation avec la théorie des ensembles s'est alors imposée. On trouvera une sorte de version positiviste de mon entreprise dans les travaux de J. Barwise et de J. Perry. Un bon résumé dans le texte : « Situations, Sets and the Axiom of Foundation », de J. Barwise, publié dans *Logic Colloquium' 84*, North-Holland, 1986. Citons la définition suivante : « Par situation, nous voulons dire une partie de la réalité qui peut être comprise comme un tout, qui interagit avec d'autres choses. »

Page 35

Je pense (ce serait l'enjeu d'une *disputatio*) que l'entreprise en cours de C. Jambet (*La Logique des Orientaux*, Éd. du Seuil, 1983), et plus nettement

encore celle de G. Lardreau (*Discours philosophique et Discours spirituel*, Éd. du Seuil, 1985) reviennent à suturer les deux voies sur la question de l'être : la soustractive, et la présentifiante. Ils croisent nécessairement les théologies négatives.

Page 41

En ce qui concerne la typologie des hypothèses du *Parménide*, on se reportera à l'article de F. Regnault, « Dialectique d'épistémologie », *in Cahiers pour l'analyse*, n° 9, été 1968.

Page 42

La traduction de référence pour le dialogue *Parménide* est celle de A. Diès, Les Belles Lettres, 1950. Je l'ai souvent modifiée, non pour la corriger, ce qui serait outrecuidant, mais pour en tendre, à ma façon, la réquisition conceptuelle.

Page 43

L'usage de autre et Autre vient, on le sait, de Lacan. Pour un emploi systématique, voir la méditation 13.

Page 49

Pour les citations de Cantor, on peut se reporter à la grande édition allemande : G. Cantor, *Gesammelte Abhandlungen mathematischen und philosophischen Inhalts*, Springer-Verlag, 1980. Il y a de nombreuses traductions anglaises de tel ou tel texte, y compris en édition courante. Je veux signaler la traduction en français, par J.-C. Milner, de très substantiels fragments des *Fondements d'une théorie générale des ensembles* (1883), *in Cahiers pour l'analyse*, n° 10, printemps 69. Cela dit, le texte français est ici de moi-même.

La sentence de Parménide est donnée dans la traduction de J. Beaufret, *Parménide, le poème*, PUF, 1955.

Page 54

Pour les textes de Zermelo, le mieux est sans doute de se reporter au livre de Gregory H. Moore, *Zermelo's Axiom of Choice*, Springer-Verlag, 1982.

La thèse selon laquelle l'axiome de Zermelo a pour essence de limiter la taille des ensembles est défendue et expliquée dans l'excellent livre de Michael Hallett, *Cantorian Set Theory and Limitation of Size*, Clarendon Press, Oxford, 1984. A cela près que je conteste cette thèse, je recommande ce livre, en tant qu'ouverture historique et conceptuelle à la théorie des ensembles.

Page 58

Sur « il y a », et « il y a du distinguable », se reporter au premier chapitre du livre de J.-C. Milner, *Les Noms indistincts*, Éd. du Seuil, 1983.

Page 73

Puisque ici commence véritablement l'examen de la théorie des ensembles, fixons quelques repères bibliographiques.

— En ce qui concerne la présentation axiomatique de la théorie, il y a deux petits livres vraiment recommandables. En français, et unique en son genre, celui de J.-L. Krivine, *Théorie axiomatique des ensembles*, PUF, 1969. En anglais, celui de K.J. Devlin, *Fundamentals of Contemporary Set Theory*, Springer-Verlag, 1979.

— Un très bon livre de difficulté intermédiaire est (en anglais) celui de Azriel Levy, *Basic Set Theory*, Springer-Verlag, 1979.

— Livres beaucoup plus complets, mais aussi plus techniques : K. Kunen, *Set Theory*, North-Holland Publishing Company, 1980. Et le monumental *Set Theory* de T. Jech, Academic Press, 1978.

Ces livres sont tous d'intention strictement mathématique. Un éclairage plus historique et conceptuel, mais de philosophie sous-jacente positiviste, est donné dans le classique *Foundations of Set Theory* de A.A. Fraenkel, Y. Bar-Hillel et A. Levy, North-Holland Publishing Company, 1973, 2e édition.

Page 75

Le caractère hypothétique, ou « constructif », des axiomes de la théorie, à l'exception de celui de l'ensemble vide, est bien développé dans le livre de J. Cavaillès, *Méthode axiomatique et Formalisme*, écrit en 1937, réédité par Hermann en 1981.

Page 85

Le texte d'Aristote utilisé est : *Physique*, texte établi et traduit par H. Carteron, Les Belles Lettres, 1952 (2e édition), deux volumes. J'ai entretenu, à propos de la traduction de certains passages, une correspondance avec J.-C. Milner, et ce qu'il m'a suggéré allait bien au-delà du simple conseil de l'helléniste exemplaire qu'il est par ailleurs. Mais les solutions adoptées sont les miennes, et je déclare J.-C. Milner innocent de tout ce qu'elles peuvent avoir d'excessif.

Page 121

L'exposé systématique le plus clair de la doctrine marxiste de L'État reste, encore aujourd'hui, *L'État et la Révolution* de Lénine. Il y a cependant des apports tout à fait nouveaux sur ce point (en particulier la prise en compte de la dimension subjective) dans l'œuvre non publiée de S. Lazarus.

Page 129

Le texte de Spinoza utilisé est, pour le latin, l'édition bilingue de C. Appuhn, *Ethique*, Garnier, 1953 (deux volumes), pour le français, la traduction de l'*Ethique* par R. Caillois, *in* Spinoza, *Œuvres complètes*, Gallimard, Bibliothèque de la Pléiade, 1954. J'ai retouché de-ci de-là cette traduction. Les références à la correspondance de Spinoza sont également tirées de l'édition de la Pléiade.

Page 141

Les énoncés de Heidegger sont tous tirés de *Introduction à la métaphysique*, traduction G. Kahn, PUF, 1958. Je ne me hasarde pas à entrer dans les labyrinthes de la traduction de Heidegger. Je prends donc le texte français comme il vient.

Page 142

Pour la pensée, par Heidegger, du « virage » platonicien, et de ce qui s'y lit d'agressivité spéculative, on se reportera par exemple à « La doctrine de Platon sur la vérité », in *Questions II*, Gallimard, 1983.

Page 152

La définition ici utilisée des ordinaux n'est pas la définition « classique ». Celle-ci est : « Un ordinal est un ensemble transitif qui est bien ordonné par la relation d'appartenance. » Son avantage, purement technique, est de ne pas utiliser l'axiome de fondation pour l'étude des principales propriétés des ordinaux. Son inconvénient conceptuel est d'introduire le bon ordre là où, à mon avis, il n'a d'abord rien à faire, et de masquer ainsi qu'un ordinal tire sa « stabilité » structurelle, ou naturelle, du seul concept de transitivité, donc d'un rapport spécifique entre appartenance et inclusion. Je tiens par ailleurs l'axiome de fondation pour une Idée ontologique cruciale, même si son usage strictement mathématicien est nul. Je suis de très près le développement de J.R. Shoenfield, *Mathematical Logic*, Addison-Wesley, 1967.

Page 176

L'axiome de l'infini est souvent présenté non sous la forme « il existe un ordinal limite », mais par une exhibition directe de la procédure du déjà, du encore et du deuxième sceau existentiel. Cela parce qu'on évite d'avoir à développer, avant l'énoncé de l'axiome, un morceau de la théorie des ordinaux. L'axiome pose, par exemple, qu'il existe (deuxième sceau existentiel) un ensemble tel que l'ensemble vide en est un élément (déjà) et tel que s'il contient un ensemble, il contient aussi l'union de cet ensemble et de son singleton (procédure du encore). J'ai préféré qu'on puisse penser le caractère naturel de cette Idée. On démontre du reste que les deux formulations sont équivalentes.

Page 181

La traduction de Hegel utilisée est celle de P.-J. Labarrière et G. Jarczyk, *Science de la logique*, trois volumes, Aubier (premier volume, celui qui est ici utilisé, 1972). Je n'ai pu toutefois me résoudre à traduire *aufheben* par « sursumer », comme ces traductions le proposent, car la substitution à un mot courant d'une langue d'un néologisme technique d'une autre, fût-ce aux fins d'éviter l'équivoque, me paraît un renoncement plutôt qu'une victoire. J'ai donc repris la suggestion de J. Derrida : « relever », « relève ».

Page 211

L'article de J. Barwise mentionné dans la note de la page 32 étudie précisément le rapport entre une version « ensembliste » des situations concrètes (au sens de l'empirisme anglo-saxon) et l'axiome de fondation. Il établit sur exemples qu'il y a des situations non fondées (pour moi, en fait, des situations neutres). Mais son cadre d'investigation n'est évidemment pas celui qui règle la différence ontico-ontologique.

Page 213

La meilleure édition de *Un coup de dés...* est celle de Mitsou Ronat, Change errant / d'atelier, 1980.

On ne saurait sous-estimer l'importance des travaux de Gardner-Davies spécialement de *Vers une explication rationnelle du coup de dés*, José Corti, 1953.

Page 219

La thèse de l'importance axiale du nombre douze, qui tourne l'analyse, *via* le thème de l'alexandrin, vers la doctrine des formes littéraires, soutient l'édition, et l'introduction, de Mitsou Ronat. Elle se heurte aux sept étoiles de la Grande Ourse. J.-C. Milner (*in Libertés, Lettre, Matière*, Conférences du Perroquet, n° 3, 1985) interprète le sept comme le total invariable des chiffres qui, sur un dé, occupent deux faces opposées. C'est négliger, peut-être, que le sept est obtenu comme total de *deux* dés. Ma thèse est que le sept fait symbole d'un chiffre sans motif, absolument hasardeux. Mais on peut toujours trouver, au moins jusqu'à douze, des significations ésotériques aux nombres. L'histoire humaine les en a saturés : chandelier à sept branches...

Page 223

J'ai proposé une première approximation de la théorie de l'événement et de l'intervention dans *Peut-on penser la politique ?*, Éd. du Seuil, 1985. La limite de ce premier exposé — du reste ordonné tout spécialement à la procédure politique — est qu'il est séparé de ses conditions ontologiques. En par-

ticulier, la fonction du vide dans la nomination intervenante est laissée de côté. Mais la lecture de toute la deuxième partie de cet essai est un accompagnement utile — parfois plus concret — des méditations 16, 17 et 20.

Page 235

L'édition des *Pensées* de Pascal utilisée est celle de J. Chevalier, *in* Pascal, *Œuvres complètes*, Gallimard, Bibliothèque de la Pléiade, 1954. Ma conclusion suggère que l'ordre — pont-aux-ânes de l'édition pascalienne — devrait être encore une fois modifié et distinguer trois parties : le monde, les écritures, le pari.

Page 247

Sur l'axiome de choix, le livre indispensable est celui de G.H. Moore (*cf.* note de la page 54). Une sinueuse analyse de la genèse de l'axiome de choix se trouve dans J.T. Desanti, *Les Idéalités mathématiques*, Éd. du Seuil, 1968. L'usage, aujourd'hui un peu opaque, du lexique husserlien, ne doit pas dissimuler qu'il y a là le repérage du trajet historique et subjectif de ce que j'appelle une grande Idée du multiple.

Page 249

Pour Bettazzi, et les réactions de l'école italienne, *cf.* Moore, *op. cit.*

Page 250

Pour Fraenkel/Bar-Hillel/Levy, *cf.* note de la page 73.

Page 269

Pour le concept de déduction, et pour tout ce qui se rattache à la logique mathématique, la littérature — surtout en langue anglaise — est fort abondante. Je recommanderai :

— Pour une approche conceptuelle, l'introduction du livre de A. Church, *Introduction to Mathematical Logic*, Princeton, 1956.

— Pour les énoncés et démonstrations classiques :

— en français : J.F. Pabion, *Logique mathématique*, Hermann, 1976,

— en anglais : E. Mendelson, *Introduction to Mathematical Logic*, D. Van Nostrand, 1964.

Page 275

Il y a des raisonnements par l'absurde extrêmement longs, où l'errance déductive dans une théorie qui s'avère inconsistante enchaîne tactiquement d'innombrables énoncés avant de rencontrer, enfin, une contradiction explicite. Un bon exemple tiré de la théorie des ensembles — et qui n'est certes pas le plus long — est le « lemme de recouvrement », lié à la théorie des ensembles constructibles (*cf.* méditation 29). Son énoncé est fort simple : il dit que si un certain ensemble préalablement défini n'existe pas, alors tout ensemble infini non-dénombrable d'ordinaux se laisse recouvrir par un ensemble *constructible* d'ordinaux, de même cardinalité que l'ensemble initial. Il signifie, en gros, que dans ce cas (si l'ensemble en question n'existe pas), l'univers constructible est « très proche » de celui de l'ontologie générale, puisqu'on peut « couvrir » tout multiple du second par un multiple du premier qui n'est pas plus grand. Dans le livre canonique de K.J. Devlin, *Constructibility*, Springer-Verlag, 1984, la démonstration par l'absurde du lemme de recouvrement, dont beaucoup de détails sont laissés au lecteur, occupe vingt-trois pages, et suppose de nombreux et complexes résultats antérieurs.

Page 275

Sur l'intuitionnisme, le mieux est sans doute de lire le chapitre 4 du livre cité de Fraenkel/Bar-Hillel/Levy (*cf.* note de la page 73), excellent récapitulatif, quoique sa conclusion, dans l'esprit de notre temps, soit éclectique.

Page 278

Sur la fonction fondatrice, dans la connexion grecque entre mathématiques et philosophie, du raisonnement par l'absurde, et les conséquences à en tirer quant à la lecture de Parménide et des Eléates, je soutiens le livre de A. Szabó, *Les Débuts des mathématiques grecques*, traduction de M. Federspiel, J. Vrin, 1977.

Page 281

Hölderlin.

Page 283

L'édition française utilisée pour les textes de Hölderlin est : Hölderlin, *Œuvres*, Gallimard, Bibliothèque de la Pléiade, 1967. J'ai modifié souvent les traductions, ou plutôt j'ai suivi en la matière, cherchant à la fois l'exactitude et la densité, les conseils et suggestions d'Isabelle Vodoz.

Pour l'orientation qu'a fixée Heidegger en ce qui concerne l'interprétation de Hölderlin, on se reportera à *Approche de Hölderlin*, traduction de H. Corbin, M. Deguy, F. Fédier et J. Launay, Gallimard, 1973.

Page 285

Tout ce qui concerne le rapport de Hölderlin à la Grèce, et plus particulièrement sa doctrine du tragique, me paraît lumineusement *mis en jeu* dans plusieurs textes de P. Lacoue-Labarthe. On lira par exemple toute la partie sur Hölderlin dans *L'Imitation des modernes*, Galilée, 1986.

Page 293

Les références à Kant sont dans *Critique de la raison pure*, section concernant les axiomes de l'intuition. Traduction J.-L. Delamarre et F. Marty, Bibliothèque de la Pléiade, 1980.

Page 307

Pour une démonstration du théorème de Easton, il est sans doute opératoire :

— de poursuivre ce livre jusqu'aux méditations 33, 34 et 36,

— de compléter avec Kunen (*op. cit.*, *cf.* note de la page 73), « Easton forcing », p. 262 s., en revenant en arrière autant qu'il le faut (Kunen fait d'excellents renvois), et en dominant les petites différences techniques de présentation.

Page 311

Que le contenu spatial ne soit « nombrable » que par le cardinal $|p(\omega_0)|$ résulte de ce qu'un point d'une ligne droite, dès lors qu'on fixe une origine, est assimilable à un nombre réel. Or, un nombre réel est à son tour assimilable à une partie infinie de ω_0 — à un ensemble infini de nombres entiers —, comme le montre son inscription par un développement décimal illimité. Il y a finalement une correspondance bi-univoque entre les nombres réels et les parties de ω_0, donc entre le continu et l'ensemble des parties des nombres entiers. Le continu, quantitativement, est l'ensemble des parties du discret. Ou : le continu est l'état de cette situation qu'est le dénombrable.

Page 328

Pour un exposé clair et succinct de la théorie des ensembles constructibles, on peut se reporter au chapitre VIII du livre de J.-L. Krivine (*op. cit.*, note de la page 73). Le livre le plus complet à ma connaissance est celui de K.J. Devlin, mentionné dans la note de la page 73.

Page 338

Les « quelques précautions » qui manquent pour que cette démonstration de la véridicité de l'axiome de choix dans l'univers constructible soit concluante sont à vrai dire essentielles : il faut établir que le bon ordre ainsi exhibé existe bien *dans* l'univers constructible, autrement dit que toutes les opérations utilisées pour le mettre en évidence sont absolues pour cet univers.

Page 344

Sur les grands cardinaux, il existe un livre canonique : F.R. Drake, *Set Theory: An Introduction to Large Cardinals*, North-Holland Publishing Company, 1974. Le cas le plus simple, celui des cardinaux inaccessibles, est

traité dans le Krivine (*op. cit.*, *cf.* note de la page 73). Le livre de A. Levy (*cf. ibid.*), qui n'introduit pas le forçage, contient dans son chapitre 9 toutes sortes de considérations intéressantes sur les cardinaux inaccessibles, compacts, ineffables et mesurables.

Page 347

A. Levy, *op. cit.* dans la note de la page 73.

Page 349

Les textes de Leibniz utilisés se trouvent tous dans : Leibniz, *Œuvres*, édition de L. Prenant, Aubier, 1972. Il s'agit de textes postérieurs à 1690, et en particulier de : *Système nouveau de la nature* (1695) ; *De l'origine radicale des choses* (1697) ; *De la nature en elle-même* (1698) ; *Lettre à Varignon* (1707) ; *Principes de la nature et de la grâce* ; *Monadologie* ; *Correspondance avec Clarke* (1715-1716). J'ai respecté les traductions de cette édition.

Page 356

Pour les théories des ensembles avec atomes, ou « modèles de Fraenkel-Mostowski », on se reportera au chapitre VII du livre de J.-L. Krivine (*cf.* note de la page 73).

Page 361

J'ai proposé du générique et de la vérité une première conceptualisation sous le titre « Six propriétés de la vérité », *in Ornicar?*, nos 32 et 33, 1985. Cette version était à mi-chemin de l'exposé proprement ontologique (ici concentré dans les méditations 33, 34 et 36) et de sa précondition métaontologique (méditations 31 et 35). Elle prenait pour axiome acquis rien moins que la doctrine des situations et de l'événement. Mais on peut s'y reporter, car elle est sur certains points, notamment les exemples, parfois plus pédagogique.

Page 379

Tous les textes cités de Rousseau sont tirés de *Du contrat social, ou principes du droit politique*, dont les éditions fourmillent. J'ai utilisé celle des Classiques Garnier (1954).

Page 397

Le théorème de réflexion dit précisément ceci : étant donné une formule de la langue de la théorie des ensembles, et un ensemble E infini quelconque, il existe un ensemble R avec E inclus dans R et la cardinalité de R n'excédant pas celle de E, tel que cette formule, restreinte à R (interprétée dans R) y est véridique si et seulement si elle est véridique dans l'ontologie générale. Autrement dit, vous pouvez « plonger » un ensemble quelconque (ici E) dans un

autre (ici R) qui réfléchit la formule proposée. Cela établit naturellement que toute formule (donc aussi tout ensemble *fini* de formules, lesquelles en forment une seule si on les conjoint par le signe logique « & ») se laisse réfléchir dans un ensemble infini dénombrable. Notons que pour démontrer de façon générale le théorème de réflexion, il faut utiliser l'axiome de choix. Ce théorème est une version *interne à la théorie des ensembles* du fameux théorème de Löwenheim-Skolem : toute théorie dont le langage est dénombrable admet un modèle dénombrable.

Petite pause bibliographique.

— Sur le théorème de Löwenheim-Skolem, un exposé très clair se trouve dans J. Ladrière, « Le théorème de Löwenheim-Skolem », *in Cahiers pour l'Analyse*, n° 10, printemps 1969.

— Sur le théorème de réflexion : J.-L. Krivine (*op. cit.*, *cf.* note de la page 73). Un chapitre porte ce titre. Mais aussi, dans le livre où P.J. Cohen livre au « grand » public sa découverte majeure (généricité et forçage), soit *Set Theory and the Continuum Hypothesis*, W.A. Benjamin, 1966, le paragraphe 8 du chapitre 3, qui s'appelle « Löwenheim-Skolem theorem revisited ». Bien entendu, le théorème de réflexion se trouve dans tous les livres développés. Notons qu'il n'est publié qu'en 1961.

Reprenons : le fait d'obtenir un modèle dénombrable ne nous suffit pas pour la situation quasi complète. Encore faut-il que cet ensemble soit *transitif*. Il faut ici compléter l'argument du genre Löwenheim-Skolem par un autre, très différent, qui remonte à Mostowski (en 1949), et qui permet de prouver que tout ensemble extensionnel (donc, qui vérifie l'axiome d'extensionalité) est isomorphe à un ensemble transitif.

La mise en évidence et la démonstration la plus suggestive du théorème de Mostowski se trouvent à mon avis dans le livre de Yu.I. Manin, *A Course in Mathematical Logic*, traduit du russe en anglais par N. Koblitz, Springer-Verlag, 1977. Il faut lire le chapitre 7 de la 2e partie (« Countable models and Skolem's paradox »).

Avec le théorème de réflexion *et* le théorème de Mostowski, on obtient bien l'existence d'une situation quasi complète.

Page 398

Les petits livres de J.-L. Krivine et de K.J. Devlin (*cf.* note de la page 73) ne traitent pas du générique et du forçage (pour le premier), ou l'abordent très rapidement (pour le second), et en outre dans l'optique « réaliste », plutôt que conceptuelle, que représente à mon avis la version « booléenne » de la découverte de Cohen.

Ma référence principale, parfois suivie de très près (pour la part technique des choses) est le livre de Kunen (*op. cit.*, note de la page 73). Mais je crois qu'en ce qui concerne le sens de pensée du générique, tout le début du chapitre 4 du livre de P.J. Cohen (*op. cit.*, *cf.* note de la page 397), ainsi que sa conclusion restent d'un très grand intérêt.

Page 435

Sur une approche un peu différente du concept de confiance, *cf.* ma *Théorie du sujet*, *op. cit.*, p. 337-342.

Page 443

Sur l'usine comme lieu politique, *cf. Le Perroquet*, nos 56-57, nov.-déc. 1985, en particulier l'article de Paul Sandevince.

Page 449

Je propose « forçage » comme traduction de *forcing*, qui est le mot de Cohen, en général repris tel quel dans la (très rare) littérature française sur cette question.

Page 451

Je suis ici de très près Kunen (*op. cit.*, *cf.* note de la page 73). La différence d'écriture essentielle est que la domination d'une condition par une autre, que j'écris $\pi_1 \subset \pi_2$, serait notée par Kunen, selon un usage qui remonte à Cohen, $\pi_2 \leq \pi_1$, donc « à l'envers ». Il en résulte, par exemple, que ϕ est une condition maximale, et non minimale, etc.

Page 457

Par *TE*, il faut entendre le dispositif formel de la théorie des ensembles, tel que nous le développons depuis la méditation 3.

Page 471

Le texte de référence de Lacan est ici « La science et la vérité », *in Ecrits*, Éd. du Seuil, 1966.

Page 475

Mallarmé.

Page 485

Sur la démonstration que si $<\alpha,\beta> = <\gamma,\partial>$, alors $\alpha = \gamma$ et $\beta = \partial$, *cf.* par exemple le livre de A. Levy (note de la page 73), p. 24-25.

Page 488

Pour les développements complémentaires sur les cardinaux réguliers et singuliers, *cf.* le livre de A. Levy (note p. 73), chapitre IV, paragraphes 3 et 4.

Page 495

Sur l'absoluité, excellente présentation dans Kunen (*op. cit.*, note p. 73), p. 117-133.

Page 498

Sur la longueur des écritures et le raisonnement par récurrence, voir de très bons exercices dans le livre de J.F. Pabion (note p. 269), p. 17-23.

Page 501

On trouvera les définitions et démonstrations complètes sur le forçage dans Kunen, *op. cit.*, en particulier les pages 192-201. Kunen lui-même tient ces calculs pour de « *tedious details* ». Il s'agit, dit-il, de vérifier que la procédure « *really works* ».

Page 507

Sur la véridicité des axiomes de la théorie des ensembles dans une extension générique, *cf.* Kunen, p. 201-203. Mais il y a beaucoup de présupposés (en particulier les théorèmes de réflexion).

Page 511

Les appendices 9, 10 et 11 suivent de très près Kunen.

Dictionnaire

Je donne ici la définition de quelques concepts, ou le sens de quelques énoncés cruciaux, tant philosophiques qu'ontologiques, utilisés ou mentionnés dans le texte. C'est une sorte de parcours alphabétique rapide de la substance du livre. Dans chaque définition, j'indique par le signe (+) des mots présents dans ce dictionnaire, dont il me semble que la connaissance préalable est requise pour comprendre la définition. Le numéro entre parenthèses indique la méditation où se trouve, toujours beaucoup plus déployée, illustrée et articulée, la définition du concept concerné.

On remarquera que le dictionnaire commence par ABSOLU et finit par VIDE.

ABSOLU, ABSOLUITÉ (29, 33, appendice 5)

— Une formule (+) λ est absolue pour un ensemble α si la véridicité de cette formule restreinte (+) à α équivaut, pour des valeurs des paramètres (+) prises dans α, à sa véridicité dans la théorie des ensembles sans restriction. Soit si l'on peut démontrer : $(\lambda)^{\alpha} \leftrightarrow \lambda$, dès que λ est « testée » dans α.

— Exemple : « α est un ordinal inférieur à ω_0 » est une formule absolue pour le niveau $L_{S(\omega_0)}$ de la hiérarchie constructible (+).

— En général, les considérations quantitatives (cardinalité (+), etc.) ne sont pas absolues.

ALEPH (26)

— Un cardinal (+) infini (+) est appelé un aleph. On le note ω_α, l'ordinal qui l'indexe indiquant sa place dans la suite des cardinaux infinis (ω_α est le α-ième cardinal infini. Il est plus grand que tout ω_β tel que $\beta \in \alpha$.).

— L'infini dénombrable (+), ω_0, est le premier aleph. La suite se continue : $\omega_0, \omega_1, \omega_2, \ldots \omega_n, \omega_{n-1}\ldots, \omega_{\omega_0}, \omega_{S(\omega_0)}\ldots$

C'est la suite des alephs.

— Tout ensemble infini a pour cardinalité (+) un aleph.

APPARTENANCE (3)

— Unique signe fondamental de la théorie des ensembles. Indique qu'un multiple β entre dans la composition-multiple d'un multiple α. On écrit $\beta \in \alpha$, et on dit « β appartient à α », ou « β est élément de α ».

— On dira philosophiquement qu'un terme (un élément) appartient à une situation (+), s'il est présenté (+) et compté pour un (+) par cette situation. L'appartenance renvoie à la présentation, alors que l'inclusion (+) renvoie à la représentation.

AU BORD DU VIDE (16)

— Caractéristique de position d'un site événementiel (+) dans la situation. Comme aucun des éléments du site n'est présenté, « en dessous » du site il n'y a, dans la situation, que le vide. Ou encore : la dissémination d'un tel multiple n'est pas dans la situation, quoique le multiple y soit. C'est pourquoi l'un d'un tel multiple est, dans la situation, juste au bord du vide.

— Techniquement, si $\beta \in \alpha$, on dit que β est au bord du vide si pour tout $\gamma \in \beta$ (tout élément de β), on a : $\sim(\gamma \in \alpha)$, γ n'est, lui, pas élément de α. On dira aussi que β fonde α (voir axiome de fondation (+)).

AXIOMES DE LA THÉORIE DES ENSEMBLES (3 et 5)

— Explicitation postcantorienne des énoncés qui fondent l'ontologie (+), donc toutes les mathématiques, comme théorie du multiple pur.

— Dégagés entre 1880 et 1930, ces énoncés sont, dans la présentation la plus chargée de sens, au nombre de neuf : extensionalité (+), parties (+), union (+), séparation (+), remplacement (+), vide (+), fondation (+), infini (+), choix (+). Ils concentrent le plus grand effort de pensée jamais accompli à ce jour par l'humanité.

AXIOME DE CHOIX (22)

— Étant donné un ensemble, il existe un ensemble composé exactement d'un représentant de chacun des éléments (non vides) de l'ensemble initial.

Plus précisément : il existe une fonction (+) f, telle que, si α est l'ensemble donné, et si $\beta \in \alpha$, on a $f(\beta) \in \beta$.

— La fonction de choix existe, mais ne peut en général être montrée (ou construite). Le choix est donc illégal (pas de règle explicite de choix) et anonyme (pas de discernabilité de ce qui est choisi).

— Cet axiome est le schème ontologique de l'intervention (+), mais sans événement (+) : il s'agit de l'être de l'intervention, non de son acte.

— L'axiome de choix, par un renversement significatif de son illégalité, équivaut au principe d'ordre maximal : tout ensemble peut être bien ordonné.

AXIOME D'EXTENSIONALITE (5)

— Deux ensembles sont égaux s'ils ont les mêmes éléments.

— C'est le schème ontologique du même et de l'autre.

AXIOME DE FONDATION (18)

— Tout ensemble non vide possède au moins un élément dont l'intersection avec l'ensemble initial est vide (+). Donc un élément dont les éléments ne sont pas éléments de l'ensemble initial. On a $\beta \in \alpha$, mais $\beta \cap \alpha = \phi$. Donc, si $\gamma \in \beta$, on est sûr que $\sim(\gamma \in \alpha)$. On dira que β fonde α, ou est au bord du vide dans α.

— Cet axiome implique l'interdiction de l'auto-appartenance, et pose ainsi que de l'événement (+), l'ontologie (+) n'a pas à connaître.

AXIOME DE L'INFINI (14)

— Il existe un ordinal-limite (+).

— Cet axiome pose que l'être-naturel (+) admet l'infini (+). Il est post-galiléen.

AXIOME DE REMPLACEMENT (5)

— Si un ensemble α existe, existe aussi l'ensemble obtenu en remplaçant des éléments de α par d'autres multiples existants.

— Cet axiome pense l'être-multiple (la consistance) comme transcendant à la particularité des éléments. Ces éléments sont substituables, la forme-multiple gardant sa consistance après substitution.

AXIOME DE SEPARATION (3)

— Si α est donné, l'ensemble des éléments de α qui possèdent une propriété explicite (de type $\lambda(\beta)$) existe aussi. C'est une partie (+) de α, dont on dit qu'elle est séparée par la formule λ.

— Cet axiome indique que l'être est antérieur à la langue. On ne peut « séparer » un multiple par la langue que dans de l'être-multiple déjà donné.

AXIOME DES SOUS-ENSEMBLES OU DES PARTIES (5)

— Il existe un ensemble dont les éléments sont les sous-ensembles (+) ou parties (+) d'un ensemble donné. Cet ensemble, si α est donné, se note $p(\alpha)$. Ce qui appartient (+) à $p(\alpha)$ est inclus (+) dans α.

— L'ensemble des parties est le schème ontologique de l'état d'une situation (+).

AXIOME DE L'UNION (5)

— Il existe un ensemble dont les éléments sont les éléments des éléments d'un ensemble donné. Si α est donné, l'union de α se note $\cup\ \alpha$.

— C'est le schème ontologique de la dissémination.

AXIOME DU VIDE (5)

— Il existe un ensemble qui n'a aucun élément. Cet ensemble est unique, et il a pour nom propre la marque ϕ.

BI-UNIVOQUE (fonction, correspondance) (26)

— Une fonction (+) est bi-univoque si, à deux multiples différents, correspondent, par la fonction, deux multiples différents. Ce qui s'écrit :

$$\sim(\alpha = \beta) \rightarrow \sim [f(\alpha) = f(\beta)]$$

— Deux ensembles sont en correspondance bi-univoque s'il existe une fonction bi-univoque qui, à tout élément du premier ensemble fait correspondre un élément du second, et ceci sans reste (tous les éléments du second sont atteints).

— Le concept de correspondance bi-univoque fonde la doctrine ontologique de la quantité (+).

CARDINAL, CARDINALITE (26)

— Un cardinal est un ordinal (+) tel qu'il n'existe pas de correspondance bi-univoque (+) entre lui et un ordinal plus petit.

— La cardinalité d'un ensemble quelconque est le cardinal avec lequel cet ensemble est en correspondance bi-univoque. On note $|\alpha|$ la cardinalité de α. Se souvenir que $|\alpha|$ est un cardinal, même si α est un ensemble quelconque.

— La cardinalité d'un ensemble existe toujours, si l'on admet l'axiome de choix (+).

CARDINAL LIMITE (26)

— Un cardinal (+) qui n'est ni ϕ ni un cardinal successeur (+) est un cardinal limite. Il est l'union de l'infinité des cardinaux qui le précèdent.

— L'infini dénombrable (+), ω_0, est le premier cardinal limite. Le suivant est ω_{ω_0}, qui est limite du premier segment des alephs (+) : $\omega_0, \omega_1, \ldots \omega_n, \ldots$

CARDINAL SUCCESSEUR (26)

— Un cardinal est le successeur d'un cardinal donné α s'il est le plus petit cardinal qui est plus grand que α. On note α^+ le cardinal successeur de α.

— On ne confondra pas la succession cardinale, $\alpha \rightarrow \alpha^+$, et la succession ordinale (+), $\alpha \rightarrow S(\alpha)$. Entre α et α^+, il y a une masse d'ordinaux, qui ont la cardinalité (+) α.

— Les premiers alephs (+) successeurs sont ω_1, ω_2, etc.

COMPTE-POUR-UN (1)

— L'Un n'étant pas, tout effet-d'un est le résultat d'une opération, le compte-pour-un. Toute situation (+) est structurée par un tel compte.

CONDITIONS, ENSEMBLE © DES CONDITIONS (33)

— On se place dans une situation quasi complète (+). Un ensemble qui appartient à cette situation est un ensemble de conditions, noté ©, si :

a. ϕ appartient à ©, ou : le vide est une condition, la condition vide.

b. Il existe, sur ©, une relation, notée $\subset$. On lit $\pi_1 \subset \pi_2$: « π_2 domine π_1 ».

c. Cette relation est un ordre, en ceci que si π_3 domine π_2, et π_2 domine π_1, alors π_3 domine π_1.

d. Deux conditions sont dites compatibles si elles sont dominées par une même troisième. Si ce n'est pas le cas, elles sont incompatibles.

e. Toute condition est dominée par deux conditions incompatibles entre elles.

— En fait, les conditions sont à la fois le matériau pour un ensemble générique (+) et des renseignements sur cet ensemble. Ordre, compatibilité, etc., sont des structures de renseignement (plus précis, cohérents entre eux, etc.).

— Les conditions sont le schème ontologique des enquêtes (+).

CONNECTEURS LOGIQUES (note technique de 3 et appendice 6)

— Ce sont les signes qui permettent d'obtenir des formules (+) à partir d'autres formules données. Il y en a cinq : $\sim$ (négation), *ou* (disjonction), *&* (conjonction), $\rightarrow$ (implication), $\leftrightarrow$ (équivalence).

DÉDUCTION (24)

— Opérateur de connexion fidèle (+) des mathématiques (de l'ontologie). Elle consiste à vérifier si un énoncé est connexe au nom de ce qui a fait événement dans l'histoire récente des mathématiques. Elle tire les conséquences.

— Ses operateurs tactiques sont le *modus ponens* : de A et de $A \rightarrow B$, tirer B; et la généralisation : de $\lambda(\alpha)$, où α est une variable libre (+), tirer $(\forall\alpha)\,\lambda(\alpha)$.

— Ses stratégies courantes sont le raisonnement hypothétique et le raisonnement par l'absurde, ou apagogique. Ce dernier est particulièrement caractéristique, parce qu'il est étroitement lié à la vocation ontologique de la déduction.

DÉTERMINANT DE L'ENCYCLOPÉDIE (31)

— Un déterminant de l'encyclopédie (+) est une partie (+) de la situation (+) composée des termes qui ont en commun une propriété explicitable dans la langue de la situation. On dit d'un tel terme qu'il « tombe sous le déterminant ».

DIFFÉRENCE ONTICO-ONTOLOGIQUE (18)

— Elle s'attache à ceci que le vide (+) n'est marqué (par ϕ) que dans la situation ontologique (+); dans les situations-étantes, le vide est forclos. Il en résulte que le schème ontologique d'un multiple peut être fondé par le vide (c'est le cas des ordinaux (+)), alors qu'une situation historique (+) étante est fondée par un site événementiel (+) toujours non vide. La marque du vide est ce qui disjoint la pensée de l'être (théorie du multiple pur) de la saisie de l'étant.

DOMINATION (33)

— Une domination est une partie D de l'ensemble © des conditions (+) telle que, si une condition π est extérieure à D, donc appartient à © $- D$, il existe toujours dans D une condition qui domine π.

— L'ensemble des conditions qui n'ont pas une propriété donnée est une domination, dès que l'ensemble des conditions qui ont cette propriété est une partie correcte (+). De là l'intervention de ce concept dans la question de l'indiscernable (+).

ENCYCLOPÉDIE D'UNE SITUATION (31)

— Une encyclopédie est un classement des parties de la situation qui sont discernées par une propriété explicitable de la langue de la situation.

ENQUÊTE (31)

— Une enquête est une suite finie de connexions, ou de non-connexions, observées, dans le cadre d'une procédure de fidélité (+), entre des termes de la situation et le nom e_x de l'événement (+) que l'intervention (+) a fait circuler.

— Une enquête minimale, ou atomique, est une connexion positive — $y_1 \,\square\, e_x$ — ou négative — $\sim(y_2 \,\square\, e_x)$. On dira aussi que y_1 a été enquêté positivement (on le notera $y_1(+)$), et y_2 négativement ($y_2(-)$).

— On dit d'un terme enquêté qu'il a été rencontré par la procédure de fidélité.

Ensemble constructible (29)

— Un ensemble est constructible s'il appartient à un des niveaux $L\alpha$ de la hiérarchie constructible (+).

— Un ensemble constructible est donc toujours rapporté à une formule explicite de la langue, et à un niveau ordinal (+). C'est l'accomplissement de la vision constructiviste (+) du multiple.

Ensemble générique, partie générique de l'ensemble des conditions (33)

— Un sous-ensemble correct (+) des conditions © est générique si son intersection avec toute domination (+) qui appartient à la situation quasi complète (+) où figure © n'est pas vide. Un ensemble générique se note ♀.

— L'ensemble générique évite, en « coupant » toutes les dominations, d'être discernable dans la situation.

— C'est le schème ontologique d'une vérité.

État de la situation (8)

— L'état de la situation est ce par quoi la structure (+) d'une situation est à son tour comptée pour un (+). On parlera donc aussi de compte-du-compte, ou de métastructure.

— On montre que la nécessité de l'état résulte du besoin d'écarter toute présentation du vide. L'état boucle le plein de la situation.

— On montre que l'état de la situation assure le compte-pour-un des parties (ou sous-multiples, ou sous-ensembles) de la situation.

Événement (17)

— Un événement, de site événementiel (+) donné, est le multiple composé d'une part des éléments du site, d'autre part de lui-même (l'événement).

— L'auto-appartenance est donc constitutive de l'événement. Il est élément du multiple qu'il est.

— L'événement s'interpose entre le vide et lui-même. On dira qu'il est ultra-un (relativement à la situation).

Évitement d'un déterminant de l'encyclopedie (31)

— Une enquête (+) évite un déterminant (+) de l'encyclopédie (+) si elle contient une connexion positive — de type $y(+)$ — avec le nom de l'événement, pour un terme y qui ne tombe pas sous le déterminant encyclopédique considéré.

Excès (7, 8, 26)

— Désigne la différence sans mesure, et spécialement la différence quantitative, ou de puissance, entre l'état de la situation (+) et la situation (+). Mais aussi, en un certain sens, la différence de l'être (en situation) et de l'événement (+) (ultra-un). L'excès s'avère errant, inassignable.

Excroissance (8)

— Un terme est une excroissance s'il est représenté par l'état de la situation (+) sans être présenté par la situation (+).

— Une excroissance est incluse (+) dans la situation sans lui appartenir (+). C'est une partie (+) mais non un élément.

— L'excroissance touche à l'excès (+).

Extension générique d'une situation quasi complète (34)

— Soit une situation quasi complète (+), notée S, et une partie générique (+) de cette situation, notée ♀. On appellera extension générique, et on notera $S(♀)$, l'ensemble constitué par les valeurs référentielles (+), ou ♀-référents, de tous les noms (+) qui appartiennent à S.

— On notera que ce sont les noms qui créent la chose.

— On montre que $♀ \in S(♀)$, alors que $\sim(♀ \in S)$; que $S(♀)$ est aussi une situation quasi complète; que ♀ est un indiscernable (+) intrinsèque de $S(♀)$.

FIDÉLITÉ, PROCÉDURE DE FIDÉLITÉ (23)

— Procédure par laquelle on discerne, dans une situation, les multiples dont l'existence est liée au nom de l'événement (+) qu'une intervention (+) a mis en circulation.

— La fidélité distingue et rassemble le devenir de ce qui est connexe au nom de l'événement. Elle est un quasi-état postévénementiel.

— Il y a toujours un opérateur de connexion caractéristique de la fidélité. On le note $\square$.

— Par exemple, la fidélité ontologique (+) a pour opérateur de connexion la technique déductive (+).

FONCTION (22, 26, appendice 2)

— Une fonction n'est qu'une espèce du multiple, et non un concept distinct. Ou, l'être d'une fonction est un pur multiple. C'est un multiple tel que :

a. tous ses éléments sont des paires ordonnées (+) de type $<\alpha,\beta>$,

b. si figurent dans la fonction une paire $<\alpha,\beta>$ et une paire $<\alpha,\gamma>$, c'est un fait que $\beta = \gamma$, et que ces « deux » paires sont identiques.

— On a l'habitude, au lieu d'écrire $<\alpha,\beta> \in f$, d'écrire $f(\alpha) = \beta$. Cette écriture est sans ambiguïté, puisque (condition *b*) à un α donné ne correspond qu'un seul β.

FORÇAGE, COMME LOI FONDAMENTALE DU SUJET (35)

— Si un énoncé de la langue-sujet (+) est tel qu'il aura été véridique (+) pour une situation où est advenue une vérité (+), c'est qu'il existe un terme de la situation qui appartient à cette vérité et qui soutient, avec les noms mis en jeu dans l'énoncé, une relation fixe vérifiable par le savoir (+), donc inscrite dans l'encyclopédie (+). C'est cette relation qui s'appelle le forçage. On dit que le terme force la décision de véridicité pour l'énoncé de la langue-sujet.

— On peut donc savoir, dans la situation, si un énoncé de la langue-sujet a chance d'avoir été véridique quand la vérité sera advenue à son infinité.

— Toutefois, la vérification de la relation de forçage suppose que le terme forçant a été rencontré, enquêté (+), par la procédure fidèle générique (+). Elle est donc tributaire du hasard.

FORÇAGE DE COHEN (36, appendices 7 et 8)

— Soit S une situation quasi complète (+), $S(\varphi)$ une extension générique (+) de S. Soit une formule $\lambda(\alpha)$, par exemple à une variable libre (+). Quelle est la valeur de vérité de cette formule dans l'extension générique $S(\varphi)$, par exemple pour un élément de $S(\varphi)$ substitué à la variable α?

— Un élément de $S(\varphi)$ est, par définition, la valeur référentielle (+) $R_\varphi(\mu_1)$ d'un nom (+) μ_1 qui appartient à S. Considérons la formule $\lambda(\mu_1)$, qui substitue le nom μ_1 à la variable α. Cette formule est compréhensible pour un habitant (+) de S, puisque $\mu_1 \in S$.

— Alors, on montre que $\lambda\ [R_\varphi(\mu_1)]$ est véridique dans $S(\varphi)$, donc pour un habitant de $S(\varphi)$, si et seulement si il existe une condition (+) qui appartient à φ et qui soutient avec l'énoncé $\lambda(\mu_1)$ une relation, dite de forçage, relation dont l'existence est contrôlable dans S, ou par un habitant de S.

— On note la relation de forçage $\Vdash$. On a donc :

$$\lambda[R_\varphi(\mu_1)]^{S(\varphi)} \leftrightarrow (\exists\,\pi)\ [(\pi \in \varphi)\ \&\ (\pi \Vdash \lambda(\mu_1))]$$

Étant entendu que $\pi \Vdash \lambda(\mu_1)$ — qui se dit : π force $\lambda(\mu_1)$ — peut se démontrer ou se réfuter dans S.

— On peut donc établir dans S si un énoncé $\lambda[R_\varphi(\mu_1)]$ a des chances d'être véridique dans $S(\varphi)$: il faut au moins qu'existe une condition π qui force $\lambda(\mu_1)$.

FORMULE (note technique de 3, appendice 6)

— Une formule de la théorie des ensembles s'obtient de la façon suivante, en utilisant le signe primitif d'appartenance (+) $\in$, l'égalité $=$, les connecteurs (+), les quantificateurs (+), une suite infinie dénombrable de variables (+) et des parenthèses :

a. $\alpha \in \beta$ et $\alpha = \beta$ sont des formules atomiques ;

b. si λ est une formule, sont aussi des formules : $\sim(\lambda)$; $(\forall\alpha)(\lambda)$; $(\exists\,\alpha)(\lambda)$;

c. si λ_1 et λ_2 sont des formules, le sont aussi : (λ_1) *ou* (λ_2) ; $(\lambda_1)\ \&\ (\lambda_2)$; $(\lambda_1) \rightarrow (\lambda_2)$; $(\lambda_1) \leftrightarrow (\lambda_2)$.

FORMULE RESTREINTE (29)

— On dit qu'une formule (+) est restreinte au multiple α si :

a. Tous ses quantificateurs (+) n'opèrent que sur les éléments de α. Ce qui veut dire que $(\forall\beta)$ est suivi de $\beta \in \alpha$, et $(\exists\,\beta)$ de même. « Pour tout »

signifie alors « pour tout élément de α », et « il existe β » signifie « il existe un élément de α ».

b. Tous les paramètres (+) prennent leurs valeurs fixes dans α : la substitution de valeurs aux variables paramétriques est bornée aux éléments de α.

— On note $(\lambda)^{\alpha}$ la formule λ restreinte à α.

— La formule $(\lambda)^{\alpha}$ est la formule λ telle que la comprend l'habitant de α.

GÉNÉRIQUE, PROCÉDURE GÉNÉRIQUE (31)

— Une procédure de fidélité (+) est générique si, pour tout déterminant (+) de l'encyclopédie, elle contient au moins une enquête (+) qui évite (+) ce déterminant.

— Il y a quatre types de procédure générique : artistique, scientifique, politique et amoureuse. Ce sont les quatre sources de la vérité (+).

GRANDS CARDINAUX (26, appendice 3)

— Un grand cardinal est un cardinal (+) dont l'existence, ne se laissant pas prouver à partir des axiomes classiques de la théorie des ensembles (+), doit faire l'objet d'un nouvel axiome. Il s'agit alors d'un axiome de l'infini plus fort que celui qui nous garantit l'existence d'un ordinal limite (+) et autorise la construction de la suite des alephs (+). Un grand cardinal est un super-aleph.

— Les plus simples des grands cardinaux sont les cardinaux inaccessibles (*cf.* appendice 3). On va ensuite beaucoup plus « haut » avec les cardinaux de Mahlo, de Ramsey, mesurables, ineffables, compacts, super-compacts ou énormes.

— Aucun de ces grands cardinaux ne force la décision quant à la valeur exacte de $p(\alpha)$ pour α infini. Ils ne bloquent pas l'errance de l'excès (+).

HABITANT D'UN ENSEMBLE (29, 33)

— On appelle métaphoriquement « habitant de α », ou « habitant de l'univers α », un supposé sujet pour lequel l'univers se compose uniquement des éléments de α. Autrement dit, pour cet habitant, « exister » veut dire : appartenir à α, être élément de α.

— Pour un tel habitant, une formule λ est comprise comme $(\lambda)^{\alpha}$, la formule restreinte (+) à α. Il quantifie dans α, etc.

— Puisque l'auto-appartenance est interdite, α n'appartient pas à α. Par

conséquent, l'habitant de α ne connaît pas α. L'univers d'un habitant n'existe pas pour cet habitant.

HIÉRARCHIE CONSTRUCTIBLE (29)

— La hiérarchie constructible consiste, à partir du vide, à définir des niveaux successifs indexés sur les ordinaux (+), en prenant à chaque fois les parties définissables (+) du niveau précédent.

— On a donc : $L_0 = \phi$

$L_{S(\alpha)} = D(\alpha)$

$L_{\beta} = \cup \{L_0, L_1, \ldots L_{\beta} \ldots\}$ pour tous les $\beta \in \alpha$, si β est un ordinal limite (+).

HYPOTHÈSE DU CONTINU (27)

— C'est une hypothèse de type constructiviste (+). Elle pose que l'ensemble des parties (+) de l'infini dénombrable (+), ω_0, a pour cardinalité (+) le cardinal successeur (+) de ω_0, soit ω_1. Elle s'écrit donc : $|p(\omega_0)| = \omega_1$.

— L'hypothèse du continu est démontrable dans l'univers constructible (+), réfutable dans certaines extensions génériques (+). Elle est donc indécidable (+) pour la théorie des ensembles sans restriction.

— L'usage du mot « continu » résulte de ce que la cardinalité du continu géométrique (des nombres réels) est exactement celle de $p(\omega_0)$.

IDÉES DU MULTIPLE (5)

— Énoncés primordiaux de l'ontologie. « Idées du multiple » désigne philosophiquement ce qui est ontologiquement (mathématiquement) désigné comme « axiomes de la théorie des ensembles » (+).

INCLUSION (5, 7)

— Un ensemble β est inclus dans un ensemble α si tous les éléments de β sont aussi des éléments de α. Cette relation s'écrit $\beta \subset \alpha$, et se lit « β est inclus dans α ». On dit aussi que β est sous-ensemble (anglais : *subset*), ou partie (usage français), de α.

— On dira qu'un terme est inclus dans une situation s'il en est un sous-multiple, une partie. Il est alors compté pour un (+) par l'état de la situation (+). L'inclusion renvoie à la représentation (étatique).

INDÉCIDABLE (17, 36)

— L'indécidabilité est un attribut fondamental de l'événement (+) : son appartenance à la situation dans laquelle se trouve son site événementiel (+) est indécidable. L'intervention (+) consiste à décider, au point de cet indécidable.

— Un énoncé de la théorie des ensembles est indécidable si ni lui ni sa négation ne sont démontrables à partir des axiomes. L'hypothèse du continu (+) est indécidable. C'est l'errance de l'excès (+).

INDISCERNABLE (31, 33)

— Une partie d'une situation est indiscernable si aucun énoncé de la langue de la situation ne la sépare, ou ne la discerne. Ou : une partie est indiscernable si elle ne tombe sous aucun déterminant (+) de l'encyclopédie.

— Une vérité (+) est toujours indiscernable.

— Le schème ontologique de l'indiscernabilité est la non-constructibilité (+). On distingue l'indiscernabilité extrinsèque : la partie (au sens de $\subset$) indiscernable d'une situation quasi complète n'appartient pas (au sens de $\in$) à la situation ; et l'indiscernabilité intrinsèque : la partie indiscernable appartient à la situation où elle est indiscernable.

INFINI (13)

— L'infini doit être délié de l'Un (théologie) et renvoyé à l'être-multiple, y compris naturel (+). C'est le geste galiléen, ontologiquement pensé par Cantor.

— Une multiplicité est infinie sous les conditions suivantes :

a. un point d'être initial, un « déjà » existant ;

b. une règle de parcours qui indique comment je « passe » d'un terme à un autre (concept de l'autre) ;

c. le constat que, selon la règle, il y a toujours du « encore un », qu'il n'y a pas de point d'arrêt ;

d. un deuxième existant, un « deuxième sceau existentiel », qui est le multiple où le « encore » insiste (concept de l'Autre).

— Le schème ontologique de l'infini naturel (+) est construit à partir du concept d'ordinal limite (+).

INFINI DÉNOMBRABLE, ω_0 (14)

— Si l'on admet qu'il existe un ordinal limite (+), ce que pose l'axiome de l'infini (+), il existe un plus petit ordinal limite, d'après le principe de minimalité (+). Ce plus petit ordinal limite — qui est aussi un cardinal (+) — se note ω_0. Il caractérise l'infini dénombrable, le plus petit infini, celui de l'ensemble des nombres entiers naturels, l'infini discret.

— Tout élément de ω_0 sera dit un ordinal fini.

— ω_0 est la « frontière » entre le fini et l'infini. Un ordinal infini est un ordinal qui est égal ou supérieur à ω_0 (l'ordre est ici l'appartenance).

INTERVENTION (20)

— Procédure par laquelle un multiple est reconnu comme événement (+), et qui décide l'appartenance de l'événement à la situation où celui-ci a son site (+).

— On montre que l'intervention consiste à faire nom d'un élément imprésenté du site pour qualifier l'événement dont ce site est le site. Cette nomination est à la fois illégale (elle n'est conforme à aucune loi de la représentation) et anonyme (le nom tiré du vide est forcément indistinguable, puisqu'il est tiré du vide. Elle équivaut à « être un élément imprésenté du site ».).

— Le nom de l'événement, qui s'indexe au vide, est ainsi surnuméraire à la situation où il va faire circuler l'événement.

— La capacité intervenante exige un événement antérieur à celui qu'elle nomme. Elle est déterminée par une fidélité (+) à ce premier événement.

LANGUE-SUJET (35)

— Un sujet (+) génère des noms, dont le référent est suspendu au devenir infini — toujours inachevé — d'une vérité (+). La langue-sujet est ainsi au futur antérieur : son référent, et donc la véridicité (+) de ses énoncés, sont sous condition de l'achèvement d'une procédure générique (+).

MISE-EN-UN (5, 9)

— Opération par laquelle le compte-pour-un (+) s'applique à ce qui est déjà un résultat-un. La mise-en-un produit le un du un-multiple. Ainsi $\{\phi\}$ est la mise-en-un de ϕ, son singleton (+).

— La mise-en-un est aussi une production de l'état de la situation (+). Car si je mets en un un terme d'une situation, j'obtiens une partie de cette situation, la partie dont ce terme est le seul élément.

MULTIPLICITÉ, MULTIPLE (1)

— Forme générale de la présentation, dès lors que l'on assume que l'Un n'est pas.

MULTIPLICITÉ CONSISTANTE (1)

— Multiplicité composée de « plusieurs-uns », eux-mêmes comptés par l'action de la structure (+).

MULTIPLICITÉ INCONSISTANTE (1)

— La pure présentation telle que rétroactivement appréhendée comme non-une, puisque l'être-un n'est que le résultat d'une opération.

NATURE, NATUREL (11)

— Une situation est naturelle si tous les termes qu'elle présente sont normaux (+), et si tous les termes présentés par ces termes sont à leur tour normaux, et ainsi de suite. La nature, c'est la normalité récurrente. Ainsi l'être-naturel réalise une stabilité, un équilibre maximal entre la présentation et la représentation (+), entre l'appartenance (+) et l'inclusion (+), entre la situation (+) et l'état de la situation (+).

— Le schème ontologique des multiples naturels est construit avec le concept d'ordinal (+).

NOMS POUR UN ENSEMBLE DE CONDITIONS, OU ©-NOMS (34)

— Soit © un ensemble de conditions (+). Un nom est un multiple dont tous les éléments sont des paires ordonnées (+) de noms et de conditions. On note les noms μ, μ_1, μ_2, etc. Tout élément d'un nom μ est donc de la forme $<\mu_1,\pi>$, où μ_1 est un nom et π une condition.

— On défait le caractère circulaire de cette définition en stratifiant les noms.

Dans l'exemple ci-dessus, le nom μ_1 devra toujours être d'une strate inférieure (donc, préalablement définie) à la strate du nom μ, dans la composition duquel il intervient. La strate zéro est donnée par les noms dont les éléments sont de type $<\phi,\pi>$.

NORMAL, NORMALITÉ (8)

— Un terme est normal s'il est à la fois présenté (+) dans la situation et représenté (+) par l'état de la situation (+). Il est donc compté deux fois à sa place : par la structure (compte-pour-un) et par la métastructure (compte du compte).

— On peut aussi dire qu'un terme normal appartient (+) à la situation et y est aussi inclus (+). C'est à la fois un élément et une partie.

— La normalité est un attribut essentiel de l'être naturel (+).

ONTOLOGIE (introduction, 1)

— Science de l'être-en-tant-qu'être. Présentation (+) de la présentation. S'effectue comme pensée du multiple pur, donc comme mathématique cantorienne, ou théorie des ensembles. Est déjà effective, quoique non thématisée, dans toute l'histoire des mathématiques.

— Ayant à penser le multiple pur sans recourir à l'Un, l'ontologie est nécessairement axiomatique.

ONTOLOGUE (29, 33)

— On appelle ontologue un habitant (+) de l'univers entier de la théorie des ensembles. L'ontologue quantifie (+) et paramètre (+) sans restriction (+). Pour l'ontologue, l'habitant d'un ensemble α a une vision tout à fait limitée des choses. L'ontologue voit cet habitant du dehors.

— Une formule est absolue (+) pour l'ensemble α si elle a le même sens (quand elle est paramétrée dans α) et la même véridicité pour l'ontologue et pour l'habitant de α.

ORDINAL (12)

— Un ordinal est un ensemble transitif (+) dont tous les éléments sont également transitifs. C'est le schème ontologique des multiples naturels (+).

— On montre que tout élément d'un ordinal est un ordinal, ce qui fonde l'homogénéité de la nature.

— On montre que deux ordinaux α et β quelconques sont ordonnés par la présentation, en ceci que ou bien l'un appartient à l'autre — $\alpha \in \beta$ —, ou bien l'autre à l'un — $\beta \in \alpha$. C'est la connexion générale de tous les multiples naturels.

— Si $\alpha \in \beta$, on dit que α est plus petit que β. Notons qu'on a aussi $\alpha \subset \beta$, puisque β est transitif.

ORDINAL-LIMITE (14)

— Un ordinal limite est un ordinal (+) différent de ϕ et qui n'est pas un ordinal successeur (+). Un ordinal limite est en somme inaccessible par l'opération de succession.

ORDINAL SUCCESSEUR (14)

— Soit α un ordinal (+). Le multiple $\alpha \cup \{\alpha\}$, qui « ajoute » aux éléments de α le multiple α lui-même, est un ordinal (on le montre). Il a exactement un élément de plus que α. On l'appelle l'ordinal successeur de α, et on le note $S(\alpha)$.

— Entre α et $S(\alpha)$, il n'y a aucun ordinal. $S(\alpha)$ est le successeur de α.

— Un ordinal β est un ordinal successeur s'il est le successeur d'un ordinal α, autrement dit si $\beta = S(\alpha)$.

— La succession est une règle de parcours, au sens où l'implique le concept d'infini (+).

ORIENTATIONS DANS LA PENSÉE (27)

— Toute pensée est orientée par une prédécision, le plus souvent latente, concernant l'errance de l'excès (+) quantitatif. C'est la réquisition de la pensée par l'impasse de l'ontologie.

— Il y a trois grandes orientations : la constructiviste (+), la transcendante (+) et la générique (+).

PAIRE (12)

— La paire de deux ensembles α et β est l'ensemble qui a pour seuls éléments α et β. On la note $\{\alpha,\beta\}$.

PAIRE ORDONNÉE (appendice 2)

— La paire ordonnée de deux ensembles α et β est la paire (+) du singleton (+) de α et de la paire $\{\alpha,\beta\}$. On la note $<\alpha,\beta>$. On a donc : $<\alpha,\beta> = \{\{\alpha\},\{\alpha,\beta\}\}$.

— La paire ordonnée fixe à la fois sa composition et son ordre. Les « places » de α et de β — première place ou seconde place — sont déterminées. C'est ce qui permet de penser comme purs multiples les notions de relation et de fonction (+).

PARAMÈTRES (29)

— Dans une formule de type $\lambda(\alpha, \beta_1,..., \beta_n)$, on peut envisager de traiter les variables (+) $\beta_1,..., \beta_n$ comme des marques à remplacer par des noms propres de multiples fixés. On appelle alors $\beta_1,..., \beta_n$ les variables paramétriques de la formule. Un système de valeurs des paramètres est un n-uplet $<\gamma_1,..., \gamma_n>$ de multiples fixés, spécifiés (donc de constantes, ou noms propres). La formule $\lambda(\alpha, \beta_1,..., \beta_n)$ dépend du n-uplet $<\gamma_1,..., \gamma_n>$ choisi comme valeur des variables paramétriques $\beta_1,..., \beta_n$. En particulier, ce que cette formule « dit » de la variable libre α dépend de ce n-uplet.

— Par exemple, la formule $\alpha \in \beta_1$ est certainement fausse, quel que soit α, si l'on prend l'ensemble vide pour valeur du paramètre β_1, car il n'existe aucun multiple α tel que $\alpha \in \phi$. En revanche, elle est certainement vraie si l'on prend $p(\alpha)$ comme valeur de β_1, car pour tout ensemble, $\alpha \in p(\alpha)$.

— Comparaison : le trinôme $ax^2 + bx + c$ a, ou n'a pas, de racines réelles, selon les nombres qu'on substitue aux variables paramétriques a, b et c.

PARTIE D'UN ENSEMBLE, D'UNE SITUATION (8)

— Voir *Inclusion*.

PARTIE DÉFINISSABLE (29)

— Une partie (+) d'un ensemble donné α est définissable — relativement à α — si elle y est séparable, au sens de l'axiome de séparation (+) par une formule explicite restreinte (+) à α.

— On note $D(\alpha)$ l'ensemble des parties définissables de α. $D(\alpha)$ est un sous-ensemble de $p(\alpha)$.

— Le concept de partie définissable est l'instrument grâce auquel l'excès (+) des parties est limité par la langue. C'est l'outil de construction de la hiérarchie constructible (+).

PENSÉE CONSTRUCTIVISTE (27, 28)

— L'orientation de pensée (+) constructiviste se place sous la juridiction de la langue. Elle n'admet à l'existence que les parties de la situation qui sont explicitement nommables. Ainsi maîtrise-t-elle l'excès (+) de l'inclusion (+) sur l'appartenance (+), ou des parties (+) sur les éléments, ou de l'état de la situation (+) sur la situation (+), en ramenant cet excès au minimum.

— Le constructivisme est la décision ontologique sous-jacente à toute pensée nominaliste.

— Le schème ontologique d'une telle pensée est l'univers constructible (+) de Gödel.

PENSÉE GÉNÉRIQUE (27, 31)

— L'orientation de pensée (+) générique assume l'errance de l'excès (+), et admet à l'être des parties innommables, ou indiscernables (+). Elle voit même dans de telles parties le lieu de la vérité. Car une vérité (+) est une partie indiscernable par la langue (contre le constructivisme (+)) et cependant non transcendante (+) (contre l'onto-théologie).

— La pensée générique est la décision ontologique sous-jacente à toute doctrine qui tente de penser la vérité comme trou dans le savoir (+). Il y en a des traces de Platon à Lacan.

— Le schème ontologique d'une telle pensée est la théorie des extensions génériques (+) de Cohen.

PENSÉE TRANSCENDANTE (27, appendice 3)

— L'orientation de pensée transcendante se place sous l'idée d'un étant suprême, d'une puissance transcendante. Elle s'efforce de maîtriser l'errance de l'excès (+) par le haut, en « bouclant » hiérarchiquement son échappée.

— C'est la décision ontologique sous-jacente à la métaphysique, au sens heideggérien de l'onto-théologie.

— Le schème ontologique d'une telle pensée est la doctrine des grands cardinaux (+).

PRÉSENTATION (1)

— Mot primitif de la métaontologie (ou de la philosophie). La présentation est l'être-multiple tel qu'effectivement déployé. « Présentation » est réciprocable à « multiplicité inconsistante » (+). L'Un n'est pas présenté, il résulte, faisant ainsi consister le multiple.

PRINCIPE DE MINIMALITÉ DES ORDINAUX, OU $\in$-MINIMALITÉ (12, appendice 1)

— S'il existe un ordinal (+) qui possède une propriété donnée, il existe un plus petit ordinal ayant cette propriété : lui la possède, mais les ordinaux plus petits, ceux qui lui appartiennent, ne la possèdent plus.

QUANTIFICATEURS (note technique de 3, appendice 6)

— Ce sont les opérateurs logiques permettant de quantifier les variables (+), c'est-à-dire d'expliciter des significations comme « pour tout multiple on a ceci ou cela », ou « il existe un multiple tel que ceci ou cela ».

— Le quantificateur universel s'écrit : $\forall$. La formule (+) : $(\forall\alpha)\lambda$ se lit : « pour tout α, on a λ ».

— Le quantificateur existentiel s'écrit $\exists$. La formule $(\exists\,\alpha)\lambda$ se lit : « il existe α tel que λ ».

QUANTITÉ (26)

— La difficulté moderne (postgaliléenne) du concept de quantité se concentre sur les multiples infinis (+). On dira que deux multiples ont même quantité s'il y a entre eux une correspondance bi-univoque (+).

— Voir *Cardinal*, *Cardinalité*, *Aleph*.

REPRÉSENTATION (8)

— Mode de compte, ou de structuration, propre à l'état d'une situation (+). On dit qu'un terme est représenté (dans une situation) s'il est compté pour un par l'état de la situation.

— Un terme représenté est donc inclus (+) dans la situation, ou en est une partie.

SAVOIR (28, 31)

— Le savoir est l'articulation de la langue de la situation sur l'être-multiple. C'est la production propre, toujours nominaliste, de l'orientation de pensée constructiviste (+). Ses opérations sont le discernement (ce multiple a telle propriété) et le classement (ces multiples ont la même propriété). Elles aboutissent à une encyclopédie (+).

— On dit d'un jugement classé dans l'encyclopédie qu'il est véridique (+).

SINGLETON (5)

— Le singleton d'un multiple α est le multiple dont α est l'unique élément. C'est la mise-en-un (+) de α. On le note $\{\alpha\}$.

— Si β appartient (+) à α, le singleton de β est, lui, inclus (+) dans α. On a : $(\beta \in \alpha) \rightarrow [\{\beta\} \subset \alpha]$. Ainsi, on a $\{\beta\} \in \mathcal{p}(\alpha)$: le singleton est élément de l'ensemble des parties (+) de α. Ce qui veut dire : le singleton est un terme de l'état de la situation.

SINGULIER, SINGULARITÉ (8)

— Un terme est singulier s'il est présenté (+) (dans la situation) mais non représenté (+) (par l'état de la situation). Un terme singulier appartient à la situation, mais n'y est pas inclus. C'est un élément, mais non une partie.

— La singularité s'oppose à l'excroissance (+) et à la normalité (+).

— Elle est un attribut essentiel de l'être historique, et spécialement du site événementiel (+).

SITE ÉVÉNEMENTIEL (16)

— Un multiple en situation est un site événementiel s'il est totalement singulier (+) : il est présenté, mais aucun de ses éléments n'est présenté. Il appartient, mais n'est radicalement pas inclus. Il est élément, mais aucunement partie. Il est totalement a-normal (+).

— On dira aussi d'un tel multiple qu'il est au bord du vide (+), ou fondateur.

SITUATION (1)

— Toute multiplicité consistante présentée, donc : un multiple (+), et un régime du compte-pour-un (+), ou structure (+).

SITUATION NATURELLE (11)

— Toute situation dont tous les termes sont normaux (+), et dont aussi les termes des termes sont normaux, et ainsi de suite. On notera que le critère (*tous* les termes) est global.

SITUATION HISTORIQUE (16)

— Situation à laquelle appartient au moins un site événementiel (+). On notera que le critère (au moins *un*) est local.

SITUATION NEUTRE (16)

— Situation qui n'est ni naturelle ni historique.

SITUATION QUASI COMPLÈTE (33 et appendice 5)

— Un ensemble est une situation quasi complète et se note S si :

a. il est infini dénombrable (+);

b. il est transitif (+);

c. les axiomes des parties (+), de l'union (+), du vide (+), de l'infini (+), de fondation (+) et de choix (+), restreints (+) à cet ensemble, sont véridiques dans cet ensemble (l'ontologue (+) peut démontrer leur validité dans S, et l'habitant (+) de S peut les assumer sans contradiction, s'ils ne sont pas contradictoires pour l'ontologue);

d. tous les axiomes de séparation (+) (pour des formules λ restreintes à S) ou de remplacement (+) (pour des substitutions restreintes à S) qui ont été à ce jour utilisés par les mathématiciens ou le seront, mettons, dans les cent ans à venir (donc, un nombre fini de tels axiomes), sont véridiques dans les mêmes conditions.

— Autrement dit : l'habitant de S peut comprendre et manier tous les théorèmes actuels — et futurs, car il n'y en aura jamais une infinité à être effectivement démontrés — de la théorie des ensembles, dans leur version restreinte à S, donc à l'intérieur de son univers restreint. Ou : S est un modèle dénom-

brable et transitif de la théorie des ensembles, considérée comme ensemble fini d'énoncés.

— La nécessité de s'en tenir à la mathématique effective (historique), c'est-à-dire à un ensemble fini d'énoncés, ce qui évidemment ne gêne personne, résulte de ce qu'il est impossible de démontrer dans l'ontologie l'existence de ce qui serait une situation complète, c'est-à-dire un modèle de tous les théorèmes possibles, donc de tous les axiomes de séparation et de remplacement, correspondant à la suite (infinie) des formules séparatrices ou substituantes. Car on aurait alors démontré, dans l'ontologie, la cohérence de l'ontologie, ce qu'un fameux théorème logique de Gödel démontre être impossible.

— On démontre en revanche qu'il existe une situation quasi complète.

SOUS-ENSEMBLE (7)

— Voir *Inclusion*.

SOUS-ENSEMBLE (OU PARTIE) CORRECT(E) DE L'ENSEMBLE DES CONDITIONS (33)

— Un sous-ensemble des conditions (+) — une partie de © — est correct s'il obéit aux deux règles suivantes :

Rd_1 : si une condition appartient à la partie correcte, lui appartiennent aussi toutes les conditions que domine la première.

Rd_2 : si deux conditions appartiennent à la partie correcte, lui appartient aussi au moins une condition qui domine simultanément les deux autres.

— Une partie correcte « conditionne » en fait *un* sous-ensemble de conditions. Elle donne des renseignements cohérents entre eux.

STRUCTURE (1)

— Ce qui prescrit, pour une présentation, le régime du compte-pour-un (+). Une présentation structurée est une situation (+).

SUJET (35)

— Un sujet est une configuration locale finie d'une procédure générique (+). Un sujet est donc :

— un ensemble fini d'enquêtes (+);

— une partie finie d'une vérité (+).

On dira donc qu'un sujet avère localement.

— On montre que, instance finie d'une vérité, un sujet effectue un indiscernable (+), force une décision, déqualifie l'inégal, et sauve le singulier.

THÉORÈME DE CANTOR (26)

— La cardinalité (+) de l'ensemble des parties (+) d'un ensemble est supérieure à celle de l'ensemble. Ce qui s'écrit :

$$|\alpha| < |p(\alpha)|$$

C'est la loi de l'excès quantitatif (+) de l'état d'une situation sur la situation.

— Cet excès fixe les orientations dans la pensée (+). Il est l'impasse, ou le point réel, de l'ontologie.

THÉORÈME DE COHEN-EASTON (26, 36)

— Pour un très grand nombre de cardinaux (+), en fait pour ω_0 et pour tous les cardinaux successeurs (+), on démontre que la cardinalité (+) de l'ensemble de leurs parties (+) peut prendre à peu près n'importe quelle valeur dans la suite des alephs (+).

Précisément : la fixation d'une valeur (à peu près) quelconque reste cohérente avec les axiomes de la théorie des ensembles (+), ou Idées du multiple (+).

— Ainsi il est cohérent avec les axiomes de poser que $|p(\omega_0)| = \omega_1$ (c'est l'hypothèse du continu (+)), mais aussi bien que $|p(\omega_0)| = \omega_{18}$, ou que $|p(\omega_0)| = \omega_{S(\omega_0)}$, etc.

— Ce théorème établit la complète errance de l'excès (+).

THÉORÈME DU POINT D'EXCÈS (5)

— Pour tout ensemble α, on établit qu'il y a forcément au moins un ensemble qui est élément de $p(\alpha)$ — l'ensemble des parties (+) de α —, mais qui ne l'est pas de α. Donc, en vertu de l'axiome d'extensionalité (+), α et $p(\alpha)$ sont différents.

— Cet excès de $p(\alpha)$ sur α est une différence locale. Le théorème de Cohen-Easton (+) donne à l'excès un statut global.

— Le théorème du point d'excès indique qu'il existe toujours au moins une excroissance (+). L'état de la situation (+) ne peut donc coïncider avec la situation.

TRANSITIVITÉ, ENSEMBLES TRANSITIFS (12)

— Un ensemble α est transitif si tout élément β de α est aussi une partie (+) de α, donc si l'on a : $(\beta \in \alpha) \rightarrow (\beta \subset \alpha)$. C'est l'équilibre maximal possible entre appartenance (+) et inclusion (+).

Notons que cela peut s'écrire : $(\beta \in \alpha) \rightarrow (\beta \in p(\alpha))$, tout élément de α est aussi élément de l'ensemble des parties de α.

— On a là le schème ontologique de la normalité (+) : dans un ensemble transitif, tout élément est normal, il est présenté (par α) et représenté (par $p(\alpha)$).

UNICITÉ (5)

— Est unique (ou possède la propriété d'unicité) tout multiple tel que la propriété qui le définit, ou le sépare (+), implique que deux multiples différents ne peuvent la posséder l'un et l'autre.

— Ainsi Dieu, dans l'onto-théologie.

— L'ensemble vide (+), défini par la propriété « n'avoir aucun élément », est unique. De même est défini sans ambiguïté le multiple qui est « le plus petit ordinal limite ». C'est le cardinal (+) dénombrable (+).

— Tout multiple unique peut recevoir un nom propre, comme Allah, Yaweh, ϕ ou ω_0.

VALEUR RÉFÉRENTIELLE D'UN NOM, ♀-RÉFERENT D'UN NOM (34)

— Étant donnée une partie générique (+) ♀ d'une situation quasi complète (+), la valeur référentielle d'un nom (+) μ, notée $R_{♀}(\mu)$, est l'ensemble de toutes les valeurs référentielles des noms μ_1 tels que :

— il existe une condition π, avec $<\mu_1,\pi> \in \mu$;

— π appartient à ♀.

— On défait le cercle de la définition par stratification (voir *Noms*).

VARIABLES, VARIABLES LIBRES, VARIABLES LIÉES (note technique de 3)

— Les variables de la théorie des ensembles sont des lettres chargées de désigner « en général » un multiple. Quand on écrit α, β, γ... etc., cela veut dire : un multiple quelconque.

— Le propre de l'axiomatique de Zermelo est de ne comporter qu'une

seule espèce de variables, inscrivant ainsi l'homogénéité du multiple pur.

— Dans une formule (+), une variable est liée si elle est dans le champ d'un quantificateur, libre autrement.

Dans la formule $(\exists \alpha)$ $(\alpha \in \beta)$, α est liée et β est libre.

— Une formule qui a une variable libre exprime une propriété supposée de cette variable. Dans l'exemple ci-dessus, la formule dit : « il existe un élément de β ». Elle est fausse si β est vide, vraie autrement.

De façon générale on notera $\lambda(\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n)$ une formule où les variables $\alpha_1, \ldots, \alpha_n$ sont libres.

VÉRIDICITÉ (introduction, 31, 35)

— Un énoncé est véridique s'il est de la forme suivante, contrôlable par un savoir (+) : « Tel terme de la situation tombe sous tel déterminant (+) de l'encyclopédie », ou « Telle partie de la situation est classée de telle façon dans l'encyclopédie. »

— La véridicité est le critère du savoir.

— Le contraire de véridique est erroné.

VERITE (introduction, 31, 35)

— Une vérité est la récollection de tous les termes qui auront été enquêtés (+) positivement par une procédure de fidélité générique (+) supposée achevée (donc infinie). C'est donc, au futur, une partie infinie de la situation.

— Une vérité est indiscernable (+), ne tombant sous aucun déterminant (+) de l'encyclopédie. Elle fait trou dans le savoir.

— Elle est vérité de la situation tout entière, vérité de l'être de la situation.

— Il faut noter que si la véridicité (+) est un critère des énoncés, la vérité est un type d'être (un multiple). Il n'y a donc pas de contraire de vrai, alors que le contraire de véridique est erroné. Le « faux » peut désigner seulement, à la rigueur, ce qui fait obstacle à la poursuite de la procédure générique.

VIDE (4)

— Le vide d'une situation est la suture à son être. Non-un de tout compte-pour-un (sauf dans la situation ontologique (+)), le vide est ce point insituable qui avère que le ce-qui-se-présente rôde dans la présentation sous les espèces d'une soustraction au compte.

— Voir *Axiome du vide*.

Table

Introduction 7

I

L'être : multiple et vide. Platon/Cantor

1. L'un et le multiple : conditions *a priori* de toute ontologie possible 31

2. Platon 41

3. Théorie du multiple pur : paradoxes et décision critique. . 49

Note technique. Les conventions d'écriture. 61

4. Le vide : nom propre de l'être. 65

5. La marque ϕ 73

1. Le même et l'autre : l'axiome d'extensionalité 73
2. Les opérations sous condition : axiomes des sous-ensembles, de l'union, de séparation et de remplacement. 75
3. Le vide, suture soustractive à l'être 79

6. Aristote 85

II

L'être : excès, état de la situation. Un/Multiple, Tout/Parties, ou ∈/⊂ ?

7. Le point d'excès 95

1. Appartenance et inclusion 95
2. Le théorème du point d'excès 98
3. Le vide et l'excès 100
4. Un, compte-pour-un, unicité et mise-en-un 104

8. L'état, ou métastructure, et la typologie de l'être (normalité, singularité, excroissance) 109

Tableau récapitulatif 119

9. L'état de la situation historico-sociale 121

10. Spinoza 129

III

L'être : nature et infini. Heidegger/Galilée

11. La nature : poème ou mathème ? 141

12. Le schème ontologique des multiples naturels et l'inexistence de la Nature 149

1. Le concept de normalité : ensembles transitifs 150
2. Les multiples naturels : les ordinaux 151
3. Le jeu de la présentation dans les multiples naturels, ou ordinaux 153
4. Ultime élément naturel (atome unique) 158
5. Un ordinal est le nombre de ce dont il est le nom 158
6. La Nature n'existe pas 159

13. L'infini : l'autre, la règle, et l'Autre 161

14. La décision ontologique « il y a de l'infini dans les multiples naturels » 169

1. Point d'être et opérateur de parcours 170
2. Succession et limite 173
3. Le deuxième sceau existentiel 175
4. L'infini enfin défini 176
5. Le fini, en second lieu 179

15. Hegel 181

1. Le mathème de l'infini revisité 181
2. Commet un infini peut-il être mauvais ? 184
3. Le retournement et la nomination 185
4. Les arcanes de la quantité 187
5. La disjonction 190

IV

L'événement : Histoire et ultra-un

16. Sites événementiels et situations historiques 193

17. Le mathème de l'événement 199

18. L'interdiction portée par l'être sur l'événement 205

1. Le schème ontologique de l'historicité et de l'instabilité . . 206
2. L'axiome de fondation 207
3. L'axiome de fondation est une thèse métaontologique de l'ontologie 208
4. Nature et histoire 209
5. L'événement relève du ce-qui-n'est-pas-l'être-en-tant-qu'être . 211

19. Mallarmé 213

V

L'événement : intervention et fidélité. Pascal/Choix; Hölderlin/Déduction

20. L'intervention : choix illégal d'un nom de l'événement, logique du Deux, fondation temporelle 223

21. Pascal 235

22. La forme-multiple de l'intervention : y a-t-il un être du choix? 247

23. La fidélité, la connexion 257

24. La déduction comme opérateur de la fidélité ontologique. 267

    1. Le concept formel de la déduction 269
    2. Le raisonnement hypothétique. 271
    3. Le raisonnement par l'absurde 275
    4. Triple détermination de la fidélité déductive 279

25. Hölderlin 283

VI

Quantité et savoir. Le discernable (ou constructible) : Leibniz/Gödel

26. Le concept de la quantité et l'impasse de l'ontologie. . 293

    1. Comparaison quantitative des ensembles infinis 295
    2. Corrélat quantitatif naturel d'un multiple : cardinalité et cardinaux. 297
    3. Le problème des cardinaux infinis 300
    4. L'état d'une situation est quantitativement plus grand que la situation elle-même. 302
    5. Premier examen du théorème de Cantor : l'échelle de mesure des multiples infinis, ou suite des alephs 304
    6. Deuxième examen du théorème de Cantor : quelle mesure de l'excès? 306
    7. Complète errance de l'état d'une situation : le théorème de Easton. 307

27. Destin ontologique de l'orientation dans la pensée. . . 311

28. La pensée constructiviste et le savoir de l'être 317

29. Pliage de l'être et souveraineté de la langue. 327

    1. Construction du concept d'ensemble constructible. . . . 328
    2. L'hypothèse de constructibilité 331
    3. Absoluité. 334
    4. Le non-être absolu de l'événement 337
    5. La légalisation de l'intervention 338
    6. Normalisation de l'excès 340
    7. L'ascèse savante et sa limitation 342

30. Leibniz. 349

VII

Le générique : indiscernable et vérité. L'événement - P.J. Cohen

31. La pensée du générique et l'être en vérité. 361

    1. Le savoir revisité 362
    2. Les enquêtes. 363
    3. Vérité et véridicité 365
    4. Procédure générique. 369
    5. Le générique est l'être-multiple d'une vérité 373
    6. Existe-t-il des vérités? 374

32. Rousseau 379

33. Le mathème de l'indiscernable : la stratégie de P.J. Cohen 391

1. Situation fondamentale quasi complète 395
2. Les conditions : matériau et sens. 398
3. Sous-ensemble (ou partie) correct(e) de l'ensemble des conditions. 401
4. Sous-ensemble indiscernable, ou générique. 403

34. L'existence de l'indiscernable : le pouvoir des noms. . . 409

1. Au péril de l'inexistence 409
2. Coup de théâtre ontologique : l'indiscernable existe . . . 410
3. La nomination de l'indiscernable. 413
4. ♀-référent d'un nom et extension par l'indiscernable. . . 416
5. La situation fondamentale est une partie de toute extension générique, et l'indiscernable ♀ en est toujours un élément . 418
6. Exploration de l'extension générique. 421
7. Indiscernabilité intrinsèque, ou en situation. 424

VIII

Le forçage : vérité et sujet. Au-delà de Lacan

35. Théorie du sujet. 429

1. La subjectivation : intervention et opérateur de connexion fidèle. 430
2. Le hasard, dont se tisse toute vérité, est la matière du sujet. 432
3. Sujet et vérité : indiscernabilité et nomination. 434
4. Véridicité et vérité du point de la procédure fidèle : le forçage 438
5. La production subjective : décision d'un indécidable, déqualification, principe des inexistants 444

36. Le forçage : de l'indiscernable à l'indécidable 449

1. La technique du forçage 451
2. Une extension générique d'une situation quasi complète est elle aussi quasi complète 455
3. Statut des énoncés véridiques dans une extension générique $S(♀)$: l'indécidable. 456
4. Errance de l'excès (1) 459
5. Absentement et maintenance de la quantité intrinsèque . . 463
6. Errance de l'excès (2) 465
7. De l'indiscernable à l'indécidable. 466

37. Descartes / Lacan 471

Annexes

Appendices. 479

1. Principe de minimalité pour les ordinaux 481
2. Une relation, ou une fonction, n'est qu'un multiple pur. . 483
3. Hétérogénéité des cardinaux : régularité et singularité. . . 487
4. Tout ordinal est constructible. 493
5. Sur l'absoluité 495
6. Signes primitifs de la logique et récurrence sur la longueur des formules. 497
7. Forçage de l'égalité pour les noms de rang nominal 0. . . 501
8. Toute extension générique d'une situation quasi complète est quasi complète. 507
9. Achèvement de la démonstration de $| p(\omega_0) | \geq \partial$ dans une extension générique 511
10. Absentement d'un cardinal ∂ de S dans une extension générique 513
11. Condition nécessaire pour qu'un cardinal soit absenté dans une extension générique 515
12. Cardinalité des antichaînes de conditions 517

Notes. 521

Dictionnaire 535

COMPOSE PAR CHARENTE-PHOTOGRAVURE
REPRODUIT ET ACHEVE D'IMPRIMER PAR L'IMPRIMERIE FLOCH A MAYENNE
DÉPOT LEGAL JANVIER 1988 N° 9862 (26166)

DANS LA COLLECTION
« L'ORDRE PHILOSOPHIQUE »

J.L. AUSTIN, *Quand dire, c'est faire.*
ALAIN BADIOU, *Théorie du sujet.*
CLAUDE BRUAIRE, *L'Affirmation de Dieu ;*
Logique et Religion chrétienne dans la philosophie de Hegel.
BERNARD CARNOIS, *La Cohérence de la doctrine kantienne de la liberté.*
NOAM CHOMSKY, *La Linguistique cartésienne ;*
Structures syntaxiques ;
Aspects de la théorie syntaxique ;
Questions de sémantique.
JEAN T. DESANTI, *Les Idéalités mathématiques ;*
La Philosophie silencieuse.
GOTTLOB FREGE, *Les Fondements de l'arithmétique ;*
Écrits logiques et philosophiques.
H.-G. GADAMER, *Vérité et Méthode.*
JEAN-JOSEPH GOUX, *Les Iconoclastes.*
JEAN GRANIER, *Le Problème de la Vérité dans la philosophie de Nietzsche ;*
Le Discours du monde.
MICHEL GUÉRIN, *Le Génie du philosophe.*
WILHELM VON HUMBOLDT, *Introduction à l'œuvre sur le Kavi.*
CHRISTIAN JAMBET, *La Logique des Orientaux (Henry Corbin et la science des formes).*
GUY LARDREAU, *Discours philosophique et Discours spirituel.*
FRANÇOIS LARUELLE, *Machines textuelles.*
LÉONARD LINSKY, *Le Problème de la référence.*
ROBERT MISRAHI, *Traité du bonheur*
1. *Construction d'un château*
2. *Éthique, Politique et Bonheur.*
BERNARD PAUTRAT, *Versions du soleil (figures et système de Nietzsche).*
CHARLES S. PEIRCE, *Écrits sur le signe.*
JEAN-LUC PETIT, *Du travail vivant au système des actions.*
MICHEL PHILIBERT, *L'Échelle des âges.*
BERNARD QUELQUEJEU, *La Volonté dans la philosophie de Hegel.*
FRANÇOIS RÉCANATI, *La Transparence et l'Énonciation.*
JEAN-MICHEL REY, *L'Enjeu des signes (lecture de Nietzsche).*

PAUL RICŒUR, *De l'interprétation (essai sur Freud);*
Le Conflit des interprétations (essais d'herméneutique);
La Métaphore vive;
Temps et Récit, t. I;
Temps et Récit, t. II;
Temps et Récit, t. III.
REINER SCHÜRMANN, *Le Principe d'anarchie*
(Heidegger et la question de l'agir).
CHARLES SINGEVIN, *Essai sur l'Un.*
P.F. STRAWSON, *Les Individus;*
Études de logique et de linguistique.
GIANNI VATTIMO, *La Fin de la modernité.*

L'être et l'événement

Articuler pour notre temps une philosophie qui, quant à la pensée de l'être, ouvre une autre voie que celle de Heidegger (soit celle du mathème plutôt que celle du poème) et, quant à la doctrine du sujet, se tienne au-delà de Lacan : tel est l'enjeu.

Pour ce qui est de l'être, la thèse radicale est que, depuis son origine grecque, c'est la mathématique et elle seule qui en déploie le processus de pensée ; et que, de la mathématique aujourd'hui, le référent est la théorie cantorienne des ensembles. D'où se déduit une ontologie du pur multiple.

Reste qu'existe un site de « ce qui n'est pas l'être » : c'est celui de l'événement, terme surnuméraire pour un franchissement indécidable au savoir et dont la vérité est toujours par avance indiscernable.

Le sujet, dès lors, loin d'être le garant ou le support de la vérité, en est bien plutôt une instance locale, improbable, qui tire du devenir aléatoire d'une vérité dans l'événement son peu d'être. Il n'en tisse pas moins une fidélité qui s'inscrit dans l'art, la science, la politique et l'amour.

Du même auteur, aux mêmes éditions :
Almagestes, 1964.
Portulans, 1967.
Théorie du sujet, 1982.
Peut-on penser la politique ? 1985.

9 782020 098625

L'ordre philosophique

ISBN 2-02-009862-8 / Imprimé en France 1-88

Seuil

200 F